**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**
CENTRO DE EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS HUMANAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

# ENSINANDO E APRENDENDO GEOMETRIA: uma experiência com o software Cabri-Géomètre II na 5ª Série do Ensino Fundamental

**EVANDRO ANTONIO BERTOLUCI**

SÃO CARLOS
2003

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**
CENTRO DE EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS HUMANAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

# ENSINANDO E APRENDENDO GEOMETRIA: uma experiência com o software Cabri-Géomètre II na 5ª Série do Ensino Fundamental

**EVANDRO ANTONIO BERTOLUCI**

Orientadora: Profª Drª Regina Maria Simões Puccinelli Tancredi

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação do Centro de Educação e Ciências Humanas da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação, na área de concentração em Metodologia de Ensino.

SÃO CARLOS
2003

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da Biblioteca Comunitária da UFSCar**

B546ea

Bertoluci, Evandro Antonio.

Ensinando e aprendendo geometria: uma experiência com o software Cabri-Géomètre II na 5ª série do Ensino Fundamental / Evandro Antonio Bertoluci. -- São Carlos : UFSCar, 2003.

224 p.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2003.

1. Matemática (ensino de primeiro grau). 2. Geometria. 3. Cabri-Géomètre II. 4. Ensino – aprendizagem. 5. Ensino fundamental. I. Título.

CDD: 372.7 (20ª)

## DEDICATÓRIA

À minha esposa Daniela, a quem dedico todo o meu amor. Obrigado pela compreensão, estímulo e apoio constantes.

Aos meus filhos Thaís e Iuri, que me dão alegria, amor e força para viver. Meu amor por vocês é infinito.

# AGRADECIMENTOS

À Profª Drª Regina Maria Simões Puccinelli Tancredi, pelas orientações que foram fundamentais para a realização deste trabalho.

À Profª Drª Itacy Salgado Basso e ao Prof. Dr. Vanderlei Rodrigues Gregolin, que fizeram parte da banca do Exame de Qualificação, pelas críticas e valiosas sugestões.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Educação - área de Metodologia de Ensino da Universidade Federal de São Carlos, pelos ensinamentos e pela amizade.

À diretora da escola onde a pesquisa foi realizada e aos alunos da 5ª série B que se dispuseram a participar dela.

Aos colegas do Mestrado, por todos os momentos em que passamos juntos.

A Maria Helena, pela competência e dedicação na realização de seu trabalho junto à Secretaria da Pós-Graduação.

A Deus, que me concedeu familiares, amigos e professores que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

# LISTA DE QUADROS E TABELAS



# LISTA DE GRÁFICOS

# SUMÁRIO

# RESUMO

O processo de ensino e aprendizagem da Geometria no Brasil vem apresentando sérios problemas nas últimas três décadas. Diversos pesquisadores brasileiros têm investigado tais problemas e indicado possíveis caminhos para a superação da situação caótica em que ele se encontra.

Uma das alternativas apresentadas para a melhoria desse processo tem sido o uso da Informática na prática pedagógica. Em virtude disso, muitas vezes, vários softwares didáticos surgiram nos últimos anos para serem utilizados nesse processo, mas sua utilização, pelo professor, deve sempre estar associada à concepção teórica que orienta sua prática pedagógica.

Nesse âmbito, a presente dissertação tem como objetivo avaliar a influência do uso do software *Cabri-Géomètre II* na aprendizagem de conceitos geométricos por alunos de 5ª série do Ensino Fundamental de uma escola pública localizada no município de Jaú, Estado de São Paulo.

Para atingir esse objetivo, foi elaborada, implementada e avaliada, pelo autor deste estudo, que desempenhou os papéis de professor e de pesquisador, uma intervenção pedagógica que se caracterizou pela organização de um curso envolvendo parte dos conteúdos geométricos que os alunos teriam de estudar nessa série. O curso foi realizado na sala de informática da escola com a participação de vinte e quatro alunos. Foram utilizados oito computadores nos quais o software *Cabri-Géomètre II* estava instalado. Os alunos foram divididos em oito grupos e os conteúdos de Geometria (ângulo, medida angular, bissetriz de um ângulo, ângulos consecutivos e adjacentes, ângulos complementares e suplementares e ângulos opostos pelo vértice) foram englobados em seis temas. Para cada tema foi elaborado um roteiro escrito contendo os objetivos, os conceitos e os procedimentos que eles deveriam realizar. No final da experiência, os alunos resolveram duas provas escritas individuais sobre os assuntos estudados e responderam um questionário para avaliação do curso.

Os resultados indicaram que foi positivo o impacto do uso do software *Cabri-Géomètre II*, da forma como a intervenção foi proposta, para a aprendizagem dos conceitos geométricos, mas não no nível em que outros estudos nessa área têm indicado, o que sugere que a aprendizagem através dos computadores ainda precisa ser melhor investigada.

Em decorrência das análises, foram sugeridas algumas alterações no curso para que, em outras experiências, o trabalho docente possa ser aprimorado e a aprendizagem dos alunos incrementada. Também foram feitas algumas indicações para as políticas públicas de informatização das escolas.

**Palavras-chave**: Ensino e Aprendizagem; Geometria; Software *Cabri-Géomètre II*; Ensino Fundamental.

# ABSTRACT

In the last three decades, geometry teaching in Brazil has had serious problems. A number of Brazilian researchers have identified the cause of such problems and proposed ways likely to overcome this chaotic scenario.

One of the proposals presented for the enhancement of geometry teaching and learning is to use computers in this process. In recent years, quite often, due to this, a number of programs have been developed to be used as tools in that process, but its usage by the teacher must always be associated with the theoretical principles in which his practice is grounded.

The objective of this thesis is to evaluate the impact of the program *Cabri-Géomètre II* on twenty-four 11-year-olds learning geometry. The students are from a public elementary school in Jaú, São Paulo state.

To achieve this goal, a pedagogical intervention – a course involving some of the geometric content those students were supposed to learn – was planned, performed and evaluated by the author of this study who played the role of teacher and researcher. The course took place in the computer room of the school. Eight computers with the program *Cabri-Géomètre II* installed were used. The students were divided into eight groups and the geometric contents (angles, angular measure, bisection of an angle, consecutive angle, adjacent angle, complementary angles, supplementary angles, vertical angles) were organized into six different topics. For each topic a list containing the objectives of the task, the geometric concepts to be learned and the instructions on how to do the task was made. In the end of the experiment, the students did two written tests individually on the subjects studied and completed a questionnaire evaluating the course.

The results show that the use of the program *Cabri-Géomètre II* as a support tool in geometry teaching, how it was described here, was positive. Nevertheless, other similar studies have presented less favorable results suggesting that computer aid in teaching still needs to be investigated.

As a result, we suggest some changes in the course so that the teaching experience and the students' learning can improve. We also put forward some ideas which may optimize public policies on computerizing schools.



**Key words**: Teaching and Learning; geometry; program *Cabri-Géomètre II*; Elementary School.

# 1. INTRODUÇÃO

Atuando como professor de matemática no ensino fundamental, médio e superior, sempre me preocupei com questões relacionadas às práticas docentes que levassem os alunos a construírem conceitos matemáticos de maneira significativa. Logo após a conclusão do curso de Licenciatura em 1994, tive a oportunidade de iniciar minha carreira docente, ministrando aulas de matemática nos cursos profissionalizantes de Contabilidade e de Processamento de Dados. Foi uma experiência muito interessante, pois todos os conhecimentos específicos e pedagógicos puderam ser colocados em prática de maneira profissional; não se tratava mais do estágio obrigatório realizado durante a graduação, mas de uma atividade profissional séria que demandava competências e habilidades para o seu bom desempenho.

Durante vários anos lecionei nesses dois cursos profissionalizantes, no período noturno, ministrando aulas de matemática nas três séries que compunham a grade curricular. Foi um período de grande aprendizado para mim, uma vez que as turmas eram bastante diversificadas; os alunos, em grande parte, eram trabalhadores no período diurno e iam para a escola à noite para estudar. Muitos já exerciam alguma atividade profissional relacionada ao curso que faziam. Alguns trabalhavam em escritórios de contabilidade e outros em empresas de informática.

Especificamente no curso técnico em Processamento de Dados, pude desenvolver com os alunos uma prática de ensino de matemática que relacionava os conceitos matemáticos com os de informática que eles estavam aprendendo. Meu objetivo era fazer com que os alunos compreendessem a matemática que estava sendo estudada, explorando-a via utilização dos conceitos e técnicas da área de informática que estavam adquirindo. Isso foi possível porque eu também dispunha de algum conhecimento de informática adquirido na graduação em matemática. Inúmeros problemas matemáticos foram resolvidos com a utilização de técnicas de programação de computadores. Para ilustrar isso, cito o exemplo de um programa desenvolvido pelos alunos para resolver uma equação do 2º grau. Após um trabalho inicial e conceitual sobre a equação e suas possíveis formas de resolução, os alunos passaram a estudar a elaboração de um algoritmo computacional que resolvesse todas as equações do tipo $ax^2 + bx + c = 0$. No programa construído, o usuário entrava com os coeficientes a, b e c e o programa apresentava a solução da equação, levando em consideração a teoria matemática envolvida na resolução de equações do 2º grau. Outros temas da matemática também foram explorados de maneira associada à informática: fatorial, análise combinatória, gráficos de funções matemáticas, entre outros.

Nesse período, também fui tendo contato com alguns softwares comerciais ou não, desenvolvidos para o ensino de matemática. Todos os anos, os alunos iam a São Paulo para ver as novidades em softwares e hardwares apresentados em uma feira nacional de software. Tive a oportunidade de viajar com eles diversas vezes e conhecer alguns programas expostos nesta feira. Como exemplo de software que conheci, cito o programa Calculus, desenvolvido no Departamento de Matemática da Universidade Federal de Santa Catarina. Aos poucos fui vendo que esse tipo de abordagem, ou seja, a utilização da informática na educação matemática, poderia representar uma estratégia de ensino interessante e, ao mesmo tempo, necessitaria de pesquisas sobre os elementos que essa metodologia deveria contemplar para que essa prática fosse realmente benéfica para o ensino.

Como também comecei a lecionar em cursos não-profissionalizantes ministrando a disciplina matemática nas séries do ensino fundamental e médio, onde os alunos não possuíam os conhecimentos de informática necessários à elaboração de programas de computador, passei a me interessar pelas formas com que a informática poderia ser empregada nesses cursos. Participando de alguns Congressos da área de Educação Matemática, de palestras e de cursos de capacitação[1] oferecidos a professores em exercício, foi aumentando meu interesse em empregar as novas tecnologias, em especial, a informática, nas práticas pedagógicas.

Tendo contato com a literatura que mostra como possibilidade para o ensino da matemática o uso das novas tecnologias, e também estando ciente de que o ensino da matemática, em especial o da Geometria, vem apresentando inúmeros problemas no decorrer dos últimos anos e que a utilização de recursos tecnológicos poderia ajudar a minimizar esses problemas, senti a necessidade de investigar mais profundamente essas questões e a opção foi realizar uma pesquisa científica em um curso de mestrado. O ingresso no curso de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de São Carlos possibilitou o desenvolvimento da referida pesquisa.

Com o ingresso nesse curso de Pós-Graduação em Educação em março de 2001, tive de definir alguns elementos que viriam a configurar a pesquisa. Baseando-

[1] Entre os cursos de capacitação por mim realizados, cito o oferecido pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo – Informática Educacional, Programa SEE de Formação de Professores, no 2º semestre de 2000, onde foram apresentadas atividades e bibliografias sobre o ensino de Geometria com a utilização do software Cabri-Géomètre II.

me em minha experiência anterior como professor de matemática que fez uso da informática na prática pedagógica e nas leituras e pesquisas realizadas durante o curso de mestrado sobre a situação do ensino de matemática no Brasil, elaborei um projeto de pesquisa que viria a nortear a realização das atividades da investigação. Nesse projeto, tinha o objetivo de investigar uma prática docente que utilizasse um software didático no ensino de Geometria em uma série do ensino fundamental. O presente relatório é o resultado do desenvolvimento de tal projeto. Nele retrato e analiso minha própria prática docente durante o uso do software Cabri-Géomètre II numa turma de 5ª série do ensino fundamental e a aprendizagem dos alunos que participaram dessa experiência.

Assim, a questão que norteou a investigação foi:

**Qual o impacto na aprendizagem do aluno quando o professor utiliza em sua prática um software didático, mais especificamente o software Cabri-Géomètre II, para o desenvolvimento de conceitos geométricos?**

Em função dessa questão principal de pesquisa, estabeleci como objetivo avaliar a influência do uso do software Cabri-Géomètre II na aprendizagem de conceitos geométricos por alunos de 5ª série do ensino fundamental.

Para atingir esse objetivo, elaborei, implementei e avaliei uma intervenção pedagógica com alunos de 5ª série de uma escola estadual localizada no município de Jaú, Estado de São Paulo. Essa intervenção se caracterizou pela organização de um curso envolvendo conceitos geométricos que os alunos teriam de estudar nessa série.

O curso foi realizado na Sala de Informática da escola com a participação de vinte e quatro alunos de uma turma de $5^a$ série do ensino fundamental. Foram utilizados oito computadores nos quais o software Cabri-Géomètre II estava instalado.

Para a realização das atividades do curso, os alunos se dividiram em oito grupos com três alunos por grupo. Os conteúdos de Geometria trabalhados no curso foram divididos em seis temas. Para cada tema foi elaborado um “roteiro de atividades” que era entregue aos alunos no início de cada atividade para que eles pudessem ter uma orientação sobre os objetivos, os conceitos e os procedimentos que deveriam realizar durante as aulas na Sala de Informática.

No final da intervenção pedagógica, todos os alunos realizaram duas avaliações para a verificação da aprendizagem e responderam um questionário onde puderam expressar suas opiniões sobre a experiência vivida com aulas na Sala de Informática.

O desenvolvimento e os resultados desta pesquisa estão apresentados nesta dissertação. No capítulo dois, apresento algumas referências sobre a utilização da informática na prática pedagógica de matemática. Alguns tipos de softwares são analisados e no final a ênfase recai sobre o software Cabri-Géomètre II como recurso informático para o ensino de Geometria.

No terceiro capítulo, discuto algumas concepções teóricas a respeito de práticas pedagógicas e processos de ensino e aprendizagem de matemática. Destaco a perspectiva tradicional e as práticas construtivistas para o ensino da matemática.

O quarto capítulo refere-se ao delineamento da pesquisa. Nele apresento os caminhos percorridos pela pesquisa, sua natureza metodológica, o local, os sujeitos, as atividades desenvolvidas, os recursos utilizados, a coleta e a organização dos dados para a análise.

No quinto capítulo, apresento e analiso todos os dados coletados. As atividades desenvolvidas pelos alunos na sala de informática, o desempenho da turma nas duas avaliações e as respostas dadas por eles ao questionário são mostradas e analisadas detalhadamente. A avaliação desses resultados possibilitou a elaboração de algumas reflexões sobre a experiência realizada. Essas reflexões, bem como algumas sugestões para futuras práticas de ensino com o software Cabri-Géomètre II são apresentadas no sexto capítulo.

## 2. A INFORMÁTICA COMO FERRAMENTA PARA O ENSINO E A APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA

A situação do ensino da matemática no Brasil vem apresentando inúmeros problemas no decorrer das últimas décadas. São vários os fatores que contribuem para o surgimento e manutenção desses problemas, entre eles podemos destacar os apontados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais: a falta de uma formação profissional qualificada dos professores em exercício, os problemas ligados às condições de trabalho desses profissionais, a ausência de políticas educacionais efetivas e as interpretações equivocadas de concepções pedagógicas (BRASIL, 1998a).

Em decorrência desses problemas os alunos estão apresentando baixo índice de rendimento nas avaliações a que são submetidos em nível estadual e nacional desde longa data.

Os resultados do SAEB – Sistema Nacional de Avaliação Básica de 1993 mostram que apenas 3,1% dos alunos de 5ª série e 5,9% dos alunos de 7ª série acertaram pelo menos metade das questões do teste de matemática. O teste aponta também que as questões relativas a decimais, frações e geometria foram as que apresentaram maiores dificuldades. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais, nas provas de Matemática aplicadas em 1995,

> abrangendo alunos de quartas e oitavas séries do ensino fundamental, os percentuais de acerto por série/grau e por capacidades cognitivas, além de continuar diminuindo à medida que aumentavam os anos de escolaridade, indicavam também que as maiores dificuldades encontravam-se nas questões relacionadas à aplicação de conceitos e à resolução de problemas (BRASIL, 1998a, p. 24)

Essa situação preocupante sobre o nível de conhecimento matemático adquirido pelos alunos no Ensino Fundamental e Médio continua sendo encontrada no relatório SAEB – 2001. Nessa avaliação, os itens dos testes foram elaborados a partir de descritores concebidos e formulados a partir de uma desejável associação entre conteúdos curriculares e operações mentais desenvolvidas pelos alunos. As questões tinham níveis crescentes de complexidade e traduziam as competências e habilidades que os alunos deveriam apresentar. Os resultados mostraram uma situação extremamente grave. Na 4ª série do Ensino Fundamental, a média dos alunos situa-se no Nível 3, englobando 19,04% dos alunos que demonstram possuir apenas conhecimentos básicos de matemática. O fato preocupante é que 52,32%, ou seja, mais da metade dos alunos brasileiros nessa série, situa-se nos Níveis 2 e 1, e abaixo deste. Isso significa que mais da metade dos alunos da 4ª série do Ensino Fundamental possui apenas algumas habilidades elementares em Matemática e provavelmente vão concluir os dois primeiros ciclos de estudos do sistema escolar brasileiro sem dominar uma parte importante dos conhecimentos e habilidades necessárias ao prosseguimento dos estudos. O relatório SAEB – 2001 sugere a necessidade de desenvolvimento de novas estratégias, por parte de professores e gestores das políticas públicas, para o resgate dos conhecimentos matemáticos que não foram adquiridos. Essa situação, lamentavelmente, não acontece apenas com a matemática.

O baixo rendimento dos alunos também está presente na 8ª série do Ensino Fundamental. Segundo os dados desse mesmo exame, o SAEB – 2001, a média desses alunos situa-se no Nível 4, sendo incluídos nele 37,60% dos alunos concluintes do Ensino Fundamental, o que demonstra terem construído poucas habilidades além daquelas adquiridas pelos alunos da 4ª série. O fato mais grave é que somente a partir do Nível 5, percebe-se um avanço nos conhecimentos matemáticos específicos para a série em questão. Outro problema demonstrado pelo teste é que 20,76% dos alunos encontram-se abaixo do Nível 4, ou seja, são alunos que não construíram conhecimentos e habilidades estabelecidos na Matriz de Referência do SAEB - 2001 correspondentes ao Ensino Fundamental. O relatório sugere o desenvolvimento de atividades de reforço para a construção dos conhecimentos e habilidades esperadas para essa série.

Na 3ª série do Ensino Médio, os alunos situam-se em média no Nível 5, onde estão posicionados 29,29% dos alunos. Nesse nível, os alunos agregaram poucos conhecimentos além daqueles já adquiridos na 8ª série do Ensino Fundamental. Apenas 26,58% dos alunos situam-se nos Níveis 6 e 7, ou seja, dominam algumas habilidades além daquelas já construídas na 8ª série, mas não as referentes à série cursada. Esses alunos estão em processo de desenvolvimento de competências e habilidades para o Ensino Médio. A situação é extremamente preocupante quando analisamos o percentual de alunos situados nos últimos três níveis da escala (8, 9 e 10) onde estão inseridas as competências próprias para o Ensino Médio. Apenas 5,99% dos alunos que concluem o Ensino Médio situam-se nesses níveis, fato este que representa um desafio para o sistema escolar brasileiro no sentido de encontrar soluções para esta perversa realidade educacional.

A Geometria, um dos temas considerados nesses testes, também apresenta problemas específicos em seu ensino. Diversos pesquisadores brasileiros reconhecem tais problemas e apontam as possíveis causas da situação caótica em que se encontra o ensino de Geometria no Brasil, principalmente em escolas públicas.

Já em 1993 Pavanelo afirmava que o ensino de Geometria vinha sofrendo um abandono no Brasil principalmente após a promulgação da Lei 5692/71. Para essa autora,

> O gradual abandono do ensino da geometria, verificado nestas últimas décadas, no Brasil, é um fato que tem preocupado bastante os educadores matemáticos brasileiros e que, embora reflita uma tendência geral, é mais evidente nas escolas públicas, principalmente após a promulgação da Lei 5692/71.
> A liberdade que essa lei concedia às escolas quanto à decisão sobre os programas das diferentes disciplinas possibilitou que muitos professores de matemática, sentindo-se inseguros para trabalhar com a geometria, deixassem de incluí-la em sua programação (PAVANELO, 1993, p. 7).

Alguns anos depois, buscando uma explicação para o abandono do ensino da Geometria no Brasil, LORENZATO (1995) identificou várias causas, das quais podemos destacar:

1. A má formação de professores, ou seja, muitos não detêm os conhecimentos geométricos necessários para a realização de suas práticas pedagógicas.
2. A exagerada importância que o livro didático desempenha, quer devido à má formação de professores, quer devido à estafante jornada de trabalho a que estão submetidos.
3. O currículo dos cursos de formação de professores, que não oferece uma formação em Geometria adequada para a atuação profissional futura desses professores.

4. Os programas e os Guias Curriculares, que colocam a Geometria como complemento ou apêndice e de modo excessivamente fragmentado, por assunto ou série, apresentando a Geometria separada da Aritmética e da Álgebra.
5. O movimento da Matemática Moderna; que conseguiu acabar com o modelo lógico-dedutivo de ensino de Geometria que existia no Brasil ao tentar substituí-lo por um modelo altamente algebrizado.

Esse autor indicava a necessidade de mais pesquisadores desenvolverem pesquisas sobre o ensino de Geometria e cita um estudo de Fiorentini (1994) no qual das quase 270 pesquisas realizadas no Brasil referentes à Educação Matemática entre 1971/1994, apenas 5% se referem à Geometria[2]. Mostra também que para reverter essa situação caótica no ensino de Geometria, devem ser concentrados esforços de diferentes áreas educacionais, envolvendo os aspectos didático-pedagógicos, social-epistemológicos e político-administrativos.

Na mesma época, um estudo realizado por PEREZ (1995) a respeito da realidade do ensino de Geometria nas escolas públicas estaduais de São Paulo nos ensinos Fundamental e Médio entre 1984 e 1990, mostra que a Geometria é muito pouco ensinada nesses dois níveis de ensino e que há uma falta de metodologia e materiais concretos para o professor efetivar esse ensino.

Mais recentemente, Almouloud citado por MAIA (2002) indica alguns elementos que estão relacionados ao baixo desempenho dos alunos em geometria. Entre eles destaco:

[2] A citada pesquisa se encontra no Banco de Teses do CEMPEM – Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática da Faculdade de Educação da Unicamp – Campinas – SP.

- A má formação em Geometria dos professores que estão em exercício, motivada principalmente pelo movimento da Matemática Moderna que influenciou os currículos dos anos sessenta e setenta;
- A continuidade das deficiências na formação de professores para o ensino de Geometria pela inexistência de uma proposta mais eficiente;
- As dificuldades encontradas pelos cursos de formação continuada de professores no que se referem às ações para reciclagem e conseqüente melhoria das práticas pedagógicas em Geometria.

Nota-se, portanto, a necessidade da implementação de ações de diversas naturezas para a melhoria do ensino da matemática e, em especial, da Geometria, uma vez que os problemas mencionados anteriormente estão presentes nos dias atuais.

Uma das alternativas que se apresenta como possibilidade para a melhoria do ensino da Geometria é o uso das novas tecnologias na prática pedagógica. Diversos autores têm apontado o uso de recursos tecnológicos como ferramentas para uma prática pedagógica mais significativa, que possibilite uma transformação da situação atual e contribua para o aperfeiçoamento de situações de ensino e aprendizagem.

BRAVIANO & RODRIGUES (2002) mostram a importância da incorporação, pela escola, das novas tecnologias, em especial dos computadores, no sentido de oferecer aos alunos novas oportunidades de aprendizagem geométrica. *Com o advento do computador e sua inserção nas escolas, ainda que por etapas, pode-se oferecer aos alunos a possibilidade de aprimorar seus conhecimentos geométricos usando ambientes computacionais que executem a Geometria Dinâmica (p. 25).*

O uso do computador com programas de Geometria Dinâmica (GD)[3] também é visto por BRANDÃO (2002) como possibilidade para o ensino da matemática. Diz ele:

> O uso do computador pode trazer grandes benefícios ao ensino de matemática, mas para isso é necessário escolher programas (softwares) adequados e uma metodologia que tire proveito das características do computador, como boas representações gráficas e rapidez em cálculos.
> Um bom exemplo dessa agilização no estudo de Matemática é o uso (adequado) de programas de Geometria Dinâmica (GD). Podemos dizer que a GD é a implementação, no computador, de construções com régua e compasso, na qual o estudante pode, a partir de uma construção inicial, mover com o mouse algum dos objetos iniciais. O programa se encarrega de redesenhar toda sua construção, de modo aparentemente contínuo.
> Dessa forma, um programa de GD possibilita ao aprendiz, a partir de uma única construção, efetuar um número arbitrário de testes (para procurar ou verificar uma conjectura), o que seria praticamente impossível com régua e compasso. Por isso, podemos dizer que a GD é do tipo 1-construção, n-testes, enquanto a geometria de régua e compasso é do tipo 1-construção, 1-teste (p. 27-28).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) da área de Matemática, na seção "Alguns caminhos para fazer Matemática na sala de aula" mostram como possibilidade de trabalho docente, o recurso às tecnologias da comunicação. Referindo-se especificamente aos computadores, os PCN apontam várias finalidades para o seu uso:

- Como fonte de informação, poderoso recurso para alimentar o processo de ensino e aprendizagem;
- Como auxiliar no processo de construção de conhecimento;

---

[3] A expressão Geometria Dinâmica (GD) vem sendo utilizada atualmente para caracterizar construções geométricas feitas no computador de modo dinâmico e interativo. Tais construções podem ser movimentadas e as propriedades das figuras geométricas podem ser estudadas a partir das alterações das construções iniciais. Não se trata de uma nova Geometria baseada em outros axiomas, proposições ou novas relações de espaço e forma, mas sim de um modo dinâmico de trabalhar a Geometria com programas desenvolvidos para esse fim.

> - Como meio para desenvolver autonomia pelo uso de softwares que possibilitem pensar, refletir e criar soluções;
> - Como ferramenta para realizar determinadas atividades – uso de planilhas eletrônicas, processadores de texto, banco de dados, etc. (BRASIL, 1998a, p. 44).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais apontam também que os computadores podem ser bons aliados no desenvolvimento cognitivo dos alunos, no entanto, o bom uso do computador depende da escolha do software. Neste sentido,

> tudo indica que pode ser um grande aliado do desenvolvimento cognitivo dos alunos, principalmente na medida em que possibilita o desenvolvimento de um trabalho que se adapta a distintos ritmos de aprendizagem e permite que o aluno aprenda com seus erros. Por outro lado, o bom uso que se possa fazer do computador na sala de aula também depende da escolha de softwares, em função dos objetivos que se pretende atingir e da concepção de conhecimento e de aprendizagem que orienta o processo. (BRASIL, 1998a, p. 44).

Com relação às possibilidades de ocorrência de uma prática educativa mais rica com a utilização dos recursos tecnológicos, os PCN dizem:

> A utilização de recursos como o computador e a calculadora pode contribuir para que o processo de ensino e aprendizagem de Matemática se torne uma atividade experimental mais rica, sem riscos de impedir o desenvolvimento do pensamento, desde que os alunos sejam encorajados a desenvolver seus processos metacognitivos e sua capacidade crítica e o professor veja reconhecido e valorizado o papel fundamental que só ele pode desempenhar na criação, condução e aperfeiçoamento das situações de aprendizagem (BRASIL, 1998a, p. 45).

Como podemos observar, a utilização da informática na prática educativa pode contribuir para o enriquecimento desse processo, no entanto, alguns cuidados devem ser tomados para que essa prática realmente ajude a criar um ambiente de ensino e aprendizagem no qual os alunos possam construir gradualmente seus conhecimentos e de modo significativo. Esses cuidados serão abordados a seguir.

## 2.1 Alguns tipos de softwares

Nos últimos anos, vários softwares didáticos foram desenvolvidos para o ensino da matemática e, em especial, da Geometria. No entanto, a utilização desses programas deve estar associada à concepção de ensino e de aprendizagem que orienta a prática pedagógica, pois

> A criação de software para o ensino aparece cada vez mais ligada à definição prévia de objetivos claros e definidos, como, também, aparece com freqüência nos planos pedagógicos e informáticos. Há necessidade de se compreender, com profundidade, o funcionamento dos softwares aplicados na educação, com referência às atribuições da ferramenta informática no ensino e às questões relacionadas à sua integração no sistema escolar e, portanto, em particular, à atuação do aluno que é um dos elementos decisivos (MAIA, 2002, p. 35).

Esse tipo de colocação nos remete à questão da formação de professores para o uso dessa nova tecnologia, pois temos uma variedade enorme de programas que foram desenvolvidos de acordo com concepções específicas de seus autores e cabe aos professores a tarefa de conciliar suas opções teóricas com as opções desses autores, no momento da escolha do software com que irão trabalhar.

Mostrando a necessidade de investimentos dos cursos de formação de professores na preparação de futuros profissionais para a utilização adequada das novas tecnologias no ensino da matemática, HENRIQUES (1999) destaca:

> Os cursos de formação de professores devem ser fonte de incentivos e investimentos em metodologias adequadas para o ensino e aprendizagem da Matemática. A intervenção de educadores e/ou pesquisadores preocupados com o ensino e aprendizagem da Matemática nesses cursos no sentido de levar ao conhecimento dos futuros professores de Matemática o que vem sendo desenvolvido sobre o ensino dessa disciplina, utilizando as novas tecnologias ou outras metodologias de ensino, se faz necessária (p. 6).

Acrescento a essa citação a necessidade da implementação, por parte das secretarias estaduais e municipais de educação, das universidades e do governo federal, de ações direcionadas para a formação continuada dos professores que já estão em serviço, uma vez que uma parcela significativa desses profissionais exerce suas funções e não dispõe de conhecimentos necessários à realização de uma boa prática educativa que faça uso das novas tecnologias educacionais.

O surgimento de vários softwares didáticos nos últimos anos, com suas interfaces e concepções teóricas, possibilitou que diferentes pesquisadores os analisassem e os classificassem. Diversos pesquisadores também apontaram a necessidade da adequação do software à situação de ensino e aprendizagem.

SIMIÃO (2001), tendo como referência Valente, enfatiza que o uso de computadores na educação pode ocorrer em duas perspectivas: a instrucionista e a construcionista.

> O uso de computadores na educação pode ocorrer ainda em duas perspectivas: como máquina de ensinar, que consiste aparentemente na informatização dos métodos de ensino por meio da implementação de informações tutoriais, exercício-e-prática ou jogos, caracterizando uma abordagem instrucionista.
> Por outro lado, é possível adotar uma abordagem construcionista na qual é possibilitado ao aprendiz construir, com auxílio do computador, o seu próprio conhecimento, centrando-se no pensar, no criar, por meio de desafios, conflitos e em descobertas. Em quaisquer dessas perspectivas, os elementos básicos envolvidos nas atividades são: o professor, o aluno, o computador e o software ou programa computacional (p. 10).

O mesmo autor, em sua pesquisa, identifica alguns softwares que apresentam características específicas para cada abordagem. Como exemplos de programas que se encaixam na abordagem instrucionista, o autor apresenta os softwares Skinner – UFRGS, Educandus – SCA Tecnologia, Jogos de Funções – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa e Modellus, também desenvolvido na Universidade Nova de Lisboa. Como exemplo de software na abordagem construcionista, o autor cita a linguagem de programação Logo, desenvolvida em meados dos anos 60 no Massachusetts Institute of Technology (MIT).

Ainda considerando a proposta que subsidia a construção e o uso de um software, outros autores têm demonstrado suas opiniões e classificações.

CARRAHER (1995) apresenta e analisa três modelos ou concepções sobre o uso do computador na Educação. Para esse autor, o computador pode ser utilizado como: máquina de ensinar, tutor inteligente e como ferramenta intelectual.

A idéia que norteia o uso do computador como máquina de ensinar baseia-se na teoria de Skinner, na qual o papel do aluno é aprender a dar respostas verbais corretas, enquanto o computador apresenta informações e verifica se o aluno respondeu corretamente as perguntas. Essa abordagem tem se mostrado inadequada como teoria que sustenta processos de ensino e aprendizagem centrados na construção do conhecimento pelos alunos.

O modelo de tutor inteligente é relacionado por Carraher como derivação da Inteligência Artificial, que busca construir softwares “inteligentes”. A base desses softwares corresponderia a programas capazes de acompanhar o raciocínio dos alunos e fazer intervenções, como se fossem tutores pessoais. No entanto, o mesmo autor mostra alguns problemas decorrentes dessa concepção:

> O modelo do computador como tutor inteligente é baseado na esperança de produzir programas inteligentes e capazes de estabelecer comunicação autêntica com o usuário. Embora certos programas sejam extremamente sofisticados, nenhum programa criado até hoje demonstra a compreensão, no sentido literal do termo. Os diálogos entre o usuário e o programa são simulações em que o computador, na melhor das hipóteses, aparenta possuir uma compreensão do raciocínio e dos motivos dos alunos. Na realidade, os programas “inteligentes” não compreendem o aluno, e os programas educativos elaborados com o objetivo de acompanhar o raciocínio do aluno são destinados ao fracasso, pelo menos, na época atual (CARRAHER, 1995, p. 180).

O terceiro tipo de uso do computador na Educação apresentado por Carraher, refere-se ao computador como ferramenta intelectual. Nessa linha, a maior contribuição seria a possibilidade de realização de atividades que, sem ele, seriam difíceis ou impossíveis de serem realizadas.

> A idéia central deste modelo é a de que o software deveria proporcionar aos alunos oportunidades de descobrir princípios, propriedades ou relações de ordem lógica, matemática, científica, lingüística ou até histórica. Diferentemente da máquina de ensinar, o ambiente simbólico não requer respostas rigidamente predeterminadas. Geralmente, haverá uma gama de respostas válidas e até as respostas incorretas deverão ser informativas (CARRAHER, 1995, p. 181).

O mesmo autor salienta a necessidade da integração de softwares que explorem representações simbólicas, no currículo e nas atividades em sala de aula, uma vez que eles podem auxiliar os alunos em atividades intelectuais mais avançadas. O papel do professor nessas atividades, também é considerado importantíssimo para a criação de ricos ambientes de aprendizagem.

Para HENRIQUES (1999), os softwares educativos têm características que os distinguem entre si e em função delas se situam entre dois extremos, podendo estar entre a classificação de tutor e a de micromundo. Diz esse autor:

> Por tutor, compreende-se um software que guia o aluno a partir de um conjunto de situações pré-definidas que lhe são eventualmente propostas em função das ações que ele terá efetuado nas situações precedentes. Aqui o foco é na transmissão de conhecimento, tendo em vista a presença de um tutor; o conjunto de situações tem por objetivo comum a transmissão de um certo conhecimento pré-determinado.
> No micromundo, não há um direcionamento, mas uma livre exploração do software pelo aluno. Nele, a ênfase é na construção de conhecimento, já que o próprio aluno, através de experimentos que ele conduzirá no micromundo, forjará um certo tipo de conhecimento (p. 52).

No presente trabalho, a exploração do software Cabri-Géomètre II não foi feita nem exclusivamente como tutor nem como micromundo. Nas atividades desenvolvidas, os alunos exploraram o software com um certo direcionamento no sentido de construírem para si os conhecimentos geométricos apresentados. O software foi utilizado como uma ferramenta de trabalho; não houve uma exploração totalmente livre por parte deles, mas sim a realização de atividades que objetivavam a formação de alguns conceitos geométricos. Por outro lado, a intermediação do professor foi importante no sentido de favorecer a apropriação dos conceitos matemáticos, esclarecendo as dúvidas e dando explicações sempre que necessárias.

Se a concepção teórica adotada pelo professor no processo de ensino e aprendizagem for a construtivista, vários softwares educativos podem ser utilizados. Dentre esses softwares, destaco: o programa Logo, o Geometick, o Cinderella e o Cabri-Géomètre. As características desses programas permitem ao professor o planejamento de atividades de modo que os alunos, ao realizarem essas atividades, possam utilizar os recursos do software para a construção de conhecimentos de maneira significativa. Isso inclui uma participação ativa dos alunos no processo de ensino e aprendizagem bem como a existência de situações interativas durante a realização de tais atividades.

Em função de algumas de suas características, me deterei na análise do software Cabri-Géomètre II. Essa análise será apresentada a seguir.

## 2.2 O software Cabri-Géomètre II e o ensino da Geometria

Um software que vem sendo muito utilizado no processo de ensino e aprendizagem de Geometria, dentro da concepção construtivista, é o Cabri-Géomètre II. Desenvolvido na França por J. M. Laborde, Franck Bellemain e Y. Baulac, o software Cabri-Géomètre II possui ferramentas que possibilitam o estudo da Geometria Euclidiana Plana de maneira dinâmica e aberta, ou seja, o professor tem liberdade para propor atividades de acordo com seu planejamento e seus objetivos educacionais. O aluno também pode explorar abertamente o programa, pois: pode construir figuras geométricas da forma que desejar, pode alterar as construções, movimentá-las no sentido de compreender propriedades geométricas etc.

Esse software permite a construção de figuras geométricas planas; permite a movimentação das figuras inicialmente construídas para a observação das propriedades geométricas existentes nas figuras; possibilita a criação de atividades pelo professor, pois é um software aberto; pode ser utilizado em atividades que tenham como objetivos a construção de conceitos; possibilita a formulação de hipóteses etc.

SANT (1995) descreve detalhadamente as características do software Cabri-Géomètre, mostra suas potencialidades e indica os cuidados que o professor deve ter quando utiliza esta ferramenta didática. Diz ele:

> O Cabri-Géomètre é um programa de computação que traça figuras geométricas, permite sua deformação mantendo algumas características da figura de partida e mede segmentos e ângulos. (...) Mediante a utilização de seus menus (relação das opções disponíveis) e com simples toques de um mouse é possível, por exemplo, traçar retas, círculos, triângulos, segmentos, marcar ponto médio ou traçar a mediatriz de um segmento, traçar retas paralelas ou perpendiculares a outras retas, determinar o centro de um círculo, traçar bissetrizes, medir segmentos e ângulos. É possível ainda fazer variar as figuras, mantendo alguns vínculos, e, durante a deformação, ter as medidas atualizadas. (...) O usuário pode ainda criar e salvar uma seqüência de construções para recuperá-la quando precisar; são as macroconstruções. (...) Mesmo que os alunos mostrem entusiasmo, o professor precisa estar atendo para distinguir a atividade que induz à construção real de conhecimento matemático daquela em que o aluno simplesmente brinca como se estivesse jogando um videogueime, sem observar os fenômenos geométricos ou se perguntar como ou por quê (p. 36-39).

É importante ressaltar que a "lógica" da versão do Cabri-Géomètre II utilizada nas atividades que compuseram a experiência de ensino, é diferente da lógica do Windows, com a qual possivelmente muitos usuários de computadores estão mais familiarizados. Nesse software, os “botões” existentes na barra de ferramentas só podem ser utilizados um de cada vez e para o acionamento de uma determinada ferramenta de construção, deve-se selecionar o botão que a contém, clicando e mantendo pressionado o mouse. Na versão mais atual do software, o Cabri Geometry II Plus, o modo de se escolher as ferramentas de construção da barra de ferramentas se assemelha à “lógica” do Windows, ou seja, efetua-se um clique no botão e este abre um menu de opções para que, com mais um clique se possa escolher a ferramenta. Essa alteração pode facilitar o uso do software por iniciantes.

Outras possibilidades de utilização do Cabri-Géomètre apontadas por SANT (1995) são:

1. a busca de construções que resistam a deformações, ou seja, pode-se traçar inicialmente a mediatriz de um segmento de reta e, em seguida, movimentar um ponto desse segmento, mantendo-se fixo o outro e verificar que a mediatriz sempre será mantida;
2. o auxílio ao aluno em sua visualização espacial, por meio de representações planas do espaço, como a perspectiva;
3. a facilidade oferecida ao estudante para formar ou testar convicções, formular conjecturas;
4. a possibilidade oferecida ao professor, por meio da retirada do menu de certas ferramentas, para graduar a complexidade do programa conforme o estágio de desenvolvimento dos alunos.

Para HENRIQUES (1999), nas atividades propostas aos alunos, no sentido de resolver problemas geométricos com o auxílio do software Cabri-Géomètre

II sucessivos níveis de intervenção podem ocorrer. O autor apresenta os seguintes níveis de intervenção: construção de uma figura geométrica, exploração dessa figura, formulação de conjecturas, verificação das conjecturas, a busca da validação e da demonstração das conjecturas formuladas. Nesses níveis, o Cabri-Géomètre II intervém principalmente na construção e exploração de figuras e na verificação e validação de conjecturas.

O mesmo autor apresenta também algumas características pedagógicas do software Cabri-Géomètre II em relação ao lápis e papel. O Quadro número 1, apresentado abaixo, ilustra as características apontadas por ele e possibilita algumas discussões.

**QUADRO 1 – Comparação entre as possibilidades do uso do Cabri-Géomètre II e do lápis e papel, segundo HENRIQUES (1999)**

| | **Universo** | **Universo** |
|---|---|---|
| **Características** | **Cabri II** | **Papel-e-lápis** |
| Construção de figuras | Permite de um modo rápido | Permite |
| Redefinição de um objeto | Permite de um modo rápido | Não é possível |
| Deformação de uma figura | Permite deformar figura | Não é possível |
| Visualização de Lugar Geométrico | Permite Visualizar | Não existe (ou bastante limitada) |
| Movimentação da figura | Permite de um modo rápido | Impossível |
| Validação de propriedades | Existe | Não existe (ou bastante limitada) |
| Leitura de áreas de figuras | Permite (e limitada) | Analógica |

Nota-se, pela análise do quadro acima, que o software Cabri-Géomètre II apresenta algumas características diferentes e interessantes em relação aos instrumentos tradicionais utilizados pelos alunos quando estudam geometria, ou seja, quando trabalham com papel, lápis, compasso, régua, transferidor etc. No entanto, para que essas características possam ser aproveitadas no processo de ensino e aprendizagem, o papel do professor é fundamental. Cabe ao professor a tarefa de orientar os alunos em situações onde o software possa ser empregado; cabe a ele também a adoção de estratégias ou metodologias de ensino apropriadas para essa prática e, como qualquer material didático, nos momentos em que o software apresentar algum problema ou limitação, o professor será, na maior parte das vezes, o elemento solicitado pelos alunos para auxiliá-los na resolução do problema. Em muitas dessas ocasiões os tradicionais instrumentos didáticos poderão ser utilizados nas práticas educativas.

GREGOLIN (2003)[4] apresentou uma contraposição a alguns pontos do quadro 1, proposto por Henriques. Para ele, o uso concomitante do Cabri e do papel-e lápis pode ser enriquecedor porque o uso do papel-e-lápis pode oferecer uma transformação mental e não apenas visual, permitindo ao aluno colocar o seu próprio pensamento em ação. Na opinião de Gregolin, uma outra possibilidade de comparação seria a que está apresentada no quadro 2.

**QUADRO 2 – Comparação entre o software Cabri-Géomètre II e o universo papel e lápis, segundo GREGOLIN (2003)**

| Características | Cabri-Géomètre II | Papel-e-lápis |
|---|---|---|
| Construção de figuras | Rapidez com precisão | Com rapidez, pode não haver precisão |
| Redefinição de um objeto | Rápido | Necessário refazer, pelo menos em parte |
| Deformação de figura | Rápido | Necessário refazer, pelo menos em parte |
| Movimentação de figura | Um ou mais elementos | Movimentando o papel |

[4] A apresentação do quadro, comparando as possibilidades de uso do Cabri-Géomètre II com o papel e lápis, foi feita por Vanderlei Rodrigues Gregolin durante o Exame de Qualificação.

Como exemplo de limitação do programa e de intervenção do professor para a resolução de um problema, HENRIQUES (1999) cita o exemplo do cálculo da área da superfície plana de forma lunar. Uma figura limitada por um arco e por um segmento cujas extremidades são os pontos extremos do arco não é reconhecida pelo software como superfície limitada, não sendo, portanto, calculada diretamente a área como em outras figuras como círculos, elipses e polígonos. Nesses momentos, o professor pode ajudar os alunos na determinação da área da superfície lunar, levando-os a refletir sobre as possibilidades para a resolução do problema com o uso das ferramentas do software. Como o Cabri-Géomètre II interpreta a área de um círculo e a de um triângulo, pode-se determinar a área da superfície lunar em termos numéricos, efetuando-se a subtração da área do setor pela área do triângulo. Essa forma de resolver o problema pode favorecer uma aprendizagem significativa dos alunos.

Percebe-se, desta forma, que o professor tem um papel extremamente importante em situações de ensino e aprendizagem que utilizam recursos tecnológicos. Mesmo dispondo das mais novas tecnologias a serviço do ensino, o professor é uma figura fundamental e suas intervenções devem estar embasadas em referenciais teóricos coerentes com as estratégias utilizadas em sala de aula.

> Não basta colocar o aluno diante do computador sem a presença de profissional qualificado para orientá-lo, desafiá-lo, confrontando-o com a realidade ao produzir problemas criativos. Ou seja, para que o computador seja utilizado como meio educacional, é necessário que se tenha familiaridade com ele, que se domine um software com características ou ferramentas apropriadas para facilitar a aprendizagem visada e o conhecimento de uma estratégia ou metodologia (HENRIQUES, 1999, p. 127).

Algumas concepções teóricas a respeito de práticas pedagógicas e de processos de ensino e aprendizagem serão apresentadas no capítulo seguinte. Elas constituíram um importante referencial para o desenvolvimento das atividades de ensino e pesquisa apresentadas nesta dissertação.

## 3. PRÁTICAS PEDAGÓGICAS E APRENDIZAGEM DOS ALUNOS

Neste capítulo, apresento algumas concepções teóricas a respeito de práticas pedagógicas e de processos de ensino e aprendizagem. Esses referenciais teóricos serviram de base para o desenvolvimento das atividades realizadas com os alunos na sala de informática e também para a análise dos resultados desta pesquisa.

Para PERRENOUD (1997), quando se fala em práticas pedagógicas devemos saber a que tipos de práticas estamos nos referindo. Existem as práticas pedagógicas ideais e as práticas pedagógicas efetivas. As ideais se caracterizam pela maestria, pela racionalidade, por objetivos claros, pela transposição didática inteligente, por um contrato didático inovador, por pedagogias ativas e diferenciadas, por uma avaliação formativa etc. As efetivas são aquelas observadas nas salas de aula. As práticas pedagógicas efetivas, na medida das possibilidades dessa profissão, devem se aproximar das práticas ideais. Nessa aproximação, a formação básica dos professores teria um papel importante embora não possa transformar, num passe de mágica, a globalidade da profissão docente, nem eliminar todas as dificuldades existentes na sala de aula, inverter os mecanismos geradores de desigualdades ou neutralizar as lógicas habituais de ação dos agentes envolvidos no processo educacional.

Nesse sentido, a formação dos novos professores não pode se dar segundo o mesmo modelo em que foram formados os atuais professores, pois o paradigma em que os cursos estão organizados não tem dado conta de atender as demandas que têm sido postas para essa formação e conseqüente atuação. Ele sugere uma formação que estabeleça um equilíbrio entre o realismo conservador e o idealismo ingênuo, uma formação realista e inovadora, que leve em consideração a prática – que se coloca entre a rotina e a improvisação regulada – a transposição didática e o tratamento das diferenças entre os alunos.

Com relação ao primeiro eixo - *a prática, entre rotina e improvisação regulada* -, PERRENOUD (1997) coloca que:

> Uma boa parte dos atos de ensino não estão, deixaram de estar ou nunca estiveram sob o controle da razão e da escolha deliberada.
> Por outro lado, a profissão é composta por rotinas que o docente põe em ação de forma relativamente consciente, mas sem avaliar o seu caráter arbitrário, logo sem as escolher e controlar verdadeiramente. É a parte de reprodução, de tradição coletiva retomada por conta própria ou de hábitos pessoais cuja origem se perde no tempo.
> Outros momentos da prática são a expressão do *habitus*[5], sistema de esquemas de percepção e de ação que não está total e constantemente sob o controle da consciência. (p. 21).

Nota-se que para ele as práticas pedagógicas não são sempre guiadas pela razão. Em muitos casos, o inconsciente exerce uma influência importante nos atos de ensino, e aqui se incluem as crenças e os valores dos professores. Existem situações onde a ação pedagógica é, em grande parte, uma ação improvisada, mas não como uma improvisação qualquer; é improvisada, mas suportada pelos conhecimentos de diferentes naturezas que o professor adquiriu ao longo da vida e da carreira. No dia-a-dia das salas de aula "*é preciso improvisar, tomar uma decisão sem ter tempo ou meios de a fundamentar de forma racional. Então, o professor serve-se da sua personalidade,*

[5] Esse autor considera o habitus o sistema de esquemas que orientam tanto a improvisação como a ação planificada, tanto a evidência como a dúvida metódica, tanto a invenção de novas tecnologias como a concretização de esquemas ou receitas. O hábitus engloba condutas inconscientes ou rotineiras e decisões tomadas na sala de aula. Ele alicerça as inúmeras micro-decisões que os professores tomam durante as aulas.

*do seu habitus, mais do que do raciocínio ou de modelos"* (PERRENOUD, 1997, p. 23). Apesar de se apoiarem em alguns modelos, as práticas pedagógicas nunca são uma mera concretização de receitas, a repetição idêntica de modelos didáticos nem esquemas plenamente conscientes de ação. Por isso, conhecer o que se vai ensinar e os elementos que estão envolvidos nesse processo é fundamental.

O segundo eixo se refere às *transposições didáticas*. Elas estão relacionadas às transformações ocorridas nos saberes para que estes sejam ensinados. Perrenoud coloca que os professores são os atores principais no processo de transposição didática e uma de suas funções é o gerenciamento das situações para que possibilitem o aprendizado de tais saberes.

> A transposição didática é também uma tradução pragmática dos saberes para atividades, para situações didáticas. Situações que é necessário planificar, introduzir, animar, coordenar, levar a uma conclusão.
> Esses imperativos práticos obrigam, no âmbito mais geral da gestão da sala de aula, a reorganizações várias do saber, à sua transformação em problemas, tarefas, interrogações, projetos, etc. (PERRENOUD, 1997, p. 26).

No entanto, os saberes a serem ensinados, aprendidos e avaliados devem se inserir em um *contrato didático* que ofereça condições viáveis para a realização das atividades no interior da sala de aula.

> O contrato didático regula o estatuto dos saberes na sala de aula. Os alunos esperam compreender, grosso modo, as lições e os trabalhos, habituam-se a um tratamento explícito dos erros e da ignorância, sabem quando têm o direito de ser ajudados e quando devem desenvencilhar-se sozinhos, acostumam-se a uma dose aceitável de incerteza, interiorizam certos processos de delimitação das atividades e dos objetos de conhecimento, de administração da prova lógica ou empírica, sabem que tipo de perguntas e respostas podem ser formuladas no diálogo professor-alunos (PERRENOUD, 1997, p. 27).

Dependendo das características didáticas adotadas pelo professor, os alunos podem desenvolver estratégias de atuação, negociando a alteração das regras que regulam o processo de ensino e aprendizagem.

O terceiro eixo descrito por PERRENOUD (1997) aborda o tratamento das diferenças entre os alunos. Independentemente do processo de organização das classes, todos os grupos formados têm como característica a heterogeneidade, considerada do ponto de vista das atitudes, do capital escolar, do capital cultural, dos projetos, das personalidades etc. Cabe ao professor reconhecer, aceitar ou ignorar estas diferenças. Suas opções são determinantes para a criação de situações de aprendizagem que favoreçam o sucesso ou o fracasso dos alunos.

> Qualquer gestão da sala de aula, qualquer didática, contém um modo de tratamento das diferenças, o qual contribui (ou não) para as transformar em desigualdades. Plano de trabalho, auto-avaliação, ateliers, seqüências didáticas, material autocorretivo: eis algumas maneiras de inflectir as interações didáticas no sentido da discriminação positiva (PERRENOUD, 1997, p. 29).

Em relação ao tratamento das diferenças existentes na sala de aula, a partir do momento em que o professor considera a diversidade dos indivíduos como componente existente da prática pedagógica, a gestão das diferenças e dos grupos se constitui um importante elemento dessa prática.

Para PERRENOUD (1997), se a opção adotada pelo professor for por um trabalho mais ativo por parte dos alunos nas situações de ensino e aprendizagem - ou seja, quando ele caminha na direção de dar uma certa liberdade de comunicação, de deslocação, de agrupamento, de propiciar atividades em equipes - mais ele será solicitado pelos alunos e será imprescindível o gerenciamento simultâneo de algumas variáveis, entre elas:

- A estruturação intelectual das interações;
- A sua evolução didática, no sentido de uma descoberta ou de uma síntese provisória;
- O clima e a dinâmica global do grupo-turma;
- As intervenções ou as condutas individuais de uma parte dos alunos;
- As interrupções exteriores à sala de aula;
- O tempo máximo de que se dispõe antes da realização da próxima atividade ou do intervalo.

Referindo-se às práticas pedagógicas, ZABALA (1998) coloca que o processo educativo, por ser uma atividade extremamente complexa, necessita constantemente que seus profissionais atuem de modo prático, mas com um componente reflexivo que ajude a compreender e iluminar essa prática e que favoreça seu aprimoramento. Para esse autor, a possibilidade de melhoria desse processo passa não só pela reflexão, mas pelo conhecimento dos referenciais teóricos que sustentam/apóiam as atividades educativas planejadas e pelo controle das variáveis que intervêm nas atuações humanas. Dispondo de referenciais que o ajudem a interpretar os acontecimentos que ocorrem na sala de aula, o professor poderá replanejar sua atuação de maneira mais consistente e eficaz e também terá elementos para realizar uma avaliação do processo educativo de que participou.

O autor enfatiza que muitas variáveis estão presentes na prática educativa e por isso uma intervenção pedagógica adequada necessita considerar um modelo de atuação no qual a aula se configura como um microssistema definido por espaços e tempos, pela organização social, por relações interativas, pela forma de se distribuir o tempo, pelo uso de recursos didáticos etc. É importante ressaltar, entretanto, que uma intervenção pedagógica eficaz requer dos professores mais do que a gestão da sala de aula. Ele precisa conhecer bem os conceitos que deve ensinar, pois essa é sua ferramenta básica de trabalho, sem o qual sequer as atividades que propõe têm sentido.

Algumas das variáveis apresentadas por Zabala foram consideradas na elaboração e implementação das atividades realizadas pelos alunos nesta pesquisa. Entre elas destaco: a elaboração cuidadosa das seqüências de atividades de ensino e aprendizagem realizadas durante a experiência na sala de informática através das quais se esperava que os alunos adquirissem os conceitos matemáticos; as interações entre os alunos e o professor que pretendiam favorecer a apropriação desses conhecimentos; a forma de agrupar os alunos para o trabalho, para que construíssem seus conhecimentos de forma partilhada, cooperativa; os recursos disponíveis para as aulas (software Cabri-Géomètre II, roteiros de atividades, disquetes etc) e as possibilidades de adequação do tempo às necessidades educacionais dos estudantes.

No que diz respeito aos processos de aprendizagem, ZABALA (1998) menciona que apesar de existirem diversas correntes psicológicas com posições divergentes, alguns elementos ou princípios são comuns a todas elas.

> O fato de que não exista uma única corrente psicológica, nem consenso entre as diversas correntes existentes, não pode nos fazer perder de vista que há uma série de princípios nos quais as diferentes correntes estão de acordo: as aprendizagens dependem das características singulares de cada um dos aprendizes; correspondem, em grande parte, às experiências que cada um viveu desde o nascimento; a forma como se aprende e o ritmo da aprendizagem variam segundo as capacidades,

> motivações e interesses de cada um dos meninos e meninas; enfim, a maneira e a forma como se produzem as aprendizagens são o resultado de processos que sempre são singulares e pessoais (ZABALA, 1998, p. 34).

Não se trata de adotar na prática diversas correntes psicológicas divergentes/contraditórias, mas de considerar que nenhuma delas isoladamente pode dar conta de resolver todas as inúmeras situações com as quais os professores se defrontam cotidianamente. O professor, ao desenvolver seu trabalho se apóia nas suas concepções sobre o que é aprender e o que é ensinar. Ou seja, ele adota uma abordagem do processo de aprendizagem que subsidia sua atuação. Entretanto, em alguns momentos, ele lança mão de sua experiência e de outros conhecimentos para conduzir os alunos à aprendizagem.

No trabalho a ser aqui desenvolvido lancei mão do construtivismo considerando nesse contexto a necessidade de interferência do professor no processo de aprendizagem dos alunos.

Um outro componente importante que deve ser considerado como eixo estruturador da prática pedagógica é a diversidade dos alunos. Uma autêntica atenção à diversidade implica estabelecer níveis, desafios, ajudas e avaliações apropriados às características pessoais de cada aluno (ZABALA, 1998). Nesse ponto o autor apresenta concordância com Perrenoud, segundo quem, o professor quando trabalha por projetos, centros de interesse, inquéritos, atividades-quadro, pesquisas no meio ambiente, situações-problema etc, tem mais liberdade de trabalho, mas isso exige dele mais preparação de atividades se comparado à pedagogia tradicional. Nesse sistema de trabalho mais aberto o professor pode ser comparado a um *bricoleur* com fins didáticos, cuja função principal está na preparação e execução de um grande número de atividades de ensino e aprendizagem a partir dos materiais, meios e situações de que dispõe, atividades estas que possibilitam um trabalhado criativo e adaptado aos progressos e situações do grupo (PERRENOUD, 1997).

As principais características da didática tradicional e das práticas que adotam uma perspectiva construtivista para o ensino de matemática serão discutidas a seguir.

## 3.1 A influência das práticas tradicionais e construtivistas no processo de ensino e aprendizagem

As considerações feitas por Perrenoud a respeito do ensino que apresenta características da didática tradicional, também se aplicam ao ensino da matemática, de modo particular.

A *didática tradicional* apresenta características que são reconhecidas claramente pelos membros da comunidade educacional. Atuando nessa perspectiva didática, o professor aborda sucessivamente diversos conteúdos do programa, sempre procurando uma alternância entre lições, exercícios e momentos de controle das aquisições. Ele explica novas lições, expõe novos conhecimentos, introduz novos saber-fazer, faz a apresentação de fatos, regras, teoremas etc. A lógica das tarefas dadas aos alunos é a do controle: o trabalho escolar exigido pelo professor é efetuado sob vigilância e no final as atividades dos alunos são avaliadas com o intuito de serem corrigidas e retificadas (PERRENOUD, 1997).

As tarefas escolares são bem definidas na *didática tradicional* e têm o objetivo de tornar o trabalho docente mais fácil de ser realizado e as produções dos alunos corretas, visto que foram vigiadas, corrigidas e avaliadas. PERRENOUD (1997) aponta dez características das tarefas escolares na didática tradicional que estão bem presentes nas aulas de matemática. São elas:

1. O cumprimento sincronizado de tarefas idênticas pelos alunos permite que o professor concentre sua atenção na forma como os alunos trabalham, consiga identificar as dificuldades dos alunos, dar as instruções adequadas para a realização dos trabalhos e por fim verificar coletivamente a compreensão das instruções e controlar os resultados das atividades dos alunos;
2. A pouca relação entre as tarefas garante a existência de um processo único cuja implementação metódica se faz necessária para que os alunos executem corretamente o trabalho pedido;
3. A fragmentação das tarefas, que são curtas e independentes, facilita o controle da sua realização;
4. A estandardização das tarefas simplifica o controle, eliminando um componente de difícil avaliação que é a compreensão das instruções;
5. A componente escrita das tarefas possibilita ao professor a reconstituição das seqüências de operações realizadas pelos alunos, a correção de eventuais erros e aumenta a visibilidade do professor, uma vez que as tarefas são registradas;
6. O caráter individual do trabalho obriga a um controle de cada aluno em separado;

7. Devido ao caráter quantitativo das tarefas, a retribuição de cada aluno é calculada em função da quantidade de trabalho efetuado corretamente;
8. A alternância rápida de tarefas curtas permite um controle maior do grupo de alunos;
9. A relativa facilidade/adequação das tarefas é essencial para a concentração dos alunos e para um avanço sem muita ajuda;
10. O caráter pouco interativo das instruções é outra forma de limitar as intervenções do professor. As instruções são dadas aos alunos e estes devem realizá-las de maneira individual.

Diante das tarefas escolares desse tipo os alunos desenvolvem estratégias para se protegerem no momento da realização dos trabalhos. Alguns aceitam a lógica do sistema e realizam todas as tarefas sem nenhuma revolta, sem discussão ou colocação de questões. Muitos destes estudantes são considerados bons alunos ou alunos interessados. Outros realizam as atividades de maneira apressada, sem muita reflexão e estão interessados somente no término das tarefas para terem um tempo livre. Em outros momentos, os alunos tentam ganhar tempo para o início das tarefas ou tentam passar por interessados, mas o que realmente querem é adiar o início dos trabalhos. Existem também os alunos que utilizam como estratégia para escapar de uma parte das tarefas a alegação de incapacidade ou incompetência na compreensão das instruções do professor; com isso ganham tempo e justificam um período de inatividade. Por fim existem os alunos que utilizam a estratégia de contestação aberta, ou seja, negam abertamente a utilidade do trabalho solicitado e demonstram seu pouco interesse, falta de vontade e mau humor (PERRENOUD, 1997). Esses mais “honestos” geralmente são os mais penalizados pela escola, pois são considerados incapazes, difíceis, completamente desinteressados.

Hoje em dia, pelo relato de professores, a grande maioria dos alunos se classificaria nos níveis dos que ou burlam as regras de forma camuflada ou abertamente, para desgosto dos seus professores que não percebem estar na opção teórico-metodológica com que conduzem suas práticas o motivo desse comportamento que computam como de desinteresse pela escola e pela própria aprendizagem. Se os professores tivessem oportunidade de refletir, na escola, junto com seus pares, sobre suas práticas de forma crítica e sistemática, talvez fosse possível ocorrer mudanças no sentido de adotar práticas mais efetivas.

As mudanças nas práticas pedagógicas não ocorrem sem resistências. Pelo lado do professor, a resistência à mudança tem vários motivos, entre eles a concepção que têm sobre o papel da escola, seu próprio papel, o conhecimento que detém, a convicção de que estão fazendo o melhor, a falta de apoio para mudar de forma sustentada e segura, a falta de tempo ...

Também pelo lado dos alunos, a mudança não é fácil, pois exige construir novas posturas e desconstruir a acomodação.

Assim, se as formas tradicionais do trabalho escolar ainda hoje presentes nas escolas fossem substituídas por novas didáticas, inspiradas em princípios da escola ativa e do construtivismo, tanto as tarefas apresentadas aos alunos quanto as estratégias de aprendizagem por eles desenvolvidas sofreriam sensíveis alterações e talvez fossem aceitas com dificuldade pelos alunos, que estão acostumados às tarefas mais corriqueiras que fazem parte do seu “ofício” atual.

Segundo PERRENOUD (1997),

> As novas didáticas, resultantes de uma crítica das didáticas tradicionais, se apresentam como alternativas propostas a todos os que não se contentam com as formas clássicas do ensino e do trabalho escolar. Além da sua forma canônica, elas são, na prática, o que resta das pedagogias alternativas, ativas, cooperativas, institucionais ou modernas quando se difundem para além dos movimentos pedagógicos que lhes deram origem, quando são retomadas, sensivelmente suavizadas, pelas renovações oficiais que afetam, nomeadamente, o ensino da matemática, da língua materna e das disciplinas de descoberta ou de estudo do meio ambiente (p. 83).

As principais características dessas novas didáticas se diferenciam substancialmente das características da didática tradicional. No que se refere às atividades desenvolvidas por alunos e professores, essa nova perspectiva valoriza muito o aluno como sujeito ativo da sua aprendizagem. O professor não é visto como o agente transmissor de conhecimentos, mas como aquele que ajuda os alunos na construção progressiva de saberes e de saber-fazer, por meio de atividades que promovam interações entre os alunos e valorizem a autonomia dos indivíduos ou dos grupos (PERRENOUD, 1997).

Ainda como características marcantes dessa nova perspectiva didática, o mesmo autor aponta outros elementos essenciais: o privilégio dado à formação de competências e habilidades globais em oposição à aquisição de noções e de saberes fragmentados; a disponibilidade de tornar a escola receptiva à vida, aproveitando as experiências cotidianas dos alunos; o respeito pela diversidade individual e cultural; a importância dos aspectos cooperativos do trabalho escolar e do funcionamento do grupo-classe.

O perfil das tarefas que os alunos podem realizar nessa nova didática também apresenta características próprias. Não se espera que todos os alunos realizem a mesma atividade ao mesmo tempo, mas que se envolvam em tarefas cujo conteúdo e dificuldades variam em função de suas necessidades ou preferências. As tarefas são mais abertas, não apelam a uma única solução, são idealizadas e executadas em função de projetos e de propostas do professor ou dos alunos. Outro aspecto importante das tarefas é que elas freqüentemente são assumidas e realizadas coletivamente por vários alunos, que discutem, dividem o trabalho e fazem propostas para todo o grupo-turma (PERRENOUD, 1997).

As características descritas anteriormente não são apresentadas simultaneamente em todas as tarefas escolares propostas por professores que adotam as novas didáticas. Elas indicam tendências que se efetivam diferentemente de uma turma para outra e de uma tarefa para outra. No entanto, as tarefas apresentadas nesse sistema didático mais aberto possibilitam aos alunos a realização de uma quantidade enorme de projetos e os consideram  sujeitos ativos de sua aprendizagem (PERRENOUD, 1997).

As estratégias utilizadas pelos alunos quando o sistema didático adotado é mais aberto também apresentam variações. Além de permanecerem parcialmente válidas – perder o máximo de tempo, fingir não compreender as instruções declarar ser impossível avançar, contestar a utilidade do trabalho, negociar as modalidades de realização das atividades -  as que são utilizadas na didática tradicional, sofrendo algumas alterações, outras são desenvolvidas.

Uma estratégia permitida pelas novas didáticas que pode ser utilizada pelos alunos se refere ao ritmo de trabalho desenvolvido por eles. Com a autorização do professor, os melhores alunos podem estabelecer o seu próprio currículo e objetivos, diminuindo o tédio de algumas atividades e encontrando tarefas mais adequadas à sua medida. Também os alunos com mais dificuldades podem se beneficiar desse sistema didático. Eles podem estabelecer um regime de trabalho parcialmente independente, tendo como provável conseqüência o retorno do interesse pelas atividades e a diminuição do uso de estratégias defensivas, típicas do trabalho escolar tradicional (PERRENOUD, 1997).

As resistências se manifestam de várias formas. Muitos alunos não gostam dessas tarefas abertas, reflexivas e indagadores, mesmo porque exigem muito mais deles do que as didáticas tradicionais. As atividades desses alunos se aproximam das desenvolvidas na didática tradicional e reproduzem condutas conformistas. Isso pode ocorrer porque muitos deles estão acostumados com as práticas tradicionais de ensino adotadas por muitas escolas. Outros alunos tentam fugir de determinadas tarefas, demonstrando um falso interesse pelas atividades, mas também, na realidade, querem retardar o início dos trabalhos. Muitos também se envolvem em atividades que não têm muita relação com as situações de ensino e aprendizagem propostas pelo professor, parecem estar sempre ativos e ocupados, mas o que fazem não contribui para o próprio aprendizado.

Em relação às possibilidades de desenvolvimento de uma aprendizagem significativa - aprender com significado - diversos autores têm apresentado suas posições.

ZABALA (1998) considera alguns princípios psicopedagógicos existentes na concepção construtivista da aprendizagem como determinantes para estabelecer referências e critérios para a análise da prática e da intervenção pedagógica que tem a intenção de promover tal tipo de aprendizagem. Ele considera a concepção construtivista como aquela que parte da natureza social e socializadora da educação escolar, reunindo uma série de princípios que permitem compreender a complexidade dos processos de ensino e aprendizagem e que se articulam em torno da atividade intelectual implicada na construção dos conhecimentos sistematizados que cabe à escola transmitir ou fazer o aluno se apropriar. Um aspecto é fundamental nessa concepção teórica:

> Pressupõe-se que nossa estrutura cognitiva está configurada por uma rede de esquemas de conhecimento. Estes esquemas se definem como as representações que uma pessoa possui, num momento dado de sua existência, sobre algum objeto de conhecimento. Ao longo da vida, estes esquemas são revisados, modificados, tornam-se mais complexos e adaptados à realidade, mais ricos em relações. A natureza dos esquemas de conhecimento de um aluno depende de seu nível de desenvolvimento e dos conhecimentos prévios que pôde construir; a situação de aprendizagem pode ser concebida como um processo de comparação, de revisão e de construção de esquemas de conhecimento sobre os conteúdos escolares (ZABALA, 1998, p. 37).

No entanto, para que esse processo se desenvolva, os alunos necessitam estar, diante dos conteúdos a serem aprendidos, dispostos a atualizar seus esquemas de conhecimento, compará-los com o que é novo, identificar semelhanças e diferenças e integrá-las em seus esquemas, comprovar que o resultado tem certa coerência etc. Quando essas características se configuram em uma prática, pode-se dizer que está ocorrendo uma aprendizagem significativa (ZABALA, 1998).

SOLÉ & COLL (1999) também consideram que a concepção construtivista pode favorecer o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa.

Segundo esses autores, na concepção construtivista de aprendizagem os alunos aprendem quando são capazes de elaborar uma representação pessoal sobre um objeto da realidade ou conteúdo que pretendem aprender. Isso implica uma aproximação de tal objeto ou conteúdo com a finalidade de apreendê-lo, não a partir do nada, mas a partir das experiências, interesses e conhecimentos prévios que possuem. A construção de significados pessoais se constitui um importante elemento nesta abordagem.

Para sintetizar a concepção construtivista que adotam, SOLÉ & COLL (1999) dizem:

> Na concepção construtivista, assume-se que na escola os alunos aprendem e se desenvolvem na medida em que podem construir significados adequados em torno de conteúdos que configuram o currículo escolar. Essa construção inclui a contribuição ativa e global do aluno, sua disponibilidade e conhecimentos prévios no âmbito de uma situação interativa, na qual o professor age como guia e mediador entre a criança e a cultura, e dessa mediação – que adota formas muito diversas, como o exige a diversidade de circunstâncias e de alunos – depende em grande parte o aprendizado realizado. Este, por último, não limita sua incidência às capacidades cognitivas, entre outras coisas porque os conteúdos da aprendizagem, amplamente entendidos, afetam todas as capacidades: repercute no desenvolvimento global do aluno (p. 24).

Na concepção construtivista de aprendizagem, alunos e professores devem ser protagonistas ativos no processo educativo o que exige deles envolvimento ativo e responsabilidades no exercício de seu próprio papel: aluno ou professor. No entanto, como não poderia deixar de ser, pelo aspecto desigual do exercício do magistério, pela formação e pela exigência de conduzir e controlar esse processo, o educador se constitui um elemento importantíssimo, pois:

> É ele quem dispõe as condições para que a construção que o aluno faz seja mais ampla ou mais restrita, se oriente num sentido ou noutro, através da observação dos alunos, da ajuda que lhes proporciona para que utilizem seus conhecimentos prévios, da apresentação que faz dos conteúdos, mostrando seus elementos essenciais, relacionando-os com o que os alunos sabem e vivem, proporcionando-lhes experiências para que possam explorá-los, compará-los, analisá-los conjuntamente e de forma autônoma, utilizá-los em situações diversas, avaliando a situação em seu conjunto e reconduzindo-a quando considera necessário, etc (ZABALA, 1998, p. 38).

Desta forma, a intervenção pedagógica se configura em um processo de ajuda adaptada ao processo de construção do aluno, em uma intervenção que auxilia na criação de *zonas de desenvolvimento proximal* [6] e que ajuda os alunos a percorrê-las. A situação de ensino e aprendizagem também pode ser considerada como um processo dirigido a superar desafios que possam ser enfrentados e que façam avançar um pouco mais além do ponto de partida. Intervêm nesse processo, junto às capacidades cognitivas, fatores vinculados às capacidades de equilíbrio pessoal, de relação interpessoal e de inserção social (ZABALA, 1998).

Nessa mesma linha, ONRUBIA (1999) também concebe o ensino como um processo de ajuda ao processo de aprendizagem. Para esse autor, na concepção construtivista, o ato de ensinar se caracteriza como uma ajuda ajustada, que leva em consideração o nível de partida do aluno, que cria desafios abordáveis para além desse nível e que pressupõe a realização conjunta de tarefas com ajuda de outros como via de acesso à realização autônoma dessas mesmas tarefas em um nível superior. Utilizando a noção de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) elaborada por Vygotski, na qual

---

[6] O conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal foi elaborado por VYGOTSKI (1993, p. 239) e se caracteriza pela "divergência entre a idade mental ou o nível de desenvolvimento atual, que se determina com ajuda das tarefas resolvidas de forma independente, e o nível que alcança a criança ao resolver as tarefas, não por sua conta, mas em colaboração".

as relações e interações entre as pessoas têm uma importância fundamental nos processos de aprendizagem e desenvolvimento humanos, ONRUBIA (1999) afirma que:

> (...) oferecer uma ajuda ajustada à aprendizagem escolar supõe criar ZDP e oferecer nelas ajuda e apoio para que, por meio dessa participação e graças a esses apoios, os alunos possam ir modificando, na própria atividade conjunta, seus esquemas de conhecimento e seus significados e sentidos, e possam ir adquirindo mais possibilidades de atuação autônoma e uso independente desses esquemas perante novas situações e tarefas, cada vez mais complexas (p. 129).

Para esse autor, a criação de ZDP e o avanço através delas depende da interação que se estabeleça entre o aluno e aqueles que o ajudam. Isso leva à procura de determinadas características das referidas interações e de critérios que a partir dos mesmos possam derivar o delineamento de situações de ensino. Onrubia apresenta algumas características dos processos de interação entre professor/alunos em situação de sala de aula que estão implicadas nos processos de criação de ZDP e de avanço através delas. Em seguida, o autor apresenta as interações entre os próprios alunos, que podem resultar na criação de ZDP.

As características dos processos de interação professor/alunos apresentadas por Onrubia são:

> 1. Inserir ao máximo a atividade pontual realizada pelo aluno a cada momento no âmbito de marcos ou objetivos mais amplos, nos quais essa atividade possa adquirir significado da maneira mais adequada.
> 2. Possibilitar, no grau mais elevado possível, a participação de todos os alunos nas diferentes atividades e tarefas, mesmo se o seu nível de competência, seu interesse ou seus conhecimentos forem em um primeiro momento muito escassos ou pouco adequados.

> 3. Estabelecer um clima de relacionamento afetivo e emocional baseado na confiança, na segurança e na aceitação mútuas, em que caibam a curiosidade, a capacidade de surpresa e o interesse pelo conhecimento em si mesmo.
> 4. Introduzir, na medida do possível, modificações e ajustes específicos, tanto na programação mais ampla como no desenvolvimento concreto da própria atuação, em função da informação obtida a partir das atuações e produtos parciais realizados pelos alunos.
> 5. Promover a utilização e o aprofundamento autônomo dos conhecimentos que os alunos estão aprendendo.
> 6. Estabelecer, no maior grau possível, relações constantes e explícitas entre os novos conteúdos que são objeto de aprendizagem e os conhecimentos prévios dos alunos.
> 7. Utilizar a linguagem da maneira mais clara e explícita possível, tratando de evitar e controlar possíveis mal-entendidos ou incompreensões.
> 8. Utilizar a linguagem para recontextualizar e reconceitualizar a experiência (ONRUBIA, 1999, p. 132 – 143).

Como características das interações entre alunos que podem se tornar fontes potenciais de criação e avanço de Zonas de Desenvolvimento Proximal, o autor destaca: o contraste entre pontos de vista moderadamente divergentes em relação a uma tarefa ou conteúdo de resolução conjunta, fato este que pode contribuir para a reconstrução de significados pessoais; a explicitação do próprio ponto de vista, externando-o aos demais membros do grupo de maneira compreensível e, por fim, o oferecimento e o recebimento de ajuda de maneira contínua (ONRUBIA, 1999).

É importante salientar que, no momento do planejamento das atividades, o professor deve tomar os devidos cuidados em relação ao estabelecimento de normas ou regras que organizem tais interações e que estas possam contribuir significativamente para a construção de conhecimentos pelos alunos.

> Deve-se também lembrar que a capacidade de trabalho em equipe pressupõe o domínio progressivo pelos alunos de determinados conteúdos, muito particularmente conteúdos referentes a procedimentos e a normas, valores e atitudes, que também devem ser objeto explícito de ensino na aula (ONRUBIA, 1999, p. 148).

Considerando a necessidade da definição dos conteúdos de aprendizagem, ZABALA (1998) considera fundamental a determinação das finalidades ou objetivos da educação como ponto de partida para qualquer prática educativa. Mas como as intenções educacionais são muito globais e gerais, para a análise de uma prática no contexto de uma sala de aula, ele propõe a definição de instrumentos mais definidos. Os conteúdos de aprendizagem se constituem os instrumentos de explicitação das intenções educativas. O autor entende que os conteúdos de aprendizagem não se reduzem unicamente às contribuições das disciplinas ou matérias tradicionais. Também se constituem conteúdos de aprendizagem todos aqueles que possibilitem o desenvolvimento das capacidades motoras, afetivas, de relação interpessoal e de inserção social.

Para ZABALA (1998), se os referenciais para a determinação do modelo de intervenção pedagógica variam, de modo que a função social do ensino amplia suas perspectivas e adquire um papel que englobe todas as capacidades, desde uma proposta de compreensividade e de formação integral, e a concepção da aprendizagem é a construtivista, necessitamos considerar todas as capacidades e, conseqüentemente, os diferentes tipos de conteúdo. Segundo sua tipologia, eles se configuram em: conteúdos factuais, conteúdos conceituais, conteúdos procedimentais e conteúdos atitudinais. No entanto, a forma de propor atividades de ensino deve permitir a máxima inter-relação entre os diferentes conteúdos, ou seja, as atividades devem acessar os conteúdos de maneira integrada.

Foi justamente pensando na integração desses conteúdos que as atividades realizadas pelos alunos foram elaboradas para o desenvolvimento desse projeto de pesquisa. O planejamento das atividades levou em consideração os diferentes conteúdos que fazem parte de uma prática pedagógica construtivista. Assim, quando os roteiros das atividades foram escritos, considerou-se que os alunos deveriam acessar os conteúdos de aprendizagem de maneira integrada e que essa integração contribuiria para novas construções pessoais de significados. Nessa opção também se procurou seguir orientações presentes nas atuais políticas públicas brasileiras.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998a) da área de matemática, por exemplo, também consideram que os conteúdos a serem ensinados podem ocorrer em uma perspectiva mais ampla. Assim, ao serem selecionados, esses conteúdos podem ser identificados como formas e saberes culturais cuja assimilação é essencial para que se produzam novos conhecimentos. Pode-se considerar que os conteúdos envolvem explicações, formas de raciocínio, linguagens, valores, sentimentos, interesses e condutas. Como podemos perceber, nos Parâmetros Curriculares Nacionais os conteúdos também estão dimensionados em conceitos, procedimentos e atitudes.

Especificamente nesta pesquisa, alguns desses conteúdos de aprendizagem se constituíram elementos importantes para a análise das atividades desenvolvidas pelos alunos na sala de informática.

## 3.2 Os conteúdos de ensino e aprendizagem

Apresentarei, nesse item, de maneira resumida, algumas das principais características dos conteúdos factuais, dos conceituais, dos procedimentais e dos atitudinais. A consideração desses conteúdos de aprendizagem é essencial para o entendimento dos resultados desta pesquisa.

Os conteúdos factuais são o conhecimento de fatos, acontecimentos, situações, dados e fenômenos concretos e singulares. A singularidade e o seu caráter descritivo e concreto definem claramente esses conteúdos. Os conteúdos factuais são indispensáveis para a compreensão da maioria das informações e problemas da vida cotidiana e profissional e devem estar associados a conceitos que permitam interpretá-los.

A aprendizagem de fatos acontece quando o aluno é capaz de reproduzi-los. Essa reprodução, na maioria das vezes, ocorre de forma literal, não exigindo uma compreensão dos fatos, uma vez que eles têm um caráter arbitrário. Quando se referem a acontecimentos, a aprendizagem é evidenciada quando o aluno é capaz de se lembrar, o mais fiel possível, de todos os elementos que compõem o acontecimento e das relações entre eles.

A aprendizagem dos conteúdos factuais se dá principalmente mediante atividades de cópia mais ou menos literais, de modo que os conteúdos possam ser integrados, na estrutura de conhecimento, na memória (ZABALA, 1998). No caso dos conteúdos matemáticos esse tipo de aprendizagem tem pouco valor uma vez que os objetos de estudo dessa ciência são de outra natureza.

Os conceitos e os princípios apresentam uma característica especial que é a necessidade da compreensão. Por isso são mais próprios da matemática. Um conceito só pode ser considerado aprendido se o seu significado foi compreendido. Para ZABALA (1998), um conceito faz parte do conhecimento de um aluno não apenas quando este é capaz de repetir sua definição, mas quando o aluno sabe utilizá-lo para a interpretação, compreensão ou exposição de um fenômeno ou situação.

A aprendizagem dos conteúdos conceituais nunca pode ser considerada acabada, já que sempre existe a possibilidade de ampliar ou aprofundar seu conhecimento, de fazê-los mais significativos. As condições para a aprendizagem de conteúdos conceituais são constituídas por atividades complexas que provocam um verdadeiro processo de elaboração/re-elaboração e construção pessoal dos conceitos (ZABALA, 1998).

No que concerne à matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998a) consideram que os conceitos permitem interpretar fatos e dados e são generalizações úteis que possibilitam a organização da realidade e a sua interpretação. A aprendizagem dos conceitos desenvolve-se de forma gradual e em diferentes níveis e supõe o estabelecimento de relações com conceitos previamente adquiridos. Conceitos que são consolidados no terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental, e outros em que apenas as noções ou idéias básicas são nessa época iniciadas, consolidando-se durante o ensino médio.

Os conteúdos procedimentais apresentam como característica comum, ações ou conjunto de ações feitas deliberadamente para se atingir um objetivo. Segundo ZABALA (1998), um conteúdo procedimental inclui as regras, as técnicas, os métodos, as destrezas ou habilidades, as estratégias e os procedimentos. Ele se caracteriza por um conjunto de ações ordenadas, dirigidas para a realização de um objetivo. São exemplos de conteúdos procedimentais: ler, desenhar, observar, calcular, classificar, traduzir, recortar, saltar etc.

No caso específico da matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998a) consideram que os procedimentos desempenham um papel importante no ensino, uma vez que grande parte dos conceitos do que se aprende em matemática envolvem procedimentos. No entanto, esses procedimentos não devem ser aprendidos apenas como recurso metodológico para "aquisição" de um conceito, mas como conteúdos que possibilitam o desenvolvimento de capacidades relacionadas com o saber-fazer, aplicáveis em diferentes situações. Isso implica na construção de estratégias e procedimentos envolvendo os conceitos e os processos. Como exemplos de procedimentos na área específica de matemática, temos: a resolução de uma equação, o traçado da mediatriz de um segmento, o cálculo de porcentagens etc.

As atividades propostas aos alunos durante a realização da pesquisa em foco envolviam estratégias e procedimentos que objetivavam favorecer a construção dos conceitos geométricos planejados. Os procedimentos também foram concebidos com o mesmo objetivo e poderiam ser utilizados em diversas situações.

Os conteúdos atitudinais englobam conteúdos que podem ser agrupados em valores, atitudes e normas. Para ZABALA (1998) cada um desses grupos tem uma natureza diferenciada e, em determinado momento, necessitará de uma aproximação.

Os valores estão relacionados aos princípios ou idéias éticas que permitem às pessoas a emissão de um juízo sobre as condutas e seu sentido. A solidariedade, o respeito aos outros, a responsabilidade são exemplos de valores.

As atitudes são tendências ou predisposições relativamente estáveis das pessoas para atuar de certa maneira. São as maneiras como cada indivíduo age de acordo com valores determinados. Cooperação com o grupo, ajuda aos colegas, respeito ao meio ambiente, participação nas tarefas escolares são exemplos de atitudes.

As normas são os padrões ou as regras de comportamento que as pessoas devem seguir em determinadas situações. Elas indicam o que se pode e o que não se pode fazer em diversas situações. Elas nascem de acordos/pactos feitos pelos membros da coletividade e se relacionam com a forma de se colocar em prática certos valores.

Em linhas gerais, no que tange à aprendizagem de conteúdos atitudinais, ZABALA (1998) afirma que:

> A aprendizagem de conteúdos atitudinais supõe um conhecimento e uma reflexão sobre os possíveis modelos, uma análise e uma avaliação das normas, uma apropriação e elaboração do conteúdo, que implica a análise dos fatores positivos e negativos, uma tomada de posição, um envolvimento afetivo e uma revisão e avaliação da própria atuação (p. 48).

Nesse projeto, procurou-se desenvolver, embora de forma não explícita, a solidariedade, o respeito para com o próximo, a responsabilidade com o grupo e com o próprio aprendizado, a aproximação com e a disponibilidade de aprender a Matemática escolar e os conceitos geométricos em particular.

Assim, no desenvolvimento da proposta de ensino ora apresentada, procurou-se atender à aquisição, pelos alunos, desses três grandes blocos de conteúdos: os conceituais, os procedimentais, os atitudinais, mas de uma forma diferente do que usualmente estavam acostumados, pois haveria a interferência do ambiente computacional e o uso de um software específico. Ou seja, toda a proposta seria desenvolvida na sala de informática e os alunos, apesar de terem o respaldo do professor, deveriam responsabilizar-se por atender praticamente sozinhos orientações dadas em um roteiro, construindo seu próprio conhecimento.

Propostas inovadoras quase sempre trazem impacto para as escolas, tanto no que concerne ao posicionamento de professores frente a elas quer no que tange à sua aceitação por parte dos alunos.

Refletindo sobre propostas de inovação pedagógica, MICOTTI (1999) aponta alguns problemas que podem estar presentes em suas implementações e que são decorrentes de uma compreensão parcial destas propostas por parte da escola e de seus professores. Segundo essa autora,

> As novas propostas, ao acentuarem o valor das atividades do aprendiz na apropriação do saber, ao realçarem a importância do professor acolher e examinar a interpretação que o aluno faz do objeto de estudo, têm ocasionado sérias dificuldades na prática pedagógica. De um lado, visões tradicionais influenciam a leitura dessas propostas, dando a velhos procedimentos um verniz de mudança; de outro lado, a confusão entre conhecimento e saber conduz a distorções que comprometem o trabalho docente e o da própria escola. (...) Outros problemas podem sobrevir às propostas de mudanças pedagógicas. Um problema comum refere-se à seleção de procedimentos didáticos que conciliem os modos particulares de cada aluno perceber o mundo e interpretar suas percepções com a apropriação desse saber (p. 159-160).

A autora menciona ainda outros equívocos, decorrentes da mesma interpretação equivocada da concepção construtivista de ensino e aprendizagem:

> As interpretações do construtivismo que colocam as interações pessoais com o objeto de estudo como um fim em si mesmo, não como transição para a apropriação do saber, podem conduzir a outros equívocos. Um desses equívocos é o de isentar o professor da responsabilidade de ensinar, transformando-o em mero espectador das peripécias do aluno em suas tentativas de compreender a matéria de estudo. O pretexto de não-interferência na construção do conhecimento pode prejudicar a atuação da escola e fazer dela uma instituição onde há a permissão

> para deixar o aluno marcando passo, sem desenvolver seus conhecimentos (MICOTTI, 1999, p. 161).

Para MICOTTI (1999), essas compreensões são obstáculos à apropriação do saber e trazem prejuízos para a coletividade e para o desenvolvimento científico e tecnológico do país, além de comprometerem a distribuição da herança cultural. Devido às mudanças que estão ocorrendo no mundo, novas exigências de atuação são requisitadas das escolas. Referindo-se especificamente ao ensino de matemática, as mudanças didáticas se tornam complicadas por diversos fatores, entre os quais "*sobressaem as dificuldades para a organização de situações de ensino/aprendizagem que dêem conta de propiciar a ligação entre a complexidade do saber matemático e o pensamento ainda em desenvolvimento (da maioria) dos alunos" (p. 162).*

A mesma autora destaca alguns aspectos que precisam ser considerados quando da adoção de novos modos de ensinar e aprender: a relação do aprendiz com a disciplina; sua participação em aula, considerando-se os aspectos afetivos e cognitivos e o enfoque dado à matemática para que ela se torne objeto de conhecimento e saber. Isso implica uma revisão bastante substantiva na realidade atual do ensino de matemática pois:

> Fundamentar o ensino na atividade intelectual do aprendiz significa, entre outras coisas, respeitar as suas possibilidades e raciocínio e organizar situações que propiciem o aperfeiçoamento desse raciocínio; significa estabelecer relações entre conteúdo, método e processos cognitivos. Este procedimento requer do professor: o domínio da matéria de estudo; a realização do mapeamento conceitual do conteúdo (reconhecimento dos conceitos básicos de assunto em pauta e das relações que se estabelecem entre eles). Requer também a identificação das modalidades de recursos cognitivos e dos conceitos cujo domínio os alunos manifestam em suas atividades. Este exame permite organizar as situações de aprendizagem como mediação para o saber matemático (MICOTTI, 1999, p. 165).

Em função disso, o professor tem um papel importante nas situações didáticas voltadas para a construção do saber matemático. É ele quem planeja situações problemáticas e escolhe materiais que sirvam de apoio para o trabalho em sala de aula. A efetiva participação dos alunos no processo de construção do conhecimento matemático depende dos significados e dos vínculos presentes nas situações e que se relacionam com os conceitos que os alunos já dominam. Portanto, cabe ao professor, orientar os alunos no desenvolvimento das atividades matemáticas, orientações essas que objetivam o desenvolvimento dos conceitos, a busca da exatidão do raciocínio e do rigor matemático (MICOTTI, 1999).

Em função da complexidade da tarefa docente, o conhecimento de referenciais teóricos que subsidiem as ações pedagógicas em diversas situações didáticas torna-se necessário. Diferentes autores, entre eles PERRENOUD (1997), ZABALA (1998), MICOTTI (1999), ONRUBIA (1999) e SOLÉ & COLL (1999) têm apresentado características das práticas pedagógicas que contribuem de maneira substancial para aqueles professores que se dispõem a analisar suas práticas no sentido de melhorá-las.

Sendo professor e sempre estando preocupado com a realização de um trabalho significativo e de qualidade, que ofereça aos meus alunos oportunidades de aprendizado e crescimento pessoal, a busca do aprimoramento teórico e prático tem sido uma constante em minha vida profissional.

Várias concepções teóricas apresentadas neste capítulo estão presentes e dão suporte às minhas práticas, tais como as considerações feitas por PERRENOUD (1997) que se referem às improvisações reguladas, às transposições didáticas, à necessidade da elaboração de um contrato didático que viabilize as atividades em sala de aula e ao tratamento das diferenças em sala de aula com o gerenciamento simultâneo de várias situações.

Além disso, a aquisição significativa, pelos alunos, dos diferentes tipos de conteúdos apontados por ZABALA (1998) também faz parte de minhas preocupações como professor.

Mas, como as práticas pedagógicas não são simplesmente a concretização de receitas oferecidas pelas várias correntes psicopedagógicas, cabe ao professor analisar as teorias e aproveitar delas os elementos que possam ajudá-lo na realização de seu trabalho. Minha posição pessoal é a de aceitar a concepção construtivista de ensino e aprendizagem e no seu âmbito incluir os roteiros de orientação das tarefas de aprendizagem, as atividades escritas que possibilitam a correção de eventuais erros e a avaliação individual que permite verificar os conhecimentos conceituais e procedimentais adquiridos pelos alunos.

Durante todo o processo de elaboração e implementação dessa proposta, estive sempre ciente das dificuldades/problemas existentes na realização de ações pedagógicas quando se trabalha com propostas mais “abertas” ou construtivistas.

# 4. A TRAJETÓRIA DA PESQUISA: CAMINHOS PERCORRIDOS

Vários fatores motivaram o desenvolvimento desta pesquisa. Trabalhando como professor de matemática nos níveis fundamental e médio de ensino, minhas preocupações sempre estiveram voltadas para as práticas que possibilitassem aos alunos efetivamente aprender matemática. Durante anos ensinei essa disciplina e aos poucos fui adquirindo experiência e procurando melhorar a minha atuação. No entanto, sentia a necessidade de um aprofundamento maior em relação a algumas questões de natureza teórico-metodológica, tais como: o conhecimento de referenciais teóricos relacionados aos processos de ensino e de aprendizagem, o estudo de trabalhos que investigaram o uso das novas tecnologias na prática docente entre outros.

Por outro lado, as pesquisas sobre a situação do ensino da matemática no Brasil apontavam resultados preocupantes. Inúmeros problemas foram levantados nos últimos anos e o baixo desempenho dos alunos em matemática atingia níveis preocupantes. No caso específico da Geometria, pesquisadores brasileiros em Educação Matemática indicavam alguns problemas e recomendavam mais pesquisas e ações para a modificação dessa realidade perversa.

Ano a ano os indicadores de desempenho dos alunos nos testes de matemática vinham (e ainda continuam) apresentando resultados muito insatisfatórios, ou seja, os alunos estavam aprendendo muito pouco do conteúdo matemático ensinado.

Ao mesmo tempo, novos trabalhos sinalizavam como possibilidade para a melhoria do ensino da matemática, em especial da Geometria, o uso das novas tecnologias na prática pedagógica. Diversos autores apontavam a informática como uma ferramenta que poderia auxiliar o professor em sua prática de ensino.

A consideração dos fatores apresentados anteriormente e a necessidade de um aprimoramento constante em minha prática levaram-me à realização da pesquisa que ora apresento.

Ao ingressar no curso de Pós-graduação em Educação da Universidade Federal de São Carlos, tinha como objetivo investigar a influência do uso da informática na aprendizagem de conceitos matemáticos por alunos, ou seja, queria investigar uma prática docente que utilizasse um software didático no ensino da Geometria em uma série do ensino fundamental. Desta forma, a questão principal da investigação foi:

**Qual o impacto na aprendizagem dos alunos quando o professor utiliza em sua prática um software didático, mais especificamente o software Cabri-Géomètre II, para o desenvolvimento de conceitos geométricos?**

Durante o curso de mestrado, elaborei um projeto de pesquisa que norteou a realização das atividades da investigação. Esse projeto resultou na organização de um curso ou de uma intervenção pedagógica que foi desenvolvida por mim, com alunos de 5ª série do ensino fundamental de uma escola estadual localizada no município de Jaú, Estado de São Paulo.

No planejamento dessa intervenção, algumas preocupações foram levadas em consideração e entre elas destaco:

- Que os alunos se apropriassem, de forma compreensiva, dos conceitos geométricos apresentados;
- Que a intervenção respeitasse/aproveitasse os conhecimentos prévios dos alunos;
- Que favorecesse a autonomia dos alunos e o trabalho colaborativo em sala de aula;
- Que aceitasse as diferenças individuais existentes na sala de aula;
- Que o processo de ensino e aprendizagem fosse dinâmico, pautado na concepção construtivista;
- Que as atividades fossem realizadas em grupos na sala de informática;
- Que as interferências do professor ocorressem no apoio aos grupos, pelos questionamentos e não de forma diretiva;
- Que o tratamento das diferenças entre os alunos não fosse obstáculo para a aprendizagem;
- Que cada aluno/grupo pudesse progredir no seu próprio ritmo.

Em função dessas preocupações planejei o referido curso. O curso foi realizado na sala de informática da escola com a participação de alunos de uma turma de 5ª série do ensino fundamental. Foram utilizados oito computadores nos quais o software Cabri-Géomètre II estava instalado. Esse software foi escolhido por três motivos: eu já possuía conhecimentos sobre o funcionamento do programa, pois havia participado de um curso de capacitação de professores; o software já estava instalado em todos os computadores da escola, e finalmente, porque eu acreditava que esse software poderia ser "ajustado" às necessidades de minha prática como professor que teria de ensinar conteúdos de matemática constantes no plano de ensino. A razão da escolha da turma e da escola foi porque eu atuava como docente e isso poderia ajudar na realização da pesquisa, pois teria livre acesso à sala de informática e aos sujeitos da pesquisa.

Para delimitação da investigação, escolhi alguns tópicos da Geometria Euclidiana Plana. Esses tópicos foram divididos em seis temas e as atividades relativas a esses temas foram organizadas em roteiros que eram entregues aos alunos a cada aula.

Todas as atividades de ensino foram realizadas na sala de informática, com a utilização do software Cabri-Géomètre II. No final da intervenção, os alunos realizaram duas avaliações e responderam um questionário onde puderam expressar suas opiniões. Os resultados da pesquisa são relativos a situações reais de ensino nas quais um professor ensinou conceitos geométricos para uma turma do ensino fundamental.

A seguir, apresentarei um detalhamento maior sobre a investigação realizada.

## 4.1 A Natureza da Pesquisa

Em função da natureza da investigação por mim realizada, optei pela adoção do estudo de caso de natureza qualitativa como referencial metodológico da pesquisa, por se tratar de um referencial com grande potencial em pesquisas da área de Educação e por representar o enfoque mais apropriado para esta pesquisa.

Segundo LÜDKE & ANDRÉ (2001), é cada vez mais crescente a utilização de metodologias qualitativas em pesquisas da área de educação. No entanto, esse tipo de abordagem pode causar algumas dúvidas sobre o que realmente caracteriza essa metodologia qualitativa e sobre o emprego correto dos termos ou tipos de estudos que se enquadram como qualitativos. Baseadas em trabalhos de Bogdan e Biklen, LÜDKE & ANDRÉ (2001) apresentam cinco características básicas que configuram um estudo qualitativo. São elas:

1. A pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento. Nesse sentido, como os problemas são estudados no ambiente em que ocorrem naturalmente, esse tipo de estudo é também chamado de "naturalístico".
2. Os dados coletados são predominantemente descritivos. Desta forma, o material coletado é rico em descrições de pessoas, situações e acontecimentos. Freqüentemente são utilizadas citações para subsidiar uma afirmação ou esclarecer um determinado ponto de vista. Nessa abordagem, todos os dados da realidade são considerados importantes.
3. A preocupação com o processo é maior do que com o produto. O interesse do pesquisador ao estudar um problema é verificar como este se manifesta nas atividades, nos procedimentos e nas interações cotidianas.
4. O "significado" que as pessoas dão às coisas e à sua vida são focos de atenção especial do pesquisador.
5. A análise dos dados tende a seguir um processo indutivo. Não há a preocupação em buscar evidências para a comprovação de hipóteses definidas antes do

estudo. As abstrações se formam ou se consolidam basicamente a partir da análise dos dados num processo de ir e vir.

Os tipos de estudos que podem assumir uma natureza qualitativa e que têm sido utilizados nos últimos anos nas pesquisas educacionais são as pesquisas do tipo etnográfico e o estudo de caso. Diante dos objetivos desta pesquisa e das características particulares do estudo de caso, este foi o tipo de estudo que me pareceu mais adequado para a investigação que ora apresento.

Para LÜDKE & ANDRÉ (2001) o estudo de caso é o estudo de *um* caso, seja ele simples e específico, ou complexo e abstrato. O caso é sempre bem delimitado e seus contornos deverão estar bem definidos no desenrolar do estudo. O caso pode ser similar a outros, mas é ao mesmo tempo distinto, pois tem um interesse próprio. Esse interesse coincide com aquilo que o caso tem de único e de particular. Segundo essas autoras, os estudos de casos qualitativos apresentam as seguintes características:

1. Os estudos de caso visam à descoberta, ou seja, mesmo que o pesquisador parta de alguns pressupostos teóricos iniciais, ele procurará se manter atento a todos os novos elementos que podem surgir durante o estudo. Isso se fundamenta na idéia de que o conhecimento não é algo acabado, mas uma construção que se faz e refaz continuamente.
2. Os estudos de caso enfatizam a interpretação em contexto. Desta forma, para a apreensão mais completa do objeto, é preciso levar em consideração o contexto em que ele se situa. Portanto, todas as ações, percepções, comportamentos e interações das pessoas devem ser relacionadas à situação específica estudada.

3. Os estudos de caso buscam retratar a realidade de forma completa e profunda, enfatizando a complexidade natural das situações, evidenciando a inter-relação dos seus componentes.
4. Os estudos de caso utilizam uma variedade de fontes de informação. Isso possibilita o cruzamento de informações, a confirmação ou rejeição de hipóteses iniciais, a descoberta de novos dados, o afastamento de suposições ou o levantamento de hipóteses alternativas.
5. Os estudos de caso permitem generalizações naturalísticas. Essas generalizações ocorrem quando um leitor, em função de sua experiência pessoal, consegue relacionar ou associar os dados do estudo com sua própria experiência ou situação vivida.
6. Os estudos de caso procuram representar os diferentes e até mesmo conflitantes pontos de vista existentes em uma situação social. Isso se fundamenta no pressuposto de que a realidade pode ser vista sob diferentes perspectivas.
7. Os relatos do estudo de caso utilizam uma linguagem e uma forma mais acessível do que outros relatórios de pesquisas. São comuns citações, exemplos, descrições de falas de participantes do estudo.

Por se tratar esta pesquisa de um estudo de caso de natureza qualitativa, algumas especificidades precisam ser bem detalhadas. Coerentemente com as descrições feitas anteriormente sobre este tipo de estudo, torna-se fundamental uma boa descrição do local da pesquisa, dos sujeitos, das atividades desenvolvidas, dos recursos utilizados, da coleta e da organização dos dados para a análise. Esses elementos serão apresentados a seguir.

## 4.2 O local da Pesquisa

A pesquisa foi realizada em uma escola estadual localizada no município de Jaú – SP. Inaugurada na região central da cidade em 1946, a escola oferece atualmente os níveis fundamental e médio de ensino e também classes de educação especial. Suas instalações são amplas e o prédio foi recentemente reformado pela Secretaria de Estado da Educação.

A escola possui dezesseis salas de aula, dois auditórios, uma ampla secretaria, uma sala dos professores, uma sala de coordenação pedagógica, uma sala destinada à direção, uma outra para a vice-direção, uma espaçosa biblioteca, banheiros para os professores e funcionários na área interna, um pátio coberto, uma cantina, duas quadras poliesportivas, banheiros para os alunos, uma cozinha onde é servida a merenda, um consultório dentário desativado onde funciona a rádio da escola, uma sala de educação especial, um laboratório de ciências e uma sala de informática. A escola possui também um anexo com mais cinco salas de aula. Essas salas são utilizadas quando o número de alunos matriculados a cada ano é muito grande e não é possível a acomodação desses alunos nas dezesseis salas existentes no prédio principal. No período da manhã, quase sempre, quatro dessas salas são ocupadas pelos alunos da terceira série do ensino médio.

Na sala de informática da escola foram realizadas todas as atividades que fizeram parte desta pesquisa. Na sala de informática havia dez computadores, cadeiras, uma mesa circular localizada na parte central da sala, uma lousa para anotações, três impressoras e dois aparelhos de scanner. O ambiente era agradável e espaçoso para abrigar aproximadamente trinta alunos. Havia um ventilador de teto e um aparelho de ar-condicionado.

Segundo dados estatísticos fornecidos pela escola, no ano de 2002 o número de alunos matriculados nas diversas séries foi:

**TABELA 1 – Número de alunos da escola, por série e turno, em 2002**

| SÉRIE | TURNO | NÚMERO DE ALUNOS |
|---|---|---|
| 5ª série do Ens. Fundam. | Diurno | 82 |
| 6ª série do Ens. Fundam. | Diurno | 78 |
| 7ª série do Ens. Fundam. | Diurno | 116 |
| 8ª série do Ens. Fundam. | Diurno | 0 |
| 1ª série do Ens. Médio | Diurno | 488 |
| 1ª série do Ens. Médio | Noturno | 164 |
| 2ª série do Ens. Médio | Diurno | 315 |
| 2ª série do Ens. Médio | Noturno | 221 |
| 3ª série do Ens. Médio | Diurno | 220 |
| 3ª série do Ens. Médio | Noturno | 364 |
| **TOTAL** | | **2048** |

Em 2002, a escola funcionou em três turnos: manhã, tarde e noite. No período da manhã ela ofereceu o ensino médio; à tarde funcionou o ensino fundamental e apenas algumas salas do ensino médio; à noite ofereceu o ensino médio.

O corpo de funcionários era composto por um número elevado de pessoas. Havia uma diretora, duas vice-diretoras, duas coordenadoras pedagógicas (uma do diurno e outra do noturno), uma secretária, várias escriturárias, merendeiras, serventes e um Office-boy que auxiliava nos serviços administrativos. Existiam apenas duas inspetoras de alunos em exercício no ano de 2002 para um total de 2048 alunos matriculados na escola. Visivelmente esse número de inspetoras era insuficiente para o bom andamento das atividades de inspeção dos alunos na escola. Principalmente no período da tarde, onde a maioria dos alunos era do ensino fundamental, a necessidade de mais inspetoras era evidente. Nesse período trabalhava apenas uma inspetora, pois a outra trabalhava no período da manhã. Não havia nenhuma inspetora trabalhando no período noturno em 2002.

O corpo docente também era composto por um grande número de professores. Aproximadamente oitenta professores trabalhavam nos três turnos. A maioria desses profissionais era composta por mulheres e 50% deles era titular de cargo efetivo.

## 4.3 Os sujeitos da Pesquisa

Fazendo parte do corpo docente da citada escola em 2002 e tendo em mente que eu necessitaria realizar as atividades da pesquisa com alunos de uma determinada classe, assumi no momento da atribuição de aulas duas classes do ensino médio no período da manhã e mais duas classes do ensino fundamental no período da tarde. Até o momento da atribuição de aulas ainda estava indeciso sobre a turma com que iria realizar a pesquisa. Após um período de reflexão optei em realizar o estudo com os alunos da 5ª série do ensino fundamental do período da tarde.

Existiam três quintas séries no período da tarde: as turmas A, a B e a C. A turma A foi escolhida por uma outra professora da escola e as turmas B e C foram escolhidas por mim. Tinha ainda que decidir com qual delas realizaria o estudo.

As duas turmas possuíam características bem distintas. A turma B era composta no início do ano por vinte e seis alunos e a turma C possuía vinte e cinco alunos. No decorrer do primeiro semestre de 2002, atuando como professor de matemática nas duas turmas, fui tendo aos poucos uma visão mais detalhada sobre a realidade dessas classes.

A turma C recebeu mais três alunos durante o ano e dois deixaram de freqüentá-la. Portanto, o número final de alunos foi de vinte e seis. Os alunos dessa turma eram bem agitados e falavam bastante, mas tinham *facilidade* para o aprendizado, em média. Havia pouca distorção série/idade nessa turma, ou seja, quase todos os alunos estavam na série correspondente à sua idade.

A turma B recebeu mais uma aluna no decorrer do ano letivo e três alunos que estavam matriculados nessa classe deixaram de freqüentá-la. Havia alguns alunos com faixa etária acima da média para a série, alguns deles repetentes ou que tinham abandonado os estudos anteriormente. Em termos de *facilidade* para o aprendizado, era nítido que essa turma, na média, ficava abaixo da turma C. Um grande número de alunos matriculados nessa turma apresentava dificuldades para aprender matemática e necessitava de metodologias diferenciadas no processo de ensino e aprendizagem. O ambiente em sala de aula também era agitado, inclusive com alguns problemas disciplinares. Alguns alunos se recusavam a realizar as atividades propostas e incitavam os demais a acompanhá-los em seus comportamentos inapropriados para uma sala de aula. Isso se verificava em todas as disciplinas da grade curricular. Na opinião dos demais professores da classe, era muito difícil trabalhar com essa turma, uma vez que as condições mínimas de respeito às normas, organização e disciplina não estavam presentes.

Após um período de reflexão, considerando a realidade das duas turmas e a necessidade de práticas diferenciadas para elas, decidi realizar o estudo com os alunos da 5ª série B, o que seria um desafio adicional. Assim, os sujeitos da pesquisa foram os vinte e quatro alunos da 5ª série B que freqüentaram o ano letivo de 2002 até o fim e eu, na condição de professor/pesquisador.

## 4.4 As atividades desenvolvidas e os recursos utilizados

Durante o ano de 2002 atuei simultaneamente como professor da 5ª série B e como pesquisador da área de Educação Matemática. Minhas preocupações eram desenvolver uma boa prática docente e, ao mesmo tempo, realizar uma pesquisa com os critérios científicos necessários que garantissem credibilidade, validade e fidedignidade, de modo que seus resultados pudessem ser úteis para outros educadores.

Após a definição da turma com quem realizaria a pesquisa, comuniquei essa decisão para a classe, pedindo a opinião e o consentimento dos alunos. Expliquei os objetivos do estudo, a dinâmica das atividades, o tempo aproximado em que realizaríamos as atividades e as exigências que recairiam sobre eles. Todos os alunos aceitaram a participação na pesquisa e demonstraram uma certa expectativa positiva para o início das atividades. Essa conversa não foi de fato o estabelecimento de um contrato didático, no sentido dado por PERRENOUD (1997), mas tinha uma intenção bastante semelhante, de estabelecer os papéis que cada um de nós representaríamos nesse período. Isso é importante, assim como o é a adesão dos alunos à nova experiência porque suas características seriam bastante diferentes daquelas a que estavam acostumados.

O próximo passo foi a formação dos grupos que trabalhariam na sala de informática. Pedi que formassem oito grupos com três alunos cada, totalizando os vinte e quatro alunos. Foi um processo interessante de negociação entre os alunos para a formação dos grupos. Utilizei a lousa para ir anotando os nomes dos componentes dos grupos conforme os alunos iam decidindo a qual grupo pertenceriam. Houve alterações durante o processo de agrupamento e no final todos os alunos concordaram com a configuração dos grupos. Pude perceber que a organização final dos grupos ocorreu em função dos relacionamentos amigáveis que existiam na sala de aula. Os alunos mais "próximos" ou aqueles que tinham maior afinidade procuraram ficar no mesmo grupo.

As atividades de ensino e pesquisa foram realizadas na sala de informática da escola, com a utilização de oito computadores nos quais o software Cabri-Géomètre II estava instalado. Elas foram realizadas no período de 12/08/2002 a 03/10/2002[7] com parte dos conteúdos de Geometria que constavam no plano de ensino da referida turma.

---

[7] Nesse período ocorreram dois eventos na escola, fatos que impediram a realização de atividades no dia 30/08/2002 e na semana da Pátria (de 3 a 7 de Setembro de 2002). O primeiro evento chamado "Agita São Paulo" convocou todos os alunos para atividades físicas durante o período de aulas. O segundo, ocorrido na semana da Pátria e denominado "Gincana da Cidadania", envolveu os alunos na preparação e participação em atividades de dança, teatro, música e competições entre as escolas da região. Esses dois eventos provocaram um grande clima de agitação na escola, aumentando ainda mais o interesse dos alunos por atividades dessa natureza em prejuízo de atividades onde o conhecimento científico sistematizado pudesse ser estudado.

Os conteúdos de Geometria escolhidos para o desenvolvimento das atividades de ensino, aprendizagem e pesquisa foram divididos em seis temas:

**Tema 1: O ângulo e seus elementos**

**Tema 2: Medida de um ângulo**

**Tema 3: Construção da bissetriz de um ângulo**

**Tema 4: Ângulos consecutivos e ângulos adjacentes**

**Tema 5: Ângulos complementares e ângulos suplementares**

**Tema 6: Ângulos opostos pelo vértice (opv)**

Para cada tema foi elaborado um “roteiro de atividades” entregue aos alunos no início de cada atividade para que eles pudessem ter uma orientação sobre os objetivos da tarefa, os conceitos a serem construídos e os procedimentos que deveriam realizar durante as aulas no laboratório de informática.

As aulas de matemática da 5ª série B se concentravam nas segundas, quintas e sextas feiras com duas aulas por dia e duração de cinqüenta minutos cada. Nesses dias os alunos se dirigiam à sala de informática para as atividades de estudo.

Na sala de informática, cada grupo de três alunos utilizava um computador com o software Cabri-Géomètre II instalado. No início de cada aula o “roteiro de atividades” relativo ao tema a ser trabalhado era entregue aos alunos. Os roteiros dos seis temas encontram-se no ANEXO I desta dissertação.

A elaboração desses roteiros levou em consideração os conteúdos de Geometria existentes no plano de ensino da classe; considerou também as possibilidades oferecidas pelo software Cabri-Géomètre II no que se refere à abertura dada ao professor para o planejamento e execução de suas atividades utilizando as ferramentas do software e, por fim, os roteiros foram escritos procurando seguir uma orientação construtivista para a aprendizagem, conforme as características descritas anteriormente nesta dissertação.

Durante o desenvolvimento das aulas na sala de informática, minha participação se deu como professor e como pesquisador. Como professor, meu objetivo era ajudar os alunos a aprenderem os conteúdos de geometria propostos nas atividades. No início de cada aula, lhes entregava os roteiros, sanava dúvidas existentes no roteiro, entregava os disquetes aos alunos para abrirem as atividades anteriores que haviam ficado incompletas e terminarem essas atividades, ajudava-os em suas dúvidas conceituais e incentivava a participação de todos nas atividades. Ao ser chamado pelos alunos, ia até eles e oferecia alguma ajuda na resolução das tarefas sem, no entanto, lhes dar a resposta pronta. Procurava entender o que estavam pensando, porque tinham a dúvida, de onde ela provinha e através de questionamentos incentivava que pensassem a respeito; quando necessário, fazia interferências mais diretas, principalmente quando o problema era com o uso do software ou do próprio roteiro. Minha intenção era favorecer que os próprios alunos construíssem os conceitos geométricos por meio das atividades de ensino propostas e do meu acompanhamento e questionamentos.

Como professor, outras exigências existiram, tais como: administrar os conflitos ou desentendimentos entre os alunos; trabalhar com diferentes situações de ensino em sala de aula, ou seja, em várias aulas existiam grupos que estavam realizando temas diferentes, de acordo com o ritmo de cada grupo, o que exigiu um trabalho diferenciado e específico para o tema e para o grupo. Questões relativas à informática, como por exemplo, a reinstalação do software Cabri-Géomètre II em algum computador, o auxílio nas gravações em disquetes das construções efetuadas pelos alunos, a participação na resolução de algum problema técnico no computador, como a troca de um *mouse* ou a orientação pela troca de computador, o esclarecimento de dúvidas sobre a forma de utilização de algumas ferramentas do Cabri-Géomètre II, apareceram constantemente.

Enquanto pesquisador, minhas preocupações se concentravam na adequada execução da pesquisa, ou seja, em fazer as observações dos desempenhos dos alunos, o acompanhamento das atividades, o registro das ocorrências etc, a fim de responder o problema que lhe dera origem.

### 4.5 A Coleta e a Organização dos dados para a análise

Durante as atividades de ensino e pesquisa, os dados foram sendo coletados de várias formas. Para a coleta das produções dos alunos, os disquetes dos grupos foram fundamentais. Cada grupo possuía o seu disquete no qual gravavam todas as suas construções. Encerrada a aula, e em casa, eu providenciava a impressão de todas as produções a fim de analisá-las. Esse procedimento de coleta de dados, além de ser muito útil para a pesquisa foi extremamente importante para a função de professor, pois ao analisar as produções dos grupos constantemente, pude constatar seus erros e deficiências e tomar as medidas para a superação desses problemas. Assim, a pesquisa ajudava o professor a promover a avaliação contínua de seus alunos, uma avaliação verdadeiramente formativa.

Outra forma de coleta de dados foi a utilização de um diário de campo. No decorrer das aulas, todas as informações que me pareciam relevantes foram anotadas em um diário para futuras análises. As dificuldades e facilidades apresentadas na execução das atividades, as falas dos alunos, as formas de interações entre eles nos grupos e com o professor, os seus comportamentos, as dúvidas por eles apresentadas, entre outras coisas, foram objeto de registro. Esses registros foram efetuados durante as atividades e também em casa, no momento em que organizava as produções dos alunos.

No final da pesquisa, os alunos responderam um questionário (ANEXO II) para a avaliação da experiência das aulas na sala de informática. Como a pesquisa ocorreu em uma situação real de ensino, num contexto de sala de aula, além da avaliação contínua realizada durante o processo de ensino e aprendizagem, uma avaliação final foi aplicada com o objetivo de verificar os resultados obtidos e os conhecimentos adquiridos. Assim, duas provas escritas (ANEXO III), individuais e sem consulta, abordando os assuntos estudados na experiência foram aplicadas. As respostas do questionário e os resultados das avaliações escritas foram considerados dados da pesquisa.

Os dados coletados foram organizados de modo que eu pudesse analisá-los detalhadamente. A forma como os organizei possibilitou a análise das produções dos alunos, do desempenho nas avaliações e das respostas ao questionário.

Para cada tema estudado pelos grupos elaborei um quadro onde as produções dos alunos foram anotadas. Nesse quadro constavam: as questões do roteiro, os grupos, a freqüência de produções consideradas corretas, incorretas e/ou parcialmente corretas e suas respectivas porcentagens. Um espaço também foi reservado para comentários extras que por ventura os alunos pudessem ter feito.

Os resultados das avaliações foram inseridos em uma planilha. Foi possível, desta forma, calcular o número de questões acertadas por cada aluno, a porcentagem de acertos, do aluno e do seu grupo e o percentual de acerto de cada questão. Para uma melhor compreensão, duas partes desta planilha são mostradas a seguir[8].

| N. Alunos | 24 | Desempenho dos Alunos na Avaliação | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | GRUPO 1 | | | GRUPO 2 | | | GRUPO 3 | |
| **QUESTÃO** | **1A** | **1B** | **1C** | **2A** | **2B** | **2C** | **3A** | **3B** | **3C** |
| **1** | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| **2.1** | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| **2.2** | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | |
| **2.3** | 1 | 0 | | | 1 | 1 | | | |
| **2.4** | 1 | 0 | | | 1 | 1 | | | 0 |
| **2.5** | 1 | | | | 0 | 1 | | | |
| **3** | 1 | | 1 | | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| **3.1** | 1 | 1 | | 1 | 0 | 1 | | 1 | 0 |
| **3.2** | 1 | 0 | | | | | 0 | | |
| **3.3** | 1 | 0 | | 0 | | | | | 0 |
| **4** | 1 | 0 | 1 | 0 | | | | | 1 |
| **4.1** | 1 | 0 | 0 | 0 | | | 0 | 0 | |
| **5** | 0 | 0 | | | | | 0 | 0 | 0 |
| **1** | 1 | 0 | | | 0 | 1 | 0 | 0 | |
| **1.1** | 1 | 0 | | 0 | | 0 | 0 | 0 | |
| **2** | 1 | 0 | | 0 | | 1 | | | 0 |
| **3** | 1 | 0 | | | | 1 | 0 | 1 | |
| **4** | 1 | 0 | | | | 1 | 0 | 1 | |
| **5** | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **5.1** | 1 | 0 | 1 | 0 | | 1 | 0 | 0 | 0 |
| **Total** | 19 | 2 | 3 | 2 | 6 | 11 | 2 | 7 | 2 |
| **% Acerto** | **95,0** | **10,0** | **15,0** | **10,0** | **30,0** | **55,0** | **10,0** | **35,0** | **10,0** |
| **Méd % Acer do Grupo** | | **40,0** | | | **31,7** | | | **18,3** | |
| **Rel Nota/Média** | **2,38** | **0,25** | **0,38** | **0,32** | **0,95** | **1,74** | **0,55** | **1,91** | **0,55** |

[8] A planilha completa encontra-se no ANEXO IV.

| GRUPO 7 | | | GRUPO 8 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7A | 7B | 7C | 8A | 8B | 8C | Total | TOTAL (%) | TEMA |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 18 | **75,0** | **1** |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 13 | **54,2** | **2** |
| 0 | | 0 | 1 | 1 | 1 | 12 | **50,0** | **2** |
| | | 0 | 1 | 1 | 1 | 12 | **50,0** | **2** |
| | | 0 | 1 | 1 | 1 | 11 | **45,8** | **2** |
| | | | 1 | | | 4 | **16,7** | **2** |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 17 | **70,8** | **3** |
| | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 12 | **50,0** | **3** |
| | | 1 | 0 | 1 | 0 | 8 | **33,3** | **3** |
| | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 9 | **37,5** | **3** |
| | | 0 | 1 | | | 7 | **29,2** | **4** |
| | | 0 | 1 | | | 2 | **8,3** | **4** |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | **0,0** | **4** |
| 1 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | **16,7** | **5** |
| | | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | **8,3** | **5** |
| 1 | | 1 | 1 | 1 | 1 | 10 | **41,7** | **5** |
| | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 12 | **50,0** | **5** |
| | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 11 | **45,8** | **5** |
| | 0 | 1 | 0 | 0 | | 4 | **16,7** | **6** |
| | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 6 | **25,0** | **6** |
| 5 | 4 | 7 | 14 | 10 | 8 | 174 | | |
| **25,0** | **20,0** | **35,0** | **70,0** | **50,0** | **40,0** | | | |
| | **26,7** | | | **53,3** | | | | |
| **0,94** | **0,75** | **1,31** | **1,31** | **0,94** | **0,75** | | | |

As respostas dos alunos ao questionário foram organizadas em oito quadros. Cada quadro continha informações referentes as oito questões formuladas. Isso possibilitou a tabulação dos dados e o registro dos comentários dados pelos alunos.

A partir da organização dos dados, o passo seguinte foi à análise dos resultados. No capítulo 5 apresento e analiso todos os dados coletados durante a experiência de ensino e aprendizagem realizada com os alunos da 5ª série do ensino fundamental.

## 5. APRESENTANDO E ANALISANDO OS DADOS

Neste capítulo, apresento e analiso os dados obtidos durante a experiência de ensino realizada com os alunos da 5ª série do ensino fundamental, com o software Cabri-Géomètre II.

Os dados apresentados neste capítulo referem-se às atividades desenvolvidas pelos alunos na sala de informática, ao desempenho dos mesmos nas duas avaliações e ao questionário por eles respondido. Convém destacar, entretanto, para uma melhor compreensão de que se apresenta, que ao iniciar as atividades da pesquisa os alunos já haviam tomado conhecimento das ferramentas básicas do software que utilizariam no seu decorrer, o que lhes havia sido apresentado em alguns encontros anteriores.

### 5.1 Análise das atividades desenvolvidas

#### Tema 1: O ângulo e seus elementos

O primeiro tema trabalhado com os alunos apresentou três objetivos a serem atingidos: a formação do conceito de ângulo, a construção de ângulos e a identificação e nomeação dos vértices e dos lados de ângulos.

O roteiro de atividades foi composto de oito itens, incluindo os procedimentos que os alunos deveriam realizar e as explicações sobre os conceitos trabalhados nos grupos.

O item número um solicitou que os alunos determinassem três pontos não alinhados na tela do computador, utilizando o botão *ponto* da caixa de ferramentas. Todos os grupos realizaram corretamente a atividade.

O segundo item solicitou que os alunos nomeassem os três pontos determinados no item um com as letras A, B e C, utilizando o botão *rótulo*. Novamente todos os grupos conseguiram realizar com sucesso a atividade.

Os itens três e quatro solicitaram o traçado de duas semi-retas. Uma com origem no ponto A, passando pelo ponto B e a outra com origem no ponto A, passando pelo ponto C. A opção utilizada para a construção da figura foi o botão *semi-reta*. O item cinco, apenas mostrou que a figura construída representava o ângulo $B\hat{A}C$. Dizia que A era o vértice e que $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$ eram os lados do ângulo. O sexto item instruiu sobre a construção da marca do ângulo $B\hat{A}C$ na figura. Mais uma vez, todas as atividades propostas nos itens três, quatro e seis foram realizadas com sucesso pelos alunos de todos os oito grupos. Minhas intervenções nos grupos basearam-se principalmente em algumas orientações a respeito do uso das ferramentas do software Cabri-Géomètre II, tais como: o traçado da semi-reta com origem em um ponto, passando por outro; a construção da marca do ângulo, incluindo a seleção correta do botão na caixa de ferramentas e a ordem dos cliques para a determinação da marca na figura.

É importante salientar que uma das principais características dos seis primeiros itens foi que as atividades se baseavam principalmente em instruções que eram dadas aos alunos, por meio do roteiro, para a realização de procedimentos com o auxílio das ferramentas do software Cabri-Géomètre II, visando atingir os objetivos propostos para o tema e também favorecer a aprendizagem dos conceitos envolvidos. Como as instruções constantes nos itens foram bem claras e quando surgia alguma dúvida, eu era chamado para esclarecê-la, todos os grupos conseguiram realizar as atividades corretamente. Outra observação por mim registrada, da atividade um até a seis, foi à indagação feita por três dos oito grupos participantes da pesquisa (grupo 1, grupo 3 e grupo 8) sobre o item número cinco do roteiro. Em princípio, os três grupos citados não estavam entendendo que o item cinco se referia a uma explicação sobre a figura construída por eles. Ao ser chamado pelos membros desses grupos, tive a oportunidade de explicar em suas próprias construções os elementos do ângulo construído. A dúvida levantada pelos alunos dos três grupos serviu também para eu esclarecer que, no roteiro de atividades, além dos procedimentos que eles deveriam realizar, existiam explicações dos conceitos envolvidos nos temas.

O sétimo item do roteiro de atividades solicitou que os alunos utilizassem procedimentos semelhantes à construção do ângulo $B\hat{A}C$ e fizessem mais três construções de ângulos: $M\hat{N}P$, $R\hat{S}T$ e $X\hat{Y}Z$. Pediu também para que identificassem os vértices e os lados dos ângulos construídos.

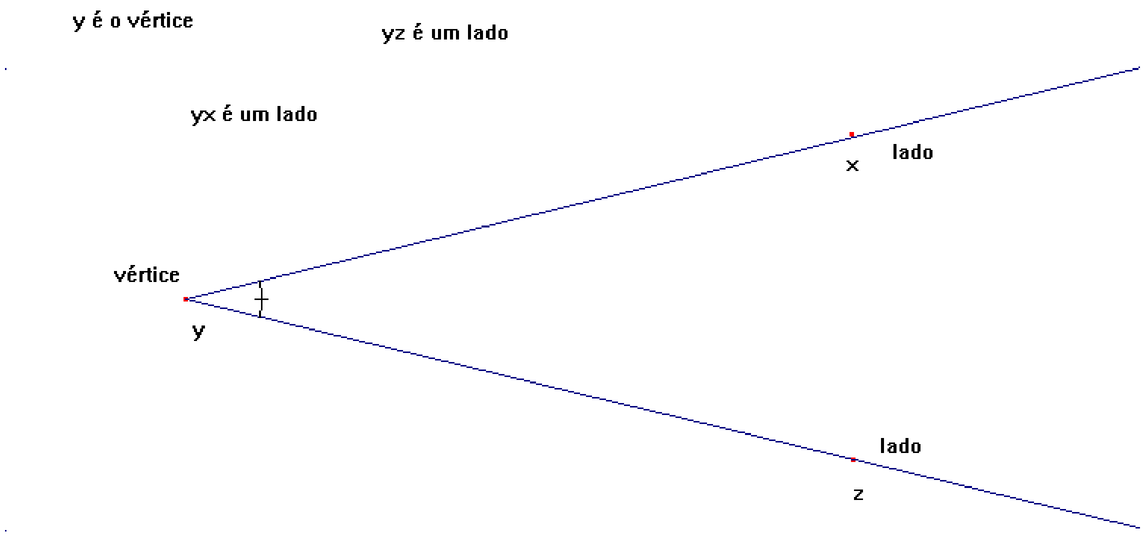
A partir deste momento, minhas intervenções se tornaram mais importantes no processo de ensino e aprendizagem, ou seja, elas não ficaram somente no esclarecimento de dúvidas sobre a utilização das ferramentas do software Cabri-Géomètre II, mas se direcionaram para os conceitos geométricos que estavam sendo estudados. Mesmo tendo construído o ângulo $B\hat{A}C$ anteriormente e mesmo existindo no roteiro uma explicação a respeito do vértice e dos lados de um ângulo, vários grupos inicialmente não construíram corretamente os ângulos pedidos. O principal equívoco foi a colocação incorreta da letra que representava o vértice do ângulo. Na medida em que percorria os grupos para ver o andamento das atividades, eu sempre verificava as produções e quando havia algum problema, fazia os questionamentos necessários para que os alunos acertassem as atividades, mas as resoluções apresentaram problemas.

O sétimo item do roteiro de atividades foi extremamente importante para que os alunos compreendessem os elementos componentes de um ângulo. No momento em que tiveram que construir os três ângulos, a partir da nomenclatura adotada, o conceito de ângulo e de seus elementos pôde ser trabalhado e discutido entre os alunos e eu. Em vários momentos da aula, ao verificar que os alunos não estavam atentos para a correta colocação do vértice nas construções, eu sempre fazia algum tipo de intervenção no sentido de orientá-los para a correção da atividade e também os auxiliava para que caminhassem para a verdadeira formação do conceito geométrico em questão. Por diversas vezes, em classe, quando eu falava que a construção geométrica do ângulo feita por eles não estava de acordo com a construção solicitada, os próprios alunos se questionavam para descobrir os motivos que deixavam a construção em desacordo com o enunciado proposto. Nessas horas, a explicação existente no item número cinco do roteiro foi muito valiosa. Ao colocar o ângulo $B\hat{A}C$, mostrando que A é o vértice e que $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$ são os lados desse ângulo, os alunos puderam verificar suas construções e efetuar as devidas correções, inclusive escrevendo os elementos dos ângulos de acordo com a notação matemática adotada no roteiro.

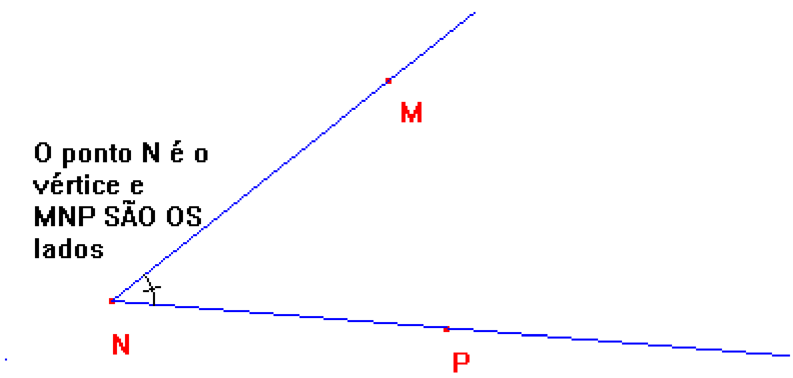
Os recursos existentes no software Cabri-Géomètre II possibilitaram a correção dos erros e a reconstrução dos ângulos de acordo com a instrução dada. Alguns alunos efetuaram algumas construções utilizando o botão *segmento*, em vez de *semi-reta*, existente na barra de ferramentas. Outros alunos, para acertarem as construções, utilizaram o botão *esconder/mostrar*. Ao perceberem que haviam colocado outra letra como vértice do ângulo, apagavam e alteravam a letra que correspondia ao vértice do ângulo. A opção *comentários* da barra de ferramentas também foi extremamente útil para o desenvolvimento das atividades. Por meio desse botão, os alunos puderam expressar suas respostas e conclusões em relação às questões existentes no roteiro. Esse recurso existente no Cabri-Géomètre II também foi importante para que eu, na condição de professor, acompanhasse o processo de aprendizagem dos alunos. Analisando durante as aulas na própria sala de informática ou em casa as respostas dos alunos, pude detectar os pontos que mereciam maior atenção ou que deveriam ser retomados nas aulas seguintes.

O desempenho dos grupos foi o seguinte: os grupos 1, 2, 5, 6 e 8 realizaram corretamente as atividades do item sete, representando 62,5% do total de grupos. Os grupos 3 e 4 (25,0%) realizaram parcialmente as atividades, ou seja, fizeram as construções dos ângulos corretamente, mas não nomearam os lados desses ângulos de maneira adequada. Somente o grupo número 7 (12,5%) não realizou corretamente as atividades propostas. É importante salientar que, neste dia, apenas um aluno do grupo 7 esteve presente na aula. Todos os demais membros desse grupo tinham faltado.

A figura seguinte mostra uma construção do grupo 6. Nela podemos verificar que todos os objetivos propostos neste tema foram atingidos. Os alunos demonstraram ter compreendido o conceito de ângulo, demonstraram também que ocorreu o aprendizado da construção de ângulos a partir de uma notação matemática utilizada e souberam identificar os elementos componentes de um ângulo, ou seja, seu vértice e seus lados[9].



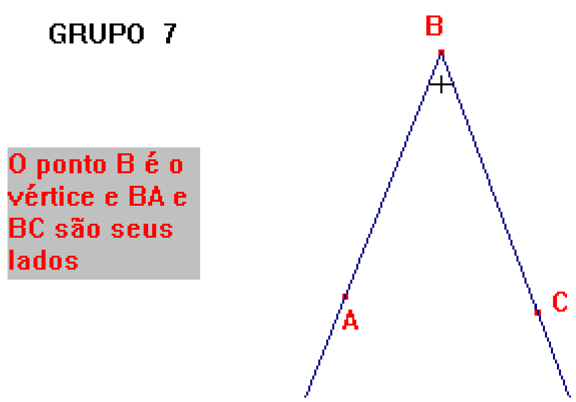

Já esta outra figura, construída pelos alunos do grupo 3, mostra que os objetivos deste primeiro tema foram parcialmente alcançados por esses alunos. Eles conseguiram construir o ângulo, mas não souberam escrever na linguagem matemática seus elementos componentes. Percebe-se que a construção do ângulo $M\hat{N}P$ está correta, mas a identificação dos lados desse ângulo não está adequada.




[9] As construções selecionadas para ilustrar as resoluções dos alunos foram "recortadas" da tela do software Cabri-Géomètre II; portanto, são apenas partes das suas construções. Por isso os lados dos ângulos parecem ser segmentos quando na verdade são semi-retas.

O oitavo item do roteiro solicitou que os alunos construíssem um ângulo a partir da identificação do vértice e de seus lados. O objetivo desse item foi trabalhar o conceito de ângulo de maneira diferente da trabalhada anteriormente. Enquanto as primeiras atividades se caracterizavam por procedimentos orientados para a construção de ângulos, esta exigiu dos alunos uma reflexão maior sobre o conceito estudado, ou seja, os alunos deveriam realizar a atividade pensando de maneira conceitual. Outra intenção desse item foi proporcionar aos alunos uma nova oportunidade de trabalhar o conceito de ângulo e seus elementos. O uso de diferentes estratégias procedimentais, uma quantidade razoável de ações ordenadas para se atingir um objetivo, uma ordenação de seqüências de ensino e a aplicação de maneira diferenciada de um determinado conteúdo conceitual podem favorecer a aprendizagem de determinados conceitos.

Os grupos 1, 4, 5, 6, 7 e 8, representando 75,0% dos alunos, realizaram corretamente a atividade e os grupos 2 e 3, ou seja, 25,0% dos alunos, não realizaram a atividade. Dois fatos interessantes aconteceram neste item. O primeiro foi que os alunos do grupo 3, que haviam feito parcialmente o item sete, nomeando erroneamente os lados dos ângulos, deixaram esta atividade em branco. Muito provavelmente não tenham feito a atividade por não terem compreendido o conceito de ângulo e de seus elementos. O fato de não terem nomeado corretamente os lados dos ângulos da sétima atividade pode ter relação com a não execução da oitava, uma vez que esta pediu a construção de um ângulo a partir do seu vértice e de seus lados. Se o conceito de ângulo tivesse sido compreendido por esses alunos, a atividade seria resolvida a partir da apresentação dada. Se o grupo também tivesse chamado o professor para alguns esclarecimentos, o problema poderia ter sido resolvido, fato este que não aconteceu[10]. O outro fato foi relacionado ao grupo 7. No item anterior, que pediu a construção dos ângulos $M\hat{N}P$, $R\hat{S}T$ e $X\hat{Y}Z$ o único aluno deste grupo não construiu corretamente os ângulos, pois não colocou de maneira adequada os vértices e os lados dos ângulos citados. Já neste item, ele pôde estudar mais os conceitos envolvidos no tema. Minhas intervenções ocorreram em alguns momentos com o objetivo de ajudá-lo na compreensão de tais conceitos e a produção final da atividade ficou correta. O oitavo item do roteiro foi extremamente importante para esse aluno, pois ele conseguiu realizar a construção de maneira correta e também sanar algumas dúvidas com o professor. Minhas intervenções foram mais direcionadas, pois o aluno não havia feito corretamente o item anterior (sétimo) e eu sabia que ele não havia compreendido o conceito de ângulo, fato este demonstrado na sétima atividade. Minhas orientações enfatizaram a necessidade da correta colocação da letra que representa o vértice e também se direcionaram para a nomeação dos lados do ângulo formado. A figura abaixo ilustra a produção final do aluno, após minhas intervenções:



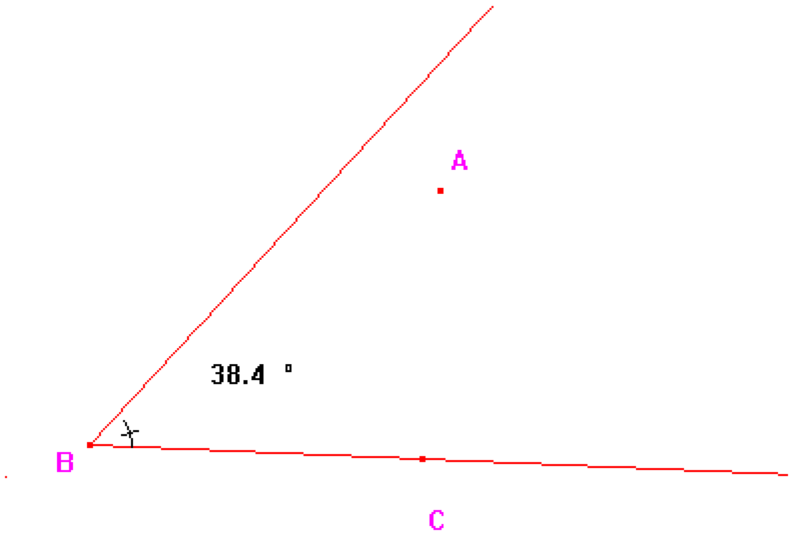

[10] Os problemas existentes nas produções dos alunos (erros, imprecisões etc) sempre eram retomados em aulas seguintes.

**Tema 2: Medida de um ângulo**

O segundo tema trabalhado com os alunos apresentou quatro objetivos a serem atingidos com as atividades: a formação do conceito de unidade de medida de um ângulo; a construção de ângulos e a verificação de suas medidas; a alteração da abertura das semi-retas dos ângulos construídos para a verificação da alteração do valor da medida desses ângulos e a formação do conceito de ângulos congruentes, ângulos rasos, ângulos nulos, ângulos de uma volta, ângulos retos, ângulos agudos e ângulos obtusos.

O roteiro de atividades foi composto de nove itens. Como a formação do conceito de ângulo já havia sido trabalhada no tema 1, as instruções para as novas construções de ângulos neste tema se apresentaram de forma mais direta, ou seja, se os alunos tivessem que construir um determinado ângulo, no roteiro constava: construa o ângulo $A\hat{B}C$, sem mencionar o vértice e os lados desse ângulo. A intenção dessa forma de se abordar os conteúdos foi reforçar a construção do conceito de ângulo. Os alunos que ainda tivessem algumas dúvidas sobre os conceitos trabalhados no tema 1 poderiam eliminá-las com mais essas atividades e também poderiam consultar o roteiro de construção que tinham em mãos.

O primeiro item do roteiro de atividades solicitou que os alunos construíssem o ângulo $A\hat{B}C$. Existia no próprio item a informação de que eles poderiam consultar o tema número um para o esclarecimento de dúvidas a respeito da construção de um ângulo. Sete grupos (87,5%) realizaram com sucesso a atividade solicitada neste item. Apenas o grupo dois não realizou a atividade corretamente. Este grupo até tentou construir o ângulo pedido, demonstrando ter compreendido quem é o vértice e quem são os lados. O problema ocorrido na construção foi que a semi-reta por eles construída teve origem no ponto B, mas não passou pelo ponto A, fato este que tornou a construção incorreta e que causou como conseqüência um erro na medida do ângulo $A\hat{B}C$. A figura abaixo ilustra a construção efetuada pelos alunos do grupo 2:



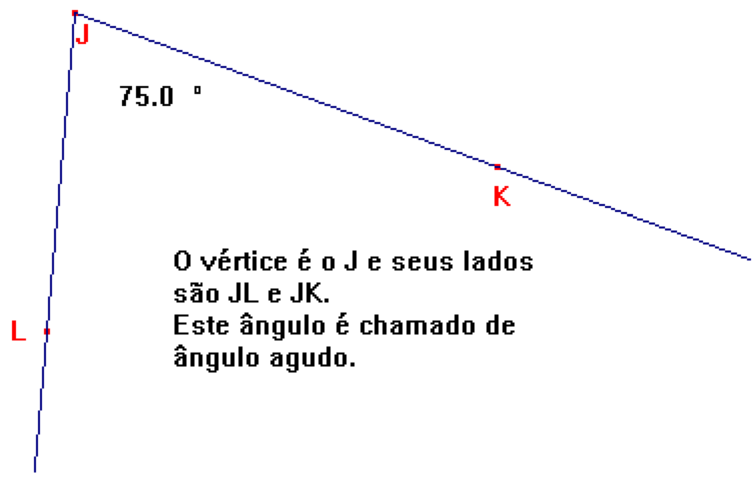

O item dois pedia para os alunos utilizarem o botão *ângulo* do software Cabri-Géomètre II para a determinação da medida do ângulo $A\hat{B}C$. A instrução existente no roteiro sobre a ordem dos cliques que deveriam ser dados, mais as minhas intervenções orientando e ajudando os grupos em que era chamado fizeram com que sete grupos (87,5%) realizassem corretamente a atividade, determinando a medida do ângulo $A\hat{B}C$. O grupo 2 também conseguiu determinar uma medida na construção. O problema é que o valor determinado não correspondia à medida do ângulo construído pelo grupo. Como uma semi-reta não passou pelo ponto A, o valor de $38{,}4^{o}$ determinado pelo grupo não representava a medida da abertura do ângulo $A\hat{B}C$.

O terceiro item do roteiro solicitou que os alunos movimentassem uma das semi-retas do ângulo anteriormente construído. Em seguida, pediu para os alunos registrarem suas observações utilizando o botão *comentários*. Os grupos 1, 2, 3 e 5 (50,0%) registraram as observações em relação à variação da medida do ângulo. As respostas foram bem parecidas, ou seja, mencionaram que o valor da medida do ângulo vai aumentando e diminuindo conforme vai se alterando a abertura das semi-retas. O grupo 4 (12,5%) escreveu que a marca do ângulo aumenta e diminui com a movimentação da semi-reta. O grupo 8 (12,5%) apenas registrou o valor da medida do ângulo construído. Muito provavelmente tenham movimentado a semi-reta e visto a alteração instantânea do valor da medida do ângulo $A\hat{B}C$. Os grupos 6 e 7 (25,0%) não registraram suas observações no disquete.

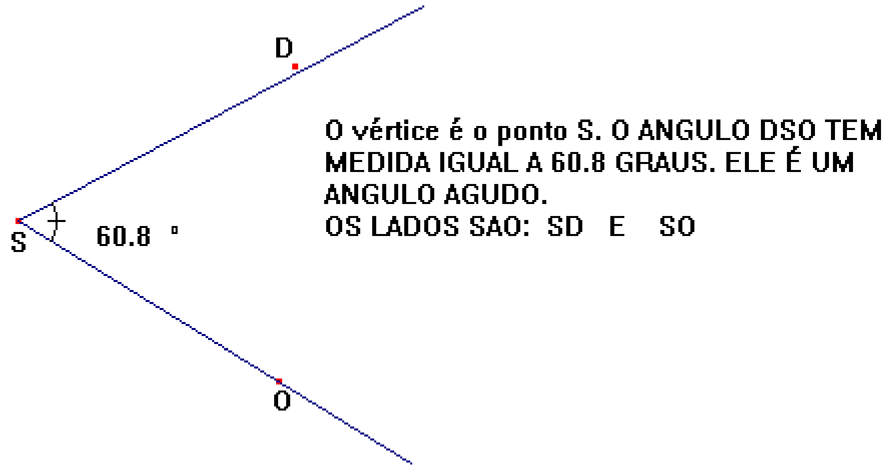
Essa atividade possibilitou a exploração das ferramentas do software Cabri-Géomètre II de maneira fácil e direta, o que permitiu aos alunos a visualização imediata das alterações ocorridas nas aberturas dos ângulos e nas respectivas medidas desses ângulos. O conceito de medida angular pôde ser explorado por meio de uma geometria dinâmica que oferece aos alunos a oportunidade de efetuar alterações na construção inicial e verificar suas propriedades de maneira dinâmica e instantânea com o auxílio de um programa de computador.

Dando seqüência às atividades, o item quatro pediu aos alunos que construíssem cinco ângulos a partir de suas medidas. Os valores das medidas foram $45^o$, $60^o$, $75^o$, $120^o$e $135^o$. Em seguida, a atividade solicitou que os alunos classificassem esses ângulos de acordo com as suas medidas. Esse foi um dos objetivos propostos no tema dois: a classificação de ângulos de acordo com o valor de sua medida.

Apenas os grupos 1 e 8 (25,0%) realizaram completamente e corretamente a atividade proposta. O grupo 1, além de construir e classificar todos os ângulos, também identificou os vértices e os lados de todos os ângulos construídos. Isso pode ser visto em uma de suas construções, apresentada abaixo:




Os demais grupos, representando 75,0% do total, realizaram parcialmente a atividade. Os alunos do grupo 2 construíram três dos cinco ângulos solicitados e não fizeram a classificação de nenhum deles. Os membros do grupo 3 construíram e classificaram três dos cinco ângulos. Apesar de não terem feito todos os ângulos solicitados, em suas três construções também identificam os vértices e os lados dos ângulos. Outra característica apresentada foi a não observância do valor exato da medida angular. As três construções apresentavam medidas não exatas do ângulo, ou seja, no lugar de $45^o$, $60^o$ e $75^o$, construíram $45,3^o$, $60,8^o$ e $75,5^o$. Essa pequena “distorção” poderia não ter sido percebida se os alunos tivessem realizado as construções utilizando papel, lápis e transferidor. A precisão na determinação da medida angular oferecida pelo software Cabri-Géometre II é uma característica que deve ser explorada em atividades de ensino. Valorizar a exatidão das medidas em construções geométricas é uma forma de incentivar o rigor no raciocínio matemático. A figura abaixo ilustra uma das construções do grupo 3:




Observando atentamente a construção anterior, podemos verificar que o ponto D está fora da semi-reta, fato este que causa uma imprecisão na construção do ângulo $D\hat{S}O$. Verificando o disquete do grupo, constatei que a semi-reta $\overrightarrow{SO}$ foi construída corretamente, ou seja, teve origem em S e passou pelo ponto O . Já a semi-reta $\overrightarrow{SD}$ não foi construída com o mesmo critério. Ela teve origem no ponto S mas não passou exatamente pelo ponto D. O valor encontrado para a medida do ângulo $D\hat{S}O$, determinado pelo software Cabri-Géomètre II quando utilizaram o botão ângulo, foi determinado quando os alunos clicaram nos pontos D, S e O. Esse tipo de problema nas construções de ângulos foi muito recorrente em vários grupos. Em muitas ocasiões os alunos construíam muito rapidamente os ângulos e não se preocupavam com a precisão de suas construções. Quando eu percebia o problema, sempre explicava aos alunos as conseqüências que esse “erro” acarretava e os orientava para a correta construção geométrica. Aproveitava esses momentos para esclarecer algumas formas de se utilizar as ferramentas do software Cabri-Géomètre II e também fazia questionamentos sobre a construção realizada, relacionando-a com a definição conceitual de ângulo e de medida angular. Desta forma, ao verem a imprecisão de suas construções e a importância de se obter uma figura geométrica que realmente representasse um ângulo de determinada medida, os alunos refletiam sobre os conceitos envolvidos e começavam a depurar e a construir de maneira mais criteriosa esses conceitos. Minha intenção era favorecer uma aprendizagem significativa dos conceitos, ou seja, ajudar os alunos na construção dos conceitos de maneira reflexiva e não simplesmente de forma mecânica.

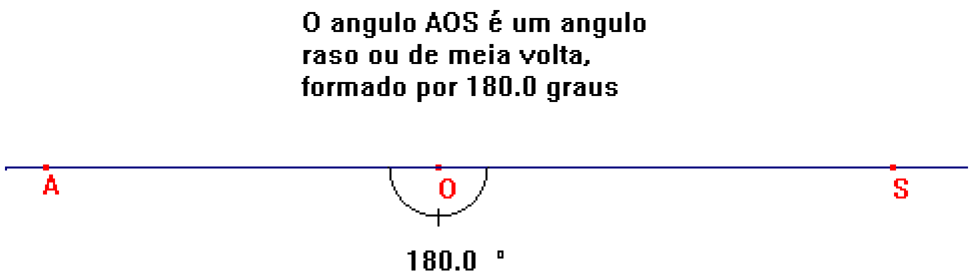
Os alunos do grupo 4 construíram todos os ângulos, identificaram os vértices e os lados de quatro dos cinco ângulos, mas não efetuaram a classificação de nenhum deles. Já no grupo 5, os alunos construíram todos os ângulos e classificaram corretamente apenas um deles. Os alunos do grupo 6 efetuaram somente a construção e classificação do ângulo de $135^o$. A produção do grupo 7 foi muito boa, ou seja, os alunos construíram todos os ângulos e deixaram de classificar apenas um deles, o de $60^o$, muito provavelmente por distração ou esquecimento pois acertaram a classificação dos demais.

A quinta atividade proposta no tema dois solicitou que os alunos construíssem um ângulo reto. No próprio roteiro aparecia a informação de que um ângulo reto tem medida igual à $90^o$ e os seus lados são perpendiculares.

Os resultados foram satisfatórios. Os grupos 1, 5, 6, 7 e 8 (62,5%) realizaram corretamente a atividade. Os grupos 2 e 4 (25,0%) a deixaram em branco. O grupo 3 construiu o ângulo de $90^o$, mas o classificou de ângulo agudo.

A sexta atividade do roteiro pedia para os alunos construírem duas semi-retas opostas de mesma origem. Pedia também para que identificassem o ângulo formado.

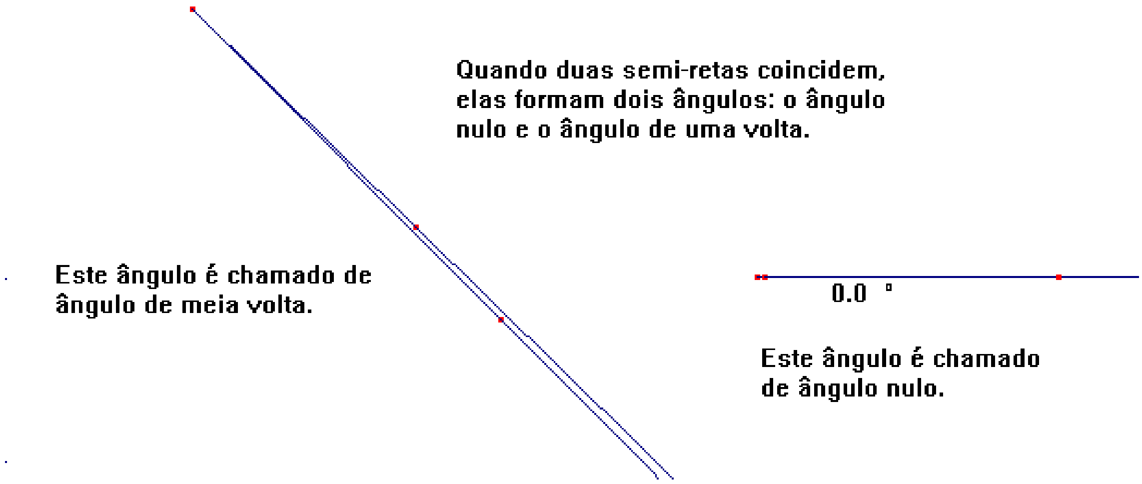
Os resultados também podem ser considerados satisfatórios, pois a maioria dos grupos conseguiu realizar a atividade. Os grupos 1, 3, 5, 6, 7 e 8 (75,0%) realizaram corretamente a atividade. O grupo 2 (12,5%) deixou em branco a atividade e o grupo 4 (12,5%) efetuou a construção do ângulo formado pelas duas semi-retas opostas de mesma origem, determinou a medida desse ângulo, mas não fez a identificação do ângulo ou a sua classificação em função de sua medida. A figura abaixo mostra a construção do ângulo raso feita pelos alunos do grupo 6. Podemos notar que eles empregaram corretamente a notação matemática para a identificação do ângulo e fizeram a sua classificação de acordo com a medida encontrada.



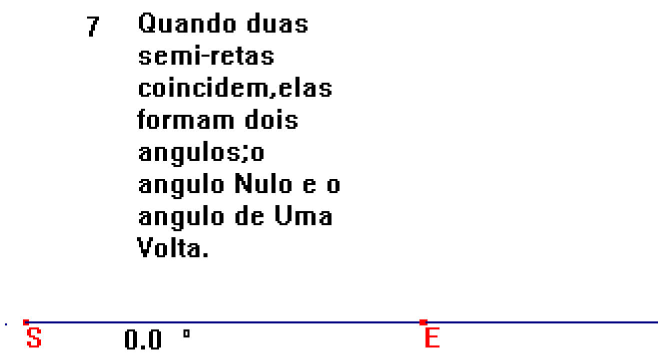

A atividade número sete deste tema apresentou um resultado que merece um detalhamento maior em relação às produções dos grupos e às intervenções por mim efetuadas durante a realização das atividades. O objetivo deste item foi apresentar os conceitos de ângulo nulo e ângulo de uma volta. Para isso, a atividade começava com uma indagação aos alunos sobre quais eram os ângulos formados quando duas semi-retas são coincidentes. Em seguida, solicitava que os alunos construíssem os dois tipos de ângulos formados e fizessem a classificação desses ângulos.

Os grupos 1, 3, 4, 5, 6, 7 e 8 (87,5%) tentaram realizar a atividade, mas suas produções ficaram incompletas ou imprecisas. O grupo 2 (12,5%) deixou a atividade em branco. Analisando detalhadamente as produções de cada grupo, podemos ter uma visão mais completa e precisa do que cada um fez.

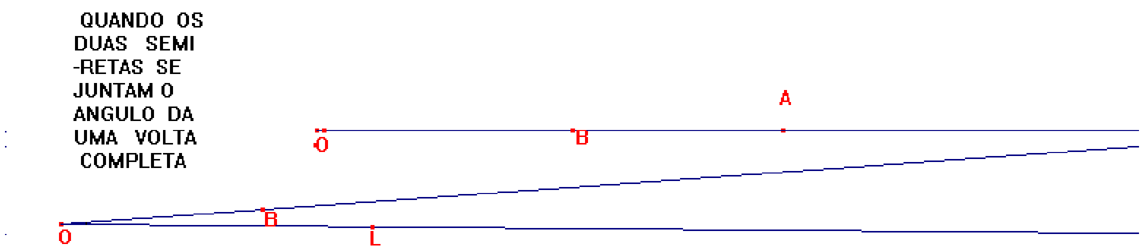
O grupo 1 respondeu corretamente a pergunta existente no roteiro de atividades. Mencionaram que quando duas semi-retas são coincidentes, elas formam dois ângulos que são o ângulo nulo e o ângulo de uma volta. Os problemas apareceram nas duas construções. Na primeira, construíram duas semi-retas de mesma origem, movimentaram-na até quase ficarem coincidentes e escreveram que o ângulo formado é um ângulo de "meia volta". A segunda construção também ficou imprecisa. Os alunos traçaram duas semi-retas coincidentes, marcaram três pontos nessa construção, determinaram a medida do ângulo (zero grau) e escreveram que o ângulo é nulo. Em nenhum dos casos nomearam os ângulos com letras indicando o vértice e os lados. Suas produções evidenciaram que o conceito de ângulo uma volta não foi totalmente apropriado. Não colocaram a nomeação do ângulo e confundiram com o ângulo de meia volta ($180^o$). O conceito de ângulo nulo também não foi apropriado adequadamente pelos alunos. Eles até perceberam que um ângulo nulo deva ter zero grau de medida, mas a construção não forneceu elementos que realmente indicassem a compreensão do conceito de ângulo nulo, ou seja, aquele formado por duas semi-retas coincidentes. As duas figuras seguintes são as construções desse grupo:



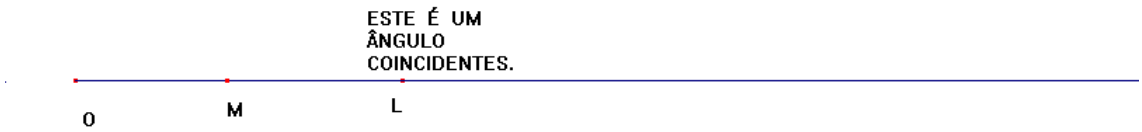

O grupo 3 respondeu corretamente a pergunta inicial mas fez somente a construção do ângulo nulo, indicando a sua medida. A construção também apresentou imprecisões, uma vez que colocaram apenas dois pontos nas semi-retas e não ficou evidente quais eram os lados desse ângulo que apresenta como vértice o ponto S. Isso pode ser visto na figura abaixo:

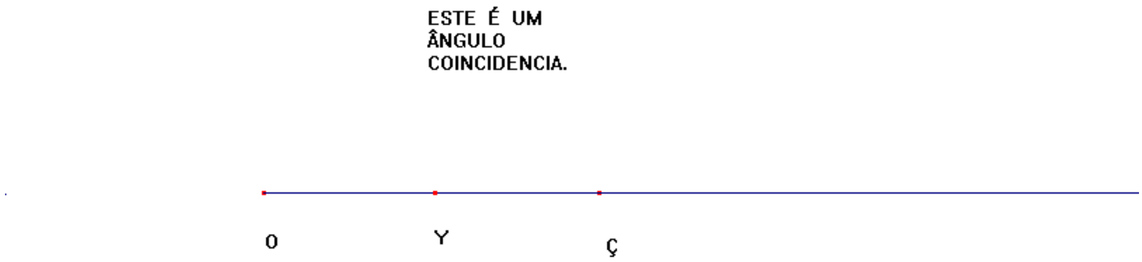



O grupo 4 respondeu apenas que as semi-retas formam um ângulo de uma volta. Eles efetuaram duas construções. A primeira mostra duas semi-retas coincidentes com a determinação de três pontos O, B e A nas semi-retas. Não há notação do ângulo formado e de sua medida. Provavelmente essa construção tenha sido efetuada para representar um ângulo nulo. Na segunda construção, os alunos determinaram duas semi-retas com a mesma origem (ponto O) e efetuaram a movimentação de uma das semi-retas até ela se aproximar muito da outra. O objetivo da construção era provavelmente a representação de um ângulo de uma volta. Não há identificação do ângulo formado nem de sua medida. Pelas produções do grupo, há evidências de que os alunos tenham se apropriado parcialmente dos conceitos de ângulo nulo e ângulo de uma volta. Parcialmente porque tentaram representar os dois tipos de ângulos em suas construções geométricas, mas não colocaram a notação matemática adotada nas atividades para a identificação desses ângulos; tampouco determinaram as medidas desses dois tipos de ângulos, elementos estes que são fundamentais para a demonstração do aprendizado desses conceitos. Suas construções são apresentadas abaixo:

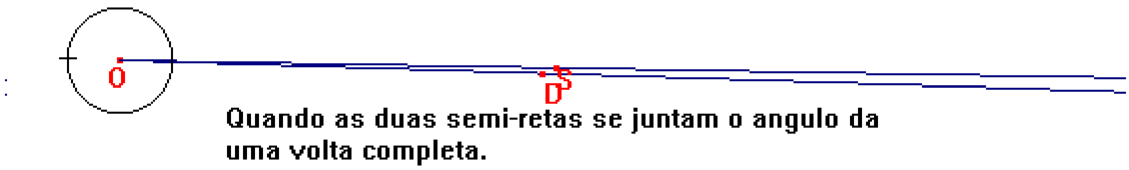



O grupo 5 fez duas construções geométricas semelhantes. Em ambas determinaram duas semi-retas coincidentes, colocaram três pontos distintos nas semi-retas e escreveram que o ângulo é “coincidente”. Os alunos confundiram semi-retas coincidentes com lados coincidentes de ângulos, não nomearam os ângulos formados e não colocaram os valores de suas medidas. Eles podem ter percebido a “lógica” do ângulo nulo, pois sabem que precisam de duas semi-retas de mesma origem, mas coincidentes. Talvez não tenham conseguido nomear o ângulo nulo ou não tenham entendido a definição de ângulo de uma volta. Suas produções aparecem a seguir:

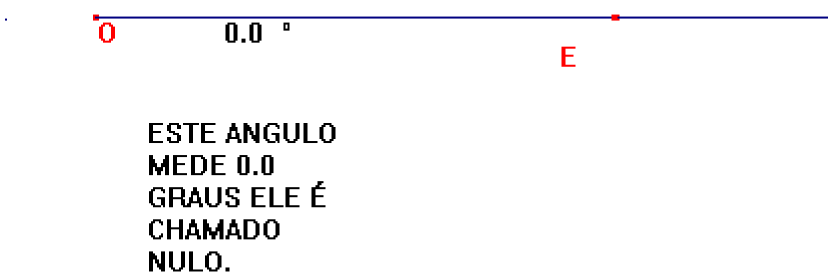


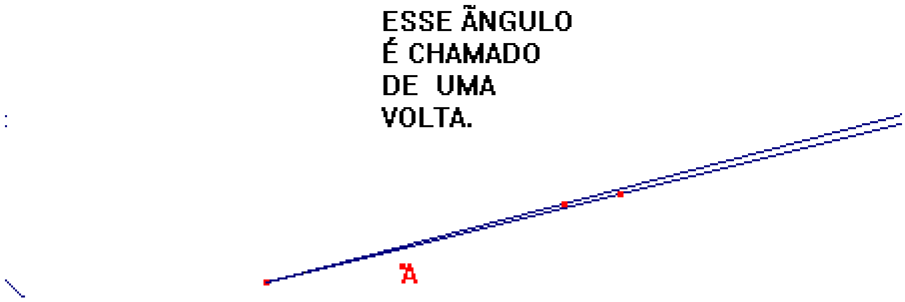

O grupo 6 efetuou apenas uma construção geométrica. Determinaram duas semi-retas com a mesma origem (ponto O) e movimentaram-nas na tentativa de que ficassem coincidentes. Em seguida, escreveram que quando duas semi-retas se juntam o ângulo formado é de uma volta completa. Não nomearam o ângulo formado e nem colocaram o valor da medida do ângulo de uma volta. O grupo não efetuou a construção do ângulo nulo. Mesmo não tendo colocado a medida de um ângulo de uma volta e não tendo nomeado o ângulo construído pelo grupo, a forma com que construíram a figura, colocando inclusive a marca do ângulo de uma volta, e a explicação que deram indicam que o grupo, no momento da atividade, entendeu o conceito de um ângulo de uma volta. A próxima figura ilustra isso:




O grupo 7 fez somente uma construção geométrica. Determinaram duas semi-retas de mesma origem e coincidentes, marcaram três pontos sobre as semi-retas (mas nomearam apenas dois deles) e determinaram o valor da medida do ângulo formado sem, no entanto, nomear qual ângulo foi formado. Em seguida, escreveram que um ângulo que tem medida igual a zero grau é chamado de ângulo nulo. O grupo não efetuou a construção do ângulo de uma volta. Analisando a produção do grupo, podemos constatar que o conceito de ângulo nulo foi entendido como aquele cuja medida é zero grau. Mas a compreensão genuína do conceito de ângulo nulo, como sendo aquele formado por duas semi-retas coincidentes, podendo ser nomeado e representado geometricamente não foi conseguida. A figura abaixo se refere às produções do grupo 7:



O grupo 8 fez duas construções geométricas. Na primeira determinaram duas semi-retas de mesma origem e coincidentes. Determinaram também quatro pontos sobre as semi-retas e mediram o ângulo formado, indicando o valor de zero grau. Nessa primeira construção, os alunos não nomearam o ângulo formado. Na segunda construção, os alunos traçaram duas semi-retas de mesma origem, mas não coincidentes. Em seguida, movimentaram uma das semi-retas até ela coincidir com a outra. O grupo chamou o ângulo representado por esta figura como ângulo de uma volta. Também nesta segunda construção os alunos não nomearam o ângulo, indicando o vértice e seus lados, e não colocaram o valor da medida do ângulo de uma volta. Analisando as produções do grupo, verificamos que o conceito de um ângulo nulo foi entendido como sendo aquele cuja medida é zero grau e que esse ângulo é formado por duas semi-retas de mesma origem e coincidentes. Mesmo não tendo nomeado o ângulo, a construção feita pelos alunos evidencia o aprendizado desse conceito. Já na construção da figura para a representação do ângulo de uma volta não podemos dizer o mesmo. Os alunos fizeram corretamente as duas semi-retas com mesma origem, movimentaram-nas para que ficassem coincidentes, mas não deram sinais claros sobre o significado do conceito do ângulo de uma volta. Nem ao menos fizeram na construção a marca do ângulo de uma volta ou escreveram o valor de sua medida. Para esse conceito, a compreensão pode ter sido parcial. Encontram-se a seguir as suas produções e explicações:

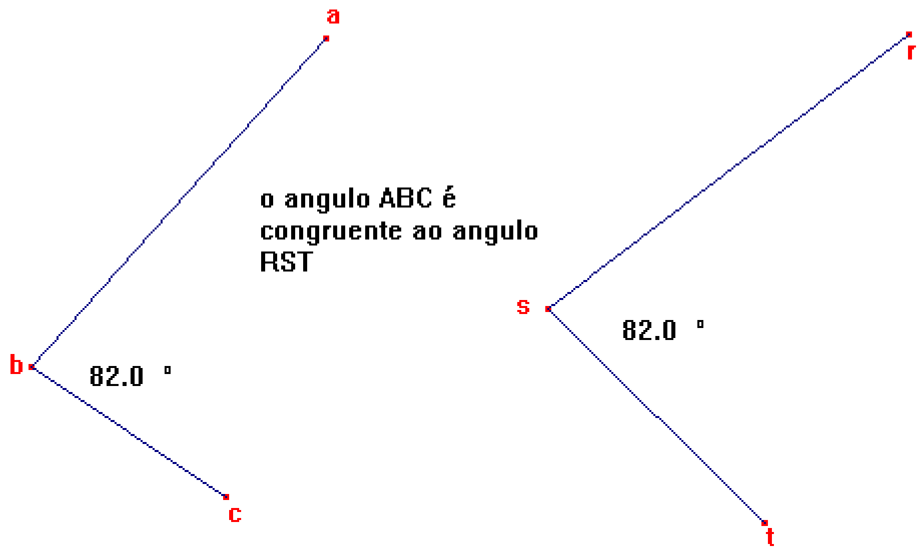




Minhas intervenções nessas atividades basearam-se principalmente em ajudar os alunos na interpretação da tarefa solicitada e na construção das semi-retas coincidentes que resultariam nos dois tipos de ângulos. Diversas vezes fui chamado para explicar a construção das semi-retas coincidentes. Em alguns momentos instrui passo a passo os alunos em relação à seqüência de procedimentos que deveriam ser feitos para a construção da figura geométrica e, conseqüentemente, para a compreensão dos conceitos. Em outros, aproveitei a construção geométrica já efetuada por eles para explicar os dois ângulos formados, solicitando, em seguida, que os próprios alunos escrevessem suas conclusões. Os conceitos de ângulo nulo e ângulo de uma volta apresentaram um grau elevado de dificuldades em suas compreensões.

Analisando posteriormente essa dificuldade considerei que ela poderia ser superada pelo uso de recursos do próprio Cabri. Mexendo nos lados dos ângulos é possível o aluno ir percebendo como ele vai diminuindo ou aumentando. Assim, para a compreensão do conceito de ângulo nulo e de uma volta a Geometria Dinâmica é melhor do que o papel e lápis. Entretanto não havia atividade específica no roteiro para isso.

As atividades existentes no item número oito do roteiro objetivaram a construção do conceito de ângulos congruentes. Para tanto, a atividade inicial foi a construção do ângulo $A\hat{B}C$ com medida igual a 82º. Em seguida, pediu-se para os alunos construírem o ângulo $R\hat{S}T$, congruente ao ângulo $A\hat{B}C$. O conceito de congruência de ângulos também aparecia no roteiro que eles estavam utilizando.

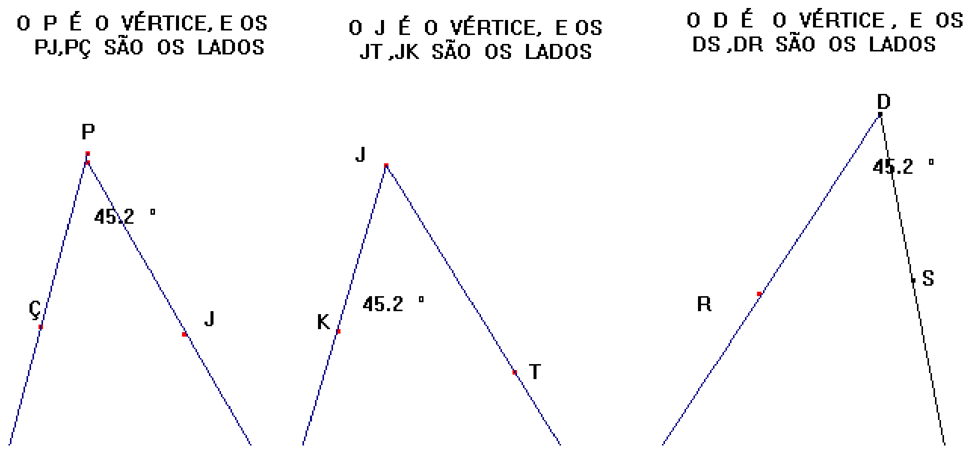
Os resultados mostram que todos os grupos conseguiram realizar corretamente essas atividades, ou seja, os oito grupos construíram o ângulo $A\hat{B}C$ com medida igual a 82º ou próximo disso devido a imprecisões na medida do ângulo e, em seguida, efetuaram a construção do ângulo $R\hat{S}T$, com medida igual à do ângulo $A\hat{B}C$. Essas construções confirmam que os conceitos de ângulo e de seus elementos (vértice e lados) já foram adquiridos pelos alunos. Todos os alunos conseguiram construir um ângulo, dando a sua nomenclatura. As produções referentes ao conceito de congruência angular sugerem que este conceito pode ter sido adquirido pelos alunos. Para ilustrar essa atividade, destaco a seguir as construções do grupo 6:




A nona e última atividade do tema dois apenas reforçou o conceito de congruência angular. Pediu-se aos alunos para construírem três ângulos congruentes. Nada se falou a respeito de suas medidas nem dos nomes dos ângulos. Os resultados foram satisfatórios, pois sete grupos (87,5%) demonstraram ter compreendido o conceito, fato este apresentado em suas construções geométricas. Apenas o grupo 7 não realizou esta atividade.

Uma característica importante dessa atividade foi a liberdade dada aos alunos para a realização da tarefa. Alguns grupos apenas construíram os três ângulos e determinaram as suas medidas; outros, além das construções geométricas, nomearam os ângulos e escreveram que todos eles eram congruentes. O grupo 5 efetuou as três construções, determinou as medidas dos ângulos, nomeou esses três ângulos e identificou os vértices e os lados desses ângulos. Já o grupo 2 construiu apenas dois ângulos congruentes, sem nomeá-los.

Outro fato interessante foi o aparecimento de diversas medidas angulares. Os alunos não construíram apenas ângulos com medidas iguais a números inteiros. Por meio das construções efetuadas no Cabri II e do recurso nele existente para a medida angular, valores do tipo 46,8°, 78,7°, 45,2° e 10,8° apareceram. Destaco abaixo as construções do ângulo de 45,2° e os comentários feitos pelos alunos do grupo 5. Observa-se nesse caso que os alunos colocaram nomes diferentes para todos os ângulos, com exceção do ponto J. Isso é importante porque mostra a construção de ângulos diferentes, mas com a mesma medida, que é a noção de congruência. Essa característica foi observada na maioria dos grupos, fato este que evidencia a construção do conceito de congruência angular.




## Tema 3: Construção da Bissetriz de um ângulo

O terceiro tema trabalhado com os grupos foi o conceito de bissetriz de um ângulo. O tema apresentou três objetivos que foram: a formação do conceito de bissetriz de um ângulo, a construção e a exploração das propriedades da bissetriz de um ângulo e a verificação que a bissetriz de um ângulo raso determina dois ângulos retos e que os lados desses ângulos retos são perpendiculares entre si.

O roteiro de atividades distribuído aos alunos continha oito itens envolvendo os conceitos trabalhados nos temas anteriores e os conceitos relativos à bissetriz de um ângulo e suas propriedades.

O item um solicitou aos alunos a construção geométrica do ângulo $B\hat{A}C$ com medida igual a $80^{\circ}$. Como os conceitos de ângulo e de medida de um ângulo já haviam sido trabalhados nos dois temas anteriores, as atividades deste item foram realizadas com tranqüilidade pelos alunos de todos os grupos. Nesse item, os oito grupos, ou seja, 100% deles realizaram corretamente a construção geométrica e determinaram a medida do ângulo $B\hat{A}C$ de acordo com o solicitado.

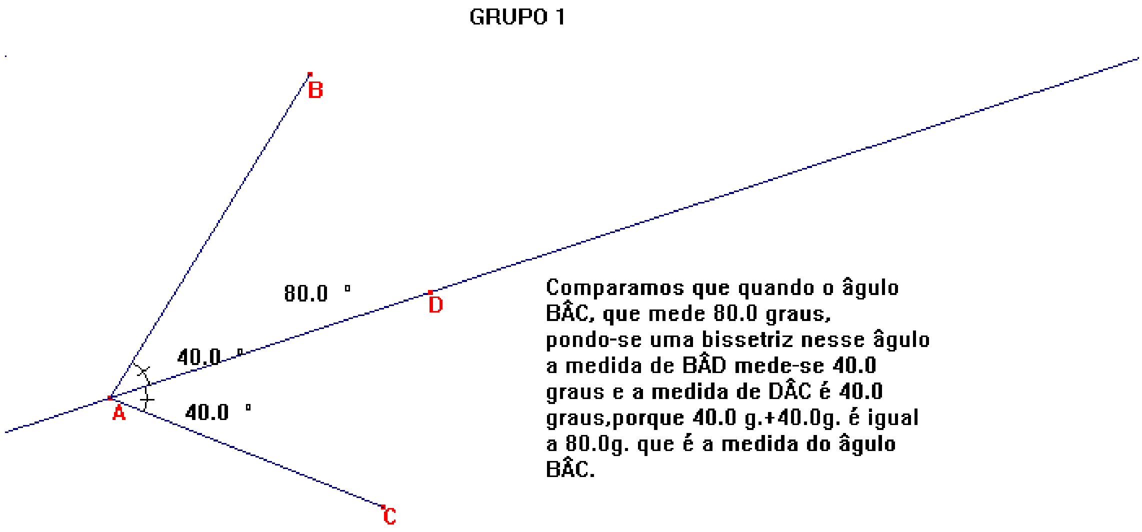
As instruções existentes no item dois objetivaram a formação do conceito de bissetriz de um ângulo. De início, pediu-se aos alunos que utilizassem o botão *bissetriz* da barra de ferramentas do Cabri-Géomètre II. Em seguida, deu-se a informação para que clicassem nos pontos B, A e C, nesta ordem. Procedendo desta maneira, os alunos observaram que o próprio software traçou uma semi-reta com origem no ponto A[11]. Essa "semi-reta" construída recebeu o nome de bissetriz. Por se tratar de uma atividade relativamente fácil e de simples execução, envolvendo apenas a seleção de um botão da barra de ferramentas do Cabri-Géomètre II e a execução da instrução dada, todos os grupos conseguiram realizá-la corretamente. É importante ressaltar que, até esse momento, apenas foi fornecida a informação de que os dois

[11] Na verdade o software Cabri-Géomètre II traça uma reta que determina duas bissetrizes: a do ângulo agudo e a do ângulo obtuso.

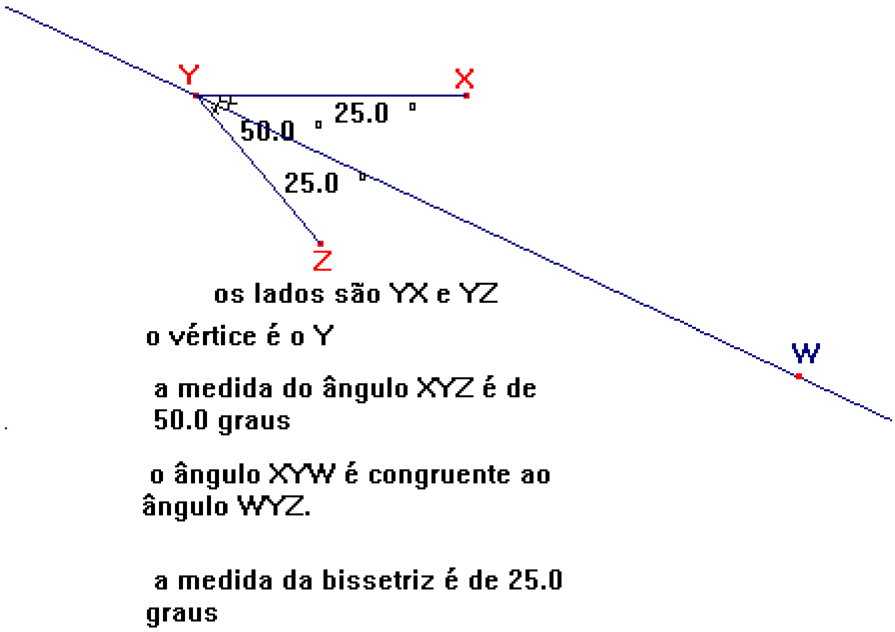
ângulos formados pelo traçado da bissetriz são congruentes. Essa propriedade da bissetriz começa a ser trabalhada detalhadamente a partir do item número três do roteiro de atividades.

O terceiro item do roteiro de atividades solicitou que os alunos determinassem um ponto D sobre a bissetriz construída anteriormente. Para a realização dessa atividade, havia uma informação no roteiro para que selecionassem os botões *ponto* e *rótulo*, existentes na barra de ferramentas. O objetivo dessa atividade foi a nomeação da bissetriz do ângulo $B\hat{A}C$ como sendo $\overrightarrow{AD}$ e a definição dos ângulos $B\hat{A}D$ e $D\hat{A}C$. Os resultados mostram que mais uma vez todos os grupos realizaram corretamente essas atividades.

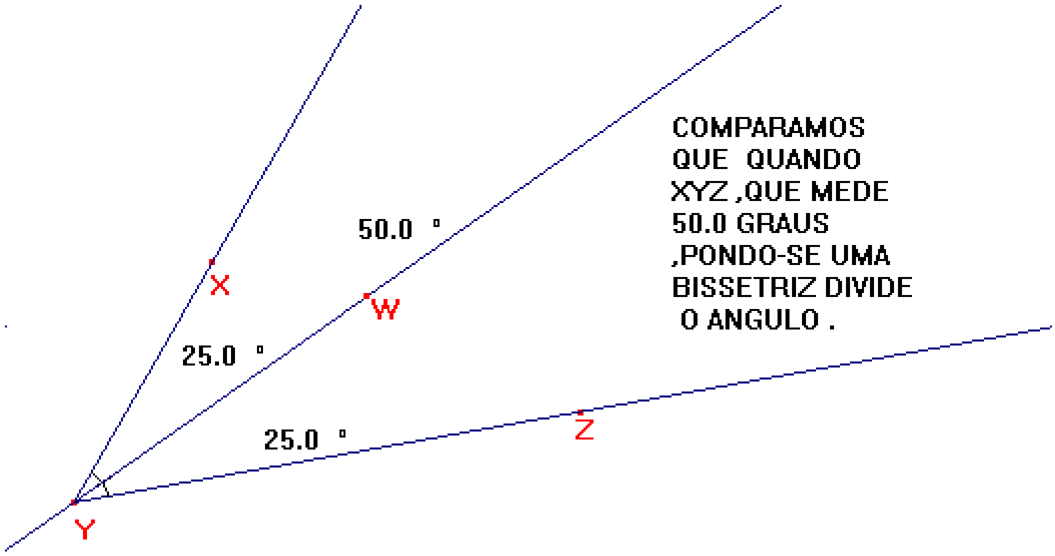
No quarto item, pediu-se aos alunos que marcassem e medissem os ângulos $B\hat{A}D$ e $D\hat{A}C$. Em seguida, solicitou-se a comparação das medidas desses dois ângulos exigindo-se uma explicação sobre os valores dessas medidas. A intenção dessas atividades foi fazer os alunos refletirem sobre o conceito de bissetriz e sobre a propriedade que ela tem de dividir ao meio um determinado ângulo, formando dois ângulos congruentes. Os dados obtidos revelam que os grupos 1, 2, 3, 6, 7 e 8 (75,0%) realizaram corretamente as atividades, apresentando uma explicação que sinaliza a compreensão da propriedade da bissetriz. Os grupos 4 e 5 (25,0%) determinaram as medidas dos dois ângulos formados, mas não apresentaram uma explicação consistente a respeito da propriedade da bissetriz. O grupo 4 apenas mencionou que o ângulo $B\hat{A}C$ tem medida igual a $80^o$ e que os outros dois ângulos formados medem $40^o$. Já o grupo 5 classificou os ângulos $B\hat{A}C$, $B\hat{A}D$ e $D\hat{A}C$ como ângulos agudos. Destaco a seguir as construções e comentários feitos pelos alunos do grupo l. Podemos verificar que a compreensão do conceito de bissetriz de um ângulo e de sua propriedade foi obtida plenamente.




O item seguinte do roteiro também trabalhou o conceito de bissetriz de um ângulo. Foi pedido aos alunos que construíssem o ângulo $X\hat{Y}Z$ com medida igual a 50°. Em seguida, solicitou-se a construção da bissetriz $\overrightarrow{YW}$, pediu-se também a nomeação dos dois ângulos formados com o traçado da bissetriz e a determinação dos valores das medidas desses dois ângulos. Essas atividades objetivaram a construção genuína do conceito de bissetriz de um ângulo bem como a compreensão de sua propriedade. Os dados obtidos nas produções dos alunos revelam que os grupos 5, 6, 7 e 8 (50,0%) realizaram corretamente todas as atividades solicitadas nesse item. Os demais grupos, representando 50,0% do total de alunos, realizaram parcialmente as atividades propostas, ou seja, construíram o ângulo $X\hat{Y}Z$ com medida igual a 50°, traçaram a bissetriz $\overrightarrow{YW}$ desse ângulo, determinaram as medidas dos dois ângulos formados e apenas deixaram de nomeá-los como pedia a atividade. Esse "esquecimento" da nomeação dos ângulos $X\hat{Y}W$ e $W\hat{Y}Z$ pode ter sido causado por distração dos alunos, uma vez que esses mesmos alunos já haviam demonstrado ter compreendido o conceito de ângulo e de sua nomeação em atividades anteriores. A figura e os comentários abaixo são dos alunos do grupo 6. Podemos observar que as construções foram feitas corretamente e os alunos utilizaram em suas explicações a linguagem matemática. Apenas se equivocaram no comentário que fizeram a respeito da bissetriz. Não é ela que mede 25°, mas sim cada ângulo formado pelo seu traçado.




A próxima figura ilustra a produção do grupo 2. Esse grupo construiu corretamente o ângulo $X\hat{Y}Z$ com medida igual a 50°, traçou a bissetriz $\overrightarrow{YW}$, determinou as medidas dos dois ângulos formados a partir do traçado da bissetriz e deixou apenas de nomear esses dois ângulos. As explicações constantes na construção dão indícios de que o conceito de bissetriz foi adquirido pelos alunos.




A sexta atividade desse tema relacionou o ângulo raso com a bissetriz desse ângulo. O objetivo da atividade foi verificar que a bissetriz de um ângulo raso determina dois ângulos retos cujos lados são perpendiculares entre si. De início, pediu-se aos alunos para construírem o ângulo raso $A\hat{O}C$. Logo após, solicitou-se a construção da bissetriz $\overrightarrow{OI}$ desse ângulo. No roteiro de atividades havia a informação de que com o traçado da bissetriz, dois ângulos são formados: o ângulo $A\hat{O}I$ e o ângulo $C\hat{O}I$. Para finalizar a atividade pedia aos alunos comentários sobre os valores das medidas dos ângulos formados.

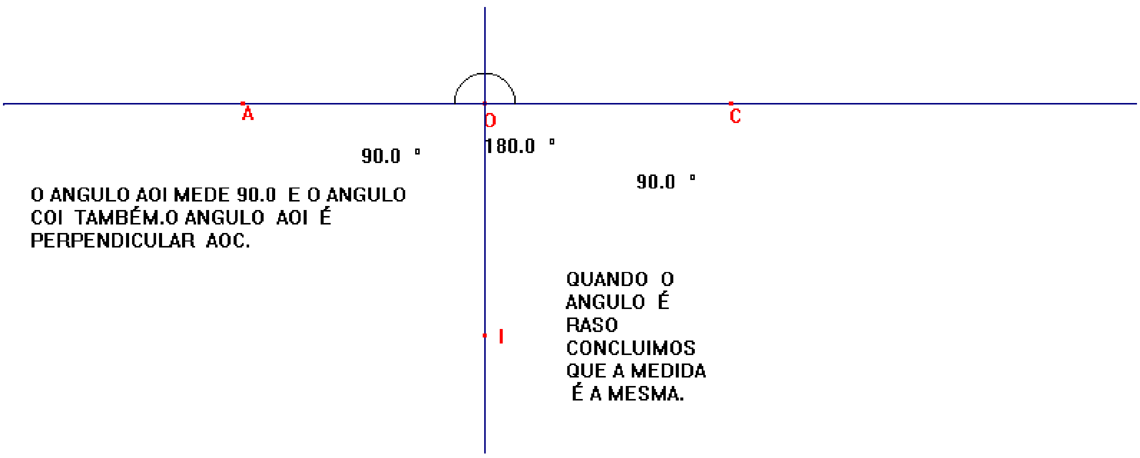
A execução dessas atividades foi boa. Pelos dados obtidos após a sua finalização, constatei que todos os grupos realizaram corretamente este item do roteiro. Durante o processo de construção do ângulo raso e de determinação da bissetriz desse ângulo, vários fatos interessantes aconteceram. Alguns alunos não se lembravam do conceito de ângulo raso. Na medida em que eu ia percorrendo os grupos, vários alunos solicitaram o roteiro do tema dois para a verificação do significado do ângulo raso.

Outra dúvida recorrente em vários grupos foi a colocação do ponto I na bissetriz. Muitos alunos não sabiam onde colocar o ponto I. Questionaram se o ponto deveria ser colocado na parte superior do ângulo raso ou na parte inferior. Minhas intervenções aconteceram no sentido de esclarecer essas dúvidas. Expliquei que o ponto I poderia ser colocado em qualquer parte da bissetriz, ou seja, tanto na parte superior como na inferior. Em alguns grupos com maiores dificuldades, minhas intervenções foram mais diretas, ou seja, sentei junto ao grupo e orientei passo a passo a realização da atividade. Em outros grupos, nos quais os alunos demonstravam ter facilidade maior para a realização das atividades, apenas esclareci algumas dúvidas e eles próprios continuaram os procedimentos. Em vários momentos, mesmo estando atendendo um grupo de alunos em um determinado computador, alguns alunos vinham até mim para perguntar alguma coisa. Se a dúvida era simples, a resposta era dada imediatamente. Se o problema era mais complexo, envolvendo a compreensão de algum conceito ou de algum procedimento que levasse à compreensão de conceitos, eu ia posteriormente até o grupo para fazer os esclarecimentos.

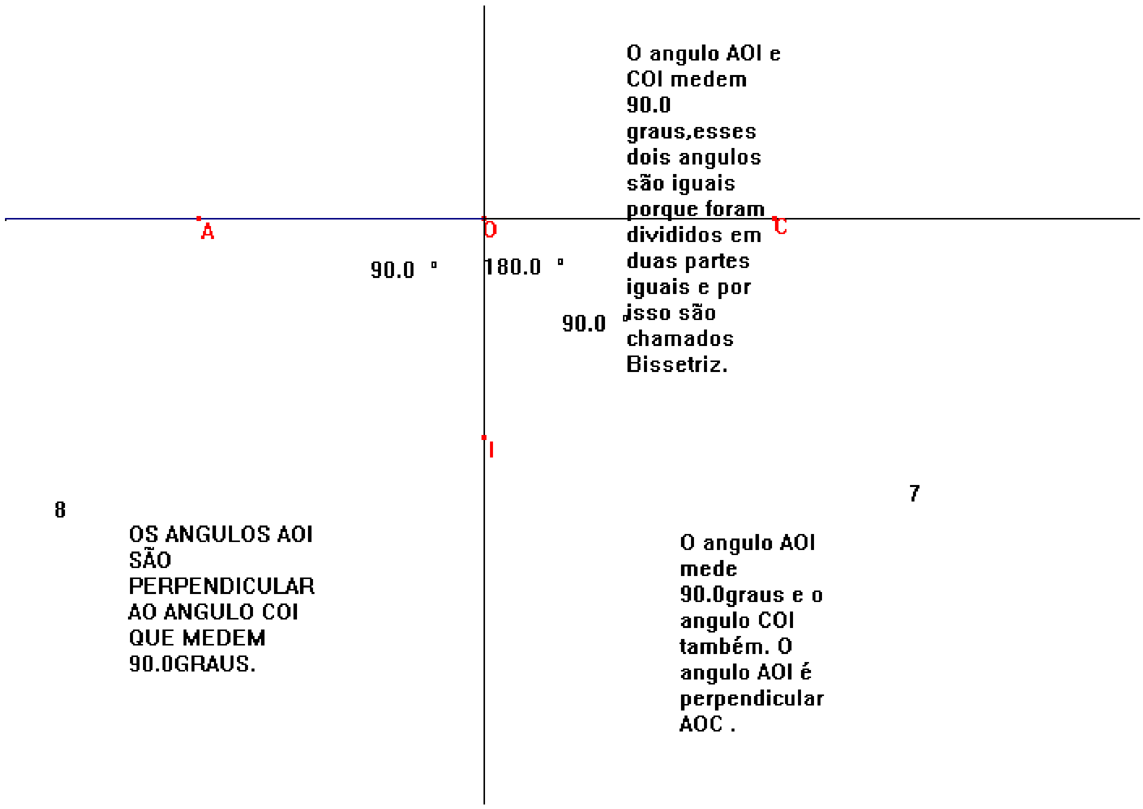
Os dois últimos itens do roteiro aproveitaram a construção geométrica efetuada no item seis para aprofundar alguns conceitos. O item sete afirmava que a bissetriz de um ângulo raso forma dois ângulos retos congruentes e aproveitava para fazer uma indagação sobre a posição dos lados desses dois ângulos. O item oito esclarecia que os lados desses dois ângulos eram perpendiculares e pedia para os alunos identificarem os ângulos, destacando os vértices e os lados.

Analisando os dados obtidos nessas duas últimas atividades, constatei que na questão referente à observação da posição dos lados dos ângulos formados pela bissetriz metade dos grupos não respondeu a pergunta. Um dos prováveis motivos, mais uma vez, foi a falta de concentração na atividade, uma vez que a resposta a essa pergunta se encontrava logo abaixo no item oito. Apenas os grupos 1, 4, 6 e 7 responderam corretamente a questão formulada. Com relação à identificação dos ângulos formados e a indicação de seus elementos (vértices e lados) verifiquei que alguns grupos responderam parcialmente essas perguntas.

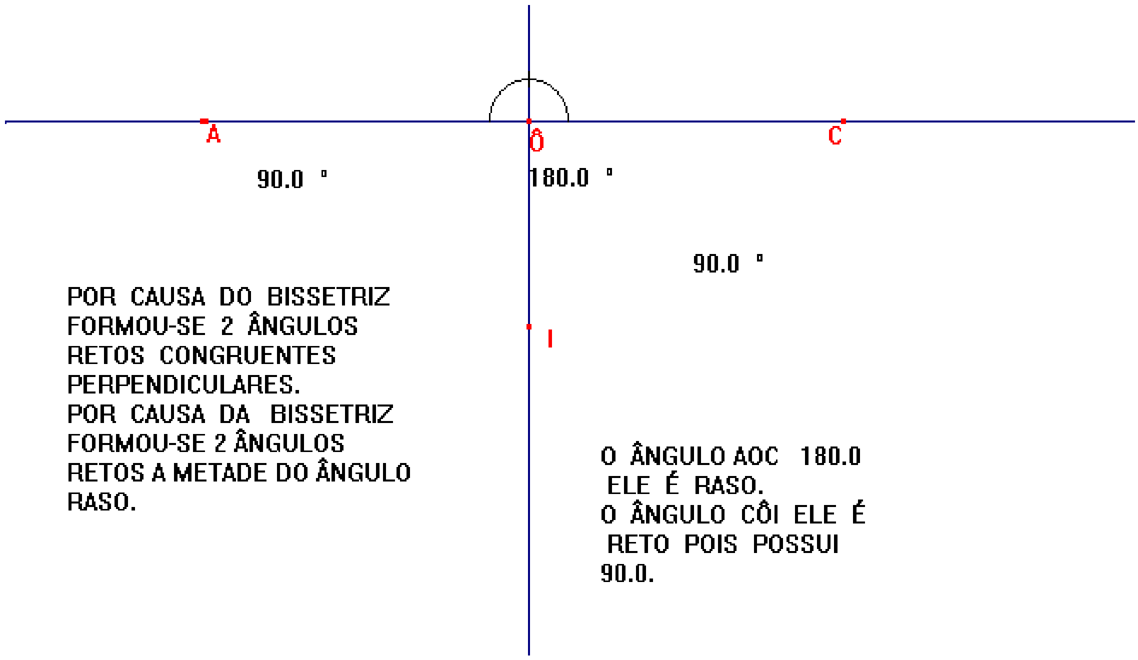
Os grupos 1, 4 e 7 foram os que responderam completamente as questões formuladas. O grupo 2 identificou os dois ângulos formados pelo traçado da bissetriz, indicou o valor das medidas desses dois ângulos, mas demonstrou não ter compreendido o conceito de lados perpendiculares. Observando a produção abaixo, podemos verificar que os alunos confundiram lados perpendiculares de um ângulo com ângulos perpendiculares. A afirmação "*QUANDO O ÂNGULO É RASO CONCLUIMOS QUE A MEDIDA É A MESMA*", apesar de não ser clara, dá indícios de que os alunos tenham entendido a propriedade da bissetriz de um ângulo raso, mas não souberam expressá-la adequadamente.



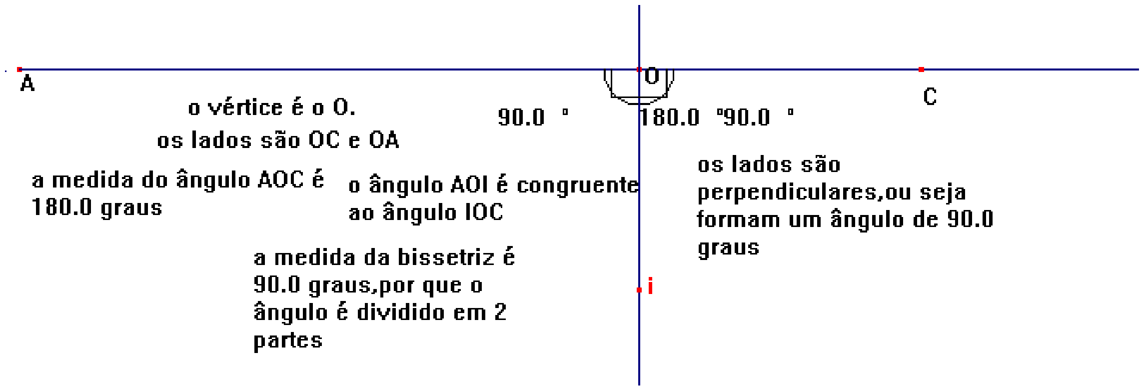

Um problema semelhante ao ocorrido com o grupo 2 também ocorreu com o grupo 3. Os alunos identificaram corretamente os ângulos formados a partir da bissetriz do ângulo raso $A\hat{O}C$, concluíram que a bissetriz divide esse ângulo em dois ângulos de medida igual a 90º, escreveram que os ângulos formados são perpendiculares e não mencionaram o perpendicularismo dos lados desses dois ângulos. Isso pode ser visto claramente na figura a seguir:



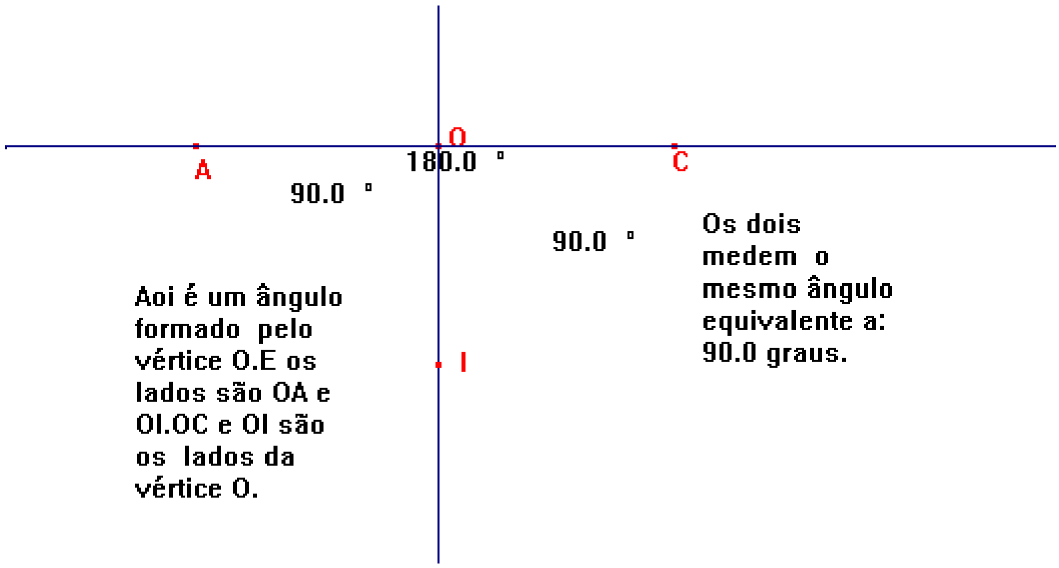

O grupo 5 concluiu corretamente que a bissetriz de um ângulo raso determina dois ângulos retos, mas também não deixou claro que nos dois ângulos formados os lados são perpendiculares entre si. Consta na produção do grupo que a bissetriz forma dois ângulos retos congruentes perpendiculares. O grupo identificou somente o ângulo raso $A\hat{O}C$ e um dos ângulos retos, o $C\hat{O}I$. A figura seguinte ilustra bem isso:




Os alunos do grupo 6 demonstraram ter compreendido corretamente que a bissetriz de um ângulo raso determina dois ângulos retos e que os lados desses dois ângulos são perpendiculares entre si. Mesmo não tendo escrito os lados dos ângulos $A\hat{O}I$ e $I\hat{O}C$, formados a partir do traçado da bissetriz do ângulo raso $A\hat{O}C$, suas explicações demonstram que o conceito de perpendicularismo de lados de ângulos foi adquirido por eles. Mais uma vez os alunos desse grupo confundiram a semi-reta que determina a bissetriz com os valores dos dois ângulos formados a partir de seu traçado. A construção a seguir mostra a produção desse grupo.




A produção do grupo 8 não deixa claro se os alunos realmente perceberam que a bissetriz de um ângulo raso determina dois ângulos retos e que os lados desses ângulos são perpendiculares. Na construção feita pelos alunos, apenas o ângulo $A\hat{O}I$ foi citado, apesar de eles mencionarem que dois ângulos foram formados e escreverem os lados desses dois ângulos com suas medidas. Nada foi dito em relação aos lados de cada ângulo, ou seja, que são perpendiculares entre si. É provável que tenham compreendido que a bissetriz de um ângulo raso determina dois ângulos retos, mas a propriedade de que os lados desses dois ângulos são perpendiculares pode não ter sido compreendida. Segue abaixo a construção:



Durante a realização das últimas atividades do roteiro, minhas orientações foram direcionadas para os alunos compreenderem o conceito de bissetriz e de sua propriedade relacionada ao ângulo raso. Assim, percorrendo os grupos e vendo as suas produções, procurei fazer os alunos relacionarem o que haviam feito com as indicações presentes no próprio roteiro. Sempre solicitei respostas que faziam os alunos pensarem nos conceitos envolvidos e que poderiam ser o caminho para a compreensão dos referidos conceitos. Insistentemente solicitei aos alunos que prestassem atenção às instruções existentes no roteiro e que respondessem as indagações para que eu pudesse avaliar o grau de compreensão conceitual atingido por eles.

**Tema 4: Ângulos Consecutivos e Ângulos Adjacentes**

As atividades componentes deste tema objetivaram a formação dos conceitos de ângulos consecutivos e de ângulos adjacentes. Além disso, alguns itens do roteiro tiveram como foco a construção e a identificação de ângulos consecutivos e ângulos adjacentes.

Analisando a dinâmica das aulas, as dificuldades encontradas pelos alunos para a compreensão dos conceitos de ângulos consecutivos e ângulos adjacentes, suas dúvidas apresentadas na execução das atividades, constatei que conforme os conceitos geométricos iam ficando mais sofisticados e inter-relacionados, a presença do professor se tornava mais fundamental no processo de ensino e aprendizagem. Mesmo tendo os roteiros nas mãos, mesmo utilizando um poderoso software para construções geométricas, a partir deste tema, minhas intervenções foram essenciais para os alunos resolverem as atividades e construírem os conceitos em questão.

A existência da definição dos conceitos no roteiro de atividades mais uma vez se mostrou eficiente. Inúmeras vezes ao ser chamado pelos alunos para algum esclarecimento ou para ensinar-lhes o início de determinada atividade, eu lhes pedia que lessem as definições. Procurava fazer com que entendessem o significado das palavras existentes nas definições conceituais. A minha intenção não era que eles apenas decorassem as definições, mas sim construíssem os conceitos por meio de atividades que os levassem a uma reflexão sobre os conteúdos geométricos que estavam sendo estudados.

Os três primeiros itens do roteiro foram realizados facilmente pelos alunos. Nesses itens, pouco de novo apareceu. O primeiro solicitou a construção do ângulo $A\hat{O}C$, o segundo pediu para determinarem um ponto B na região interna do ângulo $A\hat{O}C$ e o terceiro mandou traçar uma semi-reta com origem no ponto O, passando pelo ponto B. Todos os grupos conseguiram realizar essas atividades. Minhas intervenções ocorreram principalmente para esclarecer onde seria determinado o ponto B. Todas as ferramentas do software Cabri-Géomètre II envolvidas nessas construções já estavam sendo utilizadas corretamente pelos alunos.

A partir da quarta atividade os conceitos geométricos envolvidos neste tema começaram a ser estudados mais detalhadamente. A atividade solicitava aos alunos que observassem a figura geométrica construída anteriormente e identificassem os três ângulos formados. Os resultados foram bons; os grupos 1, 3, 6, 7 e 8 (62,5%) responderam corretamente a questão. Os grupos 2 e 5 (25,0%) a deixaram em branco e o grupo 4 (12,5%) apresentou uma resposta confusa, não deixando claro que identificaram os três ângulos. É importante salientar que durante a realização dessas atividades, eu fui constantemente chamado pelos alunos para diversos esclarecimentos. Alguns não conseguiam identificar os três ângulos formados na construção. Muitas vezes “enxergavam” apenas dois ângulos e solicitavam o professor para auxiliá-los na identificação do terceiro. Ao ser chamado pelos alunos, sempre adotei uma postura que possibilitasse uma reflexão nos próprios alunos sobre a questão formulada, nunca apresentando prontamente a resposta.

A quinta atividade começou a explorar a figura geométrica com o objetivo de identificar os elementos comuns nos ângulos $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$. A identificação dos elementos comuns nos referidos ângulos se constitui o primeiro passo para a compreensão do conceito de ângulos consecutivos. A partir deste momento, as dificuldades começaram a aparecer com maior freqüência. Dos oito grupos participantes da pesquisa, apenas os grupos 1, 3 e 7 (37,5%) responderam corretamente a indagação. Esses três grupos identificaram e escreveram na linguagem matemática os elementos comuns dos ângulos. Os grupos 2 e 4 (25,0%) responderam parcialmente a questão, ou seja, não identificaram os elementos comuns. Os demais grupos, representando 37,5% dos alunos, não responderam a indagação.

Um fato interessante aconteceu quando o grupo 8 me chamou para esclarecer algumas dúvidas. Os alunos desse grupo não estavam conseguindo identificar os elementos comuns nos dois ângulos. Ao detectar o problema fiz novamente a indagação sobre quais elementos eram comuns aos dois ângulos, mostrando esses ângulos na própria construção dos alunos. A resposta de uma aluna foi imediata:

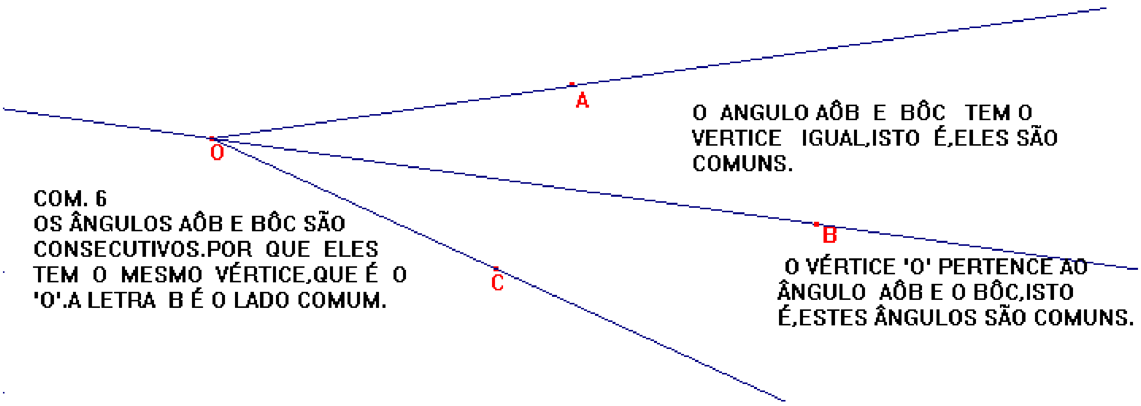
"nada". Ao ouvir isso e testemunhar o silêncio dos demais alunos do grupo, afirmei que existiam elementos comuns nos dois ângulos e sinalizei que observassem melhor os vértices e os lados desses ângulos. A partir dessa ajuda, os alunos começaram a destacar esses atributos e finalmente conseguiram identificar o ponto O como vértice comum e o lado $\overrightarrow{OB}$ como lado comum. Apesar de os alunos terem identificado os elementos comuns, não registraram em disquete essas respostas.

A sexta atividade do roteiro apresentou uma explicação sobre o conceito de ângulos consecutivos e fez uma indagação se os ângulos $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$ eram ou não consecutivos, pedindo uma justificativa.

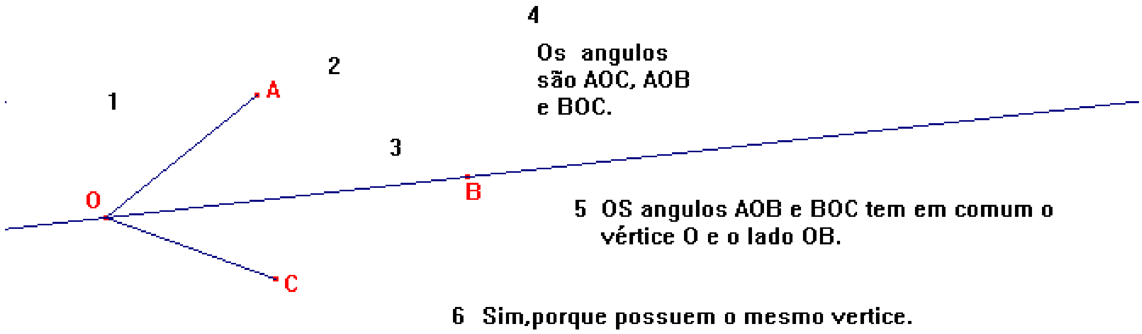
O desempenho dos alunos nessa atividade, após um exaustivo trabalho de explicações, pode ser considerado bom. A principal dificuldade apresentada pelos grupos foi a identificação dos elementos comuns aos dois ângulos. Como no item cinco, muitos alunos não "enxergavam" que o vértice O era comum para os dois ângulos. Outros, apresentaram dificuldades na visualização do lado $\overrightarrow{OB}$, também comum para os dois ângulos. No momento da realização dessas atividades, percebendo o grau de dificuldade apresentado por elas, utilizei algumas ilustrações e explicações existentes em um livro didático de matemática[12] para esclarecer algumas dúvidas dos alunos. Nesse livro apareciam algumas construções geométricas com as indicações dos ângulos consecutivos e as respectivas justificativas. Utilizei essas construções para mostrar aos alunos os elementos comuns, uma vez que eles estavam apresentando muitas dificuldades para a referida identificação.

[12] O livro utilizado foi *A Conquista da Matemática*, de autoria de José Ruy Giovanni e outros, Editora FTD, São Paulo, volume 2, 1998.

Todos os grupos responderam que os ângulos $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$ eram consecutivos. No entanto, as justificativas dos grupos 2, 3 e 4 apresentaram algumas inconsistências. Os grupos 2 e 4 localizaram o vértice comum desses dois ângulos mas não nomearam de acordo com a linguagem matemática empregada nas atividades, o lado comum $\overrightarrow{OB}$. A figura abaixo, feita pelo grupo 2, ilustra esse fato:

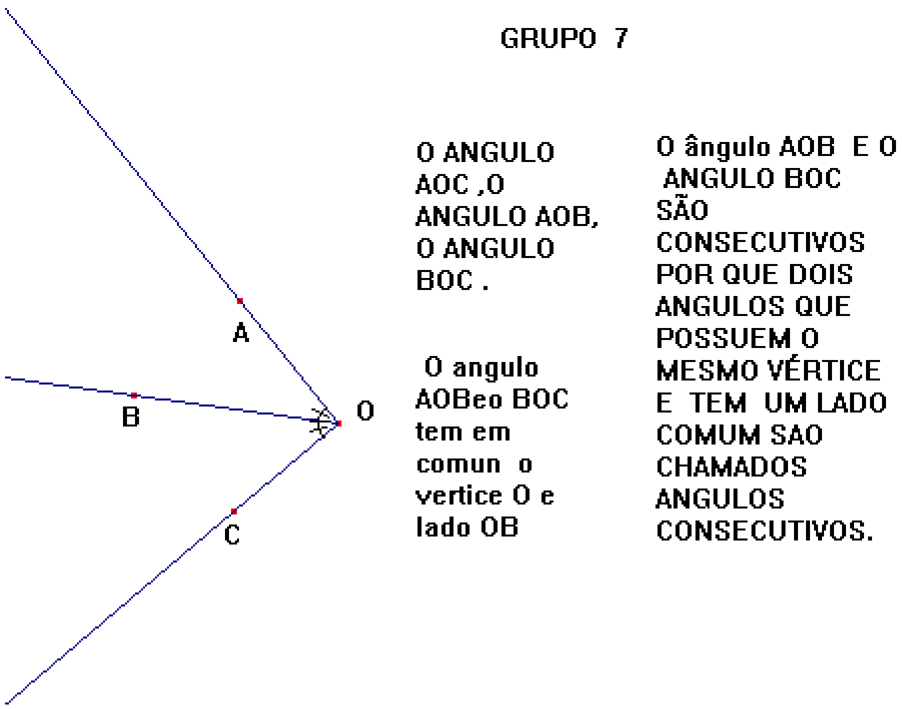



As produções efetuadas pelo grupo 3 apresentaram uma característica interessante do ponto de vista didático. No item 5 do roteiro, os alunos responderam corretamente os elementos comuns dos ângulos $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$, ou seja, identificaram o vértice comum O e o lado comum $\overrightarrow{OB}$. No item 6, não demonstraram ter compreendido verdadeiramente o conceito de ângulos consecutivos, pois mesmo tendo localizado os elementos comuns, não associaram esses elementos ao conceito de ângulos consecutivos. Isso reforça a necessidade de realização de atividades desse tipo, para que o professor localize exatamente os pontos críticos, as dúvidas de seus alunos, e possa esclarecê-los em atividades futuras. A figura a seguir ilustra isso:




Nesse caso específico os alunos usaram segmentos de reta para a construção do ângulo $A\hat{O}C$ e não semi-retas. Isso ocorreu algumas vezes nesse e em outros grupos.

A próxima figura refere-se à produção do grupo 7. Nela podemos ver que os alunos demonstraram uma compreensão do conceito de ângulos consecutivos. Eles relacionaram as respostas do item cinco com as questões do item seis e conseguiram com isso representar gráfica e textualmente ângulos consecutivos. Durante a realização das atividades, fui chamado várias vezes pelos membros desse grupo para esclarecimentos sobre os ângulos formados, sobre os elementos comuns desses ângulos e sobre a definição de ângulos consecutivos. Minhas intervenções se direcionaram para que os próprios alunos pudessem descobrir os principais tópicos relacionados aos conceitos envolvidos para que, desta forma, formassem o conceito geométrico. Segue a figura:

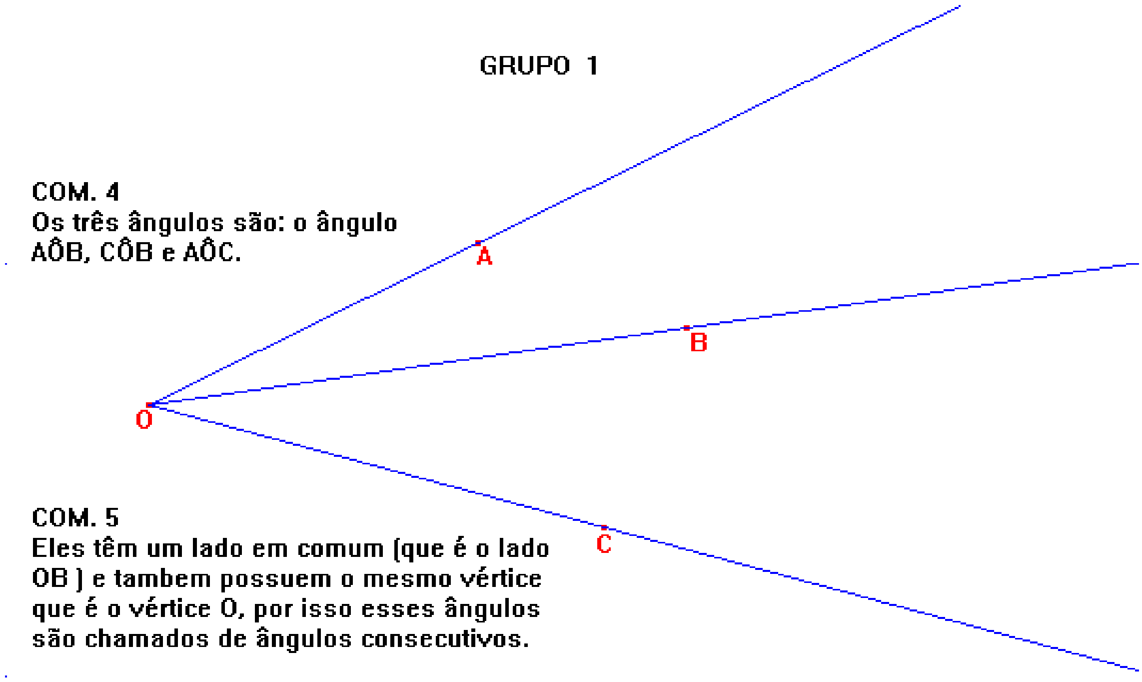


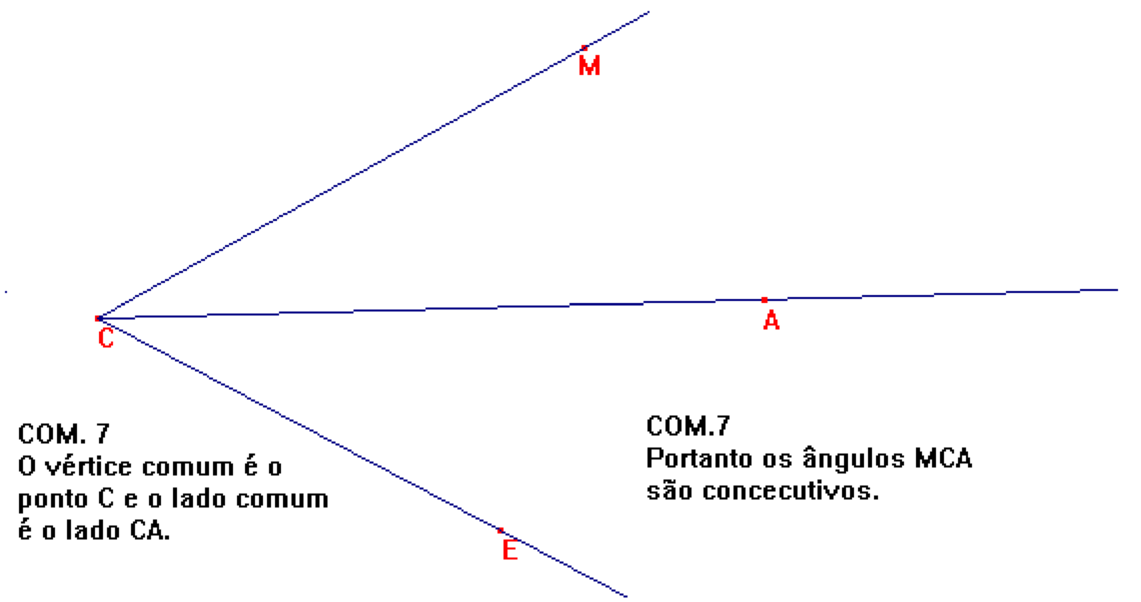

A sétima atividade deste tema pediu aos alunos que identificassem os outros dois ângulos consecutivos tendo como base a figura construída anteriormente. Os alunos deveriam mencionar que além dos ângulos $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$, os ângulos $A\hat{O}C$ e $B\hat{O}C$ e também $A\hat{O}B$ e $A\hat{O}C$ eram consecutivos. Essa atividade gerou dúvidas na interpretação do enunciado. Todos os grupos fizeram novas construções para responder à questão formulada. Ao perceber que os alunos estavam interpretando desta forma a questão, resolvi deixar que continuassem as atividades, pois alguns grupos já estavam identificando os ângulos consecutivos nas novas construções e foi uma forma de dar andamento nas atividades, uma vez que o ambiente na sala de informática estava começando a ficar muito agitado. Outra justificativa para a aceitação da mudança na atividade existente no roteiro foi que o objetivo era a formação do conceito de ângulos consecutivos. Os alunos, construindo novas figuras geométricas e refletindo sobre os ângulos existentes nessas figuras, poderiam formar o conceito geométrico em questão.

Mesmo tendo aceitado a alteração na atividade, dando liberdade aos alunos para a realização da tarefa que tinha como objetivo principal a formação do conceito de ângulos consecutivos, os resultados não foram bons. Analisando suas produções pude constatar que esse conceito apresentou um alto grau de dificuldade em sua aprendizagem.

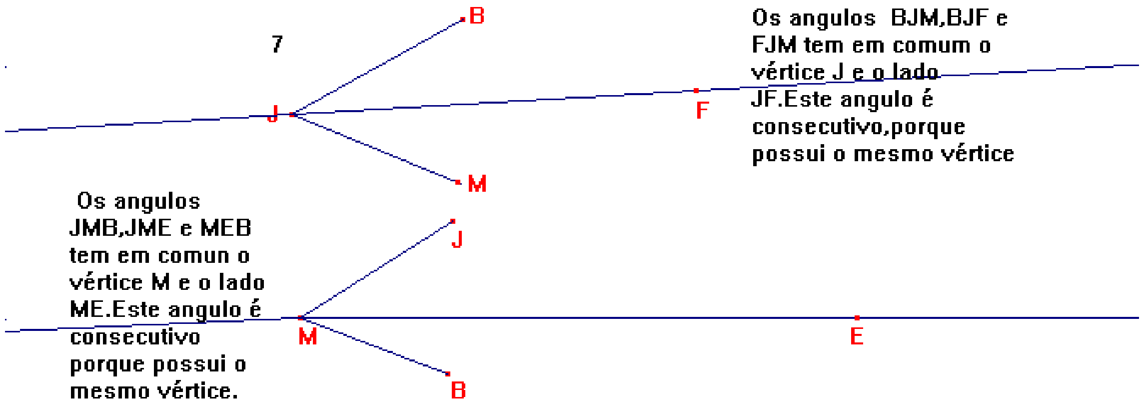
Os grupos 1, 2, 3, 4 e 8 (62,5%) realizaram a atividade, mas as suas explicações não demonstraram a compreensão do conceito de ângulos consecutivos. Alguns grupos construíram somente uma nova figura geométrica, formando dois ângulos; outros fizeram duas novas construções, identificando dois pares de ângulos. Alguns grupos não citaram quais ângulos eram consecutivos enquanto outros não nomearam os elementos que tornavam os ângulos consecutivos.

Destaco abaixo as produções de três desses grupos. A primeira é a do grupo 1; nela os alunos apenas construíram uma nova figura, identificaram o vértice e o lado comum, mas deram uma explicação imprecisa sobre os ângulos consecutivos. Nesse dia, a aluna que estava liderando o grupo e que apresentava maior interesse e participação nas atividades, sempre me questionando visando o aprendizado, havia faltado. Pude perceber claramente a diferença qualitativa nas produções do grupo com e sem essa aluna. A primeira figura ilustra as atividades anteriores do roteiro, que tinham como objetivo mostrar que os ângulos $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$ eram ângulos consecutivos; a segunda se refere à sétima atividade. Na primeira a aluna estava presente e na segunda ela se ausentou.



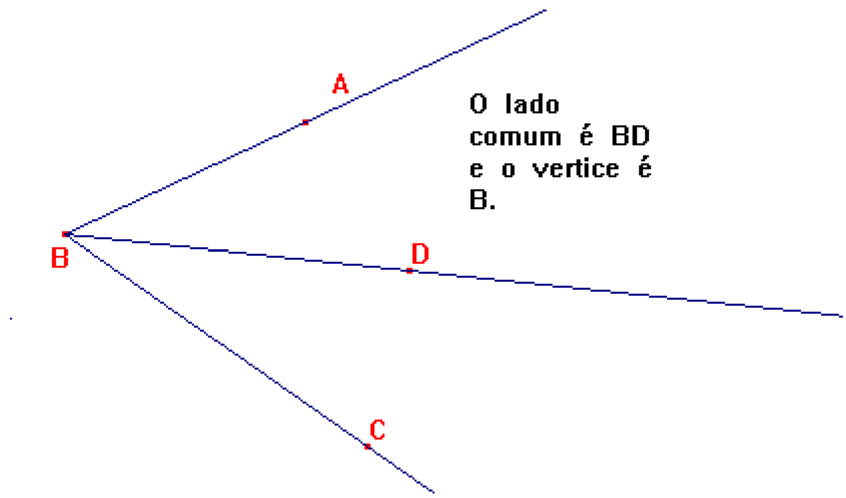




A próxima figura se refere às produções do grupo 3. Percebe-se nas explicações que o conceito de ângulos consecutivos ainda não foi construído pelos alunos:




Durante a realização dessas construções, fui chamado algumas vezes pelo grupo para esclarecimentos. Auxiliei o grupo na interpretação do roteiro e pedi para que construíssem ângulos consecutivos. Pedi também que justificassem suas respostas, ou seja, explicassem os motivos que tornavam os ângulos consecutivos. Uma aluna desse grupo me questionou várias vezes sobre o conceito de ângulos consecutivos. Respondi que ela deveria identificar os elementos dos ângulos e verificar o que havia de comum entre eles. Falei também para consultar o conceito no roteiro de atividades. No final das construções, essa aluna já estava recorrendo ao roteiro de maneira freqüente. Minhas intervenções foram direcionadas para que os próprios alunos pudessem construir as figuras geométricas, responder as questões do roteiro de atividades e compreender os conceitos envolvidos. Procurei incentivar os alunos a pensarem nas atividades e chegarem às conclusões.

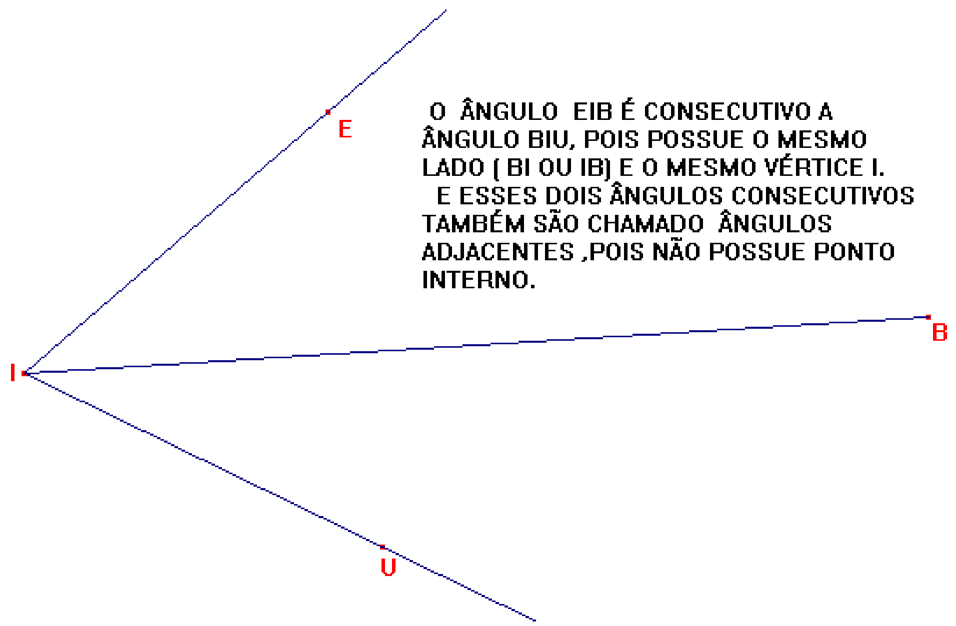
A figura seguinte foi feita pelo grupo 8. Devido às poucas explicações, fica difícil perceber se os alunos assimilaram ou não o conceito de ângulos consecutivos:



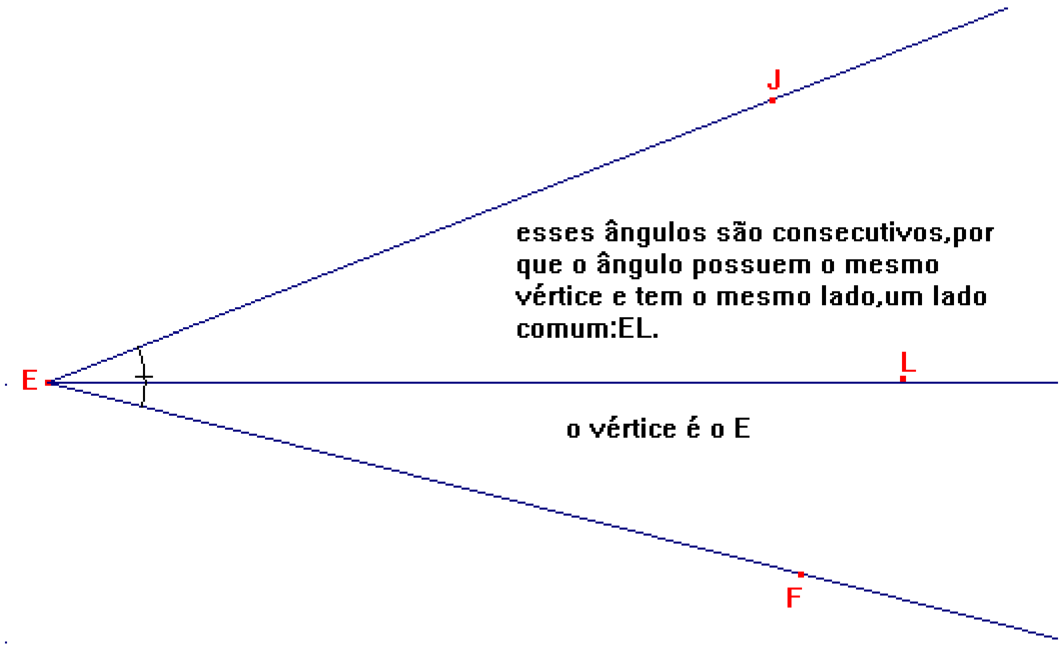

Os grupos 5, 6 e 7 (37,5%) foram os que efetuaram as novas construções geométricas e identificaram os ângulos consecutivos apresentando uma explicação bem consistente a respeito de suas afirmações. Suas produções ficaram boas e deram indícios de que o conceito de ângulos consecutivos foi entendido por eles. Uma característica marcante desses grupos foi o questionamento que seus elementos fizeram ao professor durante a realização das atividades. Em vários momentos fui chamado para esclarecer algumas dúvidas conceituais existentes nas atividades, ou seja, para explicar a definição de ângulos consecutivos, identificar os elementos que tornam dois ângulos consecutivos, ajudar na visualização desses elementos etc. Em todos esses momentos, minhas intervenções se deram na tentativa de auxiliá-los na construção do conceito geométrico visado pela atividade. Sempre solicitava aos alunos que lessem a definição do conceito existente no roteiro e pedia em seguida que manifestassem suas dúvidas. Em alguns casos, quando o grupo realmente não conseguia perceber os principais pontos das atividades, fundamentais para a formação do conceito geométrico, eu sinalizava para que lessem atentamente tais pontos e os relacionassem com a definição conceitual. Procedendo desta forma, isto é, fornecendo ajuda para os alunos identificarem os elementos essenciais envolvidos no conceito geométrico estudado, as atividades se desenvolveram com maior eficiência e os próprios alunos ficaram mais motivados para a compreensão do conceito.

Para ilustrar o desempenho desses grupos, destaco três construções. A primeira é referente ao grupo 5, onde se percebe que os alunos já mencionam corretamente as condições necessárias para a formação de ângulos adjacentes; a segunda é a do grupo 6, que apesar de não escreverem quais são os ângulos consecutivos, dão sinais de que entenderam o conceito; e a terceira é a do grupo 7, construções muito bem feitas e explicadas, que sinalizam a compreensão ou o aprendizado do conceito de ângulos consecutivos. Cabe lembrar aqui que essas produções foram efetuadas com o auxílio do professor, realizando intervenções de acordo com as descrições anteriores.

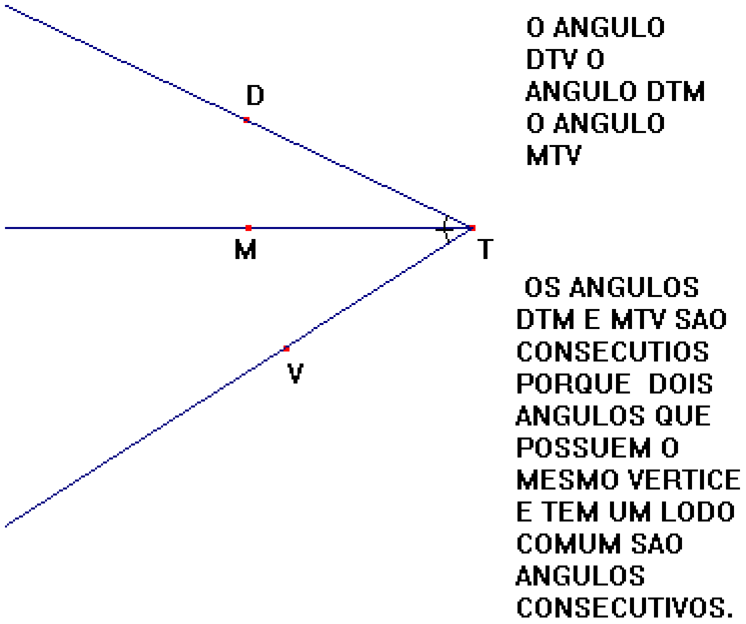
A figura a seguir foi feita pelo grupo 5. Nota-se que as explicações são consistentes em relação à definição de ângulos consecutivos. No que se refere ao conceito de ângulos adjacentes, o comentário feito pelos alunos apresenta uma falha, ou seja, faltou colocar a palavra comum para justificar a explicação dada por eles.




A figura abaixo foi feita pelo grupo 6. Podemos notar que houve a identificação dos elementos que tornam dois ângulos consecutivos. Faltou apenas nomear os ângulos de acordo com a notação matemática adotada nas atividades.



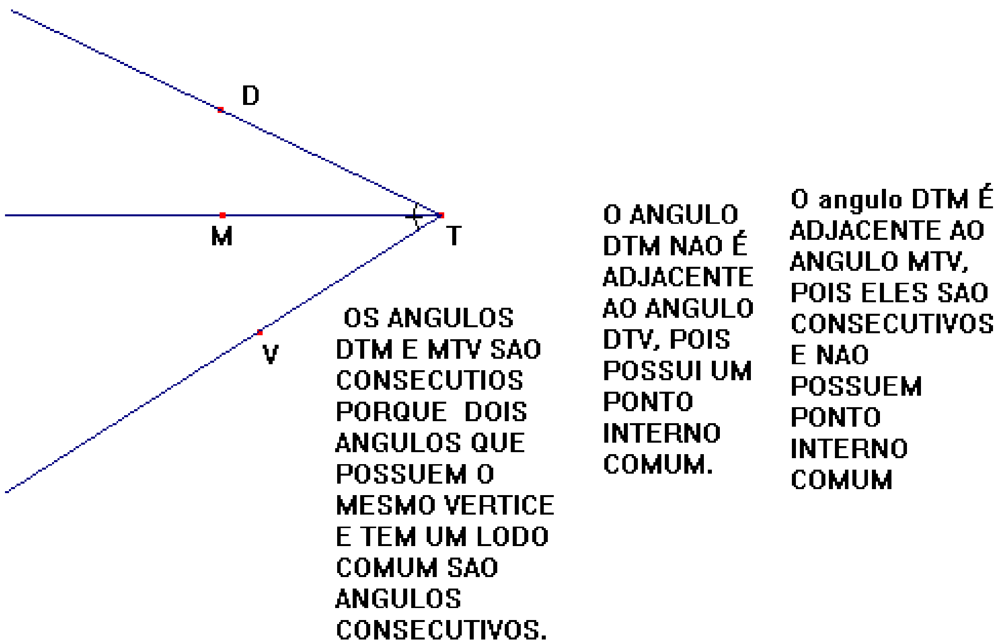
Na figura abaixo, feita pelos alunos do grupo 7, nota-se que a construção foi bem feita; foram identificados três ângulos e foi dada uma explicação consistente sobre a existência de um par de ângulos consecutivos.



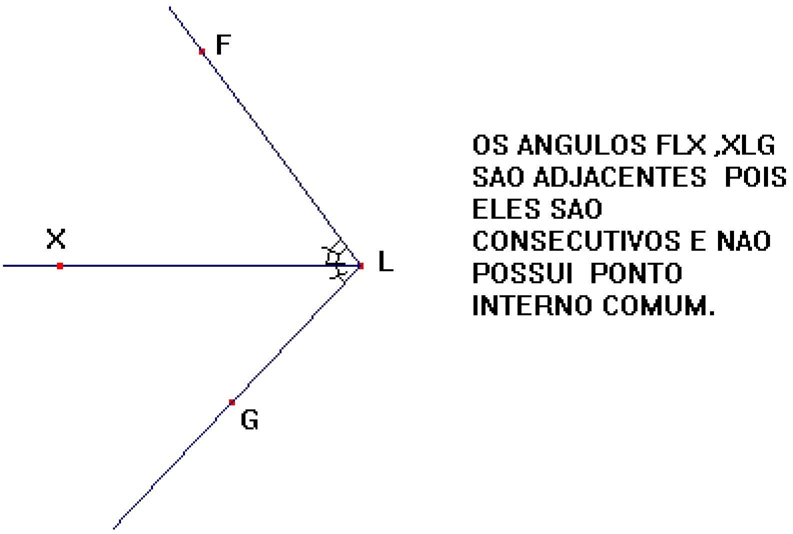

Os itens oito e nove do roteiro apresentaram propostas de atividades que tinham por objetivo a formação do conceito de ângulos adjacentes. Esses itens aproveitavam as construções efetuadas nos itens anteriores e exploravam as condições de existência dos ângulos adjacentes. Como as construções anteriores variaram de acordo com as interpretações dos roteiros pelos grupos, os resultados das atividades desenvolvidas pelos alunos para a construção do conceito de ângulos adjacentes também foram variados.

Analisando-se as produções dos oito grupos que trabalharam o conceito de ângulos adjacentes, percebe-se que poucos alunos conseguiram formar genuinamente esse conceito. As produções da maior parte dos alunos não apresentaram indícios de que o conceito em questão tenha sido apropriado por eles. Apenas os grupos 5 e 7 (25,0%) construíram ângulos e explicaram porque são adjacentes. Um exemplo de produção feita pelo grupo 5 pode ser visto na figura apresentada anteriormente. O grupo 7 foi o que mais se destacou nessas atividades. Suas produções demonstraram claramente que as condições necessárias à existência de ângulos adjacentes foram compreendidas por eles. As duas figuras abaixo ilustram bem isso. Na primeira, os alunos mostram porque dos ângulos $D\hat{T}M$ e $D\hat{T}V$ não são adjacentes. Na segunda, eles apresentam dois ângulos adjacentes com as justificativas.

**Primeira Figura do Grupo 7**



**Segunda Figura do Grupo 7**




As explicações dos demais alunos não demonstraram que eles tenham compreendido o conceito de ângulos adjacentes. Algumas respostas estavam totalmente incorretas; outras estavam justificadas apenas com parte da definição de ângulos adjacentes e dois grupos deixaram em branco o item nove do roteiro. Percebe-se, desta forma, que o conceito de ângulos adjacentes apresentou um alto grau de dificuldade no processo de ensino e aprendizagem.

As atividades existentes no tema cinco (ângulos complementares e ângulos suplementares) possibilitaram a retomada dos conceitos de ângulos consecutivos e ângulos adjacentes, resultando uma melhoria no aprendizado.

**Tema 5: Ângulos Complementares e Ângulos Suplementares**

As atividades deste tema possibilitaram a retomada dos conceitos de ângulos consecutivos e ângulos adjacentes trabalhados anteriormente e se constituíram em mais uma oportunidade para os alunos formarem esses conceitos.

Os objetivos propostos para este tema foram a conceituação de ângulos complementares e de ângulos suplementares. Para serem atingidos esses objetivos, o roteiro de atividades era composto de dez itens, incluindo os procedimentos de construção de figuras geométricas, as orientações conceituais e as questões formuladas aos alunos.

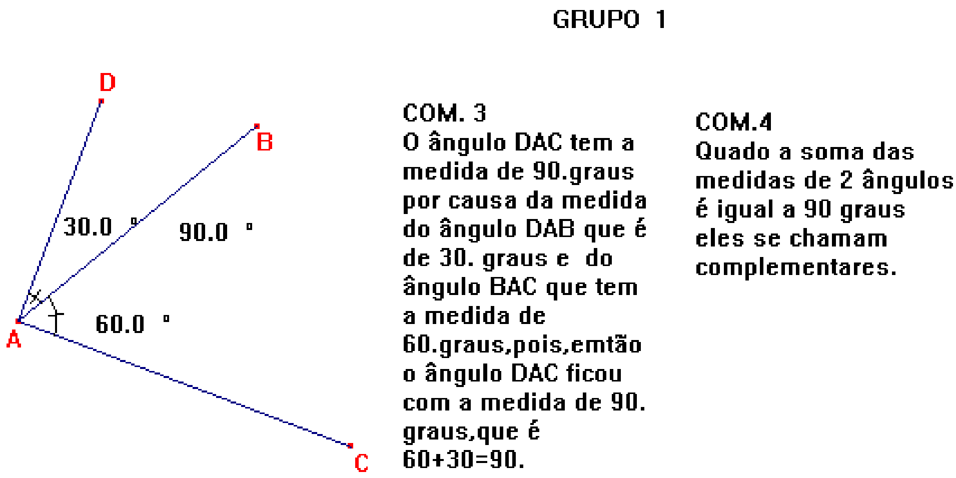
Os dois primeiros itens do roteiro solicitaram a construção dos ângulos $B\hat{A}C$ e $B\hat{A}D$, consecutivos e adjacentes, com medidas iguais a $60^o$ e $30^o$ respectivamente. Um fato interessante ocorreu nessa atividade. Em princípio, dos oito grupos participantes, apenas um deles (grupo 5) atentou para a necessidade desses ângulos serem consecutivos e adjacentes. Os outros sete grupos inicialmente construíram separados os dois ângulos. Somente com minhas intervenções esse erro foi corrigido. Vários grupos solicitaram o roteiro de atividades do tema quatro para a verificação dos conceitos de ângulos consecutivos e de ângulos adjacentes. Se a unicidade dos pontos de um ângulo tivesse sido discutida com os alunos é possível que tivessem compreendido que $\overrightarrow{AB}$ é um lado comum dos ângulos $B\hat{A}C$ e $B\hat{A}D$. Então esse é um cuidado importante que nós professores devemos ter na nossa prática pedagógica.

Os alunos do grupo 4 estavam apresentando muitas dificuldades para construírem os dois ângulos; eles não sabiam construir ângulos consecutivos e adjacentes com as medidas solicitadas. Após duas explicações feitas por mim, utilizando o roteiro do tema 4, e vendo que as dúvidas ainda permaneciam, chamei os alunos desse grupo para sentarem próximo à uma mesa que existia na sala de informática, fiz o desenho dos dois ângulos em uma folha de caderno e, em seguida, solicitei que eles próprios fizessem as construções no computador. Esse tipo de intervenção possibilitou que os alunos realizassem a atividade.

Com os alunos do grupo 6, minha intervenção na atividade apresentou uma característica diferente no que diz respeito à condução dos procedimentos. Inicialmente os alunos construíram os ângulos de $60^o$ e $30^o$ separados. Fui chamado pelos alunos para verificar se estavam realizando corretamente as atividades. Ao ver a construção, disse que havia um problema, pois eles não estavam considerando o fato de os dois ângulos terem de ser consecutivos e adjacentes. Imediatamente eles se lembraram das atividades anteriores e corrigiram as construções. Um membro desse grupo, que sempre teve uma postura ativa no desenvolvimento das atividades e sempre se preocupou com o aprendizado disse: “está ficando cada vez mais difícil professor”.

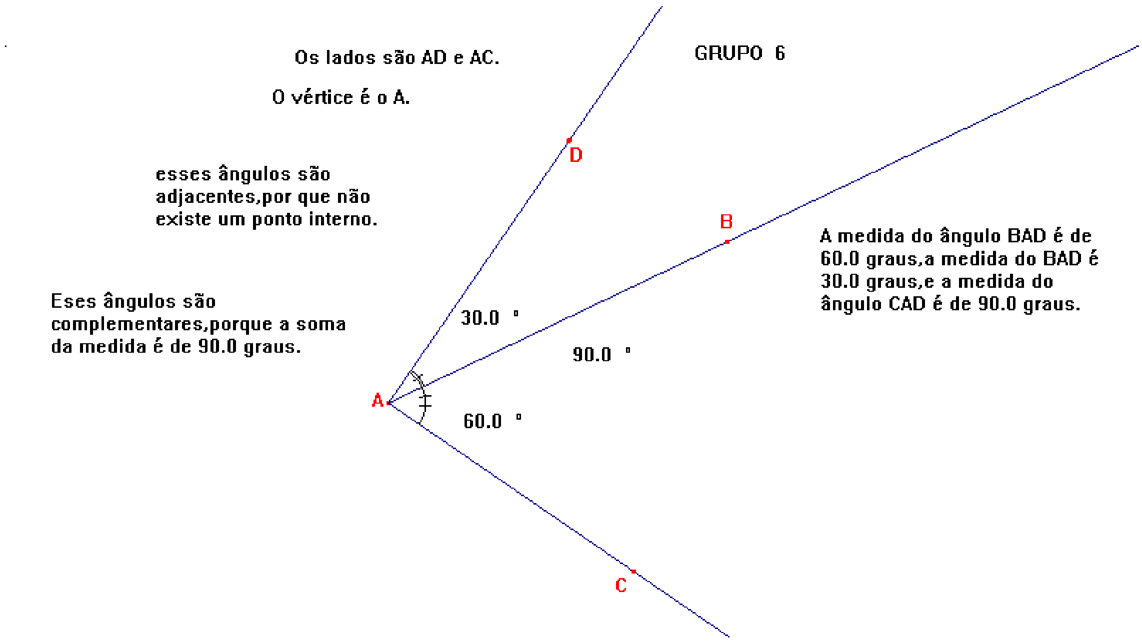
O terceiro item do roteiro pediu a medida do ângulo $C\hat{A}D$ da figura geométrica construída nas atividades anteriores e solicitou a comparação do valor dessa medida com os valores das medidas dos ângulos $C\hat{A}B$ e $B\hat{A}D$, indagando se o resultado correspondia a algum tipo de ângulo estudado anteriormente. O item quatro apresentou o conceito de ângulos complementares.

As construções e explicações dos alunos nessas atividades ficaram corretas. Todos os grupos conseguiram construir os ângulos $B\hat{A}C$ e $B\hat{A}D$ consecutivos e adjacentes. Também todos os grupos determinaram a medida do ângulo $C\hat{A}D$, mas somente os grupos 5, 7 e 8 responderam que o ângulo formado com medida igual a $90^o$ se chamava ângulo reto. A figura a seguir mostra a construção efetuada pelo grupo 1. Nela podemos observar que os membros desse grupo demonstraram ter compreendido corretamente o conceito de ângulos complementares:

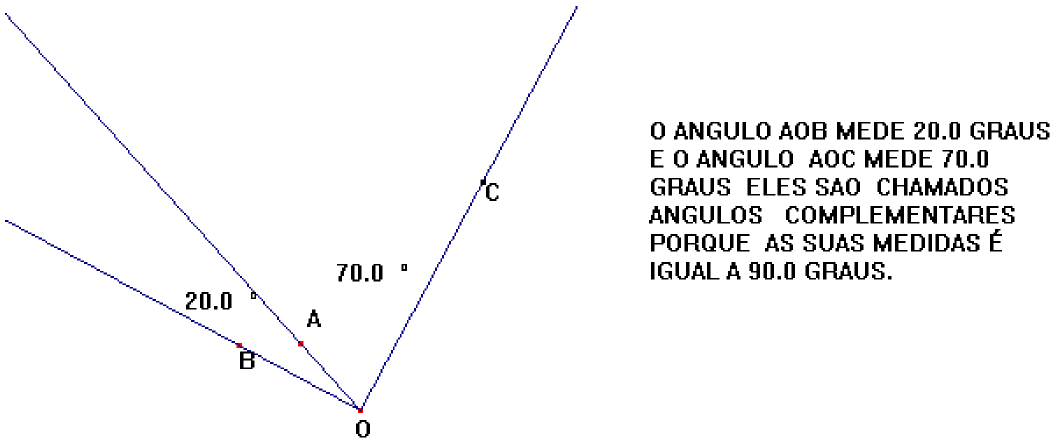



Outro destaque dessas primeiras atividades apareceu nas produções do grupo 6. Esse grupo não havia demonstrado o aprendizado dos conceitos de ângulos adjacentes nas produções anteriores. Com essas novas atividades, incluindo as minhas intervenções no grupo, orientando-os, pedindo para se esforçarem no sentido de entenderem o significado das palavras que apareciam na definição do conceito de ângulos adjacentes, a construção ficou correta. Além disso, suas respostas demonstraram que o conceito de ângulos complementares também foi assimilado. Apenas cometeram um erro na identificação dos ângulos com medidas iguais a $30^o$ e $60^o$

e não colocaram a palavra comum para justificar a existência de dois ângulos adjacentes. A figura a seguir mostra isso:

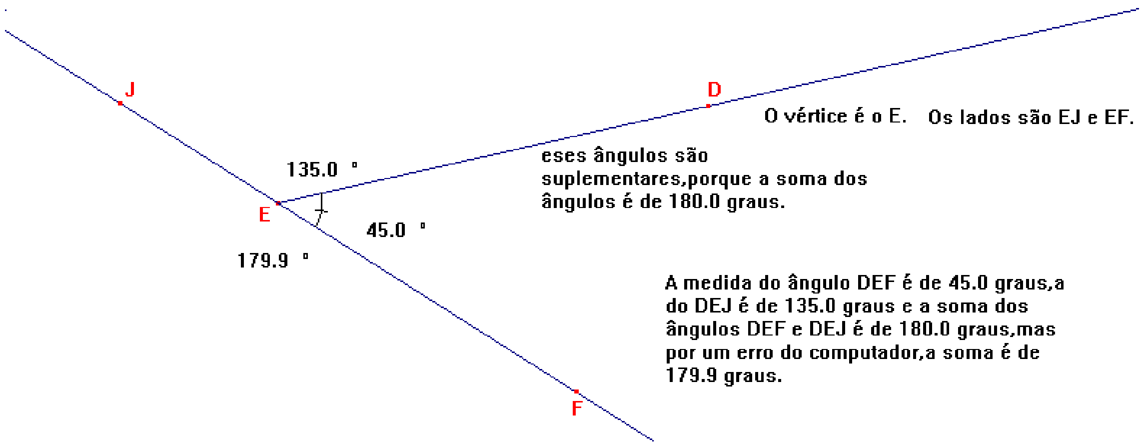



A quinta atividade desse tema também explorou os conceitos de ângulos adjacentes e complementares. Deu-se a medida do ângulo $A\hat{O}B$ com valor igual a $20^o$ e pediu-se a medida do ângulo $A\hat{O}C$, solicitando-se também que fizessem a construção geométrica para representar o problema. Os ângulos $A\hat{O}B$ e $A\hat{O}C$ deveriam ser adjacentes complementares. Os resultados obtidos demonstraram que os alunos dos grupos 2, 3, 6, 7 e 8 (62,5%) iniciaram a construção dos conceitos de ângulos adjacentes e complementares. Suas construções geométricas ficaram corretas tanto no que diz respeito aos ângulos serem adjacentes como no valor da medida do ângulo $A\hat{O}C$ para que fossem complementares. Como exemplo de produção desses grupos, destaco a construção efetuada pelo grupo 7. A figura geométrica está construída corretamente e os comentários mostram que seus membros compreenderam o conceito de ângulos complementares. Faltou colocar na justificativa que os dois ângulos são complementares porque a soma de suas medidas vale $90^{o}$.




Os grupos 1, 4 e 5 (37,5%) não souberam realizar a atividade com a utilização correta dos dois conceitos. Nos grupos 1 e 5 os alunos acertaram a medida do ângulo $A\hat{O}C$, respondendo que o valor desse ângulo deveria ser $70^{o}$, mas erraram a construção geométrica, ou seja, não construíram os ângulos adjacentes. Os alunos do grupo 4 levaram em consideração a exigência do problema de os ângulos $A\hat{O}B$ e $A\hat{O}C$ serem adjacentes, mas não responderam o valor da medida do ângulo $A\hat{O}C$ para que esses dois ângulos fossem complementares.

A sexta atividade teve como objetivo a introdução do conceito de ângulos suplementares. Ela iniciou pedindo aos alunos que construíssem o ângulo $D\hat{E}F$ com medida igual a $45^{o}$. Em seguida, indagava sobre que valor de ângulo seria necessário para que, somado com o ângulo construído anteriormente, desse como resultado o ângulo de meia volta ou $180^{o}$. O item terminou com a definição de ângulos suplementares. Por se tratar de uma atividade relativamente fácil, todos os grupos conseguiram realizá-la. Alguns grupos se limitaram a fazer somente a construção do ângulo de 45° e responder que a outra medida era 135°. Outros alunos, como é o caso do grupo 6, construíram o ângulo $D\hat{E}F$, responderam que a medida a ser adicionada deveria ser 135° e, demonstrando segurança no desenvolvimento da atividade e na compreensão dos conceitos, construíram o ângulo $D\hat{E}J$ adjacente e suplementar ao ângulo $D\hat{E}F$. Além disso, apontaram um "erro" do programa Cabri-Géomètre II, pois segundo eles o computador apresentou a resposta errada de 179,9°. A construção abaixo ilustra esse fato:




Duas alunas do grupo 4, ao descobrirem o valor 135°, correspondente ao suplemento do ângulo $D\hat{E}F$ disseram: "finalmente a gente está respondendo certo sem a ajuda do professor".

A sétima atividade também objetivou trabalhar o conceito de ângulos suplementares. No entanto, a questão foi mais livre, ou seja, cada grupo deveria construir o ângulo raso $A\hat{O}C$ e determinar um ponto B na tela. Em seguida, os alunos deveriam construir o ângulo $B\hat{O}C$ e determinar o valor de sua medida. A atividade pediu também o valor da medida do ângulo $B\hat{O}A$. No final, fez-se uma indagação sobre a forma que a medida do ângulo $B\hat{O}A$ foi encontrada e deu-se uma pista para se determinar esse valor. A intenção dessa atividade foi possibilitar uma reflexão nos alunos sobre o conceito de ângulos suplementares. Partindo-se de um ângulo raso pode-se construir um par de ângulos suplementares. Cada grupo determinou o ponto B em um lugar específico da tela e os valores dos dois ângulos construídos variaram nos diferentes grupos.

Outra característica importante dessa atividade foi o questionamento feito aos alunos sobre as maneiras de se determinar o valor do ângulo $B\hat{O}A$. Esperava-se que suas respostas seriam dadas de duas maneiras. Uma delas seria utilizando o botão *ângulo*, da caixa de ferramentas do Cabri-Géomètre II, uma vez que nessa altura eles já estavam acostumados a utilizar esse recurso do software. A outra, que inclusive estava no roteiro, seria a explicação de que a medida do ângulo $B\hat{O}A$ poderia ser encontrada efetuando-se a subtração do valor da medida do ângulo raso ($180^{o}$) o valor da medida do ângulo $B\hat{O}C$. Algumas respostas sinalizaram essa segunda compreensão, pois os alunos mencionaram que os dois ângulos somados dão como resultado $180^{o}$. Talvez a formulação das questões não tenha ficado muito boa e tenha causado dúvidas nos alunos, uma vez que todos os grupos construíram corretamente o ângulo raso, determinaram os dois ângulos com suas respectivas medidas, mas nem todos justificaram como as determinaram.

As principais dúvidas ou dificuldades apresentadas pelos alunos durante a execução desse item estiveram relacionadas à construção do ângulo raso, à determinação do ponto B na área de trabalho do software Cabri-Géometre II e ao cálculo do valor da medida do suplemento do ângulo $B\hat{O}C$ sem utilizar o botão *ângulo* da barra de ferramentas do software. Ao ser chamado, ouvia os alunos e, em seguida, fomentava uma reflexão sobre as possibilidades para a resolução dos problemas. Em relação à definição do ângulo raso, indagava sobre a figura geométrica que representava esse ângulo e mencionava que um ângulo raso também recebe o nome de ângulo de meia volta. Sobre a determinação do ponto B, foi suficiente a informação de que este poderia ser colocado em qualquer lugar na tela. A questão relacionada ao cálculo da medida do ângulo $B\hat{O}A$ foi mais complexa, ou seja, quando os alunos perguntavam o modo de se determinar essa medida, eu remetia novamente a pergunta a eles, dando a informação de que existia outra forma de se obter o valor sem utilizar o botão *ângulo* do software. Esse tipo de estratégia, em minha concepção, poderia estimular o desejo de buscar o valor do referido ângulo e, conseqüentemente, criar condições favoráveis ao aprendizado do conceito de ângulos suplementares. Alguns alunos conseguiram encontrar o valor da medida do ângulo durante as minhas intervenções, no entanto, os registros no disquete não foram efetuados, como já mencionei anteriormente.

Na oitava atividade quase todos os alunos demonstraram que os conceitos de ângulos adjacentes e suplementares haviam sido assimilados. O item solicitou a construção do ângulo $E\hat{I}F$ com medida de $130^{o}$ e pediu também a construção do ângulo $J\hat{I}F$ adjacente e suplementar ao primeiro. Apenas o grupo 8 (12,5%) construiu incorretamente os ângulos, não considerando o enunciado que pedia ângulos adjacentes e suplementares. Os valores das medidas dos ângulos construídos por esse grupo também ficaram incorretos. Os demais grupos construíram os ângulos de acordo com o enunciado da questão e determinaram suas medidas de modo que esses ângulos fossem adjacentes suplementares.

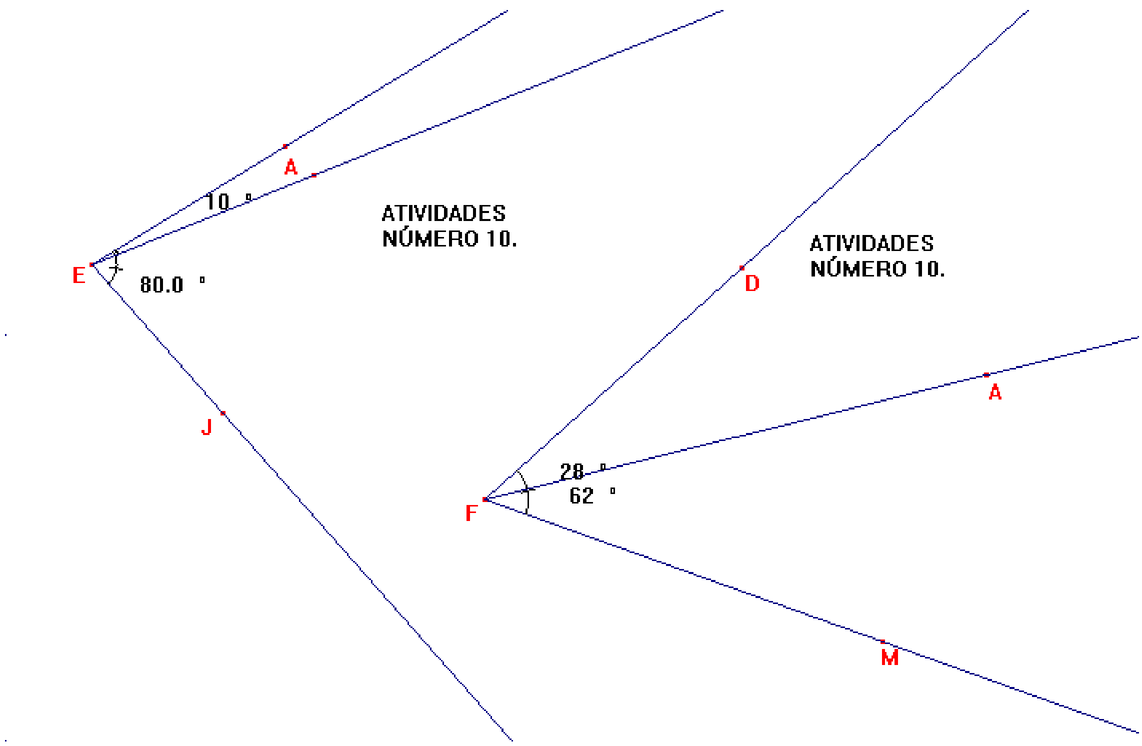
O nono item deu o valor da medida do ângulo $A\hat{O}B$ como sendo igual a 47º e pediu para os alunos determinarem e representarem o complemento e o suplemento desse ângulo. A atividade não exigiu que os pares de ângulos formados fossem adjacentes. Os resultados mostram alguns dados interessantes. Os grupos 1, 4 e 6 (37,5%) determinaram e representaram somente os pares de ângulos complementares. Esses três grupos também construíram os pares de ângulos adjacentes. Os grupos 2, 5 e 7 (37,5%) não realizaram essa atividade e os grupos 3 e 8 (25,0%) a realizaram corretamente. Todos os grupos que efetuaram as construções seguiram o esquema das construções dos itens anteriores, ou seja, construíram os pares de ângulos adjacentes, mesmo não sendo exigido isso na questão. O fato de os grupos 1, 4 e 6 terem feito somente os pares de ângulos complementares muito provavelmente tenha sido causado por esquecimento dos membros desses grupos, uma vez que em atividades anteriores já haviam trabalhado corretamente com o conceito de ângulos suplementares.

A última atividade desse tema pediu aos alunos a construção de dois ângulos complementares e de dois ângulos suplementares. Nada se falou sobre a nomeação dos ângulos nem sobre os valores de suas medidas. A questão foi mais aberta e objetivou verificar se os alunos já tinham assimilado os referidos conceitos geométricos e, se por ventura ainda não os tivessem, a atividade poderia dar mais uma oportunidade para o aprendizado.

Os grupos 1, 2, 3, 5, 6 e 7 (75,0%) realizaram corretamente a construção dos ângulos complementares e suplementares. O grupo 4 acertou a construção dos ângulos complementares, mas não fez os ângulos suplementares.

A figura a seguir mostra as construções dos ângulos complementares do grupo 2. Esses alunos construíram ângulos complementares que eram consecutivos e não adjacentes. Na primeira figura cometeram um erro de construção da ordem de 0,5°. O ângulo $A\hat{E}J$ mede 80° e o ângulo $A\hat{E}?$ mede 9,5° e não 10° como indicado. Houve, portanto, um erro de construção e não de conceito. À primeira vista, baseando-se apenas nas figuras construídas e nos valores indicados para os ângulos, um professor pode considerar errada essa resolução, pois a figura final não tem a aparência de um ângulo de 90°. Entretanto o exercício não pedia que os ângulos complementares fossem consecutivos e adjacentes e assim há que considerar correta a resolução original desses alunos.

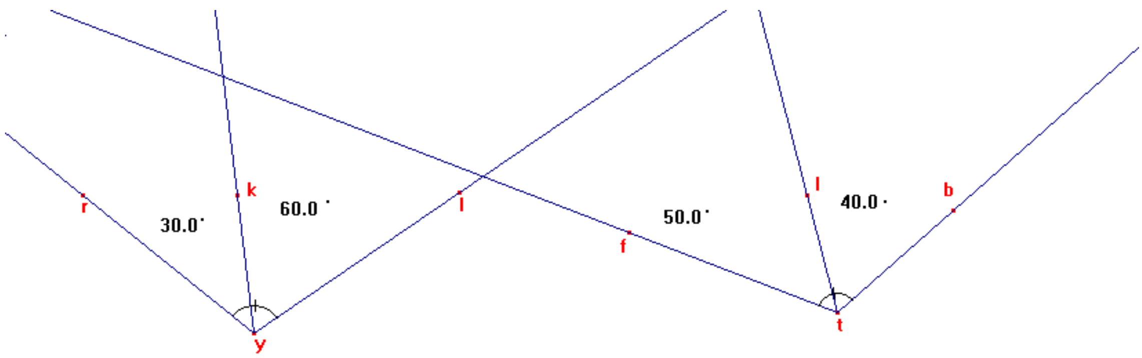
Pode-se dizer, portanto, que 87,5% dos alunos indicaram compreensão do conceito de ângulos complementares e 75,0% os de ângulos complementares e suplementares.



A figura a seguir ilustra as construções do grupo 8. Percebemos que os valores indicados das medidas dos ângulos não correspondem aos valores reais. Os ângulos $R\hat{Y}K$ e $K\hat{Y}I$ medem respectivamente 44,3º e 62,4º e não 30º e 60º como indicado na primeira figura. O mesmo tipo de erro ocorreu na segunda figura, onde os ângulos medem 54,5º e 63,1º e não 50º e 40º como registrado por eles.

Percebe-se pelo desempenho desse grupo, que eles sabem que ângulos complementares devem somar 90º (30º + 60º; 50º + 40º). Entretanto, houve erro nas construções, pois 44,3º + 62,4º = 106,7º e 54,5º + 63,1º = 117,6º. Não foi possível perceber como os alunos clicaram para obter esses valores. Podem ter feito por tentativa e erro, até que encontraram a soma desejada. Portanto, aqui o erro pode ter sido de construção e não de conceito.

Essas situações dúbias como as do grupo 2 e do grupo 8 são o maior problema para os professores em geral, pois fogem às suas expectativas de resolução correta. Talvez por isso muitos não se envolvam com o ensino de Geometria.



**Tema 6: Ângulos Opostos pelo Vértice**

O último tema trabalhado com os alunos na sala de informática com a utilização do software Cabri-Géomètre II se referiu aos ângulos opostos pelo vértice (opv). O plano de ensino objetivou a conceituação de ângulos opostos pelo vértice (opv) e também a aprendizagem da propriedade de que dois ângulos opostos pelo vértice são congruentes.

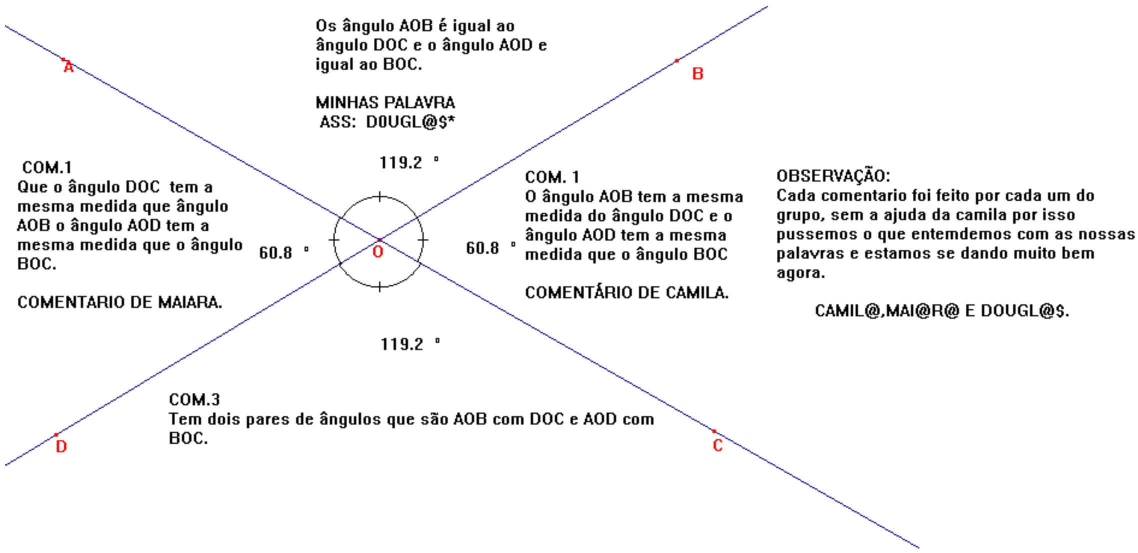
As três primeiras atividades do roteiro tiveram a intenção de fazer os próprios alunos trabalharem na construção dos conceitos geométricos envolvidos nesse tema. Desta forma, pediu-se aos alunos a construção de duas retas que se cruzam em um único ponto; pediu-se a determinação dos quatro ângulos formados entre as duas retas e os valores de suas medidas; fez-se várias questões a respeito dos lados dos ângulos formados e de suas medidas; e no item três, apresentou-se o conceito de ângulos opostos pelo vértice (opv).

Do item quatro ao oito, o roteiro apresentou uma demonstração algébrica da congruência de um par de ângulos opostos pelo vértice. Como as três primeiras atividades tiveram uma característica experimental na determinação da congruência dos pares de ângulos opv, ao elaborar o roteiro desse tema tive a preocupação de incluir uma demonstração algébrica para essa propriedade na tentativa de mostrar aos alunos que a propriedade da congruência de medidas dos pares de ângulos opv é válida para toda e qualquer medida angular.  A inclusão dessa demonstração também objetivou um trabalho conjunto da geometria com a álgebra, estratégia esta recomendada por diversos pesquisadores.

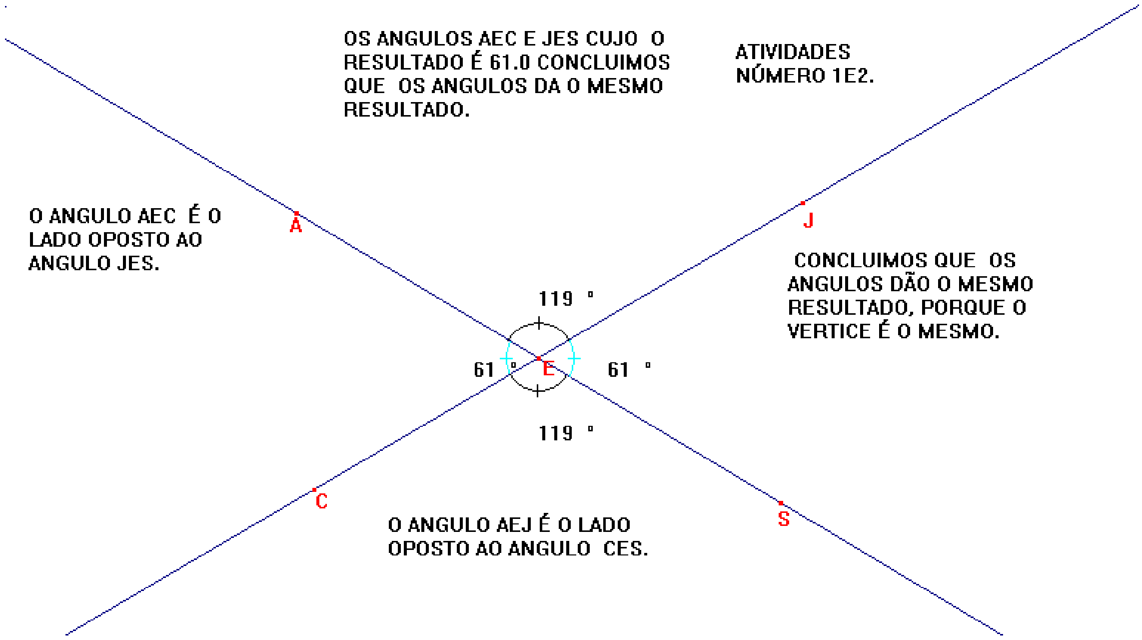
A nona atividade solicitou uma demonstração algébrica da congruência de medidas dos ângulos $A\hat{O}B$ e $D\hat{O}C$, opostos pelo vértice. A décima pediu aos alunos para construírem uma figura geométrica semelhante à construída no item quatro e para indicarem os ângulos opv e os valores de suas respectivas medidas. A última atividade do roteiro solicitou a construção de um par de ângulos opv fornecendo o valor da medida de um ângulo. A atividade pediu os valores das medidas dos outros três ângulos e a identificação dos ângulos opv.

Apresentarei a seguir, as produções de todos os grupos com as respectivas análises dos três primeiros itens do roteiro. A ênfase será nas respostas dadas pelos alunos para a verificação e se conseguiram adquirir os conceitos geométricos propostos no tema.

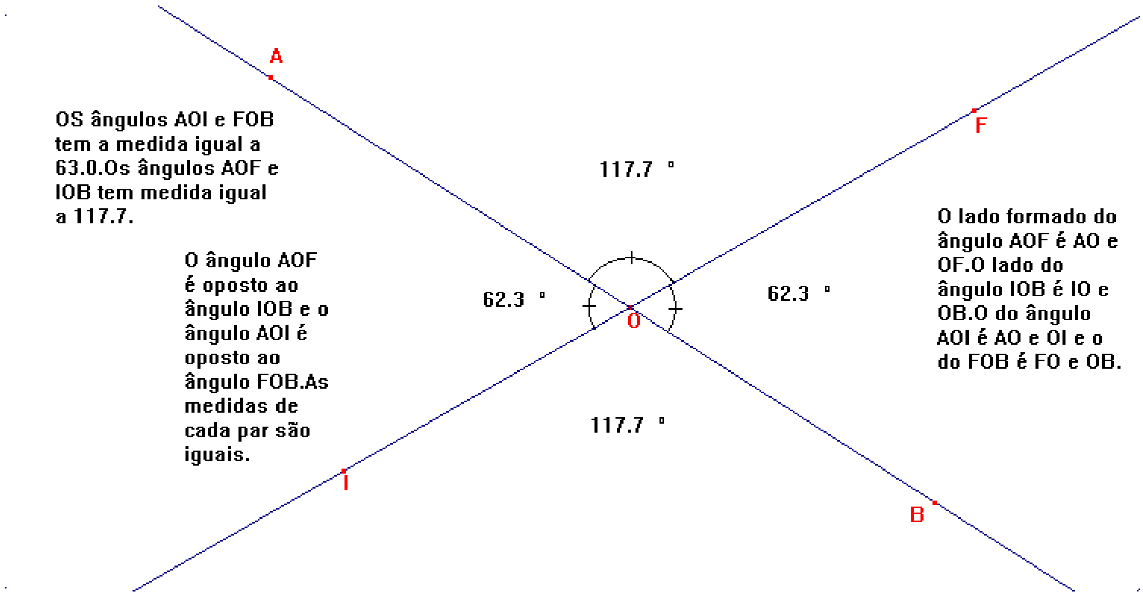
O grupo 1 construiu corretamente as duas retas que se cruzam em um único ponto, determinou as quatro medidas dos ângulos formados por esse cruzamento e nomeou os quatro ângulos. Suas respostas evidenciam que houve a percepção de que existem dois pares de ângulos e que em cada par os ângulos são congruentes. A figura seguinte ilustra isso.



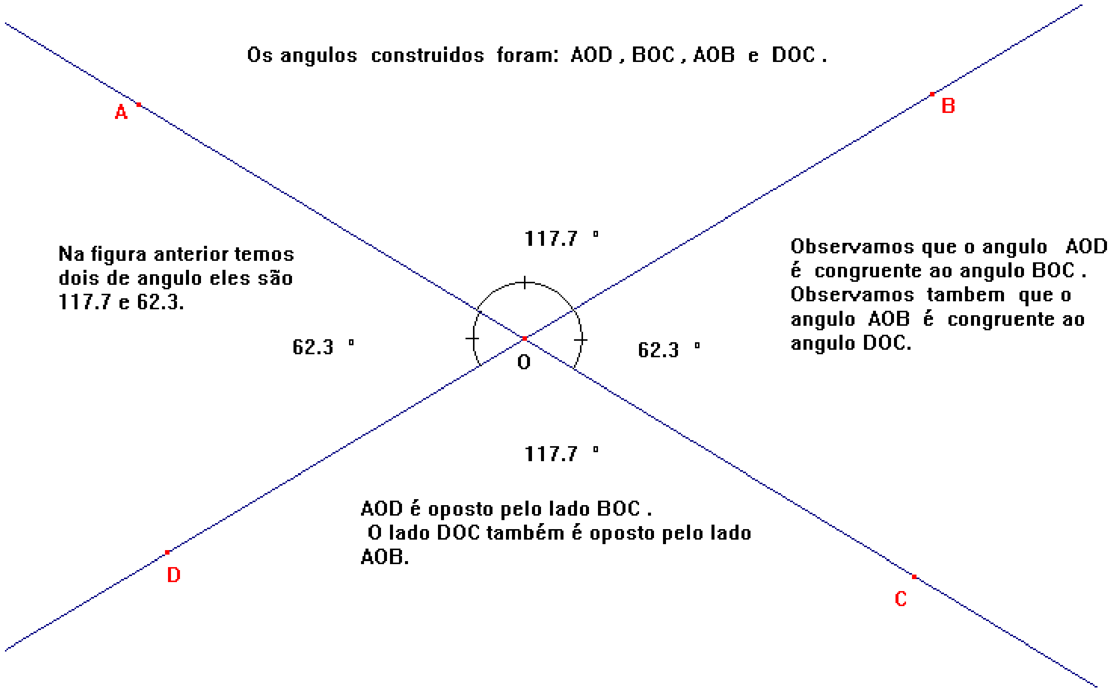

Os alunos do grupo 2 também construíram as duas retas e determinaram as medidas dos quatro ângulos formados, mas suas conclusões a respeito da congruência dos ângulos não ficaram muito claras. A explicação e identificação dos ângulos também apresentaram problemas de precisão. Percebe-se que os alunos não conseguiram expressar adequadamente os pares de ângulos opv em suas próprias palavras: disseram que o ângulo $A\hat{E}C$ é lado oposto ao ângulo $J\hat{E}S$ ao invés de dizer que é ângulo oposto pelo vértice. Outra imprecisão conceitual foi quando citaram que os ângulos dão o mesmo resultado porque o vértice é o mesmo. Apesar dessas imprecisões, é provável que esses alunos tenham percebido a existência de dois pares de ângulos e que esses ângulos são congruentes. Suas produções estão na figura seguinte.



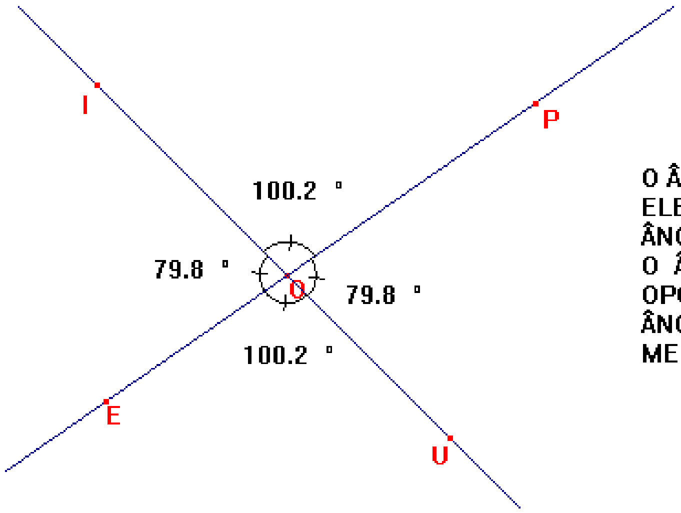

Os membros do grupo 3 fizeram corretamente as construções, verificaram que existem dois pares de ângulos e que esses ângulos são congruentes. Mencionaram também os lados dos ângulos opostos pelo vértice. Podemos verificar que as atividades propostas no roteiro possibilitaram a percepção desses conceitos. A figura abaixo mostra a produção do grupo 3.



Os alunos que trabalharam no grupo 4 também construíram corretamente as duas retas e identificaram os quatro ângulos e suas respectivas medidas. Eles identificaram os dois pares de ângulos congruentes apresentando uma resposta muito boa, utilizando inclusive a palavra congruente no lugar de mesma medida. Em relação à questão formulada para a identificação de quais são os pares de ângulos opv, suas respostas não ficaram claras. Houve uma confusão de lado com vértice e de ângulo com lado. É possível que os alunos desse grupo tenham verificado a existência de dois pares de ângulos congruentes e que sabem quais são os ângulos opv. Seguem abaixo, suas construções e explicações.

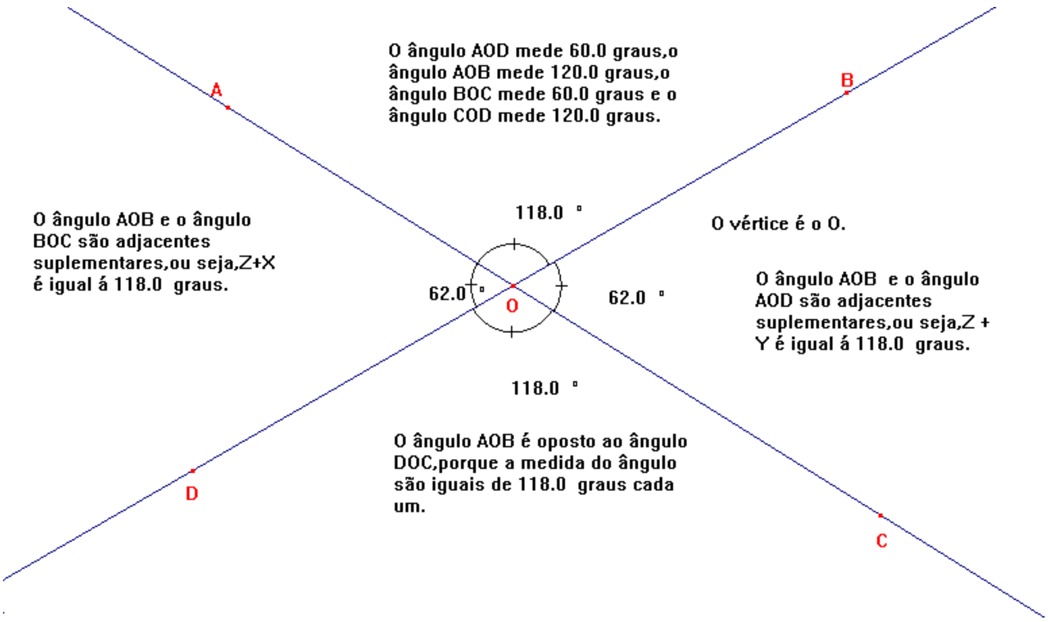



O grupo 5 desenhou as duas retas, nomeou e identificou os dois pares de ângulos e determinou as medidas desses ângulos. Os alunos escreveram também que existe o vértice comum para todos os ângulos. Apesar de não terem mencionado nada a respeito dos lados dos ângulos opv, em suas explicações podemos verificar que eles os identificaram. Na atividade que segue, esse grupo deixou claro que cada par de ângulos opv possui a mesma medida.

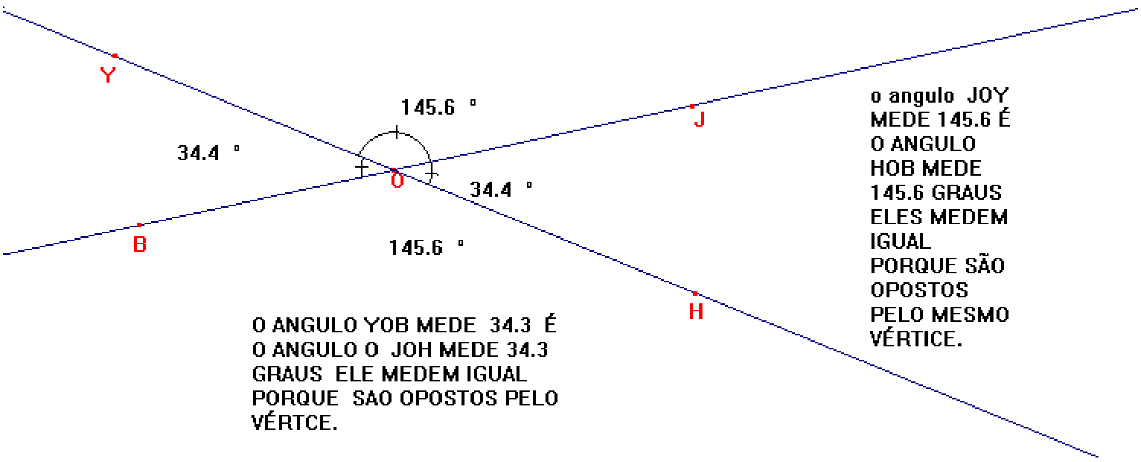



O ÂNGULO POI TEM 100.2 °GRAUS ELE É OPOSTO PELO VÉRTICE O AO ÂNGULO EOU.
O ÂNGULO POU TEM 79.8 ° ELE É OPOSTO PELO VÉRTICE O AO ÂNGULO IOE OS DOIS TEM O MESMO VÉRTICE.

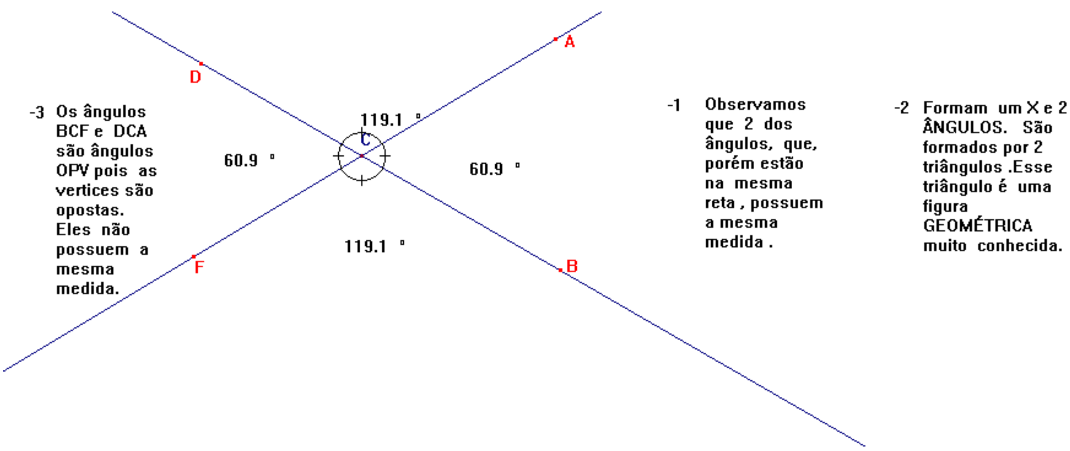
Em suas primeiras produções, os alunos do grupo 6 cometeram alguns equívocos. Inicialmente eles construíram corretamente as duas retas, identificaram o vértice comum de todos os quatro ângulos formados, determinaram as medidas dos ângulos e mencionaram que os ângulos $A\hat{O}B$ e $D\hat{O}C$ são opv e possuem a mesma medida, igual a 118º. Os alunos também identificaram dois pares de ângulos adjacentes suplementares, mas se confundiram na hora das explicações. Disseram que "x + y = 118.0 graus", ou seja, tentaram aplicar o conceito de ângulos adjacentes suplementares, mas não acertaram a medida. Nas atividades do tema cinco onde os conceitos de ângulos adjacentes e suplementares foram trabalhados, o grupo conseguiu realizar satisfatoriamente os exercícios. No item 7 daquele tema, esses alunos afirmaram que dois ângulos são suplementares porque a soma deles é 180º. Outro problema existente em suas explicações foi a incorreta leitura dos valores das medidas dos quatro ângulos formados. Em vez de colocarem 62º e 118º, colocaram 60º e 120º. Esses alunos não responderam nada a respeito dos lados dos ângulos formados. Analisando detalhadamente suas respostas nessas atividades e também nas seguintes, verificamos que para eles, o conceito de ângulos opv se resume na congruência das medidas de dois ângulos. Isso pode ser notado na figura abaixo.




As produções do grupo 7 também mostram que os alunos conseguiram verificar a congruência dos ângulos opv, mas não indicam que o conceito de ângulos opv tenha sido construído genuinamente. Eles nada escreveram sobre o prolongamento dos lados dos ângulos, indo na direção do conceito de ângulos opv. O grupo construiu corretamente as duas retas que se cruzam em um único ponto, determinou os quatro ângulos com suas respectivas medidas e escreveu os pares de ângulos que possuem a mesma medida – há um pequeno erro no comentário que fizeram: na figura geométrica, um par de ângulos opv tem medida igual a 34,4$^{o}$ e não 34,3$^{o}$, como mencionado - dando a explicação de que isso ocorre porque são opv. A figura abaixo se refere à produção desse grupo.



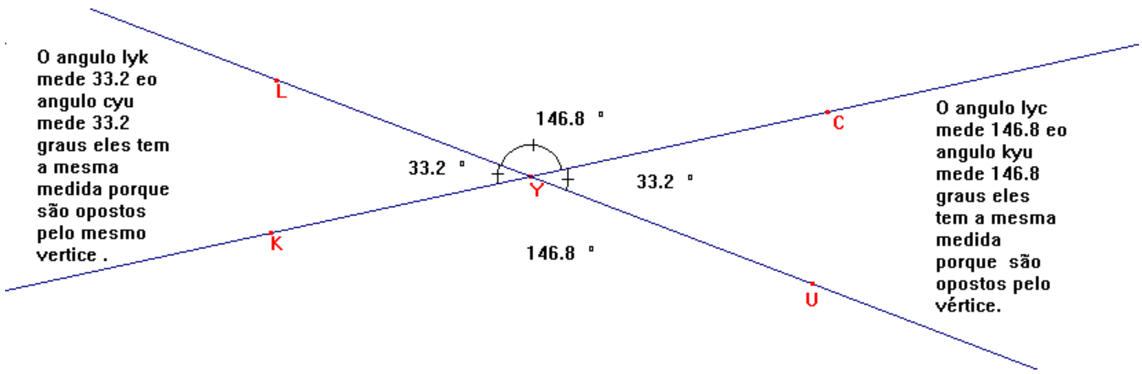

Os alunos do grupo 8 construíram as duas retas, determinaram as medidas dos quatro ângulos formados com esse cruzamento, mas suas respostas demonstram que o conceito de ângulos opv não foi adquirido. Eles até identificaram um par de ângulos opv, porém a justificativa apresentada não foi satisfatória. Os alunos citaram que os ângulos $B\hat{C}F$ e $D\hat{C}A$ são opv, mas disseram que suas medidas não são iguais e que "as vértices são opostas". Nas três primeiras atividades, suas respostas ficaram inconsistentes com o conceito de ângulos opostos pelo vértice. A figura abaixo ilustra isso.



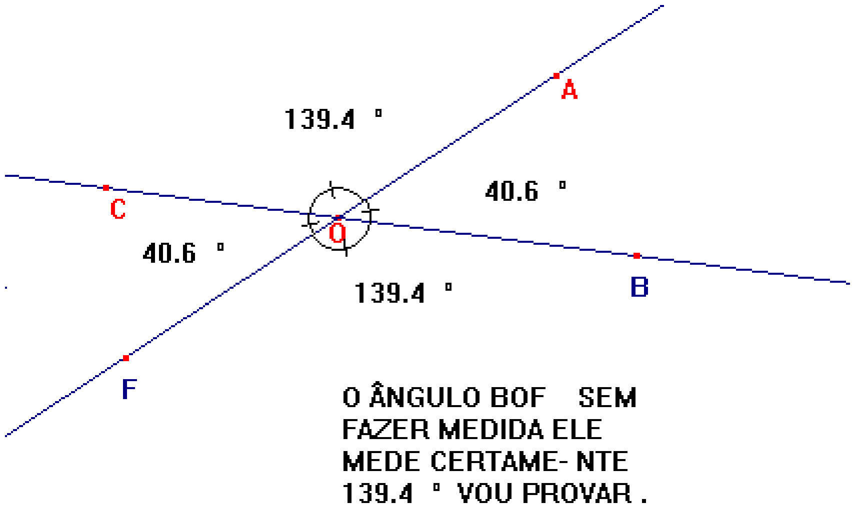
O nono item do roteiro, como citado anteriormente, pediu a demonstração da congruência das medidas dos ângulos $A\hat{O}B$ e $D\hat{O}C$. Apenas os grupos 1, 2, 6 e 8 (50,0%) realizaram as atividades, no entanto, suas demonstrações ou explicações não ficaram corretas. Os grupos 1 e 6 utilizaram parte da demonstração existente no roteiro de atividades para tentar fazer a outra demonstração, mas não conseguiram. O grupo 2 apenas citou que os ângulos são opv e o grupo 8 aproveitou as medidas dos ângulos da figura geométrica para dizer que elas eram iguais.

Nenhum dos grupos conseguiu efetuar a demonstração da congruência das medidas dos ângulos opostos pelo vértice. Mesmo havendo uma demonstração de um par de ângulos opv, os alunos não foram capazes de estendê-la para o outro par de ângulos opv. Em alguns momentos fui chamado para auxiliá-los na demonstração. Minha postura foi apenas colaborativa, ou seja, pedia para eles observarem a demonstração existente no roteiro de atividades e tentarem realizar a que havia sido pedida. Às vezes falava para colocarem uma outra letra na construção para conseguirem comparar os ângulos $A\hat{O}B$ e $D\hat{O}C$. Naqueles momentos, eu imaginava que se os alunos efetuassem um trabalho algébrico relativo à construção geométrica, o aprendizado dos conceitos de ângulos adjacentes, suplementares e opostos pelo vértice poderia ser maximizado. De um modo geral os alunos não estão acostumados a demonstrar, o que é uma pena, pois favorece o pensamento lógico e a compreensão de como os conhecimentos matemáticos são construídos e validados. Com meu incentivo pude observar que o trabalho algébrico foi realizado pela maioria dos grupos, mas a demonstração não foi efetuada adequadamente. Verifiquei também que os conceitos envolvidos foram revistos e isso pode ter provocado uma melhoria na compreensão desses conceitos por parte dos alunos.

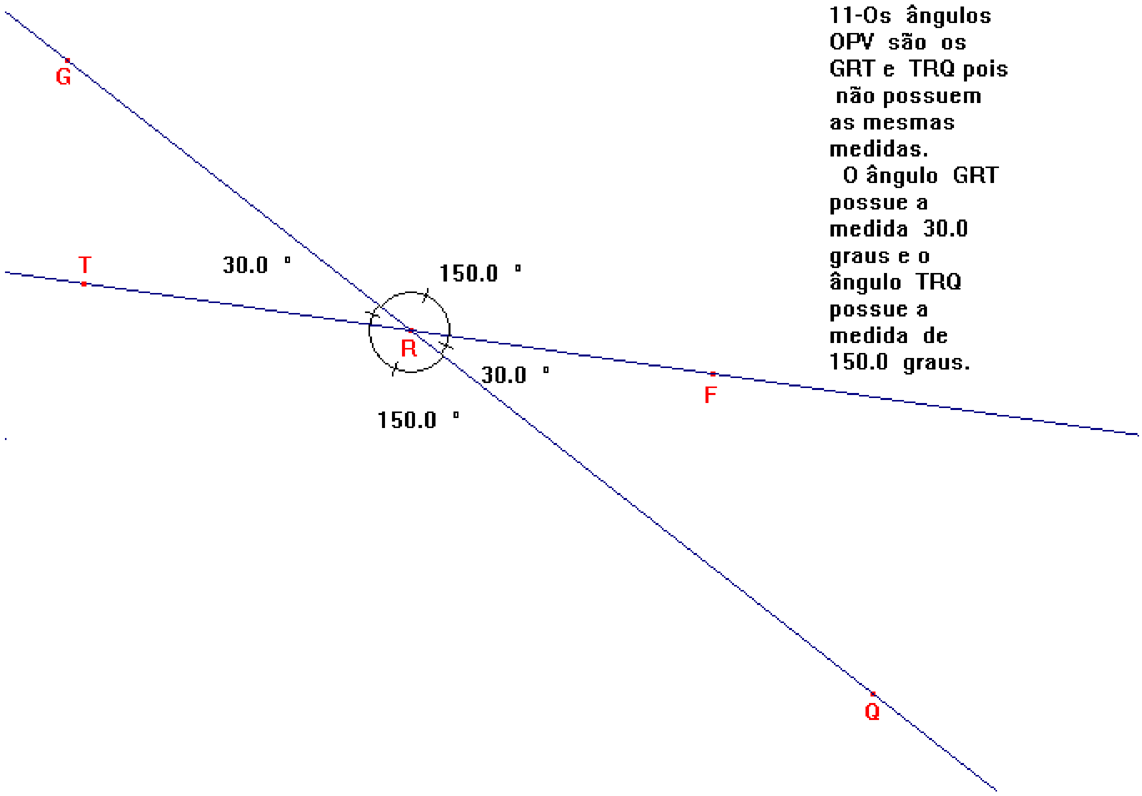
No décimo item do roteiro os resultados foram mais satisfatórios. Os oito grupos fizeram as construções e suas respostas ficaram corretas. A figura abaixo ilustra a produção do grupo 7. Nela podemos observar que os alunos identificaram os pares de ângulos opv e mencionaram os valores de suas medidas.




A figura que segue mostra a produção do grupo 5. Uma característica interessante existente na figura foi a resposta dada pelo grupo durante as atividades. Essa resposta apresenta evidências de que os alunos sabem quais são os ângulos opv e que esses pares têm medidas iguais. Os alunos, antes de utilizarem o recurso do software para medir ângulos já sabiam o valor da medida do ângulo $B\hat{O}F$. Provavelmente eles determinaram a medida do ângulo $A\hat{O}C$ inicialmente e, pela propriedade da congruência dos ângulos opv, deduziram a outra medida.




O último item desse tema serviu para reforçar os conceitos de ângulos opv e da congruência das medidas dos pares de ângulos opv. Seis grupos efetuaram corretamente as atividades propostas neste item. As respostas do grupo 4 ficaram incompletas, ou seja, eles construíram a figura geométrica de acordo com o enunciado da atividade, determinaram as medidas dos outros três ângulos, mas não mencionaram quais pares de ângulos eram opv. Os alunos do grupo 8, nessas atividades, demonstraram que ainda não adquiriram os conceitos de ângulos opv e da congruência das medidas dos pares de ângulos opv. Isso pode ser notado de maneira muito clara nas respostas que eles deram para a identificação dos ângulos opv. Eles citaram incorretamente que os ângulos opv são $G\hat{R}T$ e $T\hat{R}Q$, o que não corresponde a verdade na figura. Outro equívoco apresentado por esses alunos foi a justificativa que deram para os referidos ângulos serem opv. Para eles, os ângulos $G\hat{R}T$ e $T\hat{R}Q$ são opv por apresentarem medidas diferentes. A figura seguinte mostra esses desempenhos.




A dinâmica das aulas desse tema foi semelhante às anteriores; ora ajudava os alunos na utilização das ferramentas do software Cabri Géomètre II, ora os auxiliava na interpretação do roteiro e nas respostas às questões formuladas. Quando percebia algum problema nas produções de algum grupo, eu mencionava que a produção estava incorreta e pedia aos alunos para efetuarem as devidas correções. Às vezes isso não era suficiente para o acerto, então indicava o ponto onde o problema existia e pedia para eles atentarem mais para esse ponto e também para observarem os conceitos envolvidos na atividade.

## 5.2 Análise do desempenho dos alunos nas avaliações

Após o encerramento das atividades na sala de informática, todos os alunos realizaram duas avaliações individuais e escritas, abordando os temas estudados na pesquisa. As provas foram preparadas e aplicadas com o objetivo de verificar a assimilação dos conceitos geométricos trabalhados com o auxílio do software Cabri-Géomètre II.

A primeira prova foi composta de treze questões contendo os assuntos estudados nos quatro primeiros temas da pesquisa. A segunda, com sete questões, avaliou a aprendizagem dos assuntos referentes aos temas cinco e seis.

A distribuição das questões das provas bem como os respectivos temas e objetivos considerados, aparecem nos quadros 3 e 4.

**QUADRO 3 – Relação entre temas, objetivos e questões da 1ª prova**

| QUESTÃO | TEMA | OBJETIVOS |
|---|---|---|
| 1 | 1. O ângulo e seus elementos | Construir ângulos, identificar e nomear os vértices e os lados. |
| 2.1 | 2. Medida de um ângulo | Classificar ângulos: congruentes, rasos, nulos, de uma volta, retos, agudos e obtusos. |
| 2.2 | 2. Medida de um ângulo | Identificar ângulos: congruentes, rasos, nulos, de uma volta, retos, agudos e obtusos. |
| 2.3 | 2. Medida de um ângulo | Caracterizar ângulos: congruentes, rasos, nulos, de uma volta, retos, agudos e obtusos. |
| 2.4 | 2. Medida de um ângulo | Conceituar ângulos de uma volta e fazer sua representação. |
| 2.5 | 2. Medida de um ângulo | Identificar e conceituar ângulos congruentes. |

Continua ...

... continuação

| QUESTÃO | TEMA | OBJETIVOS |
|---|---|---|
| 3 | 3. Construção da bissetriz de um ângulo | Aplicar a propriedade da bissetriz de um ângulo. |
| 3.1 | 3. Construção da bissetriz de um ângulo | Identificar a propriedade da bissetriz de um ângulo e conceituar bissetriz. |
| 3.2 | 3. Construção da bissetriz de um ângulo | Identificar e determinar os valores dos ângulos formados pela bissetriz do ângulo raso e identificar os lados perpendiculares em um ângulo reto. |
| 3.3 | 3. Construção da bissetriz de um ângulo | Verificar que a bissetriz de um ângulo raso determina dois ângulos retos. |
| 4 | 4. Ângulos Consecutivos e Ângulos Adjacentes | Identificar ângulos consecutivos |
| 4.1 | 4. Ângulos Consecutivos e Ângulos Adjacentes | Identificar ângulos consecutivos |
| 5 | 4. Ângulos Consecutivos e Ângulos Adjacentes | Identificar e conceituar ângulos adjacentes. |

**QUADRO 4 - Relação entre temas, objetivos e questões da 2ª prova**

| QUESTÃO | TEMA | OBJETIVOS |
|---|---|---|
| 1 | 5. Ângulos Complementares e Ângulos Suplementares | Calcular a medida de ângulos complementares e identificar ângulos complementares. |
| 1.1 | 5. Ângulos Complementares e Ângulos Suplementares | Identificar e conceituar ângulos complementares. |
| 2 | 5. Ângulos Complementares e Ângulos Suplementares | Identificar e conceituar ângulos suplementares. |
| 3 | 5. Ângulos Complementares e Ângulos Suplementares | Calcular o complemento de um ângulo. |
| 4 | 5. Ângulos Complementares e Ângulos Suplementares | Calcular o suplemento de um ângulo. |
| 5 | 6. Ângulos Opostos pelo vértice | Identificar e calcular valores de ângulos. Justificar os valores encontrados e identificar ângulos opv. |
| 5.1 | 6. Ângulos Opostos pelo vértice | Calcular valores de ângulos usando propriedades. |

O desempenho dos alunos nas duas avaliações foi analisado de duas maneiras. Inicialmente foram calculados os percentuais de acertos em cada questão; em seguida, foram calculadas as percentagens de acertos dos oito grupos que compuseram a pesquisa. O gráfico 1, apresentado a seguir mostra o percentual de acertos de cada questão. A análise qualitativa dos dados quantitativos vem logo em seguida.

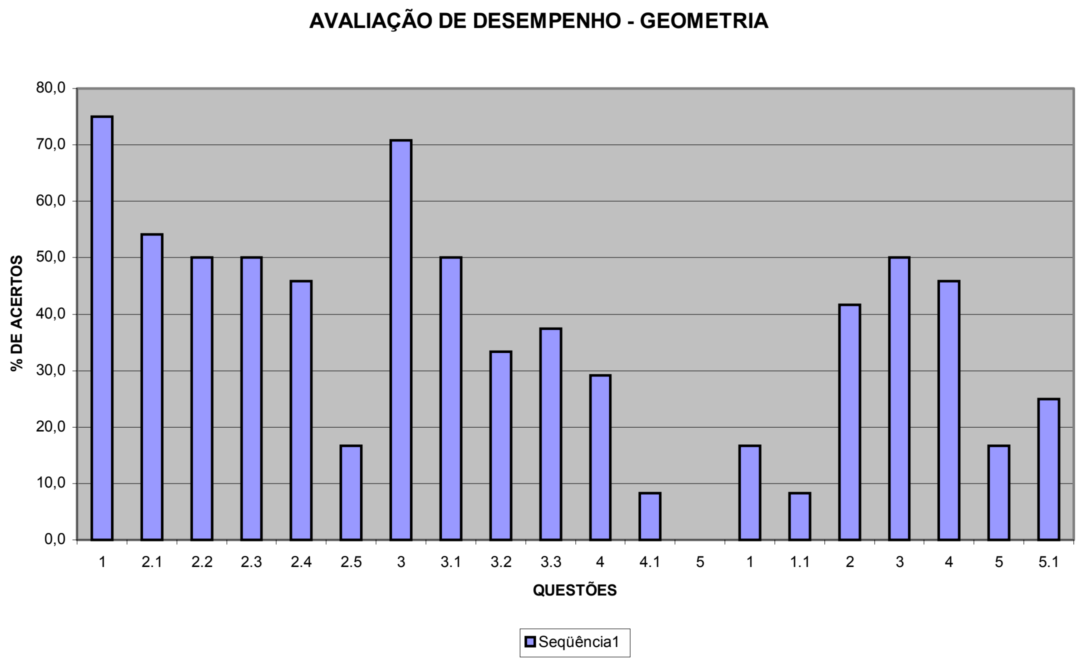



**GRÁFICO 1 – Percentual de acertos de cada questão das avaliações**

O gráfico 1 mostra que a questão número 1 da primeira avaliação, que tinha como objetivos a construção de ângulos e a identificação de seus elementos, teve uma porcentagem alta de acertos. Dezoito alunos, representando 75% da classe, acertaram a questão, que procurou verificar se os objetivos do Tema 1 foram atingidos. Pelo resultado apresentado, a maior parte dos alunos conseguiu construir ângulos, identificar os vértices e os lados dos ângulos construídos. Supõe-se que, por terem realizado corretamente essas atividades, os alunos tenham construído o conceito de ângulo.

As questões 2.1, 2.2, 2.3, 2.4 e 2.5 referem-se ao Tema 2. Nessas questões os alunos teriam de classificar os ângulos de acordo com as suas medidas. Os percentuais de acertos foram, respectivamente, 54,2%, 50,0%, 50,0%, 45,8% e 16,7%. A questão 2.1 apresentou vários ângulos construídos com as suas respectivas medidas e os alunos deveriam classificá-los. Nessa questão o percentual de acertos foi de 54,2%, ou seja, um pouco mais da metade dos alunos conseguiu realizá-la corretamente. A questão 2.2 solicitou que os alunos completassem uma tabela, escrevendo os ângulos de acordo com a classificação feita na questão anterior. O percentual de acertos foi coerente, mas um pouco menor que o percentual da questão 2.1, pois quase todos os alunos que classificaram corretamente os ângulos conseguiram escrevê-los na tabela. As questões 2.3 e 2.4 foram mais *abertas*, ou seja, pediu-se aos alunos que escrevessem com suas próprias palavras os conceitos de alguns tipos de ângulos e fizessem uma representação gráfica do ângulo de uma volta. Praticamente a metade dos alunos realizou corretamente essas questões.

A questão 2.5 apresentou um percentual de acertos baixo. Ela se referia ao conceito de ângulos congruentes; os alunos deveriam identificar, nos ângulos analisados nas questões anteriores, os pares de ângulos congruentes. Apenas 16,7% dos alunos conseguiram resolvê-la corretamente. Isso pode ser interpretado de algumas formas: (i) a maior parte dos alunos não formou o conceito de ângulos congruentes; (ii) a forma com que a questão foi formulada, exigindo uma análise de todos os ângulos citados, foi muito complexa para o nível de compreensão dos alunos, uma vez que foi notório o espanto por parte deles quando receberam a prova: disseram que não estavam acostumados a realizar provas dessa natureza, ou seja, com questões que exigissem reflexões e não memorizações; (iii) dificuldade com o termo congruentes, ou seja, em entender que os ângulos congruentes são aqueles que possuem a mesma medida; (iv) os alunos podem ter interpretado o enunciado da questão – nos ângulos analisados anteriormente – como sendo todos os ângulos anteriores à questão 2.5, incluindo os ângulos da questão 1.

As questões 3 e 3.1 apresentaram bons resultados percentuais de acertos. Os resultados foram, respectivamente, 70,8% e 50,0%. Elas estavam relacionadas à formação do conceito de bissetriz de um ângulo. Nota-se que um percentual razoável de alunos demonstrou conhecer que a bissetriz de um ângulo divide esse ângulo em dois ângulos que possuem a mesma medida.

Os percentuais de acertos das questões 3.2 e 3.3 não foram bons. Seus valores foram, respectivamente, 33,3% e 37,5%. Essas questões tinham por objetivo a verificação da compreensão da propriedade da bissetriz de um ângulo raso. Os alunos deveriam reconhecer que a bissetriz de um ângulo raso determina dois ângulos retos e que neles os lados são perpendiculares entre si. O mau desempenho dos alunos nessas questões pode ser interpretado pela maneira como as questões foram apresentadas ou pela dificuldade em relacionar/reconhecer/aplicar os conceitos adquiridos anteriormente em situações novas. Se nas questões relativas à classificação dos ângulos de acordo com os valores de suas medidas o percentual de acertos foi relativamente bom, e se nas questões relativas ao conceito de bissetriz, o desempenho também foi satisfatório, por que nessas duas últimas questões o desempenho não foi semelhante?

Os conceitos de ângulos consecutivos e de ângulos adjacentes foram cobrados nas questões 4, 4.1 e 5. Nessas questões, o desempenho dos alunos ficou muito aquém do esperado, mas isso não foi uma surpresa, pois esses dois conceitos foram os que apresentaram maiores dificuldades de compreensão durante o processo de ensino e aprendizagem. Os percentuais de acertos foram 28,2%, 8,3% e 0,0% respectivamente. Somente sete alunos conseguiram resolver a questão 4 e apenas dois alunos resolveram a questão 4.1. Esses alunos demonstraram ter compreendido o conceito de ângulos consecutivos, mas não demonstraram ter assimilado o conceito de ângulos adjacentes. A quinta e última questão da primeira avaliação apresentou um resultado instigante, pois nenhum aluno conseguiu resolvê-la. Ela pedia o conceito de ângulos adjacentes. Foram dadas três figuras geométricas e pediu-se a identificação dos ângulos adjacentes e também a indicação de qual figura não apresentava um par de ângulos com essa propriedade. O resultado do desempenho dos alunos pode ser explicado pelo fato de eles não terem entendido o conceito de ângulos adjacentes ou de a questão ter sido formulada de maneira muito complexa, dificultando a sua interpretação e conseqüente resolução correta.

A segunda avaliação abordou os conceitos de ângulos complementares, suplementares e opostos pelo vértice. Alguns resultados confirmam as análises feitas anteriormente em relação à não compreensão de alguns conceitos.

As questões 1 e 1.1 cobraram os conceitos de ângulos complementares, mas esses estavam associados ao conceito de ângulos adjacentes. Foi possível constatar, por meio dessas duas questões, que o conceito de ângulos adjacentes não foi construído pela maioria dos alunos, pois apenas 16,7% e 8,3% dos alunos acertaram, respectivamente, essas questões.

O desempenho dos alunos na segunda questão foi um pouco melhor: 41,7% conseguiram acertar a questão que cobrava o conceito de ângulos suplementares. Mesmo havendo no enunciado a exigência de que os dois ângulos devessem ser adjacentes suplementares, um número maior de alunos conseguiu resolver corretamente a questão. Esse fato pode ser interpretado pela forma com que a questão foi formulada. Sendo apresentada a figura geométrica com a indicação da medida de um ângulo, a visualização da figura pode ter ajudado na interpretação da questão e a conseqüente resolução correta.

As questões 3 e 4 apresentaram 50,0% e 45,8% de acertos respectivamente. Elas forneceram os valores das medidas de alguns ângulos e solicitaram os valores das medidas dos complementos e suplementos dos referidos ângulos. Esperava que fosse uma questão relativamente fácil e que houvesse um número maior de acertos.

As duas últimas questões da segunda avaliação apresentaram resultados insatisfatórios. Apenas 16,7% dos alunos conseguiram acertar a questão 5 e 25,0% realizaram corretamente a questão 5.1. O conceito de ângulos opostos pelo vértice foi cobrado nessas questões. Foram dadas figuras geométricas e os alunos deveriam calcular as medidas dos ângulos e explicar como chegaram nos valores dessas medidas. Talvez o baixo desempenho nessas questões se deva à forma com que as questões foram elaboradas, ou seja, foram questões que associaram além do conceito de ângulos opostos pelo vértice, os conceitos de ângulos adjacentes suplementares juntamente com figuras geométricas compostas por vários ângulos e medidas.

Feitas as considerações a respeito do desempenho dos alunos em relação a cada questão das avaliações, passarei agora a analisar o desempenho dos grupos. Essa análise buscará esclarecer algumas questões, por exemplo, como as atitudes dos alunos podem interferir no seu próprio desempenho e no desempenho do grupo?

O gráfico 2, apresentado a seguir, mostra o desempenho percentual médio de acertos nas avaliações dos grupos que compuseram a pesquisa. A análise dos resultados ajudará a responder questões como a formulada acima.

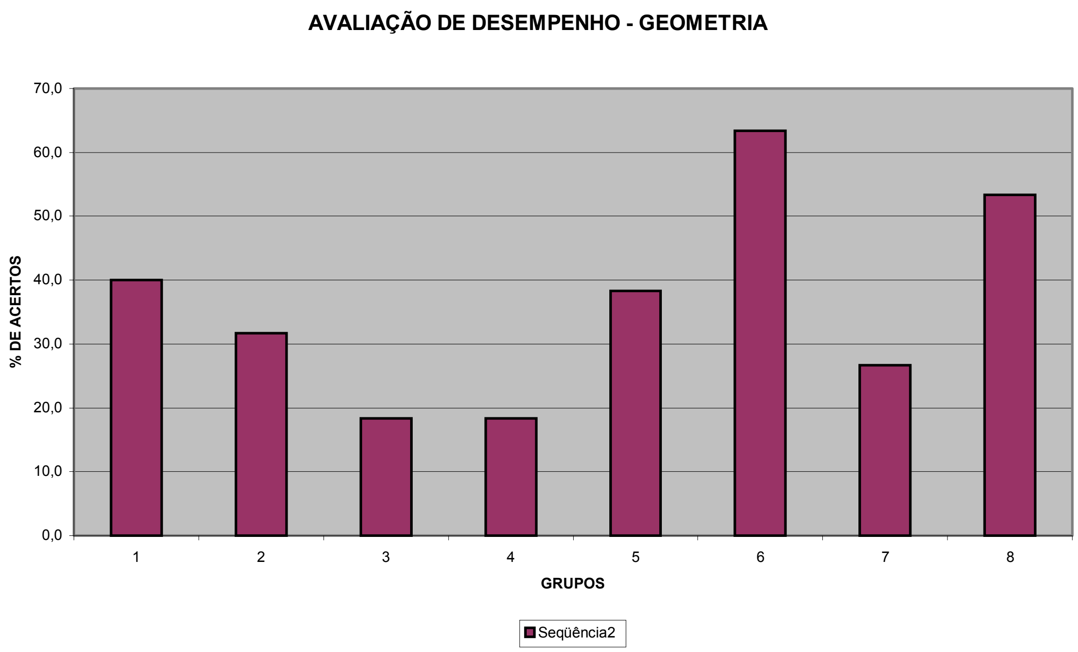



**GRÁFICO 2 – Percentual de acertos dos grupos nas avaliações**

Observando o gráfico 2, podemos constatar que somente os grupos 6 e 8 obtiveram um percentual de acertos acima de 50%, considerando as duas avaliações. Seus resultados foram respectivamente 63,3% e 53,3%. O grupo 1 obteve 40,0%, o grupo 2, 31,7%, os grupos 3 e 4 obtiveram o mesmo percentual de 18,3%, o grupo 5 obteve 38,3% e, finalmente, o grupo 7 acertou 26,7% das questões.

Algumas considerações a respeito do resultado médio de acertos dos grupos podem ser feitas, se analisarmos os desempenhos individuais dos alunos de cada grupo, as suas atitudes e comportamentos durante a realização das atividades na sala de informática. Os resultados mostrarão que nem sempre a média do grupo revela o conhecimento de todos os seus elementos.

O grupo 1, com média de 40,0% apresentou uma dispersão muito grande de valores. Uma aluna (1A), que por sinal foi a que obteve o melhor desempenho individual nas duas avaliações, obteve a média de acertos de 95,0% das questões; uma outra (1B) acertou somente 10% e o outro componente (1C) obteve 15% de acertos.

Durante as atividades, os elementos desse grupo também apresentaram atitudes e comportamentos diferentes. A aluna que obteve a maior nota sempre fez questionamentos sobre os temas estudados, procurou realizar todas as atividades corretamente e na medida do possível ajudou seus colegas em algumas situações. Os outros dois membros não apresentaram as mesmas características. Pelo contrário, o aluno com percentual de 15,0% (1C) por diversas vezes, além de não ajudar o grupo na realização das atividades, provocou brigas e agressões físicas com os membros de seu grupo bem como em alunos de outros grupos, gerando em muitas ocasiões um clima extremamente inapropriado para o aprendizado. Nesses momentos, minhas intervenções foram necessárias para a resolução pacífica dos conflitos.

Mesmo com os problemas relatados acima, foi nesse grupo que apareceu o melhor desempenho individual. Se os outros dois alunos tivessem apresentado uma atitude de respeito às normas de convivência e valorização das situações de ensino e aprendizagem, provavelmente eles teriam se beneficiado e aprendido muito mais.

O segundo grupo também apresentou uma alta dispersão de notas individuais. O percentual médio de 31,7% de acertos foi obtido pelas notas: 10,0% (aluno 2A), 30,0% (aluno 2B) e 55,0% (aluna 2C). A aluna que obteve a maior nota foi a que mais se envolveu na realização das atividades na sala de informática. Ela constantemente fez questionamentos sobre os conceitos e também liderou o seu grupo na realização das tarefas. Os outros dois alunos não tiveram uma participação ativa nas atividades. Demonstravam uma certa passividade e freqüentemente foi preciso a minha intervenção para estimulá-los na utilização do computador. Não foi possível detectar, com certeza, se a liderança desempenhada pela aluna 2C acabou prejudicando os outros dois membros, ou seja, se ela concentrou em suas mãos a realização das tarefas em prejuízo dos demais membros do grupo.

A média de acertos do grupo 3 foi de 18,3%. A aluna 3B foi a que obteve o maior percentual (35,0%) e foi justamente ela que se envolveu mais nas atividades propostas. Os outros dois membros praticamente foram “carregados” pela aluna 3B. Durante as aulas, pude constatar que, principalmente os alunos 3A e 3C não estavam valorizando as situações vividas na sala de informática como momentos de construção de conhecimentos matemáticos. Por várias vezes, quando eu permanecia próximo ao grupo, todos os seus membros queriam demonstrar que estavam interessados nas tarefas, mas na verdade, o que queriam era apenas impressionar o professor.

O grupo 4 também apresentou problemas específicos e isso pode ter causado o baixo desempenho de seus membros: 18,3% de média de acertos. A aluna 4B obteve o maior percentual de acertos, 30,0%. Além das dificuldades individuais demonstradas durante as atividades, fatores como brigas, discussões para ver quem sentaria na cadeira estofada e dificuldades na interpretação dos exercícios exerceram influência negativa nesse grupo. Minhas constantes intervenções no grupo, objetivando o esclarecimento de dúvidas sobre as atividades ou ensinando de forma mais específica algum tópico conceitual, foram prejudicadas pelas freqüentes atitudes inadequadas de seus membros nos momentos em que eu não os estava atendendo.

A taxa de 38,3% de acertos do grupo 5 poderia certamente ser bem maior. Dos três membros desse grupo, praticamente dois participaram da realização das atividades. O aluno 5A, com 5,0% de acertos nas avaliações, não se envolveu de maneira efetiva na dinâmica de trabalho na sala de informática, ou seja, sua participação foi quase nula. Mesmo com as minhas insistentes intervenções, conversando com ele, indagando se havia algum problema em que eu pudesse ajudá-lo a resolver, não consegui motivá-lo o suficiente para que se envolvesse nas tarefas e percebesse nas atividades a possibilidade de construção de conhecimentos matemáticos. Seu comportamento na sala de informática foi semelhante ao da sala de aula convencional, ou seja, não participava das atividades.

Os alunos 5B e 5C obtiveram percentuais de acertos de 40,0% e 70,0% respectivamente. Suas participações foram semelhantes: revezaram-se na manipulação do computador, na leitura do roteiro de atividades, na gravação das produções no disquete, mas pude perceber um número ligeiramente maior de questionamentos feitos a mim pelo aluno 5C.

O melhor desempenho nas avaliações foi apresentado pelo grupo 6. Seus membros obtiveram 70,0% (aluno 6A), 55,0% (aluno 6B) e 65,0% (aluno 6C), gerando uma média de 63,3% para o grupo. Algumas características desse grupo ficaram evidentes: todos os seus membros se envolveram na realização das atividades; quando havia algum questionamento ao professor, todos ficavam atentos para a explicação; solicitavam constantemente os roteiros anteriores para a verificação de alguns conceitos; questionavam bastante se estavam realizando corretamente as atividades etc. Foi um grupo equilibrado, sem uma liderança definida claramente, mas todos os seus membros se interessaram pelas atividades, apesar de estarem acostumados com situações didáticas típicas do modelo tradicional.

Apesar de o desempenho percentual médio de acertos nas avaliações do grupo 7 ter ficado em 26,7%, pode-se considerar que esse número representa uma conquista importante para seus membros. Considerando as dificuldades apresentadas por esses alunos na sala de aula tradicional – inibição, deficiências matemáticas vindas de séries anteriores, medo de expressar suas dúvidas em público - essa nota representa um avanço significativo.

As notas individuais foram: aluno 7A (25,0%), aluno 7B (20,0%) e aluna 7C (35,0%). Observa-se que não houve uma dispersão tão elevada, se comparada a outros grupos. Essa foi uma das características desse grupo.

Durante as atividades, outros fatores caracterizaram o grupo. Como apresentavam muitas dificuldades, o questionamento feito por eles ao professor sobre os conceitos, sobre o uso das ferramentas do software Cabri-Géomètre II, sobre as perguntas dos roteiros, foi uma constante do início ao final do projeto. Outra característica importante foi o envolvimento dos três alunos na execução das atividades[13]. Com o passar do tempo a aluna 7C começou a exercer uma liderança no grupo. Apesar de sua inibição, aos poucos ela foi conseguindo envolver os outros dois alunos nas atividades. Foi visível que a sua liderança beneficiou os demais membros. Ela conseguiu fazer com que, principalmente o aluno 7B, superasse as suas dificuldades e elevasse a sua motivação para o aprendizado dos conceitos geométricos. Além de explicar alguns conceitos para os demais membros, ela os incentivava a manusear o computador.

A forma com que o projeto se desenvolveu possibilitou que esse grupo executasse as tarefas no seu próprio ritmo, ou seja, iam fazendo as atividades, solicitavam a ajuda do professor constantemente, solicitavam os roteiros anteriores para esclarecimentos etc. Os alunos aparentemente não estavam preocupados em realizar rapidamente as atividades, mas sim em aprender o máximo possível do que estava sendo estudado.

O segundo melhor desempenho nas avaliações foi alcançado pelo grupo 8. A média foi de 53,3%, sendo 70,0% da aluna 8A, 50,0% da 8B e 40,0% da aluna 8 C.

[13] O aluno 7A teve um envolvimento um pouco menor que os demais. Por exemplo, em um dia com duas aulas, participou apenas da primeira aula, pois não retornou do intervalo para a segunda. A inspeção nada fez para que ele entrasse, simplesmente ele ficou no pátio da escola.

O desempenho desse grupo poderia ter sido maior. As alunas fizeram muitos questionamentos, solicitaram roteiros de atividades anteriores para o esclarecimento de dúvidas conceituais, mas realizaram muito rapidamente as atividades, ou seja, parecia que queriam terminar o mais rápido possível para fazer outras coisas. Pelas respostas dadas ao questionário, podemos perceber que essa atitude tem relação com a vontade que elas tinham de utilizar o computador para joguinhos ou outras brincadeiras. A estratégia utilizada por alguns alunos, apontada por PERRENOUD (1997), parece se encaixar aqui: realizam as atividades de maneira apressada, sem muita reflexão, com o objetivo de ficar com um tempo livre para outras coisas. Mesmo sendo uma estratégia característica da didática tradicional, ela esteve presente no desenvolvimento desse projeto.

Com relação ao trabalho realizado pelos grupos podemos tecer algumas considerações:

a) Nos grupos com melhores desempenhos (G 6 e G 8) os três alunos participaram ativamente das tarefas propostas.
b) Um aluno interessado pode elevar a média do grupo sem que a aprendizagem de todos os seus membros apresente uma elevação semelhante. Foi o que ocorreu com a metade dos grupos: 1, 2, 3 e 4. Em todos eles existiam alunos descomprometidos com a própria aprendizagem ou com problemas comportamentais que dificultavam o andamento dos trabalhos.
c) No grupo 7, a aluna mais envolvida com a aprendizagem conseguiu exercer uma liderança positiva sobre os colegas que os levou a padrões de desempenho inesperados, embora não tão elevados como o de outros grupos.

Dessas observações decorre que uma diminuição no número de alunos do grupo (de 3 para 2, ou mesmo trabalhos individuais) poderia aumentar o nível de envolvimento dos integrantes, pois haveria uma responsabilização maior de cada aluno pelo desenvolvimento das tarefas propostas.

De modo geral, os alunos demonstraram ter aprendido o conceito de ângulo, de medida angular, de bissetriz de um ângulo, de ângulos complementares e de ângulos suplementares. No entanto, os conceitos de ângulos consecutivos, adjacentes e opostos pelo vértice foram construídos parcialmente e por um número reduzido de alunos. Algumas classificações de ângulos, geradas a partir dos valores de suas medidas também foram assimiladas parcialmente pelos alunos. Aproximadamente metade deles conseguiu se apropriar dessas classificações. A propriedade de que a bissetriz de um ângulo raso determina dois ângulos retos e que seus lados são perpendiculares foi assimilada por apenas um terço dos alunos.

A análise global dos resultados apresentados permite o levantamento de algumas questões e a elaboração de algumas reflexões a respeito da experiência desenvolvida na sala de informática. Afinal, trabalhar com o software Cabri-Géomètre II em uma situação real de ensino e aprendizagem, no contexto do ambiente escolar real, garante a aprendizagem de conceitos geométricos? Como comparar os resultados obtidos nesta experiência com os resultados das pesquisas que indicam o Cabri-Géomètre II um excelente recurso didático para o ensino da geometria? Algumas reflexões sobre estas e outras questões serão apresentadas no próximo capítulo desta dissertação.

## 5.3 Análise do questionário

Após o término das atividades na sala de informática, todos os alunos puderam expressar suas opiniões a respeito da experiência vivida com as aulas que fizeram uso do computador. Por meio de respostas a um questionário (ANEXO II) eles comentaram e deram sugestões sobre as atividades de uma forma geral, sobre a dinâmica dos trabalhos em grupos, sobre a importância e eficiência dos roteiros que utilizaram nas aulas, sobre as gravações em disquetes das produções efetuadas, sobre as intervenções do professor durante as atividades, sobre o local preferido para as aulas e sobre o lugar onde o aprendizado é melhor.

As respostas dadas pelos alunos foram valiosíssimas para a compreensão dos resultados das atividades e também para o enriquecimento do conhecimento pretendido, uma vez que entendendo melhor o pensamento deles, pode-se sugerir alternativas para o ensino de conceitos geométricos com a utilização de um software didático.

A primeira questão do questionário foi sobre as atividades desenvolvidas na sala de informática. Os alunos foram indagados se gostaram ou não, e foi pedido que justificassem as suas respostas. Vinte e dois alunos, ou seja, 91,6% gostaram das atividades e apontaram os motivos para as respostas. Apenas um aluno (4,2%) não gostou das atividades, relatando as razões de sua resposta e um outro aluno (4,2%) gostou mais ou menos da experiência.

Os comentários dos alunos que gostaram das atividades na sala de informática foram bem variados e alguns serão destacados. Apresento a seguir, esses comentários.

> *Gostei. Achei legal porque a gente aprende com um software muito legal (aluna 1A).*
>
> *Pra mim foi ótimo. Eu não sabia sobre isso mais tudo que não sabia eu aprendi eu adorei o professor está de parabéns (aluna 1B).*
>
> *Eu achei que foi muito bom para nos aprender a mecher no crabri e fazer as atividade (aluno 2A).*
>
> *Gostei por que nos ensinou muitas coisas de ângulos (aluno 2B).*
>
> *Sim. Porque as atividades são muito interessantes e também porque ficamos em grupo (aluna 2C).*
>
> *Eu achei muito 10, pois fiquei conhecendo ângulos e aprendi muitas coisas lá como: a bissetriz (aluna 3B).*
>
> *Sim gostei, por que nós aprendemos bastante saímos um pouco da rotina do dia-dia. E aprendemos coisas novas (aluna 3C).*
>
> *Muito legal, porque eu aprendi a mecher em um novo programa (aluno 6A).*
>
> *Sim. Porque iremos aprendermos mais de um novo jeito (aluno 5B).*
>
> *Eu gostei porque dá para fazer a medida do ângulo em desenhos legais e formas geométricas (aluno 6B).*
>
> *Eu achei legal e interessante, aprendi bastante e ensinei também os meus colegas (aluna 8B).*

A justificativa apresentada pelo aluno que não gostou das atividades na sala de informática foi que os alunos só reclamavam e isso atrapalhava o bom andamento das atividades. O aluno que gostou mais ou menos justificou sua resposta dizendo que não entendeu muita coisa, mas acha que se tivesse entendido iria gostar. É importante ressaltar que esse mesmo aluno (5 A) não teve uma participação efetiva nas atividades desenvolvidas, como já foi mencionado anteriormente.

Os aspectos positivos e negativos a respeito dos grupos foram abordados na segunda questão. Nela, os alunos expressaram suas posições sobre a forma de trabalho adotada nas aulas. Alguns alunos optaram por mencionar somente os aspectos positivos ou negativos; outros citaram os dois aspectos. No total, foram vinte e duas opiniões (67,0%) sobre os pontos positivos e onze (33,0%) sobre os negativos.

Em relação aos aspectos positivos das atividades desenvolvidas em grupo alguns comentários serão destacados:

*Tudo foi positivo (aluno 6A).*
*Positivo, pois eu aprendi a trabalhar em grupo (aluno 6C).*
*Eu achei positivo que cada um deu sua opinião (aluna 1A).*
*Eu achei legal todos ajudarem uns aos outros (aluna 3B).*
*Eu gostei muito das atividades em grupo porque um podia ajudar o outro, eu achei tudo positivo até as broncas do professor (aluna 3C).*

Os pontos negativos citados também constituem um importante rol de opiniões que poderão servir para o delineamento de futuras práticas educativas em ambientes informatizados e em trabalhos em grupo. Algumas opiniões aparecem a seguir.

*Considerei negativo que eu estava no grupo e só uma pessoa queria fazer. E depois eu não sei fazer a prova (aluno 2B).*

*Não gostei de fazer as atividades e de ficar só com os meninos no meu grupo (aluna 2C).*

*Achei chato as conversas fora do que estávamos resolvendo (aluna 3B).*

*Eu considerei negativo as brigas que teve por causa de bobagem (aluna 4B).*

*Eu achei negativo que ouve algumas brigas nos grupos (aluno 6B).*

A terceira questão fez referência aos roteiros utilizados durante as atividades. O objetivo era verificar se, na visão dos alunos, esses roteiros contribuíram ou não para o aprendizado. Todos os alunos responderam que os roteiros foram úteis para o aprendizado dos conceitos estudados. As respostas foram variadas e evidenciaram que os roteiros são fundamentais para uma prática dessa natureza. Eis algumas colocações:

*Bom, para que entendese-mos o que deveríamos fazer (aluno 6A).*

*Em alguma coisa ajudou, pois sem isto (roteiro) não teríamos direção o que fazeriamos sem direção (aluno 5C).*

*Eu açuei muito bom as folhas foram que nem uma esplicação foi muito bom!!! (aluno 4C).*

*Os roteiros foram muito bons para nosso aprendizado, porque nele havia conceitos e objetivos que ajudava-nos a desenvolver mais as atividades (aluna 3B).*

*Bom e foram úteis por que o professor não tinha que ficar explicando toda hora e com o roteiro só de vez em quando (aluno 2B).*

*Ele serviu para nós sabermos o que deveríamos fazer, mais eu tinha que pedi bastante vezes para o professor nos ajudar (aluna 1A).*

*Foi muito bom, por que nele tinha ajudas, para você consutar quando tinha dificuldades (aluno 6C).*

*Eu achei muito legal, eles foram muito importante os conceitos ajudaram muito porque quando a gente tinha alguma dúvidas ia lá no conceitos (aluno 7B).*

Em relação às gravações em disquetes das produções dos grupos, todos os alunos responderam que foram muito importantes para o desenvolvimento das atividades. As respostas sobre a importância dos disquetes foram variadas e demonstram que eles (disquetes) são úteis tanto para os alunos como para o professor. Os aspectos principais mencionados foram a continuidade da tarefa e a aprendizagem da gravação. Dois alunos falaram da sua importância para o professor. Isso pode ser observado nas respostas abaixo:

*Os disquetes foram importantes porque ele gravava as atividades que fizemos se não fosse ele tudo aquilo que fizemos perderia tudo e nos não ia saber onde paramos (aluna 7C).*

*Os disquetes nos ajudaram também, eles gravavam nossas atividades e no dia seguinte sabíamos onde tínhamos parado (aluna 8B).*

*Aprendemos a gravar nos disquetes (aluna 8C).*

*Muito bom, pois de vez em quando nós perdíamos trabalho e no disquete tinha tudo gravado (aluno 6C).*

*Foi legal porque eu não sabia gravar em disquete. Porque se eu não lembrasse de alguma eu ligava o disquete no computador (aluno 6B).*

*Se não tivesse o disquete ele não saberia onde nós paramos nas atividades (aluno 2A).*

*Sim, os disquetes foi e é muito importante, por que só fazer as atividades e não gravar, quando precisamos relembrar das atividades não temos nada gravado. Agora se gravarmos vamos aprender mais (aluna 4B).*

*Os disquetes foram ótimos, pois assim o professor pode ver com mais tempo as atividades (aluna 3B).*

A quinta questão buscou verificar se as intervenções do professor foram importantes e, em que aspectos elas ajudaram no aprendizado. Novamente todos os alunos responderam que elas foram fundamentais. Isso pode ser notado nos trechos mencionados a seguir:

*Sim, porque alguém dando uma ajuda, é possível entender mais (aluno 5A).*

*Foi muito importante por que não entendíamos quase nem uma atividade (aluna 4A).*

*Sim, porque se não sabemos temos que perguntar para o professor. Foi Muito bom (aluna 2C).*

*Sim, porque ele explicava tudo e quando explicava dava pra entender melhor (aluna 1B).*

*Porque o professor tirava todas as dúvidas que os grupos tinham e quando não entendiam o professor explicava de novo (aluno 6B).*

A sexta questão solicitou dos alunos sugestões para um próximo projeto de ensino e aprendizagem de geometria utilizando a sala de informática. Uma variedade de sugestões foi apresentada, no entanto, a inclusão de jogos, brincadeiras e a utilização da internet apareceram com maior freqüência. Algumas das sugestões são mostradas abaixo.

*Há não sei acho que outro parecido com esse seria legal (aluna 7C).*

*Nenhuma. Só querimos entrar nos jogos e na internet quando não tínhamos nada para fazer (aluna 8A).*

*Porcentagem e equação (aluna 8B).*

*Conhecer como surgiu a roda e as outras formas geométricas (aluna 8C).*

*Pesquisando na internet, em outros programas etc ... (aluno 6C).*

*Para levar alguns dias nos brincarmos nos computadores (aluno 2A).*

*Mais brincadeiras, jogos etc ... (aluna 1A).*

*Eu gostaria que ensina-se nós como é que se usa a internet (aluna 2C).*

*Eu queria aprender mais sobre o cabri e outros programas (aluna 4A).*

*Sem rotina, diferente, incomum, divertido, criatividade. Uma coisa que nós e da nossa idade, sem fazer a mesma coisa, uma coisa livre (aluno 5C).*

Sobre a preferência do local de realização das aulas, 83,3% dos alunos indicaram o Laboratório de Informática como o local favorito. Três alunos, correspondendo a 12,5% da classe, informaram não ter uma preferência sobre o local, sinalizando que as aulas de geometria poderiam ser dadas tanto na sala de aula convencional como no Laboratório de Informática. Apenas um aluno (4,2%) escolheu a sala de aula convencional como local preferido para as aulas de geometria.

Os motivos apontados pelos alunos que escolheram o Laboratório de Informática como local preferido para as aulas podem ser vistos nas seguintes colocações:

*Laboratório, porque é mais legal (aluno 6A).*

*No laboratório de informática por que é bem mais gostoso e nós aprende a mexer no computador e aprende outras coisas de matemática (aluna 3C).*

*No laboratório, pois lá aprendo melhor (aluna 3B).*

*No laboratório de informática, porque acho que lá aprendemos muito mais. Como no futuro teremos que trabalhar e usaremos a informática e a matemática (aluna 2C).*

*Na sala de informática para nos não ficar copiando de livro (aluno 2A).*

*No laboratório de informática, pois na sala de aula é muito chato (aluna 8 C).*

*No laboratório, porque temos a ajuda do computador e trabalhamos em grupo (aluna 8B).*

*No laboratório de informática por que la não ficamos escrevendo coisas da lousa (aluna 7C).*

A justificativa do aluno que escolheu a sala de aula convencional para a realização das aulas de geometria foi que, na sala de aula, a ajuda do professor é individual e isso contribui para um melhor aprendizado.

A última pergunta do questionário apresentou um resultado interessante, se comparado com o resultado da questão anterior. Enquanto a maioria dos alunos (83,3%) prefere as aulas na sala de informática, o percentual de alunos que considera esse local o melhor para se aprender matemática cai para 45,8%. Nove alunos (37,5%) acham que na sala de aula se aprende melhor e quatro alunos (16,7%) disseram que em ambos os lugares aprende-se matemática.

Esses dados possibilitam o levantamento de algumas reflexões importantes no que diz respeito à dinâmica das aulas que estão sendo dadas nas escolas. Analisando as respostas dos alunos encontramos indícios de que: muitas aulas são consideradas chatas, mas se aprende alguma coisa; as aulas são excessivamente expositivas; muitos professores utilizam o livro didático como o principal material de trabalho, obrigando os alunos a copiarem as lições; muitos alunos construíram a idéia de que para aprender é necessário copiar a matéria, ter a explicação oral do professor para a classe toda, resolver exercícios, ter suas dúvidas esclarecidas de maneira individual, entre outras coisas. Essas colocações aparecem nas seguintes respostas:

*Na sala de aula. Temos o auxílio do livro e mais explicações (aluna 8B).*

*Na sala de aula. Apesar de ser chato, aprendemos bastante, porque no computador tem gente que não entende o cabri pois é pouco complicado, as vértices, aonde vai p/ pegar o ponto (aluna 8C).*

*Na sala de aula, pois tem livros para pesquisar e o professor, ajudando individualmente, quando tem dificuldades (aluno 6C).*

*Sala de aula, todos juntos, pois se um pergunta todos da sala ouve e entende, no laboratório não (aluno 5C).*

*Na sala de aula porque nós aprendemos mais com o professor explicando e tendo um livro (aluno 6B).*

Tais reflexões são extremamente importantes e merecem ser estudadas mais detalhadamente em futuras pesquisas, uma vez que as práticas educativas que estão sendo adotadas, principalmente em escolas públicas, não estão proporcionando aos alunos a formação adequada nas diversas áreas do conhecimento, fato este demonstrado nos diversos indicadores de desempenho escolar publicados recentemente e também, centrar apenas na sala de informática e no uso de um software pode não ser o desejável.

Se, por um lado, na sala de aula as atividades muitas vezes não estimulam o raciocínio, a autonomia, o trabalho em grupo, a colaboração etc, elementos que a escolaridade atual não pode deixar de lado, sob nenhuma hipótese, na sala de informática tem havido pouca interação entre os grupos, discussão coletiva do desempenho dos grupos e socialização das experiências entre eles.

Pode-se notar também que os alunos estão acostumados a um processo de ensino repleto de elementos da didática tradicional. Muitos entendem que a aprendizagem ocorre melhor em situações onde o professor transmite o conhecimento de modo expositivo, utiliza um único processo metodológico, dá instruções para a realização das tarefas, controla a sua realização e posteriormente verifica os resultados. Isso também exige menos compromisso dos alunos com a própria aprendizagem, o que de certa forma é cômodo para eles. Algumas respostas indicam claramente que é melhor para o aprendizado um atendimento individual dado pelo professor em situações de ensino e aprendizagem tradicionais, mas isso pode ser estendido para propostas mais dinâmicas.

No entanto, um grande número de alunos não está satisfeito com essa forma de trabalho. O fato de 83,3% dos alunos demonstrarem sua preferência por aulas na sala de informática justifica esse fato. Esses alunos preferem aulas na sala de informática provavelmente por estarem cansados de realizar atividades que fazem parte do "ofício" tradicional de aluno.

A preferência dos alunos pela sala de informática pode estar associada à imagem que eles têm desse local, como espaço mais flexível, sem muitas obrigações e cobranças. Também com expectativas não declaradas em princípio, mas existentes, como indicam as referências a jogos, brincadeiras com o computador e internet. Muitos alunos vêem a sala de informática como um local para brincadeiras e jogos, um lugar onde o mais importante é a diversão e não o aprendizado de conteúdos disciplinares.

Foi possível perceber durante a realização das atividades – que foi reforçado por algumas respostas ao questionário - que muitos alunos utilizaram as estratégias descritas por PERRENOUD (1997) para se "protegerem" das atividades. Alguns grupos queriam (e realizaram) rapidamente as atividades, sem muita reflexão e comprometendo a compreensão dos conceitos, para ficar com tempo livre para outras coisas, como pedir ao professor para que os deixassem brincar com os joguinhos existentes no computador. Outros alunos alegavam que não estavam entendendo o assunto e com isso queriam fazer outras coisas como utilizar outros programas instalados no computador.

Pode-se concluir que, para uma utilização efetiva da sala de informática, com possibilidades de desenvolvimento de um trabalho docente que favoreça a construção de conceitos matemáticos, alguns elementos/aspectos devam ser considerados. Dentre eles, destaco a importância de o professor ajudar o aluno a:

1. Perceber a sala de informática como um local de aprendizado e não somente para a realização de brincadeiras e jogos;
2. Se conscientizar de que o aprendizado ocorre com a sua participação ativa nas atividades, ou seja, que é sujeito ativo no processo de aprendizagem;
3. Interagir com seus pares e com ele valorizando a autonomia dos indivíduos e dos grupos;
4. Respeitar as regras, os valores e ter atitudes compatíveis com uma situação de ensino e aprendizagem em equipes.

O professor deve estar atento para o fato de que geralmente os alunos não estão habituados a trabalhar sob essa perspectiva de maior envolvimento e responsabilidade pessoal pela própria aprendizagem. Ele deve dar aos alunos a oportunidade para que assumam efetivamente um compromisso com o conhecimento.

# 6. ALGUMAS REFLEXÕES SOBRE A EXPERIÊNCIA

Foram três as principais idéias que desencadearam o desenvolvimento da pesquisa apresentada no presente relatório.

A primeira, e mais importante, diz respeito ao papel da escola nos dias atuais. Se hoje nela se dá uma grande ênfase às aprendizagens de diversas naturezas, não se pode esquecer que prioritariamente cumpre-lhe favorecer a aquisição dos conhecimentos científicos que foram sistematizados pelos homens no decorrer do tempo e aos quais a população dificilmente tem acesso em outras instituições. Inclui-se aí, a aprendizagem dos conceitos matemáticos, pois é pela educação escolar que esses conteúdos científicos são ensinados.

Outra idéia foi a de que a inclusão da informática nos currículos escolares pode ser um diferenciador positivo para a qualidade da aprendizagem dos alunos, especialmente se considerarmos a área da Matemática e, mais especificamente, a aprendizagem dos conceitos geométricos.

Finalmente, a terceira idéia foi a convicção de que a aprendizagem ocorre por construção pessoal dos sujeitos, mas com a colaboração dos pares e dos professores. Nesse sentido, o processo de construção pessoal dos conhecimentos historicamente acumulados realiza-se com a ajuda de outras pessoas que fazem a mediação social, facilitando e estimulando essa construção. Nesse aspecto, o professor tem um papel decisivo.

Em função dessas idéias apoiei-me, para organizar a intervenção, em autores que consideram:

- o ensino como um processo que permite a apropriação dos conhecimentos científicos pelos alunos e como uma ajuda ao processo de aprendizagem e desenvolvimento;
- a aprendizagem significativa como um dos objetivos a ser alcançado pelos alunos na escola, sendo que esta ocorre quando os estudantes são capazes de elaborar uma representação pessoal sobre um objeto ou conteúdo;
- a necessidade de, na sala de aula, o professor atender ritmos individuais de aprendizagem, dar atenção à diversidade dos alunos e fazer o gerenciamento simultâneo das variáveis presentes na prática;
- a importância, no processo educativo, das interações entre os indivíduos, sejam elas as que ocorrem entre o professor e seus alunos ou entre os alunos entre si.

Considerei também referências que apontam o uso de recursos tecnológicos como ferramentas para uma prática pedagógica significativa. Com relação especificamente aos computadores, essas referências dizem que eles podem ser bons aliados no desenvolvimento cognitivo dos alunos desde que considerem a existência de diferentes ritmos de aprendizagem, permitam um trabalho adaptado a esses ritmos e possibilitem aos alunos aprender com seus erros. Assim, a escolha do software deve ser feita em função dos objetivos que se pretende alcançar e da concepção de ensino e aprendizagem que fundamenta a prática.

A partir desses referenciais teóricos, estabeleci como objetivo da pesquisa avaliar a influência do uso do software Cabri-Géomètre II na aprendizagem de conceitos geométricos por alunos do ensino fundamental em uma situação real de ensino. Para atingir esse objetivo, elaborei e implementei uma intervenção pedagógica que se constituiu em um curso oferecido aos alunos envolvendo alguns tópicos da Geometria. A elaboração desse curso levou em consideração os conteúdos de Geometria existentes no plano de ensino da classe, as possibilidades oferecidas pelo software Cabri-Géomètre II e os princípios existentes na concepção construtivista de ensino e aprendizagem.

Defini que o local de coleta de dados seria o ambiente de uma escola, mais precisamente, a sala de informática, na qual o professor/pesquisador deveria ensinar/intermediar/orientar a aprendizagem de alguns conceitos geométricos e avaliar como se deu a aprendizagem dos alunos.

Os resultados obtidos com esta experiência possibilitaram algumas reflexões, principalmente se comparados com os de outras pesquisas que investigaram a utilização do software Cabri-Géomètre II e mostraram ser este um excelente recurso didático para o ensino e a aprendizagem da Geometria. Dentre esses estudos, destaco os de HENRIQUES (1999), SILVA (1997) e MAIA (2002), desenvolvidos em contextos diversos: o de Henriques com alunos da Licenciatura em Matemática da Unesp-Rio Claro; o de Silva com professores da rede de ensino da cidade de São Paulo; o de Maia com treze alunos dos níveis fundamental e médio, em laboratório de informática fora da escola e que tinham domínio do computador.

No caso da presente investigação procurou-se fazer uso da informática na situação real de sala de aula de professor de matemática e com alunos que, de modo geral, apresentavam dificuldade na aprendizagem dessa área de conhecimento. A isso pode-se atribuir os diferentes resultados encontrados. Nos três primeiros casos, geralmente resultados positivos e no meu estudo resultados parcialmente positivos. Isso me leva a considerar que nem sempre é muito simples incluir a informática nas escolas e que ela não é a panacéia do ensino. Ou seja, para que o trabalho com a informática na escola seja realmente bem sucedido, muitos aspectos precisam ser considerados. Apresentarei, a seguir, um detalhamento desses aspectos envolvidos na experiência e possibilidades de novas abordagens para futuras práticas com o Cabri-Géomètre II.

**A aprendizagem dos conceitos geométricos**

Fazendo uma análise global dos conhecimentos adquiridos pelos alunos durante o desenvolvimento da intervenção posso considerar que eles foram de diferentes naturezas, tal como se pretendia.

Entre os conteúdos conceituais desenvolvidos, a maior parte dos alunos conseguiu construir o conceito de ângulo, de medida angular, de bissetriz de um ângulo, de ângulos complementares e de ângulos suplementares. Os conceitos de ângulos consecutivos, adjacentes, opostos pelo vértice e algumas classificações de ângulos em função de suas medidas não foram construídos plenamente pela maior parte dos alunos que participaram da experiência. De modo geral, o uso do software ajudou os alunos na construção de conceitos o que lhes permitiu justificar suas resoluções, embora nem sempre conseguissem expressar-se claramente por causa de dificuldades com a língua materna. Esses conhecimentos foram testados em uma prova, que será analisada a seguir, e cujos resultados referendam as aprendizagens ocorridas durante os encontros na sala de informática.

Com relação aos conteúdos procedimentais, o que inclui a habilidade de utilizar as ferramentas computacionais, os alunos se desenvolveram conforme o esperado. Com relação ao uso do software, tornaram-se bastante hábeis, embora muitos tivessem precisado de socorro, principalmente durante as primeiras atividades. Com relação aos procedimentos relativos aos conteúdos geométricos desenvolvidos, os alunos se saíram muito bem. Eles conseguiram traçar e medir ângulos, construir perpendiculares, bissetrizes, ângulos consecutivos, adjacentes e opostos pelo vértice. Se esses conteúdos procedimentais não são suficientes para indicar que os alunos se apropriaram dos conceitos, indicam que estavam a caminho de fazê-lo.

Quanto aos conteúdos atitudinais relativos aos conhecimentos geométricos e ao uso do computador, a maioria dos alunos demonstrou uma disponibilidade para a aprendizagem, tendo se envolvido bastante com as atividades. Essa atitude frente à aquisição de conhecimentos matemáticos pode favorecer aprendizagens futuras.

Em síntese, posso considerar como positivo o impacto do uso do software Cabri-Géomètre II, da forma como foi proposto nesse trabalho, para a aprendizagem de conceitos matemáticos.

**Os roteiros de atividades**

A elaboração dos roteiros de atividades procurou seguir as orientações presentes na concepção construtivista de ensino/aprendizagem e considerou as possibilidades oferecidas pelo software Cabri-Géomètre II no que se referem ao uso das ferramentas do programa. Eles se constituíram numa espécie de tutor da aprendizagem, de orientações que, se seguidas, possibilitariam a construção do conceito. Optei em escrevê-los e entregá-los aos alunos visando uma orientação por parte deles sobre os objetivos, os procedimentos e os conceitos que seriam trabalhados durante as aulas na sala de informática.

Nos roteiros apareciam os objetivos do tema, os conceitos que seriam trabalhados e que deveriam ser adquiridos e as atividades ou procedimentos que os alunos deveriam realizar para a construção dos referidos conceitos. Procurei incluir nos itens que compunham as atividades algumas instruções sobre o uso das ferramentas do software Cabri-Géomètre II, indagações sobre as figuras construídas a partir das instruções e, pensando em uma abordagem diferenciada de um mesmo conceito, os escrevi de tal forma que os alunos poderiam retomar os conceitos em diversas atividades, favorecendo com isso a sua consolidação.

A forma com que eles foram escritos, incluindo a definição dos conceitos, por diversas vezes se mostrou eficiente no processo de ensino e aprendizagem. Durante as aulas os alunos freqüentemente recorriam aos roteiros para a verificação das definições neles existentes. Esses roteiros também foram úteis para o trabalho do professor, pois utilizando as informações neles contidas pude intermediar a aprendizagem de vários conceitos e ajudar os alunos na compreensão das definições que estavam escritas em linguagem matemática. Essa compreensão da linguagem matemática formal, por parte dos alunos, é uma das tarefas mais importantes que a escola precisa realizar, pois permite mobilidade de pensamento, possibilita diversas aplicações e favorece a autonomia nas aprendizagens subseqüentes.

Os roteiros de atividades elaborados e utilizados durante as aulas com o software  Cabri-Géomètre II se constituíram em importantes recursos didáticos também para os alunos. Com eles, os alunos se orientaram e puderam realizar os procedimentos que os levaram à construção de diversos conceitos geométricos. As definições existentes nos roteiros foram freqüentemente consultadas pelos alunos durante a realização das atividades e, por várias vezes, os alunos pediram roteiros de temas já estudados para verificarem as definições conceituais e associá-las a outros conceitos. Desta forma, os roteiros ajudaram os alunos na construção gradual de vários conceitos geométricos, com a possibilidade da retomada dos mesmos em novas construções.

Eles também foram úteis para o professor/pesquisador no que se refere ao gerenciamento e controle das atividades realizadas pelos alunos, como sugerido por PERRENOUD (1997). Durante as aulas, em função dos ritmos diferentes de aprendizagem, ocorreram situações em que vários grupos estudaram temas diferentes em um mesmo dia. Dispondo dos roteiros, pude administrar essas situações didáticas, manter o “controle” da classe e acompanhar a aprendizagem dos alunos.

Entretanto, como os roteiros foram planejados e escritos antes da realização das atividades, ao serem implementados alguns problemas foram detectados e, para uma próxima experiência, necessitam ser solucionados. Essas alterações se fazem necessárias, pois com elas o trabalho com os alunos poderia ser facilitado e os conceitos geométricos poderiam ser assimilados mais facilmente. Seguem as alterações que considero importantes.

No tema 2 (medida de um ângulo), deve ser substituída a palavra **duas** por **várias** unidades de medidas de ângulos.

No segundo item do tema 3 (construção da bissetriz de um ângulo) consta: a **semi-reta** que apareceu é a bissetriz do ângulo BÂC.  Na verdade o que o software Cabri-Géomètre II traça é uma **reta,** contradizendo a afirmação anterior. Uma discussão mais detalhada sobre esse "problema" do software será feita mais adiante.

No item 7 do roteiro referente ao tema 4 (ângulos consecutivos e ângulos adjacentes), a questão ficaria mais clara se fosse: determine os outros **dois pares de** ângulos consecutivos, identificando o vértice comum e o lado comum desses ângulos.

No oitavo item desse mesmo tema, consta a definição de ângulos adjacentes: dois ângulos são adjacentes quando são consecutivos e **não possuem ponto interno comum.** Seria conveniente incluir alguns itens nesse tema que trabalhassem a existência ou não de pontos internos em comum em ângulos. Os alunos poderiam compreender melhor o conceito de ângulos adjacentes se a noção de pontos internos comuns em ângulos tivesse sido trabalhada mais detalhadamente em outros itens do roteiro.

No roteiro do tema 5 (ângulos complementares e ângulos suplementares), logo após a **observação**, ficaria melhor colocar a palavra **definições** no lugar de **conceitos**. Na atividade 2 desse tema, a palavra **consecutivos** poderia ser suprimida, pois ângulos adjacentes são necessariamente consecutivos.  Nos itens 5 e 9 do mesmo tema, aparecem as expressões med (AÔB) = $20^o$ e med (AÔB) = $47^o$, respectivamente. Como essa forma de expressão não havia sido apresentada no tema 2, relativo a medida de ângulos, seria conveniente incluir uma informação indicando a correspondência: medida do ângulo AÔB = med (AÔB).

No tema 6 (ângulos opostos pelo vértice) ficaria melhor também substituir a palavra **conceitos** por **definição e propriedades**. Dois itens poderiam ter sua redação melhorada, o 1 e o 11. No número 1, considerar: **trace duas retas que se cruzam em um único ponto. Determine os quatro ângulos formados entre as duas retas e seus valores.** No item 11, a redação ficaria melhor se fosse: **construa duas retas que se cruzam e que formam entre si um ângulo de 30º. Determine os outros três ângulos que as retas formam entre si, indicando quais pares são opv e os valores de suas medidas.**

**O software Cabri-Géomètre II**

O software Cabri-Géomètre II demonstrou ser um importante instrumento de ensino e aprendizagem de Geometria. Graças às suas ferramentas, foi possível a construção e a análise de diversas figuras geométricas que tinham por objetivo favorecer a formação de conceitos; ele permitiu a realização das atividades em grupos, ofereceu aos alunos recursos como animação, correção de erros, revisão de construções, medição de ângulos, movimentação instantânea de figuras para a verificação dos elementos que se alteram e dos que não se alteram; permitiu deformações de figuras geométricas e análises dessas modificações, resultando em ricas situações de aprendizagens.

Para o professor, representou ser um importante recurso didático, pois: ofereceu a possibilidade de localizar os erros dos alunos e dar maior atenção a determinados pontos; atendeu à necessidade docente de trabalhar os conteúdos geométricos que estavam previstos, e permitiu a realização das atividades de acordo com as concepções teóricas adotadas pelo professor. As especificidades das ferramentas do software Cabri-Géomètre II permitiram ao professor o planejamento de atividades que levaram os alunos a uma construção significativa de conceitos geométricos; além disso, essas atividades proporcionaram situações de interações entre os pares que favoreceram a participação ativa dos alunos no processo de ensino e aprendizagem.

Em relação à definição de bissetriz de um ângulo e a bissetriz construída pelo Cabri-Géomètre II, cabe uma discussão particular. No roteiro de atividades do tema 3 consta a definição de que a bissetriz de um ângulo é uma **semi-reta** com origem no vértice desse ângulo e que determina, com os lados desse ângulo, dois ângulos congruentes. A bissetriz que o software Cabri-Géomètre II constrói é uma **reta**. Essa aparente "falha" do software pode ser justificada da seguinte maneira: três pontos não alinhados determinam dois ângulos menores que o de uma volta – um menor que meia volta e um maior que meia volta. A reta construída como bissetriz pelo software Cabri-Géomètre II pode ser entendida como a união de duas semi-retas de mesma origem e sentidos opostos, correspondentes às duas bissetrizes dos dois ângulos formados. O procedimento para o traçado da bissetriz não especifica se o ângulo é maior ou menor que meia volta, apesar de que a medida do ângulo, no Cabri-Géomètre II, é sempre do ângulo menor que meia volta[14]. E isso precisa ficar claro para os alunos, pois afeta a especificidade dos conceitos envolvidos.

Uma situação como essa poderia ser aproveitada em sala de aula para se "depurar" ou discutir vários conceitos como os de: ângulo, bissetriz, reta, semi-reta,

[14] Justificativa apresentada pelo Prof. Dr. Vanderlei Rodrigues Gregolin, durante o Exame de Qualificação.

plano e região angular. Poderia ser discutido também que duas semi-retas de mesma origem dividem o plano em duas regiões angulares e que, se elas fossem coincidentes, determinariam dois ângulos: o nulo e o de uma volta. Isso possibilitaria a retomada dessas duas definições com o objetivo de reforçar a formação desses conceitos que não foram bem aprendidos pelos alunos.

Outra opção oferecida pelo software Cabri-Géomètre II que pode ser explorada (e não o foi suficientemente nesse trabalho) é a possibilidade de o aluno registrar seus comentários por meio dos botões existentes na caixa de ferramentas. Os alunos poderão ser incentivados a escrever os elementos matemáticos presentes nas atividades de acordo com a notação adotada. Em Matemática, a precisão da notação é uma característica importante. As definições utilizam notações e a compreensão dessas notações ajuda o aluno a assimilá-las, assim como permitem compreender outras idéias expressas com uso dessas notações. A linguagem cifrada/simbólica da Matemática é na verdade um grande trunfo para a aprendizagem, e isso não pode ser descuidado na escola. Por exemplo, o botão *vetor* pode ser utilizado para representar semi-reta e o botão *comentários* para representar ângulos, inclusive acentuando o vértice desses ângulos. Entretanto, essas possibilidades precisam ser apresentadas e discutidas com os alunos, pois nem sempre são simples ou podem ser utilizadas de forma genérica. Tal é o caso do símbolo de ângulo que só é possível no Cabri-Géomètre II quando o vértice é indicado por uma vogal. Usando lápis e papel a notação é feita de forma mais simples.

Não se pode esquecer, quando se usa o software Cabri-Géomètre II como recurso para a aprendizagem de conceitos matemáticos, que essa aprendizagem é contextualizada, é característica do próprio software. Assim, as idéias básicas presentes nos conceitos foram aprendidas, mas podem e precisam ser complementadas com o tempo e com o uso de outros recursos.

**As Provas**

As provas foram elaboradas e aplicadas com o objetivo de verificar os resultados obtidos e os conhecimentos adquiridos pelos alunos que participaram da experiência. A opção foi pela aplicação das provas ao final da experiência, ou seja, quando os temas já haviam sido trabalhados e concluídos. Foi uma avaliação final que teve como principal característica verificar que conteúdos conceituais foram adquiridos pelos alunos. É importante ressaltar que a avaliação de todo o processo de ensino/aprendizagem também foi feita de forma contínua, como já discutido anteriormente.

A avaliação da aprendizagem de conteúdos conceituais não é fácil, pois raramente podemos dizer que esta aprendizagem já se concluiu. Desta forma, as provas tentaram verificar quais dos conteúdos trabalhados os alunos haviam assimilado até aquele momento e se eram capazes de aplicá-los ou utilizá-los em situações diferentes daquelas em que foram aprendidos.

No momento da entrega das provas foi possível observar que os alunos não estavam acostumados a realizar provas como as que foram aplicadas, que exigiam reflexões, que associavam vários conceitos em uma mesma questão e também que não pediam apenas memorizações de definições. A maioria deles ficou espantada e afirmou categoricamente que nunca haviam feito provas desse tipo. Essa “novidade” pode ter sido uma das causas do baixo rendimento dos alunos. Outra pode ser atribuída à dificuldade com a língua portuguesa – percebida pelas respostas dadas no questionário e também nas justificativas que precisavam elaborar no desenvolvimento dos temas -, que pode ter interferido na compreensão das questões das provas e dificultado a explicitação de suas respostas.

As duas avaliações mostraram que os conceitos de ângulos consecutivos, adjacentes e opostos pelo vértice, que por sinal foram os que apresentaram maiores dificuldades para os alunos durante o desenvolvimento dos temas, não foram adquiridos plenamente pela maioria deles.

É preciso destacar, entretanto, que algumas questões apresentaram problemas em suas formulações, que só foram percebidos no momento da correção das provas, o que também pode ter causado um número maior de erros. Apresentarei a seguir, as sugestões de correção.

A questão número 1, da primeira prova, que tinha por objetivo construir os ângulos BÂC, DÊF, JÂU e BÔI, identificar e nomear os vértices e os lados desses ângulos possibilitou diversas interpretações e muitas maneiras diferentes de construir os citados ângulos. Dois pontos foram nomeados com a letra A e outros dois com a letra B. Isso pode ter causado uma confusão entre os alunos, uma vez que dois pontos não devem receber a mesma nomeação estando eles em um mesmo plano. Se um ponto foi nomeado com a letra A, o segundo deveria ter outra nomeação. O mesmo deveria ocorrer com o ponto B. Esse tipo de engano na elaboração de questões não é incomum, o que mostra o cuidado que os professores devem ter na correção dos desempenhos dos alunos, abrindo-se para acolher as suas respostas como possíveis de serem verdadeiras, mesmo quando diferem daquela esperada. Os alunos, muitas vezes, estão certos. É preciso que o professor saiba olhar.

Outra consideração a ser feita se refere à forma de representação dos ângulos nas duas avaliações. Em quase todas elas os ângulos foram representados por segmentos de reta e não por semi-retas. Seria mais coerente, do ponto de vista pedagógico, utilizar a mesma forma de representação adotada nas atividades com o software, ou seja, semi-retas. Apesar de alguns grupos terem feito algumas atividades utilizando segmentos de reta para representar ângulos, a maioria fez uso de semi-retas e retas.

Pode-se dizer que apesar desses pequenos desencontros, a prova se mostrou um instrumento importante para coletar dados sobre a aprendizagem dos alunos. E utilizá-las não tem sido comum entre os adeptos do ensino por meio da informática, como se apenas o que os alunos fazem durante o processo fosse suficiente para indicar a apreensão dos conceitos[15]. Na vida os alunos serão também avaliados em processos mais formais e essa também é uma aprendizagem essencial: defrontar-se com o momento em que tem que dar conta de sua aprendizagem a si mesmo, não mais se considerando elemento de um grupo. Sem avaliar efetivamente o nível de conhecimento que os alunos adquiriram com os recursos da informática é possível que os computadores sejam considerados mais eficientes no ensino do que na realidade o são.

[15] Isso também tem ocorrido com inúmeros professores da rede pública de ensino, inclusive na escola em que esse projeto foi realizado, que substituíram as provas escritas por outras atividades.

**A organização da classe e as relações interativas**

A forma como os alunos foram organizados para o trabalho, em pequenos grupos, tinha por objetivo favorecer a aprendizagem cooperativa, permitir interações entre os alunos e o professor e estimular a participação ativa dos alunos no processo de construção de conhecimentos matemáticos.

A opção adotada foi pelo trabalho em **trios**, pois:

> embora o computador pessoal seja feito para um usuário de cada vez, é possível formar parcerias de trabalho (duplas ou trios), que servirão também para promover a troca de informações sobre o tema de estudo e de procedimentos para utilizar a máquina (BRASIL, 1998, p. 150).

Esse tipo de organização possibilitou o estabelecimento de interações entre os alunos que ocasionaram: contrastes entre pontos de vistas diferentes em relação às tarefas executadas; momentos de oferecimento e recebimento de ajudas para a realização das atividades propostas e, infelizmente, alguns conflitos (brigas, discussões, desrespeito às normas de convivência e não participação nas atividades) que atrapalharam em muito o processo de ensino e aprendizagem.

As interações entre alunos e professor, tão importantes na teoria construtivista de ensino e aprendizagem, ocorreram e foram fundamentais para o desenvolvimento das situações de aprendizagem. A concepção de ensino como um processo de ajuda ajustada proposta por ONRUBIA (1999) se mostrou eficiente em alguns grupos, principalmente nos de número 5, 6, 7 e 8. Durante a realização das atividades com o software Cabri-Géomètre II, os alunos do grupo 6 vivenciaram um verdadeiro processo de construção pessoal de significados, ou seja, a partir das tarefas propostas nos roteiros, eles as discutiam, apresentavam seus pontos de vistas, solicitavam a ajuda do professor de forma contínua e se ajudavam mutuamente; foi um grupo equilibrado no qual todos os alunos participaram ativamente das atividades propostas. Disso resultou o alcance do melhor desempenho entre todos os grupos.

Os alunos do grupo 7 também se beneficiaram da proposta de ensino desenvolvida. Não apresentando o mesmo desempenho na realização das atividades em relação ao grupo 6, aos poucos esses alunos foram superando suas dificuldades, inclusive de comunicação e relacionamento interpessoal, e obtendo ganhos no desenvolvimento global. As intervenções pedagógicas efetuadas pelo professor auxiliaram os alunos desse grupo a avançarem na realização das tarefas. Por meio de uma "ajuda ajustada" oferecida pelo professor e, posteriormente, por uma aluna desse grupo, os alunos foram adquirindo autonomia para a realização de tarefas mais complexas e de forma independente. Os grupos 5 e 8 também apresentaram características semelhantes às descritas anteriormente.

A construção de conhecimentos geométricos pelos alunos, durante a realização das atividades com o software Cabri-Géomètre II, poderia ser otimizada se os conteúdos atitudinais, envolvendo os valores, as atitudes e a normas, tivessem sido respeitados por eles. Freqüentemente, no decorrer da experiência, muitos alunos não assumiram uma postura adequada para a realização de um trabalho dentro da proposta construtivista. Em diversas situações, elementos como o respeito aos outros, a cooperação com o grupo, a ajuda aos colegas, a participação nas atividades, não estiveram presentes. Mesmo com as intervenções constantes do professor, solicitando o restabelecimento de um clima favorável à aprendizagem dos conteúdos trabalhados, muitos alunos chegaram ao final do curso não respeitando as condições mínimas estabelecidas pelo grupo no início dos trabalhos. É importante ressaltar que o clima pedagógico geral existente na escola também apresentava algumas características descritas acima, fato este que dificultava a criação de situações significativas de aprendizagem, seja na sala de informática, seja em outras dependências da escola.

Entretanto, apesar de o trabalho em pequenos grupos ser desejável, seria importante que todos os alunos tivessem a oportunidade de efetivamente se responsabilizar pelo desenvolvimento das atividades. Num grupo de dois alunos talvez essa possibilidade melhor se efetivasse. Em situações cotidianas, que não numa pesquisa que tem prazo para ser concluída, os professores poderiam experimentar diferentes modalidades de agrupamento, incluindo também o uso individual do computador. Para isso, entretanto, as condições de trabalho nas escolas precisariam ser "ligeiramente" diferentes.

**Sugestões para outras experiências com o Cabri-Géomètre II**

Como decorrência dos resultados apresentados pela experiência e das análises efetuadas, pode-se concluir que outras possibilidades de trabalho com o software Cabri-Géomètre II seriam possíveis e que a experiência desenvolvida poderia ser aprimorada com a realização de alguns "ajustes".

Considerando o pressuposto de que os professores procuram fazer o melhor possível no momento da preparação de seus cursos ou aulas, e que se estiverem atentos ao desempenho de seus alunos poderão ainda melhorar sua proposta, pois ela estará sendo "lida/analisada" sob a perspectiva do outro, aceitar a possibilidade de melhoria nessa proposta e dar razão ao aluno pode resultar em momentos de construção e reconstrução de seus conhecimentos profissionais.

Os conteúdos geométricos da experiência ora analisada poderiam ser abordados de modo que as atividades ficassem mais contextualizadas. Poderia ser colocado um problema, no início do curso, envolvendo diversos ângulos (opostos pelo vértice, consecutivos, adjacentes, retos, rasos, nulos etc), preferencialmente referente a uma situação real, que seria retomado em outros momentos, no decorrer do curso. Poderia também ser solicitado aos alunos exemplos de ângulos por eles observados no ambiente. Desta forma, haveria uma aproximação entre os conteúdos a serem adquiridos e a experiência sensível, o que permitiria apreendê-los a partir das vivências, interesses e conhecimentos prévios que os alunos têm/possuem.

As atividades de cada tema poderiam ser realizadas em grupos com o computador e de forma individual, com papel, lápis, régua e transferidor. Isso permitiria um maior controle das participações individuais nas atividades e, talvez, uma maior participação de todos os alunos. Seriam incluídos exercícios para dar habilidade/agilidade para se trabalhar com os conceitos envolvidos e posteriormente seriam oferecidos exercícios de fixação, para serem resolvidos com e sem o software.

Um outro aspecto a ser considerado é a associação do uso do computador com as aulas nos ambientes tradicionais, pois essa foi uma forte indicação dos alunos.

Em alguns momentos é importante que o professor assuma sua responsabilidade de introduzir o assunto, as atividades, tal como procurei fazer no início do processo, esclarecendo os alunos sobre o que lhes seria exigido. Em outros momentos, cabe-lhe o papel de favorecer a troca de conhecimentos, socializar e discutir os desempenhos, sistematizar as idéias, apresentar os conceitos formais e as notações científicas mais adequadas. Isso pode ser feito na mesma sala de informática, desde que lá também haja um quadro para tais apontamentos. Embora, no presente projeto, tivesse havido minha interferência no processo de construção de conhecimentos pelos alunos, muitas dúvidas poderiam ter sido sanadas e muitas outras aprendizagens adquiridas com essa associação.

Assim, a experiência desenvolvida com os alunos na sala de informática com o auxílio do software Cabri-Géomètre II poderia ser aprimorada, e os resultados da aprendizagem poderiam ser melhorados, se as intervenções do professor no processo de ensino e aprendizagem tivessem ocorrido de forma mais explícita, ou seja, se além das orientações que foram dadas, ocorressem momentos em que, ele próprio explicaria, orientaria e mostraria as relações entre os conceitos estudados, de forma coletiva.

**Indicações para as políticas públicas**

Para encerrar, importa fazer algumas reflexões a respeito das políticas públicas de informatização das escolas. Os governos têm investido grande soma de recursos para que as escolas disponham de microcomputadores para uso em ensino. Entretanto, a simples existência dessas máquinas na escola não altera o cotidiano escolar, o ambiente de aprendizagem e a qualidade do ensino oferecido aos alunos. Outras condições se fazem necessárias para que os alunos aprendam cada vez mais e melhor.

A mais importante delas é a capacitação dos professores para desenvolverem atividades de ensino com o computador que atendam tanto as características da disciplina que lecionam como a diversidade de conhecimentos e experiências de seus alunos. Na presente pesquisa, o software estava instalado nos computadores, mas o professor precisaria conhecê-lo, dominá-lo, se apropriar de forma segura de todas as suas ferramentas e de suas possibilidades de uso. Enquanto o professor não tiver segurança no uso da máquina e do software não se disporá a levar os seus alunos a usá-los nem a inovar no uso, estendendo-se além daquilo que o simples manuseio das ferramentas permite. Para isso, um número pequeno de "capacitações" não resolve. O professor precisa de tempo para explorar o programa e de apoio em suas dificuldades. Também favorecer a aquisição de máquinas pelos professores é importante, mas não supre a questão do tempo, visto que estão sobrecarregados de aulas para sobreviver.

Um outro ponto a ser considerado é o número de computadores das salas de informática em relação ao número de alunos em cada classe. Na presente pesquisa, eram 24 alunos e 8 máquinas. Se, como considero ideal, os grupos fossem formados por dois alunos, seriam necessários 12 máquinas no mínimo, além de uma disponível para o próprio professor. Então, o trabalho teria sido inviabilizado. O que se dirá quando as classes têm 43 alunos, tal como uma das classes que assumi no ano seguinte ao da realização desta investigação? É praticamente impossível levá-los todos ao mesmo tempo para a sala de informática. Seriam necessários dois grupos. E então, como conciliar o trabalho em classe com o da sala de informática? Um bom planejamento poderia dar conta, mas na escola não há pessoas disponíveis para permanecerem com os alunos em um dos dois ambientes. Se houvesse, que competências deveria ter essa pessoa? Talvez precisasse ser um outro professor! Então, isso na verdade exige que o número de alunos em cada classe seja drasticamente reduzido, uma vez que aumentar muito o número de computadores não traria benefícios sensíveis para a aprendizagem.

Há ainda o problema de manutenção das máquinas. Algumas dão pane, outras quebram. O professor, além de ensinar a sua disciplina deveria também ser um técnico em informática? Difícil pretender isso. Então seria necessário que houvesse na escola, disponível em tempo integral, um profissional que detivesse esse tipo de conhecimento, ou seja, um técnico em informática.

**A pesquisa e o desenvolvimento profissional da docência**

Para finalizar este relatório, gostaria de fazer uma última colocação. O rigor metodológico exigido pela pesquisa científica realizada, durante a qual investiguei minha própria prática, possibilitou uma reflexão criteriosa e sistemática sobre essa prática, exerceu uma influência direta em minha formação docente, resultando em aprendizagens significativas e proporcionando meu aprimoramento profissional como professor. Assim, o papel de pesquisador fez com que muitos aspectos de minha prática docente fossem esclarecidos, revistos e reconsiderados.

Isso exigiu muito estudo, tempo e dedicação. As orientações e apoios recebidos também foram fundamentais para a realização deste meu debruçar sistemático sobre minha própria atuação. Por causa desta experiência, como pesquisador, tarefas pedagógicas antes não consideradas possíveis, dado ao tempo limitado que têm os docentes, como o acompanhamento minucioso do desempenho de cada grupo de alunos, foram realizadas e mudanças de rumo importantes foram feitas em percurso. Se essas condições não existirem – estudo, tempo, acompanhamento – dificilmente um professor poderá investigar a sua própria prática, ainda que não tão minuciosamente como a pesquisa científica exige, a fim de aprimorá-la.

Para que mudanças ocorram, não basta refletir sobre o que acontece em sala de aula. Condições mais objetivas são essenciais. O professor, na escola, precisa ter a oportunidade de refletir sobre a sua prática amparado por estudos teóricos e por pessoas que lhes dêem o apoio de que necessitar, fazendo isso junto com seus pares, de forma crítica e sistemática. Alterações na organização das escolas, na distribuição da carga horária e nas formas de educação continuada são alguns dos aspectos a serem considerados pelas políticas públicas para que mudanças possam ocorrer. Essas mudanças poderiam ter como conseqüência a melhoria da qualidade do ensino, pois seriam investimentos feitos no professor e em sua competência profissional.

É urgente, pois, investir nesse caminho, proporcionando condições para que os professores, nas escolas, se sintam motivados e capazes de buscar alternativas viáveis para os problemas cotidianos que enfrentam. O Brasil e seu sistema educativo só teriam a ganhar com isso.

# 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS


BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998a.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental**. Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais.** Brasília: MEC/SEF, 1998**.**

BRANDÃO, Leônidas de Oliveira**.** Algoritmos e Fractais com programas de GD – **Revista do Professor de Matemática** – Sociedade Brasileira de Matemática, no. 49, p. 27-34, 2º Quadrimestre de 2002.

BRAVIANO, Gílson; RODRIGUES, Maria Helena W. L. Geometria Dinâmica: uma nova Geometria? **Revista do Professor de Matemática** – Sociedade Brasileira de Matemática, no. 49, p. 22-26, 2º Quadrimestre de 2002.

CARRAHER, David William. A aprendizagem de conceitos matemáticos com auxílio do computador**.** In: ALENCAR, Eunice M. S. Soriano de (org). **Novas contribuições da psicologia aos processos de ensino e aprendizagem.** 3ª ed. São Paulo: Cortez, 1995. p. 169 – 201.

GIOVANI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito; GIOVANI JR, José Ruy. **A conquista da matemática – Nova.** São Paulo: FTD, 1998.

HENRIQUES, Afonso. **Ensino e Aprendizagem da Geometria Métrica**: uma seqüência didática com auxílio do software Cabri-Géomètre II. 1999. 143 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro – SP.

LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar Geometria? **A Educação Matemática em Revista** – Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Ano III, no. 4, p. 3-13, 1º Semestre/1995.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E.D.A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas.** São Paulo: EPU, 6ª reimpressão, 2001.

MAIA, Polônia Albino. **O SOFTWARE CABRI-GÉOMÈTRE NA SALA DE AULA:** o uso da informática no ensino de matemática na educação básica, em Campo Grande/MS. 2002. 155 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos – SP.

MICOTTI, Maria Cecília de Oliveira. O Ensino e as Propostas Pedagógicas. In: BICUDO, Maria Ap. Viggiani (Org.). **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas.** São Paulo: Editora Unesp, 1999, p. 153-167.

ONRUBIA, Javier. Ensinar: criar zonas de desenvolvimento proximal e nelas intervir. In: COLL, César. et al. **O construtivismo na sala de aula**. 6ª ed. São Paulo: Ática, 1999. p. 123-151.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e conseqüências. **Revista Zetetiké**. Ano 1, no. 1, p. 7-17, 1993.

PEREZ, Geraldo. A realidade sobre o ensino de Geometria no 1º e 2º graus, no Estado de São Paulo. **A Educação Matemática em Revista** – Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Ano III, no. 4, p. 54-62, 1º Semestre/1995.

PERRENOUD, Philippe. **Práticas Pedagógicas, Profissão Docente e Formação**. Perspectivas Sociológicas. 2ª ed. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1997.

SAEB – 1993 **Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica**. Brasília: Secretaria de Desenvolvimento, Inovação e Avaliação Educacional – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais, 1995.

SAEB – 2001 **Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica**. Diretoria de Avaliação da Educação Básica. Relatório Saeb 2001 – Matemática. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. Brasília, 2002.

SANT, Jean-Marc. O Cabri-Géomètre. **Revista do Professor de Matemática** – Sociedade Brasileira de Matemática. no. 29, p. 36-40, 3º Quadrimestre de 1995.

SILVA, Maria Célia Lema da. **TEOREMA DE TALES**: UMA ENGENHARIA DIDÁTICA UTILIZANDO O CABRI-GEOMETRE**.** 1997. 138 f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo – SP.

SIMIÃO, Lucélio Ferreira. **A aprendizagem profissional da docência**: uma experiência utilizando o computador em um curso de formação inicial. 2001. 184 f. Dissertação (Mestrado em Educação – Área de Metodologia de Ensino) – Centro de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos – SP.

SOLÉ, Isabel; COLL, César. Os professores e a concepção construtivista. In: COLL. César. Et al. **O Construtivismo na sala de aula**. 6ª ed. São Paulo: Ática, 1999. p. 9-28.

VYGOTSKI, L. S. **Obras Escogidas II** – Problemas de Psicologia General. Madrid: Visor Distribuciones, 1993.

ZABALA, Antoni. **A Prática Educativa** – Como ensinar. Tradução de Ernani F. da F. Rosa, Porto Alegre: ArtMed, 1998.

# ANEXOS

# Anexo I

# Roteiro de Atividades[16]

## Tema 1 - O ângulo e seus elementos

**Objetivos:**

- Conceituar ângulo.
- Construir ângulos.
- Identificar e nomear os vértices e os lados de ângulos.

**Conceitos[17]:**

- Denomina-se ângulo a figura formada por duas semi-retas que têm a mesma origem.
- O ponto de origem das semi-retas denomina-se vértice do ângulo.
- As duas semi-retas são os lados do ângulo. Geralmente são identificados por lado $\overrightarrow{AB}$ e lado $\overrightarrow{AC}$, sendo A a origem das semi-retas $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$.
- A identificação do ângulo é feita por uma letra maiúscula com acento circunflexo: BÂC, no caso das semi-retas $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$.

**Atividades (A1)**

1. Determinar três pontos não alinhados utilizando o botão *ponto* da caixa de ferramentas.
2. Nomear os três pontos com as letras A, B e C, utilizando o botão *rótulo.*

---

[16] Ver sugestões de alterações dos roteiros nas páginas 182, 183 e 184.
[17] Usei o termo **conceitos** nos roteiros e não **definições** por considerar que essas idéias seriam exploradas e formadas pelos alunos durante a realização das atividades na sala de informática.

3. Traçar uma semi-reta com origem no ponto A, passando pelo ponto B, utilizando o botão *semi-reta.*
4. Traçar uma semi-reta com origem no ponto A, passando pelo ponto C, utilizando o botão *semi-reta.*
5. A figura construída representa o ângulo $B\hat{A}C$. O ponto A é o vértice e $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$ são seus lados.
6. Para fazer a marca do ângulo $B\hat{A}C$ na figura construída, selecione a opção *marca de ângulo* e clique nos pontos B, A e C, nesta ordem.
7. Usando procedimentos semelhantes à construção do ângulo $B\hat{A}C$, construa agora os ângulos $M\hat{N}P$, $R\hat{S}T$ e $X\hat{Y}Z$. Utilize a ferramenta *comentários* para o registro da identificação dos vértices e dos lados dos ângulos construídos.
8. Construa o ângulo que tem vértice B e lados $\overrightarrow{BA}$ e $\overrightarrow{BC}$.

**Tema 2 - Medida de um ângulo**

**Objetivos:**

- Conceituar unidade de medida de um ângulo.
- Construir ângulos e verificar as suas medidas.
- Alterar a abertura das semi-retas e verificar a alteração do valor da medida dos ângulos.
- Conceituar: ângulos congruentes, ângulos rasos, ângulos nulos, ângulos de uma volta, ângulos retos, ângulos agudos e ângulos obtusos.

**Conceitos:**

- A medida de um ângulo é dada pela medida de sua abertura. Há duas unidades de medida de ângulos, entre elas, o grau e o radiano. Usaremos, nesta e nas outras atividades, o grau como unidade de medida de um ângulo. Um grau corresponde à medida de um ângulo que tem vértice no centro de uma circunferência e que está associado a um arco de 1/360 da circunferência.
- Dois ângulos que têm a mesma medida são chamados ângulos congruentes.
- Quando duas semi-retas são opostas, estas formam um ângulo raso ou de meia volta.
- Quando duas semi-retas coincidem, elas formam dois ângulos: o ângulo nulo e o ângulo de uma volta.
- Um ângulo é chamado de ângulo reto quando sua medida é $90^{\circ}$.
- Um ângulo é chamado de ângulo agudo quando sua medida é menor que a medida de um ângulo reto.
- Um ângulo é chamado de ângulo obtuso quando sua medida é maior que a medida de um ângulo reto e menor que a medida de um ângulo raso.

**Atividades (A2):**

1. Construa o ângulo $A\hat{B}C$. Caso tenha alguma dúvida, consulte a atividade A1.
2. Selecione a opção *ângulo* e clique nos pontos A, B e C, nesta ordem. O valor que você obteve é a medida do ângulo $A\hat{B}C$ que foi desenhado.

3. Clique no botão *ponteiro* e, em seguida, agarre e movimente uma das semi-retas, observando o valor da medida do ângulo inicialmente construído. Utilize a ferramenta *comentários* para registrar suas observações em relação à medida do ângulo.
4. Construa agora um ângulo de $45^{\circ}$, um ângulo de $60^{\circ}$, um ângulo de $75^{\circ}$, um ângulo de $120^{\circ}$ e um ângulo de $135^{\circ}$. Em seguida, classifique esses ângulos em relação às suas medidas.
5. Construa um ângulo reto. Lembre-se que a sua medida é de $90^{\circ}$. Os lados desse ângulo são perpendiculares.
6. Determine duas semi-retas opostas de mesma origem e identifique o ângulo formado.
7. Que ângulos são formados quando as duas semi-retas são coincidentes? Construa esses dois tipos de ângulos e classifique-os.
8. Construa o ângulo $A\hat{B}C$ com medida igual a $82^{\circ}$. Em seguida, construa o ângulo $R\hat{S}T$ congruente ao ângulo $A\hat{B}C$.
9. Construa três ângulos congruentes.

**Tema 3 - Construção da bissetriz de um ângulo**

**Objetivos:**

- Conceituar bissetriz de um ângulo.
- Construir a bissetriz de ângulos e explorar suas propriedades.
- Verificar que a bissetriz de um ângulo raso determina dois ângulos retos e que seus lados são perpendiculares entre si.

**Conceito:**

- Denomina-se bissetriz de um ângulo a semi-reta com origem no vértice desse ângulo e que determina, com os lados desse ângulo, dois ângulos congruentes.

**Atividades (A3):**

1. Construa um ângulo $B\hat{A}C$ com medida igual a $80^{\circ}$.
2. Selecione a ferramenta *bissetriz* e clique nos pontos B, A e C, nesta ordem. A semi-reta que apareceu é a bissetriz do ângulo $B\hat{A}C$. No próximo passo você verificará que os dois ângulos formados são congruentes.
3. Determine um ponto D sobre a bissetriz. Utilize a opção *ponto* e, em seguida, o botão *rótulo*.
4. Marcar e medir os ângulos $B\hat{A}D$ e $D\hat{A}C$. Compare suas medidas. O que você conclui com relação à medida desses dois ângulos? Por que isso acontece?
5. Construa o ângulo $X\hat{Y}Z$ de medida igual a $50^{\circ}$. Em seguida, trace a bissetriz desse ângulo. Determine um ponto W sobre a bissetriz, nomeie os dois ângulos formados e determine os valores desses dois ângulos.
6. Construa um ângulo raso $A\hat{O}C$. Determine a bissetriz $\overrightarrow{OI}$ desse ângulo. Você construiu assim, dois ângulos: $A\hat{O}I$ e $C\hat{O}I$. O que você observa quanto às suas medidas? Utilize a opção *comentários* para responder.

7. Portanto, a bissetriz construída formou dois ângulos retos congruentes. O que você observa quanto à posição dos lados desses ângulos formados pela bissetriz?
8. Os lados desses dois ângulos são perpendiculares, ou seja, formam um ângulo de $90^{\circ}$. Identifique os dois ângulos formados, destacando os vértices e os lados.

**Tema 4 - Ângulos Consecutivos e Ângulos Adjacentes**

**Objetivos:**

- Conceituar ângulos consecutivos e ângulos adjacentes.
- Construir e identificar ângulos consecutivos e ângulos adjacentes.

**Conceitos:**

- Dois ângulos que possuem o mesmo vértice e têm um lado comum são chamados ângulos consecutivos.
- Dois ângulos consecutivos que não possuem ponto interno comum são chamados ângulos adjacentes.

**Atividades (A4):**

1. Construa o ângulo $A\hat{O}C$. Utilize procedimentos semelhantes às atividades anteriores sobre construção de ângulos.
2. Determine um ponto na região interna do ângulo $A\hat{O}C$. Nomeie esse ponto de B.

3. Trace uma semi-reta com origem em O passando pelo ponto B.
4. Na figura construída você pode identificar três ângulos. Quais são eles? (comentários)
5. Observe os ângulos $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$. O que eles têm em comum? (comentários).
6. Ângulos que têm o vértice comum (ponto O) e também um lado comum são chamados consecutivos. Os Ângulos AÔB e BÔC são consecutivos? Por que?
7. Determine os outros dois ângulos consecutivos, identificando o vértice comum e o lado comum desses ângulos.
8. Verifique nos três casos de ângulos consecutivos anteriores quais são ângulos adjacentes. Para serem adjacentes, dois ângulos devem ser consecutivos e não possuir ponto interno comum.
9. Construa uma figura geométrica onde apareçam ângulos adjacentes. Identifique esses ângulos, e escreva com suas próprias palavras por que eles são adjacentes.

**Tema 5 – Ângulos Complementares e Ângulos Suplementares**

**Objetivos:**

- Conceituar ângulos complementares.
- Conceituar ângulos suplementares.

**Observação:**

- Podemos efetuar as quatro operações com medidas de ângulos. Quando trabalhamos com valores inteiros do grau, efetuamos a adição e a subtração como nos números naturais.

**Conceitos:**

- Dois ângulos são complementares quando a soma de suas medidas é igual a $90^\circ$.
- Dois ângulos são suplementares quando a soma de suas medidas é igual a $180^\circ$.

**Atividades (A5):**

1. Construa o ângulo $B\hat{A}C$ com medida igual a $60^\circ$.
2. Construa o ângulo $B\hat{A}D$ com medida igual a $30^\circ$ de modo que $B\hat{A}C$ e $B\hat{A}D$ sejam consecutivos e adjacentes.
3. Meça o ângulo $C\hat{A}D$ na figura construída anteriormente. Quanto ele mede? Compare sua medida com as medidas dos ângulos $C\hat{A}B$ e $B\hat{A}D$. O que você observa? Se você adicionar as medidas de $C\hat{A}B$ e $B\hat{A}D$, seu resultado é correspondente a algum tipo de ângulo?
4. Quando a soma das medidas de dois ângulos é igual a $90^\circ$, eles se chamam complementares.
5. Considere med $(A\hat{O}B) = 20^\circ$. Determine med $(A\hat{O}C)$ de tal forma que eles sejam adjacentes complementares. Faça a construção geométrica dos ângulos.
6. Construa o ângulo $D\hat{E}F$ com medida igual a $45^\circ$. Que medida de ângulo deve ser adicionada a esse valor para obtermos $180^\circ$? (comentários) Então

$180^{\circ}$ pode ser escrito na forma $45^{\circ} + 135^{\circ}$. Dois ângulos cuja soma de suas medidas dá $180^{\circ}$ são chamados ângulos suplementares, do que se conclui que $45^{\circ}$ e $135^{\circ}$ são suplementares.

7. Construa o ângulo raso $A\hat{O}C$. Em seguida, marque um ponto B na tela. Determine o ângulo $B\hat{O}C$ indicando sua medida. Encontre o valor da medida do ângulo $B\hat{O}A$. Como você fez isso? Haveria uma outra forma de obter esse valor? O que você sugere? (comentários) Observe que a medida de $B\hat{O}C$ pode ser calculada efetuando-se a subtração do seu valor da medida do ângulo raso.
8. Construa o ângulo $E\hat{I}F$ com medida igual a $130^{\circ}$. Agora construa o ângulo $J\hat{I}F$ adjacente e suplementar ao ângulo $E\hat{I}F$.
9. Seja med ($A\hat{O}B$)= $47^{\circ}$. Calcule a medida do ângulo complementar e a do Ângulo suplementar. Represente esses ângulos.
10. Construa dois ângulos complementares e dois ângulos suplementares, indicando suas respectivas medidas.

**Tema 6 - Ângulos Opostos pelo Vértice**

**Objetivos:**

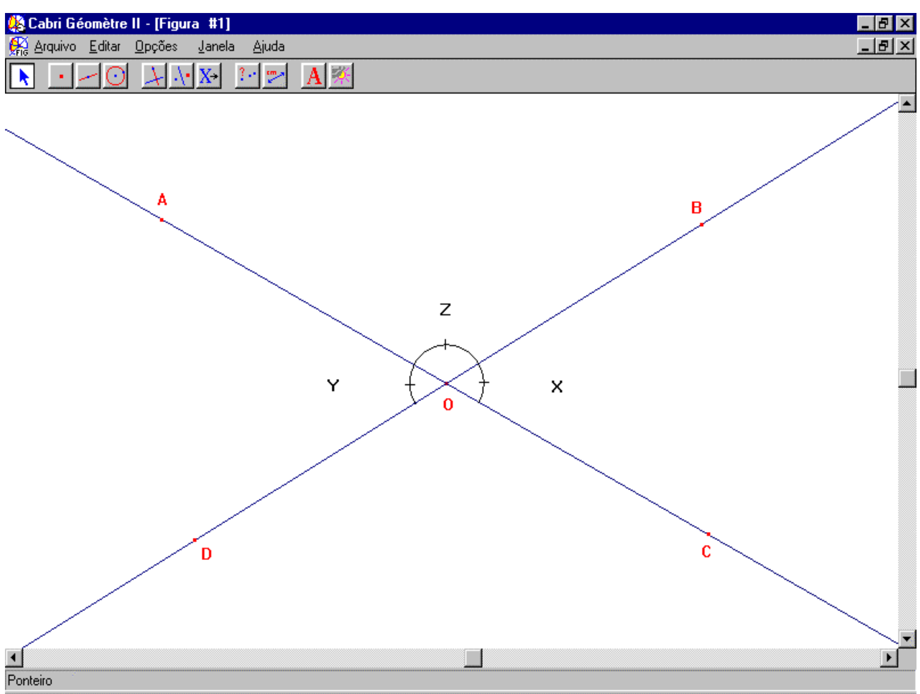
- Conceituar ângulos opostos pelo vértice (opv).
- Conceituar que dois ângulos opostos pelo vértice são congruentes.

**Conceitos:**

- Dois ângulos são denominados opostos pelo vértice (opv) quando os lados de um forem prolongamento dos lados do outro e vice-versa.
- Dois ângulos opostos pelo vértice são congruentes entre si.

**Atividades (A6):**

1. Trace duas retas que se cruzam em um único ponto. Determine os quatro ângulos formados e o seu valor. O que você observa? (comentários)
2. Na figura anterior, considere dois pares de ângulos que tenham a mesma medida. Que figura forma os lados desses ângulos? (comentários). Como são formados os lados desses ângulos? Os lados desses ângulos formam alguma figura conhecida? Se sim, qual?
3. Ângulos cujos lados são semi-retas opostas são chamados opostos pelo vértice (opv). Na figura que você desenhou, quantos pares de ângulos opv existem? Quais são eles? O que acontece com as medidas dos ângulos de cada par? (responda essas perguntas utilizando o botão comentários).
4. Observe a figura abaixo:



5. De acordo com a definição, os ângulos $A\hat{O}D$ e $B\hat{O}C$ são opostos pelo vértice. A letra $x$ indica a medida do ângulo $B\hat{O}C$, $y$ indica a medida do ângulo $A\hat{O}D$ e $z$ indica a medida do ângulo $A\hat{O}B$.

6. O ângulo $A\hat{O}B$ e o ângulo $A\hat{O}D$ são adjacentes suplementares, ou seja, $z + y = 180^{\circ}$.

7. O ângulo $A\hat{O}B$ e o ângulo $B\hat{O}C$ também são adjacentes suplementares, ou seja, $z + x = 180^{\circ}$.

8. Comparando os dois pares de ângulos adjacentes suplementares, podemos verificar que: $z + y = z + x \Rightarrow y = x$

9. Ainda observando a figura, você pode demonstrar também que os ângulos $A\hat{O}B$ e $D\hat{O}C$ são opostos pelo vértice e os valores de suas medidas são congruentes.

10. Construa uma figura semelhante à figura anterior, indicando os ângulos opostos pelo vértice e os valores de suas medidas.

11. Construa duas retas que se cruzam e que formam entre si um ângulo de $30^{\circ}$. Determine os outros três ângulos, indicando quais pares são opv e os valores de suas medidas.

## Anexo II

## Questionário de avaliação das atividades

NOME: (Facultativo) ________________________________________

Série: $5^a$ Série B do Ensino Fundamental - Data: ______________

Escola: EE ________________________________________ Jaú – SP

Professor: Evandro Antonio Bertoluci

1) O que você achou sobre as atividades desenvolvidas na sala de informática com o software Cabri-Géomètre II? Responda se gostou ou não e indique os motivos que influenciaram a sua resposta.

2) Qual a sua opinião a respeito das atividades desenvolvidas em grupo, com seus colegas? O que você achou positivo e o que considerou negativo?

3) O que você achou dos roteiros dos temas distribuídos pelo professor? Eles foram úteis para o seu aprendizado? Por quê? A colocação dos objetivos, dos conceitos e das atividades ajudou esse aprendizado?

4) O que você achou das gravações em disquete das atividades desenvolvidas pelo seu grupo? Responda se os disquetes foram importantes ou não e explique o porquê.

5) As intervenções do professor, tirando algumas dúvidas ou dando uma ajuda em algumas atividades, foram importantes para o seu aprendizado? Por quê?

6) Que sugestões você daria para um próximo projeto de ensino-aprendizagem de conceitos geométricos utilizando a sala de informática?

7) Você prefere que as aulas de matemática sejam dadas na sala de aula ou no Laboratório de Informática? Por quê?

8) Você aprende melhor a matemática no Laboratório de Informática ou com o professor explicando em sala de aula? Justifique a sua resposta.

# Anexo III

## Provas[18]

### Primeira Prova

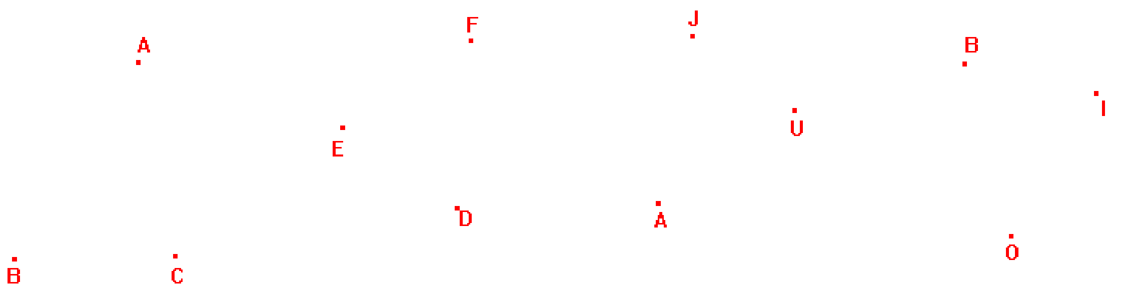
EE ________________________________ - JAÚ – SP

Avaliação de Matemática - Prof. Evandro Antonio Bertoluci NOTA _______

NOME: _____________________________ No. __________

SÉRIE: _________________________ DATA: ___________

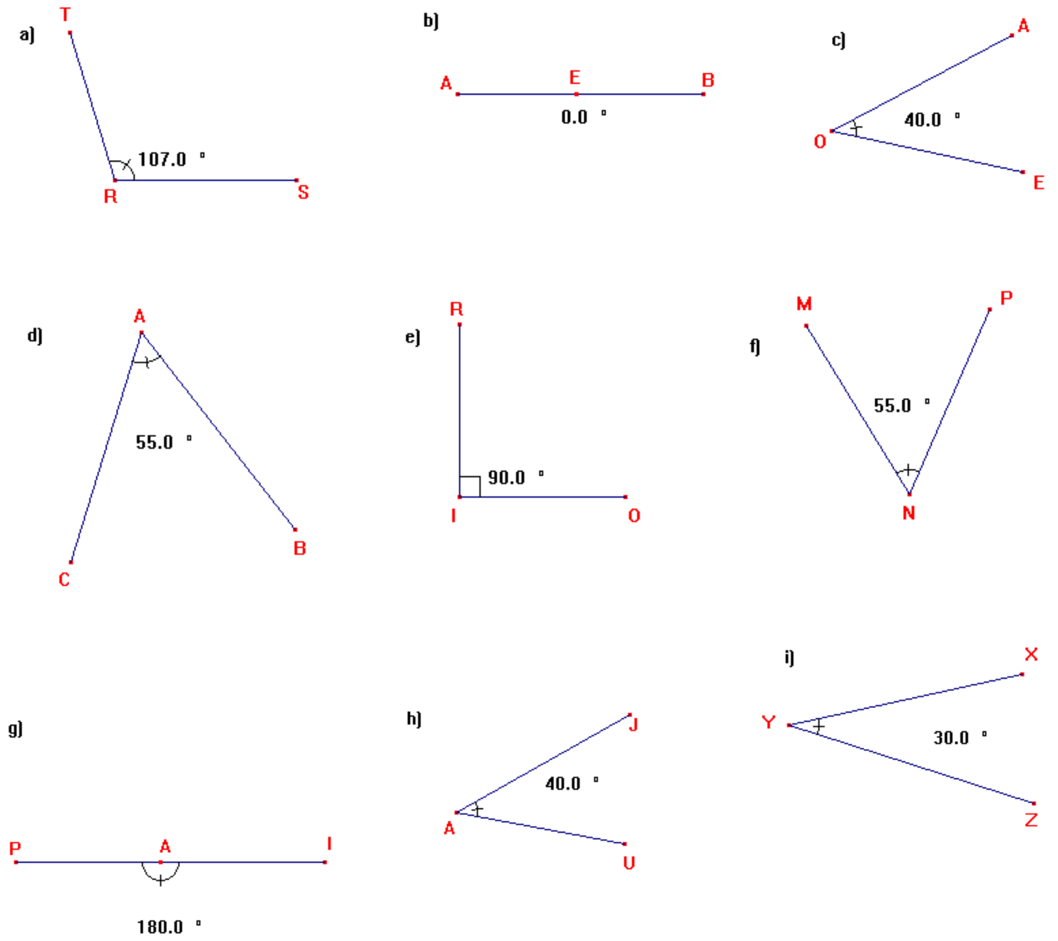
1) Construa os ângulos BÂC, DÊF, JÂU e BÔI a partir dos pontos abaixo e identifique os vértices e os lados desses ângulos.




2) Observe os ângulos e suas respectivas medidas.

2.1) Classifique cada um deles em: ângulo raso, ângulo nulo, ângulo reto, ângulo agudo e ângulo obtuso.

[18] Ver sugestões de alterações nos enunciados das questões nas páginas 188 e 189.




2.2) Complete a tabela com os nomes dos ângulos

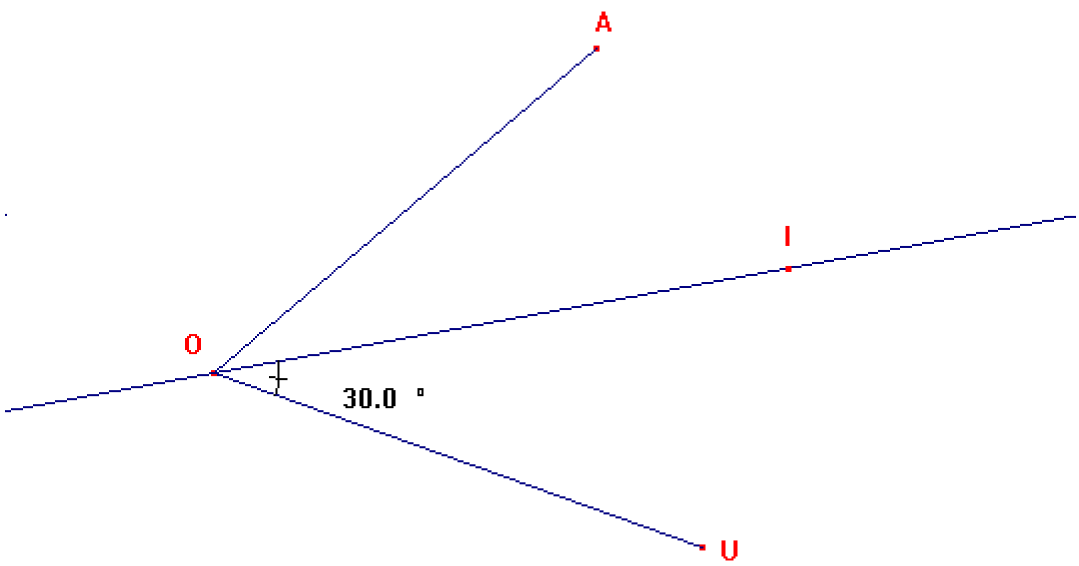
| AGUDO | OBTUSO | RETO | RASO | NULO |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

2.3) Explique, com suas palavras, as características dos ângulos agudos, obtusos, retos, rasos e nulos.

2.4) Explique o conceito de um ângulo de uma volta. Faça uma representação de um ângulo de uma volta.

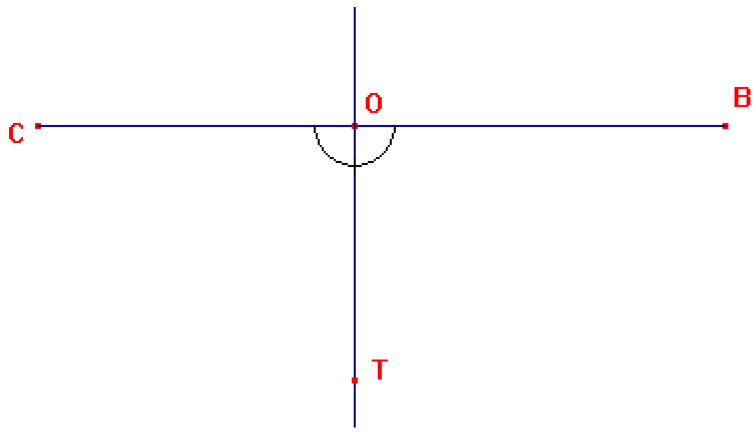
2.5) Nos ângulos analisados anteriormente, existem pares de ângulos congruentes? Se sim, escreva quais são e explique por que são congruentes.

3) Na figura abaixo, $\overrightarrow{OI}$ é a bissetriz do ângulo AÔU. A medida do ângulo IÔU é de 30 graus. Quais as medidas dos ângulos AÔI e AÔU?



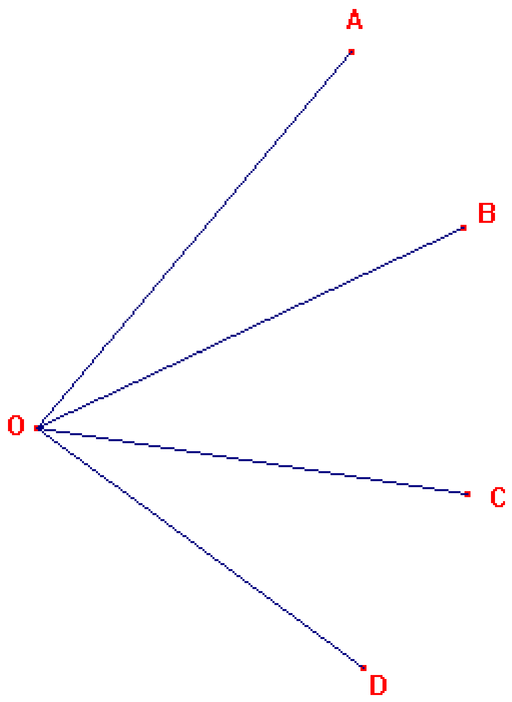

3.1) Compare as medidas dos ângulos AÔI e UÔI. O que você pode dizer sobre elas? Por que isso acontece?

3.2) Observe o ângulo raso abaixo e o traçado da bissetriz desse ângulo. Quantos ângulos foram formados, quais os valores de suas medidas e quais são os lados perpendiculares?



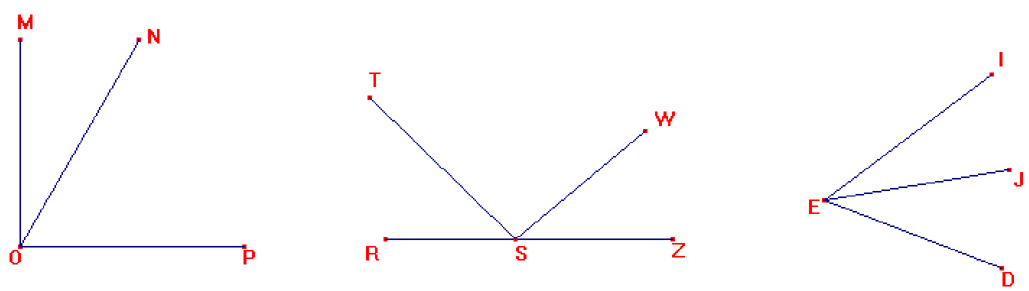

3.3) Que nome recebe os ângulos formados?

4) Observe a figura abaixo e escreva o nome de dois pares de ângulos consecutivos.




4.1) Haveria outras alternativas? Se sim, quais seriam?

5) Identifique nas figuras abaixo os ângulos adjacentes. Em uma das figuras, existe um par de ângulos que não são adjacentes. Identifique-o e explique o por quê.



**Segunda Prova**

EE ____________________________________ - JAÚ – SP

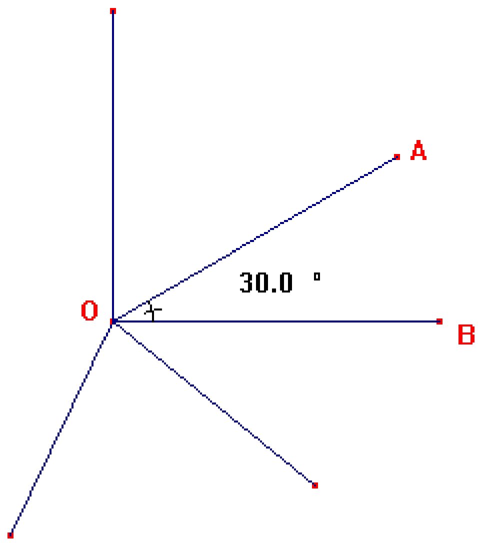
Avaliação de Matemática - Prof. Evandro Antonio Bertoluci NOTA ________

NOME: _________________________________ No. __________

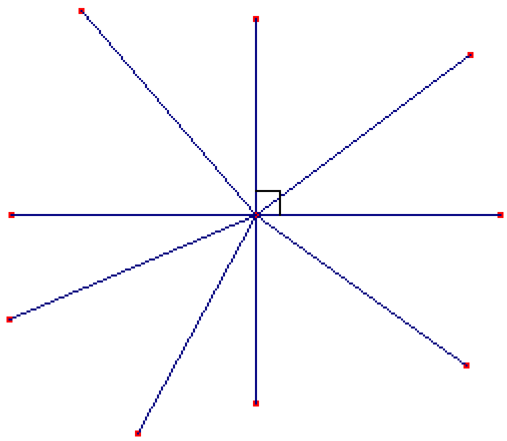
SÉRIE: ____________________________ DATA: ____________

1) Considere med (AÔB) = 30 graus. Determine med (AÔC) de tal forma que esses ângulos sejam adjacentes complementares.

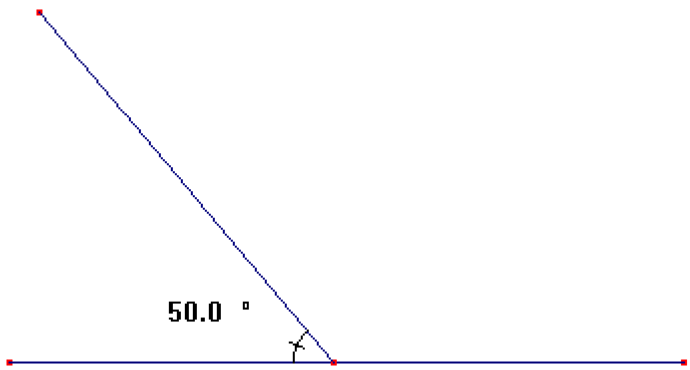
Utilize a figura abaixo para representar os ângulos adjacentes complementares AÔB e AÔC.



1.1) Utilize a figura abaixo para representar dois ângulos adjacentes complementares. Identifique os ângulos, os lados e escreva por que eles são adjacentes complementares.



2) Utilize a figura abaixo para representar dois ângulos adjacentes suplementares. Identifique os ângulos, coloque suas medidas e justifique por que são adjacentes suplementares.




3) Calcule a medida do complemento de cada ângulo abaixo

a) AÔB = 10 graus

b) BÔD = 45 graus

c) DÊF = 60 graus

d) FÎJ = 50 graus

4) Calcule a medida do suplemento de cada ângulo abaixo

a) AÔB = 10 graus

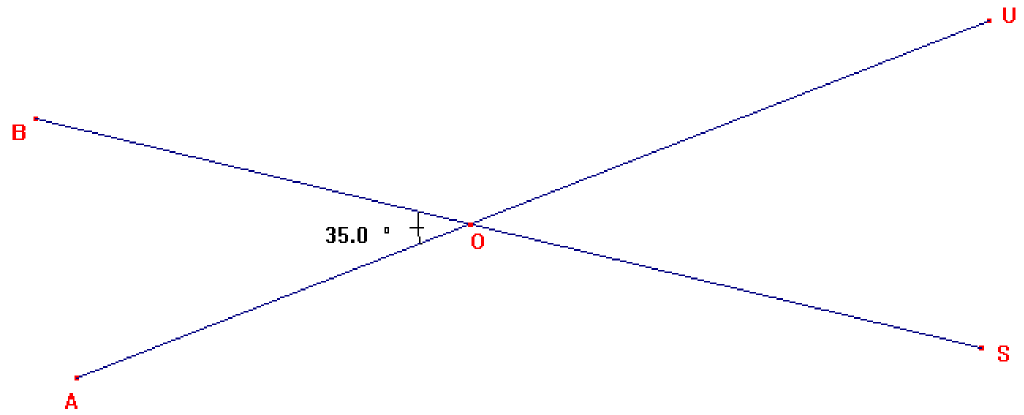
b) BÔD = 45 graus

c) XÎX = 120 graus

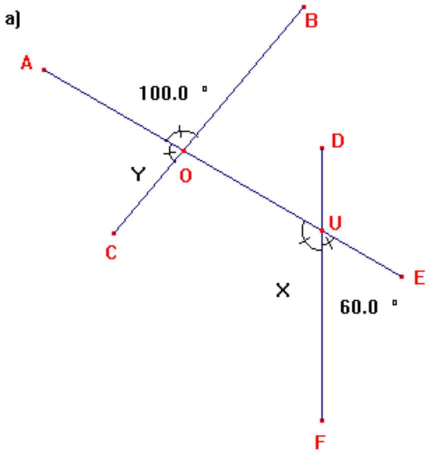
d) BÔB = 150 graus

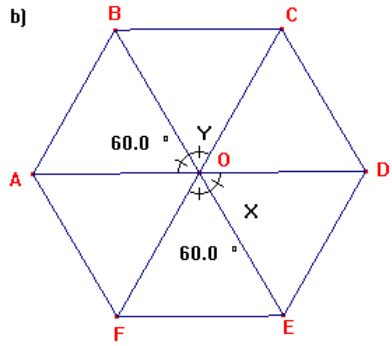
5) Observe a figura abaixo, nomeie todos os ângulos formados, escreva os valores de suas medidas e escreva os ângulos opostos pelo vértice (opv).

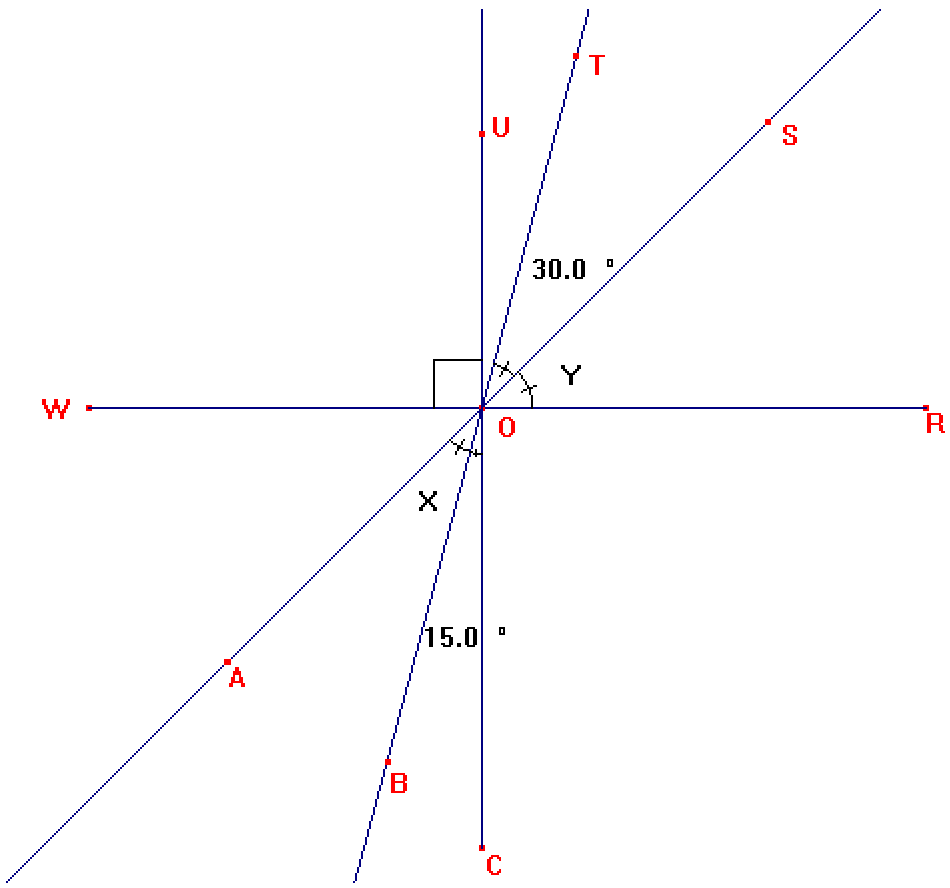
Obs. Explique como você calculou as medidas dos ângulos.



5.1) Nas figuras abaixo, calcule os valores de X e Y e explique como você fez os cálculos.



**Anexo IV**

**Planilha de desempenho dos alunos**

| N. Alunos | 24 | Desempenho dos alunos nas avaliações | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | GRUPO 1 | | | GRUPO 2 | | | GRUPO 3 | | | GRUPO 4 | | | GRUPO 5 | | | GRUPO 6 | | | GRUPO 7 | | | GRUPO 8 | | | | |
| QUESTÃO | 1A | 1B | 1C | 2A | 2B | 2C | 3A | 3B | 3C | 4A | 4B | 4C | 5A | 5B | 5C | 6A | 6B | 6C | 7A | 7B | 7C | 8A | 8B | 8C | Total | TOTAL (%) | TEMA |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 18 | 75,0 | 1 |
| 2.1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 13 | 54,2 | 2 |
| 2.2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | | 0 | 0 | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | | 0 | 1 | 1 | 1 | 12 | 50,0 | 2 |
| 2.3 | 1 | 0 | | | 1 | 1 | | | | 0 | 1 | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | 0 | 1 | 1 | 1 | 12 | 50,0 | 2 |
| 2.4 | 1 | 0 | | | 1 | 1 | | | 0 | 0 | 0 | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | 0 | 1 | 1 | 1 | 11 | 45,8 | 2 |
| 2.5 | 1 | | | | 0 | 1 | | | | | | | | | 0 | 0 | 1 | | | | | 1 | | | 4 | 16,7 | 2 |
| 3 | 1 | | 1 | | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 17 | 70,8 | 3 |
| 3.1 | 1 | 1 | | 1 | 0 | 1 | | 1 | 0 | 0 | 0 | | | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 12 | 50,0 | 3 |
| 3.2 | 1 | 0 | | | | | 0 | | | 0 | 1 | | | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | | | 1 | 0 | 1 | 0 | 8 | 33,3 | 3 |
| 3.3 | 1 | 0 | | 0 | | | | | 0 | 1 | 0 | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 9 | 37,5 | 3 |
| 4 | 1 | 0 | 1 | 0 | | | | | 1 | 0 | 1 | | | | 1 | | 1 | | | | 0 | 1 | | | 7 | 29,2 | 4 |
| 4.1 | 1 | 0 | 0 | 0 | | | 0 | 0 | | 0 | 0 | | | | 0 | | 0 | 0 | | | 0 | 1 | | | 2 | 8,3 | 4 |
| 5 | 0 | 0 | | | | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | | 0 | | 0 | 0 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,0 | 4 |
| 1 | 1 | 0 | | | 0 | 1 | 0 | 0 | | 0 | 0 | | | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | 16,7 | 5 |
| 1.1 | 1 | 0 | | 0 | | 0 | 0 | 0 | | 0 | 0 | | | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | | | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 8,3 | 5 |
| 2 | 1 | 0 | | 0 | | 1 | | | 0 | 0 | 0 | | | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 1 | 10 | 41,7 | 5 |
| 3 | 1 | 0 | | | | 1 | 0 | 1 | | 0 | 1 | | | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 12 | 50,0 | 5 |
| 4 | 1 | 0 | | | | 1 | 0 | 1 | | 0 | 1 | | | | 1 | 1 | | 1 | | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 11 | 45,8 | 5 |
| 5 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | | 0 | 1 | 0 | 0 | | 4 | 16,7 | 6 |
| 5.1 | 1 | 0 | 1 | 0 | | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 6 | 25,0 | 6 |
| Total | 19 | 2 | 3 | 2 | 6 | 11 | 2 | 7 | 2 | 3 | 6 | 2 | 1 | 8 | 14 | 14 | 11 | 13 | 5 | 4 | 7 | 14 | 10 | 8 | 174 | | |
| % Acerto | 95,0 | 10,0 | 15,0 | 10,0 | 30,0 | 55,0 | 10,0 | 35,0 | 10,0 | 15,0 | 30,0 | 10,0 | 5,0 | 40,0 | 70,0 | 70,0 | 55,0 | 65,0 | 25,0 | 20,0 | 35,0 | 70,0 | 50,0 | 40,0 | | | |
| Média%Acert/Grup | | 40,0 | | | 31,7 | | | 18,3 | | | 18,3 | | | 38,3 | | | 63,3 | | | 26,7 | | | 53,3 | | | | |
| Rel Nota/Mé | 2,38 | 0,25 | 0,38 | 0,32 | 0,95 | 1,74 | 0,55 | 1,91 | 0,55 | 0,82 | 1,64 | 0,55 | 0,13 | 1,04 | 1,83 | 1,11 | 0,87 | 1,03 | 0,94 | 0,75 | 1,31 | 1,31 | 0,94 | 0,75 | | | |