UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS HUMANAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

FLÁVIO DE SOUZA PIRES

ÁLGEBRA E FORMAÇÃO DOCENTE: O QUE DIZEM OS FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA

SÃO CARLOS/SP
2012

ÁLGEBRA E FORMAÇÃO DOCENTE: O QUE DIZEM OS FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA

FLÁVIO DE SOUZA PIRES

ÁLGEBRA E FORMAÇÃO DOCENTE: O QUE DIZEM OS FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de São Carlos como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação, Área de Concetração: Educação. Orientadora Professora Doutora Maria do Carmo de Sousa

SÃO CARLOS/SP

2012

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da Biblioteca Comunitária da UFSCar

P667af

Pires, Flávio de Souza.
Álgebra e formação docente : o que dizem os futuros professores de matemática / Flávio de Souza Pires. -- São Carlos : UFSCar, 2012.
138 f.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2012.

1. Ensino superior. 2. Educação matemática. 3. Formação inicial. 4. Ensino de álgebra. I. Título.

CDD: 378 (20ª)

BANCA EXAMINADORA

Profª Drª Maria do Carmo de Sousa

Profª Drª Cármen Lúcia Brancaglion Passos

Prof. Dr. Antonio Vicente Marafioti Garnica

Dedico este trabalho aos meus pais, Antônio e Amália; ao meu irmão Fábio e minha avó Bernadete, que com muita paixão aprenderam a lidar com minhas constantes ausências e itinerâncias ao longo dessa vida acadêmica, mesmo sem compreendê-las, no entanto sempre acreditaram em mim e me deixaram percorrer os caminhos sem restrições em busca dos meus sonhos e objetivos.

Agradecimentos

Sem estabelecer dicotomias ou praxes, inicio os agradecimentos desse trabalho acadêmico Àquele que é, foi e será: DEUS! Como Santo Agostinho, Albert Einstein, Thomas Alba Edison e Robin George Collingwood acreditaram na falsa oposição entre ciência e religião, também digo com eles e com fragmentos de uma canção que ciência sem religião é paralítica e pode ser loucura. Religião sem ciência é cega e pode se tornar fanatismo, assim crer nada mais é pensar querendo, pensar crendo e pensando crer, o Eterno entra no tempo, o Tudo esconde-se no fragmento, e como um fragmento uso as palavras do Beato João Paulo II para dizer que:

> "A fé e a razão *(Fides et ratio)* são como as duas asas com as quais o espírito humano se eleva à contemplação da verdade. Deus colocou no coração do homem o desejo de conhecer a verdade e, definitivamente, de conhecê-lo para que, conhecendo-o e amando-o, possa alcançar também a plena verdade sobre si mesmo (cf. Ex 33, 18; Sl 27 [26], 8-9; 63 [62], 2-3; Jo 14, 8; 1 Jo 3, 2)." Carta encíclica *Fides et Ratio* sobre as relações entre Fé e Razão. 14 de setembro de 1998

Esse trabalho por si só é um agradecimento, para concluí-lo muitas mãos, olhos e sensações passaram por aqui, uma verdadeira sinestesia entre as leituras, as recomendações, os dedilhados no teclado do computador e as dúvidas que alimentaram essa investigação, dentre esses colaboradores agradeço imensamente:

Ao Professor Doutor Mauro Carlos Romanatto, pelas sábias palavras em todos os momentos, um espelho para mim,

À Professora Doutora Denise Vilela, com sua "visão além do alcance" e reflexões que sempre me motivaram, a saber, mais,

Ao Professor Doutor Vinicio de Macedo Santos, um exímio pesquisador com quem aprendi muito sobre a Educação Matemática,

Aos professores e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Educação da UFSCar, em especial os Professores (as) Doutores (as) Renata Prenstteter Gama, Antônio Álvaro Soares Zuin (Toni), Vânia Gomes Zuin, Alice Helena Campos Pierson, Denise de Freitas, Emília Freitas de Lima e Aida Victoria Garcia Montrone, os quais tiveram contato direto comigo nas disciplinas formadoras desse programa,

Aos colegas educadores matemáticos que conheci na Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo (FE/USP) e os estudantes e professores do Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática da Universidade Federal de São Carlos (GEM/UFSCar), que me acolheram e ensinaram muitas coisas,

Aos amigos inseparáveis da graduação que me acompanharam com todas as forças e apoio até aqui, seja presencialmente ou virtualmente: Thaís, Alex, Vanderléa e Marilaine, vocês foram e são muito importantes para mim,

Aos colegas da turma de mestrado em educação que se tornaram amigos tão rapidamente, devido às saudáveis afinidades: Sandra, Fernanda, Karina, Uaiana, Tatiane, Gisele, Guilherme, Abel e Carlos e quem sabe um dia futuros colegas de trabalho, docentes e coordenadores de PPGE's também,

Aos que vieram depois, Joana, Fabiano, Cristiane, Roger, João, Jacqueline e Betânia,

Aos irmãos de república, como eu costumo chamá-los: Diego, Pedro, Gabriel, William, Renato e Fabiano de Presidente Prudente. Rafael (Físico), Rafael (Rafitus), Marcos, Mazílio, Frederico, Milton, Diego, Fernando, Nan Te (China) e Tarsila, em São Carlos. A turminha da Pós-Graduação em Matemática do ICMC/USP: Andreza, Mayron, Nelson, Apoenã, Caroline, Renato, Greciane, Renato Laguna, Carlos, Henry e Rafael com os quais vivenciei momentos inesquecíveis aqui em São Carlos,

Aos amigos da Família Ministério Universidades Renovadas do Grupo de Oração Universitário da USP e UFSCar

À professora e amiga Ana Estela Ferreira pela companhia, amizade e as leituras minuciosas realizadas nesse trabalho,

Àqueles que fizeram desse trabalho possível e desse sonho uma realidade, os licenciandos em matemática que aceitaram participar dessa pesquisa e que dela possam tirar proveito e aprender muito, esses estudos são para todos aqueles que são/serão professores de matemática.

E não podia me esquecer de maneira alguma de agradecer duas pessoas muito especiais e importantes para concretização desse trabalho, o Professor Doutor Antônio Vicente Marafiotti Garnica pelas preciosas contribuições, minuciosas leituras e discernimento nas sugestões para o aprimoramento desse estudo, fiquei muito feliz em tê-lo como banca e a Professora Doutora Cármen Lúcia Brancaglion Passos, o qual nem tenho palavras para expressar, uma pessoa e profissional excepcional, que a cada atitude e ação vejo um gesto de sabedoria e humanidade, obrigado de coração por acreditar em mim professora, a senhora fez diferença nesse professor de matemática, a senhora se lembra com quantas dúvidas cheguei aqui?

À Capes pelo financiamento desse trabalho, o qual não seria possível realizá-lo com tantas distâncias físicas e humanas.

Especialmente para as Marias da minha vida

Primeiro a aquele que é Mãe de Deus e nossa, em seu título de Fátima,

A minha orientadora Maria do Carmo de Sousa que fez esse sonho tornar-se possível e que tenho certeza que sempre o fará com seu profissionalismo, pois ela é uma das Marias da composição abaixo.

À Professora Maria Raquel Miotto Morelatti que me iniciou na Educação Matemática com toda profissionalidade e humanismo, outra Maria.

Enfim, as três Marias que sempre acreditaram em mim e souberam que eu daria certo.

Maria, Maria

Composição: Milton Nascimento e Fernando Brant

Maria, Maria
É um dom, uma certa magia
Uma força que nos alerta
Uma mulher que merece
Viver e amar
Como outra qualquer
Do planeta

Maria, Maria
É o som, é a cor, é o suor
É a dose mais forte e lenta
De uma gente que rí
Quando deve chorar
E não vive, apenas aguenta

Mas é preciso ter força
É preciso ter raça
É preciso ter gana sempre
Quem traz no corpo a marca
Maria, Maria
Mistura a dor e a alegria

Mas é preciso ter manha
É preciso ter graça
É preciso ter sonho sempre
Quem traz na pele essa marca
Possui a estranha mania
De ter fé na vida ...

Ah! Hei! Ah! Hei! Ah! Hei!
Ah! Hei! Ah! Hei! Ah! Hei!!
Lá Lá Lá Lerererê Lerererê
Lá Lá Lá Lerererê Lerererê
Hei! Hei! Hei! Hei!
Ah! Hei! Ah! Hei! Ah! Hei!
Ah! Hei! Ah! Hei! Ah! Hei!
Lá Lá Lá Lerererê Lerererê!
Lá Lá Lá Lerererê Lerererê! ...

(...) a formação matemática na licenciatura, ao adotar a perspectiva e os valores da Matemática Acadêmica, desconsidera importantes questões da prática docente escolar que não se ajustam a essa perspectiva e a esses valores. As formas do conhecimento matemático associado ao tratamento escolar dessas questões não se identificam - algumas vezes chegam a se opor - à forma com que se estrutura o conhecimento matemático no processo de formação. Diante disso, coloca-se claramente a necessidade de um redimensionamento da formação matemática na licenciatura, de modo a equacionar melhor os papéis da Matemática Científica e da Matemática Escolar nesse processo. (MOREIRA, DAVID, 2007, p. 103)

RESUMO

O objetivo dessa pesquisa é analisar as falas de um grupo de futuros professores de Matemática da cidade de São Carlos, estado de São Paulo, em relação ao ensino da linguagem algébrica na educação básica. A questão que norteou o desenvolvimento da pesquisa foi: o que dizem futuros professores de matemática sobre o ensino da linguagem algébrica na educação básica, a partir das vivências que tiveram e têm na graduação? Esta pesquisa é qualitativa de natureza analítico-descritiva. A coleta dos dados foi realizada com a participação de um grupo de estudantes dos cursos de licenciatura em matemática da cidade de São Carlos, estado de São Paulo, que já realizaram estágios nas escolas da educação básica. A análise dos dados foi realizada mediante declarações escritas fornecidas pelos futuros professores por meio de um único questionário, que foi disposto em categorias. O questionário misto estava composto por três momentos distintos: o primeiro envolveu aspectos referentes à álgebra, pensamento algébrico, e ensino de álgebra; o segundo contemplou mais especificamente o movimento de formação de professores; e o terceiro procurou identificar o perfil dos futuros professores. A partir dos depoimentos, identificamos dificuldades com a aprendizagem de álgebra dos futuros professores desde a educação básica, sendo reforçada ao longo da vida acadêmica no ensino superior. Além disso, notamos que os futuros professores se preocupam com o ensino quando comparam a álgebra escolar e a acadêmica no âmbito da sua própria aprendizagem, indicando a dissociação entre elas.

Palavras-Chave: Álgebra Escolar e Álgebra Acadêmica. Formação Inicial de Professores de Matemática. Ensino da Linguagem Algébrica. Educação Matemática.

ABSTRACT

The main object of this study is the analysis of some speeches from a group of future Mathematics teachers from São Carlos, São Paulo State, in relation to algebraic language teaching in Basics Education. The question which led to the development of this research was to investigate what future Mathematics teachers say about the algebraic language in Basics Education based on their past and actual perception of their under graduation course. This qualitative research has foundation in an analytical-descriptive nature. The data collection was carry out by students' group participation of Mathematics Degree from São Carlos, São Paulo State, whom had already taken part of an internship program in Basics Education. The data analysis was accomplished through future teachers' written statements on a questionnaire disposed into categories. The mixed questionnaire was compounded by three distinct moments: the first involved some aspects concerning Algebra, Algebraic Thought and Algebraic Teaching; the second brought more specifically the movement of teacher's formation; and the third tried to identify the future teachers' profile. From these statements we could identify some difficulties with algebra learning from future teachers since Basics Education, which was reinforced along academic life in Higher Education. Besides, we noticed future teachers worry about teaching when they compare scholar and academic algebra to their own learning experiences, indicating dissociation between them.

Keywords: Scholar and Academic Algebra, Initial Mathematics teacher formation, Algebraic language teaching, Mathematics Education.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O texto, a priori, está organizado em seis capítulos que buscam analisar as falas de um grupo de futuros professores de Matemática, no que diz respeito ao ensino de álgebra na Educação Básica da cidade de São Carlos, estado de São Paulo.

No primeiro capítulo, descrevemos como ocorreu o processo do pesquisador de tornar-se professor e sua relação com a temática da pesquisa, culminando em seu ingresso na Pós-Graduação em Educação.

No segundo capítulo, discorremos um pouco sobre as tensões entre as matemáticas, tendo como pano de fundo a discussão das álgebras a partir da matemática da rua, da matemática escolar e da matemática acadêmica, além de caracterizar os objetos de estudo da Matemática e da Educação Matemática.

O terceiro capítulo traz a síntese histórica da álgebra, aspectos de seu ensino, pesquisas correlatas e das concepções de álgebra e educação algébrica na literatura.

O quarto capítulo apresenta o processo da pesquisa, desde sua fundamentação teórica metodológica à sua análise, perpassando pela descrição dos instrumentos utilizados e os percalços ocorridos.

O quinto capítulo ficou destinado às análises das falas dos estudantes a partir do questionário que foi respondido por todos, considerando-se os entrelaçamentos que se apresentaram nas respostas.

No sexto e último capítulo, apresentamos as considerações finais com uma visão geral dos resultados analisados e as expectativas, além de discussões abertas para este trabalho.

1. “O VIR A SER” PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Poderia ter iniciado este capítulo com muitas epígrafes que resumiriam, sem perda de sua totalidade, o meu “vir a ser” professor, mas a imagem abaixo (Figura 1) sintetiza tudo: esta imagem me encantou diante de tantas outras em uma exposição aqui na cidade de São Carlos, afinal de contas, ela retrata toda a minha escolha. Que menino ou menina, que sonhou em ser professor (a) um dia, nunca brincou de escolinha uma vez na vida?

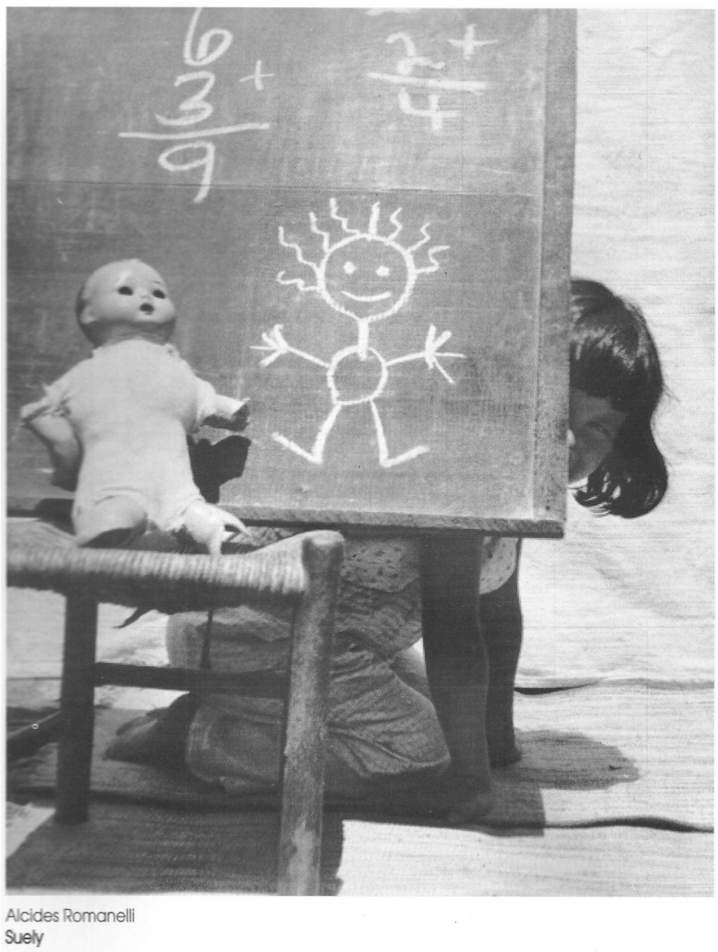

Figura 1: Suely (Foto-Cine Clube: Mostra SanCarlense, SESC, julho, 2011)

A criança da fotografia, escondida atrás da lousa de brinquedo - talvez por vergonha do fotógrafo -, não deixa escapar da imagem sua atividade de brincar com o conhecimento adquirido na escola. Uma cadeira, uma boneca, uma lousa e rabiscos de giz representam uma das operações básicas da matemática: a adição. Os dois bonecos, o da lousa e o da cadeira, nada mais são do que os estudantes dessa exímia professora que ao brincar realiza uma via de mão dupla: aprender ensinando.

Quando estudante dos anos iniciais, chegava em casa e reproduzia o que tinha aprendido na escola para mim mesmo e a "estudantes imaginários", como a criança da fotografia. No meu caso, aos meus *playmobils* (bonecos de plásticos que constituíam cenários específicos), que pareciam ter vida própria - quando não -, as "vítimas" eram meus amigos e primos, os quais conseguiram, sem muito esforço, aprender a escrever o próprio nome comigo, antes mesmo de ingressarem na pré-escola. Para os adultos da minha família, essa atividade já sinalizava qual seria minha profissão quando crescesse, pois já não era tão difícil de saber.

Considero que não há nada melhor para uma criança em processo de alfabetização do que fazer desse processo uma brincadeira e perceber que o conhecimento é o seu melhor companheiro para compreender as dúvidas e esclarecê-las; essa atividade me tornou o que sou e me trouxe hoje até aqui.

Neste capítulo, busco a partir do "olhar-me no espelho" a reflexão acerca da escolha de vir a ser professor de matemática, descrever minha trajetória como estudante e futuro professor, tanto na educação básica quanto na formação inicial, e analisar quais influências e percalços me fizeram chegar até essa investigação de mestrado, envolvendo todos os aspectos que considero significativos para minha escolha.

1.1 Olhando-me no espelho, a reflexão de uma escolha

A matemática sempre foi a minha disciplina preferida durante toda a educação básica. No processo da minha trajetória escolar tive uma excelente relação com esse conhecimento, talvez por compreendê-lo e considerá-lo importante. Cada assunto novo para mim era um desafio a ser solucionado, porém, para alguns dos estudantes que estavam à minha volta, percebia que a matemática era considerada chata e difícil. Muitos tinham aversão e antipatia por ela, pois não a compreendiam.

Considero importante a trajetória e todos os percalços para chegar até aqui, por isso descrevo minha relação com a matemática desde o princípio como uma maneira para imitar meus “ídolos”, os professores. Umas das minhas brincadeiras favoritas quando criança era escolinha, sobretudo nos dias de chuva. Minha relação com “os números” não começou muito bem, pois não conseguia escrever o número 1 da maneira correta. O símbolo que representava o número ficava ao contrário, simétrico ao símbolo que deveria ser, parecendo que tinha um espelho na frente. Minhas tentativas em reproduzi-lo em uma folha de papel pela primeira vez foram frustrantes. Ao ouvir a professora alfabetizadora dizer que estava tudo errado e que eu deveria refazer a atividade na hora do recreio, fiquei desesperado e aos prantos soluçando, tentando terminá-lo, até que, através de um amigo, consegui fazê-lo e tirar o “espelho” existente entre mim e o número 1, todavia isso não fez com que eu o odiasse.

Sempre gostei muito daquele espaço, a escola. Quando podia fazer qualquer atividade extracurricular, lá estava eu: à tarde na aula de coral, depois na aula de flauta doce; e quando tudo terminou ficou só uma antiga amiga, a biblioteca, a qual nunca abandonei. Nela, buscava algo a mais além de ler e disputar com o meu melhor amigo, quem de nós conseguia ler a maior quantidade de livros. E foi lá que comecei a devorar tudo que via pela frente, inclusive os paradidáticos de matemática.

No ginásio, atual Fundamental II, com uma professora especialista em matemática, contemplava ainda mais essa disciplina e a profissão professor, pois ao vê-la ensinando imaginava-me naquele lugar. Em suas aulas colocava-me para auxiliar os amigos nos exercícios que não conseguiam resolver, e assim foi da 5ª série (atual 6º ano[1]) ao 1º ano do ensino médio, com os mesmos amigos e a mesma professora. Minha escola ginasial sempre teve a proposta de trabalhar em grupo. A cada bimestre, eram sorteados novos colegas para dividir as carteiras - para mim, novos colegas para ajudar a estudar matemática, para minha professora de matemática, mais uma oportunidade promissora para aquele que viria a ser um professor um dia.

Na biblioteca os paradidáticos de matemática faziam parte da minha lista de livros para ler. Em casa, os canais educativos faziam parte da minha programação e, dessa maneira, cultivava cada vez mais o desejo de ser professor e colocar a “mão na massa”.

No ensino médio tive plena certeza de que seria professor, pois pela primeira vez coloquei a “mão na massa” e ela fermentou. Após uma avaliação de sistemas de equações no 1º bimestre do 2º colegial, com outra professora especialista a qual me acompanhou até o 3º ano, muitos dos meus colegas de classe foram extremamente mal, com exceção dos meus melhores amigos, que eram três. Analisando essa situação, minha professora de matemática dividiu a turma em quatro grupos e designou uma tarefa a cada um de nós que foi bem na avaliação: ajudar os nossos colegas na realização de um trabalho de recuperação que constava em solucionar exercícios referentes ao assunto da prova. Após algumas aulas e esclarecimento de dúvidas dos colegas designados a mim, tive a satisfação de ver que todos se saíram muito bem nas provas substitutivas e me elogiaram muito pelas explicações. A partir dessa façanha, tive certeza de que seria professor de matemática e, no vestibular, quando ganhei a isenção da taxa de inscrição da universidade pretendida, através da diretoria da escola, a escolha foi essa - Licenciatura em Matemática, sem sombra de dúvidas.

1.2 A Matemática e Eu na Formação Inicial

Sou recém-formado no curso de licenciatura em matemática pela Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, no campus de Presidente Prudente (FCT/UNESP/PP). Iniciei meus estudos de licenciatura em matemática no período de março de 2006 a dezembro de 2009, quando tive a oportunidade de participar de um

---

[1] Conforme a lei 11.274 de Fevereiro de 2006, as escolas da educação básica tiveram até o ano de 2010 para integrar o último ano da educação infantil ao 1º ano do ensino fundamental, obtendo assim a duração de nove anos e a

grupo de estudos em educação matemática, cujo envolvimento me proporcionou reflexões e estudos aprofundados no campo de pesquisa em questão.

Ingressei no grupo de estudos em educação matemática devido à exigência da universidade de os estudantes subsidiados pela instituição com Bolsa de Auxílio ao Estudante (BAE I), que era o meu caso, participarem de atividades de estudo e/ou extensão. Como bolsista, precisava desenvolver atividades junto a um professor orientador, e essa escolha não foi aleatória; aconteceu através de uma aula de fundamentos de matemática elementar, disciplina integrante do currículo do curso, cuja ementa versava de conteúdos do ensino médio e o principal objetivo era estudá-los de modo que auxiliassem na disciplina de cálculo diferencial e integral I, que acontecia paralelamente. A primeira disciplina era obrigatória, assim como a segunda, devido ao baixo índice de aproveitamento que os licenciandos obtinham no vestibular no que concerne aos conteúdos de matemática.

A disciplina foi oferecida nos dois primeiros semestres do 1º ano do curso, no ano de 2006, sendo ministrada pela Profa. Dra. Maria Raquel Miotto Morelatti, que, posteriormente, seria minha orientadora em todos os projetos de pesquisa e extensão em que me envolveria. A escolha foi feita pelo encantamento de participar de sua aula, que até aquele momento havia sido a única diferente e pela qual eu ansiava. Meus olhos brilharam quando estudamos o conjunto dos números racionais através do número fi (φ) e tratamos da beleza, utilizamos materiais manipuláveis e assistimos vídeos sobre o assunto. Não posso negar que quando ingressei no curso acreditava que todas as aulas seriam assim, que a universidade seria cheia de laboratórios, com vídeos, sólidos geométricos, *softwares*, e etc., afinal, para mim, o principal objetivo seria o ensino da matemática e a escola seria o espaço mais frequentado por nós, futuros professores. No entanto, não foi isso que aconteceu. O grupo de estudos foi o local onde pude compartilhar minhas angústias e ter acesso àquilo que sonhava e esperava da universidade.

As reuniões no grupo ocorriam todas as segundas-feiras com estudantes de graduação, pós-graduação em educação, professores da rede estadual de ensino e as professoras coordenadoras (Profa. Dra. Maria Raquel Miotto Morelatti e Profa. Dra. Monica Fürkoter),

---

mudança da nomenclatura séries para anos, de acordo com a concepção de ciclo no currículo.

docentes da universidade, que se reuniam para discutir, compartilhar, estudar e propor projetos relacionados à educação matemática. Foi nesse "espaço paralelo" que fui aprofundando-me nos estudos da educação matemática e me integrando nos projetos.

Exceto os estágios obrigatórios cursados durante a graduação, minhas únicas experiências em sala de aula, enquanto docente, foram com estudantes do ensino médio no terceiro ano do meu curso de licenciatura em matemática e com uma turma do ensino fundamental, mais especificamente a sétima série (atualmente oitavo ano), no quarto ano do meu curso, ambos de escolas públicas.

Os estudantes do ensino médio dos três anos desse ciclo de escolaridade eram integrantes voluntários de uma oficina de funções que eu ministrava juntamente com outros integrantes do grupo de estudos, sendo essa uma das atividades de extensão da universidade, na cidade de Presidente Bernardes/SP - Diretoria de Ensino de Santo Anastácio, pelo período de dois meses, enquanto bolsista do Programa de Extensão Universitária da UNESP (PROEX). Trabalhamos conceitos de funções polinomiais através de múltiplas mídias, como vídeos, *softwares* educacionais de matemática e materiais manipuláveis, utilizados geralmente em aulas de física, a fim de estudar cinemática, mais especificamente no nosso caso, o movimento e a variação.

Os estudantes do ensino fundamental da sétima série (oitavo ano) eram colaboradores da minha investigação de iniciação científica, todos eles integrantes da mesma turma e escola pública da cidade de Presidente Prudente/SP – Diretoria de Ensino de Presidente Prudente, com os quais tive contato direto durante três meses através das disciplinas de matemática, experiências matemáticas e informática no ensino, exercendo a função de docente com acompanhamento das professoras responsáveis pela turma. Financiada pela Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), tal trabalho de pesquisa objetivou investigar quais os conhecimentos algébricos esses alunos possuíam e, a partir dessas informações, verificar como os *softwares* educacionais de álgebra poderiam auxiliar na aprendizagem de equações de primeiro grau.

A motivação para realizar essa investigação surgiu no período em que estudava álgebra no curso de formação inicial, quando tinha *insights* durante as aulas. Ao tentar apropriar-me de conceitos como lógica, teoria dos conjuntos, teoria dos números, relação, função, grupos, anéis, corpos, polinômios e outros conteúdos do currículo de álgebra do ensino superior, refletia sobre o ensino desta na educação básica. Desafiado, motivado e disposto a colaborar tanto com o campo de pesquisa do qual já fazia parte quanto com os estudantes que dela necessitavam, realizei o projeto de iniciação científica, no período de julho de 2009 a dezembro de 2009.

Como o principal objetivo da iniciação científica era verificar as contribuições das tecnologias no ensino de álgebra em um ambiente por elas enriquecido, utilizamos um *software* específico para o ensino desse conteúdo, o *Aplusix II*[2] (denominado assistente para aprender álgebra segundo seus idealizadores), onde desenvolvemos atividades e sequências didáticas para mediar a aprendizagem dos estudantes. No decorrer da pesquisa, verificamos que as dificuldades dos estudantes foram além das esperadas e que só o computador e as atividades, bem como as sequências elaboradas, não foram suficientes para esclarecer os conceitos algébricos das crianças que já apresentavam dificuldades nesse conteúdo. Todavia, os resultados evidenciaram um avanço no que diz respeito à resolução de equações devido às avaliações e aos registros que utilizamos na pesquisa, comparando com os conhecimentos possuídos pelos estudantes anteriormente.

As experiências nos estágios obrigatórios do curso e as outras duas atividades docentes mais particulares que vivenciei, anteriormente apresentadas, foram muito significativas para mim, uma vez que foram através delas que tive tempo e oportunidade para as reflexões e questionamentos que proporcionaram a investigação, a inquietação e a inserção efetiva neste curso de pós-graduação a nível de mestrado, desenvolvendo minha atual pesquisa relacionada ao ensino de álgebra na educação básica, sem contudo dissociar minhas experiências acadêmicas e - mesmo que poucas - profissionais.

---

[2] **Aplusix II** é um *software* desenvolvido pela equipe DidaTIC, do Laboratório Leibniz, na França, pode ser instalado acessando a pagina http://aplusix.imag.fr.

Assim, enquanto fazia a licenciatura, e com as experiências acadêmicas que tive durante todos esses anos através dos estágios de docência, da observação e das dificuldades constatadas tanto dos licenciandos quanto dos estudantes da educação básica, ao aprender matemática - com especial atenção para os conceitos algébricos - resolvi estudar, com certo aprofundamento teórico e metodológico **a linguagem algébrica e seu ensino através dos depoimentos dos futuros professores de matemática, ainda que eu faça parte da mesma "categoria" de professores.**

Ter contato com os estudantes da educação básica foi uma experiência singular, a qual me trouxe inúmeros aprendizados, como, por exemplo, a compreensão de que apenas técnicas e algoritmos para a resolução de problemas em álgebra não eram significativos à aprendizagem deste conteúdo, que a inserção de novas tecnologias e atividades pré-elaboradas nada contribuiriam se não se levasse em conta o pensamento algébrico, o qual que estimulasse a necessidade da utilização da variável em seus vários significados: incógnita, parâmetro e variável propriamente dita, e que a introdução da álgebra simbólica dissociada do pensamento algébrico e da linguagem materna não faz sentido; senti que comecei a ser feito docente, "o vir a ser", e, embora sabendo que nunca estarei acabado, anseio pela transformação constante (FARIAS, 2009).

Nesse aspecto, concordo com a proposta de Cunha (1996) de que minha história e minhas experiências são determinantes nas minhas ações. Em outras palavras, acredito que o meu conhecimento enquanto professor, ou futuro professor, é construído no meu próprio cotidiano, como resultado da apropriação que faço das vivências que tive e tenho (SILVA, 2008). Com base em tais reflexões, ser estagiário/professor no âmbito da graduação tornou-se uma experiência que nortear minha carreira.

Essas experiências riquíssimas de ser futuro professor/investigador me proporcionou acesso a pesquisas correlatas em educação matemática, as quais contribuíram efetivamente para minha reflexão como tal, de sorte que antes de estudar profundamente as questões envolvendo o ensino de álgebra, pensava que seu ensino resumia-se à manipulação de letras e utilização de estratégias e técnicas para resolver problemas, e que, ensinando as propriedades e os procedimentos corretamente, obteria êxito e sucesso com meus futuros estudantes, afinal, era tudo estrutural e trivial.

Borba (2004) em seu artigo faz uma analogia à fala de Paulo Freire, dizendo que: *a escolha da pergunta de pesquisa já é em si um ato embebido de subjetividade*, deixando claro que:

> Os procedimentos utilizados em uma pesquisa moldam o tipo de pergunta que é feito, a interrogação de pesquisa e a visão de conhecimento também constituem e definem os procedimentos. Dessa forma, quando falo de pesquisa qualitativa, estou falando de uma forma de conhecer o mundo que se materializa fundamentalmente através dos procedimentos conhecidos como qualitativos, que entende que o conhecimento não é isento de valores, de intenção e da história de vida do pesquisador, e muito menos das condições sócio-políticas do momento (p.3).

Assim, considero que essa pesquisa de abordagem qualitativa não poderia excluir os desafios que encontrei na iniciação e nos estudos dessa área, Educação, que me mostrou um mundo complexo e desafiador, que me convidava a compreendê-lo e conhecê-lo ainda mais. Com o desejo de partilhar essa conquista, ingressei no mestrado a fim de discutir, estudar e me aprofundar no tema "educação algébrica". A questão de investigação desta dissertação de mestrado está assim definida: **O que dizem futuros professores de Matemática sobre o ensino da linguagem algébrica na Educação Básica, a partir das vivências que tiveram e têm na graduação?** O objetivo maior é analisar as falas de um grupo de futuros professores de Matemática sobre o ensino da linguagem algébrica na Educação Básica em cursos de Licenciatura em Matemática da cidade de São Carlos, uma vez que compreendendo essas falas é possível entender as relações estabelecidas entre a linguagem algébrica e seu ensino pelos futuros professores de Matemática. Em outras palavras, a pesquisa se insere no âmbito da formação inicial dos professores de matemática.

Essa compreensão se faz necessária já que ensinar um conteúdo matemático exige, além do conhecimento do conteúdo, conhecimentos relacionados ao seu ensino e também sobre aqueles que o aprenderão. Sendo assim, é importante salientar que no âmbito da formação de professores de matemática, as discussões tratadas aqui favorecem um olhar minucioso e introspectivo, no que diz respeito à formação inicial do professor de matemática no seu processo de "vir a ser" professor, bem como das tensões presentes entre aprender e ensinar.

Dessa maneira, deixo explícito aqui o percurso que tracei para que o leitor compreenda as relações do pesquisador e de seus colaboradores com o ensino da álgebra, separados por uma linha tênue - a distância - entre ser licenciando e pós-graduando. No próximo capítulo apresentaremos algumas reflexões envolvendo os objetos de estudos de três áreas do conhecimento: matemática, educação e educação matemática, bem como as relações destas com o ensino da álgebra.

2. EDUCAÇÃO, MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: APROXIMAÇÕES APARENTES - OBJETOS DE ESTUDOS EVIDENTES

2.1 Educação e Educação Matemática: possíveis aproximações

Antes de iniciar as discussões pertinentes a esta pesquisa, – faz-se necessário deixar claro seu objeto de estudo, uma vez que tratamos aqui de campos de investigação distintos: a matemática, a educação e a educação matemática, sendo que as duas últimas, em nosso ponto de vista ao menos nesta investigação, ou que podemos chamar de fragmento, são convergentes e conversam entre si através de seus métodos. Para Charlot (2006) a especificidade da educação como área de saber está no fato de que é uma:

> (...) área na qual circulam, ao mesmo tempo, conhecimentos (por vezes de origens diversas), práticas e políticas. Delimita-se assim uma primeira definição da disciplina educação ou ciências da educação: é um campo de saber fundamentalmente mestiço, em que se cruzam, se interpelam e, por vezes, se fecundam, de um lado, conhecimentos, conceitos e métodos originários de campos disciplinares múltiplos, e, de outro lado, saberes, práticas, fins éticos e políticos. O que define a especificidade da disciplina é uma mestiçagem, essa circulação. (p. 9)

Charlot (2006) aponta alguns desafios para a pesquisa em educação tanto em nosso país quanto em qualquer outro, ao mesmo tempo em que chama a atenção para as possíveis interfaces que esta faz com outras ciências, delimitando especificidades, identidades, limites, fragilidades e potencialidades da educação. No mesmo caminho, temos os estudos na área de educação matemática, como os do pesquisador americano Kilpatrick (1998), o qual aponta algumas interfaces e esclarecimentos dessa área de conhecimento com a educação, a matemática, a psicologia, a sociologia, a linguística, a epistemologia e a ciência cognitiva.

> A investigação em **educação matemática tornou-se nos últimos anos uma das áreas mais ativas dos estudos em educação.** Esta área de investigação continua atraindo muito a atenção, em parte, por causa de a matemática desempenhar papel crucial no processo educativo como uma questão - chave para continuar a aprender na vida adulta, mas apresenta grandes dificuldades para os estudantes. A educação matemática se encontra na intersecção de várias disciplinas mais estabelecidas como a matemática, a psicologia, a sociologia, a linguística, a epistemologia e a ciência cognitiva. Em muitas ocasiões trabalham com problemas que foram tomados de outras disciplinas, mas a educação matemática também está começando a desencolver suas próprias agendas de pesquisa, seus próprios esquemas teóricos, suas próprias técnicas e metodologias, e suas próprias comunidades e tradições. Um número crescente de investigadores, em um número também crescente de países, se econtram estudando o ensino da matemática com o próposito tanto de compreendê-la, como melhorá-la. (KILPATRICK, RICO, GOMÉZ, 1998, p.15, tradução e grifo nosso)

No Brasil, esse crescimento não foi diferente, muito pelo contrário: a semente plantada aqui fecundou e suas raízes se estabeleceram. Não é objetivo desta dissertação apresentar um histórico da educação matemática em nosso país, no entanto o leitor poderá encontrar o caminho trilhado para tal identidade em Fiorentini, Lorezanto (2009). A consolidação dessa área de conhecimento torna-se evidente na educação, principalmente pelos esforços conjuntos de uma equipe de pesquisadores os quais conquistaram um espaço nos grupos de trabalho da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (ANPED) durante o processo de implementação de sua disciplinarização[3]. Mais sobre esse histórico pode ser consultado em Miguel, Garnica, Igliori, D'Ambrósio (2004).

Esperamos ter esclarecido as aproximações da educação e da educação matemática; para melhor compreender o que é discutido aqui, algumas fontes são datadas, mas expressam a caracterização da área:

> Por hora, é possível dizer que a EM[4] é uma área de conhecimento das ciências sociais ou humanas, que estuda o ensino e a aprendizagem da matemática. De modo geral, poderíamos dizer que a EM *caratecteriza-se como uma práxis que envolve o domínio do conteúdo científico (a matemática) e o domínio de ideias e processos pedagógicos*

[3] Miguel (2004, p. 82) define como um campo autônomo de investigação e de formação profissional institucionalmente legitimado, topologicamente diferenciado no interior do espaço acadêmico e juridicamente estabelecido como campo profissional autônomo.

[4] Educação Matemática

> *relativos à transmissão/assimilação e/ou à apropriação/construção do saber matemático escolar.* Entretanto, sendo a prática educativa determinada pela prática social[5] mais ampla, ela atende a determinadas finalidades humanas e as aspirações sociais concretas, Assim, podemos conceber a EM como resultante das múltiplas relações que se estabelecem entre o específico e o pedagógico num contexto construído de dimensões histórico-epistemológicas, psicocognitivas, histórico-culturais e sociopolíticas. Fiorentini (1989, apud FIORENTINI, LORENZATO, 2009, p. 5, grifo do autor).

Dessa maneira, nossa pesquisa situa-se na área da educação matemática, caracterizando-se mais especificamente no ensino e aprendizagem da álgebra. Entretanto, como já exposto, a educação e a educação matemática não estão dissociadas, muito embora essa relação seja um pouco mais distante, uma vez que o objeto de estudo da educação matemática aproxima-se mais das ciências humanas e sociais aplicadas, como verificaremos e discutiremos um pouco a seguir ao salientar as aproximações e distanciamentos da matemática e da educação matemática.

2.2 Matemática e Educação Matemática: similaridades e diferenças

A identificação dos objetos de estudo das duas áreas que trataremos aqui - matemática e educação matemática - faz-se necessária uma vez que esses são diferentes, apesar de ter em comum a matemática. Dessa maneira, consideramos essencial explicitar as atividades e os significados de alguns termos a partir dos estudos e atividades praticadas em cada área de conhecimento, de modo que não sejam confundidos como sinônimos.

Fiorentini, Lorenzato (2009) iniciam seu livro "Investigação em Educação Matemática: Percursos Teóricos e Metodológicos" com um contraponto bem interessante: esclarecendo a diferença entre a atividade do professor de matemática e do matemático, assim

---

[5] Definida por Miguel (2004, p. 82) como um conjunto de conjuntos compostos por quatro elementos, quais sejam: 1. Por uma comunidade humana ou conjunto de pessoas; 2. Por um conjunto de ações realizadas por essas pessoas em um espaço e tempo determinados; 3. Por um conjunto de finalidades orientadoras de tais ações; 4. Por um conjunto de conhecimentos produzidos por tal comunidade.

como de seus objetivos. O professor de matemática não é um matemático. As práticas profissionais de cada um podem ser muito distintas. Outra ressalva bem interessante apontada pelos autores é que os conhecimentos que estão na base da profissão de ambos podem não pertencer à mesma vertente epistemológica, apesar de terem em comum a matemática. Sendo assim, o olhar para esse campo de saber pode ser diferente, mesmo quando ambos pensam acerca do ensino da referida matéria.

Gostaríamos de ressaltar que o professor de matemática e o educador matemático também possuem atividades distintas, já que o último tem como principal objetivo a prática da pesquisa em educação matemática em instituições universitárias enquanto que o professor de matemática preocupa-se com as questões relacionadas ao ensino e a aprendizagem dos seus estudantes em instituições escolares. Não obstante, o professor de matemática pode tornar-se um educador matemático quando faz de sua atividade profissional uma pesquisa.

Os autores supracitados também esclarecem as diferenças nos objetivos de estudo dos pesquisadores em matemática e da educação matemática, deixando claro que:

> [...] o *matemático*, por exemplo, tende a conceber a matemática como um fim em si mesma, e, quando requerido a atuar na formação de professores de matemática, tende a promover uma educação *para* a matemática, priorizando os conteúdos formais e uma prática voltada à formação de novos pesquisadores em matemática. (p.3, grifo dos autores).

Os pronomes aqui utilizados *para* e *pela* matemática são bem empregados à medida que definem a prática dos pesquisadores em cada área; continuam, portanto, os autores:

> [...] o *educador matemático*, em contrapartida, tende a conceber a matemática como um meio ou instrumento importante à formação intelectual e social das crianças, jovens e adultos e também do professor de matemática do ensino fundamental e médio e, por isso, tenta promover uma educação *pela* matemática. Ou seja, o educador matemático, na relação entre educação e matemática, tende a colocar a matemática a serviço da educação, priorizando, portanto, esta última, mas sem estabelecer uma dicotomia entre elas. (p.3-4, grifo dos autores).

Pesquisadores internacionais da educação matemática também não deixam de estabelecer essa diferença. Sierpinska, Kilpatrick (1998) discutem os limites e avanços do campo de investigação em educação matemática. Eles colocam os paradoxos evidentes e as relações muitas vezes dicotômicas, como teoria e prática, educação matemática para o matemático e educação matemática para os educadores matemáticos, assim como seus limites e possibilidades, esclarecendo essa diferença ao mostrar o olhar de cada profissional para o ensino da matemática. Para os matemáticos, a visão geralmente mais aceita é "(....) que o ensino eficaz da matemática é essencialmente baseado em bom conhecimento 'técnico' dos tópicos a serem ensinados e na qualidade do professor enquanto 'artista' que se fez por si próprio."

Uma ilustração para essa qualidade de "artista" do professor pode ser encontrada no livro de Karlson (1961), quando o autor, ao discorrer historicamente sobre a constituição da álgebra na matemática, nos apresenta fragmentos de ideias de importantes matemáticos em relação ao seu ensino como, por exemplo, Gauss em um de seus depoimentos, que deixa evidente sua aversão ao ensino ao dizer que:

> [...] não nascera absolutamente para ser professor e que se desincumbia de suas preleções como o maior desagrado: "Minha aversão ao ensino é fato consumado, a perene tarefa do professor de matemática, a rigor, resume-se no ensino do ABC de sua ciência; dentre os poucos alunos que dão um passo adiante ... a maioria se transforma em falsos eruditos, pois os raros *talentos* não desejam ser plasmados nas preleções, ao contrário – plasmam-se a si próprios ..." (p. 201, grifo nosso).

A partir do fragmento acima podemos ter uma ingênua ideia de como a matemática era tratada pelos matemáticos. Para eles, seria algo espontâneo para poucos - quem sabe para gênios -, afinal é um "talento". E a aversão ao ensino torna-se evidente, não sendo este um caso isolado. Historicamente podemos acompanhar a seleção desses "gênios" que tinham acesso a esse conhecimento através das escolas que existiram, como a de Pitágoras, os conhecimentos aritméticos dos árabes bem como do ábaco e o fato de poucas mulheres terem acesso a esse conhecimento, uma seleção que, por conseguinte já gerava exclusão.

No entanto, Sierpinska, Kilpatrick (1998) indagam, a partir dos seus estudos, o que significaria esse "conhecimento técnico" no atual contexto? E esclarecem que muitas vezes "... significa simplesmente disciplinas formais de análise infinitesimal, álgebra linear, álgebra abstrata, probabilidades e estatística e outras do gênero." E ressaltam que:

> Contudo, os educadores matemáticos referem que estas disciplinas não preparam os estudantes para ensinar e fazer pesquisa no ensino e aprendizagem da Matemática elementar nas escolas. Reivindicam cursos em "Matemática elementar" ou "Matemática escolar" assim como "Matemática da rua" ou "etnomatemática" (talvez de um "ponto de vista mais elevado"!) Também reclamam a criação de uma escola experimental na qual os professores possam receber formação. (p.23-24, tradução nossa).

Essas "matemáticas" que são apresentadas pelos autores, nada mais são do que o produto das práticas culturais em cada área de conhecimento, como veremos a seguir. Podemos considerar que as atividades dos matemáticos estão relacionadas com a "matemática acadêmica", aquela da universidade e constituída historicamente pelos matemáticos como seu objeto de pesquisa. Já a "matemática escolar" é aquela estudada na escola, proposta pelos currículos oficiais e praticada pelos professores. A "matemática da rua" é aquela praticada pelos comerciantes e estudantes, por exemplo, quando estão fora do contexto escolar para resolver problemas práticos do cotidiano, através de processos não convencionais, como aqueles aprendidos na escola e/ou na universidade.

No entanto, se formos analisar o caso da álgebra historicamente, verificaremos que o que hoje denominamos de "matemática da rua" deu origem à matemática acadêmica, uma vez que se forem consideradas as atividades realizadas pelos comerciantes árabes como "matemática da rua" - e que posteriormente seria o "passatempo" dos matemáticos -, a busca da solução de equações tornou-se a álgebra simbólica tal qual conhecemos hoje.

Em resumo, podemos dizer que a matemática e a educação matemática possuem objetos distintos de estudo, cada qual com sua problemática específica, tendo suas próprias questões investigativas.

> Acrescenta-se a essas diferenças o fato de a matemática ser uma ciência milenar, sendo estruturada em bases lógicas bem definidas, enquanto a educação matemática (EM) é uma área emergente de estudos, recém-nascida, não possuindo uma metodologia única de investigação nem uma teoria claramente configurada (FIORENTINI, LORENZATO, 2009, p.4).

Considerando essas polarizações do ensino de matemática para ambos profissionais, fica evidente a preocupação que cada autor possui com esse objeto. A entrevista de Sfard com Simshon A. Amistur comentada no artigo de Sierpinska, Kilpatrick (1998) revela aquilo que os matemáticos esperam da educação matemática:

> Se por causa dos seus interesses de pesquisa, os investigadores preparam os professores discutindo em profundidade, digamos, as diferenças epistemológicas entre o construtivismo e a teoria da atividade e não preparam professores para analisar matematicamente aquilo que estão a ensinar e como estão a ensinar, então estes investigadores estão provavelmente a desperdiçar o tempo de seus alunos (p.25).

Como podemos verificar, os matemáticos preocupam-se com os objetivos das pesquisas dos educadores matemáticos, de modo que estes, no ponto de vista daqueles, correm o risco de deixar em segundo plano aspectos relacionados aos conteúdos matemáticos se priorizarem discussões acerca de seu ensino. No entanto, não podemos perder de vista que a produção de conhecimento nessas duas categorias de profissionais são distintas, sendo necessário esclarecer que:

> Enquanto os *matemáticos*, de um lado, estão preocupados em produzir, por meio de processos hipotético-dedutivos, novos conhecimentos e ferramentas matemáticas que possibilitam o desenvolvimento da matemática pura e aplicada, os *educadores matemáticos*, de outro realizam seus estudos utilizando métodos interpretativos e analíticos das ciências sociais e humanas, tendo como perspectiva o desenvolvimento de conhecimentos e práticas pedagógicas que contribuam para uma formação mais integral, humana e crítica do aluno e do professor (FIORENTINI, LORENZATO, 2009, p.4).

Para nós, essas questões não estão desassociadas; por isso, procuramos esclarecer de alguma maneira o objeto de estudos dessas duas áreas, de modo que ficasse evidente o papel de cada uma na ciência, incluindo-se aí o tipo de investigação. Apesar de tratarmos aqui de matemática e educação matemática, o nosso objeto de estudo é a educação algébrica, que pertence ao mundo complexo chamado educação matemática, o qual conheceremos logo a seguir através dos estudos em Teoria da Educação Matemática (TEM).

2.3 Enfim, o que é a educação matemática? Eis-me aqui!

Juan D. Godino (2003), em um dos capítulos de sua tese de doutorado, tratou da "Teoria da Educação Matemática" e esquematiza a relação da educação matemática com as outras ciências, quando a considera juntamente com a didática da matemática denominações terminológicas sinônimas. Por outro lado, autores como Rico, Sierra, Castro (2000, p. 352) distinguem essas duas terminologias, evidenciando que o termo Educação é bem mais amplo do que Didática. Portanto, podemos distinguir educação matemática de didática da matemática.

Desse modo, Godino (2003) considera que a educação matemática é "todo sistema de conhecimentos, instituições, planos de formação e finalidades formativas" (p.2) que conformam uma atividade social complexa e diversificada relativa ao ensino e à aprendizagem da matemática. A didática da matemática é descrita por estes autores como a disciplina que estuda e investiga problemas que surgem *na* educação matemática, os quais propõem atividades baseadas em sua teoria. Os anglo-saxões utilizam o termo educação matemática para se referir ao conhecimento que a França, Alemanha, Espanha, etc. denominam de didática da matemática.

Para Steiner (1985) a educação matemática possui, além desses aspectos apresentados, uma interpretação global dialética como disciplina científica e como sistema social interativo que compreende teoria, desenvolvimento e prática. Estudemos o modelo abaixo, proposto por esse autor:

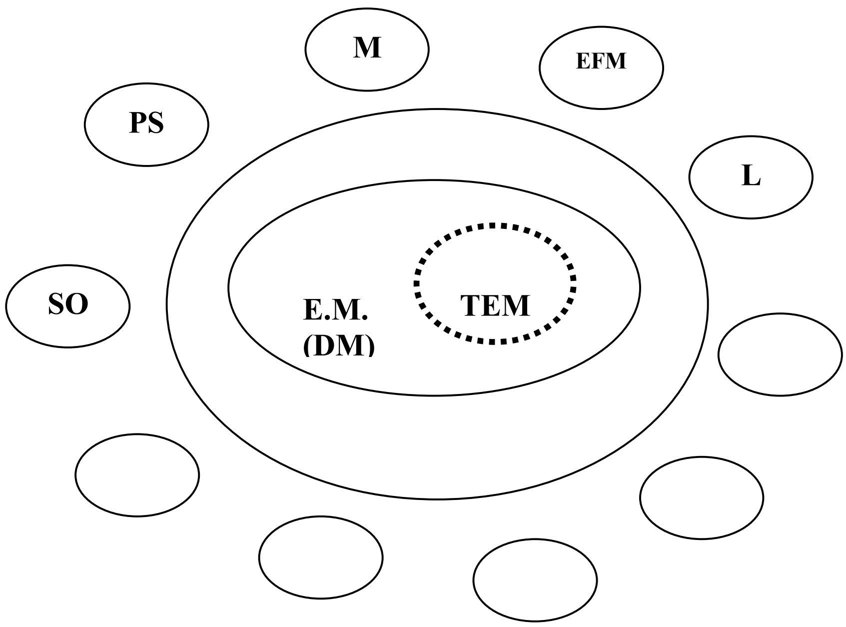

Figura 2: Relações da Didática da Matemática com outras disciplinas e sistemas. Steiner (1990, apud GODINO, 2009, p.3 – Tradução/Adaptação nossa)

S.E.M.: Sistema de Ensino das Matemáticas (Formação de professores, desenvolvimento curricular, materiais didáticos; avaliação, etc.).

E.M.: Educação Matemática (ou Didática da Matemática)

T.E. M: Teoria da Educação Matemática

EFM: Epistemologia e Filosofia das Matemáticas

PS: Psicologia

L: Linguística

S: Sociologia

e outras...

Note que o autor deixa explícito que a teoria da educação matemática é um objeto de estudo dessa área e que esse campo de investigação, a educação matemática, compreende assuntos mais globais, como formação de professores, desenvolvimento curricular, materiais didáticos, avaliação e etc., sem deixar de estabelecer relações complementares e dependentes com outras áreas, como a epistemologia e filosofia da matemática, a psicologia, a linguística, a sociologia e tantos outros campos das ciências sociais e humanas que estão inseridos nos espaços em branco, pois eles podem ser complementados ao longo da história.

Para Higginson (1980, apud GODINO, 2003, p.4), a educação matemática está intimamente ligada a quatro áreas de conhecimento, formando o que ele denominou de modelo tetraédrico para educação matemática, fazendo alusão ao sólido geométrico de Platão:

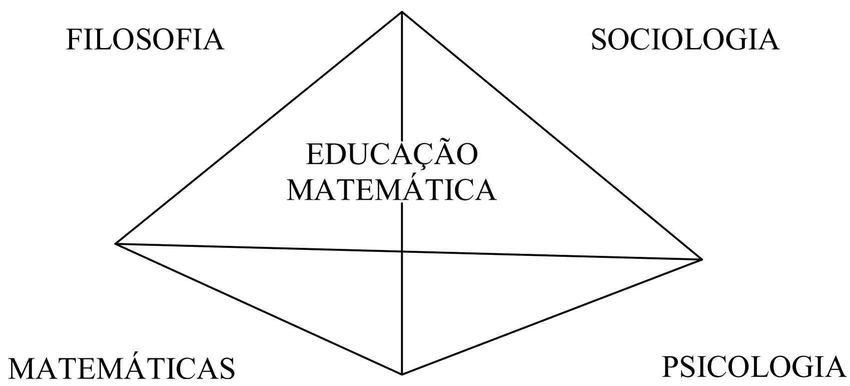

Figura 3: Modelo tetraédrico de Higginson para a Educação Matemática (1980, apud GODINO, 2003, p.4 – Tradução/Adaptação nossa).

Ainda para referido autor, distintas dimensões da educação matemática assumem as perguntas básicas que são levantadas em nosso campo:

- O que ensinar (Matemática)
- Por que (Filosofia)

- Quem e onde (Sociologia)
- Quando e como (Psicologia)

O autor ainda descreve o modelo de aplicações para esclarecer aspectos como:

- A compreensão de pontos de vista tradicionais sobre o ensino e a aprendizagem da matemática;
- A compreensão das causas que têm produzido mudanças curriculares no passado e antecipação de mudanças que ocorrerão no futuro;
- A mudança de concepção sobre a pesquisa e sobre a formação de professores.

Não se pode perder de vista a busca incessante da educação matemática por uma teorização, disciplinarização, por uma identidade que a nosso ver já está se constituindo, pois é um campo de investigação que caminha genuinamente para uma definição, embora pode representar uma busca que não acabará.

De acordo com Sierpinska, Kilpatrick (1998), para alguns a educação matemática é uma indagação teórica, e para outros, é uma indagação prática, uma arte, uma disciplina aplicada com a finalidade de melhorar o ensino e aprendizagem da matemática. Outros, ainda, consideram que a educação matemática não é uma disciplina em si própria, mas uma "aplicação integrada da Matemática, da Psicologia, da Epistemologia, da Sociologia e da Filosofia" (p.5).

> De fato, parece existir uma dificuldade genuína em classificar a investigação em Educação Matemática dentro das disciplinas existentes devido ao seu caráter dual teórico-pragmático, que muitos autores enfatizam. (...) A razão apresentada por Presmeg, é que a investigação em Educação Matemática "não têm só o objetivo científico da construção de teorias, mas tem também o objetivo pragmático da melhoria do ensino e aprendizagem da Matemática a todos os níveis" (Ibidem).

Essa dualidade sempre pode oscilar para seus extremos. No entanto, com equilíbrio podemos correr o risco de sermos superficiais e sempre podemos estar no limiar das outras ciências, também sem as conhecer profundamente, sendo triviais ao que já fazem ou nos "superespecializando" em um único assunto a ponto de não perpassar por outros caminhos, ou até mesmo relativizando todos os caminhos sem muito bem conhecê-los, sendo assim:

> Os educadores matemáticos reconhecem a importância de repensar a nossa compreensão acerca dos matemáticos a fazer investigação, mas também reconhecem a importância de se conhecerem metodologias de investigação (...) há os que pensam ser necessário se aproximar e conhecer melhor as metodologias das ciências humanas e sociais e aqueles que acreditam ser necessário adaptar e desenvolver teoria e metodologias originais dentro do domínio da própria EM (SIERPINSKA, KILPATRICK, 1998, p.5).

Desde quando era estudante de graduação e realizava o projeto de Iniciação Científica, participei de vários eventos[6]. Desde então verifiquei que temas sobre educação algébrica e pensamento algébrico são bastante recorrentes. As teses de doutorado de Godino (2003), de pós-doutorado de Santos (2008) e o livro de (FIORENTINI, LORENZATO, 2009, p.52) já nos apresentam linhas internacionais de pesquisa com a temática relacionada à educação algébrica e ao pensamento algébrico. Esses autores conseguem identificar a preocupação com essa temática como objeto de estudo desde 1995, sendo adotada uma das categorias pelo *Psycology of Mathematics Education* [7] (PME), por exemplo, em seus grupos de trabalho e discussão.

Talvez o leitor se pergunte para quê todo esse percurso e justificação, se o foco do estudo é a educação algébrica, na fala dos futuros professores de matemática. Entendemos que o futuro professor, já na graduação, convive com estas discussões, considerando-se que de modo geral no Brasil o curso de matemática está alocado no departamento de matemática, enquanto que as disciplinas que tratam da educação estão alocadas em outros departamentos. Ou seja, o licenciando convive com matemáticos e educadores matemáticos.

Ressalta-se que a constituição do professor de matemática está permeada por dicotomias, incluindo-se aí o ensino da álgebra. Durante o curso da licenciatura, defendemos que se faz essencial que os licenciandos tenham discernimento, paciência e conhecimento de tais

---

[6] XIII CIAEM; XIV EBRAPEM, X EPEM

[7] http://www.igpme.org/

dicotomias, para que quando estiverem expostos às controvérsias saibam que qualquer tipo de precipitação pode ser compreendida à luz de seus conhecimentos como professor, como por exemplo, mudanças bruscas e repentinas no currículo da educação básica, que por ventura possam priorizar um dos aspectos da linguagem algébrica, a formalização. Contudo, o professor pode intervir em sua prática, sabendo das consequências dessa priorização na aprendizagem dos estudantes. Diante desse fato compartilhamos das ideias de Santos (2008), que melhor ilustra essa situação no que diz respeito tanto ao professor que já leciona quanto àquele que ainda está em formação:

> Há termos familiares a quem ensina matemática, com forte impacto na sala de aula, que tomam significados curiosos e discutíveis, principalmente quando contrapostos em polarizações muito presentes no nosso ideário e em nossas falas de educadores. Identificam-se alguns desses termos em pares como: *individual e coletivo, contexto e conteúdo, instrumento e objeto, método e fundamentos, prática e teoria, senso comum e conhecimento científico e etc.*, que, a depender da interpretação, opõem-se rígida e indevidamente a elementos constitutivos do trabalho pedagógico quando podem se articular ou enxergam-se complementaridades forçadas quando podem se opor dando margem a simplificações que impedem de enxergar com nitidez várias possibilidades daquilo que é importante e necessário ser feito na escola (p. 26, grifo do autor).

O futuro professor deve familiarizar-se com essas dualidades, dicotomias, polarizações ou paradoxos que possam surgir na formação inicial ou em sua prática, de modo que não faça articulações ou oposições errôneas que prejudiquem sua prática profissional devido a escolhas não pensadas e refletidas ou mesmo a falta de crítica por sua parte, fazendo-se, dessa maneira, necessário compreendê-las.

No próximo capítulo trataremos mais especificamente das polarizações entre a álgebra escolar e a álgebra acadêmica, considerando os estudos de Moreira, David (2007), Miguel, Vilela (2008) e Lins, Gimenez (1997), os quais discutem o assunto no âmbito da matemática - e que tentamos fazer uma aproximação com a álgebra.

3. ÁLGEBRA ESCOLAR & ÁLGEBRA ACADÊMICA: SUBSTANTIVOS COMUNS, ADJETIVOS DIFERENTES

3.1 Matemáticas ou Matemática? A Matemática da rua X Matemática Escolar X Matemática Científica

Concordamos com David, Moreira (2003), quando indicam que “matemática científica e matemática acadêmica podem ser entendidas como sinônimos referindo-se à matemática como um corpo científico de conhecimentos, segundo a produzem e a percebem os matemáticos profissionais.” (p.20).

Assim, tomaremos a álgebra acadêmica neste estudo, como aquele conhecimento produzido e percebido pelos matemáticos profissionais, enquanto a matemática escolar referir-se-á ao conjunto dos saberes “validados”, associados especificamente ao desenvolvimento do processo de educação escolar básica em matemática. Em outras palavras, a álgebra escolar será aquela relacionada ao processo de educação escolar básica da matemática, também validados pela comunidade da instituição escola: os professores de matemática. Denominaremos aqui, sem perda de generalidade, álgebra escolar e álgebra acadêmica como subáreas da matemática escolar e da matemática acadêmica, respectivamente.

Vale a pena ressaltar que, no prefácio do livro de David, Moreira (2003), Fiorentini diz que os autores procuram em seu estudo apresentar e desenvolver uma concepção de formação matemática do professor, tendo como referência a prática profissional efetiva dos professores na educação básica, o que não difere e nem se contrapõe ao nosso objeto de estudo, uma vez que nosso principal objetivo é o ensino da linguagem algébrica na educação básica a partir das falas dos licenciandos.

Para Fiorentini, os estudos dos autores supracitados tem uma concepção que situa “o processo de formação do professor a partir do reconhecimento de uma tensão – e não identidade – entre educação matemática escolar e ensino da matemática acadêmica elementar”;

no nosso caso, essa “tensão” pode ser entendida no campo da álgebra acadêmica e da álgebra escolar como uma particularidade da matemática acadêmica e da matemática elementar.

David, Moreira (2003) realizam reflexões importantes acerca da matemática escolar e da matemática acadêmica, quando nos ajudam a compreender nossas questões e nos levam a refletir sobre as tensões entre a álgebra científica e a álgebra acadêmica através da matemática. Apresentam-nos, ainda, a crítica de Chervel a Chevallard em relação à passagem do saber científico (ou saber sábio) - aquele da academia - ao saber ensinado - aquela da escola. Assim sendo, é importante esclarecer que Chevallard define transposição didática como o “trabalho que transforma um saber a ensinar em um objeto de ensino (...)” Chevallard (1991, apud MOREIRA, DAVID, 2007, p. 18). Todavia, esse “trabalho” denominado transposição didática apresenta algumas incompatibilidades segundo Moreira, David:

> Mas o problema é que na sua noção de transposição didática, Chevallard toma a Matemática Científica como a fonte privilegiada de saber à qual o sistema escolar sempre recorre, para se recompatibilizar com a sociedade. E toma, também, esse saber científico, como referência última que permitiria à comunidade dos matemáticos desautorizar o objeto de ensino que não seja considerado, (...) suficientemente próximo ao saber sábio.” (Ibidem).

Ou seja, Chevallard (1991, apud MOREIRA, DAVID, 2007), a partir da transposição didática sugere uma concepção de matemática escolar excessivamente dominada pela matemática científica, ao passo que Chervel (1990, apud MOREIRA, DAVID, 2007), ao propor certas reflexões sobre história das disciplinas escolares, tece fortes críticas à visão de que elas sejam mera vulgarização das ciências de referência para um público jovem, isto é, daqueles “conhecimentos que não lhe podem apresentar em sua total pureza e integridade” (p. 18). Segundo esse autor, tal concepção induz à ideia de que o papel da pedagogia é apenas o de “lubrificante” desse processo de vulgarização. Quanto à relação das disciplinas escolares com a pedagogia, a visão de Chervel é a de que esta é uma dos constituintes das disciplinas, parte do seu próprio conteúdo:

> excluir a pedagogia do estudo dos conteúdos é condenar-se a nada compreender do funcionamento real dos ensinos. A pedagogia, longe de ser um lubrificante espalhado sobre o mecanismo, não é senão um elemento desse mecanismo, aquele que transforma os ensinos em aprendizagens" (CHERVEL, p. 182).

O autor manifesta um elemento importante da concepção geral da disciplina escolar: ela não pode ser vista meramente como uma "matéria" a ser ensinada, isto é, uma lista de "conteúdos" constituída anteriormente ao processo de ensino escolar. Ao contrário, se constitui historicamente em conjunção com a prática e a cultura escolar.

No entanto, para Moreira, David (2007) nenhumas dessas duas concepções são satisfatórias, uma vez que a noção de matemática escolar que deriva da ideia de transposição didática parece reduzir a matemática escolar a uma espécie de didatização da matemática científica e são minimizadas as ações dos condicionantes da prática docente e da própria cultura escolar.

Já Chervel (1990, apud MOREIRA, DAVID, 2007), ao mesmo tempo em que abre caminho para se conceber a matemática escolar como uma construção associada especificamente à instituição escola, "parece fechar as portas à consideração dos múltiplos mecanismos e processos que condicionam essa construção a partir do exterior do espaço escolar" (p.20).

Concordamos com David, Moreira (2007) que se deve equacionar melhor os papeis da matemática científica e da matemática acadêmica de modo a redimensionar a formação do licenciando, uma vez que não se priorize nenhuma das duas. Dessa forma, a álgebra também não deve ser resumida à didatização da álgebra acadêmica e nem a uma construção autônoma das práticas escolares.

A pesquisa em educação matemática tem-nos mostrado as várias facetas da matemática, conforme discutiremos a seguir a partir dos estudos de Miguel, Vilela (2008), os quais tratam de práticas escolares de mobilização de cultura matemática, percorrendo diferentes perspectivas relativas a essas práticas, esclarecendo para nós as matemáticas existentes.

Estes utilizam termos como "práticas escolares ao invés de ensino" e "mobilização cultural ao invés de aprendizagem" para orientar a discussão sobre a importância de conhecermos a natureza e as finalidades das instituições, por isso, a partir desses elementos que elas possuem, poderemos realizar uma identificação apropriada das atividades que nelas são realizadas.

> [...] quando falamos em processos de mobilização de cultura matemática, deixamo-nos de nos referir à matemática como um corpo homogêneo e universal de conhecimentos e passamos a falar em matemáticas no plural. E tais matemáticas passam a ser vistas como aspectos de atividades humanas realizadas com base em um conjunto de práticas sociais, tais como aquelas realizadas pelos matemáticos profissionais, pelos professores de matemática, pelas diferentes comunidades constituídas com base em vínculos profissionais, bem como pelas pessoas em geral em suas atividades cotidianas. (p. 112)

Trazendo essas considerações para a álgebra - também podemos falar em álgebras no plural, afinal as diferenças entre as atividades com esse conhecimento na universidade e na escola são diferentes sem, contudo torná-las opostas - notamos que a álgebra escolar faz parte do processo de constituição da álgebra acadêmica e de seu processo de compreensão.

Referindo-se à teoria da aprendizagem situada de Lave (2002) citada por Miguel, Vilela (2008), tais autores salientam que não existe transferência cultural entre práticas situadas distintas, nelas incluídas as práticas escolares mobilizadoras de cultura matemática, ou seja, não podemos transferir as práticas da universidade e da rua para a escola.

Nessa perspectiva, a álgebra que praticamos na rua e no supermercado possuem significados diferentes daqueles da álgebra da escola, bem como da universidade. Lins, Gimenez (1997) esclarecem que não estão dizendo "(...) que irracionais ou complexos não servem para nada, apenas que eles não estão na rua; e frações e negativos que estão na rua são *outros*, não os da escola." (p.14). Logo, gostaríamos de deixar claro que a álgebra da escola não é a da rua e nem a da universidade, mas outra que possui significados diferentes e necessita de práticas diferentes, estando situada em um local e em uma comunidade diferente. Comparando nossas interfaces com as considerações de Miguel, Vilela (2008) acerca da aprendizagem situada no que concerne à matemática:

> É interessante destacar ainda, no que diz respeito à forma como Lave concebe a aprendizagem situada, a oposição entre, por um lado, matemática como produto – a qual, no contexto desta autora, se associa a matemática acadêmica, formal e normativa ou,

> então, a matemática como domínio de conhecimento – e, por outro lado, matemática como processa qual manifesta nas atividades matemáticas do professor, do acadêmico ou do leigo em situações cotidianas, isto é matemática tal como é mobilizada por diferentes práticas associadas a diferentes atividades situadas (p. 114).

Para Lave (2002, apud MIGUEL, VILELA, 2008), a aprendizagem não é um processo de se adquirir saber, de memorizar procedimentos ou fatos, mas é considerada como uma forma evolutiva de presença, de ser membro, de ser tornar como. Aprender está intimamente ligado à ideia de comunidade. A mensagem mais importante, ou talvez a aprendizagem, que Miguel, Vilela (2008) nos deixa é a compreensão de que,

> [...] cada vez, mais, parece como um elemento condicionador significativo é a natureza e as finalidades sociais da instituição na qual esses processos ocorrem. Nesse sentido, falar em matemática escolar, em vez de simplesmente matemática, ou em educação matemática escolar, em vez de simplesmente educação matemática ou ainda, em práticas escolares mobilizadoras de cultura matemática, em vez de simplesmente prática mobilizadoras de cultura matemática, começa a se tornar um fator imprescindível para a identificação e interpretação da diversidade e da identidade culturais e, consequentemente, para a análise de práticas situadas (p. 118).

Sendo assim, concordamos com Lins, Gimenez (1997) quando alertam que “A ideia de valorizar o que a rua sabe apenas como ponto de partida faz parte de um discurso que, embora pareça razoável do ponto de vista didático, é perverso do ponto de vista cultural.” (p. 19), visto que o educador matemático não pode simplesmente fazer com que as pessoas tenham sucesso nesse mundo, seja somente o da rua ou o da escola, e nos adianta que o que devemos mudar são as perspectivas.

> O problema que temos hoje está mal colocado. O problema da Educação Matemática não pode ser apenas o de descobrir maneiras melhores de ensinar matemática escolar, mas também não basta decidirmos que a matemática escolar atual deva ser substituída por isso ou aquilo, não se trata de “novos conteúdos”. Qualquer que seja a matemática que se institucionalize como escolar, o mesmo processo de fossilização acontecerá. O que precisamos é de uma perspectiva diferente, é preciso reconceitualizar o papel da escola (p. 20).

3.2 Um breve histórico sobre a álgebra acadêmica.

> Pois é isto, exatamente o que exigimos da matemática: regras gerais, que abranjam todos os casos. Devemos, para empregar o nome moderno, iniciar-nos na arte de álgebra, sobre a qual diz Bhaskara: “Aritmética é regra de três; álgebra, porém, são raciocínios perfeitos. O que é desconhecido aos perspicazes?” (KARLSON, 1961, p. 159).

Tomamos como ponto de partida e principal elemento o livro de Karlson (1961) para apresentar alguns aspectos históricos da álgebra, considerando-se que a álgebra acadêmica de hoje está fundamentada nas estruturas algébricas elaboradas pelos matemáticos do século XIX.

Aqui, a álgebra é definida como “a arte dos raciocínios perfeitos”, porém o mesmo autor tem a intenção de que esta álgebra, a dos matemáticos, esteja “ao alcance de todos”. Apesar da intenção humanista do presente nas ideias do autor, faz-se necessário considerar que os conceitos matemáticos científicos, criados historicamente pelos matemáticos não podem ser compreendidos por “todos” sem a matemática elementar, ensinada na educação básica ou a que chamamos aqui de matemática escolar.

Em seus estudos, Karlson (1961) nos mostra que o desenvolvimento da álgebra ocorre dispersamente em civilizações distintas até chegar à álgebra que conhecemos hoje. Para ilustrar essa “dispersão”, consideraremos os estudos de Ribeiro (2007) que apresenta uma síntese, uma “linha do tempo” do desenvolvimento dos conhecimentos e teorias acerca da noção de equação. Segundo Karlson (1961), a História da Matemática, por um lado, foi constituída por contribuições advindas da história das equações.

Atualmente, as grandes áreas em que a matemática está dividida - álgebra, análise, geometria, topologia, etc. - tiveram origem, em boa parte, em problemas envolvendo a busca pela solução de equações dos tipos mais variados, conforme mostra o quadro abaixo:

Quadro 1 – Equação ao Longo do Tempo (RIBEIRO, 2007, p. 84-86).

Época	Fato
Por volta de 1950 a.C	Babilônios resolvem problemas envolvendo equações quadráticas.
Por volta de 1750 a.C	Os babilônios compilam tabela de raízes quadradas e cúbicas. Usam o teorema de Pitágoras e a Matemática para ampliar o conhecimento sobre astronomia.
Por volta de 1650 a.C.	O papiro de *Rhind* é escrito mostrando que os egípcios desenvolveram inúmeras técnicas para se resolver problemas equivalentes a equações e problemas geométricos envolvendo o cálculo de volumes e áreas.
575 a.C.	Tales leva o conhecimento matemático babilônico até a Grécia.
530 a.C.	Pitágoras de Samos emigra para Crótona no sul da Itália e funda a escola pitagórica, que além de ser um centro de estudos de geometria, música, filosofia e ciências naturais, era também uma irmandade estritamente unida por ritos secretos e cerimônias.
Por volta de 4000 a.C.	Os babilônios usam um símbolo para indicar um espaço vazio no seu sistema de numeração. Não há nenhuma indicação de que este símbolo foi concebido como um número.
Ano 0	Nascimento de Jesus Cristo
250	Diofanto de Alexandria escreve *Arithmetica*, um estudo de problemas em teoria dos números em que apenas números racionais são permitidos como solução.
628	Brahmagupta escreveu *bramasphutasiddanta*, um trabalho sobre astronomia e matemática. Ele usa o zero e os números negativos, fornece métodos para resolver equações quadráticas e calcular raízes quadradas.
746	Aryabhata produz seu tratado *Aryabhatiya* sobre equações quadráticas, o valor de π e outros problemas.
Por volta de 810	Al-Khwarizmi escreve importantes tratados sobre aritmética, álgebra, geografia e astronomia. Em um deles, IIm al-jabr Wa Al Muqabala a palavra "al-jabr" é usada, posteriormente dando origem à "álgebra". De seu nome Al-Khwarizmi, como uma consequência de seu método, originou-se a palavra "algoritmo".
Por volta de 810	A casa da Sabedoria é construída em Bagdá, sendo lá

	traduzidos para o árabe, tratados de matemática grega e hindu.
1072	Al-Khayymi (conhecido como Omar Khayyman) escreve tratado sobre demonstrações de problemas de Álgebra, que contém uma classificação completa das equações cúbicas com soluções geométricas encontradas por meio de interseções de cônicas.
Por volta de 1140	Bháskara II escreve *Livati* (a Beleza) sobre Aritmética e Geometria
1515	Del Ferro descobre um método para resolver equações cúbicas.
1535	Tartaglia resolve a equação cúbica independente de Del Ferro
1540	Cardan publica a *Ars Magna* fornecendo uma fórmula que resolve qualquer equação cúbica, baseado nos trabalhos de Tartaglia e uma fórmula para equações de grau quatro, descoberta por Ferrari.
1572	Bombelli publica a primeira das três partes de sua Álgebra. Ele é o primeiro que fornece regras para calcular com complexos.
1591	Viète publica a obra *In Artem Analyticam Isagoge*, que trata do desenvolvimento do simbolismo algébrico, usando vogal e consoante para representar quantidades.
1637	Descartes publica *La Géométrie* que descreve sua aplicação da álgebra aos problemas de geometria.
1735	Euler introduz a notação f(x)
1748	Euler publica *Analysis Infinitorum,* que é uma introdução à análise matemática. Ele define o conceito de função e diz que a Análise Matemática é o resultado das funções. Esse trabalho tem como base a teoria das funções elementares em vez de curvas geométricas, como havia sendo feito até então. A famosa formula $e^{i\pi} = -1$ aparece pela primeira vez neste texto.
1799	Gauss prova o Teorema Fundamental da Álgebra e Observa que provas anteriores incorretas desse resultado, como a de D'Alembert de 1746, poderiam ser facilmente corrigidas.
1799	Ruffini publica a primeira prova de que equações algébricas de grau maior do que quatro não são todas solúveis por radicais. O trabalho foi ignorado, assim como as provas posteriores que ele publicaria em 1803, 1808 e 1813.
1824	Abel publica sobre a resolução de equações algébricas, dá a primeira prova sobre a impossibilidade de resolver quintícas,

	por meio de radicais.
1829	Galois, baseando-se nos trabalhos de Abel e Lagrange, publica seu trabalho que mostra que não existe um método geral de solução para equações quintícas. Seu método, utilizando as ideias de grupos, permite investigar quando uma equação quintícas é solúvel por radicais.
1846	Liouville publica os trabalhos de Galois sobre a solução de equações algébricas sem seu *journal*.
1995	Wiles demonstra o último teorema de Fermat.

Após Gauss demonstrar o teorema fundamental da álgebra, uma revolução acontece na álgebra. Segundo Karlson (1961), não mais se tratava agora de calcular equações particulares com valores numéricos determinados, como haviam feito os hindus, árabes e gregos, nem de calcular equações complicadas e representar suas raízes mediante fórmulas para o caso geral, ao exemplo de Tartaglia e Cardano:

> Em suma, não se tratava precisamente de "equações" no sentido em que as conhecemos; a caça das incógnitas perdera seu encanto, e os matemáticos passaram a interessar-se exclusivamente pelas leis estruturais, das equações algébricas, pelas enigmáticas relações existentes entre própria equação e suas raízes, por transformações isto é, metamorfoses da equação dada. Se álgebra como ciência tivera até então as mais estreitas relações com a prática – agora ela formava um amplo e independente sistema de conceitos, completamente afastado da prática, conceitos cuja ordem intrínseca, continuidade lógica e leis orgânicas era necessário averiguar. A coroação desta álgebra moderna devemo-la a um francês de dezoito anos incompletos Evariste Galois. (p. 200)

Até Gauss demonstrar o teorema fundamental da álgebra, os problemas algébricos ficaram restritos a soluções de equações de primeiro, segundo, terceiro e quarto graus. Assim, pode-se afirmar que nesse período muitos métodos de resoluções foram encontrados em escritos de várias civilizações como vimos no quadro 1. Esses conhecimentos eram tão importantes que às vezes eram descobertos por espiões infiltrados em outros países e/ou civilizações, escondidos de guerras santas ou civis, pois lhes interessavam aprender os métodos de resolução de equação para utilizá-los no cálculo de impostos ou no comércio. Ou seja, a álgebra "dos matemáticos" ia para as ruas.

A grande divulgação desses métodos se dá com *Fibonnaci,* quando tenta generalizar as operações do ábaco e as lições que teve quando estudante através de algoritmos em seu livro, tendo a intenção de “democratizar” a matemática da academia e da escola. No entanto, a álgebra que conhecemos hoje, tanto na academia quanto nas escolas, sofreu processos de mudanças constantes.

Consideremos evidentemente a álgebra como uma linguagem devido aos aspectos sintáticos e semânticos que possuem cujos signos e símbolos só podem ser interpretados a partir do momento em que se compreende o significado e sua utilização. O próprio Karlson (1961) utiliza a palavra *tradução* quando nos apresenta uma equação de 3º grau escrita por Diofante, considerado por muitos como o pai da álgebra. Note que os símbolos utilizados por Diofante na parte superior são diferentes dos símbolos que utilizamos atualmente (parte inferior):

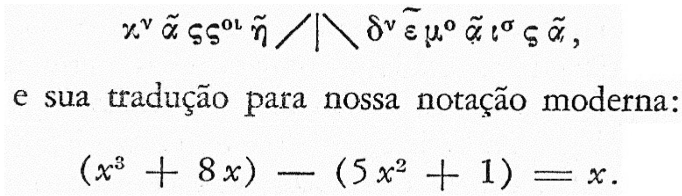

Figura 4 – Tradução de Notação (Adaptado de Karlson, 1961, p. 177).

Essa imagem nos mostra apenas um fragmentos dos múltiplos processos que a linguagem algébrica sofreu desde o segmento de reta às letras que conhecemos hoje. Não queremos colocar em discussão aspectos linguísticos da álgebra, mas concordamos com Karlson (1961), que estudou a história da álgebra, e com Nilson Machado (1947) e Oscar Gueli (1994), que têm como foco o ensino de matemática e, consequentemente, o ensino de álgebra, considerada uma linguagem. Também não é nosso objetivo discutir sobre a formalização da linguagem algébrica, tanto na história quanto no ensino, ou defender a ideia de que há uma única linguagem. A história da matemática nos mostra que a álgebra não foi e não é somente letras.

Gostaríamos de salientar ainda que ensinar a linguagem algébrica, em seu último estágio de rigor de desenvolvimento, na matemática escolar, pode incorrer em equívoco, visto que a própria história da matemática nos faz refletir sobre as dificuldades dos matemáticos em compreender a nova linguagem quando esta surge com todo o formalismo no século XIX, na denominada matemática moderna.

> Confessemos – a matemática moderna possui uma noção simbólica bastante desenvolvida. Vejamos o quanto era boa a vida dos homens quando ainda não estavam obrigados a se maçarem com tais símbolos, escrevendo ao invés disso seus problemas matemáticos na simples e modesta linguagem vulgar. Comecemos com algum dos gregos antigos – ou fenícios? – com Diofante, por exemplo, que viveu no século III d.C., ao que tudo indica (KARLSON, 1961, p.176). Naquela época, é verdade, sucedia precisamente o inverso: toda inovação na numeração escrita era tida como particularmente difícil, e os matemáticos acostumavam-se muito lentamente às muletas – sem as quais de há muito não saberíamos caminhar (KARLSON, 1961, p. 180).

"As muletas" às quais o autor se refere no trecho acima, nada mais são do que a nova simbologia que surge para resolver problemas práticos do cotidiano. Estudos como de Sousa (2004) e Ribeiro (2007) conseguiram captar esse movimento de transição ou transformação da linguagem algébrica a partir do momento em que se usava a própria geometria envolvendo problemas com incógnitas na Grécia, onde a incógnita era apenas um segmento de reta; de lá para cá, foi-se aperfeiçoando da linguagem falada de "coisa", "cousa" a "x", ou seja, de álgebra não simbólica (palavra, segmento, mistura de palavra com símbolos) para a álgebra simbólica (letras).

Temos, assim, as categorias criadas cronologicamente, que chamamos de álgebra retórica, álgebra geométrica, álgebra sincopada e álgebra simbólica, as quais discorreremos a seguir.

3.3 A linguagem algébrica: síntese histórica e suas relações com a matemática escolar e a matemática acadêmica

Vale a pena ressaltar que, em relação á álgebra sincopada, Diofanto de Alexandria teve grande importância no desenvolvimento desta. No livro de história da matemática de Boyer (1978) quando pensa-se em álgebra, no que diz respeito a notação, pode-se dizer que Diofanto é considerado o "pai da álgebra", mesmo que conceitualmente isso não seja tão claro. Em seu livro *Arithmetica,* há indicadores de uma linguagem que abreviava às operações matemáticas (álgebra sincopada), próximo a notação algébrica moderna, faltando apenas alguns símbolos, mas colaborando para a evolução da álgebra e daqueles que a desenvolveriam posteriormente.

De acordo com Boyer (1978) citado por Keppke (2007), distingue o desenvolvimento da álgebra em três momentos distintos, associando às fases evolutivas da linguagem algébrica:

> **primitivo ou retórico** – fase em que não se usavam símbolos ou abreviações para expressar o pensamento algébrico (egípcios, babilônicos, gregos antes de Diofanto), sendo tudo escrito em palavras; **intermediário ou sincopado –** fase que surgiu com Diofanto, com a introdução de um símbolo (a letra sigma do alfabeto grego) para representar uma incógnita; e **estágio final ou simbólico** – fase em que as ideias algébricas passam a ser expressas apenas por meio de símbolos, sem recorrer ao uso de palavras. Um destaque dessa época é Viète (1540-1603), principal introdutor dos símbolos na Álgebra. (p.19)

Sousa (2004) sintetiza os elementos que compõem a álgebra e os estágios que foram percorridos, para chegar à álgebra que conhecemos hoje, na universidade e nas escolas, a qual denominamos de simbólica. Antes da linguagem algébrica se tornar simbólica, chegando nesse estágio de formalismo e letras que estruturam o pensamento matemático, ela passou por um estágio não simbólico através de três classes de desenvolvimento: retórica, sincopada e geométrica, sendo esta última utilizada pelos gregos para resolver seus problemas apenas com régua e compasso, tendo como soluções de equações, por exemplo, a medida de segmento de retas.

No caso da variável, essa passou pelos dois estágios, não simbólica, tendo como conceito historicamente construído a palavra e a figura, e a simbólica, já com a letra e a criação da ideia de variabilidade e/ou fluência, como define Sousa (2004).

A partir dos estudos de Boyer (1978) uma das grandes contribuições para a álgebra foi a de Viète, de modo que utilizou letras para representar a ideia de incógnita, por exemplo

> [...] Viète introduziu uma convenção tão simples quanto fecunda. Usou uma vogal para representar, em Álgebra, uma quantidade supostamente desconhecida, ou indeterminada, e uma consoante para representar uma grandeza ou número supostos desconhecidos ou dados (BOYER, 1978, p.223).

Fiorentini, Miorim, Miguel (1993) ainda nos alerta para um outro momento histórico importante da álgebra, quando seus problemas deixam de ser só as equações e operações com quantidades generalizadas e estende-se as estruturas matemáticas, grupos, anéis, corpos, etc., dividindo assim a álgebra em clássica ou elementar e moderna ou abstrata, respectivamente. A partir do século XIX, a álgebra passa a ser essencial ao conhecimento matemático já que caracteriza a "extensão, imaginação, rigor, abstração e generalidade" (BOYER, 1978, p.415).

Karlson (1961), assim como Boyer (1978), considera o conhecimento algébrico fundamental, uma vez que faz analogia da utilização de um mapa por um forasteiro, para localizar-se em um ambiente desconhecido em relação à álgebra, ao passo que se seguisse orientações instruídas por um nativo, em pouco tempo se perderia entre as palavras e não conseguiria chegar ao seu destino. Em contrapartida, o mapa conseguiria otimizar esse processo, o que ele considera a justificativa da linguagem algébrica na matemática devido à sua eficácia para resolver problemas.

> Ora, é esta justamente nossa tarefa. Queremos desenvolver uma espécie de planta, uma regra geral de comportamento diante de certos problemas matemáticos, tão geral que exclua todos os enganos. Naturalmente teremos que aprender a orientar-nos nesta planta, e será necessário fixar certos símbolos gerais, que surgem frequentemente, tal qual um

> forasteiro, ao qual também se impõe aprender que uma igreja, por exemplo, é representada em planta por um quadrado com uma cruz nele inscrita (KARLSON, 1961, p. 161).

Em suma: só o formalismo não faz sentido, pois o "forasteiro" correrá o risco de ficar sem se comunicar com a matemática, porque sequer saberá falar sua língua; não será fluente, proeficiente.

Essa analogia pode ser feita com a matemática escolar e a matemática universitária. A álgebra presente na matemática escolar, a partir dos livros textos didáticos dos guias curriculares já está formatada nos moldes da álgebra simbólica, em outras palavras, aquela criada recentemente após séculos e séculos de maturação e gestação nas diversas civilizações. Como verificaremos a seguir, hoje os objetos matemáticos, incluindo-se a álgebra acadêmica, são tratados com ênfase na estrutura e abstração na Universidade: a matemática acadêmica:

> "A tendência predominante na Matemática Científica, desde o século XIX, é a de se caracterizar os objetos matemáticos abstraindo-se a sua natureza e enfatizando-se a sua natureza e enfatizando-se as estruturas. Por exemplo, variedade diferençável de dimensão n é "qualquer coisa" localmente difeomorfa ao espaço euclidiano R^n, o conjunto dos números reais é "qualquer" conjunto com estrutura de corpo ordenado completo; número natural é um elemento de um conjunto de objetos que satisfaz aos axiomas de Peano etc." (MOREIRA, DAVID, 2007, p. 29).

Karlson (1961) ao falar sobre a matemática avançada, que chamamos aqui de acadêmica, não consegue estabelecer uma separação da matemática e da álgebra; quando se fala em uma, remete-se às duas, pelo menos no que diz respeito aos seus objetos:

> Poder-se-ia prosseguir dessa maneira simples e, se necessário fosse, calcular as 129 incógnitas de um sistema de 129 equações. Contudo este "método de eliminação" é pouco elegante: andamos as apalpadelas, no mais dos emaranhados matagais, tropeçamos toda hora em empecilhos numéricos, cometemos erros de cálculos, enredamo-nos em parênteses – em suma, encontramos dificuldade sobre dificuldade. Isto não é matemática avançada, muito ao contrário, é trabalho de escravos calculadores. Urge que adotemos um ponto de vista elevado, a fim de obtermos uma melhor visão de conjunto e, quem sabe, descobrimos um caminho menos agreste (KARLSON, 1961, p. 166).

Os formalismos só nos parecem terríveis enquanto não os conhecemos perfeitamente, mas uma vez que uma atividade física ou mental tenha passado a formar parte intrínseca de nosso ser, não mais nos trará dificuldades, mas sim uma espécie de prazer esportivo. No entanto, essa dicotomia que a álgebra trouxe consigo oscila ao longo de sua história. Por um lado, sua eficiência ajudou os matemáticos e por outro, excluiu aqueles que não almejavam o Ensino Superior.

> Contudo, isto pertence decididamente a estudos superiores, e poucos são os que se dão ao trabalho de avançar até um primeiro grau de compreensão que seja. No mais das vêzes fracassam já no primeiro degrau, nos expedientes de trabalho, no sistema de notação à moda taquigráfica, da "escrita misteriosa", como a denominamos. Para que estes absurdos? Por que usam os matemáticos uma notação completamente diversa, por que inventam tamanha quantidade de símbolos ininteligíveis? (KARLSON, 1961, p. 175-176).

Não é nosso objetivo descrever aqui o surgimento da álgebra e muito menos da linguagem algébrica, quiçá da matemática, mas concordamos com Kalrson (1961) em relação aos avanços que a álgebra trouxe à matemática. Não obstante, como afirma o mesmo autor e algumas pesquisas atuais em Educação Matemática, o excesso de formalismo é ininteligível. Tal inteligibilidade frequenta os cursos de formação inicial. Seus reflexos também se apresentam na Educação Básica.

Um importante depoimento encontrado no livro é uma carta de Galois, que se refere à álgebra como um hieróglifo, demonstrando o quanto foi difícil adaptar-se à mudança:

> Muitas vezes sucedeu-me, em minha vida, anunciar teoremas precipitadamente, sem deles ter certeza; tudo, porém, que aqui escrevi encontra-se há quase um ano em minha mente, e é essencialmente de meu interesse não cometer enganos, para que sobre mim não venha pesar a suspeita de haver enunciado teoremas cuja demonstração não conseguira. Peço publicamente a Jacobi ou a Gauss que externem seu parecer, não sobre

> a exatidão, mas sobre a importância dos teoremas. "Isto posto, haverá pessoas, segundo espero, que, se derem ao trabalho de decifrar todos estes **hieróglifos**, encontrarão recompensa. Cordialmente abraça-te E. "Galois." (KALRSON, 1961, p. 204-205).

O próprio matemático, Galois, chamava a nova escrita, ou ainda, a nova linguagem, de matemática de hieróglifos. De alguma forma, Karlson (1961), em sua retrospectiva histórica sobre a álgebra científica, ajuda-nos a compreender o desenvolvimento dessa área de conhecimento que viveu muitos percalços, desde resolver problemas como passatempo a tentar estruturá-la como ciência. De acordo com Bell (1995) os matemáticos deixam de conceber a álgebra como uma ferramenta para resolver passatempos e começam a dedicar-se na tentativa de estruturá-la como ciência.

A partir deste olhar histórico sobre a álgebra, trilharemos um caminho parecido em relação ao seu ensino, tendo como referências as reformas curriculares ocorridas no Brasil.

3.4 Sobre a álgebra e o seu ensino

Se focalizarmos os estudos referentes ao ensino de álgebra, verificaremos que são poucos os trabalhos que discutem a questão da abstração, do formalismo, dos conceitos algébricos e outros temas intrínsecos aos processos de ensino e de aprendizagem da álgebra na educação básica e nos cursos de licenciatura em matemática. Existem inúmeros trabalhos que apenas descrevem e constatam problemas enfrentados pelos alunos ao estudarem a álgebra e não se aprofundam em questões mais conceituais, de modo que compreendam essas descrições e problemas. Mondini (2009) já alertava essa saturação dos trabalhos de álgebra em sua dissertação de mestrado, e Charlot (2006) nos alerta que "quando um campo está tão saturado de respostas, é difícil levantar questões de maneira nova; portanto, é difícil fazer pesquisa" (p. 20).

Deste modo, não podemos negligenciar que os estudos nessa área estão crescendo como já apontamos, mas muito deles restringem-se à mera descrição e constatação de problemas, não que isso não seja importante e necessário, mas fica cada vez mais difícil filtrá-los e às vezes:

> Fazemos uma tese que já foi feita há dez anos, no mesmo país ou no exterior, e até mesmo, às vezes, uma tese que foi defendida uma semana antes, em outra universidade, sem que tivéssemos conhecimento disso. (...) Tornou-se urgente construir um arquivo coletivo da pesquisa em educação e definir uma ou várias frentes da pesquisa (CHARLOT, 2006, p. 21).

O que não é diferente em educação matemática, pois ao recorrer aos bancos de dados, como os da Coordenação de Aperfeiçoamento do Nível Superior (CAPES), por exemplo, onde estão disponíveis várias dissertações e teses produzidas nesse campo desde 1987, verificaremos que ainda estamos patinando, principalmente no que diz respeito ao ensino da álgebra. Entretanto, não é esta a nossa discussão, ainda que dentre esses registros possamos verificar que a matemática foi a primeira das disciplinas escolares a deflagrar um movimento internacional de reformulação curricular, pois os próprios matemáticos e professores de matemática começaram a se preocupar com a qualidade da divulgação e socialização das ideias matemáticas às novas gerações, no início do século XX.

A partir desse momento começaram a surgir pesquisas em educação matemática e reformas do currículo escolar, que apresentavam uma defasagem na época, com intenção de melhorar a qualidade deste ensino e enriquecer a aprendizagem. Pereira (2005) faz um panorama sobre a influência dessas reformas no currículo de matemática e analisa como tais mudanças afetaram o ensino de Álgebra:

Quadro 2: Reformas Curriculares segundo Pereira (2005)

Reforma	Ano	Descrição
Francisco Campos	1931	Uma nova disciplina foi criada. Esta disciplina unificou as três disciplinas Matemáticas – a Álgebra, a Geometria e a Aritmética – e recebeu o nome de Matemática. Um dos idealizadores dessa mudança foi o Professor Euclides Roxo
Capanema	1942	Curso Ginasial de quatro anos e o Curso Secundário de três anos com duas opções: o Clássico e o Científico. Euclides Roxo exerceu grande influência nesta reforma, pois foi o principal interlocutor do Ministro Gustavo Capanema, no que diz respeito à fixação do currículo de Matemática.
Reformulação – a Lei 5.692/71	1971	O ensino Básico obrigatório passou a ser de oito anos compondo-se pelo Ensino Primário, com quatro anos e o Ensino Ginasial, também com quatro anos. Com a reformulação, os Programas Oficiais foram extintos e, de 1971 a 1980, os conteúdos passaram a ser trabalhados mediante os Guias Curriculares, elaborados pelas secretárias Estaduais que, como o próprio nome sugere, deveriam ser rigorosamente cumpridos.

Muitos estados utilizaram os antigos programas oficiais como base para a elaboração do próprio guia curricular de suas escolas, nos anos 1970. Assim sendo, inserimos aqui o quadro para melhor compreender as propostas curriculares atuais e o processo de sua elaboração.

Nesse mesmo período, durante o Movimento da Matemática Moderna, houve uma tentativa de transpor a álgebra produzida na academia para escola, tendo como eixo condutor a teoria dos conjuntos. Percebeu-se que houve muitos problemas. Isso pode ser constatado nos estudos de Sousa (2004). Dito de outra forma, inserir as estruturas algébricas pensadas pelos departamentos de matemática nas escolas representou certa irresponsabilidade.

Mas e hoje? Do que se trata a álgebra? O que é álgebra? A álgebra que está sendo desenvolvida nos departamentos de matemática pode frequentar as escolas, tal qual ocorreu nos anos 70?

Atualmente as propostas curriculares apresentam avanços significativos no ensino da álgebra, sobretudo a partir das reformas ocorridas após a década de 1970 e as influências dos estudos no campo da educação matemática. Porém, alguns resquícios de formalismo ainda podem ser encontrados nas propostas, bem como concepções de ensino estruturalistas da álgebra e generalização da aritmética.

Sousa (2004), em sua tese de doutorado, não hesitou em apresentar as álgebras, no plural, uma vez que historicamente ela passou por vários estágios e atualmente ainda possui várias ramificações, tais como, a álgebra de Lie, de Boole, de Jordan, matricial, de classes e etc., todas elas autônomas, as quais nem todos os matemáticos conhecem profundamente. A álgebra da educação básica é a simbólica e, além de ser autônoma, passou por vários processos que às vezes chegam a seu último estágio na escola, com todo rigor e formalismo criado pelos matemáticos.

Miguel, Fiorentini, Morim (1992, 1993) em seus estudos acerca da educação algébrica apontam para uma oscilação no currículo brasileiro, no que diz respeito aos conteúdos priorizados no currículo, ora para geometria, ora para álgebra, como um pêndulo. Todavia se comparado ao período que antecede o Movimento da Matemática Moderna, é possível perceber um equilíbrio, sobretudo ao que concerne a geometria, mas só no papel, porque no espaço escolar a ênfase dos professores era dada nas técnicas de memorização, uso de regras, e etc., principalmente no ensino de álgebra.

De 1980 a 1996, os Guias Curriculares foram substituídos pelas Propostas Curriculares. Nestas, especialmente no estado de São Paulo, os conteúdos estavam pautados na compreensão dos conceitos e davam liberdade para que os professores pudessem organizar seus currículos, observando os conteúdos propostos. Porém, o professor deveria trabalhar linearmente os conteúdos de forma a “levar” o aluno a um conhecimento crescente, em que um determinado conteúdo era pré-requisito para outros.

O estudo da Álgebra, para os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1998) constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas. Os PCN (BRASIL, 1998) enfatizam a representação que utiliza letras. Em busca de atribuir mais significados para sua utilização, deve-se desenvolver nos alunos o sentido de variabilidade ligado às letras.

Ao que parece, a perspectiva apontada pelos PCN está amparada nos estudos de Küchemann (1981, apud BONADIMAN, 2007, p.37). A autora identificou seis diferentes caminhos de interpretação e uso das letras nas respostas de diferentes estudantes da Educação Básica na Inglaterra. Segue abaixo uma breve descrição de cada uma das categorias:

Quadro 3: O uso das letras nas respostas dos alunos segundo Bonadiman (2007)

Interpretações das letras	Características das letras
Letra como valor:	A letra recebe um valor numérico desde o início. **Exemplo:** “Simplifique: $7b+5c-b$”. Os alunos atribuem para as letras um valor particular, por exemplo, correspondente à posição que ocupa no alfabeto; $b=2$ e $c=3$.

Letra não utilizada:	A letra é ignorada ou sua existência é reconhecida sem que tenha um significado para o aluno. **Exemplo:** "Simplifique: $2b+5c-3b$". Os alunos respondem 4, ignorando as letras e operando apenas com números presentes na expressão.
Letra como objeto:	A letra é considerada como uma abreviação de um objeto ou como um objeto concreto em si mesmo. **Exemplo:** "Simplifique $9m+3b-5m$". Os alunos consideram, por exemplo, como *m* sendo maças e *b*, bananas.
Letra como uma incógnita específica:	A letra é considerada como um número específico, mas desconhecido, podendo ser operada diretamente. **Exemplo:** "O que você pode dizer sobre m, se $3m-5=13$". Os alunos encontram o valor de *m* resolvendo a equação ou por tentativa e erro.
Letra como um número generalizado:	A letra é vista como representado, ou pelo menos sendo capaz de assumir vários valores, ao invés de somente um. **Exemplo:** "Parte desta figura não está desenhada. Há n lados, cada um com comprimento 3. Escreva a expressão algébrica que representa o comprimento de *n* lados (perímetro)". Através da lei de formação $f(n)=3n$, o aluno verifica que perímetro varia em função do número de lados.
Letras como variável:	A letra é vista como representante de um domínio de valores de uma outra letra. **Exemplo:** "Qual expressão é maior $3n$ ou $n+3$"? Atribuindo valores para *n*, o aluno compara as duas expressões; os dois conjuntos de valores, um representado por $2n$ e o outro por $n+3$.

Segundo a autora supracitada, os estudantes da educação básica possuem grande dificuldade em identificar essas características das letras na álgebra, uma vez que a tratam, em sua grande maioria, somente como objeto e letra não utilizada. Assim, entendemos que do mesmo modo que na sua história, a aprendizagem de álgebra escolar deve ser desenvolvida dando maior ênfase às atividades que promovam o desenvolvimento de interpretações procedimentais (processuais) e que permitam a transição para as concepções estruturais, como no caso das letras.

Para Trigueros e Ursini (2005, apud BONADIMAN, 2007, p.41), uma aprendizagem aceitável de álgebra elementar requer que os alunos desenvolvam a capacidade de trabalhar com cada um dos três usos da letra e dos aspectos evidenciados no modelo 3UV e de passar de um a outro de modo flexível, de acordo com as exigências do problema a ser resolvido.

Panossian (2008), em sua dissertação de mestrado, verificou que alunos da 6ª série do Ensino Fundamental e do 1º ano do ensino médio possuem as mesmas dificuldades em álgebra quando solicitados a generalizar padrões numéricos, mais especificamente em recorrer ao conhecimento algébrico para resolver situações-problema.

Outras pesquisas também identificaram dificuldades com a álgebra, como a de Pinto (2003), que mostrou três fontes de origem dos erros nas aulas de Matemática da educação básica: erros dos alunos, erros da professora e erros do material didático. Mostrou também que aqueles que os alunos cometem são consequência de uma prática escolar que privilegia os processos sintáticos (relativos ao uso de regras) aos semânticos (relativos à interpretação dos significados negociados ou instruídos em aula).

Blanton, Kaput (2003) propõem que os professores devem procurar formas de desenvolver a atividade algébrica, criando uma cultura, em sala de aula, que valorize situações em que os alunos realizem atividades de modelagem, utilizando diferentes formas do pensamento algébrico, fazendo conjecturas, discutindo, testando suas ideias e praticando atividades computacionais. Devem-se incluir as diferentes formas do pensamento algébrico durante as atividades.

Para Mondini (2009), a Álgebra pode ser entendida como a linguagem básica para explorar os objetos matemáticos, pois cada um deles tem suas próprias especificidades que podem ser analisadas por meio de estruturas algébricas. Abraham Arcavi (1994, apud SOUSA, 2007, p.28), acerca da representação e manipulação simbólica, constatou que os alunos da escola secundária possuem pouca compreensão dos símbolos algébricos, apesar de terem estudado e manipulado esses símbolos durante anos. Nem mesmo os alunos mais adiantados em Álgebra são capazes de percebê-la como uma ferramenta que lhes permita compreender, generalizar, revelar estruturas, relações e fazer demonstrações. Parece apropriado definir uma noção paralela, a do sentido dos números para dar ideia do sentido dos símbolos e do sentido de função.

Freitas (2002) realizou um levantamento e uma análise dos tipos de erros que 104 alunos da primeira série do ensino Médio de uma escola particular de São Paulo cometem ao resolver equações. Os dados foram coletados por meio de um instrumento investigativo contendo 24 equações lineares (selecionadas a partir dos resultados obtidos com um teste piloto) e de entrevistas. Em sua dissertação de mestrado realizada com alunos do 1º ano do Ensino Médio, evidenciou uma forte mecanização de técnicas associadas à utilização de frases como "isolar o x" e "passar e mudar o sinal".

Pereira (2005) também encontrou as mesmas dificuldades com alunos ingressantes de um curso de licenciatura em matemática. Os futuros professores também apresentaram dificuldades em simplificar uma equação e identificá-la quando comparada a uma expressão algébrica e função.

Sousa (2004), Lins, Gimenez (1997) nos alertam sobre esses aspectos, principalmente ligados ao ensino, na forma de introduzi-la, de discuti-la e problematizá-la, afinal de contas a álgebra da escola não é a álgebra da rua e muito menos a da academia dos físicos, engenheiros, mecânicos e matemáticos. Apesar de ter surgido de operações comerciais, ela foi-se se aperfeiçoando para contentar outros favores. Para Lins, Gimenez (1997), aritmética e álgebra devem caminhar juntas no processo de aprendizagem da criança, pois uma depende da outra e dá significado à outra.

Sousa (2004) reforça a ideia de não exageramos no formalismo e prestarmos atenção no currículo proposto, uma vez que esse reproduz alguns equívocos apontados aqui e que vão de contramão ao natural da própria construção do conceito de variável, que ao ver dessa estudiosa juntamente com o conceito de fluência, de relatividade, de campo de variação e de variável constituem o nexo conceitual da álgebra, grosseiramente o que é "essencial" para compreendê-la.

Lins, Gimenez (1997) dizem que a produção de significados para a álgebra e para a aritmética ocorrerá se *(...) começar mais cedo o trabalho com álgebra, e de modo que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra.* (p.10)

Em sua dissertação de doutorado Sousa (2004) traz várias considerações relacionadas ao ensino de álgebra e nos alerta que há ênfase, no currículo e na sala de aula, do aspecto formal da linguagem algébrica, o qual se prioriza o pronto e o acabado apresentado na álgebra simbólica.

O conceito de variável, quando apresentado no Ensino Fundamental, aparece somente em uma de suas dimensões: a incógnita, raramente como parâmetro e variável propriamente dita (SOUZA, DINIZ, 1996).

Outra reflexão interessante nos estudos de Sousa (2004) é uma observação que chamamos atenção aqui:

> não se menciona a contribuição das diversas civilizações no processo de construir o conceito de álgebra simbólica. Prioriza-se a representação. (...) Esquece-se que por trás de toda representação lógica matemática, há uma história. (...) Há o movimento da palavra, da figura, e do número." (p.5).

Podemos encontrar na literatura diversas definições do que seja concepção, encontrando convergências e divergências entre os vários autores, dentre eles aqueles que a consideram como algo particular e cognitivo ou social e ativo, que criam hábitos; esperamos discuti-las aqui.

3.5 Refletindo sobre o ensino álgebra na formação de futuros professores de Matemática

Entendemos que o ensino de álgebra que os professores tiveram durante sua vida escolar pode estar presente em suas concepções. Tais concepções explicitam-se em suas falas quando o assunto é o ensino de álgebra na Educação Básica. Ou seja, a fala de um professor atuante, ou ainda daquele que atuará na Educação Básica, está permeada pela concepção que constrói durante sua vivência escolar. Tanto a matemática acadêmica, quanto a matemática escolar fazem parte de suas falas.

No que diz respeito ao conceito de concepção, Cury (1994) afirma que o termo engloba toda a filosofia particular de um professor, quando concebe ideias e interpreta o mundo a partir delas. Já para Thompson (1997), as concepções dos professores incluem suas crenças, visões e preferências sobre o conteúdo e seu ensino, que desempenham papel importante no que se refere a sua eficiência como mediadores primários entre conteúdos e estudantes. A autora ressalta ainda que:

> Quanto mais é aprendido sobre concepções de Matemática e do ensino de Matemática do professor, mais se torna importante entender como essas concepções são formadas e modificadas. Somente então, as descobertas estarão disponíveis para aqueles envolvidos na preparação profissional de professores, tentando melhorar a qualidade da educação matemática em sala de aula (p.41-42).

Cury (1999) afirma que os professores de matemática formam ideias sobre a natureza desse campo, isto é, concebem a Matemática a partir das experiências que tiveram como estudantes e como professores, do conhecimento que construíram, das opiniões de seus mestres, enfim, das influências socioculturais que sofreram durante suas vidas.

Os estudos de Barrantes, Blanco (2004) mostram que as concepções dos futuros professores sobre a Matemática e seu processo de ensino e aprendizagem têm suas origens também no decorrer do seu processo formativo, quando todas as experiências que tiveram enquanto estudantes influenciarão diretamente, de forma positiva ou negativa, suas ações futuras como docentes.

Segundo Llinares (1999), a compreensão da realidade da prática profissional do professor de Matemática na sala de aula passa pela identificação das suas tarefas em diferentes fases do processo de ensinar: a do planejamento e organização dos conteúdos matemáticos e a da gestão do ensino e da aprendizagem.

Para Fiorentini, Lorenzato (2009), o educador matemático promove uma educação pela Matemática e a utiliza como instrumento importante para a formação intelectual e social das pessoas, colocando-a a serviço da educação, da reflexão e da consciência social, de modo que grave nos aprendizes o entender sobre o aprender, o superar barreiras e ir além da abstração chegando à generalização do mesmo.

A compreensão da atividade profissional do professor pode ser feita sob diferentes enfoques. Em uma perspectiva cognitiva, analisam-se as crenças e os conhecimentos do professor, procurando explicitar as formas pelas quais este aprende e interpreta as situações que enfrenta e dirige a sua ação. Nesse sentido, a formação inicial de professores é uma peça fundamental na preparação desse profissional.

Para autores como Garcia, Sanches (2002) e Garcia Blanco (2003), os fundamentos sobre os quais se assentam um currículo de formação inicial de professores devem levar em conta dois aspectos: o conhecimento necessário para ensinar e o processo de aprender a ensinar.

Essas ideias têm origem nos trabalhos de Shulman (1986), quando discute qual conhecimento é necessário ao professor. Propõe um conhecimento base apresentado em três categorias: o conhecimento da disciplina específica (conhecimento da área específica), o conhecimento curricular (formas de organizar o conhecimento para ensinar) e o conhecimento do conteúdo pedagógico (conhecimento do conteúdo como matéria de ensino e as formas de abordagem para torná-lo compreensivo). Todos devem interagir dialogicamente e equitativamente, pois o desequilíbrio entre eles tornará o professor mais distante da sua atividade profissional.

A importância das concepções dos professores também aparece em pesquisas correlatas como de Santos (2005), na qual a autora retrata a pesquisa realizada por Lellis (2002), que.

> [...] aponta que as concepções de Matemática do professor influenciam o ensino da mesma e para estudar tais concepções, apresenta um levantamento sobre os cursos de formação dos professores de Matemática (cursos de licenciaturas em Matemática), no Brasil, nos últimos anos. Lellis observa elementos problemáticos no conhecimento de Matemática do professor que são, segundo o autor, provenientes de limitações na compreensão da Matemática. Esses elementos são observados em professores que oriundos de licenciaturas considerados de alto nível, como também de licenciaturas com pretensões mais modestas. De acordo com o autor, tais elementos problemáticos independem da quantidade de saberes matemáticos, mas sim, das concepções de Matemática, da forma que o professor a compreende (p.45).

3.6 Concepções sobre o ensino de álgebra

No que diz respeito ao ensino de álgebra, ao que parece, pode ser caracterizado por uma linguagem própria, pela abstração e generalização de padrões. Na literatura é possível encontrar estudos que identificam as principais concepções de álgebra em relação ao ensino e a estrutura matemática, como por exemplo, Santos (2005), Figueiredo (2007), Celestino (2008), Carvalho (2005), Gonçalvez (2004), Lassos (2007), Meinicke (2005).

Um estudo intercultural realizado por Correa, Mclean (1999) relata a concepção de estudantes brasileiros e ingleses acerca da dificuldade relativa à Matemática. Apesar de a disciplina não ser considerada condicionalmente como a matéria mais difícil do currículo, mostrou ser a vilã para os estudantes da 7ª série do Ensino Fundamental do Brasil.

Segundo as autoras citadas, isso se deve à maior concentração de conteúdos referentes ao ensino de álgebra elementar e também à própria estruturação didática relativa ao ensino de Matemática no país. Sendo assim, apresentaremos brevemente como está o ensino de álgebra no país através dos documentos oficiais e avaliações externas, por exemplo, os Parâmetros Curriculares Nacionais e o SAEB[8].

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (1998), é possível encontrar evidências dessas dificuldades referentes ao ensino de álgebra aqui no Brasil. “Nos resultados do SAEB, por exemplo, os itens referentes à Álgebra raramente atingem o índice de 40% de acerto em muitas regiões do país” (BRASIL, 1998, p.115).

Os PCN ainda orientam que a Álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o estudante desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas.

Para Mialaret (1997, apud SÁNCHEZ HUETE, 2006, p.18) a “formação Matemática leva os estudantes a analisarem a realidade concreta para traduzi-la para uma nova língua depurada, mais abstrata, que favorece uma capacidade de raciocínio forte”.

Entendemos que a álgebra favorece essa capacidade de raciocínio forte a partir do momento em que os estudantes, seja de Educação Básica ou Superior, compreendem os conceitos fundamentais da Matemática, tal qual o de número ou conceitos mais “complexos” como a estrutura do conjunto dos números reais, de maneira que sintam a necessidade de aprimorar seus pensamentos através de uma representação (a escrita, por exemplo) e entender que a linguagem da Matemática pode contribuir para realizar as previsões necessárias a esse aprimoramento do raciocínio.

No que diz respeito à álgebra, um dos principais problemas de aprendizagem, citado nos PCN (BRASIL, 1998) é a noção de variável.

De modo geral, muitos estudantes pensam que a letra em uma sentença algébrica serve sempre para indicar (ou encobrir) um valor desconhecido. Para esses estudantes, a letra sempre significa uma incógnita, sendo importante salientar que os PCN estão se referindo ao conceito de variável como letra.

---

[8] Sistema de Avaliação da Educação Básica

O documento propõe que o professor trabalhe com as várias concepções de álgebra para desmitificar tal conceito, além de utilizar a geometria como recurso para compreensão desses fatos, que podem ajudar na compreensão da generalização de padrões.

Já Pereira (2005, p.18), também encontrou em seus estudos as mesmas dificuldades com estudantes ingressantes de um curso de Licenciatura em Matemática. Os futuros professores apresentaram dificuldades em simplificar uma equação e identificá-la quando comparada a uma expressão algébrica e função.

Imenes, Lelis (1995, apud MEINICKE, 2005, p.46), dizem que professores e estudantes sofrem com a álgebra da 7ª série. Uns tentando explicar, outros tentando "engolir" técnica de cálculo com letras, que quase sempre são desprovidas de significados para uns e para outros. Mesmo nas tais escolas de excelência, onde aparentemente os estudantes da 7ª série dominam todas as técnicas, esse esforço tem pouco resultado.

Lins, Gimenez (1997) chamam atenção para uma aprendizagem significativa em álgebra, dizendo que se não conectarmos os novos conhecimentos aos conhecimentos prévios que os estudantes já possuem, ou ainda, se aos objetos algébricos não associarem nenhum sentido e se aprendizagem de álgebra for centrada na manipulação de expressões simbólicas a partir de regras que se referem a objetos abstratos, muito cedo os estudantes encontrarão dificuldades nos cálculos algébricos e passarão a apresentar uma atitude negativa em relação à aprendizagem matemática, que para muitos fica desprovida de significação.

Para Gómez-Granell (1996), as concepções formalistas (aquelas em que a Matemática consiste apenas na manipulação de sinais escritos de acordo com determinada regra, devido a sua linguagem específica, de caráter formal e abstrato) trouxeram consequências para o ensino de Matemática, de tal modo que este se organizou de forma muito mais orientada para a manipulação sintática de símbolos, regras e algoritmos do que para o significado dos mesmos.

A autora ainda aponta estudos que mostram que a Matemática, a formal, é inacessível para a maioria das pessoas, até mesmo para aquelas consideradas cultas e instruídas. Uma das explicações para esse fenômeno, segundo a autora, estaria relacionada à natureza do conhecimento matemático. A Matemática envolve abstrações que só podem ser comprovadas por meio da demonstração, diferenciando-se de outras áreas do conhecimento que envolvem abstrações, mas podem utilizar-se da verificação experimental.

Goméz-Granell (1996, p. 266) destaca que:

> Em toda expressão matemática é necessário reconhecer um significado formal intrínseco – nos quais uns símbolos fazem referência a outros dentro de um código específico -, e um significado pragmático que permite a tradução para sistemas de signos não matemáticos (linguagem natural, imagens e representações icônica, ações, etc.), e associar tais expressões ao seu significado referencial.

Dado o caráter axiomático dedutivo da Matemática, ela é profundamente dependente de uma linguagem. A linguagem matemática representa as abstrações essenciais das relações matemáticas. Ao fazer isso, elimina qualquer referência ao contexto ou situação que deu origem a essas relações e prima por realizar suas operações com base nessa linguagem.

Como proposto pelos PCN (BRASIL. 1998), a identificação das várias concepções de álgebra podem contribuir para que os estudantes a compreendam melhor e desmitifiquem conceitos e “preconcepções” com a ajuda do professor, o principal mediador entre a Matemática e o estudante, criando uma ponte sustentada em seus saberes.

Um dos estudiosos do ensino de álgebra, Usiskin (1994), apresenta quatro tipos de concepções, que basicamente nortearão os próximos estudos em educação algébrica:

Quadro 4: Concepções de álgebra, Usiskin (1994) segundo Figueiredo (2007, p.57)

Interpretações das letras	Características das letras
Álgebra como aritmética generalizada:	atividades de Generalização de propriedades de operação. Generaliza-se, por exemplo, $3+5\cdot 7=5\cdot 7+3$ como $a+b\cdot c=c\cdot b+a$, para todo número real. Leitura de propriedades tais como $1=n\cdot\left(\dfrac{1}{n}\right)$, sendo n um número real não nulo.

Meio de resolver certos problemas:	atividades que envolvam incógnitas, com o objetivo de simplificar e resolver. Leitura e resolução de certos tipos de equações, como: $40 = 50 \cdot x$. Equações que foram geradas por um problema do tipo: "Adicionando-se 3 ao quíntuplo de um certo número, a soma é 40. Achar o número". (Ênfase na resolução).
Estudo de relações:	atividades que envolvem variáveis, como argumentos e parâmetros. Leitura de fórmulas, como: $A = b \cdot h$ (relações entre medidas de comprimento e de área em retângulos). Identidades como: $senx = \cos x \cdot tgx$ (x é argumento de uma função). Questão: "Ache a equação da reta que passa pelo ponto (6; 2) com inclinação 11". (Pontos de uma reta que estão relacionados a um tipo de equação: $y = mx + b$).
Estrutura:	atividades que priorizam manipular e justificar. Exemplos: Fatorar $3x^2 + 4ax - 132a^2$. Deduzir a identidade: $2sen^2 x - 1 = sen^4 x - \cos^4 x$.

Vale a pena ressaltar que Usiskin é o pesquisador mais citado nos trabalhos referente às concepções da Álgebra e Educação Algébrica. Entretanto, outros pesquisadores da Educação Matemática contribuíram com seus estudos antes e após Usiskin (1994), como podemos apresentar na seção de levantamento bibliográfico. As concepções estudadas por esses pesquisadores referem-se à álgebra simbólica e não ao ensino de álgebra. Os trabalhos que se pautam nessas pesquisas, geralmente fazem relações da concepção de álgebra com a concepção de ensino, ainda que encontramos somente dois estudos que realizam essa diferenciação: Lins, Gimenez (1997) e Fiorentini, Miorim, Miguel (1993).

- **Fiorentini, Miorim, Miguel (1993)**

Para esses autores as concepções de **Educação Algébrica** podem ser divididas em três:

Quadro 5: Concepções de Educação algébrica, Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) segundo Figueiredo (2007, p.49)

Interpretações das letras	Características das letras
Linguístico-pragmática:	estudos das expressões algébricas, seguido do uso de equações para resolução de problemas, com aquisição mecânica desses procedimentos pelos estudantes. Predomínio do transformismo algébrico nas tarefas para os estudantes.
Fundamentalista-estrutural:	estudos de tópicos “fundamentadores” [9] precedendo o estudo de expressões algébricas, valores numéricos, fatoração e outros, seguido do estudo de novos conteúdos algébricos (como funções do 1º e 2º graus etc.). Predomínio das propriedades estruturais como justificativa para transformismo algébrico nas tarefas para os estudantes.
Fundamentalista-analógica:	síntese das anteriores, utilizando recursos visuais (materiais manipuláveis) por se acreditar que certas identidades algébricas seriam didaticamente superiores a qualquer forma de abordagem lógico-simbólica. Predomínio de tarefas que utilizam recursos analógicos geométricos e materiais concretos, como balanças e gangorras, para justificar o transformismo algébrico.

- **Lins, Gimenez (1997)**

Esses autores fornecem mais três tipos de concepções em relação à **Educação Algébrica**:

Quadro 6: Concepções de Educação Algébrica, Lins, Gimenez (1997) segundo Figueiredo (2007, p.53)

Interpretações das letras	Características das letras
Letrista	atividades baseadas em cálculo com letras, admitindo a sequência técnica-prática (algoritmos-exercício).
Letrista Facilitadora	uso de áreas para ensinar produto notáveis. Uso de balança para ensinar resolução de equações (a abstração ocorre por adivinhação natural e não é passagem natural).
Modelagem Matemática	a atividade para a Educação Algébrica se dá na medida em que a produção de conhecimento algébrico serve ao propósito de iluminar ou organizar uma situação, como uma ferramenta e não como objeto primário de estudo. Exemplo: em um estacionamento há carros e caminhões, num total de 13 veículos. Os carros são cinco. Quantos são os caminhões? (necessidade de mediação de um professor para a introdução de uma linguagem).

- **As concepções de Lee (2001) referem-se a álgebra simbólica:**

Quadro 7: Concepções de álgebra, Lee (2001) segundo Figueiredo (2007, p.68)

Interpretações das letras	Características das letras
Como Linguagem:	desenvolver a comunicação em uma linguagem algébrica. Exercícios que permitam a evolução da linguagem da álgebra elementar.
Como Caminhos de Pensamento:	pensamentos sobre relações matemáticas em lugar de objetos matemáticos. Exercícios que envolvem questões de raciocínio sobre padrões e controlar mentalmente o desconhecido, invertendo e desfazendo novamente as operações.

[9] São entendidos pelos autores (FIGUEIREDO, 2007, p.49) como fundamentadores: conjuntos numéricos, propriedades estruturais, estudo de quantificadores, sentenças abertas e fechadas, conjunto universo, conjunto verdade, equações e inequações de 1º grau.

Como Atividade:	modelo de construção da atividade. Exercícios que envolvem modelagem matemática e pensamentos sobre relações matemáticas em lugar de objetos matemáticos.
Como ferramenta	resolver problemas de modo a veicular e transformar mensagens, seja a serviço de outras ciências, modelando as situações, ou a serviço de própria Matemática.
Como Aritmética Generalizada:	variedade de visões: Álgebra das generalizações dos números; Álgebra como estudo das estruturas da Aritmética; Álgebra como estudo de expressões simbólicas com letras, sem atentar para os significados desses símbolos.
Como Cultura	(envolvem valores, crenças, práticas, tradições históricas e processo para a sua transmissão): as atividades requerem as ferramentas e o pensamento algébrico é criado. A linguagem de comunicação é a algébrica. Entrelaça o currículo da álgebra com o da geometria (visão histórica).

Não podemos deixar de salientar que as concepções de álgebra, e não de seu ensino, são históricas, uma vez que aritmética generalizada tem suas origens nas passagens das operações comerciais realizadas com os ábacos e sistemas numéricos de outras civilizações com a nova notação.

Após a disseminação desse conhecimento temos o aspecto estruturante pelos próprios matemáticos, os que consideram uma linguagem devido aos aspectos sintáticos e semânticos que esta possui para a compressão dos significados de seus códigos e letras. Como cultura, devido a sua utilização em forma de síntese, letra, além dos números para representar variáveis sem seus diversos níveis.

Encontramos outras categorias paras as concepções de álgebra em trabalhos de Ponte (2003, apud KEPPKE, 2007, p.20) e Bednarz, Kieran e Lee (1996, apud PEREIRA, 2005, p.21), que apresenta as seguintes concepções para a Álgebra Escolar, embora não as definam em seus trabalhos:

Quadro 8: Concepções de Álgebra, Ponte (2003) e Bednarz, Kieran e Lee (1996)

João Pedro da Ponte (2003)	Bednarz, Kieran e Lee (1996).
Generalização e formalização de padrões e restrições;	Álgebra como generalizações de padrões numéricos e geométricos e de leis que governam as relações numéricas, aritmética generalizada;
Estruturas abstratas;	Álgebra como resolução de problemas específicos ou classe de problemas;
Linguagem de modelação e controle de fenômenos;	Álgebra como regras para transformar e resolver equações;
Funções e Variações;	Álgebra como introdução ao conceito de variáveis e estudo de funções; e
Manipulação de formalismos guiada sintaticamente;	Álgebra como estudo das estruturas algébricas

- **As Concepções Apresentadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)**

Os PCN também nos oferecem algumas informações sobre as concepções de Educação Algébrica, a partir da variável letra que, sejam desenvolvidas na escola, como podemos verificar no Quadro 9.

Quadro 9 - Álgebra no ensino fundamental (BRASIL, 1998, p.116).

Dimensões da Álgebra	Aritmética Generalizada	Funcional	Equações	Estrutural
Uso das letras	Letras como generalizações de modelos aritméticos	Letras como variáveis par expressar relações e funções	Letras como incógnitas	Letras como símbolo abstrato
Conteúdos, Conceitos e procedimentos.	Propriedades das operações e generalizações de padrões aritméticos	Variação de grandezas	Resolução de equações	Cálculos algébricos. Obtenção de expressões equivalentes.

Barth (1996) nos orienta que "antes de poder modificar uma concepção, é preciso tomar consciência dela." (p.170) e que "[...] a dificuldade é justamente conseguir que os educandos possam transformar as suas concepções pessoais e subjetivas em conceitos comuns, validados por uma comunidade cultural." (p.100).

Deve ficar claro que a álgebra não se resume a cada uma das concepções apresentadas, mais sim à totalidade delas. Outro aspecto importante para o professor de matemática é ter clareza e conhecimento dessas concepções e de suas próprias, de modo que possa trabalhá-las com os estudantes e reconhecê-las na atividade escolar.

Podemos perceber que dentre essas múltiplas concepções de educação algébrica apresentadas pelos pesquisadores em Educação Matemática, muitas apresentam relações em comum, como, por exemplo, a concepção de **Álgebra como aritmética generalizada** apresentada por Usiskin (1994) e também **Como Aritmética Generalizada** apresentada por Lee

(2001, apud FIGUEIREDO, 2007**),** a concepção de **Estrutura** apresentada por Usiskin (1994) e **Fundamentalista-estrutural** apresentada por Fiorentini, Miorim, Miguel (1993).

Tais concepções poderão apresentar-se nas falas dos licenciandos que fazem parte desta pesquisa. Para analisá-las, apresentaremos no próximo capítulo a metodologia utilizada.

4. OS PERCURSOS DE UM CAMINHO A DESVELAR

> Para a pesquisa educacional não é suficiente descrever e descobrir fatos. É preciso buscar as explicações que permitem compreendê-los e elucidá-los. Isso requer uma interação dialética entre pesquisador e realidade física ou social, de modo que o primeiro explique a segunda, pois pesquisar não significa uma simples reprodução da realidade, mas, sim, uma reconstrução baseada nos conhecimentos e significados do pesquisador (FIORENTINI, LORENZATO, 2009, p.33).

Sem sombra de dúvidas, nossa pesquisa pode ser metaforizada em um retrato, e nós, os fotógrafos (os pesquisadores), e a câmera, o nosso instrumento de pesquisa (o questionário) - tudo que está aqui nesse papel -, nada mais somos que o tempo que para a fim de aquele momento se transformar em um saudoso arquivo, uma vez que capturamos o movimento da pesquisa e o congelamos no momento em que aplicamos o questionário, mas que continuou após os vestígios de suas análises transformadas em memória.

Neste capítulo, apresentaremos os caminhos percorridos para realizar essa investigação, os quais incluem: a escolha dos procedimentos utilizados, dos instrumentos, dos colaboradores, a coleta dos dados, as dificuldades encontradas, os colaboradores e abordagem metodológica utilizada para tal investigação.

4.1 Os caminhos metodológicos da pesquisa

Fundamentando-se nos estudos de Kilpatrick (1996), concordamos com o pesquisador quando afirma que temos que tratar a Matemática como problemática e não como algo dado. Além disso, um estudo em educação matemática só é vantajoso se gera questões de pesquisa e contribui para o desenvolvimento da teoria, de maneira que favorece a prática.

> Um pesquisador em educação matemática não pode fazer com que um estudo seja válido, mas ele ou ela pode antecipar leitores que interpretarão e usarão o estudo, começando o diálogo e prevendo as consequências de várias interpretações e usos (KILPATRICK, 1996, p.4).

O autor ainda define que a pesquisa deve ser pública e compartilhada.

Este estudo tem como público alvo um grupo de futuros professores de matemática da cidade de São Carlos que já realizaram estágios curriculares nas escolas de educação básica, e tem como foco central de investigação, as falas destes sobre o ensino da linguagem algébrica na educação básica. A abordagem metodológica empregada para investigar nossa questão de pesquisa "**O que falam futuros professores de matemática sobre o ensino da linguagem algébrica na educação básica, a partir das vivências que tiveram e têm na graduação"** é qualitativa de natureza analítico-descritiva.

A escolha dessa metodologia de pesquisa se deve ao fato de que para Borba (2004), a pesquisa qualitativa tem ganhado vulto em educação matemática, principalmente nos programas de pós-graduação, devido suas contribuições, e ainda ressalva que:

> [...] pesquisa qualitativa deve ter por trás uma visão de conhecimento que esteja em sintonia com procedimentos como entrevistas, análises de vídeos, etc. e interpretações. O que se convencionou chamar de pesquisa qualitativa, prioriza procedimentos descritivos à medida em que sua visão de conhecimento explicitamente admite a interferência subjetiva, o conhecimento como compreensão que é sempre contingente, negociada e não é verdade rígida. O que é considerado "verdadeiro", dentro desta concepção, é sempre dinâmico e passível de ser mudado. Isso não quer dizer que se deva ignorar qualquer dado do tipo quantitativo ou mesmo qualquer pesquisa que seja feita baseada em outra noção de conhecimento (p.2).

Segundo Bogdan, Biklen (1994, p.48), "os investigadores qualitativos assumem que o comportamento humano é significativamente influenciado pelo contexto em que ocorre". Assim, pode-se melhor compreender as falas dos futuros professores sobre o ensino de álgebra que ministrarão, quando são levadas em consideração suas crenças, valores e percepções.

Além da natureza qualitativa, a pesquisa também apresenta um enfoque analítico, já que busca analisar as falas de um grupo de futuros professores. Para atingir tal objetivo, também a caracterizamos como descritiva, que segundo Gil (2008), tem como principal objetivo a descrição das características de determinada população ou fenômeno, tendo como atributos mais significativos a utilização de técnicas padronizadas de coleta de dados, como o questionário, por exemplo.

Uma pesquisa é considerada descritiva para Fiorentini, Lorenzato (2009) quando o pesquisador deseja descrever ou caracterizar com detalhes uma situação, fenômeno ou problema. Geralmente esse tipo de investigação utiliza observação sistemática (não etnográfica) ou a aplicação de questionários padronizados, a partir de categorias previamente definidas.

A pesquisa utilizou de recursos como o questionário, de modo que pudesse alcançar o seu objetivo principal. Assim, a organização e análise de dados são imprescindíveis para a elaboração e sucesso da pesquisa, a qual contará com a ajuda de procedimentos de categorização. Para Bogdan, Biklen (2004),

> [...] embora os dados quantitativos recolhidos por outras pessoas (avaliadores, administradores e outros investigadores) possam ser convencionalmente úteis tal como foram descritos, os investigadores qualitativos dispõem-se à recolha de dados quantitativos de forma crítica. Não é que os números por si não tenham valor. Em vez disso, o investigador qualitativo tende a virar o processo de compilação na sua cabeça perguntando-se o que os números dizem acerca das suposições das pessoas que os usam e os compilam. [...] Os investigadores qualitativos são inflexíveis em não tomar os dados quantitativos por seu valor facial (p. 195).

D'Ambrosio (2006), parafraseando Antonio Machado, afirma que: "Caminhante, não há caminho. Faz-se caminho ao andar". Foi exatamente o que aconteceu neste estudo, considerando-se que:

> A pesquisa qualitativa é outra coisa, no meu entender, é o caminho para escapar da mesmice. Lida e dá atenção às pessoas e suas ideias, procura fazer sentido de discursos e narrativas que estariam silenciosas e a análise dos resultados permitirá propor os próximos passos. Qual a boa pesquisa qualitativa? É muito difícil adotar critérios, sem o

> grande risco de despersonalizar e manietar o pesquisador. Algumas pesquisas dirão mais, outras dirão menos, algumas terão credibilidade, outras não. A análise comparativa de uma variedade de pesquisas, conduzidas com metodologias distintas, pode definir cursos de ação, mas seus resultados jamais poderão ser considerados definitivos (D'AMBROSIO, 2006, p. 12).

Tentamos através deste buscar respostas para uma inquietação específica; não é uma especulação fútil ou acadêmica para satisfação própria, e nem acreditamos necessitar ser "científica" no sentido de estar baseada em hipóteses que foram verificadas empiricamente. Mas como todo bom trabalho científico, deve ser acadêmico, público e aberto à crítica e possível refutação. (KILPATRICK, RICO, GOMÉZ, 1998, p. 3.).

4.2 O cenário e os procedimentos metodológicos

Para a execução do tema da pesquisa iniciamos o levantamento bibliográfico em banco de dados virtuais como o Banco de Teses da Capes[10], os bancos de teses das Universidades Brasileiras (UNICAMP[11], USP[12], UNESP[13], PUC/SP[14], entre outras), revistas eletrônicas (Cadernos Cedes[15], Zetetiké[16], Bolema[17], Educação Matemática Pesquisa[18], etc.) e anais de eventos das áreas de Educação, como a Anped (Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação), por exemplo, e Educação Matemática como o Ebrapem (Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática). Estes trazem estudos acerca da educação algébrica e da formação inicial de professores de matemática, com o intuito de identificar parâmetros e resultados em pesquisas correlatas que norteassem o desenvolvimento

[10] http://capesdw.capes.gov.br/capesdw/
[11] http://cutter.unicamp.br/document/list.php?tid=7
[12] http://www.teses.usp.br/
[13] http://unesp.br/cgb/conteudo.php?conteudo=562
[14] http://www.pucsp.br/pos/edmat/
[15] http://www.scielo.br/scielo.php?pid=0101-3262&script=sci_serial
[16] http://www.fe.unicamp.br/zetetike/index.php
[17] http://www.rc.unesp.br/igce/matematica/bolema/

da investigação e de oferecer um caráter linear e contínuo no que diz respeito ao seu desenvolvimento, motivado desde a iniciação científica ao mestrando.

O estudo também compôs o levantamento e mapeamento dos cursos presenciais de licenciatura em matemática, considerando instituições públicas e privadas da cidade de São Carlos. Identificamos três, sendo dois de universidades públicas e um de universidade privada.

A exequibilidade da pesquisa foi assegurada através do contato com as instituições de ensino superior da cidade de São Carlos e com os seus respectivos coordenadores de curso de licenciatura em matemática. A partir desse contato, asseguramos o envolvimento e a participação dos licenciandos no projeto, assumindo um compromisso a fim de dar condições para que eles respondessem ao questionário e participassem, voluntariamente, do grupo de estudos em educação algébrica que realizamos na Universidade Federal de São Carlos - UFSCar.

Com a concessão das três instituições, dispusemo-nos, durante os meses de julho a outubro de 2010, a aplicar um questionário piloto contendo cinco perguntas abertas (dissertativas) e cinco fechadas, nas duas turmas da universidade privada, sendo estas o 3º e o 5º termo de um curso de licenciatura, o qual é composto por seis termos, sendo cada um correspondente a um semestre.

Após a aplicação e análise do questionário piloto, reelaboramos o enunciado de algumas questões que não estava claro aos estudantes da universidade particular e aplicamos, posteriormente, em mais cinco turmas das duas universidades públicas da cidade de São Carlos, com estudantes dos 3º e 4º anos de um curso composto de quatro anos para a licenciatura. Mantivemos o número de questões. Todos os licenciandos entregaram o questionário, uma vez que, a dinâmica utilizada para a aplicação e a entrega foi a apresentação do pesquisador e da pesquisa, leitura da carta de apresentação do questionário e solicitação voluntária para participação.

Definiremos como guias de metodologia científica, os estudos dos autores Bogdan, Biklen (1994), Borba (2004), Fiorentini, Lorenzato (2009), Gil (2008) e Günther (2003) que fizeram parte do percurso dessa pesquisa nos estudos do mestrando. Gil (2008) e Günther (2003)

---

[18] http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/index

consideram importante a aplicação do questionário piloto em pesquisas que utilizarão desse instrumento, uma vez que essa prática pode minimizar os riscos de não atingir seus objetivos através das perguntas.

Em nosso caso, o questionário piloto foi utilizado na pesquisa, devido às mínimas correções que foram realizadas. "Sumariando, enfatiza-se que sempre convém realizar um estudo piloto para verificar se e como as perguntas estão sendo entendidas pela população alvo. Esta regra não têm exceção." (Günther, 2003, p. 17). Gil (2008) também nos orienta a realizar questionário piloto, que nesse caso é chamado de pré-teste.

> Depois de redigido o questionário, mas antes de aplicado definitivamente, deverá passar por uma prova preliminar. A finalidade desta prova, geralmente designada como pré-teste, é evidenciar possíveis falhas na redação do questionário, tais como: complexidade das questões, imprecisão na redação, desnecessidade das questões, constrangimentos ao informante, exaustão etc. (p. 134).

Dessa maneira garantimos o contato com as instituições e celebramos um compromisso para a realização da pesquisa, já que os colaboradores para a referida investigação foram os estudantes do curso de licenciatura em matemática, os "licenciandos" como trataremos aqui, uma vez que nem todos manifestaram interesse em ser professores após a conclusão do curso como verificaremos a seguir.

Alcançamos um dos primeiros passos vagantes que um pesquisador iniciante em ciências humanas realiza, conforme Bogdan, Biklen (1994) nos orienta: "Na investigação qualitativa, a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal." (p.47). Sendo assim, o nosso ambiente natural nesse contexto são as universidades e os respectivos estudantes do curso de licenciatura em matemática.

4.2.1 O contexto da pesquisa

Aqui, pretendemos dar mais um passo no que diz respeito às características da pesquisa qualitativa, concernentes às recomendações de Bogdan, Biklen (1994): "A investigação qualitativa é descritiva" (p.48). Evidentemente que essa descrição não se resume a um emaranhado de palavras que caracterizam um objeto e/ou espaço, mas percorre toda essa dissertação a cada capítulo.

Descreveremos algumas características das universidades que participaram da pesquisa, bem como os colaboradores dela, o que não significa resumir-se na descrição dos cursos, das universidades, das ementas das disciplinas de álgebra e do modelo dos cursos. Não nos pretendemos estender em delongas e, muito menos, comparar as universidades, mas caracterizá-las de modo geral para que o leitor possa se situar no cenário.

A universidade privada caracteriza-se com dois campi na cidade de São Carlos, o principal em um bairro periférico e o secundário no centro da cidade, abrange cursos nas áreas de humanas, exatas, saúde, biológicas e tecnológicas. Com 40 anos de fundação, deu início ao curso de licenciatura em matemática em 1980. Os licenciandos que participaram dessa pesquisa são da cidade e da região de São Carlos, totalizando 11 colaboradores.

Entre as universidades públicas, uma é estadual e a outra é federal, e ambas possuem campi espalhados pelo estado de São Paulo. Na universidade estadual, oito estudantes realizavam seu curso no campus localizado no centro da cidade de São Carlos e eram do 4º ano do curso; essa universidade também possui dois campi na cidade, sendo o segundo em um bairro periférico. O curso de matemática é tradicional, já existente há 41 anos. Os campi possuem 64 anos e os estudantes são de todas as regiões do estado de São Paulo, bem como de outros estados da federação.

A universidade federal possui apenas um campus na cidade e localiza-se em um bairro periférico do município, está presente no âmbito educacional há 44 anos e os estudantes também são de todas as regiões do estado de São Paulo, bem como de outros estados da federação. O curso de licenciatura em matemática também é tradicional e está em atividade há 37 anos. Quarenta e nove estudantes dos 3º e 4º anos – sua maioria - colaboraram com essa pesquisa.

Os projetos políticos pedagógicos estudados das três universidades não possuem discrepâncias e nem pretensões audaciosas no que diz respeito à formação desses profissionais, deixando claros e explícitos seus objetivos de formar professores de matemática críticos e no âmbito das três áreas que permeiam essa formação: Matemática Pura, Matemática Aplicada e Educação Matemática, oferecendo disciplinas e subsídios para esses estudos. Os profissionais dos cursos são especialistas nessas áreas, além dos colaboradores das áreas afins como Física, Estatística e Educação, que não se diferenciam muito em relação aos conteúdos tratados pelas ementas.

A álgebra está presente nos três cursos, diluídas ao longo dos anos e apresentada nos currículos como disciplinas das Teorias do Conjunto, Teoria dos Números, Estruturas Algébricas e Álgebra Linear, sendo essas últimas sempre obrigatórias devido às Diretrizes Curriculares Nacionais para os cursos de licenciatura em matemática.

4.2.2 Os participantes da pesquisa

Descreveremos aqui o grupo de licenciandos que colaboraram com seus depoimentos para a realização dessa pesquisa, assim como o perfil dos licenciandos que responderam os questionários através dos dados que dispusemos em nossos questionários, para assim oferecer um cenário geral da pesquisa e de seus atores.

Os colaboradores deste trabalho são licenciandos dos cursos presenciais de licenciatura em matemática das universidades da cidade de São Carlos, a média de idade dos 68 colaboradores é de 23 anos, sendo o mais novo com 18 anos e o mais velho com 59; desse total, 31 são do sexo masculino e 37 do sexo feminino. Quando estudantes da educação básica no ensino fundamental, 45 estudaram em escolas públicas e 20 em escolas particulares e apenas três concluíram seus estudos em colégios particulares após a migração da escola pública. Serão indicados a partir de números.

No ensino médio, 37 estudaram em escolas públicas, 27 em particulares, três concluíram seus estudos em colégios particulares após a migração dos públicos e um fez magistério. Nesse nível de ensino, dois estudaram concomitante em colégios técnicos particulares e três, em públicos.

Apesar da predominância de estudantes de escolas públicas e do sexo feminino para esse curso na cidade de São Carlos, podemos considerar um equilíbrio na formação desses estudantes, afinal a média de idade é de estudantes recém-formados no ensino médio.

Descreveremos a seguir o processo que realizamos para a aplicação do questionário e a utilização dos dados contidos nele para construção dessa pesquisa. Dessa forma, podemos afirmamos, juntamente com os autores Bogdan, Biklen (1991) que "os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados dos produtos." (p.49).

4.3 O questionário: instrumento da coleta de dados

Para se atingir o objetivo, utilizamos como instrumento de pesquisa o questionário e também tivemos acesso a alguns documentos disponíveis nos sites das universidades, em relação ao projeto político pedagógico dos cursos em questão.

O questionário proposto (apêndice) foi respondido ao todo por 68 colaboradores, os quais foram descritos anteriormente. Foi aplicado durante as aulas de prática de ensino e estágio supervisionado. Gostaríamos de destacar que todos os licenciandos presentes nos dias das aplicações se prontificaram a respondê-lo. Acreditamos que o sucesso para obter a resposta de todos deve-se ao fato da aplicação ter sido feita no horário de aula.

O modo como foi elaborado o questionário também pode ter favorecido a adesão positiva, uma vez que levamos em consideração todos os aspectos listados pelos guias de metodologia. No nosso caso, esse guia se fez presente através de uma carta de apresentação, aplicação de pilotos, elaboração de questões claras e objetivas, espaço para escrita, e a não enumeração das perguntas a fim para evitar a contagem. Outro aspecto interessante foi quebrar o padrão de iniciar o questionário com questões fechadas e comuns, como nome, idade e sexo, e apresentá-las somente no final do texto, após as questões abertas.

O questionário continha questões mistas, ou seja, questões abertas e fechadas. Esse instrumento para recolher testemunhos de participantes através de interrogatórios escritos contou com três momentos distintos, caracterizados por suas perguntas:

- O primeiro envolveu aspectos referentes à Álgebra, Pensamento Algébrico, e Ensino de álgebra, que os próprios estudantes possuem;
- O segundo contemplou mais especificamente sobre o movimento formação de professores, as opções, as justificativas, as influências.
- O terceiro procurou identificar o perfil dos futuros professores que entraram no curso de Licenciatura em Matemática e suas principais perspectivas após o término do curso.

Sabemos dos limites que o questionário possui, mas acreditamos que os dados colhidos por meio do questionário foram riquíssimos para o desenvolvimento desse trabalho. Caso tivéssemos mais tempo, uma entrevista posterior com os colaboradores poderia levar a um processo mais profundo e específico de investigação, no entanto, consideramos que essa fotografia tirada por nós dos licenciandos, naquele momento, pode dizer muito o que se passa.

4.3.1 As escolhas

Em relação às escolhas dos licenciandos antes de ingressarem na universidade, quando questionados por que escolheram a carreira e quais as influências que sofreram durante a escolha, conseguimos identificar pelo menos quatro aspectos que denominaremos de categorias:

1ª – Tentativas frustradas no vestibular para cursar áreas de seu interesse. Dos 68 licenciandos**,** 19 fizeram indicaram esta resposta: licenciandos 8, 26, 47, e 49:

> Fiz a escolha pelo curso de Matemática, após tentativas frustradas em ingressar no curso de engenharia mecatrônica, com o passar dos anos e a má atuação na segunda fase do vestibular, resolvi escolher uma área de mais simples acesso e onde eu tivesse facilidade. ***(LICENCIANDO 47, questionário 27/09/2010).*** Era meu segundo ano de cursinho pré-vestibular, decidi por última opção simplesmente para não voltar ao cursinho, questão de candidato/vaga. ***(LICENCIANDO 49, questionário 27/09/2010).*** . Não queria fazer Matemática, queria fazer Engenharia. Matemática era apenas uma 2ª opção para garantir meu ingresso na faculdade. Foi assim que aconteceu. ***(LICENCIANDO 8, questionário 23/08/2010).*** A opção por Matemática foi feita dentro das possíveis opções dos cursos de exatas, porém a primeira opção era engenharia de produção, mas por não conseguir passar acabei ficando na Matemática. ***(LICENCIANDO 26, questionário 26/08/2010).***

2ª- Certeza na escolha profissional. 21 licenciandos configuraram esta categoria em seus depoimentos. Seguem abaixo três depoimentos:

> A Matemática sempre me interessou desde o Ensino Fundamental, então quando terminei o Ensino Médio e fui prestar o vestibular, optei pela Matemática ***(LICENCIANDO 3, questionário 23/08/2010).*** Fiz a escolha de ser professora de Matemática na 5ª série do fundamental, mais pra frente fui descobrir que tinha que fazer faculdade pra isso, aí fui me dedicando aos estudos para o vestibular. ***(LICENCIANDO 22, questionário 25/08/2010).*** Desde que eu estava ano Ensino Fundamental I já sabia que queria estudar Matemática futuramente ***(LICENCIANDO 35, questionário 27/09/2010).*** Gostava de Matemática desde o Ensino Fundamental e fiz vestibular para Matemática ***(LICENCIANDO 41, questionário 27/09/2010).***

3ª - Descoberta profissional: 28 deles optaram pela carreira de professores durante o ensino médio. Analisemos as falas dos licenciandos 11, 21 e 24:

> Fiz a opção por Matemática quando estava no 3º ano do Ensino Médio, pois gostava desta matéria e gostaria de lecionar Matemática, principalmente na escola onde estudei, uma vez que é uma boa escola. ***(LICENCIANDO 11, questionário 25/08/2010).*** A

> minha escolha foi feita no 3º ano do Ensino Médio, ano anterior ao meu ingresso na universidade. ***(LICENCIANDO 15, questionário 25/08/2010).*** Fiz a opção pelo curso de Matemática durante o Ensino Médio, pois era uma disciplina que gostava muito e tinha um bom desempenho ***(LICENCIANDO 21, questionário 25/08/2010).*** Fiz minha escolha enquanto cursava o 3º colegial, pois desde sempre gostei de Matemática e sempre quis fazer um curso de exatas com muitas disciplinas de Matemática. ***(LICENCIANDO 24, questionário 25/08/2010).***

A partir desses depoimentos constatamos que 49 dos 68 licenciandos já queriam ser professores antes mesmo de ingressarem na universidade. No entanto, muitos deles ainda estão em sala de aula, como profissionais do ensino porque gostam de ensinar, porque gostam da área de exatas e porque sempre quiseram ser professores devido aos bons mestres de matemática que tiveram, como verificaremos a seguir.

Quando questionados sobre quais influências tiveram na escolha do curso, consideraremos três aspectos:

1º - Questões financeiras: quatro dos consultados fizeram esta indicação, conforme as falas dos licenciandos 2 e 11:

> Uma das influências mais fortes foi a necessidade de sair do estado improdutivo precisava decidir logo para ter uma profissão o mais rápido possível por questões financeiras. ***(LICENCIANDO 2, questionário 23/08/2010).*** As influências não foram muitas, mas acredito que o fato de não haver muitas pessoas que gostem de Matemática (o que dependendo do lugar onde procurarei trabalho, este não faltará) foram algumas das influências ***(LICENCIANDO 11, questionário 25/08/2010).***

2º – Ter bons professores de matemática: apontado por 27 licenciandos, como por exemplo, as licenciandas 03, 12, 29, 34, 35 e 40:

> optei pela Matemática, creio que essa opção foi escolhida, devido aos bons professores de Matemática que tive na escola. ***(LICENCIANDO 3, questionário 23/08/2010).*** sempre tive bons professores de Matemática, os quais me serviram como exemplo para construir minha personalidade profissional. ***(LICENCIANDO 12, questionário 25/08/2010).*** Após uma aula de Matemática havia gostado, parei para refletir e decidi que era aquilo que queria estudar. Acredito que os professores foram as maiores influências. ***(LICENCIANDO 29, questionário 26/08/2010).*** . Sempre gostei de

> Matemática, acredito que foi por na maioria das vezes ter bons professores que me incentivaram a querer ser professor. ***(LICENCIANDO 34, questionário 26/08/2010).*** tive um professor que certamente me influenciou, pois mostrava muita paixão por Matemática e sua explicação era tão clara que fez com que eu gostasse ainda mais da disciplina. ***(LICENCIANDO 35, questionário 27/09/2010).*** Fiz a opção pelo curso devido a influência da prática de alguns professores e a facilidade na aprendizagem da disciplina. ***(LICENCIANDO 36, questionário 75/09/2010).*** . minha principal influência foi minha professora de 5ª a 8ª série que nunca desistia de um aluno, por mais que este não se interessava. Daí para frente, sempre tive professores que me motivavam a desenvolver um "sentido" matemático mais apurado. ***(LICENCIANDO 40, questionário 27/09/2010).***

3º – O "gosto" e a facilidade de ensinar: 11 deles fizeram tal indicação, dentre os quais destacamos os licenciandos 04, 05 e 30:

> Fiz minha opção pelo curso após descobrir que gostava de ensinar meus amigos no colégio, tinha mais facilidade em aprender ***(LICENCIANDO 4, questionário 23/08/2010).*** fui percebendo que não me interessava muito por Física e Química, optando então para a Matemática, pois sempre gostei muito de "ensinar" para os meus amigos os conteúdos. ***(LICENCIANDO 30, questionário 25/08/2010).*** comecei a perceber uma facilidade que eu tinha para aprender Matemática, e como eu entendia acabava ensinando outros colegas de classe. Foi por isso que eu quis estudar Matemática. ***(LICENCIANDO 5, questionário 23/08/2010).***

4º - O apoio dos pais e familiares: cinco licenciandos, tais quais os 06, 08 e 28 afirmam que:

> Meus pais me apoiaram na escolha. ***(LICENCIANDO 6, questionário 25/08/2010).*** Fui apoiado e influênciado pelos meus pais e professores do cursinho, ***(LICENCIANDO 6, questionário 25/08/2010).*** Meu pai que é professor de Matemática teve grande influência nessa minha escolha. ***(LICENCIANDO 28, questionário 26/08/2010).***

Gostar **da área de exatas** também influenciou 21 dos pesquisados. Analisemos as falas dos licenciandos 37, 51, 63 e 67:

> Sempre soube que a minha área de atuação seria de exatas. Quando escolhi fazer Matemática tinha como objetivo trabalho na área da Matemática atuaria (cálculo de

> riscos). ***(LICENCIANDO 37, questionário 26/08/2010).*** A opção na verdade foi mais próxima do vestibular, pois, a certeza que tinha era a de que seria um curso de ciências exatas e tecnológicas, não especificamente o de Matemática. ***(LICENCIANDO 51, questionário 24/09/2010).*** Sempre gostei da área de exatas sendo a Física e a Matemática as disciplinas que mais me interessavam. Optei pela Matemática pareceu um caminho lógico dado as minhas afinidades com área. ***(LICENCIANDO 63, questionário 23/06/2010).*** pela facilidade de compreender os números ao invés das letras, preferir o raciocínio lógico do que os textos. ***(LICENCIANDO 67, questionário 23/06/2010).***

Constatamos que as influências que os licenciandos tiveram para se arriscarem na carreira docente estão atreladas a diversos fatores, dentre eles, ter aulas com bons professores e com afinidade pela área de exatas. Aqui, o bom professor está atrelado àquele que procura esclarecer as dúvidas da maioria dos estudantes e demonstram gostar do que fazem. Sabendo que nas duas universidades públicas existe a opção de realizar o curso de licenciatura e bacharelado, perguntamos aos licenciandos, qual seria sua escolha: bacharelado, licenciatura ou ambos. Dos consultados, 47 deles optaram somente pelo curso de licenciatura, considerando-se:

1º - O ensino na educação básica em detrimento da pesquisa, conforme as falas 14, 15, 30 e 61:

> Quando optei pela Licenciatura, pela vontade de ser professor, sempre ajudei amigos e colegas em Matemática. ***(LICENCIANDO 14, questionário 25/08/2010).*** Pois não tinha interesse em ser professor pesquisador na área da Matemática Pura. ***(LICENCIANDO 15, questionário 25/08/2010).*** Por sempre gostar de ensinar Matemática e ter vontade de fazer com que os alunos tenham mais vontade de aprender Matemática. ***(LICENCIANDO 30, questionário 26/08/2010).*** Ser professor e não pesquisador. ***(LICENCIANDO 61, questionário 23/06/2010).***

2º - A dificuldade em fazer o curso bacharelado, como categoria apontada pelos licenciandos 08, 18, 22 e 27:

> O Bacharelado é difícil e abstrato e a área de atuação (pesquisa) não é do meu interesse. Com a Licenciatura posso dar aulas e seguir para outros e outros mercados de trabalho. ***(LICENCIANDO 8, questionário 23/08/2010).*** No começo gostaria de fazer Bacharel e Licenciatura, mas vi que a parte acadêmica não é meu forte, então fiquei só com a ***(LICENCIANDO 18, questionário 25/08/2010).*** Quando entrei para o curso, minha

> opção era o Bacharelado, mas descobri que se torna muito difícil com o passar das disciplinas. Assim optei apenas pela Licenciatura. ***(LICENCIANDO 22, questionário 25/08/2010).*** Eu gosto da Licenciatura e acredito não ter aptidão para o Bacharelado. ***(LICENCIANDO 27, questionário 26/08/2010).***

Os 21 licenciandos que optaram por ambas as formações justificaram suas respostas dizendo que a matemática pura complementa a licenciatura e é mais profunda. A licenciatura é um "apêndice" para o ingresso no mercado de trabalho e aprimoramento profissional, conforme apontam os licenciandos 02, 09, 12, 24, 29 e 31:

> Eu acredito que um aluno de Licenciatura não tem um contato profundo com a Matemática. Para mim o aluno que cursa os dois cursos terá subsídios para qualquer das duas profissões que deseja seguir ao final da graduação. ***(LICENCIANDO 9, questionário 23/08/2010).*** O que mais me atrai na Matemática são as matérias do Bacharel, porém me preocupo muito com a situação de ensino de Matemática nas escolas, então pretendo com meu conhecimento ajudar no máximo que eu puder como professor, e como a carreira acadêmica é atrativa, o Bacharel é de necessidade e prazer próprio também. ***(LICENCIANDO 2, questionário 23/08/2010).*** Me formarei em Licenciatura, mas faço algumas matérias do Bacharelado. Acredito que a formação em Licenciatura facilitará meu ingresso no mercado de trabalho e me ajudará tentar compreender o sistema educacional, já com o Bacharelado tenho contato com uma Matemática mais pura e mais rigorosa, pois penso em ingressar no mestrado. ***(LICENCIANDO 12, questionário 25/08/2010).*** Sempre tive preferência pelo Bacharelado, pois gosto da Matemática pura e pretendo fazer mestrado e doutorado em Topologia Algébrica, mas como serei professora da universidade futuramente, resolvi fazer a Licenciatura também para aprender sobre o ensino, já que serei professora, apesar de não ser do Ensino Fundamental e médio. ***(LICENCIANDO 24, questionário 26/08/2010).*** O Bacharel é pelo interesse pessoal, virando uma possível carreira na área de pesquisa. A Licenciatura às vezes fica em segundo plano, principalmente quando vejo que esses tanto de teoria que vemos são difíceis de aplicar em uma sala de aula, mas mesmo assim ainda há o interesse em lecionar um dia. ***(LICENCIANDO 29, questionário 26/08/2010).*** Porque acredito que um complementa o outro, tomando a formação profissional mais completa. ***(LICENCIANDO 31, questionário 26/08/2010).***

4.4 Estratégia de análise dos dados e interpretação dos dados

Para análise e interpretação dos dados nos aproximamos dos procedimentos descritos por (FIORENTINI, LORENZATO, 2009, p. 134) para o processo de categorização, que significa, nada mais nada menos, que um processo de classificação ou de organização de informações em categorias, isto é, em classes ou conjuntos que contenham elementos ou características comuns.

Não podemos deixar de considerar que esse processo teve muitas idas e vindas e que para chegar próximo a esse modelo apresentado aqui, muitos ensaios foram feitos por nós. Alguns princípios foram observados ao realizá-los e tentamos relacionar o conjunto das categorias que elencamos após uma leitura atenta aos depoimentos de cada questão aberta a uma ideia ou conceito central que fosse capaz de abranger todas as categorias.

Como as categorias que criamos para cada questão aberta do questionário que priorizamos para análise eram mistas, foi definida pelos autores supracitados como aquela que é "obtida quando o pesquisador obtém as categorias a partir de um confronto entre o que diz a literatura e o que encontra nos registros de campo." (Fiorentini, Lorenzato, 2009, p. 135).

Assim preferimos verificar o que os dados nos diziam e depois confrontá-los com aqueles já existentes na literatura. Para perceber a existência de relações e regularidades entre as categorias, é desejável que essas categorias sejam disjuntas, isto é, mutuamente exclusivas, de modo que cada elemento esteja relacionado com apenas uma categoria. Por fim, as categorias estabelecidas devem abranger todas as informações obtidas. Logo abaixo, encontra-se um modelo desse tipo de processo:

Quadro 10: Ilustração do processo de construção de categorias (FIORENTINI, LORENZATO, 2009, p. 135).

Texto relativo às entrevistas, transcrição de gravações, descrições de observações etnográficas ou anotações de campo...	Produção de significados (interpretações)	Construção de unidades de significados (categorias)
1 xyz xyz xyz xyz xyz xyz xyz xyz 2 abc abc abc abc abc abc abc abc 3 rst rst rst rst rst rst rst rst rst 4 mn mn mn mn mn mn mn mn 5... 6...	XXXXXXXXX YYYYYYYYY ZZZZZZZZZZZ	A B

O procedimento que utilizamos foi o de categorização emergente ou mista, uma vez que nossos dados favoreciam esse tipo de atividade. Desse modo, transcrevemos na primeira coluna do quadro nosso material de campo, as falas dos colaboradores; a segunda coluna, chamada de "produção de significados", ficou reservada para anotações, interpretações e comentários e conexões com a literatura; a terceira coluna destinou-se à construção das categorias analíticas.

Uma vez definidas as interpretações, prosseguimos à análise, em um percurso vertical. Nesse processo, cada uma das categorias é analisada separadamente e somente ao término da análise de cada categoria é que se realizamos um confronto entre elas, tentando produzir resultados e conclusões consistentes e relacionadas à questão de investigação. Gil (2001) já nos alerta que "o uso de categorias de análise pode ajudar a destacar aspectos relevantes da pesquisa, contribuindo para responder a questão de investigação. Por isso, as categorias devem ser construídas atendendo as solicitações que emanam da questão de investigação." (p. 94).

Assim esperamos que nesse processo tenhamos conseguido dar mais um passo que define que "os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva" (BOGDAN, BIKLEN, 1991, p.50).

Após as leituras e releituras dos depoimentos escritos, conseguimos identificar cinco categorias, as quais estão apresentadas a seguir:

1. O que dizem os depoimentos dos licenciandos sobre o ensino de conceitos algébricos quando forem docentes da educação básica?
2. A álgebra da educação básica: o olhar daqueles que vivem em seus contrários
3. A álgebra do ensino superior na visão dos licenciandos
4. O que é álgebra?
5. Comparações entre as duas álgebras: a acadêmica e a escolar

A discussão e análise dessas categorias foram realizadas conforme os procedimentos descritos acima e compõem fragmentos dos depoimentos dos licenciandos, que melhor ilustram cada categoria Fizemos, assim, primeiro uma leitura "ingênua" dos dizeres e depois focalizamos nosso olhar naquilo que saltava aos olhos.

5. ANALISANDO OS DEPOIMENTOS DE UM GRUPO DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA SOBRE A ÁLGEBRA E SEU ENSINO NO CONTEXTO DA PESQUISA

Particularmente, não vejo muita semelhança na álgebra estudada na "escola" e no Ensino Superior, pois uma é mais concreta e outra é abstrata; (...) (LICENCIANDA 3, ***questionário 25/08/2010).***

Não podemos deixar de mencionar a relação que tivemos com esses dados que criaram vidas nos sonhos, com sons e palavras próprias, devido ao seu envolvimento, e não podia descartar as manhãs de *insight* após a leitura de tabelas, depoimentos na íntegra e sugestões de categoria. Enfim, o nosso último passo foi entender que "o significado é de importância vital na abordagem qualitativa", conforme estudos de Bogdan, Biklen (1994, p.50).

5.1 O que dizem os depoimentos dos licenciandos sobre o ensino de conceitos algébricos quando forem docentes da educação básica?

Após uma leitura geral das repostas fornecidas pelos licenciandos tentamos realizar uma primeira análise que permitisse aos depoimentos falarem e expressarem o que parece estar explícito nas entrelinhas das falas.

Vale a pena ressaltar que, sabemos que essa atividade, a de interpretar os dizeres dos licenciandos, não é neutra nem tampouco uma verdade absoluta. As interpretações realizadas aqui são feitas a partir dos óculos do pesquisador, das suas próprias crenças, experiências de vida, valores e visão de mundo, sejam elas a respeito da educação, da escola, da matemática, do ensino da linguagem algébrica e da formação de professores, elementos esses que ora se associam e dissociam, ora conversam dialeticamente ou se contrapõem nos depoimentos. Dessa maneira colocamos nossos óculos para tentar compreender o dizer dos licenciandos acerca do ensino de álgebra.

Ao analisarmos uma das questões propostas aos licenciandos *“escreva um pouco sobre como você ensinaria álgebra no ensino fundamental ou médio...”* tivemos como principal objetivo, o de compreender como os licenciandos indicariam “algumas formas/maneiras de ensinar álgebra” na educação básica.

Nesse sentido, o que mais nos chamou a atenção à primeira vista não foi um possível foco da resposta, que poderia ter indicações em certa metodologia de ensino e/ou prática, mas o que ficou evidente para nós nos depoimentos dos licenciandos em um primeiro momento: a utilização de verbos conjugados no futuro como: *“eu gostaria”, “buscaria”, “tentaria”, “poderia”, “procuraria”, “ensinaria”, “partiria”, “aplicaria”*, devido ao próprio direcionamento da questão e à atual situação dos licenciandos, os quais ainda não lecionam efetivamente nas escolas de educação básica, a não ser através de regências que são desenvolvidas durante os estágios supervisionados.

Além disso, a utilização de advérbios de dúvidas como *“não sei”, “acho que”, “acredito que”, “provavelmente” e “apesar de”,* podem indicar possíveis inseguranças e preocupações em relação ao ensino de álgebra. Os depoimentos abaixo parecem nos indicar alguns desses elementos, quando os colaboradores afirmam que:

> *Me **preocuparia** mais com o conteúdo do que com o formalismo, pois **acredito que** é o formalismo que existe. Porém **não sei** como **trataria** cada assunto citado acima. **Tentaria** relacionar o significado da palavra com a ideia de Matemática, por exemplo: função com a questão de dependência, equação com igualdade, e etc. Dessa forma, trabalhar e reforçar os conceitos de cada tópico.” **(LICENCIANDO 29, questionário 26/08/2010, grifo nosso)**. Eu **ensinaria** equação com uma atividade que intitulamos “equação humana” e que conta com a participação efetiva dos alunos (apenas para começar a ensinar). Para ensinar polinômios eu **partiria** de funções, como um tipo de função, noção de variável, **acho que** está atrelada à ideia de equação. Sistemas lineares são soluções de polinômios, e já visto polinômio, **acho que** é uma continuação. A respeito dos outros assuntos, **precisaria** pensar melhor. (LICENCIANDA **35, questionário 27/09/2010, grifo nosso)**. “**Acho que** é algo que eu **teria** que pensar mais, eu **procuraria** ser mais dinâmica, aplicar mais matéria do cotidiano.” **(LICENCIANDA 38, questionário 27/09/2010, grifo nosso)**. **Acho que** o ensino de álgebra deve partir de situações problemas, pois de alguma forma os alunos já fazem álgebra na vida deles, só não chamam a variável de x como na escola. Usando Modelagem eu **poderia** apresentar as equações, funções e inequações. Para ensinar matrizes e polinômios eu **procuraria** me informar sobre suas aplicações e quais profissionais usam esses recursos matemáticos. **(LICENCIANDA 5, questionário 23/08/2010, grifo nosso).***

Identificamos, ainda, uma linha tênue entre a futura prática profissional e dúvidas relacionadas a como ensinar álgebra quando utilizam os advérbios de dúvida citados anteriormente. Ao mesmo tempo, há ainda tanto aquele que afirma não ter nenhuma noção de como ensinar álgebra num futuro próximo como aquele que assume as dificuldades que têm ao pensar em ensinar conteúdos relacionados à álgebra:

> *Nesse momento* ***não tenho noção de como ensinaria álgebra aos alunos,*** *pois trata-se de uma área muito abrangente e de extrema importância, principalmente quanto as noções de variáveis. (...)* ***(LICENCIANDA 12, questionário 25/08/2010, grifo nosso)****. O ensino de álgebra é muito abrangente, visto que acima é listado vários conteúdos e* ***sinto dificuldades em ensinar tal conteúdo. (LICENCIANDO 17, questionário 25/08/2010, grifo nosso).***

As dificuldades em como ensinar álgebra são explicitadas em vários depoimentos. No entanto, alguns ainda nos indicam certa variedade de metodologias e práticas que podem ser usadas para o ensino dos conteúdos algébricos.

Percebemos, ainda, a intencionalidade de alguns em utilizar, nas salas de aula da educação básica, um conjunto de metodologias estudadas nos cursos de licenciatura, durante o desenvolvimento das disciplinas de metodologia de ensino, as quais não estão dissociadas, tanto aos Parâmetros Curriculares Nacionais quanto à atual proposta curricular do Estado de São Paulo para o Ensino de Matemática, elaborada em 2008.

Dentre essas metodologias destacam-se, nos depoimentos: *"atividades em grupo", "aulas expositivas", "modelagem matemática", "resolução de problemas", "situações problemas", "exemplos do cotidiano", "aplicações e quais profissões utilizam esse recurso", "livros", "apostilas", "softwares", "material manipulável", "jogos", "kit de álgebra", "história da matemática", "o uso do computador", "atividades investigativas", "auxílio do lúdico (jogos, teatros, músicas, informática)", "transdisciplinaridade", "contextualização", "recursos geométricos (gráficos)," "algeplan", "giz e lousa", "filmes e documentários".* Aqui, os conceitos de transdisciplinaridade, contextualização, lúdico, filmes, documentários, recursos geométricos parecem indicar um tipo de metodologia de ensino.

Logo abaixo apresentamos alguns depoimentos que sintetizam a maioria deles:

> *De uma maneira geral eu gostaria de propor atividades em grupos. Acredito que uma aula expositiva inicial e depois o trabalho em grupo tendo como metodologia a modelagem e a resolução de problemas. Mesmo não sendo a melhor opção eu não descartaria uma primeira aula expositiva sobre o assunto* ***(LICENCIANDO 2, questionário 23/08/2010, grifo nosso)****. Buscaria apoio em livros e apostilas, além de procurar usar diferentes metodologias, tais como, por exemplo, softwares computacionais, balanças, etc.”* ***(LICENCIANDA 12, questionário 23/08/2010, grifo nosso)****. Através de metodologias aprendidas durante minha graduação e diferentes materiais manipuláveis para alguns tópicos, ensinava, por exemplo, equações com uma “balança” *, produtos notáveis com quadrados manipuláveis, polinômios através de problemas do cotidiano e funções e variável através de um material (...) que introduz esse conceito sem explicitamente definir tais conceitos. *Balança de dois pratos.”* ***(LICENCIANDA 11, questionário 25/08/2010, grifo nosso)****. Para ensinar equações, pensaria junto com os alunos exemplos simples que podem ser resolvidos de cabeça para aos poucos introduzir a incógnita e o molde de resolução, procurando construir o conceito junto do aluno. Para produtos notáveis eu utilizaria o kit álgebra para funções, produziria problemas do cotidiano que conseguimos expressar como funções, para aos poucos introduzir o conceito de variável. Para os outros conteúdos eu precisaria estudar mais para achar uma metodologia apropriada.* ***(LICENCIANDA 24, questionário 26/08/2010, grifo nosso)****. Acho fundamental para qualquer um dos tópicos citados fazer uma breve referência histórica, observar alguma aplicação prática e a partir daí conceituar, definir. E depois partir para a resolução de problemas.”* ***(LICENCIANDA 46, questionário 27/09/2010, grifo nosso)****. Acho a questão da transdisciplinaridade, a contextualização, ou seja, atentar para o meio onde a escola e os alunos estão inseridos, pontos relevantes para o ensino em geral. A álgebra não é diferente, a utilização do concreto do apelo geométrico também é importante para o processo de abstração.* ***(LICENCIANDO 51, questionário 24/09/2010, grifo nosso).***

Percebemos ainda que, os licenciandos não se esquecem de mencionar abordagens interdisciplinares e construtivistas. Em determinados momentos misturam conceitos como “construtivismo” atrelando-o ao ensino mais dinâmico como o uso de *softwares,* por exemplo, em aulas de geometria, porém não abandonam a ideia de se ministrar aulas tradicionais justificando sua importância:

> Ensinaria de uma maneira construtivista inicialmente os conceitos de álgebra para depois definí-los formalmente. Se possível gostaria de trabalhar com *softwares* de álgebra e de geometria dinâmica (além disso, acredito que ensinar esses conceitos através da “aula tradicional” não é algo de caráter negativo). ***(LICENCIANDA 56, questionário 24/09/2010, grifo nosso).***

É possível ainda perceber nas falas dos estudantes a diversificação de maneiras para ensinar os conteúdos de álgebra, quando mencionam a utilização de exemplos do cotidiano, aplicações e situações-problema, as teorias e metodologias aprendidas/estudadas no curso de formação inicial (universidade) e a contextualização - material manipulável e mídias, incluindo as novas tecnologias. Os licenciandos não esquecem ainda de mencionar a ideia de que o ensino de álgebra deveria ocorrer do concreto (o manipulável) para o abstrato.

No entanto, para nós, as falas indicam algumas controvérsias no que se refere ao ensino de álgebra, devido às compreensões que têm no que tange as relações que envolvem o ensino e a aprendizagem e as atividades e os materiais que podem ser utilizados:

> *(...) buscaria atividades "diferentes" que ajudassem os alunos a construir seu pensamento e desenvolver o raciocínio necessário para compreensão dos conteúdos apresentados. Acredito que jogos e materiais "práticos" (concreto manipuláveis) desempenham um papel fundamental nesse contexto.* ***(LICENCIANDA 12, questionário 25/08/2010, grifo nosso).*** *O ensino de equações, por exemplo, poderia ser apresentado com o auxílio de uma balança de dois pratos (...)* ***(LICENCIANDA 21, questionário 25/08/2010, grifo nosso)****. Primeiramente tentaria conceituar com algum material manipulável quando possível, passando para os conceitos mais rigorosos.* ***(LICENCIANDA 22, questionário 25/08/2010, grifo nosso)*** *Acredito que essa é uma questão muito aberta, depende do conteúdo, como a classe reagiu e dependendo de como a classe se manifestar mudar a metodologia. Mas resumidamente pretendo mostrar a parte aplicada, tentando mostrar a parte visível e "pegável" da álgebra.* ***(LICENCIANDA 32, questionário 26/08/2010, grifo nosso)*** *Para trabalhar equações e inequações acho muito interessante utilizar as balanças "reais" para que os alunos trabalhem na prática os conceitos. Para funções gosto da abordagem com investigação Matemática, pois os alunos sempre estão presentes no ensino e na aprendizagem.* ***(LICENCIANDA 40, questionário 27/09/2010, grifo nosso)*** *São temas abstratos a primeira vista, mas todos têm relação com a realidade. Faria associações com fatos concretos e procuraria usar material manipulativo como o "algeplan" sempre que fosse introduzir cada assunto. Procuraria relacionar a matéria com o cotidiano do aluno.* ***(LICENCIANDA 41, questionário 27/09/2010, grifo nosso)*** *Dou exemplos práticos como, utilizá-la no supermercado, situações problemas, exemplo: duas bananas não da pra ser somada com duas maçãs, banana com banana e maçã com maçã e exercícios para fixação (exemplo x + x = 2x).* ***(LICENCIANDO 61, questionário 23/06/2010, grifo nosso)*** *Buscaria mostrar a prática para com isso os alunos tentarem "tirar" a teoria. Atividades em grupo, jogos e meios para facilitar a aprendizagem.* ***(LICENCIANDO 67, questionário 23/06/2010, grifo nosso)***

Além da insegurança, das dificuldades e das possíveis metodologias que intencionam utilizar, durante o ensino da linguagem algébrica, as falas também evidenciam uma característica interessante: há aqueles que deixam claro que só saberão ensinar quando estiverem exercendo a profissão professor:

> ***Acho que só vou saber ensinar álgebra quando começar a exercer a profissão,*** *mas por enquanto gosto da ideia de Piaget sobre o construtivismo, provavelmente tentaria ensinar tendo em base sua teoria.* ***(LICENCIANDA 1, questionário 23/08/2010, grifo nosso) Eu ainda não tive a oportunidade de lecionar muitas aulas, mas creio que não faria, pelo menos enquanto estou iniciando minha docência****, não faria aulas muito diferentes das tradicionais.* ***(LICENCIANDO 26, questionário 26/08/2010, grifo nosso).***

Há de se considerar ainda, os licenciandos que exemplificam como entendem o processo de ensino-aprendizagem. Para eles, esse processo é muito complexo devido às inúmeras variáveis envolvidas nele e, consequentemente, o ensino depende dessas variáveis qualitativamente. De tal maneira, os licenciandos citam fatores que podem ir além das paredes da sala de aula, extrapolando, assim, o ensino de álgebra focado nos aspectos metodológicos:

> *Creio que não existe um ou dois jeitos de ensinar esses conteúdos, creio que cada conteúdo abordado de modos diferentes.* ***Para ensinar você deve conhecer vários fatores, como por exemplo: estrutura escolar, alunos, grades curricular, etc., e assim você vai optar pela melhor opção sobre como abordar determinado assunto. (LICENCIANDO 13, questionário 25/08/2010, grifo nosso)*** *A meu ver o ensino-aprendizagem de qualquer conteúdo matemático* ***se submete a diversas características, tanto da turma, como por exemplo: quantidade de alunos, facilidade, dificuldade dos alunos,..., e da escola, tipo recursos disponíveis e material didático priorizado pela instituição.*** *(...)* ***(LICENCIANDA 36, questionário 27/09/2010, grifo nosso) Lógico, que quando somos alunos de graduação temos um pensamento de que iremos aplicar tudo, e assim será perfeito, porém o ensino deverá ser conforme a necessidade de uma determinada sala de aula. (LICENCIANDA 3, questionário 23/08/2010, grifo nosso)*** *A meu ver* ***essa questão depende de muitos outros fatores, como por exemplo: conhecer a turma.*** *Mas, não acredito que o método tradicional (giz e lousa) seja o melhor, penso que utilizar atividades lúdicas, e até mesmo o uso do computador possa ajudar mais a obter a atenção e interesse dos estudantes* ***(LICENCIANDA 39, questionário 27/09/2010, grifo nosso)****.* ***Depende muito de cada assunto e de cada sala,*** *acho difícil dizer como vou ensinar, mas vou procurar mostrar a aplicabilidade e também levar coisas novas e manipuláveis para eles, mas é fato que se você quiser passar todo o conteúdo não da pra levar algo novo em toda aula.* ***(LICENCIANDA 43, questionário 27/09/2010, grifo nosso).***

Há, aqui, indicadores de certa maturidade em relação aos processos de ensino e aprendizagem da álgebra. Os licenciandos mostram que conseguem se aperceber de que neste processo há muito mais do que apenas as metodologias. Indicam-nos que estão atentos à complexidade do fazer e pensar o ensino de álgebra na educação básica. Tamanha complexidade não pode ser assumida apenas pelos professores de matemática.

Focalizando mais uma vez o nosso olhar sobre as falas, a partir de aspectos relacionados às metodologias de ensino, podemos encontrar depoimentos mais específicos no que diz respeito ao ensino de conteúdos relacionados à álgebra da educação básica. Ao que parece, os licenciandos não deixam de explicitar suas percepções acerca do ensino, da matemática e dos estudantes da educação básica. Nos depoimentos, propõem e detalham a maneira de ensinar conteúdos específicos como se fossem um esboço de plano de aula, que envolve conceitos como: equação, produtos notáveis, função, variável, matrizes, inequações e sistemas lineares, bem como aspectos de metodologias de ensino envolvendo “modelagem matemática’; “práticas sociais”, etc.:

> *Acho que o ensino de álgebra deve partir de situações problemas, pois de alguma forma os alunos já fazem álgebra na vida deles, só não chamam a* ***variável*** *de x como na escola. Usando Modelagem Matemática eu poderia apresentar as* ***equações, funções e inequações****. Para ensinar* ***matrizes e polinômios*** *eu procuraria me informar sobre suas aplicações e quais profissionais usam esses recursos matemáticos.* ***(LICENCIANDA 5, questionário 23/08/2010, grifo nosso)*** *O principal, em meu ponto de vista é explicar o passo – a - passo, sem pular partes, pois o que está claro para um professor é algo estranho para o aluno. Um exemplo seriam* ***os produtos notáveis****: $(a+b)^2 = (a+b).(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a + ab + ab + b = a^2 + 2ab + b^2$. Já vi alunos decorando essa regra, sem entender de onde ela vem o que ela representa.* ***(LICENCIANDA 6, questionário 23/08/2010, grifo nosso)*** *Para trabalhar com* ***equação*** *eu gosto muito da dinâmica da balança. Ela trata da noção de igualdade, equilíbrio criando um conceito claro na cabeça do aluno. Evitando a “decoreba” do “passa pra lá”, “troca o sinal”. Sem o aluno entender realmente o que está fazendo.* ***(LICENCIANDA 16, questionário 25/08/2010, grifo nosso)*** *Esta matéria é muito difícil, é muito abstrata, começaria com* ***equação*** *e explicaria o conceito de* ***variável*** *e assim vou.* ***(LICENCIANDO 18, questionário 25/08/2010, grifo nosso)*** *Para ensinar* ***equações****, pensaria junto com os alunos exemplos simples que podem ser resolvidos de cabeça para aos poucos introduzir a* ***incógnita*** *e o molde de resolução, procurando construir o conceito junto do aluno. Para* ***produtos notáveis*** *eu utilizaria o kit álgebra para funções, produziria problemas do cotidiano que conseguimos expressar como* ***funções****, para aos poucos introduzir o conceito de* ***variável****. Para os outros conteúdos eu precisaria estudar mais para achar uma metodologia apropriada.* ***(LICENCIANDA 24, questionário 26/08/2010, grifo nosso)*** *Para trabalhar* ***equações e inequações*** *acho muito*

> *interessante utilizar as balanças "reais" para que os alunos trabalhem na prática os conceitos. Para* ***funções*** *gosto da abordagem com investigação Matemática, pois os alunos sempre estão presentes no ensino e na aprendizagem.* ***(LICENCIANDA 40, questionário 27/09/2010, grifo nosso)*** *Não daria para descrever tudo, mas alguns exemplos que utilizei em instrumentação A e B: Equações: Preços, Situações reais... Função: Situação real,* ***Produto Notável****: Exercícios Mecânicos,* ***Matrizes:*** *CD's como se fossem as linhas e colunas para demonstrar a transposição.* ***(LICENCIANDO 45, questionário 27/09/2010, grifo nosso)****Há pouco tempo assisti um documentário da BBC, neste documentário é mostrado que na mesopotâmia existia, várias unidades de peso e por esse motivo um desenvolvimento matemático utilizando balança de pratos se fez necessário. Não foi a primeira vez que fiz essa associação, mas tive mais convicção que na introdução do assunto* ***"variável"*** *é uma ideia útil e de grande potencial se terá sucesso em qualquer lugar é impossível afirmar.* ***(LICENCIANDO 47, questionário 27/09/2010, grifo nosso)*** *Eu me valeria de "recursos geométricos" (gráficos) no caso de* ***funções e sistemas lineares.*** *Ao transformarmos uma* ***equação ou inequação*** *em uma função pode-se também, utilizar os gráficos. Acredito que* ***matrizes e determinantes*** *são mais abstratos um pouco de conceito histórico pode facilitar seu entendimento, produtos notáveis é a hora do aluno mostrar que sabe das propriedades algébricas elementares.* ***(LICENCIANDO 54, questionário 24/09/2010, grifo nosso).***

Notamos que conteúdos como funções, inequações, equações, produtos notáveis, polinômios e conceitos como variáveis e dependência aparecem com frequência nos depoimentos. Se analisarmos, detalhadamente cada um deles, conseguiremos perceber uma convergência da metodologia que seria utilizada no ensino desses conteúdos.

Para conteúdos relacionados à função, incluindo nesse grupo o conceito de variável e respectivamente equações e inequações, percebemos uma tendência da utilização da modelagem matemática, resolução de problemas, história da matemática e materiais manipuláveis, por estarem ligadas ao cotidiano e mais próximo dos estudantes, como relatam os licenciandos em seus depoimentos. No que diz respeito aos conteúdos relacionados a produtos notáveis, matrizes e determinantes, os licenciandos não descartam a possibilidade da utilização de regras estruturais da álgebra, justificando essas a partir de suas propriedades não descartadas da hipótese de que a utilização de materiais manipuláveis "facilitam" a compreensão desses conceitos.

Podemos identificar nas falas algumas concepções de álgebra, uma vez que os licenciandos relatam sua futura prática em relação ao ensino da linguagem algébrica na educação básica através de suas futuras ações. Uma concepção de álgebra tida como resolução de problema e/ou modelagem e outra como estrutura, como definido por Usiskin (1994), considerando-se que a álgebra é: **meio de resolver certos problemas ou estrutura.**

No entanto a questão da utilização do material manipulável fica evidente na futura prática dos licenciandos. Podemos dizer que as concepções que mais se aproximam de suas falas são as definidas por Lins, Gimenez (1997), os quais fornecem mais três tipos de concepções em relação ao ensino de Álgebra, diferentemente de Usiskin (1994), que considera as concepções da álgebra propriamente dita: **Letrista, Letrista Facilitadora, Modelagem Matemática.**

A concepção denominada Letrista Facilitadora pelos autores é comum nas falas dos licenciandos e define muito bem os depoimentos, uma vez que relatam a utilização de materiais manipuláveis, como balanças, *kit* de álgebra e CD's para a compreensão dos conceitos.

Durante a análise das falas não quantificamos as ocorrências e frequências com que algumas palavras ou ideias apareceram, repetitivas vezes, mostrando-nos convergências e/ou divergências. Procuramos apresentar uma visão mais geral, ao mesmo tempo em que nos preocupamos em apresentar algumas particularidades que aparecem nos depoimentos.

Houve aqui, a intenção de apresentar a visão global do que os licenciandos parecem dizer sobre o ensino de álgebra que futuramente ministrarão, indicando-nos suas contradições e dicotomias, angústias e dificuldades. Dito em outras palavras, entendemos que, ao apresentar algumas falas, na íntegra, pudemos retomar a ideia inicial do texto: os depoimentos podem se configurar como elementos (...) que se associam e dissociam, conversam dialeticamente ou se contrapõem (...) sobre o ensino de álgebra.

Se arriscarmos a conceituar o ensino de álgebra a partir dos depoimentos dos licenciandos, podemos afirmar que as palavras que melhor expressam o ensino seriam sem sombras de dúvidas: *difícil e abstrata*. Assim fica a questão: *Porque os licenciandos as consideram difícil e abstrata considerando-se que, durante a graduação aprenderam muita álgebra e quando forem docentes terão que ensiná-la?*

A resposta a esta pergunta pode estar presente nos estudos de Sousa (2004), quando nos alerta sobre a álgebra presente nos currículos da educação básica e no ensino superior, álgebra essa que apresenta o rigor e o formalismo em seu último estágio, desconsiderando os aspectos lógico-históricos e conceituais das questões intrínsecas a ela; sua aprendizagem em ambos os níveis são desprovidas de significado. Essa hipótese pode ser reforçada com os estudos de Moreira, David (2003), quando nos convida a repensar a relação entre a matemática escolar e acadêmica, por meio da prática profissional do professor do ensino de Matemática e a dissociação e tensão entre essas duas:

> [...] se pensamos a matemática escolar como uma construção histórica que reflete múltiplos condicionamentos, externos e internos à instituição escolar, e que se expressa, em última instância, na própria sala de aula, então a referência da prática profissional efetiva dos professores assume um papel fundamental no processo de formação. É uma análise adequada dessa prática — em seus diferentes aspectos: de produção, de retradução, de seleção, de adaptação, de carência e de transmissão de saberes — que pode fornecer os fundamentos para se pensar criticamente todo o processo de formação (p. 78).

Vale ainda ressaltar que o currículo da Educação Básica, do estado de São Paulo, proposto pela Secretaria da Educação em 2008, é interdisciplinar, pelo menos em sua criação e concepção, rompendo de alguma forma com o "algebrismo" e o "formalismo" presentes nas propostas curriculares dos anos 70. Tanto que as propostas curriculares do Estado de São Paulo (1988) fazem a opção pelo termo cálculo literal[19] ao invés de álgebra, devido às reformas curriculares ocorridas após o Movimento da Matemática Moderna. Essa nova proposta tenta relacionar a Matemática com a língua materna e oferece um destaque a essa disciplina, colocando-a em evidência em relação a outras áreas.

Após 20 anos de implementação, o Estado de São Paulo, faz uma nova proposta, intitulada "São Paulo faz Escola". O documento tem como "alicerce" as propostas curriculares elaboradas a partir de 1986 e em vigor até 2008 no estado de São Paulo, além da contribuição dos

---

[19] A palavra literal tem origem latina, "litteralis", e significa relativo a letra. A partir do século XVI, os matemáticos iniciaram a prática de representar números desconhecidos por meio das letras.

Parâmetros Curriculares Nacionais PCN (1998), das Diretrizes Curriculares Nacionais- DCN (1997), do Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM (1998) e das Leis Diretrizes e Bases- LDB (1996).

Segundo seus idealizadores, a sua elaboração pode ser justificada, através das necessidades e imposições feita pela sociedade, devido às constantes mudanças que vêm ocorrendo. Como a escola é uma instituição social, ela deve se "adequar" e satisfazer as exigências de sua "clientela".

No que diz respeito ao Ensino Superior, podemos afirmar, a partir da análise das ementas que os licenciandos ainda aprendem nas Universidades, o formalismo e o rigor dos conceitos algébricos presentes nas disciplinas intituladas de Álgebra Linear, Estruturas Algébricas ou Álgebra, nas quais encontramos uma lista de conceitos relacionados à matemática científica[20]. As discussões relacionadas ao ensino ficam restritas, quando existem, às disciplinas de Metodologia, Estágio Supervisionado e Instrumentação para o Ensino de Matemática, visto que essas disciplinas possuem uma ementa flexível e são específicas nos cursos de Licenciatura em Matemática.

Ainda assim, encontramos tensões entre esses dois tipos de conhecimento, e a sua complementaridade fica dissociada da matemática escolar, uma vez que para Moreira, David (2003) citando Ferreira et. al (1997):

> [...] o processo de formação do professor na licenciatura em matemática, além de veicular saberes considerados "inúteis" (para a prática) e de trabalhar certos saberes "inadequadamente" (com referência à prática), também se recusa — justificando-se de variadas formas, entre as quais a utilização do paradoxal argumento de isso não é objeto da matemática universitária — a desenvolver uma discussão sistemática com os licenciandos a respeito de conceitos que são fundamentais para o processo de educação escolar básica em matemática (p.17).

[20] Consideramos aqui Matemática Científica aquela aprendida nos cursos Universitários, como define Moreira & David.

No entanto, essa dissociação não deveria existir já que para Moreira, David (2003),

> [...] a matemática escolar, vista como resultado da prática do professor na escola e não como uma lista de conteúdos a serem ensinados, deve incorporar também essa retradução crítica dos saberes operada pelo professor. Por isso, para uma análise cuidadosa das relações entre os saberes da formação e os da prática, é necessário refletir profundamente sobre esse processo de seleção, de adaptação e de produção de saberes que se desenvolve na prática profissional docente. Ele *(TARDIF; LESSARD; LAHAYE, 1991, p.231)* vem colocar, para o campo da formação, por um lado, o problema de se conhecer a "natureza" desse saber construído e mobilizado na prática (LEINHARDT; SMITH, 1985; LEINHARDT, 1989; DOYLE, 1990; ELBAZ, 1991; TARDIF; LESSARD; LAHAYE, 1991; FIORENTINI et al., 1999) e, por outro, o de se estruturar o processo de formação do professor de modo a construir uma relação de complementaridade com o processo de produção de saber da prática profissional docente (FIORENTINI et al., 1999; TARDIF, 2000; TARDIF, 2002).

É por este motivo que, solicitamos que os licenciandos *escrevessem um pouco sobre a álgebra que aprenderam até agora, tanto no Ensino Fundamental e Ensino Médio quanto no Ensino Superior, indicando suas percepções, compreensões, facilidades e dificuldade,* pois algumas ideias algébricas que serão apresentadas nas falas podem estar atreladas tanto à Matemática Acadêmica quanto à Matemática Escolar.

5.2 A álgebra da Educação Básica: o olhar daqueles que vivem em seus contrários

Os fragmentos apresentados nesse texto são falas dos licenciandos em relação à questão "E*screva um pouco sobre a álgebra que aprenderam até agora, tanto no Ensino Fundamental e Ensino Médio quanto no Ensino Superior, indicando suas percepções, compreensões, facilidades e dificuldades".* Ao responder à questão, alguns separaram explicitamente a aprendizagem que tiveram na Educação Básica e no Ensino Superior, enquanto outros compararam as duas.

Vamos apresentar a resposta em três momentos: aprendizagem da linguagem algébrica na Educação Básica, aprendizagem da linguagem algébrica no Ensino Superior e comparações entre as duas aprendizagens.

Nos fragmentos abaixo estão expostas as falas dos licenciandos em relação à álgebra que tiveram, enquanto estavam cursando a educação básica:

> Durante o Ensino Médio e Fundamental **sempre tive facilidade** nos estudos referentes a álgebra (...). ***(LICENCIANDA 1, questionário 23/08/2010, grifo nosso).*** De um modo geral, a álgebra aprendida no Ensino Fundamental e médio **é bem mais simples (...).** ***(LICENCIANDA 11, questionário 25/08/2010, grifo nosso).*** Para mim até o fim do meu Ensino Médio, a álgebra e todos os outros campos da Matemática eram **muito simples** para mim, (...). ***(LICENCIANDA 13, questionário 25/08/2010, grifo nosso).*** No Ensino Fundamental e Médio, **não tive muita dificuldade** em álgebra, (...). ***(LICENCIANDA 14, questionário 25/08/2010, grifo nosso).*** A álgebra sempre me fascinou muito. **Nunca tive muita dificuldade. (...)** ***(LICENCIANDA 16, questionário 25/08/2010, grifo nosso).*** A álgebra do Ensino Médio para mim foi **mais fácil,** sempre tive facilidades na Matemática geral. (...) ***(LICENCIANDO 18, questionário 25/08/2010, grifo nosso).*** **Tive facilidade** com a maioria dos conceitos como função, variável, produtos notáveis, polinômios, sistemas lineares, matrizes, determinante, equações, (...) ***(LICENCIANDO 20, questionário 25/08/2010, grifo nosso).*** (...) Já **tinha facilidade** com álgebra, principalmente na resolução de equações. (...) ***(LICENCIANDA 24, questionário 26/08/2010, grifo nosso).*** A álgebra no Ensino Fundamental e no Ensino Médio sempre foi de certo **mais fácil, aliás, bem mais fácil,** (...) ***(LICENCIANDO 25, questionário 26/08/2010, grifo nosso).*** No Ensino Fundamental e no Ensino Médio é uma álgebra **mais fácil** de entender (...) ***(LICENCIANDA 34, questionário 27/09/2010, grifo nosso).*** Desde as séries iniciais sempre tive grande afinidade com a área de exatas, e com a álgebra em particular **não tive maiores dificuldades** no Ensino Fundamental. Já no Ensino Médio pude me encontrar com desafios maiores na álgebra, porém **sem maiores problemas. (...)** ***(LICENCIANDO 37, questionário 27/09/2010, grifo nosso).*** A álgebra do Ensino Fundamental e Médio era algo **mais fácil** de entender. (...) ***(LICENCIANDA 38, questionário 27/09/2010, grifo nosso).*** No Ensino Fundamental e Médio, **sempre tive facilidade** em aprender álgebra, (...) ***(LICENCIANDO 42, questionário 27/09/2010, grifo nosso).*** No Ensino Fundamental e médio a álgebra **era simples** e "emocionante", a matéria era contextualizada na maioria das aulas. (...) ***(LICENCIANDO 47, questionário 27/09/2010, grifo nosso).***

Nessas falas podemos perceber a facilidade e a naturalidade como os licenciandos veem a álgebra da educação básica, seja em relação à aprendizagem, ao processo como foi ensinada ou à afinidade devido à compreensão que já possuíam da própria Matemática e da álgebra. Em contrapartida, o mesmo grupo de licenciandos deixa claro algumas dificuldades em relação à aprendizagem dos conteúdos referentes à álgebra desse nível de ensino, como podemos verificar abaixo nos vestígios de incompreensão:

> (...) **tinha dificuldades em entender, o conceito** de inequação, principalmente multiplicando por número negativo. (LICENCIANDO 20***, questionário 25/08/2010, grifo nosso).*** (...) O Ensino Fundamental e médio **mostrou uma álgebra difícil** onde o importante é encontrar uma solução para o problema. (...) (LICENCIANDO 23***, questionário 25/08/2010, grifo nosso).*** Bom tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio **não tinha clareza dos vários sentidos que a incógnita apresenta,** dependendo do conteúdo trabalhado. (LICENCIANDA 21***, questionário 25/08/2010, grifo nosso).*** A álgebra como a maioria das áreas da Matemática tem no início um conteúdo fácil e que a maioria dos alunos não tem dificuldades em entender, **mas quando começa o Ensino Médio e começa a introdução do conteúdo de função começa a gerar dúvidas.** (LICENCIANDA **28*****, questionário 26/08/2010, grifo nosso).*** Na realidade **eu só fui aprender álgebra no meu 3º colegial, nas series anteriores onde eu realmente deveria ter aprendido, eu apenas decorei o conteúdo.** Eu fiz três anos de cursinho e por incrível que pareça aprendi bastante álgebra lá, as incógnitas, as equações, e inequações começaram a fazer sentido. (LICENCIANDA 17***, questionário 25/08/2010, grifo nosso).*** Do Fundamental ao Médio, apesar da minha facilidade, **não tinha ideia de "fechamento" – interligação de todo conteúdo – de álgebra em si e outros conteúdos. A maturidade para ver essa "unidade" na álgebra somente ocorreu no cursinho. (...) (LICENCIANDO 52*****, questionário 23/09/2010, grifo nosso).*** Enquanto estava no Ensino Fundamental e Médio, eu **não tinha um conceito de álgebra**, apesar de realizar cálculos com incógnitas, mas fazia todos os cálculos sem grande dificuldade e encontrava o valor de x **(mesmo sem compreender a finalidade disso).** (...) (LICENCIANDA 5***, questionário 23/08/2010, grifo nosso).*** Durante o Ensino Fundamental não dava muita importância para os estudos, **não entendia muito bem de álgebra,** foi no começo da 8ª série que as coisas começaram a ficar claro para mim. No Ensino Médio percebi que álgebra não era um bicho de 7 cabeças e passei a achar a Matemática umas das matérias mais favoritas. (...) (LICENCIANDO 7***, questionário 23/08/2010, grifo nosso).***

Conceitos relacionados à inequação, funções e variáveis são os que aparecem como mais difíceis ou incompreensíveis. A justificativa dos próprios licenciandos a essa dificuldade se deve ao fato de como a álgebra lhes fora ensinada e não devido à sua abstração, como disseram anteriormente em outra questão, ou porque a matemática é difícil.

Em algumas falas podemos perceber que a partir do momento em que compreenderam o conteúdo através da prática de alguns professores, as dificuldades com os conceitos algébricos foram diminuindo. Essa hipótese pode ser reforçada quando relacionamos essas dificuldades às seguintes falas:

> No Ensino Fundamental e Médio aprendi métodos eficientes para a resolução de problemas de forma a preparar para o vestibular. Funções, equações e polinômios eram dados pelo professor de forma prática, sem que o conteúdo fosse muito trabalhado. (...) ***(LICENCIANDO 46, questionário 27/09/2010, grifo nosso).*** A álgebra do colégio tem aplicações práticas (....) (LICENCIANDO 54***, questionário 24/09/2010, grifo nosso).*** Lembro que comecei a ver álgebra na 7ª série. Achei legal a ideia de trabalhar com valores indefinidos – incógnitas. No Ensino Médio lembro que eram aulas bem tradicionais e os exercícios eram retirados de provas dos vestibulares. (...) ***(LICENCIANDA 56, questionário 24/09/2010, grifo nosso).*** **Acredito que não tive muitas dificuldades quando comecei a aprender álgebra, pois tive professores de Matemática muito bons que influenciaram na minha escolha de carreira. (...)** ***(LICENCIANDO 8, questionário 23/08/2010, grifo nosso).***

A partir do momento em que compreendeu, aprendeu. Os licenciandos ainda fornecem alguns vestígios de como essa álgebra incompreensível lhes era ensinada:

> No colégio, tanto no Ensino Médio e fundamental percebo que **a álgebra ensinada visava a resolução de exercícios. Não me lembro de nenhum momento em que tive que pensar ou desenvolver alguma conclusão. A álgebra que vi foi apenas treinada até o ingresso no Ensino Superior.** (...) ***(LICENCIANDO 2, questionário 23/08/2010, grifo nosso).*** No Ensino Médio, **apesar de não fazer tanto sentido como agora faz,** aprendi de forma não muito aprofundada, isso de fato refletiu e muito na universidade. Para mim durante o Ensino Médio o aluno que tenha preferência ao curso de Matemática, a exatas em geral, deveria ter uma formação mais aprofundada. (...) (LICENCIANDO 9***, questionário 23/08/2010, grifo nosso).*** Lembro que sempre tive dificuldades no aprendizado dos conceitos algébricos. A álgebra do Ensino Médio e Fundamental que visualizei **possuem a características de serem ensinadas de forma tradicional e mecânica.** (...) (LICENCIANDA 36***, questionário 27/09/2010, grifo nosso).*** Sempre tive (e tenho) dificuldade com álgebra. **Aprendi álgebra através de exercícios muito simples e todos parecidos.** (...) (LICENCIANDO 44***, questionário 27/09/2010, grifo nosso).*** Minha trajetória estudantil foi em algumas ocasiões defasada e em outros momentos **os professores passaram por cima do conteúdo.** (LICENCIANDO 48***, questionário 27/09/2010, grifo nosso).***

Eles consideram o fato de seus professores utilizarem a resolução de exercícios, o treino, aulas tradicionais e mecânicas que priorizavam exercícios simples e todos parecidos, além da desconsideração desses conteúdos, utilizam-na medida em que utilizam o termo *"os professores passaram por cima do conteúdo",* uma consequência de suas dificuldades na aprendizagem dos conceitos algébricos. No entanto, essas questões também os colocam em reflexão quando se projetam na profissão, pensando em sua futura docência e tendo como base suas próprias experiências como estudantes:

> No Ensino Médio e fundamental a álgebra desperta, assim como despertava em mim, aquela pergunta corriqueira dos alunos: "mas é letra?" letra não é número? **Essa eu considero a maior dificuldade, fazer com que os alunos entendam o conceito de incógnita, variável e parâmetro, que para mim até poucos dias atrás significavam a mesma coisa.** *(LICENCIANDO 26, questionário 26/08/2010, grifo nosso).* (...) **Tenho plena certeza da necessidade de capacitar o aluno com essa linguagem, pois com ela será possível compreender fenômenos de nosso dia-a-dia e da própria Matemática,** mas não podemos querer aplicá-la em todos os problemas, pois mesmo admitindo fluência ela não representa a subjetividade. ***(LICENCIANDO 19, questionário 25/08/2010, grifo nosso).*** (...) **só penso que a álgebra demora muito para aparecer no Ensino Fundamental o que dificulta o entendimento dos alunos.** ***(LICENCIANDA 16, questionário 25/08/2010, grifo nosso).***

Os licenciandos se posicionam a partir de suas experiências para repensar o ensino desses conceitos (caracterizá-los). Todavia, não deixam de nos dizer o que é a álgebra, fato importante para pesquisa, afinal de contas, essa compreensão é de certa forma, um olhar que pode desvelar caminhos que poderão ser traçados quando estiverem ensinando a linguagem algébrica:

> (...) Pensava na álgebra **como método para se descobrir incógnitas. (...)** ***(LICENCIANDA 41, questionário 27/09/2010, grifo nosso).*** A álgebra que aprendi no Ensino Fundamental e médio **tratava-se de resolver funções, equações e polinômios.** (...) ***(LICENCIANDA 27, questionário 26/08/2010, grifo nosso).*** A álgebra que aprendi no Ensino Fundamental **estava atrelada à resolução de equações do primeiro e segundo graus essencialmente.** (...) ***(LICENCIANDA 35, questionário 27/09/2010, grifo nosso).*** (...) acredito que a **colaboração** da álgebra a esses níveis foi **no sentido do desenvolvimento da lógica e da abstração** e não nos conteúdos em si. (...) ***(LICENCIANDA 50, questionário 24/09/2010, grifo nosso).*** (...) Essa motivação que **a álgebra tem de generalizar tudo** me encanta, (...) ***(LICENCIANDA 16, questionário 25/08/2010, grifo nosso).*** Álgebra para mim **é uma confluência de conceitos e raciocínio. A linguagem algébrica** pode parecer cheia de regras e cheia de facetas a serem decoradas, mas **uma vez entendido a lógica dessa linguagem seus símbolos e intenções vão surgindo naturalmente**. (...) ***(LICENCIANDO 19, questionário 25/08/2010, grifo nosso).*** A álgebra sempre foi uma das áreas da Matemática que mais me agradaram, **por ser "matemática", objetiva e exigir raciocínio, (...)** ***(LICENCIANDA 12, questionário 25/08/2010, grifo nosso).***

Há licenciandos que veem a álgebra como uma ferramenta para resolver problemas ou uma poderosa ferramenta para generalização, não descartando a possibilidade de ser uma linguagem que possui seus próprios símbolos, métodos e objetividade. Além disso, percebemos como estava presente nos currículos da Educação Básica dos licenciandos quando foram estudantes:

> No Ensino Fundamental **o que predominava era a álgebra, me lembro muito pouco de ter visto outras "partes" da Matemática.** Já no Ensino Médio, vários conteúdos não foram passados, por exemplo, números complexos. (...) ***(LICENCIANDA 6, questionário 23/08/2010, grifo nosso).*** No meu Ensino Fundamental e médio eu **tinha grande facilidade** de aprender, estudar e ensinar álgebra. **Sempre achei muito mais atrativo estudar álgebra do que geometria.** (...) ***(LICENCIANDA 4, questionário 23/08/2010, grifo nosso).***

As falas dos licenciandos apresentam uma série de conteúdos que estudaram na Educação Básica:

> Tive facilidade com a maioria dos conceitos como **função, variável, produtos notáveis, polinômios, sistemas lineares, matrizes, determinante, equações, (...)** ***(LICENCIANDO 20, questionário 25/08/2010, grifo nosso).*** No Ensino Médio e Fundamental aprendi todo o conteúdo desse nível, entre **equações, inequações, funções, sistemas lineares etc.** Já tinha facilidade com álgebra, principalmente na **resolução de equações. (...)** ***(LICENCIANDA 24, questionário 26/08/2010, grifo nosso).*** A álgebra que aprendi no Ensino Fundamental e médio tratava-se de **resolver funções, equações e polinômios. (...)** ***(LICENCIANDA 27, questionário 26/08/2010, grifo nosso).*** No Ensino Fundamental me lembro vagamente, mas lembro que gostava muito de **resolver as equações,** eu via como um jogo, e adorava **encontrar qual o valor de *x* que satisfazia as equações, o valor da incógnita.** No Ensino Médio, me lembro ao aprender **funções,** e achava interessante representar graficamente o que era escrito como uma equação. (...) ***(LICENCIANDO 30, questionário 26/08/2010, grifo nosso).*** (...) Os conteúdos aprendidos no Ensino Fundamental e Ensino Médio são: **Função, equação, variável, incógnita. (...)** (LICENCIANDA 31***, questionário 26/08/2010, grifo nosso).*** Até este momento no Ensino Fundamental e Médio aprendi **funções, expressões, equações, inequações** e provavelmente algum conteúdo que não me recordo. (...) ***(LICENCIANDO 32, questionário 27/09/2010, grifo nosso).*** A álgebra que aprendi no Ensino Fundamental estava atrelada à **resolução de equações do primeiro e segundo graus** essencialmente. Os outros conteúdos estavam relacionados a geometria e aritmética. No Ensino Médio, começou o estudo algébrico dos **conjuntos numéricos,** e que é complementado com maior profundidade (...) ***(LICENCIANDA 35, questionário 27/09/2010, grifo nosso).*** No Ensino Fundamental e Médio aprendi métodos eficientes para a **resolução de problemas** de formar a preparar para o vestibular. **Funções, equações e polinômios** eram dados pelo professor de forma prática, sem que o conteúdo fosse muito trabalhado. (...) ***(LICENCIANDO 46, questionário 27/09/2010, grifo nosso).*** A álgebra que vi no Ensino Fundamental e médio são as **funções, as operações, matrizes, sistemas, entre outros. (...)** ***(LICENCIANDA 57, questionário 24/00/2010,***

> ***grifo nosso).*** No ensino básico aprendi apenas **manipulações algébricas (simplificar ou igualar expressões) e as raízes de polinômios** no 3º ano, sendo nada formal apenas com exercícios. (...) Era bem fácil a álgebra do ensino básico por ser pragmática e repetitiva, (...) ***(LICENCIANDO 58, questionário 24/09/2010, grifo nosso).*** **Equação do primeiro grau e suas resoluções, determinar incógnitas, sistemas de equação, equação do segundo grau, polinômios,** minha percepção é das **equações do 1º grau e 2º grau,** são de total importância para resolução de geometria e polinômios, a minha compreensão é aplicação no cotidiano. ***(LICENCIANDO 61, questionário 23/06/2010, grifo nosso).***

Em suma, apesar da lista acima parecer grande, os conteúdos que foram citados várias vezes estão relacionados a atividades como: cálculos com incógnitas, manipulações algébricas (simplificar ou igualar expressões), solução de problemas, funções, variável, expressões, produtos notáveis, polinômios, sistemas lineares, matrizes, determinantes, equações e inequações de 1º e 2º grau, raízes de polinômios e conjuntos numéricos.

Apesar de todas essas considerações levantadas, a priori, em relação à álgebra da Educação Básica explicitadas pelos licenciandos, alguns deles expõem que não se lembram do que aprenderam, bem como explicitam suas dificuldades:

> (...) **não me recordo** como a álgebra me foi apresentada nos ensinos Fundamental e Médio. (...) ***(LICENCIANDA 12, questionário 25/08/2010, grifo nosso).*** No Ensino Fundamental e Médio, não tive muita dificuldade em álgebra, apesar de **não lembrar de forma clara** só tive dificuldades em alguma parte dela. ***(LICENCIANDA 14, questionário 25/08/2010, grifo nosso).*** Eu **não me lembro** a forma que me ensinaram álgebra no Ensino Fundamental. (LICENCIANDA ***17, questionário 25/08/2010, grifo nosso).*** No Ensino Fundamental **me lembro vagamente**, mas lembro que gostava muito de resolver as equações, eu via como um jogo, e adorava encontrar qual o valor de *x* que satisfazia as equações, o valor da incógnita. (...) ***(LICENCIANDO 30, questionário 26/08/2010, grifo nosso).*** Até este momento no Ensino Fundamental e Médio aprendi funções, expressões, equações, inequações e provavelmente algum conteúdo que **não me recordo. (...)** ***(LICENCIANDO 32, questionário 26/08/2010, grifo nosso).*** No que diz respeito a álgebra tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio, eu **não me recordo de praticamente nada** daquela época, (...) ***(LICENCIANDA 50, questionário 24/09/2010, grifo nosso).*** A álgebra na educação básica eu **não lembro**, (...) ***(LICENCIANDO 53, questionário 24/09/2010, grifo nosso).***

As falas apresentadas acima ora se associam, ora se dissociam. Podem nos oferecer vestígios da existência de dicotomias que devem ser consideradas à luz da compreensão dos processos de ensino e aprendizagem da álgebra que ocorrem na Educação Básica, já que as contradições permitem com que investiguemos as suas causas. Afinal, como alguns podem ter dificuldades e facilidades, compreensões e incompreensões, lembrar e não lembrar dos conteúdos estudados se todos serão professores de matemática e já tiveram ou têm contato com a álgebra? O que mais nos aproxima dessa questão são as falas que nos alertam sobre os processos de ensino desses conteúdos.

5.3 A Álgebra do Ensino Superior na visão dos licenciandos

Quanto à aprendizagem da linguagem algébrica do ensino superior, os estudantes identificam algumas diferenças e apontam algumas semelhanças também em seus depoimentos em relação às dificuldades, às facilidades e como se deve ensiná-la.

Partindo da análise desses depoimentos, identificamos algumas características em suas respostas, como a separação entre a álgebra estudada na Educação Básica e no Ensino Superior, o que é a Álgebra em ambos os níveis de ensino e a comparação entre essas "duas álgebras".

Além dos itens citados no parágrafo anterior, os licenciandos também nos apresentam uma lista de conteúdos evidenciando os tópicos estudados em cada nível (deixam "visível um currículo explícito" em relação aos programas de ensino e/ou aquilo que foi mais marcante e/ou importante para eles) e as reflexões do ensino e da aprendizagem dos conteúdos algébricos, sejam através das práticas de seus professores em ambos os níveis de ensino a partir de suas experiências como estudantes ou através de suas condições de futuros professores que ensinarão álgebra:

> (...) fui entender bem melhor como as coisas funcionavam (saindo da prática dos algoritmos para entender a teoria por trás) no Ensino Superior. Na minha opinião só conheci a **essência** da álgebra na Universidade. ***(LICENCIANDA 1, questionário***

23/08/2010, grifo nosso). (...) no Ensino Superior eu já conheci uma **álgebra muito mais elaborada** e pela qual criei grande admiração. ***(LICENCIANDA 5, questionário 23/08/2010, grifo nosso).*** (...) no Ensino Superior, sinto que a álgebra está muito mais presente, e **me sinto mais preparada para ensinar álgebra à geometria,** por exemplo. ***(LICENCIANDA 6, questionário 23/08/2010, grifo nosso).*** (...) no Ensino Superior, isso ficou mais claro tanto por parte dos professores quanto por partes dos colegas de classe, durantes algumas aulas ministradas por estes em algumas disciplinas. ***(LICENCIANDA 21, questionário 25/08/2010).*** (...) No Ensino Superior conceitos e definições são muitos estudos e assim aquelas fórmulas aprendidas na escola fazem sentido. ***(LICENCIANDA 46, questionário 27/09/2010).*** (...) Gostei bastante da álgebra que vi no Ensino Superior. ***(LICENCIANDA 50, questionário 27/09/2010).*** Álgebra do Ensino Superior foi uma matéria bastante abstrata, mas que propiciou uma melhor visão. ***(LICENCIANDA 65, questionário 23/06/2010).*** Em relação a compreensão **tudo que aprendi foi assimilado e não tive problema, acho que por gostar mais de álgebra** do que outras áreas da Matemática. ***(LICENCIANDA 67, questionário 23/06/2010, grifo nosso).*** Acho que **tenho uma boa relação com a álgebra,** e gosto muito de estudá-la, mesmo as partes que não entendo, faço de tudo para superar. ***(LICENCIANDA 69, questionário 23/06/2010, grifo nosso).***

Podemos dizer que as facilidades também existiram na graduação, e, pelo menos ao que parece para esse grupo de licenciandos, a relação entre eles e a álgebra é dada pela compreensão e afinidade que já possuem, embora haja aqueles que expressam sua compreensão listando uma quantidade de conteúdos contidos em livros texto utilizados no ensino superior:

(...) Na faculdade já estudei álgebra linear onde vemos conteúdos como: transformações lineares, dependência linear, forma canônica de Jordan, operador auto-adjunto, operador ortogonal etc. e também cursei disciplinas de estruturas algébricas e vi os conteúdos de anéis, grupos corpos, anel de polinômios, r-modulos, ações entre grupos. Sempre tive facilidade e sempre gostei dessa área da Matemática. ***(LICENCIANDA 24, questionário 26/08/2010).*** (...) Os conteúdos aprendidos no Ensino Superior são espaço vetorial, subespaço, transformações lineares. ***(LICENCIANDA 31, questionário 26/08/2010).*** Eu aprendi todos os conceitos sobre álgebra linear. Foi uma das disciplinas que mais gostei nesse tempo de graduação, obtive muito conhecimento nesta disciplina. ***(LICENCIANDA 59, questionário 23/06/2010).*** Álgebra Linear. Todos os conceitos básicos através do livro: Álgebra Linear e suas aplicações. ***(LICENCIANDA 60, questionário 25/08/2010).*** Álgebra Linear e suas Aplicações. Conceitos básicos através da apostila. ***(LICENCIANDA 62, questionário 23/06/2010).*** Aprendi: Equações 1º e 2º grau, inequações 1º e 2º grau, matrizes, sistemas. Acho que esses são as partes de álgebra mais importante. Acho que aprendi razoavelmente um pouco de cada. ***(LICENCIANDA 66, questionário 23/06/2010).*** Tive álgebra durante esse primeiro semestre de 2010, na qual os temas que foram abrangidos foram: Matrizes, determinantes e sistemas lineares. Acredito que faltou empenho por minha parte, mas sendo de fácil compreensão. ***(LICENCIANDA 68, questionário 23/06/2010).***

Dentre os estudantes que também expressam facilidades na aprendizagem de álgebra do ensino superior, existem aqueles que perceberam uma relação entre o que aprenderam em disciplinas correlatas como as de estágio:

> (...) No Ensino Superior estou compreendendo melhor o significado de variável em cada fase dos estudos. ***(LICENCIANDA 30, questionário 26/08/2010).*** (...) no Ensino Superior **devido as disciplinas de estágios** foi proporcionando ter diferentes experiências quanto ao ensino-aprendizado do conteúdo, ampliando as concepções do conteúdo. ***(LICENCIANDA 36, questionário 27/09/2010, grifo nosso).*** (...) Na faculdade percebi que muito mais a álgebra é muito útil para generalização e para descrever figuras geométricas além de representar variáveis. A parte da Álgebra que vi até agora na faculdade é bastante voltada para as séries do Ensino Fundamental II e Ensino Médio. **É uma frente bem fácil de entender, mas um pouco complexa para se ensinar.** A Álgebra nos dá a possibilidade de enxergar as coisas de uma maneira mais clara, para quem consegue relacionar a Matemática com outras áreas. ***(LICENCIANDA 64, questionário 23/06/2010, grifo nosso).***

Nesses depoimentos percebemos que os licenciandos possuem facilidade em aprender os conteúdos relacionados à disciplina de álgebra, no entanto, há aqueles que notam uma complexidade e/ou dificuldade de ensiná-la, ou seja, só o conhecimento do conteúdo específico não é suficiente para ensinar. Apesar dos que conseguem de alguma maneira realizar e/ou estabelecer conexões entre a álgebra estudada e outras disciplinas, há ainda aqueles que explicitam suas dificuldades, como podemos verificar nos depoimentos abaixo:

> (...) no Ensino Superior as coisas mudaram um pouco, não no sentido de não gostar mais de álgebra e sim de perder a facilidade que tinha, pois abrange conceitos novos e mais difíceis. ***(LICENCIANDA 4, questionário 23/08/2010).*** (...) o Ensino Superior mostrou uma ciência do desconhecido, uma busca por soluções, caminhos que levem a solução. ***(LICENCIANDA 23, questionário 25/08/2010).*** no Ensino Superior as coisas mudaram tudo esta mais difícil, mais complicado, agora a Matemática é pura e não mais aplicada. ***(LICENCIANDA 25, questionário 25/08/2010).*** na universidade pude ver a álgebra na sua pureza e confesso que ainda não venci todos os desafios da álgebra propostos pela universidade. ***(LICENCIANDA 37, questionário 27/09/2010).*** (...) aqui na universidade a álgebra é bem mais abstrata. ***(LICENCIANDA 41, questionário 25/08/2010).*** (...) no Ensino Superior a álgebra utilizada é muito mais sofisticada e abstrata, a qual tive bastante dificuldades para compreendê-la. ***(LICENCIANDA 42, questionário 27/09/2010).*** (...) na faculdade que percebi que realmente sabia ainda menos do que pensava. Esta deficiência, mesmo bem menor hoje, me fez reprovar em várias matérias na universidade ***(LICENCIANDA 44, questionário 27/09/2010).*** (...) A álgebra vista no Ensino Superior é bem diferente da vista no Ensino Fundamental e Ensino Médio, é

> muito abstrata e vemos muito mais letras do que números. ***(LICENCIANDA 56, questionário 24/09/2010).***

A partir dessas falas, podemos verificar que após o ingresso na universidade os licenciandos têm uma tensão que se explicita com esse conteúdo, dado que as palavras *"dificuldades", "reprova" e "abstrata"* são repetidas como manifestação de insatisfação. Além de apresentar dificuldades com a álgebra são mais específicos quando dizem que:

> (...) na faculdade tive alguns problemas de compreensão, principalmente em Álgebra Linear I e II, mas nada que um bom estudo não bastasse. ***(LICENCIANDO 7, questionário 23/08/2010).*** Agora na faculdade, a álgebra passa a ser mais confusa e mais detalhada e muito mais difícil, em minha opinião. É tão abstrata que terei que fazer Álgebra Linear pela 3ª vez! ***(LICENCIANDO 8, questionário 23/08/2010).*** (...) na faculdade foi mais difícil tanto é que reprovei na matéria álgebra linear, mas no fundo foi bom, pois na segunda vez foi mais fácil. ***(LICENCIANDO 18, questionário 25/08/2010).*** (...) no Ensino Superior foi bem diferente se tratava de espaços vetoriais, subespaços e tudo mais. ***(LICENCIANDO 27, questionário 26/08/2010).*** (...) Na faculdade todos esses conteúdos foram aprofundados e no curso de álgebra linear aprendemos vários axiomas, colorários e definições sobre espaços vetoriais suas características, suas operações e aplicações. A minha maior dificuldade foi a álgebra da faculdade, pois tem um nível de abstração muito alto. A álgebra é muito complicada de se ver, de entender o que você está fazendo. Essa é a minha maior dificuldade visualizar a álgebra ensinada na faculdade. ***(LICENCIANDO 32, questionário 26/08/2010).*** (...) A dificuldade em álgebra começou na faculdade com a disciplina de álgebra linear. ***(LICENCIANDO 33, questionário 26/08/2010).*** É obvio que álgebra foi se ampliando, e aprimorando. Confesso que minha maior dificuldade é em álgebra linear. ***(LICENCIANDO 43, questionário 27/09/2010).*** Álgebra linear, já basta para descrever sobre minhas dificuldades. ***(LICENCIANDO 45, questionário 27/09/2010).*** (...) na universidade as dificuldades foram e ainda são enormes. Por exemplo, o curso de álgebra linear, foi um curso pesado e além de pouca bagagem ainda tem o problema do "se virar sozinho", o que ainda é muito difícil. ***(LICENCIANDO 47, questionário 27/09/2010).***

Nesses depoimentos a álgebra linear é a "vilã". Contudo, ao analisarmos o currículo dos três cursos, essa é a primeira álgebra das cursadas no ensino superior. Os licenciandos ainda identificam algumas causas que podem ter efeitos em seus desempenhos:

> (...) Na faculdade acredito que de certa forma o ensino de álgebra é falho principalmente com relação as funções e "construções" de variáveis. Tal falha prejudica a meu ver, a nossa formação, dificultando a maneira como possivelmente ensinaremos tais conteúdos aos alunos. "Na maioria das vezes, somos reflexos do que aprendemos"

> ***(LICENCIANDO 12, questionário 25/08/2010).*** (...) no Ensino Superior pude ver as áreas da Matemática se ramificando, como por exemplo, a análise, a topologia e a álgebra, dentre todas a álgebra é a menos intuitiva e "geométrica" para mim, talvez pelo fato de como foi abordada ou por ser a mais abstrata. Assim, vejo a álgebra como uma das áreas mais abstratas da Matemática, o que pode gerar uma grande dificuldade, tanto na aprendizagem como no ensino. ***(LICENCIANDO 29, questionário 26/08/2010).*** (...) Na faculdade, foram poucas as disciplinas que expandiram meu conhecimento sobre álgebra. Apenas 2 que do que lembro me fizeram enxergar de forma mais ampla (expansão para outras áreas como matrizes) as operações algébricas. ***(LICENCIANDO 52, questionário 24/09/2010).***

Não podemos negar que a álgebra da universidade é estrutural, pois é essa que introduzirá os conceitos de prova e argumentação em matemática. Tais dificuldades não passam desapercebidas pelos licenciandos:

> (...) após o ingresso na faculdade, todos os conteúdos de álgebra como funções, sistemas lineares, etc. onde comecei a ver por outro lado (as raízes), tive uma certa dificuldade para entender a estrutura de álgebra. ***(LICENCIANDO 13, questionário 25/08/2010).*** (...) em álgebra a maior dificuldade até hoje foi em funções, na parte de bijetora, injetora e sobrejetora. Vi também que alguns colegas tinham muitas dificuldades principalmente em equações e polinômios. ***(LICENCIANDO 15, questionário 25/08/2010).*** (...) Na universidade tive algumas dificuldades com estruturas algébricas, mas com a ajuda da professora consegui recuperar minha nota e passei a entender melhor a matéria. ***(LICENCIANDO 40, questionário 27/09/2010).*** (...) propriedades estruturais das operações (comutativa,..., elemento neutro). Na universidade tive muita dificuldade, reprovei duas vezes em estruturas algébricas e duas vezes em álgebra linear. ***(LICENCIANDO 49, questionário 27/09/2010).*** (...) No Ensino Superior eu vi álgebra I com teoria de conjuntos, corpos, anéis etc. senti dificuldades por ter muitas demonstrações. Fiz também álgebra linear, tal disciplina eu gostei muito e senti mais facilidades em resolver as questões. ***(LICENCIANDO 53, questionário 24/09/2010).*** (...) No Ensino Superior eu vi dimensões ao espaço, anéis e não me lembro mais do resto. ***(LICENCIANDO 57, questionário 24/09/2010).*** (...) No Ensino Superior a álgebra é dada bem mais formalmente com a Teoria de grupos, anéis e corpos, bem como a parte de polinômios. (...) ***(LICENCIANDO 58, questionário 24/09/2010).*** (...) agora no Ensino Superior (estruturas algébricas). Neste nível de ensino também estudei álgebra linear, disciplina esta que acredito que, de fato, dá início a álgebra em ter nível mais abstrato (o que é álgebra abstrata). ***(LICENCIANDO 59, questionário 23/06/2010).***

As dificuldades dos estudantes são expressas em seus depoimentos através dos conteúdos estudados nas disciplinas que envolvem a álgebra na universidade. As pesquisas de Imenes (1995), Freitas (2002) e Pereira (2005), que conhecemos no capítulo 3, apontam que não são só os estudantes da educação básica que "sofrem" com a álgebra, mas os professores e os futuros professores também - note que mesmo em atividades diferentes, a álgebra na escola e na universidade se torna um problema para os estudantes. A seguir verificaremos o que os licenciandos consideram como álgebra.

5.4 O que é Álgebra?

Obviamente que não é possível responder essa questão, pois a álgebra não pode ser definida tão pontualmente assim sem que precisássemos especificar de qual álgebra estamos falando. Na matemática existem várias álgebras, como vimos no capítulo 3: álgebra simbólica, álgebra matricial, álgebra linear, etc. Mas a mais próxima dos licenciandos são aquelas estudadas no curso de Matemática: a linear e as estruturas algébricas. Além destas, temos em algumas ementas, a teoria dos conjuntos e a teoria dos números. No entanto, ao longo desses fragmentos podemos perceber que para os licenciandos:

> A álgebra é o estudo do desconhecido, "o valor a ser encontrado". ***(LICENCIANDO 23, questionário 25/08/2010).*** A álgebra facilita a compreensão de muitos conteúdos matemáticos, mas por ser muito abstrata os alunos tem muita dificuldade. ***(LICENCIANDO 31, questionário 26/08/2010).*** álgebra é muito útil para generalização e para descrever figuras geométricas além de representar variáveis.. a álgebra que eu na vi na faculdade e muitas vezes consigo usar como ferramenta. ***(LICENCIANDO 50, questionário 24/09/2010).*** A álgebra é uma das ilhas que constitui a Matemática, e acredito ser essa ilha e essência da abstração Matemática, em todas as etapas do ensino.. Significa o abandono do conceito, o ponto onde olhamos para um objeto e o modelamos matematicamente. ***(LICENCIANDO 51, questionário 24/09/2010).*** . Eu particularmente gosto de álgebra pela força dos resultados e geralmente trabalhamos com conjuntos muito grandes, mas que são representados com poucos elementos. ***(LICENCIANDO 54, questionário 24/09/2010).*** A Álgebra nos dá a possibilidade de enxergar as coisas de uma maneira mais clara, para quem consegue relacionar a Matemática com outras áreas. ***(LICENCIANDO 64, questionário 23/06/2010).***

Ao interpretarmos as falas dos licenciandos, à luz da teoria, constatamos que algumas das concepções apresentadas acima já foram estudadas aqui nessa. Segundo os estudos de Lins, Gimenes (1997), Lee (2001, apud FIGUEIREDO, 2007) e Usiskin (1994), as falas relacionam a álgebra com resolução de problemas, ferramenta, aritmética generalizada e modelagem.

Na perspectiva de Usiskin (1994), a concepção de álgebra relacionada como meio de resolver problemas diz respeito a atividades que envolvam incógnitas, com o objetivo de simplificar e resolver dando ênfase na resolução.

Para Lee (2001, apud FIGUEIREDO, 2007), a concepção de álgebra como ferramenta caracteriza-se por resolver problemas de modo a veicular e transformar mensagens, seja a serviço de outras ciências, modelando as situações, ou a serviço de própria matemática. Já a concepção de aritmética generalizada caracteriza-se pela variedade de visões: álgebra das generalizações dos números, álgebra como estudo das estruturas da Aritmética e álgebra como estudo de expressões simbólicas com letras, sem atentar para os significados desses símbolos.

Assim como a concepção de álgebra como modelagem para Lins, Gimenes (1997), a atividade para a Educação Algébrica se dá na medida em que a produção de conhecimento algébrico serve ao propósito de iluminar ou organizar uma situação como uma ferramenta, e não como objeto primário de estudo.

Os licenciandos dessa pesquisa conseguem perceber a álgebra de várias maneiras, perpassando pelas concepções identificadas acima, muito embora a comparação entre a álgebra escolar e a acadêmica é apontada por eles com muita propriedade, como verificaremos nos depoimentos a seguir.

5.4 Comparações entre as duas álgebras: a acadêmica e a escolar

Os licenciandos também sentem necessidade de definir o que é álgebra apresentando claramente a dissociação entre a álgebra escolar e a acadêmica:

> Particularmente, não vejo muita semelhança na álgebra estudada na "escola" e no Ensino Superior, pois uma é mais concreta e outra é abstrata; e apesar de sempre gostar da álgebra estudada anteriormente, a álgebra que conheci no Ensino Superior me agrada mais; isso talvez pelo fato de uma dar embasamento teórico para outra; apesar de eu não visualizar essa conciliação ***(LICENCIANDO 3, questionário 23/08/2010).*** No Ensino Médio, apesar de não fazer tanto sentido como agora faz, aprendi de forma não muito aprofundada, isso de fato refletiu e muito na universidade. Para mim durante o Ensino Médio o aluno que tenha preferência ao curso de Matemática, a exatas em geral, deveria ter uma formação mais aprofundada. No Ensino Superior não tenho que reclamar apesar de achar que para o curso de Licenciatura deveria ter mais tempo e m contato com a álgebra, bem como mais tópicos relacionados à Matemática Pura. ***(LICENCIANDO 9, questionário 23/08/2010).*** Para mim até o fim do meu Ensino Médio, a álgebra e todos os outros campos da Matemática eram muito simples para mim, porém após o ingresso na faculdade, todos os conteúdos de álgebra como funções, sistemas lineares, etc. onde comecei a ver por outro lado (as raízes), tive uma certa dificuldade para entender a estrutura de álgebra. ***(LICENCIANDO 13, questionário 23/08/2010).*** Álgebra para mim é uma confluência de conceitos e raciocínio. A linguagem algébrica pode parecer cheia de regras e cheia de facetas a serem decoradas, mas uma vez entendido a lógica dessa linguagem seus símbolos e intenções vão surgindo naturalmente. Tenho plena certeza da necessidade de capacitar o aluno com essa linguagem, pois com ela será possível compreender fenômenos de nosso dia-a-dia e da própria Matemática, mas não podemos querer aplicá-la em todos os problemas, pois mesmo admitindo fluência ela não representa a subjetividade. ***(LICENCIANDO 19, questionário 25/08/2010).*** Desde as séries iniciais sempre tive grande atividade com a área de exatas, e com a álgebra em particular não tive maiores dificuldades no Ensino Fundamental. Já no Ensino Médio pude me encontrar com desafios maiores na álgebra, porem sem maiores problemas. Já na universidade pude ver a álgebra na sua pureza e confesso que ainda não venci todos os desafios da álgebra propostos pela universidade. ***(LICENCIANDO 37, questionário 27/09/2010).*** No Ensino Fundamental e Médio, sempre tive facilidade em aprender álgebra, mas no Ensino Superior a álgebra utilizada é muito mais sofisticada e abstrata, a qual tive bastante dificuldades para compreendê-la ***(LICENCIANDO 42, questionário 27/09/2010).*** A álgebra vista no Ensino Superior é bem diferente da vista no Ensino Fundamental e Ensino Médio, é muito abstrata e vemos muito mais letras do que números. ***(LICENCIANDO 56, questionário 24/09/2010).*** Era bem fácil a álgebra do ensino básico por ser pragmática e repetitiva, mas é muito mais interessante saber de onde ela veio no Ensino Superior. ***(LICENCIANDO 58, questionário 24/09/2010).***

Os licenciandos comparam e separam as duas álgebras. Deixam evidentes as preocupações e inquietações que possuem em relação a essas dicotomias.

Como já discutimos aqui, é necessário compreender a atividade da álgebra em ambas as instituições, considerando-se a escola e a universidade onde os objetivos em cada um desses locais são diferentes. Talvez, caso exista, a conexão entre essas duas atividades, não se restringe à transposição didática ou ao mero "lubrificamento" da pedagogia. Às vezes será necessário "destruir" estereótipos e aceitar as polarizações, considerando-se que são lógicas e históricas, conforme apontam os estudos de Sousa (2004):

> De forma geral, nos cursos de licenciatura, não pensamos sobre a natureza lógico-histórica do pensamento matemático. Ao mesmo tempo, quando formados, durante as reuniões pedagógicas passamos longas horas pensando sobre a natureza das dificuldades e aflições dos estudantes no que diz respeito ao fracasso em matemática. (...) A sociedade admite que, realmente, aprender a lógica contida nos conceitos matemáticos é muito difícil. Apenas algumas pessoas têm e terão o privilégio de compreender tais conceitos (p. 4).

Em síntese, identificamos nas análises e leituras dos depoimentos escritos, algumas evidências das tensões entre as "álgebras" que os licenciandos apresentam, já que não hesitam em comparar a álgebra estudada na educação básica e álgebra estudada na universidade, pontuando aspectos relacionados à forma como era ensinada e também à percepção que tinham desse conteúdo, além das dificuldades, facilidades e percepção do que é a álgebra para eles.

No que diz respeito às dificuldades, às facilidades e à percepção do que é a álgebra, identificamos que os licenciandos que dizem possuir dificuldades relacionam esse aspecto com incompreensão dos conteúdos algébricos devido à especificidade do conteúdo, caracterizando-o como abstrato. Outro aspecto apresentado é a relação das práticas mecanicistas utilizadas por seus professores quando os ensinavam. Em contrapartida os que dizem ter facilidade, atribuem essa habilidade à compreensão que possuem do conteúdo devido à relação que possuem com o objeto estudado e às boas práticas de seus professores de matemática, sejam da educação básica ou do ensino superior, que ajudaram nessa compreensão. Não deixam de mencionar o empenho em estudar a álgebra em ambos os níveis para obter êxito na aprendizagem.

Em relação à percepção que possuem da álgebra, ela é muito variada, uma vez que, ao realizar uma aproximação das concepções de álgebra da literatura com as percepções dos licenciandos quando a definem, percebemos que grupos particulares de licenciandos veem a álgebra de maneiras diferentes, seja como ferramenta, como aritmética generalizada, como modelagem ou como meio para resolver problemas. Essas percepções aparecem tanto nos depoimentos relacionados à educação básica como a do ensino superior.

Os conteúdos listados pelos licenciandos, em ambos os níveis de ensino, não deixam de caracterizar o currículo de álgebra presente nas instituições de ensino. Quando pensam no ensino da álgebra não dissociam suas vivências na educação básica e na universidade, muito pelo contrário: a ruptura que conseguem perceber na álgebra escolar e na álgebra acadêmica é quebrada através das reflexões da complexidade do espaço escolar, bem como das várias possibilidades pedagógicas de ensinar esse conteúdo, quando as metodologias de ensino aprendidas no curso de formação inicial não são descartadas e aliam-se às lembranças das boas práticas de seus professores quando lhes ensinaram tal conteúdo.

6. ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

O que falam futuros professores de matemática sobre o ensino da linguagem algébrica na educação básica, a partir das vivências que tiveram e têm na graduação? Essa foi a questão que norteou todo nosso trabalho. Não foi tão simples trilhar um caminho que nos levasse à compreensão dessa pergunta. Contudo, a inquietação que motivou a busca por uma possível resposta teve início com as tensões travadas com a álgebra que o pesquisador teve na sua graduação. Os depoimentos escritos do grupo de licenciandos que colaboraram com a pesquisa nada mais são que uma das interfaces do futuro professor Flávio de Souza Pires com os seus pares, em relação ao ensino da linguagem algébrica na educação básica.

O percurso trilhado por esses licenciandos, assim como o do pesquisador, demonstram a percepção que possuem acerca da álgebra e do seu ensino partindo-se do que vivenciaram como estudantes e licenciandos. Quando percebem uma ruptura do que aprenderam na matemática escolar e na matemática acadêmica, mais especificamente com a álgebra, não deixam de apresentar o amadurecimento em relação às questões do ensino, que, quando identificadas as tensões e dissociações, conseguem realizar uma ponte entre o "fazer matemática" aprendido no curso de formação inicial com as experiências que tiveram como estudantes e estagiários.

A partir dessa pesquisa, posso dizer como futuro professor e pesquisador que as tensões entre as duas álgebras existem, ainda que possamos amenizá-las a partir do *modo* e de *como* ensiná-la em cada nível de ensino. Sabendo qual é o papel desse conteúdo na formação dos estudantes envolvidos, o que priorizar e de que maneira abordar, e sabendo sempre o que é necessário e essencial, o futuro professor, por exemplo, deve discutir as formas de ensinar o conceito sem destituí-lo de significado, uma vez que não compreendendo a álgebra, muito difícil será discutir os aspectos de seu ensino.

Verificamos que os espaços para a discussão acerca do ensino de álgebra ficam restritos às disciplinas relacionadas à educação matemática. Todavia, os próprios licenciandos percebem a necessidade da compreensão dos conteúdos aprendidos nas aulas específicas de álgebra, focando na preocupação em discutir aspectos relacionados ao ensino, que não são os objetivos dos matemáticos, já que como vimos que as atividades do educador matemático e do matemático são diferentes.

É necessário formar os conceitos do conteúdo da mesma maneira que os relacionados ao seu ensino, afinal, a prática do futuro professor na instituição escola não deve dicotomizar esses conhecimentos. Se o professor não tem autonomia e conceito formado sobre o que está ensinando, como poderá "escolher" o que é mais adequado para ensinar aos seus estudantes, sem realizar oposições ou aproximações errôneas, como discutimos a partir do trabalho de Santos (2008)?

Em suma, o que os licenciandos dizem, reflete um complexo conjunto de conhecimentos que se tornam híbridos na formação do professor da educação básica. Não se trata, portanto, de mudar os conteúdos, mas a forma como olhamos para eles, tendo em mente que para o professor da educação básica não basta compreender as estruturas da álgebra, e sim buscar uma educação *através* da matemática e *pela* matemática, sem, contudo desconsiderar seus conteúdos; no nosso caso, a linguagem algébrica. Ela é um dos caminhos para uma formação mais sólida e não representa um fim em si mesma.

Muito longe de uma conclusão ou afirmação, não podemos perder de vista a evidente oposição que os licenciandos insistiam em nos dizer, pelo menos na nossa leitura e visão de mundo, no que diz respeito à álgebra escolar e a álgebra acadêmica. Tendo em vista sua singularidade, agora os depoentes são aqueles que estão no processo de formação na transição de continuar estudando ou trabalhar.

As pesquisas em educação matemática já estão apontando caminhos e compreensões da matemática da rua, da escola, da universidade e de civilizações distintas. No entanto, tomamos como referência essa discussão e com um pouco de ousadia a trouxemos para álgebra, devido ao aparente local em que essa oposição foi aparecer. Sabemos o quanto é complexo tratar sobre o ensino e muito mais de processos de formação; não era possível trazer aqui todas as variáveis que compõem nosso cenário, mas tentamos de alguma forma elucidá-los como pudemos, através do currículo, da história da matemática, da discussão científica acerca do campo e das questões de ensino inerentes à álgebra, seja na educação básica ou no ensino superior.

Ao analisarmos as respostas dos futuros professores percebemos que os problemas e dilemas da formação inicial explicitam-se em suas falas, acompanhando as evidências das pesquisas da área, como por exemplo, as dificuldades na aprendizagem de conceitos algébricos presentes tanto na educação básica quanto no ensino superior.

Um dos dilemas dos licenciandos é a relação afetiva com a aprendizagem desse conteúdo e sua relação com o ensino, com a aprendizagem e com os processos de ensino-aprendizagem da álgebra. Percebemos também que os problemas em relação à álgebra na formação inicial ainda são comuns e permanecem.

Nesse sentido, identificamos dificuldades com a aprendizagem desse conteúdo desde a educação básica, sendo reforçado ao longo da vida acadêmica no ensino superior. Os estudantes apresentam preocupações com o ensino quando comparam a álgebra escolar e a acadêmica no âmbito da sua própria aprendizagem, o que nos motivou a realizar um trabalho de investigação mais reflexivo nesse aspecto para repensarmos a educação algébrica que ocorre nas várias instâncias do ensino, incluindo-se a universidade.

Acreditamos que as reflexões realizadas poderão contribuir para a discussão sobre o ensino de álgebra na educação básica e também no ensino superior, visto que as contribuições não ficam restritas somente ao ensino, mas também na elaboração de propostas de formação de professores de matemática e currículo de álgebra, além de favorecer aos futuros professores uma postura investigativa sobre os processos de ensino e aprendizagem da álgebra e aos pesquisadores em educação matemática sobre rumos da pesquisa nesse campo de investigação.

Kilpatrick (1998) propõe que devemos investir nas pesquisas relacionadas à evolução do ensino do professor, pois, segundo ele, temos apenas algumas impressões de seu ensino, embora compreendamos muito pouco da evolução do ensino do professor. Geralmente os trabalhos estão centrados na descrição do ensino de matemática e na descrição das crenças e concepções dos professores do que na evolução do desenvolvimento profissional do professor.

Por mais raso que tenha sido o nosso voo, não podemos deixar de considerar que tratamos pelo menos implicitamente de questões curriculares do ensino, já que as oposições entre as álgebras tratadas aqui perpassam o currículo proposto pelas autoridades escolares, o currículo implementado pelos professores e o currículo aprendido pelos estudantes. (ROBITAILLE, TRAVERS, 1992, apud KILPATRICK, RICO, GOMÉZ, 1998, p.9).

Muito é discutido sobre a base do conhecimento do professor, mas a impressão que os licenciandos passam de insegurança no que diz respeito a essa base é evidente. Sabemos que esse conhecimento é um *continuum*, o problema é que parece que as conexões e pontes que devem ser realizados por esse corpo híbrido que constitui o professor fica a cargo do próprio futuro professor. Entretanto, deixamos mais uma vez, como tantos outros trabalhos em educação, a tentativa de se repensar a formação desses estudantes, futuros professores que, quando estudantes da educação básica, não possuíam muitos dos questionamentos como comumente surgem no curso de formação inicial, e esses não devem ser levados para a prática profissional tão ingenuamente.

Dessa maneira, não podemos deixar de dizer que nossa questão de pesquisa foi respondida de maneira satisfatória, uma vez que nos depoimentos escritos dos licenciandos é perceptível o processo de formação deles durante a escolarização básica e universitária e as suas vivências com a linguagem algébrica durante esse *continuum* Não obstante, propostas de investigações que estudem essa relação das disciplinas acadêmicas e das escolares na formação dos professores se fazem necessárias para que não sejam priorizados conhecimentos específicos de alguma área ou realizar equívocos que façam o pêndulo do ensino da linguagem algébrica não oscilar em seus vários campos conceituais.

REFERÊNCIAS

BARRANTES, M; BLANCO, L.J. Estudo das recordações, expectativas e concepções dos professores em formação sobre ensino - aprendizagem da geometria. **Educação Matemática em Revista.** Ano 11/2004. nº 17 p. 29 – 39.

BARTH, BRITT-MARI. **O saber em construção: para uma pedagogia da compreensão.** Porto Alegre: Instituto Piaget, 1996. (Coleção Horizontes Pedagógicos)

BELL, E. T. **Historia de las matemáticas.** 2ª Ed. Mexico: Fondo de Cultura Economica. 1995. 656 p.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **A investigação qualitativa em educação: uma introdução às teorias e aos métodos.** Porto: Porto Editora, 1994.

BLANTON, M. L., & KAPUT, J. J. Developing elementary teachers' "algebra eyes and ears." ***Teaching Children Mathematics,*** **10(2),** 2003.

BONADIMAN, A**. Álgebra no ensino fundamental: produzindo significados para as operações básicas com expressões algébricas.** 2007. 298f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática) – Programa de Pós Graduação em ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

BOYER, C., **História da Matemática.** Org. John Wiley e Sons, INC. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blucher, 2ª reimpressão, 1978.

BRASIL. Presidência da República. Subchefia para assuntos jurídicos. Lei nº 9394 de 20 de dezembro de 1996 **(Lei de Diretrizes e Bases da Educação).** Brasília: 1996. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/ldb.pdf. Acesso em 09 de nov. de 2009.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BORBA, M .C. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática.** In: 27ª reunião anual da Anped, 2004, Caxambu, MG. Anais... Minas Gerais: Associação Nacional de Pós Graduação e Pesquisa em Educação, 2004. p. 1-18.

CARVALHO, M. E. **Representações Sociais e Memória: Um Estudo sobre Processos de**

Mudanças em Professores. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós Graduação em Educação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

CELESTINO, M. R. **Concepções sobre Limite: Implicações entre Obstáculos Manifesto por Estudantes do Ensino Superior.** 2008. Tese (Doutoradao em Educação Matemática) – Program de Pós Gradução em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

CHARLOT, B. A pesquisa educacional entre conhecimentos, políticas e práticas: especificidades e desafios de uma área de saber. **Revista Brasileira de Educação.** Anped: Rio de Janeiro, v.11, nº 31, 2006.

CORREA, J. e MACLEAN, M . **Era uma vez... um Vilão Chamado Matemática: Um Estudo Intercultural da Dificuldade Atribuída à Matemática.** Psicologia: Reflexão e Crítica, Porto Alegre, 1999, v.12, n.1, p.173-194.

CUNHA, M. I. da*.* ***O bom professor e sua prática.*** 6ª ed. Campinas: Papirus, 1996.

CURY, H. N. **As concepções de matemática dos professores e suas formas de considerar os erros dos alunos.** 1994. 245 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1994.

CURY, H. N. Concepções e crenças dos professores de matemática: pesquisas realizadas e significados dos termos utilizados. **Bolema**, Rio Claro, v. 12, n. 13, p. 29 – 44, 1999.

CURY, H. N., LANNES, W., BROLEZZI, A. C., Carlos, R. V. Álgebra E Educação Algébrica: Concepções de Estudantes e Professores De Matemática. **Educação Matemática em Revista**, Rio Grande do Sul, v.4, n.4, p.9-15, 2002.

D'AMBRÓSIO, U. Prefácio. In: BORBA, M. C. ARAÚJO, J. L. (Org). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2006, p. 9-21.

DANIEL, J. A. **Um Estudo de Equações Algébricas de 1º Grau com Auxílio do Software Auplusix.** 2007. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Programa de Pós Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

FARIAS, J. M. S. **Didática e Docência aprendendo a profissão**. Brasília: Líber Livro, 2009.

FIGUEIREDO, A. C. **Saberes e concepções de Educação Álgebrica em Curso de Licenciatura em Matemática.** 2007. Tese (Doutoradao em Educação Matemática) – Programa de Pós Gradução em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

FIORENTINI, D; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: Percursos Teóricos e Metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2009. – (Coleção Formação de Professores).

FIORENTINI, D.; MIGUEL, A.; MIORIM, M.A. Contribuição para um repensar... a Educação Algébrica elementar. **Pro-Posições**, v. 4, n.1 (10), p. 78-91, 1993.

FREITAS, M. A. **Equações do 1º grau: métodos de resolução e análise de erros no Ensino Médio.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2002.

GARCIA BLANCO, M. M. A formação inicial de professores de matemática: fundamentos para a definição de um *curriculum.* In: FIORENTINI, D. (Org.) **Formação de professores de matemática: explorando novos caminhos com outros olhares.** Campinas: Mercado das Letras, 2003. p. 51-86.

GARCIA, M.; SANCHES, V. Una propuesta de formación de maestros desde la educación Matemática: adoptando uma perspectiva situada. In: CONTRERAS, L. C.; BLANCO, L. J. **Aportaciones a la formación inicial de maestros en el área de matemáticas. una mirada a la práctica docente.** Universidad de Extremadura: Servicio de Publicaciones. 2002. p.1-35.

GARNICA, V. M. Um ensaio sobre as concepções de professores de Matemática: possibilidades metodológicas e um exercício de pesquisa. **Rev. Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 34, n.3, p. 495-510, set./dez. 2008.

GARNICA, A. V. M. ; MIGUEL, Antonio ; D'AMBRÓSIO, Ubiratan ; IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo . A Educação Matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação,** São Paulo (Autores Associados), v. 27, p. 70-93, 2004.

GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GODINO, J. Pespectiva de la Didáctica de las Matemáticas como disciplina científica. Un. Granada: Programa de doctorado "Teoria de La educación Matemática", 2003.

GOMEZ-GRANELL, C. A aquisição da Linguagem Matemática: símbolo e significado. In A. TEBEROSKY, & L. TOLCHINSKY (Eds.), **Além da Alfabetização**. São Paulo: Ática, p. 259-282. 1996.

GONÇALVES, M. C. **Concepções de Profesores e o Ensino de Probabilidade na Escola Básica.** 2004. Dissertação (Mestrado Educação Matemática) – Programa de Pós Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

GUELLI, O. Equação: o idioma da álgebra. São Paulo: Editora Ática. 1994. (Coleção Contando a História da Matemática)

GÜNTHER*, H*. **Como Elaborar um Questionário** (Série: Planejamento de Pesquisa nas Ciências Sociais, Nº 01, *2003*.

IMENES, Luiz Márcio. Um estudo sobre o fracasso do ensino e da aprendizagem da matemática. **Bolema**, São Paulo, UNESP, 1995,p.10-16.

KARLSON, P. **A magia dos números.** Rio de Janeiro: Globo, 1961.

KEPPKE, C. L., **Álgebra nos currículos do Ensino Fundamental.** 2007. Dissertação (Mestrado Profissional em ensino de Matemática) Programa de Pós Graduação em Educação Matemática Pontifícia Universidade Católica. São Paulo

KILPATRICK, J. **Fincando estacas: uma tentativa de demarcar a educação matemática como campo profissional e científico.** In: Zetetiké/Unicamp, Faculdade de Educação, revista do círculo de estudo, memória e pesquisa em Educação Matemática. v.4, n.5, jan./jun. 1996, p.99 - 120. Tradução: Rosana g. s. Miskulin; Cármen Lúcia b. Passos; Regina c. Grando e Elisabeth a Araújo.

KILPATRICK, J.; GÓMEZ, P.; RICO, L. **Educación Matemática**: Errores y dificultades de lós Estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia. Bogotá: Universidad de lós Andes, 1998. p. 1-18.

LASSOS, A. A**. Expectativas de Futuros Professores de Matemática sobre a Prática Docente.** 2007. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Programa de Pós Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

LEE, L. Early – but which algebra? The future of the teaching and learning of algebra. In: ICMI STUDY CONFERENCE, 12., 2001, Melbourne (Australia). **Proceedings … Melbourne: ICMI**, 2001. V.2, p. 392 – 300.

LELLIS, M. C. T. **Sobre o Conhecimento Matemático do Professor de Matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2002.

LINS, R. C., GIMENEZ, J. **Perspectiva em aritmética e álgebra para o século XXI.** Campinas, SP: Papirus, 1997. (Coleção Perspectiva em Educação Matemática).

LLINARES, S. Intentando comprender la práctica del profesor de matemáticas. In: PONTE, J. P.; e SERRAZINA, L. Educação Matemática em Portugal, Espanha e Itália. **Actas da Escola de Verão.** 1999. p.109-132

MEINICKE, R. L. O. **O Professor de Matemática e Prática Reflexiva: estudos com Professores da Sétima Série do ensino Fundamental.** 2005. 210f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós Graduação em Educação, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais.

MIGUEL, A. ; VILELA, D. Práticas Escolares de Mobilização de Cultura Matemática. **Cadernos do CEDES (UNICAMP)**, v. 28, p. 97-120, 2008.

MIGUEL, Antonio, GARNICA, Antonio Vicente Marafioti, IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo, & D'AMBRÓSIO, Ubiratan. A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação,** (27), 70-93, 2004.

MIGUEL, A.; FIORENTINI, D.; MIORIN, M. A. Álgebra ou geometria: para onde pende o pêndulo? **Pro-posições**, v.3, n. 1(7), mar. 1992.

MONDINI, F., **Modos de conceber a álgebra em cursos de formação de professores de Matemática.** 2009. . Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Programa de Pós Graduação em Educação Matemática Universidade Estadual Paulista

MOREIRA, P. C. ; DAVID, M. M. M. S. Matemática escolar, matemática científica, saber docente e formação de professores. **Zetétike (UNICAMP)**, Campinas, SP, v. 11, n. 19, p. 57-80, 2003.

MOREIRA, P. C. ; DAVID, M. M. M. S. **A formação matemática do professor: licenciatura e prática docente escolar.** 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. v. 1. 116 p.
MACHADO, N. J. **Matemática e língua materna: análise de uma impregnação mútua.** São Paulo: Cortez, 2004.

PANOSSIAN, M. L., **Manifestações do pensamento e da linguagem algébrica de estudantes: indicadores para a organização do ensino.** 2008. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Programa de Pós Graduação em Educação, Universidade de São Paulo.

PEREIRA, M. D., **Um estudo sobre equações: identificando conhecimentos de alunos de um curso de formação de professores de Matemática.** 2005 Dissertação (Mestrado Profissional em ensino de Matemática) Programa de Pós Graduação em Educação Matemática Pontifícia Universidade Católica. São Paulo

PINTO, N. B. A avaliação da aprendizagem como prática investigativa. In: **XII ENDIPE. PUCPR.** Vol. 3, 2003.

PONTE, J. P.. Concepções dos professores de matemática e processos de formação. In: BROWN, M.; FERNANDES, D.; MATOS, J.F.; PONTE, J.P. **Educação Matemática: temas de investigação.** Lisboa: IIE, 1992. P. 185-239.

RIBEIRO, A. J., **Equação e seus multisignificados no ensino de Matemática: contribuições de um estudo epistemológico.** 2007. Tese (Doutorado em Educação Matemática) Programa de Pós Graduação em Educação Matemática Pontifícia Universidade Católica.

SÁNCHEZZ HUETE, J. C. **O Ensino de Matemática: Fundamentos Teóricos e Bases Psicopedagógicas**. Juan Carlos Sánchez Huete e José Fernández Bravo; tradução Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006.

SANTOS, L. M. **Concepções do Professor de Matemática Sobre o Ensino de Álgebra.** 2005. Dissertação (Mestrado Educação Matemática) – Programa de Pós Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

SANTOS, V. de M. A matemática escolar, o aluno e o professor: paradoxos aparentes e polarizações em discussão. **Cad. CEDES**. Vol.28, n.74, p. 25-38, 2008.

SANTOS, V. de M. **O objeto de estudo e focos de interesse em Educação Matemática a partir de uma revisão bibliográfica.** Tese de livre docência, FEUSP, 2008.

SANTOS, V. de M. . Possibilidades de investigação em Educação Matemática a partir da universidade. **Série-Estudos (UCDB),** Campo Grande, v. 12, p. 152-164, 2001.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. **Experiências Matemáticas**. 5ª a 8 ª séries. São Paulo: SEE/CENP, 1994.

SÃO PAULO. Secretária de Educação do Estado de São Paulo. **Proposta Curricular do Estado de São Paulo:** Matemática. Secretária de Educação do Estado de São Paulo. São Paulo: SEE, 2008. 64 p.

SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher.** 15(2), 1986, p. 4-14.

SILVA, M. S. R. da. A elaboração do conhecimento e o ensino-aprendizagem de leitura: uma questão sociointeracional. In: GRANVILLR, M. A. (Org.) **Sala de aula: ensino aprendizagem. Campinas, SP: Papirus, 2008.**

SOUSA, M. C., **O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica: um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino fundamental.** 2004. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós Graduação em Educação, Faculdade de Educação da Universidade de Campinas.

SOUSA, A. S., **Metacognição e ensino de álgebra: análise do que pensam e dizem professores de Matemática da Educação básica.** 2007. Dissertação (Mestrado Profissional Educação) Programa de Pós Graduação em Educação Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo

SOUZA, E. R.; DINIZ. M. I. S. V., **Álgebra: das variáveis às equações e funções.** São Paulo: Caem, 1996.

THOMPSON, A. A relação entre concepções de matemática e de ensino de matemática de professores na prática pedagógica**. Zetetiké**, Campinas, v.5, n.8, p. 9-45, jul. – dez. 1997.

TRIGUEIROS, M.; URSINI, S. Integración de lós distintos usos de La variable. In: V CIBEM – Congresso Iberoamericano de Educação Matemática, 2005, Porto. **Actas V CIBEM.** 2005. 1 CD-ROM.

RICO, L. SIERRA, M. & CASTRO, E. Didáctica de La matemática. En, L. RICO & D. MADRID (Eds), Las Disciplinas Didácticas entre Las Ciências de La Educación y lãs Áreas Curriculares. Madrid: Síntesis, 2000.

SIERPINSKA, A. KILPATRICK, J. Continuing the search. In: SIERSPINSKA, A. KILPATRICK, J. (Orgs.) Mathematics education as research domain. Dordrecht: Kluwer, 1998. **International Commission of Mathematics Instruction (ICMI)** (Trad. Português)

STEINER, H. G. Theory of Mathematics education (TME): an introduction. For the Learning of Mathematics, Vol. 5. n.2, p. 11-17, 1985.

USISKIN, Z. **Concepções sobre a Álgebra da Escola Média e utilizações das variáveis.** In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P. As ideas da Álgebra. Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

APÊNDICE

Prezado estudante,

Sou aluno do Programa de Pós Graduação em Educação da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), pertencente ao Grupo de Pesquisa em Educação Matemática (GEM), e nesta oportunidade, venho solicitar a vossa participação no desenvolvimento de minha pesquisa, no qual intitula-se: **Álgebra e Formação Docente: o que dizem futuros professores de matemática**, sob a orientação da Profa. Dra. Maria do Carmo de Sousa[1].

Este questionário é parte integrante da minha pesquisa que está sendo desenvolvida, contamos com a sua colaboração no sentido de responder todas as questões com a máxima clareza, de tal forma, que suas respostas expressem suas posições em relação ao tema tratado, para tanto, peço a compreensão para que suas respostas sejam sinceras e as mais detalhadas possíveis.

Sua participação é de suma importância, sem a qual não se poderá realizar este estudo investigativo sobre as atitudes, crenças e concepções dos futuros professores de Matemática da Educação Básica em relação ao Ensino de Álgebra, de forma que possamos subsidiar possíveis mudanças nos currículos das licenciaturas, ou repensá-los. Sabemos que as melhores referências para pensar essa questão são os próprios estudantes de Licenciatura em Matemática, futuros professores que, a partir da análise de suas experiências, podem fornecer elementos significativos para nos auxiliar nessa reflexão.

Os resultados são sigilosos e os colaboradores não serão identificados. Embora exista necessidade de identificação nos instrumentos, as análises serão feitas de maneira a não revelar as identidades, o que será respeitado, pois as informações coletadas serão analisadas de forma global sem que você seja identificado (a).

Desde já agradecemos sua contribuição, ela será de grande importância para que os objetivos desse trabalho sejam alcançados. É neste sentido que contamos com a sua colaboração e agradecemos por dispensar parte do seu valioso tempo.

Atenciosamente,

Flávio de Souza Pires[2], Maria do Carmo de Sousa[1]

Escreva um pouco sobre a álgebra que você aprendeu até agora, tanto no Ensino Fundamental e Ensino Médio quanto no Ensino Superior, indicando suas percepções, compreensões, facilidades e dificuldades.

Escreva como e quando fez a opção pelo curso de Matemática? Indique as influências que sofreu durante a escolha.

Qual a sua opção para o curso de Matemática?

( ) Licenciatura ( ) Bacharelado ( ) Licenciatura e Bacharelado

Justifique a escolha:

Já pensou em ser professor de Matemática, por quê?

Escreva um pouco sobre como você ensinaria álgebra no Ensino Fundamental ou Médio, versando conceitos tais como: equação, inequação, função, variável, produtos notáveis, polinômios, sistemas lineares, matrizes, determinantes, etc.

Em qual escola concluiu o Ensino Fundamental:

(   ) Pública   (   ) Particular (   ) Pública e Particular, Especifique:
____
____

(   ) Outra, Qual?:____

Em qual escola concluiu o Ensino Médio:

(   ) Pública   (   ) Particular (   ) Pública e Particular, Especifique:
____
____

(   )Magistério (Normal)   (   ) Técnico Profissionalizante,

(   ) Outra, Qual?: ____

Qual a sua profissão, atualmente?____

Nome: ____

Idade: _______

Muito obrigado pela sua colaboração, agradecemos desde já a sua compreensão e tempo para respondê-lo.