

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

**SUPER RESOLUÇÃO BASEADA EM  
MÉTODOS ITERATIVOS DE RESTAURAÇÃO**

**MÁRCIA LUCIANA AGUENA CASTRO**

**ORIENTADOR: PROF. DR. NELSON DELFINO D'ÁVILA MASCARENHAS**

São Carlos – SP

Maio/2013

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

**SUPER RESOLUÇÃO BASEADA EM  
MÉTODOS ITERATIVOS DE RESTAURAÇÃO**

**MÁRCIA LUCIANA AGUENA CASTRO**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Ciência da Computação, área de concentração: Processamento de Imagens e Sinais

Orientador: Prof. Dr. Nelson Delfino D'Ávila Mascarenhas

São Carlos – SP

Maio/2013

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da  
Biblioteca Comunitária/UFSCar**

A282sr

Aguena-Castro, Márcia Luciana.

Super resolução baseada em métodos iterativos de restauração / Márcia Luciana Aguena Castro. -- São Carlos : UFSCar, 2013.

144 f.

Acompanha Apêndice em CD-ROM.

Tese (Doutorado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2013.

1. Processamento de imagens. 2. Reconstrução por super resolução. 3. Restauração de imagens. 4. Restauração iterativa. 5. Fusão de imagens. 6. Filtro de Wiener. I. Título.

CDD: 006.42 (20<sup>a</sup>)


**Universidade Federal de São Carlos**  
**Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia**  
**Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação**


**“Super Resolução baseada em Métodos  
Iterativos de Restauração”**


Marcia Luciana Agueno Castro


Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Ciência da Computação

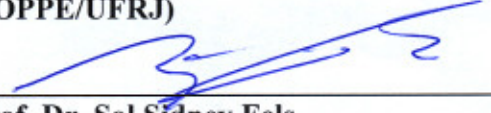
Membros da Banca:

  
Prof. Dr. Nelson Delfino d'Ávila Mascarenhas  
(Orientador - DC/UFSCar)

  
Prof. Dra. Junia Coutinho Anacleto  
(DC/UFSCar)

  
Prof. Dr. Evandro Ottoni Teatini Salles  
(Eng. Elétrica/UFES)

  
Prof. Dr. Eduardo Antonio Barros da Silva  
(COPPE/UFRJ)

  
Prof. Dr. Sol Sidney Fels  
(University of British Columbia)

São Carlos  
Junho/2013

Ao meu pai.

## AGRADECIMENTOS

A Deus antes de tudo, por todos os motivos e por nenhum. Porque ele está em todos os detalhes que me trouxeram até aqui e porque simplesmente Ele é meu Deus;

Ao Augusto e à Cristina, por sempre estarem dispostos a ajudar mesmo além do dever e da amizade;

Aos meus amigos do DC/UFSCar: Michelle, Cristiane, Alexandre, Denis, Ana, Pedro e André, pelo companheirismo, e por tudo que aprendemos juntos. Também aos nossos amigos da UBC: Andrew, Roberto, Antônio, Yichen, Ho Baum, Abir, Massoud, Gregor e Philip por nos receberem de forma tão amável e acolhedora em Vancouver; e ao Ricardo, grande companheiro de viagem.

A minha amiga Valéria, a primeira pessoa que me incentivou a seguir a carreira acadêmica e a Val, André, Marcos por estarem sempre ao meu lado mesmo quando distantes.

À Profa. Dr. Júnia Anacleto e ao Prof. Dr. Sidney Fels por me proporcionarem o intercâmbio na UBC. Não seria possível para mim, jamais ter imaginado quão enriquecedora seria esta oportunidade, se não fosse por vocês;

Ao Prof. Dr. Nelson Mascarenhas, pela honra de ser sua orientanda pela segunda vez, por não aceitar desistências e principalmente pelo exemplo de caráter e dedicação em sua carreira e vida;

À minha mãe Elvira e minha irmã Mara, que sempre, em todos os momentos, só tiveram palavras de incentivo. Tanto elas já fizeram por mim que qualquer agradecimento é muito pouco;

Ao meu pai, que nunca negou esforços para a minha educação, que mostrava orgulhoso meu boletim para seus colegas, e que se orgulharia de ter uma filha doutora.

E ao Reinaldo, que divide comigo o dia-a-dia e os sonhos, os bons e maus momentos. Você que é meu lastro e minha vela: todas as minhas conquistas são suas.

*I am a scientist  
I seek to understand me  
All of my impurities and evils yet unknown  
I am a journalist  
I write to you to show you  
I am an incurable  
And nothing else behaves like me  
And I know what's right  
But I'm losing sight  
Of the clues  
for which I search and choose to abuse  
To just unlock my mind  
Yeah, and just unlock my mind*

Guided by Voices

## RESUMO

A melhora da resolução de uma imagem é sempre desejada, independentemente de seu objetivo, mas principalmente se destinada a análise visual. O desenvolvimento de hardware para o aumento de resolução de uma imagem em sua captura ainda possui o custo mais elevado do que as soluções algorítmicas de super resolução (SR). Assim como a restauração de imagens, a super resolução também é um problema inverso mal-condicionado e possui infinitas soluções. Este trabalho analisa métodos de restauração iterativos (Van Cittert, Tikhonov-Miller e Gradiente Conjugado) que proponham soluções para o problema do mal-condicionamento e os compara com o método IBP (Iterative Back-Projection). A análise das semelhanças encontradas é base para uma generalização de modo que outros métodos iterativos de restauração possam ter suas propriedades adaptadas, tais como regularização do mal-condicionamento, redução do ruído e outras degradações e aumento na taxa de convergência, para que possam ser incorporadas à técnicas de super resolução. Dois novos métodos foram criados como estudo de caso da generalização proposta: o primeiro é um método de super-resolução para imageamento por ressonância magnética (MRI) dinâmico do processo de deglutição, que utiliza uma filtragem de Wiener adaptativa como regularização e registro não-rígido; o segundo é um método de pansharpening das bandas do satélite SPOT, que utiliza amostragem baseada nas características do sensor e filtragem de Wiener não-adaptativa.

**Palavras-chave:** super resolução, restauração de imagens, retroprojeção de imagens, restauração iterativa, fusão de imagens. filtro de Wiener, MRI de deglutição, pansharpening



## ABSTRACT

The resolution enhancement of an image is always desirable, independently of its objective, but mainly if the image has the purpose of visual analysis. The hardware development for increasing the image resolution still has a higher cost than the algorithmic solutions for super-resolution. Like image restoration, super-resolution is also an ill-conditioned inverse problem, and has an infinite number of solutions. This work analyzes the iterative restoration methods (Van Cittert, Tikhonov-Miller and Conjugate Gradient) which propose solutions for the ill-conditioning problem and compares them with the IBP method (Iterative Back Projection). The analysis of the found similarities is the basis of a generalization, such that other iterative restoration methods can have their properties adapted, as regularization of the ill-conditioning, noise reduction and other degradations and the increase of the convergence rate can be incorporated to the techniques of super-resolution. Two new methods were created as case studies of the proposed generalization: the first one is a super-resolution method for dynamic magnetic resonance imaging (MRI) of the swallowing process, that uses an adaptive Wiener filtering as regularization and a non-rigid registration; and the second one is a pan sharpening method of SPOT satellite bands, that uses sampling based on sensor's characteristics and non-adaptive Wiener filtering.

**Keywords:** super-resolution, images restoration, images back projection, iterative restoration, image fusion, Wiener filter, swallowing MRI, pansharpening.

## LISTA DE FIGURAS

2.1	Representação do borramento sobre uma imagem (CAPEL, 2004). . . . .	28
2.2	Diagrama de blocos do processo de degradação da imagem em SR. . . . .	31
2.3	De (a) até (d) relação entre as imagens LR, (e) amostragem arbitrária e (f) amostragem uniforme desejada (KATSAGGELOS; MOLINA; MATEOS, 2007). . . . .	32
2.4	Passos de pré processamento para as imagens de treinamento. (a) imagen LR, (b) imagens LR interpoladas, (c) imagem HR original correspondente, (d) e (e) versões passa-alta e passa-banda com contraste equalizados de (a) e (b) que serão utilizadas para os conjuntos de treinamento (FREEMAN; JONES; PASZTOR, 2002). . . . .	37
2.5	Modelo de rede de Markov para o problema de SR. Os trechos LR em cada nó $g_i$ são as entradas observadas. Os trechos HR em cada nó $f_i$ são os valores que desejamos estimar (CAPEL; ZISSERMAN, 2003). . . . .	38
2.6	Resultado do método Baker-Kanade. (a) Imagem LR $24 \times 32$ pixels ampliada com zoom para melhor visualização, (b) Imagem HR $96 \times 128$ resultante do método halluciantion, (c) Imagem HR original, (d) Imagem LR sobre-amostrada armazenada na base de dados (BAKER; KANADE, 2002). . . . .	39
2.7	Esquema da convergência do método POCS.. . . . .	40
3.1	Diagrama do processo IBP de SR. Comparação das imagens LR simuladas e observadas (IRANI; PELEG, 1990). . . . .	43
3.2	Relação entre as bandas multiespectrais, a banda pancromática do SPOT e as bandas sintéticas ( $E1, E2$ e $E3$ ). . . . .	45
3.3	Relação entre as bandas multiespectrais interpoladas do SPOT, a banda pancromática do SPOT e as bandas sintéticas. . . . .	46

3.4	Representação gráfica da mudança de grade na interpolação. Note que os quadros representam unidades da grade e não pixels. . . . .	47
3.5	Modelo discreto de degradação de imagem em restauração. . . . .	50
3.6	Região do plano convexo onde os autovalores da matriz de borramento devem recair para a iteração de Van Cittert convergir. (LAGENDIJK; BIEMOND, 1990). . .	53
3.7	Artefato de <i>ringing</i> apresentado pela restauração da imagem. À esquerda imagem inicial, antes da restauração e à direita a imagem restaurada pelo método Van Cittert com reblurring, apresentando o artefato. . . . .	57
5.1	Representação o mapeamento de $\rho$ e $I_S$ utilizados no processo de regularização.	71
6.1	Lena: à esquerda a imagem original, à direita, na primeira fila, borramento de raio=2 e na segunda fila raio=4, na primeira coluna ruído com DP=0, segunda coluna DP=8 e terceira coluna DP=16. . . . .	77
6.2	Gráfico do ISNR dos métodos de SR para a imagem Lena. . . . .	79
6.3	Gráfico do SSIM dos métodos de SR para a imagem Lena. . . . .	80
6.4	Gráfico do MSE dos métodos de SR. . . . .	81
6.5	Melhores resultados dos métodos aplicado a um borramento de raio=2 e sem ruído. Os métodos regularizados geram resultados mais borrados. . . . .	82
6.6	Gráfico do ISNR dos métodos de SR para borramento com raio=2 e ruído com DP=8. . . . .	83
6.7	Gráfico do SSIM dos métodos de SR. . . . .	84
6.8	Gráfico do MSE dos métodos de SR. . . . .	85
6.9	Melhores resultados dos métodos aplicado à um borramento de raio=2 e ruído com DP=8. . . . .	86
6.10	Gráfico do ISNR dos métodos de SR. . . . .	87
6.11	Gráfico do SSIM dos métodos de SR. . . . .	88
6.12	Gráfico do MSE dos métodos de SR. . . . .	89
6.13	Melhores resultados dos métodos aplicado à um borramento de raio=2 e ruído com DP=16. . . . .	90
6.14	Gráfico do ISNR dos métodos de SR. . . . .	91

6.15	Gráfico do SSIM dos métodos de SR. . . . .	92
6.16	Gráfico do MSE dos métodos de SR. . . . .	93
6.17	Melhores resultados dos métodos aplicado a um borramento de raio=4 e sem ruído. . . . .	94
6.18	Gráfico do ISNR dos métodos de SR. . . . .	95
6.19	Gráfico do SSIM dos métodos de SR. . . . .	96
6.20	Gráfico do MSE dos métodos de SR. . . . .	97
6.21	Melhores resultados dos métodos aplicado a um borramento de raio=4 e ruído com DP=8. . . . .	98
6.22	Gráfico do ISNR dos métodos de SR. . . . .	99
6.23	Gráfico do SSIM dos métodos de SR. . . . .	100
6.24	Gráfico do MSE dos métodos de SR. . . . .	101
6.25	Melhores resultados dos métodos aplicado a um borramento de raio=4 e ruído com DP=16. . . . .	102
6.26	Cinco frames originais, sendo o último o frame de referência do registro. . . .	103
6.27	Melhores resultados experimentais: na primeira coluna estão as imagens sintéticas iniciais; na segunda coluna o melhor SSIM para FW, na terceira o melhor SSIM para RL; na quarta o melhor ISNR para FW e na quinta o melhor ISNR para RL.	105
6.28	Melhores resultados experimentais: na primeira coluna estão as imagens sintéticas iniciais; na segunda coluna o melhor SSIM para FW, na terceira o melhor SSIM para RL; na quarta o melhor ISNR para FW e na quinta o melhor ISNR para RL.	108
6.29	Ruído característico. . . . .	109
6.30	Imagens Originais. . . . .	110
6.31	Imagens iniciais . . . . .	111
6.32	Pansharpening aplicado em $g_1$ . Na primeira linha as imagens iniciais degradadas, na segunda linha os resultados do método PFW e na terceira linha os resultados do método SPB. . . . .	114

6.33	Pansharpening aplicado em $g_2$ . Na primeira linha as imagens iniciais degradadas, na segunda linha os resultados do método PFW e na terceira linha os resultados do método SPB . . . . .	115
6.34	Pansharpening aplicado em $g_3$ . Na primeira linha as imagens iniciais degradadas, na segunda linha os resultados do método PFW e na terceira linha os resultados do método SPB. . . . .	116
A.1	Influência da escolha do parâmetro $\beta$ na convergência do método VCSR. . . . .	128
A.2	Influência da escolha do parâmetro $\alpha$ na evolução das iterações do método TMSR com $\beta = 1$ . . . . .	129
A.3	Resultado do método TMSR para borramento com raio=2 e ruído com DP=16. . . . .	130
A.4	Evolução ISNR nas iterações do método TMSR com variação $\alpha$ , para imagem com borramento de r=4 e sem ruído (DP=0). . . . .	130
A.5	Evolução do ISNR nas iterações do método BOSR com variação $\alpha$ . . . . .	131
A.6	Evolução do $\beta$ nas iterações do método BOSR com variação $\alpha$ . . . . .	132
A.7	Evolução do ISNR nas iterações do método GCSR com variação $\alpha$ . . . . .	133
A.8	Resultado do método GCSR variando $\alpha$ para borramento com raio=2 e ruído com DP=16. . . . .	133
A.9	Representação da máscara imposta pelas matrizes de restrição adaptativa sobre a regularização do ruído ( $I_S$ ) e sobre o deblurring( $I_R$ ). . . . .	134
A.10	Evolução ISNR nas iterações do método TMRASR com variação de $\mu$ , para imagem ruidosa (borramento com raio=2 e ruído com DP=16). . . . .	135
A.11	Resultado do método TMRASR para imagem ruidosa (borramento com raio=2 e ruído com DP=16). . . . .	136
A.12	Evolução do ISNR nas iterações do método GCRASR com variação de $\mu$ , para imagem ruidosa (borramento com raio=2 e ruído com DP=16). . . . .	137
A.13	Resultado do método TMRASR para borramento com raio=2 e ruído com DP=16. . . . .	137
A.14	Evolução do ISNR nas iterações do método TMRASR com variação $\mu$ , para imagem com borramento (raio= 4) e sem ruído (DP=0). . . . .	139
A.15	Resultado do método TMRASR para borramento com raio=4 e ruído com DP=0. . . . .	139

A.16 Evolução do ISNR nas iterações do método GCRASR com variação $\mu$ , para imagem com borramento (raio= 4) e sem ruído (DP=0). . . . .	140
A.17 Resultado do método GCRASR para borramento com raio=4 e ruído com DP=0.	141

## LISTA DE TABELAS

2.1	Características de imagens obtidas pelo satélite SPOT. . . . .	30
4.1	Comparação entre os processos iterativos de Restauração e Super-Resolução. . .	61
6.1	ISNR para borramento com raio=2 e ruído com DP=0 . . . . .	79
6.2	SSIM para borramento com raio=2 e ruído com DP=0 . . . . .	79
6.3	MSE para borramento com raio=2 e ruído com DP=0 . . . . .	80
6.4	ISNR para borramento com raio=2 e ruído com DP=8 d . . . . .	83
6.5	SSIM para borramento com raio=2 e ruído com DP=8 . . . . .	84
6.6	MSE para borramento com raio=2 e ruído com DP=8 . . . . .	85
6.7	ISNR para borramento com raio=2 e ruído com DP=16. . . . .	87
6.8	SSIM para borramento com raio=2 e ruído com DP=8 . . . . .	88
6.9	MSE para borramento com raio=2 e ruído com DP=16 . . . . .	89
6.10	ISNR para borramento com raio=4 e ruído com DP=0 . . . . .	91
6.11	SSIM para borramento com raio=4 e sem ruído. . . . .	92
6.12	MSE para borramento com raio=4 e ruído com DP=0 . . . . .	93
6.13	ISNR para borramento com raio=4 e ruído com DP=8 . . . . .	95
6.14	SSIM para borramento com raio=4 e ruído com DP=8 . . . . .	96
6.15	MSE para borramento com raio 4 e ruído com DP=8 . . . . .	97
6.16	ISNR para borramento com raio=4 e ruído com DP=16. . . . .	99
6.17	SSIM para borramento com raio=4 e ruído com DP=16 . . . . .	100
6.18	MSE para borramento com raio=4 e ruído com DP=16 . . . . .	101

6.19	Melhor ISNR para borramento com raio=2 . . . . .	104
6.20	Melhor SSIM para borramento com raio=2 . . . . .	104
6.21	Melhor ISNR para borramento com raio=4 . . . . .	106
6.22	Melhor SSIM para borramento com raio=4 . . . . .	106
6.23	ERGAS . . . . .	112
6.24	ISNR . . . . .	113
6.25	RMSE . . . . .	113
6.26	SSIM . . . . .	114
A.1	Influência da escolha do parâmetro $\beta$ na convergência do método VCSR. . . . .	127
A.2	Influência da escolha do parâmetro $\beta$ na convergência do método VCSR. . . . .	128
A.3	Influência da escolha do parâmetro $\alpha$ na evolução das iterações do método TMSR com $\beta = 1$ . . . . .	129
A.4	Metodo TM com $\beta$ Otimizado com variação de $\alpha$ . . . . .	131
A.5	Método Gradiente Conjugado com variação de $\alpha$ . . . . .	132
A.6	TMRASR - Imagem Ruidosa com $\beta = 1$ e $\alpha = 0.5$ . . . . .	135
A.7	Método GCSR para imagem ruidosa com $\alpha = 0.625$ . . . . .	136
A.8	Método Tikhonov Miller com variação do $\beta$ . . . . .	138
A.9	Método Tikhonov Miller com variação do $\beta$ . . . . .	140



# SUMÁRIO

<b>GLOSSÁRIO</b>	<b>19</b>
<b>CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO</b>	<b>21</b>
1.1 Contextualização e Motivação . . . . .	21
1.1.1 Super-resolução em imagens de MRI do processo de deglutição . . . . .	22
1.1.2 Pansharpening . . . . .	24
1.2 Objetivos . . . . .	25
1.3 Organização . . . . .	26
<b>CAPÍTULO 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>27</b>
2.1 Conceitos Iniciais . . . . .	27
2.1.1 Resolução da Imagem . . . . .	27
2.1.2 Fatores de Degradação da Imagem . . . . .	27
2.1.2.1 Borrramento . . . . .	27
Borrimento por Deslocamento Linear . . . . .	28
Borrimento por Desfocalização Uniforme . . . . .	28
Borrimento por Turbulência Atmosférica . . . . .	28
2.1.2.2 Amostragem Espacial . . . . .	29
2.1.2.3 Ruído Aditivo . . . . .	29
2.1.3 Registro de Imagens . . . . .	29
2.1.4 Pansharpening . . . . .	30

2.2	Super-Resolução de Imagens . . . . .	31
2.2.1	Métodos do Estado-da-Arte . . . . .	32
2.2.1.1	Métodos no Domínio da Frequência . . . . .	32
2.2.1.2	Métodos Bayesianos . . . . .	34
2.2.1.3	Abordagens Baseadas em Exemplos . . . . .	36
2.2.1.4	Abordagens <i>Set Theoretic</i> /POCS . . . . .	39
<b>CAPÍTULO 3 – TRABALHOS RELACIONADOS</b>		<b>42</b>
3.1	Método Irani-Peleg de Retro-projeção iterativa (IBP) (IRANI; PELEG, 1990, 1991)	42
3.2	Interpolação Geométrica proposta em (BRUM, 1989) . . . . .	44
3.3	Fusão utilizando Estimaco Estatística Bayesiana em (MASCARENHAS; BANON; CANDEIAS, 1992, 1996) . . . . .	47
3.4	Registro não-rígido proposto em (MYRONENKO; SONG, 2009, 2010) . . . . .	49
3.5	Métodos Iterativos de Restauraco em (LAGENDIJK; BIEMOND, 1990) . . . . .	49
3.5.1	Mal-Condicionamento do Problema da Restauraco . . . . .	50
3.5.2	Restauraco Iterativa de Imagens . . . . .	51
3.5.2.1	Iteraces de Van Cittert . . . . .	51
3.5.2.2	Van Cittert com Reblurring - VCR . . . . .	53
3.5.2.3	Método de Tikhonov-Miller com Regularizaco Determinística - TMR . . . . .	54
3.5.2.4	Método de Tikhonov-Miller com $\beta$ Otimizado - TMOR . . . . .	55
3.5.2.5	Método do Gradiente Conjugado - GCR . . . . .	56
3.5.3	Reduo do Artefato de Ringing com Restrices Adaptativas . . . . .	56
3.5.3.1	Conhecimento a priori . . . . .	56
3.5.3.2	Método Tikhonov-Miller com Restrices Adaptativas - TMRA . . . . .	58
3.5.3.3	Método do Gradiente Conjugado com Restrices Adaptativas - GCRA . . . . .	58
3.5.3.4	Implementaco das Matrizes $I_R$ e $I_S$ . . . . .	59

<b>CAPÍTULO 4 – SUPER-RESOLUÇÃO BASEADA EM MÉTODOS ITERATIVOS DE RESTAURAÇÃO</b>	<b>60</b>
4.1 Semelhanças entre Métodos Iterativos de Restauração e Super Resolução . . .	60
4.1.1 Van Cittert com Reblurring para Super-Resolução - VCSR . . . . .	62
4.1.2 Tikhonov-Miller para Super-Resolução - TMSR . . . . .	62
4.1.3 Método de Tikhonov-Miller com $\beta$ Otimizado para Super-Resolução - TMSR . . . . .	63
4.1.4 Gradiente Conjugado para Super-Resolução - GCSR . . . . .	63
4.1.5 Implementações com Restrições Adaptativas para Super-Resolução . .	64
4.1.5.1 Tikhonov-Miller com Restrições Adaptativas para Super-Resolução - TMRASR . . . . .	64
4.1.5.2 Gradiente Conjugado com Restrições Adaptativas para Super-Resolução - GCRASR . . . . .	65
<b>CAPÍTULO 5 – GENERALIZAÇÃO E ESTUDOS DE CASO</b>	<b>66</b>
5.1 Generalização . . . . .	66
5.1.1 Valor inicial $f_0$ . . . . .	66
5.1.2 Amostragem . . . . .	66
5.1.3 Registro . . . . .	67
5.1.4 Deblurring . . . . .	68
5.1.5 Fusão das Imagens . . . . .	68
5.1.6 Regularização . . . . .	68
5.2 SR aplicada a MRI com regularização por filtro de Wiener . . . . .	69
5.2.1 Amostragem . . . . .	69
5.2.2 Representação de registro não-rígido como função . . . . .	70
5.2.3 Regularização pelo filtro de Wiener . . . . .	70
5.2.4 Formulação Final . . . . .	71
5.3 Pansharpening com regularização pelo filtro de Wiener . . . . .	72

5.3.1	Amostragem . . . . .	73
5.3.2	Borramento e Registro . . . . .	74
5.3.3	Regularização . . . . .	74
5.3.4	Forma Final . . . . .	75
<b>CAPÍTULO 6 – RESULTADOS EXPERIMENTAIS</b>		<b>76</b>
6.1	Experimentos de super-resolução baseados em métodos iterativos de restauração	77
6.1.1	Caso b2r0 - Borramento com raio=2 sem ruído . . . . .	78
6.1.2	Caso b2r8 - Borramento com raio=2 e ruído com DP=8 . . . . .	83
6.1.3	Caso b2r16 - Borramento com raio=2 e ruído com DP=16 . . . . .	87
6.1.4	Caso b4r0 - Borramento com raio=4 e sem ruído . . . . .	91
6.1.5	Caso b4r8 - Borramento com raio=4 e ruído com DP=8 . . . . .	95
6.1.6	Caso b4r16 - Borramento com raio=4 e ruído com DP=16 . . . . .	99
6.1.7	Análise dos Resultados . . . . .	100
6.2	Experimentos de super-resolução de MRI sobre imagens da deglutição . . . . .	103
6.2.1	Borramento com raio=2 . . . . .	104
6.2.2	Borramento com raio=4 . . . . .	106
6.2.3	Ruído característico . . . . .	106
6.2.4	Análise dos Resultados . . . . .	106
6.3	Experimentos de pansharpening . . . . .	110
6.3.1	Análise dos Resultados . . . . .	113
<b>CAPÍTULO 7 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</b>		<b>117</b>
7.1	Contribuições . . . . .	118
7.2	Sugestões para Trabalhos Futuros . . . . .	118
<b>REFERÊNCIAS</b>		<b>120</b>

<b>CAPÍTULO A –ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DOS MÉTODOS DE SUPER-RESOLUÇÃO</b>	<b>127</b>
A.1 VCSR - Van Cittert com Reblurring para Super-Resolução . . . . .	127
A.2 TMSR - Tikhonov-Miller para Super-Resolução . . . . .	128
A.3 BOSR - Tikhonov-Miller com $\beta$ Otimizado para Super-Resolução . . . . .	131
A.4 GCSR - Gradiente Conjugado para Super-Resolução . . . . .	132
A.5 Restrições Adaptativas . . . . .	133
A.5.1 Restrições Adaptativas sob Ruído . . . . .	134
A.5.1.1 TMSR e TMRASR . . . . .	134
A.5.1.2 GCSR e GCRASR . . . . .	134
A.5.2 Restrições Adaptativas sob Borramento sem Ruído . . . . .	138
A.5.2.1 TMSR e TMRASR . . . . .	138
A.5.2.2 GCSR e GCRASR . . . . .	138
<b>CAPÍTULO B –MÉTRICAS DE ANÁLISE DE IMAGENS</b>	<b>142</b>

# GLOSSÁRIO

---

---

- BOSR** – *Método Tikhonov-Miller com beta otimizado para Super Resolução.*
- CAT** – *Computer-aided tomography - Tomografia computadorizada.*
- CFT** – *Continuous Fourier Transform - Transformada de Fourier contínua.*
- CLS** – *Constrained Least Square - Mínimos quadrados com restriões.*
- DFT** – *Discrete Fourier Tranform - Transformada discreta de Fourier.*
- DFT** – *Discrete Fourier Transform - Transformada de Fourier discreta.*
- EM** – *Expectation-Maximization.*
- FEES** – *Flexible Endoscopic Evaluation of Swallowing - Avaliação da deglutição por endoscopia flexível.*
- FOV** – *Field of View - Campo de visão.*
- FRSR** – *Método Fast and Robust Super Resolution de Farsiu et al. para Super Resolução.*
- GCSR** – *Método do Gradiente Conjugado para Super Resolução.*
- HR** – *High Resolution - Alta resolução.*
- IBP** – *Iterative Back Projection - Retro-Projecção Iterativa.*
- IBP** – *Iterative back-projection - Retro-projecção iterativa.*
- IHS** – *Intensity-Hue-Saturation - Intensidade-Matiz-Saturação.*
- IISR** – *Interpolation Iterative Super ResolutionSuper - Resolução por Interpolacão Iterativa.*
- IPSR** – *Método Irani-Peleg para Super Resolução.*
- LR** – *Low Resolution - Baixa resolução.*
- MAP** – *Maximum a posteriori.*

- 
- MIRT** – *Matlab Image Registration Toolbox - Toolbox de registro de imagens para Matlab.*
- ML** – *Maximum Likelihood - Máxima Verossimilhança.*
- MRF** – *Markovian Randon Field - Campos Markovianos Aleatórios.*
- MS** – *(imagem) Multiespectral.*
- PAN** – *(imagem) Pancromática.*
- PCA** – *Principal Component Analysis - Análise de principais componentes.*
- PCS** – *Principal Component Substitution - Substituição do principal componente.*
- PGSR** – *Método Papoulis-Gerchberg para Super Resolução.*
- POCS** – *Projection onto convex sets - Projeções em conjuncts convexos.*
- PSF** – *Point Spread Function - Função de espalhamento.*
- RLS** – *Recursive Least Square - Mínimos quadrados recursivos*
- SNR** – *Signal-Noise-Ratio - Taxa de ruído do sinal.*
- SR** – *Super-Resolution - Super resolução.*
- TMSR** – *Método Tikhonov-Miller para Super Resolução*
- VCSR** – *Método Van Cittert para Super Resolução*
- ZmSR** – *Método Robust Super Resolution de Zomet, Rav-Acha e Peleg para Super Resolução.*

# Capítulo 1

## INTRODUÇÃO

---

---

### 1.1 Contextualização e Motivação

As imagens digitais vêm gradativamente substituindo todos os outros tipos de armazenamentos convencionais, como papéis ou películas. Diversos fatores têm contribuído para essa mudança de mídia, tais como a diminuição do custo de produção de sensores e meios de armazenagem digital, incorporação de câmeras a aparelhos celulares, notebooks e computadores, advento da TV digital e outros. Para praticamente qualquer finalidade que se dê a uma imagem digital a melhora em sua resolução espacial é bem vinda, seja para tornar mais acurado um diagnóstico médico por imagem, obter informações de câmeras de segurança ou simplesmente melhorar a visualização de detalhes de uma imagem.

As técnicas de super resolução (SR) visam produzir imagens com mais alta definição ou resolução (HR – *high resolution*) obtidas a partir da fusão das informações parciais e não redundantes de várias imagens de baixa resolução (LR – *low resolution*) ou quadros de vídeo (CAPEL, 2004; PARK; PARK; KANG, 2003; YANG et al., 2010).

A super-resolução é em princípio um processo de fusão que estende os métodos clássicos de interpolação/restauração/filtragem para várias imagens de baixa resolução, para a obtenção de um único quadro com resolução aumentada. Desta forma o processo de SR envolve não somente a sobre-amostragem de imagens LR, mas também a correção de distorções e filtragens. Devido ao vasto campo de aplicações da SR, os requisitos de eficiência e qualidade variam consideravelmente, gerando a necessidade de um grande número de algoritmos adaptando a idéia central da SR para um problema específico. Por exemplo, técnicas para vigilância por vídeo, detecção de alvos bélicos e outras aplicações de tempo-real, demandam baixo tempo de execução. Já em aplicações como imageamento astronômico, a acurácia espacial é mais



importante do que o tempo de execução.

Um dos métodos de super-resolução mais tradicionais, é o chamado Retro-Projeção Iterativa (IBP - *Iterative Back Projection*) desenvolvido por Irani e Peleg (IRANI; PELEG, 1991) que consiste em formar imagens de alta resolução de maneira similar à técnica de *back-projection* utilizada na reconstrução tomográfica. Cada pixel da imagem HR é formado pela soma de diferentes projeções de algumas áreas das imagens LR, determinadas especificamente pelo borramento e deslocamento sofridos por ela. Uma característica do método IBP apontada pelos autores é o seu funcionamento como método de restauração, quando aplicado à apenas uma imagem borrada, sem a intenção do aumento da resolução, resultando em uma restauração iterativa.

Em (KOMATSU et al., 1993) Komatsu et al. de maneira semelhante, aplicaram o IBP a imagens LR obtidas por sensores com diferentes aberturas de câmeras<sup>1</sup>, ou seja, imagens obtidas sobre diferentes grades (uniformes ou não), para a formação de uma imagem HR sobre uma grade uniforme de distribuição de pixels.

Embora o ruído seja o maior responsável pela instabilidade dos métodos iterativos de restauração, ambos os trabalhos supracitados não o tratam diretamente: apenas são descartados valores marginais entre os pixels de posição equivalente nas imagens LR, imaginando que valores muito discrepantes de pixels na mesma posição em imagens registradas são efeito do ruído.

Para tratar a propagação do ruído em métodos iterativos de SR, alguns trabalhos adicionaram a regularização de Tikhonov-Miller, ou outra semelhante (BANNORE, 2009; BOUHAMIDI; JBILOU, 2009; CAPEL; ZISSERMAN, 2003; PATANAVIJIT; JITAPUNKUL, 2007; PLENGE et al., 2012).

Todos os trabalhos citados têm em comum uma profunda semelhança com métodos de restauração iterativos (KATSAGGELOS, 1989; LAGENDIJK; BIEMOND, 1990; PARK; PARK; KANG, 2003), baseando-se nos dispositivos de *deblurring* e (*denoising*) dos mesmos e adaptando-os para a SR.

### 1.1.1 Super-resolução em imagens de MRI do processo de deglutição

A disfagia é caracterizada por dificuldades na deglutição e em 16 – 22% dos casos ocorrem em indivíduos com mais de 50 anos. Este distúrbio pode levar a sérias complicações tais como desnutrição, perda de peso e aspiração do alimento pelas vias aéreas, o que em se tratando de idosos, pode facilitar a ocorrência de outras doenças oportunistas (EKBERG et al., 2002).

---

<sup>1</sup>camera aperture

Atualmente há dois métodos empregados para a avaliação da deglutição: avaliação por endoscopia flexível (FEES - Flexible Endoscopic Evaluation of Swallowing) e captura por vídeo-fluoroscopia com a ingestão de bário modificado. O primeiro método é invasivo e no segundo há a exposição à radiação e pobre visualização de tecidos não rígidos (SINGH et al., 2006). Há um crescente interesse em ressonância magnética dinâmica para estudar o processo de deglutição, gerado pela natureza projetional da técnica e sua excelente detecção de contraste em tecidos não rígidos. MRI possui várias vantagens quando comparada a técnicas convencionais como Raio-X: não há o efeito nocivo da radiação; há a possibilidade de obtenção de vários cortes de imagem sem troca de posição do paciente e bom contraste em tecidos não rígidos (BARKHAUSEN et al., 2002).

O maior desafio em MRI é o compromisso entre as resoluções espacial e temporal: alta taxa de captura de frames só pode ser conseguida mediante perda na qualidade espacial. Dessa maneira, quando eventos rápidos ocorrem, a baixa taxa de resolução temporal do MRI é um fator limitante para sua eficiência. Nesse sentido os métodos de SR têm sido aplicados para melhorar tanto a resolução espacial (BAI; HAN; PRINCE, 2004; CARMI et al., 2006; RAHMAN, 2011), quanto temporal (PEETERS et al., 2004; SINGH et al., 2006) de MRI dinâmico, ambas (MARTINS; MASCARENHAS; SUAZO, 2011; MARTINS; MASCARENHAS, 2011) ou ainda a sua versão 3-D (GREENSPAN et al., 2002; WOO et al., 2012).

Um dos primeiros trabalhos aplicando SR a MRI foi desenvolvido por Peled et al. (PELED; YESHURUN, 2001), aplicando o IBP a imagens originais obtidas com o mesmo FOV (*field-of-view* - campo de visão) e resolução. Embora este trabalho tenha sido um passo inicial, Scheffler (SCHEFFLER, 2002) observou que as imagens foram adquiridas apenas com planos deslocados na fase de codificação da amostragem. Dessa forma, a despeito da melhora no SNR (Signal Noise Ratio - Taxa de Ruído do Sinal), a resolução espacial mais alta poderia ter sido obtida diretamente dos dados observados inicialmente.

Para que seja possível um método de SR verdadeira para MRI é preciso que haja algum tipo de não-redundância, como as diferenças entre duas fatias de MRI 3-D ou dinâmico. Porém em ambos os casos o registro das imagens é complexo pois os deslocamentos das imagens não são uniformes. Por causa deste detalhe, a maioria dos trabalhos de MRI têm se concentrado em imagens cerebrais (GHOLIPOUR; ESTROFF; WARFIELD, 2010; ZHANG et al., 2008; PEETERS et al., 2004; BAI; HAN; PRINCE, 2004), onde um simples registro uniforme global pode ser aplicado.

Considerar estruturas não tão estáticas quanto o cérebro, como a língua (WOO et al., 2012), coração (RAHMAN, 2011) ou trato vocal (MARTINS; MASCARENHAS; SUAZO, 2011; MARTINS; MASCARENHAS, 2011, 2012) gera a necessidade de um registro mais complexo.

Também em MRI a aplicação de métodos que exploram a esparsidade é uma linha de pesquisa promissora. Manjon et al. (MANJÓN et al., 2010) propuseram recuperar informação sobre as altas frequências num método de sobreamostragem que utiliza reconstrução adaptativa baseada em *patches*, combinada com restrições de subamostragem coerentes. Em trabalho recente, Rueda et al. (RUEDA; MALPICA; ROMERO, 2012) apresentaram um método de super-resolução baseado em esparsidade adaptado para incluir facilmente algum conhecimento *a priori*, o que combina informações de altas e baixas frequências de tal forma que imagens de alta resolução possam ser obtidas a partir de imagens de baixa resolução.

### 1.1.2 Pansharpening

A integração de dados de diferentes sensores é usada para unificar as informações visuais complementares, obtidas por fontes diversas, de forma a melhorar a análise e a interpretação de imagens. Atualmente há uma quantidade enorme de imagens da Terra feitas por sensoriamento remoto (satélites), das mais diversas plataformas (satélites como SPOT, IKONOS, LANDSAT e CBERS) à disposição para os mais diversos fins e análises: alvos bélicos, estudo do solo, plantações, florestas, análise das construções civis e por consequência a economia de uma região, entre outras.

Nos últimos 30 anos, muitos métodos de pansharpening foram desenvolvidos e várias terminologias foram criadas para designar a idéia da fusão de dados de diferentes sensores. Um dos primeiros trabalhos na área foi o de Wong e Orth (WONG; ORTH, 1980) propondo uma técnica baseada na modulação de intensidade entre imagens multiespectrais e pancromática que ficou conhecida como método de Integração de Modulação de Intensidade.

Cliche et al. (CLICHE; BONN; TEILLET, 1985) propuseram uma fusão com três algoritmos para produzir composições coloridas, similares à fotografia aérea de falsa cor a partir dos onze canais do sensor DEADALUS DS-1260, unindo as características espaciais do canal pancromático (10x10m) e as espectrais dos canais multiespectrais (20x20m). Em todos os algoritmos propostos as bandas sintéticas eram resultado, genericamente, da multiplicação dos canais multiespectrais, pancromático e o ganho da banda somado ao seu offset. Apesar da simplicidade matemática, o método produzia bons resultados visuais.

Um dos primeiros métodos a utilizar o *framework* Bayesiano foi o proposto por Mascarenhas et al. (MASCARENHAS; BANON; CANDEIAS, 1992, 1996) simulando a banda pancromática degradada do SPOT por combinação linear das bandas multiespectrais, como um exemplo de um método potencial para diminuir a taxa de dados na comunicação entre o satélite e a Terra. Este trabalho será mais detalhado na seção 3.3.

Seguindo a classificação proposta por (AMRO et al., 2011), os métodos de pansharpening podem ser divididos de acordo com sua técnica principal:

1. Substituição de componentes, que inclui IHS (Intensity-Hue-Saturation - Intensidade, Matiz e Saturação) e PCS (Principal Component Substitution - Substituição do Componente Principal). Nesta família transformações lineares e substituição de alguns componentes são feitas em domínios transformados.
2. Contribuição espectral relativa - combinações lineares das bandas são utilizadas em vez de substituições de componentes.
3. Injeção de altas frequências - detalhes de altas frequências são extraídos da banda pancromática, subtraindo-se uma versão dela mesma obtida por uma filtragem passa-baixa. Esses dados de alta frequência são aplicados nas bandas multiespectrais.
4. Métodos estatísticos - incluem métodos Bayesianos e de super-resolução.
5. Multiresolução - incluem pirâmide Laplaciana generalizada, wavelets, contourlets e quaisquer combinações de análises de multiresolução.

## 1.2 **Objetivos**

Este trabalho visa criar uma generalização baseada na análise da semelhança entre o método Irani-Peleg e outros métodos de SR iterativa com métodos de restauração, mais especificamente Van Cittert com reblurring, afim de estender a idéia para outros métodos iterativos de restauração como Tikhonov-Miller e Gradiente Conjugado (BERTERO; BOCCACCI, 1998; KAIPIO; SOMERSALO, 2005; LAGENDIJK; BIEMOND, 1990), e assim facilitar a adaptação de técnicas de regularização da propagação do ruído no decorrer das iterações e principalmente, abrir possibilidades de incorporação de outras técnicas de regularização iterativas para a solução do mal-condicionamento do problema da super-resolução.

Duas aplicações desta generalização foram criadas:

- Um método de SR em MRI do processo de deglutição, utilizando o método do gradiente conjugado, com uma regularização baseada no filtro de Wiener e a técnica de registro não-rígido MIRT (MYRONENKO, 2010), criada por Myronenko et al. (MYRONENKO; SONG, 2010).

- Um método de pansharpening, utilizando o método de Tikhonov-Miller, interpolação Bayesiana baseada em (BRUM, 1989) e regularização baseada no filtro de Wiener.

## 1.3 Organização

A organização deste trabalho foi feita da seguinte maneira:

- Capítulo 2 - Revisão bibliográfica: compreende seções com alguns conceitos iniciais (2.1), uma revisão bibliográfica de super-resolução (2.2) e o seu estado-da-arte (2.2.1).
- Capítulo 3 - Trabalhos relacionados: descreve alguns trabalhos que serviram de base para a criação deste.
- Capítulo 4 - Super-Resolução baseada em Métodos Iterativos de Restauração: deriva métodos de super-resolução baseados em métodos de restauração iterativos.
- Capítulo 5 - Generalização e Estudos de Caso: Estabelece uma generalização da adaptação de métodos de restauração para a super-resolução (seção 5.1) e apresenta dois estudos de caso: o primeiro (seção 5.2) é um método de super-resolução para imageamento por ressonância magnética (MRI) dinâmico do processo de deglutição, que utiliza uma filtragem de Wiener adaptativa como regularização e registro não-rígido; e o segundo (seção 5.3) é um método de pansharpening das bandas do satélite SPOT, que utiliza amostragem baseada nas características do sensor e filtragem de Wiener não-adaptativa.
- Capítulo 6 - Resultados Experimentais: detalha a implementação dos métodos propostos e compara os resultados obtidos.
- Capítulo 7 - Conclusões e Sugestão para Trabalhos Futuros: apresenta as conclusões do trabalho e sugere possíveis caminhos para a continuação do mesmo.

# Capítulo 2

## REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

---

---

### 2.1 Conceitos Iniciais

#### 2.1.1 Resolução da Imagem

A resolução de uma imagem é uma medida quantitativa da capacidade do sensor em descrever ou representar detalhes de forma a distingui-los univocamente em uma imagem (BANNORE, 2009) ou, em outras palavras, seu poder de resolução<sup>1</sup> (YANG et al., 2010). O termo pode se referir a várias características distintas tais como resolução espacial, espectral, temporal e radiométrica, e a capacidade de um sensor é dada pela sua densidade, que é equivalente ao número de elementos do sensor por unidade de resolução. Quanto maior a densidade do sensor, maior a resolução da imagem capturada. A densidade de um sensor é limitada pelo tamanho físico de seus elementos e quanto menor a área capturada individualmente, menor é a quantidade de luz incidente sobre ele. O limite da redução do tamanho do pixel é relativo ao ruído de aquisição do sensor. As atuais tecnologias já atingiram o tamanho limite ideal do pixel de  $40\mu m^2$ .

#### 2.1.2 Fatores de Degradação da Imagem

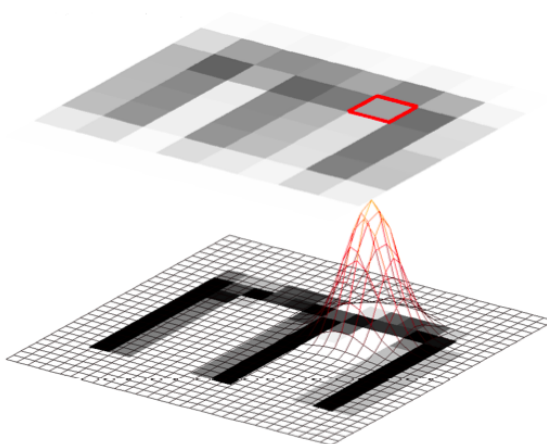
##### 2.1.2.1 Borramento

Um borramento pode ser definido por sua função de espalhamento PSF (*Point Spread Function*) que associa cada pixel da imagem borrada a uma média ponderada de um bloco de pixels da imagem original (Figura 2.1).

Neste trabalho, os borrarmentos são representados de forma algébrica por uma matriz bloco circulante  $H$ . Os principais tipos de borramento de acordo com (BANNORE, 2009) são:

---

<sup>1</sup>*resolving power*



**Figura 2.1: Representação do borramento sobre uma imagem (CAPEL, 2004).**

**Borrimento por Deslocamento Linear** Há muitos tipos de borramentos por deslocamento, todos devido à movimentação relativa entre o objeto e o sensor. Este borramento pode ser descrito por translação, rotação, mudança de escala ou a combinação desses fatores. Nos experimentos serão considerados somente os movimentos de translação. Quando o movimento é feito a uma velocidade constante  $V$  com um ângulo  $\theta$  (a partir do eixo horizontal), durante o intervalo de exposição  $[0, T]$ , a distorção é unidimensional. Definindo o comprimento do movimento como  $L = VT$  a PSF desse borramento pode ser dada por:

$$h(x, y; L; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{L}, & \text{se } \sqrt{x^2 + y^2} \leq \frac{1}{L}, \quad e \quad \frac{x}{y} = \tan \theta, \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases} \quad (2.1)$$

**Borrimento por Desfocalização Uniforme** Esse borramento pode ser uma forma severa de degradação e de maneira simplificada sua PSF pode ser dada por:

$$h(x, y; R) = \begin{cases} \frac{1}{\pi R^2}, & \text{se } \sqrt{x^2 + y^2} \leq R, \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases} \quad (2.2)$$

**Borrimento por Turbulência Atmosférica** É mais evidente principalmente em casos de sensoriamento remoto e astronomia e pode ser modelado pela PSF (aproximadamente Gaussiana):

$$h(x, y; R) = Ke \left( -\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2} \right) \quad (2.3)$$

### 2.1.2.2 Amostragem Espacial

Pelo teorema de Shannon-Nyquist, a amostragem da frequência deve ser maior que duas vezes a maior frequência de entrada do sinal. Se a frequência da amostragem for menor do que esta proporção, então todas as componentes de frequência mais alta do que metade da frequência de amostragem são capturadas como baixa frequência no sinal reconstruído. Este efeito é chamado subamostragem. Devido à subamostragem, as componentes de alta frequência se sobrepõem às de baixa, causando degradação da imagem. A subamostragem causa a perda parcial de informação da cena real e surge então o artefato de *aliasing* que é o efeito serrilhado que ocorre pela magnificação dos pixels em formato quadrado. O tratamento da subamostragem é a principal diferença entre os modelos de super resolução e restauração.

### 2.1.2.3 Ruído Aditivo

Imagens de aplicações práticas invariavelmente sofrem degradações aleatórias que são coletivamente chamadas de ruído (BOVIK, 2009). Estas degradações advêm de várias fontes incluindo ruído elétrico do sensor, do canal transmissor, erros de armazenamento ou codificação dos bits, e ainda o ruído de quantização, devido a perda de informação que ocorre discretização da representação dos tons de cinza da imagem (DINIZ; SILVA; NETTO, 2010; WOODS, 2012). O ruído Gaussiano faz parte de quase todo sinal. De maneira similar a outros processamentos de imagem, nos modelos tratados neste trabalho é suposto um ruído aditivo (e independente do sinal), com distribuição Gaussiana com média zero.

## 2.1.3 Registro de Imagens

Registro é o processo de sobrepor duas ou mais imagens obtidas sobre a mesma cena em momentos, pontos de vista e/ou sensores diferentes. É uma operação crucial não só para o processo de SR em si, mas também para sensoriamento remoto, imageamento médico, visão computacional e outros. Segundo Zitová e Flusser (ZITOVA; FLUSSER, 2003), a maioria das aplicações de registro consistem em quatro passos:

1. Detecção de características e determinação de pontos de controle;
2. Combinação de características através de sua descrição e medidas de similaridade;
3. Estimação do modelo de transformação e criação de uma função mapeadora;
4. Transformação e reamostragem da imagem pelas técnicas de interpolação apropriadas.



O registro rígido, baseado em rotações, translações e escala de uma imagem, é bastante utilizado, porém existem deformações não-lineares em imagens que não podem ser mapeadas por um registro rígido. Um processo de registro não-rígido procura identificar as transformações geométricas não-homogêneas que maximizem a correspondência entre duas imagens, com os seguintes componentes (RUECKERT; ALJABAR, 2010):

- Modelo de transformação - Define o tipo de transformação geométrica entre duas imagens que podem utilizar modelos paramétricos ou não-paramétricos. O tipo de deformação (grande ou pequena) determinará o modelo escolhido.
- Medida de similaridade - Mede o grau de alinhamento entre as imagens. A distância entre duas imagens pode ser baseada em suas diferenças de intensidade, pontos de referência, bordas e superfícies.
- Otimização - Maximização da medida de similaridade.

### 2.1.4 Pansharpening

Duas importantes características a serem observadas para a fusão de imagens de diferentes sensores são: a resolução espacial de um sistema imageador, que é a menor distância entre dois objetos que um sensor pode distinguir e gravar distintamente; e a resolução espectral, que é definida pela largura da faixa de frequência que este sensor pode imagear. A partir destas duas características podemos distinguir dois tipos imagens:

- Multiespectrais (MS): imagens de maior definição espectral e menor definição espacial.
- Pancromática (Pan): imagem de menor definição espectral e maior definição espacial.

Na Tabela 2.1, podemos observar as características das imagens obtidas pelo satélite francês SPOT:

**Tabela 2.1: Características de imagens obtidas pelo satélite SPOT.**

Tipo de Imagem	Banda	Faixa Espectral em $\mu m$	Resolução Espacial em $m$
Multiespectral	1	0,50 - 0,59	20x20
	2	0,61 - 0,68	20x20
	3	0,79 - 0,89	20x20
Pancromática	1	0,51 - 0,73	10x10

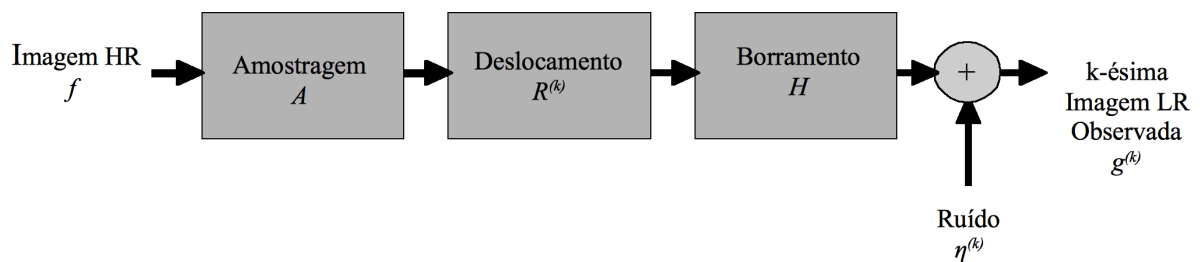
*Pansharpening* pode ser definida (AMRO et al., 2011) como a técnica de fusão de pixels que utiliza a banda pancromática para aumentar a resolução espacial de imagens multiespectrais, preservando a informação espectral das mesmas e assim unindo e obtendo as melhores características de ambas as bandas.

## 2.2 Super-Resolução de Imagens

A estratégia geral que caracteriza os métodos de super resolução compreende três grandes etapas (KATARTZIS; PETROU, 2008):

1. Aquisição das imagens LR: Obtenção de uma sequência de imagens LR de uma mesma cena com deslocamentos geométricos não inteiros (considerando pixels unidades de distância) entre as imagens duas a duas.
2. Compensação do movimento ou registro das imagens: Estimação das transformações geométricas necessárias para compatibilizar as imagens LR adquiridas à grade de referência espacial da imagem HR desejada.
3. Reconstrução da imagem HR: Solução do problema de reconstrução a partir das imagens obtidas. Esta é a etapa na qual se concentram os estudos deste trabalho.

O modelo de formação pode ser representado por dois modelos: *warp-blur* e *blur-warp*, dependendo da ordem dos processos aplicados para gerar a imagem LR. O modelo *warp-blur*<sup>2</sup> pode ser representado pelo seguinte diagrama de blocos:



**Figura 2.2: Diagrama de blocos do processo de degradação da imagem em SR.**

A equação que modela o processo *warp-blur* de degradação responsável pela formação da  $k$ -ésima imagem LR é dada por:

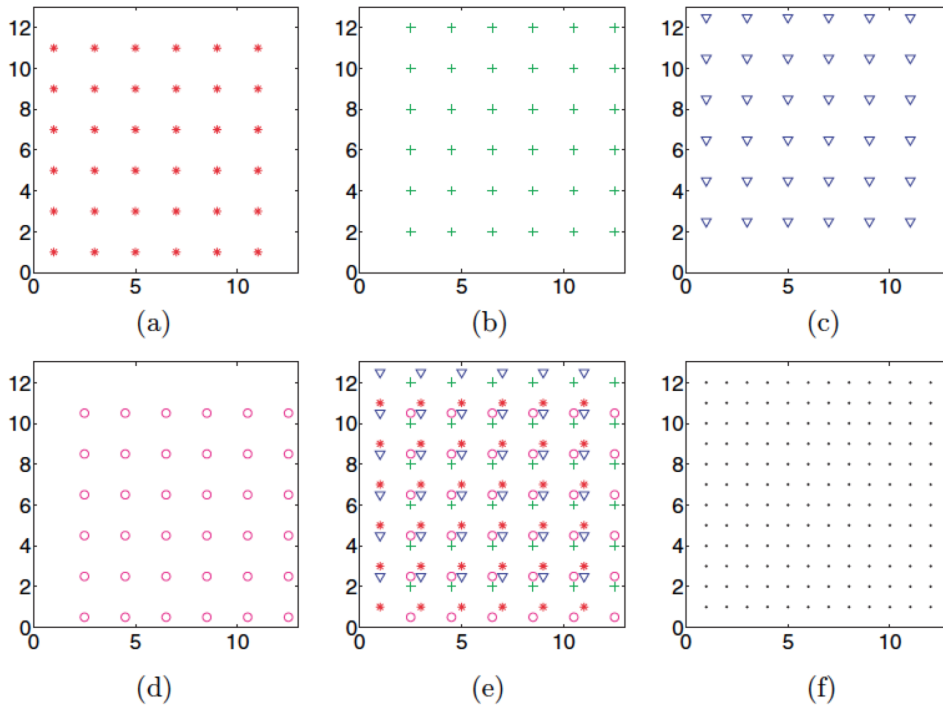
$$g^{(k)} = HR^{(k)}Af + \omega^{(k)}, \quad \forall k = 1, 2, \dots, K.; \quad (2.4)$$

<sup>2</sup>Este modelo foi escolhido para este trabalho pois possibilita a utilização de matrizes de borrimento e registro menores, visto que são aplicadas após a amostragem

Seja  $D^{(k)}$  uma matriz que representa as transformações de borrimento ( $H$ ), deslocamento ( $R^{(k)}$ ) e amostragem, dada por  $D^{(k)} = HR^{(k)}A$ . Substituindo  $D^{(k)}$  em 2.4 teremos:

$$g^{(k)} = D^{(k)}f + \omega^{(k)}, \quad \forall k = 1, 2, \dots, K; \quad (2.5)$$

onde  $g^{(k)}$  é a representação lexicográfica da  $k$ -ésima imagem LR formada,  $f$  é a representação lexicográfica da imagem HR. Todo  $g^{(k)}$  é uma observação subamostrada, deslocada e borrada da cena real. A super-resolução é possível somente se existem deslocamentos subpixel entre as imagens LR. Dessa forma, realinhando as imagens LR às suas posições relativas em uma grade HR é possível trabalhar com a informação não redundante. Em um caso como o exemplificado no diagrama da Figura 2.3, supondo que os deslocamentos são conhecidos, a solução é redirecionada a um problema de reamostragem que é converter uma imagem com uma amostragem arbitrária em uma amostragem uniforme desejada.



**Figura 2.3:** De (a) até (d) relação entre as imagens LR, (e) amostragem arbitrária e (f) amostragem uniforme desejada (KATSAGGELOS; MOLINA; MATEOS, 2007).

## 2.2.1 Métodos do Estado-da-Arte

### 2.2.1.1 Métodos no Domínio da Frequência

Tsai e Huang (HUANG; TSAI, 1984) propuseram uma abordagem no domínio da frequência baseados no fato de que a imagem original HR é limitada em banda e explorando a propriedade

de translação da Transformada de Fourier. O método explora a relação entre a Transformada Contínua de Fourier (CFT) da cena original HR e a Transformada Discreta de Fourier (DFT) das imagens LR. As imagens amostradas são livres de distorções como borramento e ruído. Seja  $f(x, y)$  uma imagem HR contínua e  $f^{(k)}(x, y)$  com  $(k = 1, 2, \dots, p)$  um conjunto de  $p$  versões com deslocamentos translacionais de  $f(x, y)$ . Considerando deslocamentos arbitrários  $\delta_x^{(k)}$  e  $\delta_y^{(k)}$  de  $f(x, y)$  sobre as coordenadas  $x$  e  $y$  respectivamente teremos:

$$f^{(k)}(x, y) = f\left(x + \delta_x^{(k)}, y + \delta_y^{(k)}\right), \quad k = 1, 2, \dots, p. \quad (2.6)$$

A imagem deslocada  $f^{(k)}(x, y)$  foi amostrada uniformemente em períodos  $T_x$  e  $T_y$ , respectivamente nas direções horizontais e verticais, para gerar as imagens LR observadas.

$$g^{(k)}[i, j] = f\left(iT_x + \delta_x^{(k)}, jT_y + \delta_y^{(k)}\right), \quad k = 1, 2, \dots, p. \quad (2.7)$$

Utilizando as propriedades de deslocamento, a CFT para  $f^{(k)}(x, y)$  é dada por:

$$F^{(k)}(m, n) = e^{j2\pi(\delta_x^{(k)}u + \delta_y^{(k)}v)} F(u, v). \quad (2.8)$$

Utilizando a propriedade de *aliasing* e a restrição de banda:

$$|F(u, v)| = 0, \quad |u| \geq L_x w_x, \quad |v| \geq L_y w_y, \quad (2.9)$$

a relação entre a CFT da imagem HR e a DFT da  $k$ -ésima imagem LR observada pode ser expressa por:

$$G^{(k)}[m, n] = \frac{1}{T_x T_y} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} F^{(k)}\left(\frac{2\pi m}{MT_1} + iw_x, \frac{2\pi n}{NT_2} + lw_y\right), \quad k = 1, 2, \dots, p, \quad (2.10)$$

onde  $w_x = 2\pi/T_x$  e  $w_y = 2\pi/T_y$ . Utilizando a ordenação lexicográfica da equação (2.10) teremos:

$$b = AX, \quad (2.11)$$

onde:

- $b$  é um vetor coluna com  $k$  elementos dos coeficientes da DFT  $F_k(m, n)$ ;
- $X$  é um vetor coluna com as amostras da CFT desconhecida de  $f(x, y)$ ;
- $A$  é a matriz que relaciona a DFT das imagens LR com as amostras da imagem HR contínua.

Desta forma, a reconstrução da imagem HR  $X$  requer o cálculo das DFTs das imagens LR observadas para estimar  $A$  e resolver a equação (2.11). O problema inverso da equação (2.11) foi resolvido utilizando-se a abordagem dos mínimos quadrados e então aplicada a DFT inversa para a obtenção da imagem reconstruída.

O modelo descrito por (HUANG; TSAI, 1984) é bastante simples pois dirige-se diretamente ao problema da remoção do artefato de *aliasing*, possui complexidade computacional baixa e pode ser computado paralelamente. Embora tenha estabelecido as bases para pesquisas de super-resolução, este método tem severas limitações. Supor uma amostragem ideal é irreal pois os sensores reais realizam uma integração tanto espacial quanto temporal durante o tempo de abertura. Além disso, nenhuma referência é feita às degradações como ruído ou borramento e as transformações geométricas entre os quadros é bastante restritiva.

As técnicas baseadas no domínio da frequência foram exploradas por Kim et al. (KIM; BOSE; VALENZUELA, 1990), que consideraram o ruído e borramento, utilizando o método dos Mínimos Quadrados Recursivo (RLS - *Recursive Least Square*) ponderado para a solução do sistema da equação (2.11). Kim e Su (KIM; SU, 1993) trataram o mal-condicionamento do sistema da equação 2.11 substituindo RLS por um método baseado na regularização de Tikhonov e em (YU-SU, 1994) os mesmos autores propuseram um modelo que considerou o problema de translações não globais.

### 2.2.1.2 Métodos Bayesianos

O modelo Bayesiano (KATSAGGELOS; MOLINA; MATEOS, 2007) tem como princípio fundamental que todos parâmetros e variáveis são consideradas valores estocásticos aos quais se associam distribuições de probabilidade baseadas em conhecimento subjetivo. Assim, a imagem HR  $f^{(k)}$  e o vetor de movimento  $r$  são tratados como amostras de um campo aleatórios, com distribuições de probabilidade que modelem suas informações. A observação  $g$ , que é uma função de  $f^{(k)}$  e  $r$ , também é tratada como um amostra de um campo aleatório, com uma distribuição condicional correspondente que modela o processo de obtenção de  $g$  a partir de  $f^{(k)}$  e  $r$ . Essas distribuições dependem dos parâmetros denotados por  $\theta$ . Assumindo-se que  $\theta$  é conhecido, a distribuição conjunta que modela a relação entre os dados observados e os valores desconhecidos é dada por:

$$P(f^{(k)}, r, g) = P(f^{(k)}, r)P(g|f^{(k)}, r), \quad (2.12)$$

A inferência Bayesiana é feita utilizando a probabilidade *a posteriori*:

$$P(f^{(k)}, r|g) = \frac{P(f^{(k)}, r)P(g|f^{(k)}, r)}{P(g)}, \quad (2.13)$$

Há várias maneiras de estimar a imagem HR e o vetor e movimento utilizando (2.13). Numa forma mais simples, a inferência Bayesiana oferece a solução Máximo *a posteriori* (MAP), representada pelos valores  $\hat{f}^{(k)}$  e  $\hat{r}$ , dada por:

$$\begin{aligned} \hat{f}^{(k)}, \hat{r} &= \arg \max_{f^{(k)}, r} P(f^{(k)}, r|g) \\ &= \arg \max_{f^{(k)}, r} \left\{ \frac{P(f^{(k)}, r)P(g|f^{(k)}, r)}{P(g)} \right\} \\ &= \arg \max_{f^{(k)}, r} \left\{ P(f^{(k)}, r)P(g|f^{(k)}, r) \right\} \\ &= \arg \max_{f^{(k)}, r} \left\{ -\log P(f^{(k)}, r) - \log P(g|f^{(k)}, r) \right\} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Ao incorporar a informação *a priori* é possível regularizar o mal-condicionamento inerente ao problema da super-resolução. Dependendo da função densidade de probabilidade condicional *a priori*, pode ser difícil encontrar soluções analíticas para a equação (2.14). Deste modo, são necessárias soluções numéricas e ainda assim o maior problema na otimização é estimar simultaneamente as variáveis  $f^{(k)}$  e  $r$ . A literatura tem se concentrado em duas metodologias:

- Alternada – utiliza um procedimento de coordenadas descendentes cíclicas. Seja  $\hat{f}_i^{(k)}$  o estimador atual da imagem HR, onde  $i$  é o índice da iteração. Uma estimativa para deslocamentos pode ser encontrada resolvendo-se:

$$\hat{r}_i = \arg \max_r P(\hat{f}_i^{(k)}, r)P(g|\hat{f}_i^{(k)}, r) \quad (2.15)$$

A imagem HR  $f^{(k)}$  é estimada assumindo que a estimativa do deslocamento é exata:

$$\hat{f}_{i+1}^{(k)} = \arg \max_{f^{(k)}} P(f^{(k)}, \hat{r}_i)P(g|f^{(k)}, \hat{r}_i) \quad (2.16)$$

As equações (2.15) e (2.17) são repetidas e o processo itera até a convergência.

- Sequencial – assume-se que  $r$  é conhecida ou estimada separadamente, não necessariamente com a equação (2.14). Com o estimador  $\bar{r}$  do vetor de movimento conhecido ou estimado previamente, a equação (2.14) torna-se  $\hat{r}_i = \bar{r}, \forall i$ , e a imagem HR pode ser

encontrada utilizando-se:

$$\hat{f}_{i+1}^{(k)} = \arg \max_{f^{(k)}} P(f^{(k)}, \bar{r}) P(g|f^{(k)}, \bar{r}) \quad (2.17)$$

Uma extensão do modelo MAP é a técnica de Máxima Verossimilhança (ML), que não utiliza o termo *a priori*. Em (TOM; KATSAGGELOS, 1994, 1995) a técnica ML foi proposta para a estimação de imagens HR solucionado pelo algoritmo EM (*Expectation-Maximization*). A seção 3.2 tratará mais detalhadamente o método de Irani-Peleg (IRANI; PELEG, 1990, 1991) que também se caracteriza como ML (CAPEL, 2004; CAPEL; ZISSERMAN, 2003). As técnicas Bayesianas oferecem uma maneira eficiente de modelagem do ruído e também proporcionam a possibilidade de incorporar o conhecimento *a priori* e assim estabilizar o mal-condicionamento inerente do problema da SR.

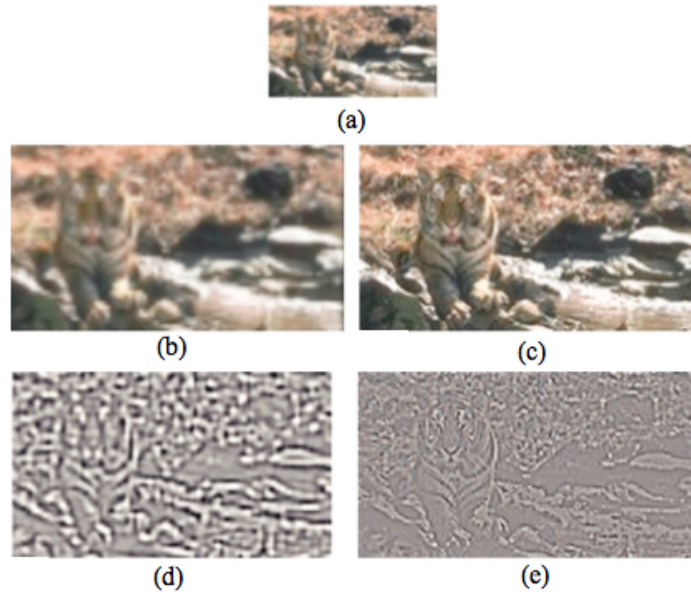
### 2.2.1.3 Abordagens Baseadas em Exemplos

Uma abordagem recente para o problema do mal condicionamento é a utilização de exemplos para transpor os limites da super-resolução causados por medidas inadequadas. Diferentemente das outras abordagens onde o conhecimento *a priori* está numa forma paramétrica de regularização na imagem toda, os métodos baseados em exemplos desenvolvem o conhecimento *a priori* por amostragem de outras imagens.

Capel e Zisserman (CAPEL; ZISSERMAN, 2003) propuseram a modelagem das imagem HR utilizando análise dos principais componentes (*Principal Component Analysis - PCA*), que, aplicada à SR é basicamente uma técnica de aprendizado com distribuição *a priori* de uma base de imagens HR. Uma transformação linear escolhe um novo sistema de coordenadas tal que a maior variância seja projetada sobre o primeiro eixo (primeiro componente principal), a segunda maior variância projetada sobre o segundo eixo e assim sucessivamente. O PCA então é utilizado para diminuir a dimensionalidade da base de dados enquanto armazena as características que mais contribuem para a variância guardando somente os componentes de menor ordem. Uma vez que os componentes principais forem encontrados, a chave é calcular os coeficientes de  $f_k$  no novo e reduzido sistema de coordenadas.

Um ramo da abordagem baseadas em exemplos é o uso de exemplos diretamente, como no trabalho de Freeman et al. (FREEMAN; JONES; PASZTOR, 2002). O método inicia-se com uma coleção de trechos (*patches*) de imagens HR. Este conjunto é então degradado utilizando-se o mesmo processo aplicado à imagem original HR  $f_k$  para se obter a imagem  $g'_k$ . Uma interpolação *spline* cúbica é aplicada às amostras  $g'_k$  para obter o conjunto de trechos sobreamostrados. Cada par  $(f_i, g_i)$  é conectado pelo modelo.

Os autores assumem que os componentes de mais altas frequências espaciais das imagens sobreamostradas são mais importantes para se predizer os detalhes extras nas imagens HR correspondentes. É também suposto que a relação entre os contrastes dos trechos LR e HR são localmente independentes. Todas as imagens  $f_i$  e  $g_i$  sofrem uma filtragem passa-alta e normalização do contraste, gerando as imagens da Figura 2.4.



**Figura 2.4:** Passos de pré processamento para as imagens de treinamento. (a) imagem LR, (b) imagens LR interpoladas, (c) imagem HR original correspondente, (d) e (e) versões passa-alta e passa-banda com contraste equalizados de (a) e (b) que serão utilizadas para os conjuntos de treinamento (FREEMAN; JONES; PASZTOR, 2002).

As imagens são divididas em trechos de  $5 \times 5$  pixels e o modelo de coocorrência HR-LR é então aplicado à imagem alvo LR para predizer a imagem HR com um modelo de campo aleatório Markoviano (*Markovian Random Field* - MRF) como na Figura 2.5. Os parâmetros dos modelos de observação devem ser conhecidos *a priori*, e o conjunto de treinamento intimamente ligado à imagem alvo.

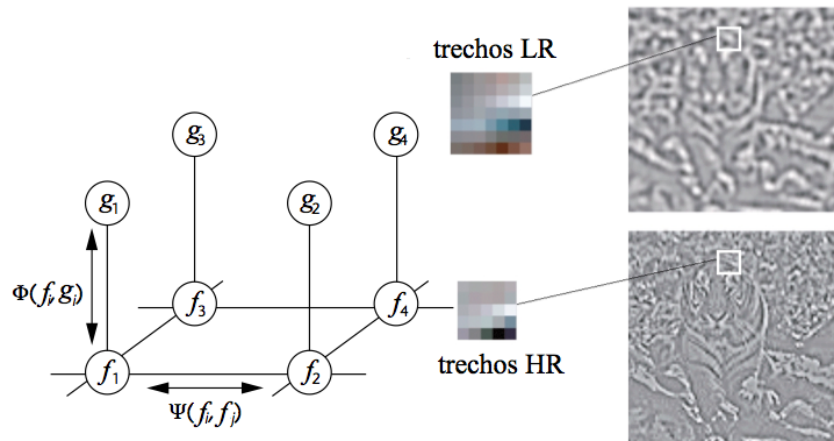
Para esta rede, a probabilidade de um trecho HR é proporcional ao produto de todos os conjuntos de matrizes de compatibilidade  $\Psi$  relacionados com os possíveis estados de cada par de vizinhos escondidos e vetores  $\Phi$  relacionando cada observação dos estados subjacentes:

$$P(f|g) = \frac{1}{Z} \prod_{(i,j)} \Psi_{ij}(f_i, f_j) \Phi_{ij}(f_i, g_j) \quad (2.18)$$

sendo  $Z$  é uma constante de normalização.

Para definir  $\Psi$ , é necessário medir  $r_{ij}(f_i, f_j)$ , a soma dos quadrados das diferenças entre os trechos candidatos  $f_i$  e  $f_j$  nas respectivas regiões de sobreposição nos nós  $i$  e  $j$ . A matriz de





**Figura 2.5: Modelo de rede de Markov para o problema de SR. Os trechos LR em cada nó  $g_i$  são as entradas observadas. Os trechos HR em cada nó  $f_i$  são os valores que desejamos estimar (CAPEL; ZISSERMAN, 2003).**

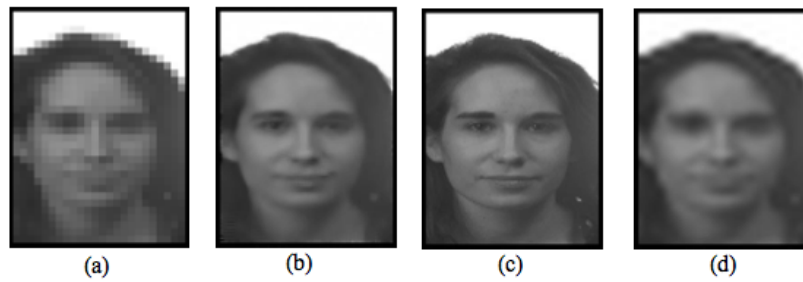
compatibilidade entre os nós  $i$  e  $j$  então é dada por:

$$\Psi_{ij}(f_i, f_j) = \exp\left(-\frac{r_{ij}(f_i, f_j)}{2\sigma^2}\right), \quad (2.19)$$

onde  $\sigma$  é um parâmetro do ruído. De maneira semelhante é calculada  $\Phi$  sobre  $g_i$  e  $f_i$ . Para selecionar a melhor resposta HR é utilizado um algoritmo de propagação de crença (*belief propagation*) baseado no MRF da Figura 2.5 sobre os  $k$  mais próximos vizinhos que têm a melhor compatibilidade com trechos vizinhos.

Baker e Kanade (BAKER; KANADE, 2002) propuseram uma técnica de SR baseada em aprendizado para faces humanas ou texto e o nomearam de *face hallucination* ou *reconstruction*. Neste método, uma base de dados de faces foi alinhada manualmente para que todas elas estivessem aproximadamente na mesma posição. As imagens então foram subamostradas e degradadas, supondo-se o conhecimento do processo de degradação das imagens observadas. Para as imagens de LR de treinamento e nas observadas foi aplicada uma pirâmide Gaussiana de quatro níveis para convoluir recursivamente e subamostrar as imagens por um fator dois. As derivadas de primeira e segunda ordem nas direções horizontal e vertical e um filtro Laplaciano foram aplicados às imagens das pirâmides constituindo um conjunto  $\mathcal{G}$ . A melhor combinação entre os pixels das imagens LR observadas e a base de dados foi encontrada utilizando-se o método dos mínimos quadrados aplicados ponderadamente a  $\mathcal{G}$ . A busca pelo mínimo é reforçada também pelo critério MAP aplicado a  $\mathcal{G}$ .

Normalmente associada a abordagens baseadas em exemplos estão aquelas que exploram esparsidade, como as técnicas de *compressive sensing* para construção e busca em dicionários. A técnica de *compressive sensing* (CANDÈS; ROMBERG; TAO, 2006; DONOHO, 2006; ELAD; FI-



**Figura 2.6: Resultado do método Baker-Kanade. (a) Imagem LR  $24 \times 32$  pixels ampliada com zoom para melhor visualização, (b) Imagem HR  $96 \times 128$  resultante do método halluciantion, (c) Imagem HR original, (d) Imagem LR sobre-amostrada armazenada na base de dados (BAKER; KANADE, 2002).**

GUEIREDO; MA, 2010) fornece meios para se recuperar um sinal armazenado de maneira compacta através da minimização da norma- $\ell_1$  de uma representação esparsa de um sistema sub-determinado. Segundo Schultz (SCHULTZ, 2008; SCHULZ; VELHO; SILVA, 2009), o sistema de amostragem padrão seguido de compressão é eficiente mas limitado pela taxa de Nyquist. A teoria de *compressive sensing* porém, assegura que é possível recuperar sinais esparsos a partir de um número menor do que este limite.

#### 2.2.1.4 Abordagens *Set Theoretic*/POCS

O método POCS (Projection onto Convex Sets - Projeções em Conjuntos Convexos) (STARK; YANG, 1998), é uma técnica iterativa que permite a incorporação de conhecimento *a priori* no processo de reconstrução. Na estimação *set theoretic* (baseada em teoria dos conjuntos) cada pedaço de informação é representado por um conjunto de propriedades num espaço de soluções  $\Xi$  e a intersecção desses conjuntos representa uma classe de soluções viáveis. Via de regra, os métodos de projeção em espaços vetoriais não fornecem soluções “ótimas” como as associadas com mínimo erro quadrado (LSE), entropia máxima, máxima verossimilhança, estimação por máximo *a posteriori* e outras, porém, os métodos de projeção, mais especificamente sobre conjuntos convexos, sempre levam a uma solução consistente em relação aos conjuntos de restrições fornecidos pelo usuário.

De uma forma genérica, a aplicação prática do método POCS tem o seguinte aspecto: quer-se reconstruir, projetar ou determinar uma variável desconhecida sobre uma informação que é conhecida na forma de restrições. O valor desconhecido é tratado como um vetor num espaço de Hilbert e as restrições conhecidas são descritas na forma de conjuntos convexos sobre esse espaço. Sem perda de generalidade, suponhamos que há um total de  $M$  conjuntos  $S_1, S_2, \dots, S_M$  avaliados. Desta forma, a intersecção desses conjuntos, dita  $S = \bigcap_{m=1}^M S_m$ , conterá todas as

possíveis soluções do problema pois cada solução satisfaz a uma das informações desconhecidas. Para qualquer  $g \in \Xi$ , a projeção  $P_m g$  de  $g$  em um conjunto  $S_m$  é o elemento em  $S_m$  mais próximo de  $g$ . Assim, para conjuntos convexos e fechados  $S_m$ , a sequência  $(g_p)$  com  $p \geq 0$  das projeções sucessivas:

$$z_{p+1} = P_M P_{M-1} \dots P_1 z_p, \quad p = 0, 1, \dots, \quad (2.20)$$

converge para um ponto em  $S$  que satisfaz todas as restrições representadas pelos  $S_m, m = 1, 2, \dots, M$  (Figura 2.7).

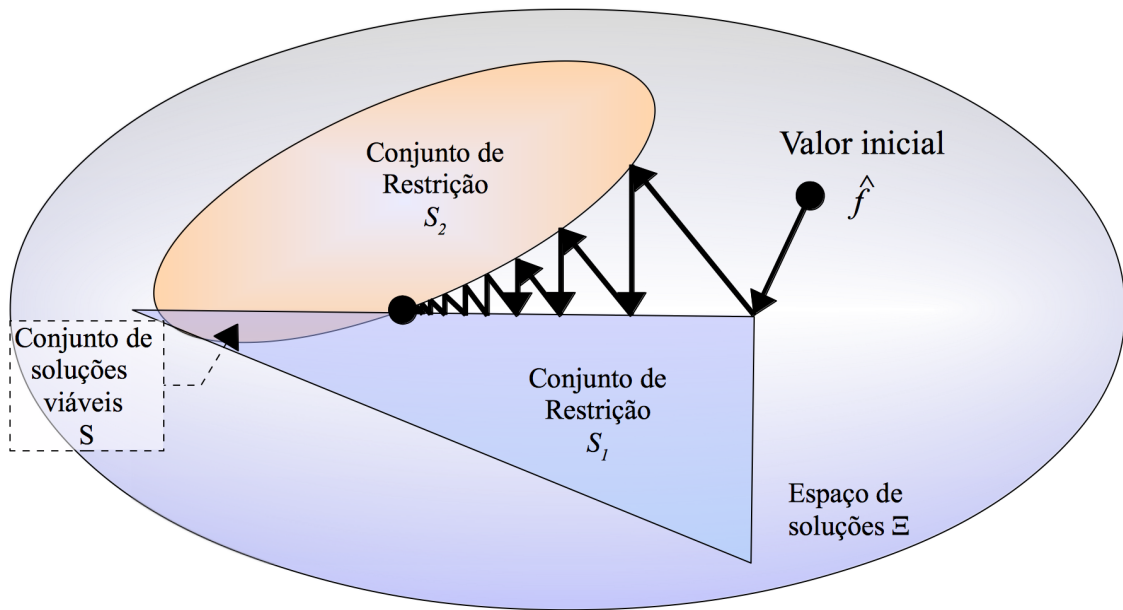


Figura 2.7: Esquema da convergência do método POCS..

Tekalp et al. (TEKALP; OZKAN; SEZAN, 1992) propuseram um método baseado em POCS que levava o ruído em conta e utilizando um algoritmo de predição de movimento, estimava o movimento translacional entre os quadros. Partindo da equação (2.4), podemos reescrevê-la como:

$$0 = g^{(k)} - D^{(k)} f \quad (2.21)$$

onde  $g^{(k)}$  é a  $k$ -ésima imagem LR observada. Sendo  $f$  desconhecida, pode-se tentar outras funções para tentar resolver a equação tal que:

$$\varepsilon^{(k)} \sim g^{(k)} - D^{(k)} f \quad (2.22)$$

Uma boa escolha de  $f_0$  é a que torna o erro residual  $\varepsilon^{(k)}$  pequeno. Uma escolha de  $\hat{f} = f$

tornará o erro residual zero. Na presença de ruído teremos o total residual:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{(k)} \sim \boldsymbol{\varepsilon}'^{(k)} + \boldsymbol{\omega} \quad (2.23)$$

e a solução procurada será um  $\hat{f}$  que limite o resíduo. Assim uma proposta é a criação de  $M$  conjuntos de restrição (onde  $M$  é o total de todos os pixels das  $N$  imagens LR), dada por:

$$S_i \sim \left\{ \hat{f} : |\boldsymbol{\varepsilon}^{(k)}| \leq \delta \right\}, \quad \forall k = 1, 2, \dots, M \quad (2.24)$$

onde  $\delta$  é uma constante válida, por exemplo  $\delta = 3\sigma$ , onde  $\sigma$  é o desvio padrão do ruído  $\boldsymbol{\omega}$ .

As projeções de  $g$  sobre  $S^{(k)}$  são dadas por:

$$P^{(k)} = \begin{cases} g_i + \frac{\boldsymbol{\varepsilon}^{(k)} - \delta}{\sum_j h^2(k,j)} h(k,i), & \text{se } \boldsymbol{\varepsilon}^{(k)} > \delta, \\ g_i & \text{se } -\delta < \boldsymbol{\varepsilon}^{(k)} < \delta, \\ g_i + \frac{\boldsymbol{\varepsilon}^{(k)} + \delta}{\sum_j h^2(k,j)} h(k,i), & \text{se } \boldsymbol{\varepsilon}^{(k)} < -\delta, \end{cases} \quad (2.25)$$

Tais operadores de projeções são aplicados ciclicamente para todo pixel de toda imagem LR na sequência.

Em Patti et al. (PATTI; SEZAN; TEKALP, 1997) foi introduzida uma abordagem mais sofisticada com tratamento de borramento por movimento e abertura de câmera diferente de zero. A abordagem POCS é simples e permite incorporar conhecimento *a priori* de maneira flexível, porém seu custo computacional e baixa taxa de convergência limitam sua aplicabilidade. A solução final também não é única e bastante dependente do valor inicial.

# Capítulo 3

## TRABALHOS RELACIONADOS

---

---

### 3.1 Método Irani-Peleg de Retro-projeção iterativa (IBP) (IRANI; PELEG, 1990, 1991)

O método de SR desenvolvido por Irani e Peleg (IRANI; PELEG, 1990, 1991) foi inspirado na solução do problema de reconstrução de imagens tomográficas (CAT - *Computer Axial Tomography*), onde as imagens são construídas a partir de várias projeções. De maneira similar, cada pixel das imagens LR é uma projeção de uma região (determinada pelo borramento) da cena original. A imagem HR é formada de maneira semelhante à retro-projeção utilizada em reconstrução de CAT. Por essa razão o algoritmo também é chamado muitas vezes de IBP (*Iterative Back-Projection* - Retro-Projeção Iterativa).

O conhecimento dos valores de deslocamento inter pixel das imagens LR deve ser preciso para que o algoritmo SR funcione. Keren, Peleg e Brada (KEREN; PELEG; BRADA, 1988) utilizaram um método de registro simples que detectava somente deslocamentos translacionais e rotacionais. mas que foi considerado o mais preciso para o propósito.

O algoritmo inicia-se com a escolha de um valor inicial  $f_0$  para a imagem HR e sobre ele o processo de imageamento é simulado para a obtenção das imagens LR  $\{g_i^{(k)}\}$  que correspondam às imagens observadas  $\{g^{(k)}\}$ . Se  $f_0$  estiver correto então as imagens simuladas  $\{g_0^{(k)}\}$  devem ser idênticas às imagens observadas  $\{g^{(k)}\}$ . Cada pixel da diferença  $\{g^{(k)} - g_0^{(k)}\}$  é retro projetado de acordo com seu campo receptivo (determinado pelo borramento) em  $f_0$  para torná-lo mais próximo da imagem HR ideal. O processo é repetido iterativamente para minimizar a função de erro:

$$e_n = \sqrt{\sum_k \left(g^{(k)} - g_n^{(k)}\right)^2} \quad (3.1)$$

O esquema proposto pelo algoritmo IBP pode ser ilustrado pela Figura 3.1:

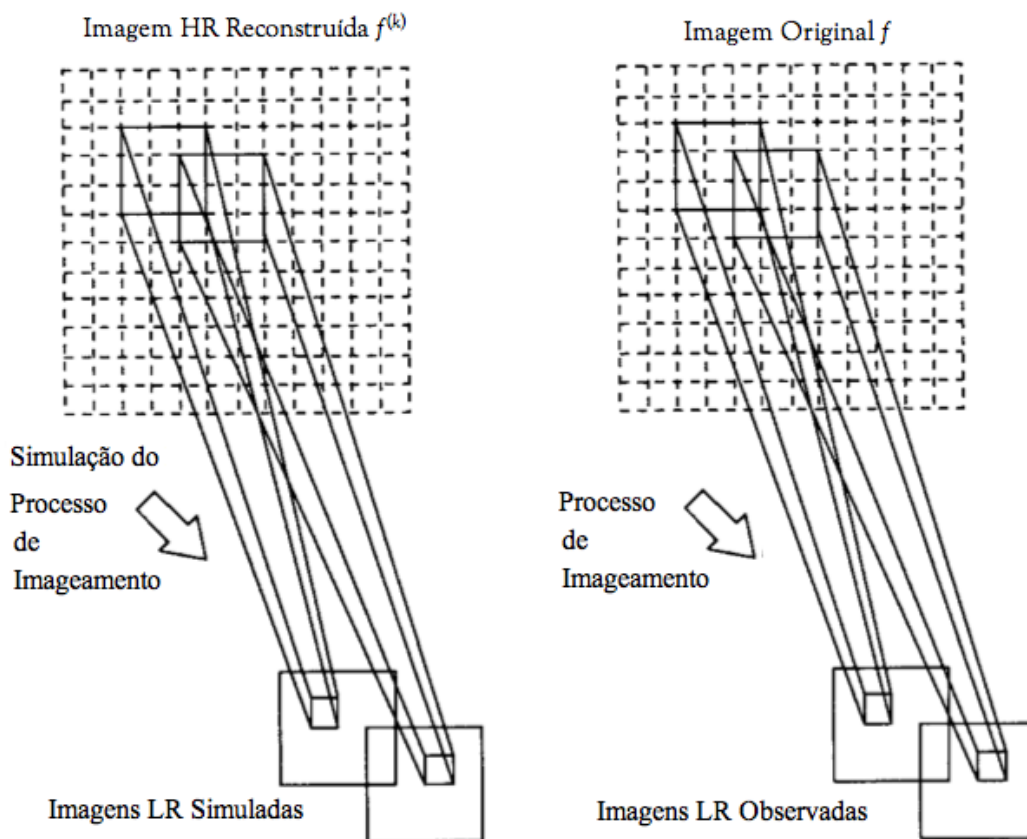


Figura 3.1: Diagrama do processo IBP de SR. Comparação das imagens LR simuladas e observadas (IRANI; PELEG, 1990).

De maneira algébrica a representação do método IBP pode ser dada por:

$$f_{i+1} = f_i + c \sum_{k=1}^n \left( D_{BP}^{(k)} \right)^2 \left( g^{(k)} - g_i^{(k)} \right), \quad (3.2)$$

sendo  $D_{BP}^{(k)}$  a matriz de retro-projeção que cria a projeção de cada pixel da diferença  $g^{(k)} - g_i^{(k)}$  em uma imagem HR e  $c$  uma constante normalizadora. As imagens LR obtidas a partir da simulação do processo de imageamento podem ser expressas por:

$$g_i^{(k)} = D_{PSF}^{(k)} f_i, \quad (3.3)$$

onde  $D_{PSF}$  é a matriz que obtém o valor de cada pixel de  $g_i^{(k)}$  da região em  $f_i$  que o influencia. De (3.2) e (3.3) obteremos:

$$f_{i+1} = f_i + \sum_{k=1}^n c \left( D_{BP}^{(k)} \right)^2 \left( g^{(k)} - D_{PSF}^{(k)} f_i \right), \quad (3.4)$$

Segundo os autores,  $D_{BP}^{(k)}$  pode ser escolhido arbitrariamente ao contrário de  $D_{PSF}^{(k)}$  que deve refletir as características do sensor. No caso de  $D_{PSF}^{(k)}$  real e simétrico, uma boa escolha é  $(D_{BP}^{(k)})^2 = D_{PSF}^{(k)}$ .

Komatsu et al (KOMATSU et al., 1993) partindo do algoritmo de restauração de Landweber chegaram na mesma solução da equação (3.4), porém utilizando uma matriz  $D = D_{PSF}^{(k)}$  que traz informação do registro de imagens não somente transladadas e/ou rotacionadas, mas também para diferentes grades de amostragens oriundas de diferentes aberturas de câmera. É escolhido  $(D_{BP}^{(k)})^2 = D^*$ , onde  $D^*$  é o operador adjunto de  $D$ , e dessa forma, devido ao teorema do ponto fixo,  $g$  convergirá para  $g_\infty = D^+ f$ , onde  $D^+$  é a pseudo-inversa Moore-Penrose de  $D$ .

A partir da equação equação (3.4) Capel e Elad e Feuer (CAPEL, 2004; ELAD; FEUER, 1997), demonstraram que o método IBP fornece o estimador de máxima verossimilhança (ML). Esta semelhança será melhor analisada no capítulo 4.

## 3.2 Interpolação Geométrica proposta em (BRUM, 1989)

O método proposto por Banon e Brum (BRUM, 1989), baseava-se na simulação de três bandas com resolução de 10x10m, a partir dos canais multiespectrais (20x20m) e pancromático (10x10m) do SPOT. A idéia geral consiste em criar um modelo linear que descrevesse a dependência entre as variáveis observadas (imagens originais multiespectrais e pancromática) e as variáveis desconhecidas (imagens sintéticas). Como podemos observar na Figura 3.2, há uma superposição das faixas das bandas pancromática e multiespectrais. O problema reside então, em encontrar um sistema linear de equações no qual a solução seja um bom estimador para a resolução espacial de 10m e resolução espectral alta. Assim, definem-se  $E_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) como sendo os três canais ideais estimados (10m) que caracterizam as três faixas espectrais abrangidas.

O sistema linear proposto pode ser escrito como:

$$g_{(7 \times 1)} = A_{(7 \times 12)} f_{(12 \times 1)} \quad (3.5)$$

onde  $g_{(7 \times 1)}$  é o vetor de notação lexicográfica dos valores dos pixels das imagens originais,  $A_{(7 \times 12)}$  é a matriz de transformação linear e  $f_{(12 \times 1)}$  é o vetor lexicográfico dos valores dos pixels dos canais sintéticos (ou estimados)  $E_1, E_2$  e  $E_3$ . Melhor descrevendo o mesmo sistema linear, teremos:

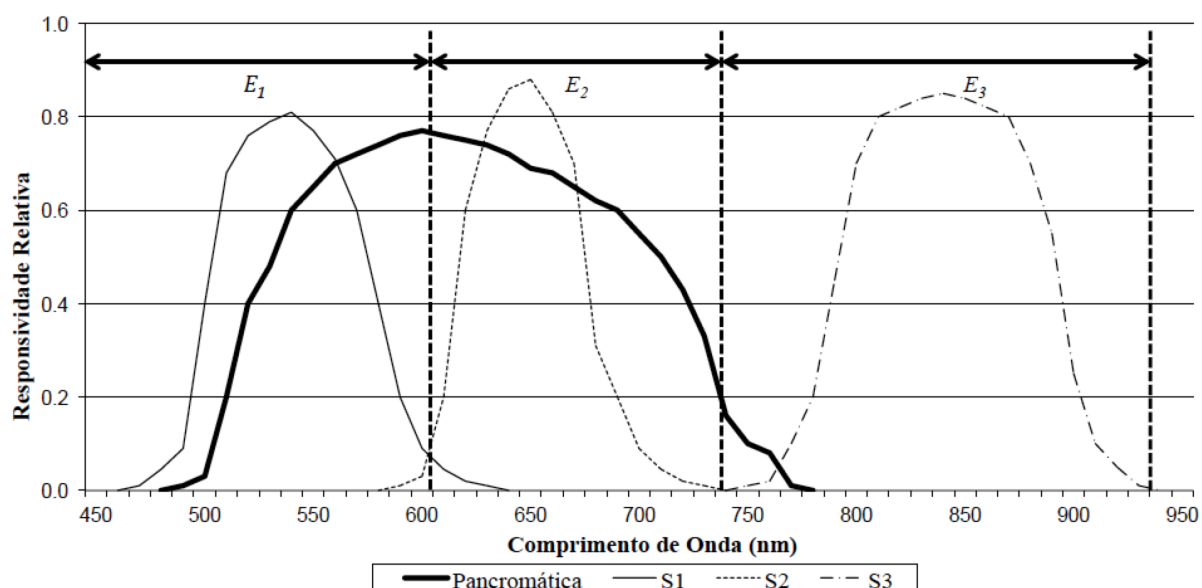


Figura 3.2: Relação entre as bandas multiespectrais, a banda pancromática do SPOT e as bandas sintéticas ( $E_1$ ,  $E_2$  e  $E_3$ ).

$$\begin{array}{c}
 \left. \begin{array}{c} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{array} \right| = \begin{array}{c} \left| \begin{array}{cccccccccccc} \alpha_1 & 0 & 0 & 0 & \alpha_2 & 0 & 0 & 0 & \alpha_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_1 & 0 & 0 & 0 & \alpha_2 & 0 & 0 & 0 & \alpha_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_1 & 0 & 0 & 0 & \alpha_2 & 0 & 0 & 0 & \alpha_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_1 & 0 & 0 & 0 & \alpha_2 & 0 & 0 & 0 & \alpha_3 \end{array} \right| \times \left. \begin{array}{c} f_{11} \\ f_{12} \\ f_{13} \\ f_{14} \\ f_{21} \\ f_{22} \\ f_{23} \\ f_{24} \\ f_{31} \\ f_{32} \\ f_{33} \\ f_{34} \end{array} \right| \quad (3.6)
 \end{array}$$

onde  $p_j$  ( $j = 1, \dots, 4$ ) são os valores dos pixels do canal pancromático,  $g_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) os valores dos pixels dos canais multiespectrais originais e, finalmente,  $f_{ij}$  o valor dos pixels sintéticos.

A relação linear entre as imagens sintéticas  $f_{ik}$  e a pancromática  $p_k$  é dada pela equação (3.7), onde os valores  $\alpha_i$ , são os pesos das contribuições das bandas estimadas.

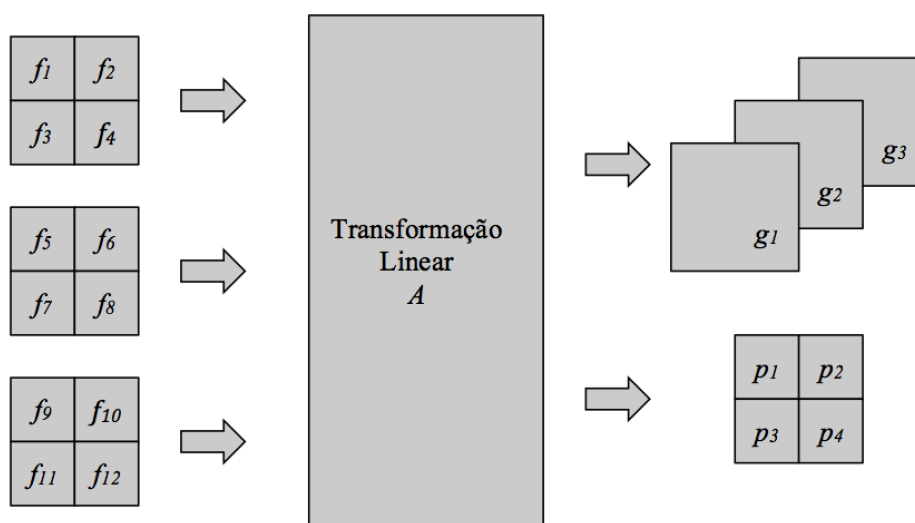
$$p_k = \sum_{i=1}^3 \alpha_i f_{ik} \quad (3.7)$$



A relação linear entre as imagens sintéticas  $f_{ik}$  e as imagens originais  $g_j$  é dada pela equação (3.8), onde os valores  $\beta_{ij}$  indicam a contribuição de uma dada banda estimada agrupando os quatro pixels estimados.

$$g_j = \sum_{i=1}^3 \beta_{ji} \left( \sum_{k=1}^4 f_{ik} \right) \quad (3.8)$$

A Figura 3.3 é a representação esquemática da equação (3.5).



**Figura 3.3: Relação entre as bandas multiespectrais interpoladas do SPOT, a banda pancromática do SPOT e as bandas sintéticas.**

As constantes  $\alpha_i (i = 1, 2, 3)$  mensuram o quanto cada canal pancromático está relacionado com o canal multiespectral estimado  $E_i$ , representadas pela equação:

$$\alpha_i = \frac{P \cap G_i}{P}, \quad (3.9)$$

onde  $P$  é a área sob a resposta espectral da banda pancromática,  $G_i$  é a área sob a resposta da  $i$ -ésima banda ideal, com  $i = 1, 2, 3$ . As constantes  $\beta_{jk} (j = 1, 2, 3 \text{ e } k = 1, 2, 3)$ , representam o quanto cada canal multiespectral  $g_k$  está relacionado com um dado canal estimado  $E_i$  e são definidas pela equação:

$$\beta_{jk} = \frac{1}{4} \frac{f_{g_k} \cap G_j}{f_{g_k}}, \quad (3.10)$$

onde  $f_{g_k}$  é a área sob a  $k$ -ésima curva de resposta espectral da banda multiespectral e  $f_{g_k} \cap G_j$  é a área sob o ínfimo entre a área da curva de resposta espectral da  $k$ -ésima banda multiespectral e a área da curva de resposta espectral da  $i$ -ésima banda ideal, com  $k = 1, 2, 3$  e  $j = 1, 2, 3$ . É suposta uma resposta espectral relativa sem atenuação ( $= 1$ ) para as bandas sintéticas ideais dentro de

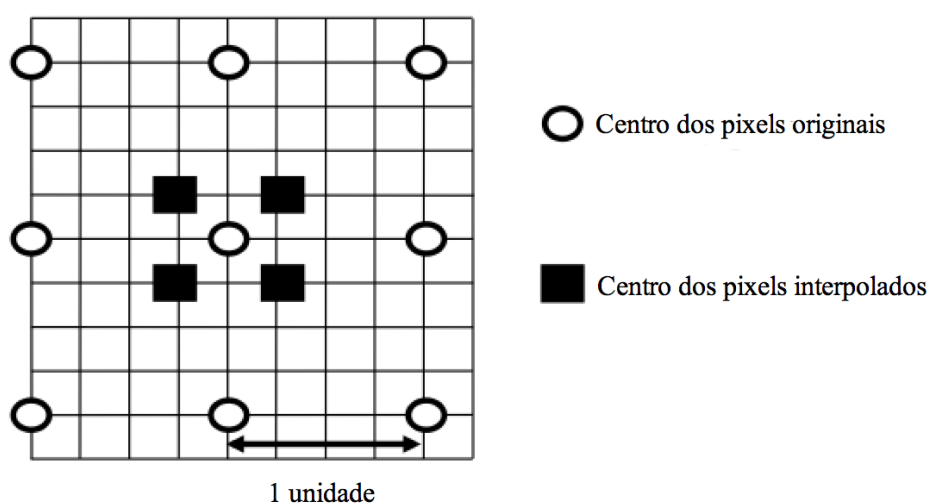
seus limites. O fator  $1/4$  é devido à diferença entre as resoluções das bandas multiespectrais originais (20m x 20m) e das bandas sintéticas (10m x 10m).

### 3.3 Fusão utilizando Estimação Estatística Bayesiana em (MASCARENHAS; BANON; CANDEIAS, 1992, 1996)

O método de interpolação usado por (MASCARENHAS; BANON; CANDEIAS, 1992) para imagens multiespectrais do SPOT usa uma abordagem Bayesiana para a compatibilidade espacial com o objetivo de obter a fusão das imagens das faixas multiespectrais de 20x20m com a pan-cromática de 10x10m de resolução espacial.

Tanto os pixels da grade original quanto os pixels interpolados são encarados como variáveis aleatórias. A estimação linear dos pixels interpolados é realizada sob o critério de mínimo erro médio quadrático, usando o princípio da ortogonalidade. É suposta, por simplicidade, a separabilidade das estruturas de correlação tanto no domínio espacial quanto no espectral. Além disso, é adotada a hipótese da separabilidade na estrutura de correlação espacial nas direções horizontal e vertical e ainda um modelo Markoviano de primeira ordem em cada direção espacial. Isso tem sido amplamente suposto na literatura de processamento de imagens

No caso do SPOT uma vizinhança de 3x3 pixels em cada banda multiespectral ( $g_1, g_2$  e  $g_3$ ) com resolução de 20m é usada para estimar linearmente quatro pixels (2x2) com resolução de 10m cobrindo o pixel central da vizinhança em cada banda, como descrito na Figura 3.4.



**Figura 3.4:** Representação gráfica da mudança de grade na interpolação. Note que os quadros representam unidades da grade e não pixels.

Seja, ainda, o vetor(12x1) obtido similarmente pela ordenação lexicográfica dos pixels a se-

rem estimados no centro da vizinhança 3x3 nas três bandas multiespectrais. Então, o estimador linear não-homogêneo tem a seguinte forma:

$$\hat{f} = Ag + b \quad (3.11)$$

onde, sob uma abordagem Bayesiana para a estimação, segundo o Princípio da Ortogonalidade:

$$f = E[f] + \Sigma_{fg}\Sigma_{gg}^{-1}(g - E[g]), \quad (3.12)$$

once  $E[.]$  é a esperança estatística,  $\Sigma_{fg}$  é a covariância cruzada de  $f$  e  $g$  e  $\Sigma_{gg}$  a auto-covariância de  $g$ . Os valores esperados não devem mudar durante o processo de interpolação, ou seja  $E[f] = E[g]$ .

Supondo a separabilidade das matrizes de covariância, elas podem ser dadas por:

$$\Sigma_{fg} = Ch_{fg} \otimes Cv_{fg} \otimes \Sigma_S \quad (3.13)$$

$$\Sigma_{gg} = Ch_{gg} \otimes Cv_{gg} \otimes \Sigma_S \quad (3.14)$$

Sob uma estrutura Markoviana as matrizes  $Ch$  são dadas por:

$$Ch_{gg} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_h & \rho_h^2 \\ \rho_h & 1 & \rho_h \\ \rho_h^2 & \rho_h & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.15)$$

e

$$Ch_{fg} = \begin{bmatrix} \rho_h^{3/4} & \rho_h^{1/4} & \rho_h^{5/4} \\ \rho_h^{5/4} & \rho_h^{1/4} & \rho_h^{3/4} \end{bmatrix}, \quad (3.16)$$

onde a matriz  $Cv$  tem a mesa estrutura de  $Ch$ , porém utilizando  $\rho_v$ .

A matriz de covariância entre as três bandas multiespectrais é dada por:

$$\Sigma_S = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12}^2 & \sigma_{13}^2 \\ \sigma_{21}^2 & \sigma_{22}^2 & \sigma_{23}^2 \\ \sigma_{31}^2 & \sigma_{32}^2 & \sigma_{33}^2 \end{bmatrix}, \quad (3.17)$$

once  $\sigma_{ij}^2$  é a covariância entre as bandas  $i$  e  $j$ , e  $\sigma_{ii}^2$  é a variância da banda  $i$ .

A matrix de covariância de  $f$  pode ser encontrada por:

$$\Sigma_f = A\Sigma_{gg}A^t = \Sigma_{fg}\Sigma_{gg}^{-1}\Sigma_{fg}^t, \quad (3.18)$$

onde  $A$  é dada por:

$$A = \Sigma_{fg} \Sigma_{gg}^{-1}. \quad (3.19)$$

Deve ser observado que a matriz de covariância ( $12 \times 12$ ) carrega não somente informação espectral mas também espacial sobre o pixel interpolado.

### 3.4 Registro não-rígido proposto em (MYRONENKO; SONG, 2009, 2010)

Um registro não-rígido foi proposto por Myronenko e Song (MYRONENKO; SONG, 2010), e implementado em MIRT (Matlab Image Registration Toolbox - Toolbox de registro de imagens do Matlab) (MYRONENKO, 2010). Nessa toolbox, um registro não-rígido utilizando pontos de controle B-splines é implementada. Uma das vantagens deste método é a grande variedade de medidas de similaridade, tais como SSD - soma do quadrado das diferenças, CC - coeficiente de correlação, CR - taxa de correlação e MI - informação mútua. Estas medidas de similaridade são baseadas na relação de intensidades dos pixels correspondentes sem considerar sua dependência espacial. O modelo de transformação é o Paramétrico utilizando *Free Form Deformation* (FFD) e *B-splines* cúbicas.

### 3.5 Métodos Iterativos de Restauração em (LAGENDIJK; BIEMOND, 1990)

O campo da restauração de imagens preocupa-se com a reconstrução ou estimação de uma imagem não corrompida a partir de uma distorcida e ruidosa. Essencialmente é a tentativa de reverter as imperfeições ocorridas no sistema de formação da imagem.

Nos métodos de restauração de imagens, supõe-se que as características do sistema de degradação e do ruído são conhecidas *a priori*, no entanto em situações práticas isso dificilmente ocorre.

Legendjik em (LAGENDIJK; BIEMOND, 1990), supõe que o sistema de formação de imagens pode ser adequadamente representado em sua forma discreta por uma relação linear espacialmente invariante com um ruído aditivo. A imagem observada e degradada de  $M \times N$  pixels,  $g(x, y)$  é dada por:

$$g(x, y) = h(x, y) * f(x, y) + \omega(x, y), \quad (3.20)$$

onde  $h(x,y)$  denota PSF do sistema de formação da imagem,  $f(x,y)$  é a imagem ideal ou original que teria sido originada de um sistema perfeito de aquisição,  $*$  denota a operação de convolução 2-D e  $\omega(x,y)$  é o modelo do ruído. Em termos matemáticos, o modelo (3.20) pode ser definido como a estimação de  $\hat{f}(x,y)$  de uma imagem original  $f(x,y)$  quando  $g(x,y)$  é observada e  $h(x,y)$  é conhecido, além disso algum conhecimento estatístico de  $f(x,y)$  e  $\omega(x,y)$  está disponível. Uma notação mais compacta de (3.20) é:

$$g = Hf + \omega \quad (3.21)$$

onde  $g$  e  $f$  são vetores com as representações lexicográficas respectivamente das imagens borrada e original e  $H$  é a matriz de borrimento.

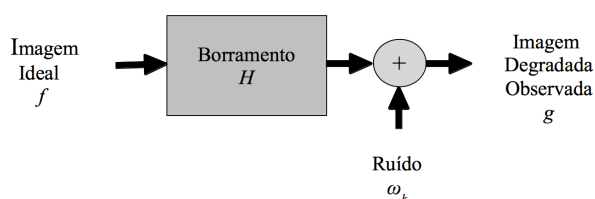


Figura 3.5: Modelo discreto de degradação de imagem em restauração.

### 3.5.1 Mal-Condicionamento do Problema da Restauração

A visão mais simplista da solução de (3.21), seria encontrar a matriz inversa de  $H$ ,  $H^{-1}$  que, caso existisse, seria a resposta do filtro inverso, de forma que:

$$\begin{aligned} \hat{f} &= H^{-1}g \\ &= H^{-1}Hf + H^{-1}\omega \\ &= f + H^{-1}\omega. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Há vários problemas com esta abordagem que podem ser melhor verificados analisando-se uma expansão de autovalores das equações lineares de (3.22). Sejam  $\{z_{uv} | u \in [0, M-1]$  e  $v \in [0, N-1]\}$  os autovetores associados à matriz de borrimento  $H$  e  $\lambda_{uv}$  os autovalores correspondentes (valores complexos). Para fins de simplificação, é suposto que  $H$  e  $H^t$  têm o mesmo conjunto de autovetores e assim serão mutuamente ortogonais e poderemos fazer a seguinte expansão:

$$\hat{f} = \sum_{u,v} (f, z_{uv}) z_{uv} + \sum_{u,v} \frac{1}{\lambda_{uv}} (\omega, z_{uv}) z_{uv}, \quad (3.23)$$

sendo  $(u, v)$  o produto interno dos vetores  $u$  e  $b$ . O erro  $\|\hat{f} - f\|$  é limitado por:

$$\|\hat{f} - f\| \leq \sum_{u,v} \frac{1}{\lambda_{uv}} (\omega, z_{uv}) z_{uv}. \quad (3.24)$$

onde  $\|\cdot\|$  denota a norma Euclidiana. Por  $H$  ser uma matriz bloco circulante (expressa a convolução espacialmente invariante) os autovalores  $\lambda_{uv}$  são dados pelos coeficiente da DFT de  $h(x, y)$ ,  $H(u, v)$ . A relação (3.22) pode ser interpretada no domínio da frequência por:

$$\hat{F}(u, v) = F(u, v) + \frac{1}{H(u, v)} \Omega(u, v). \quad (3.25)$$

Das equações (3.23) e (3.25) é possível perceber que se  $H$  possuir autovalores iguais a zero o filtro inverso pode não existir. Mesmo  $H$  não possuindo autovalores iguais a zero, é comum haver problemas pela amplificação do ruído nas frequências mais altas devido ao segundo termo do lado direito das equações (3.23) e (3.25) que torna o sistema instável. Isso ocorre pois a função de transferência do borramento  $|H(u, v)|$ , é tipicamente mais alta nas frequências mais baixas e decai de modo significativo nas mais altas (o borramento age como um filtro passa-baixa). O espectro do ruído observado, por outro lado, contém tipicamente componentes de frequência relativamente muito mais altos. Assim nas mais altas frequências,  $\Omega(u, v)/H(u, v)$  pode assumir valores muito altos de tal forma  $\hat{f}$  que é dominado pela filtragem inversa do ruído, levando a soluções inúteis. O erro da restauração  $\|\hat{f} - f\|$  será praticamente ilimitado nesses casos. Por essa razão o sistema é considerado mal-condicionado e dependendo do tipo de borramento, a magnitude do problema varia de média (PSF Gaussiano) a muito severa (PSFs como o característico do borramento de movimento).

## 3.5.2 Restauração Iterativa de Imagens

As técnicas iterativas de restauração oferecem a vantagem de não ser necessário inverter matrizes e a possibilidade da inserção de restrições às soluções.

### 3.5.2.1 Iterações de Van Cittert

O método de restauração iterativa de Van Cittert é o mais simples e vários pesquisadores chegaram a ele de diferentes maneiras, por isso o método também é conhecido por Bialy, Landweber, Jacobi ou método das aproximações sucessivas.

Uma de suas características mais básicas é que o número de iterações pode fazer o papel do parâmetro de regularização e é comum em imagens sujeitas ao ruído: conforme o número de

iterações aumenta, o valor obtido primeiro se aproxima do valor desejado e então se afasta dele definitivamente mais e mais (BERTERO; BOCCACCI, 1998).

Se ignorada a contribuição do ruído em (3.21), para qualquer valor real de  $\beta$  teremos:

$$f = f + \beta(g - Hf) \quad (3.26)$$

Aplicando o método de aproximações sucessivas à igualdade teremos a seguinte iteração para computar a solução de (3.21):

$$\begin{aligned} \hat{f}_0 &= 0 \\ \hat{f}_{k+1} &= \hat{f}_k + \beta(g - H\hat{f}_k) \\ &= \beta g + (I - \beta H)\hat{f}_k \end{aligned} \quad (3.27)$$

Para a análise da convergência, utiliza-se a expansão de autovetores de (3.28), obtendo-se:

$$\begin{aligned} \hat{f}_{k+1} &= \beta \sum_{u,v} \left[ \sum_{r=0}^k (1 - \beta \lambda_{uv})^r \right] (g, z_{uv}) z_{uv} \\ &= \sum_{u,v} \frac{1}{\lambda_{uv}} \left( 1 - (1 - \beta \lambda_{uv})^{k+1} \right) (g, z_{uv}) z_{uv}. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Supondo que  $H$  seja inversível, e então nenhum de seus autovalores será igual a zero, pode-se concluir que, quando  $k \rightarrow \infty$ , a iteração converge para:

$$\hat{f}_\infty = \sum_{u,v} \frac{1}{\lambda_{uv}} (g, z_{uv}) z_{uv}, \quad (3.29)$$

desde que:

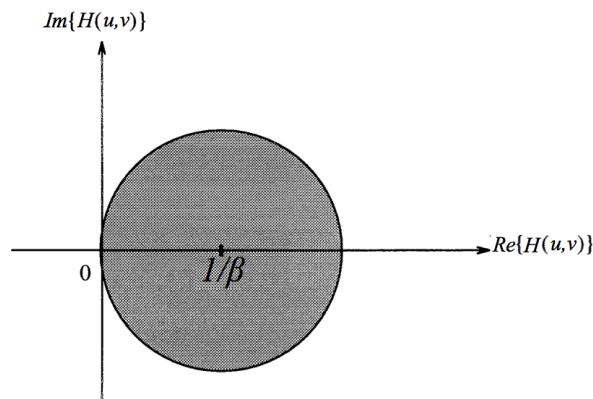
$$|1 - \beta \lambda_{uv}| < 1, \quad \forall u, v. \quad (3.30)$$

O resultado de (3.29) é o filtro inverso. A interpretação de (3.30) é que todos os autovalores de  $H$  devem recair sobre a área sombreada do plano convexo mostrado na Figura 3.6.

Pela condição (3.29) decorre que para que haja convergência é necessário que  $Re\{H(u, v)\} > 0, \forall u, v$ . Como  $\beta$  só assume valores reais a condição não pode ser satisfeita por borramentos que possuam tanto autovalores positivos quanto negativos, o que exclui os borramentos de movimento e desfocagem <sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>defocussing



**Figura 3.6:** Região do plano convexo onde os autovalores da matriz de borrimento devem recair para a iteração de Van Cittert convergir. (LAGENDIJK; BIEMOND, 1990).

### 3.5.2.2 Van Cittert com Reblurring - VCR

Para superar o problema da convergência, foi proposto o método de Reblurring sobre as iterações de (3.26), que é equivalente a aplicar Van Cittert à igualdade:

$$f = f + \beta H^t (g - Hf), \quad (3.31)$$

levando à iteração:

$$\begin{aligned} \hat{f}_0 &= 0 \\ \hat{f}_{k+1} &= \hat{f}_k + \beta H^t (g - H\hat{f}_k). \end{aligned} \quad (3.32)$$

Uma outra maneira de chegar a esse resultado é pela abordagem do mínimo erro quadrático<sup>2</sup> (KATSAGGELOS, 1989) que minimize o erro:

$$\Phi(\hat{f}) = \|g - H\hat{f}\|^2 \quad (3.33)$$

A condição necessária para a minimização de  $\Phi$  é que seu gradiente com respeito a  $f$  seja zero, o que resulta na solução de obtenção de equações normais:

$$\hat{f} = [H^t H]^{-1} H^t g = H^+ g \quad (3.34)$$

onde  $H^+$  é a pseudoinversa de  $H$ , ou

$$\begin{aligned} r_k &= \frac{1}{2} \nabla \Phi(f) |_{\hat{f}_k} \\ &= D^t (g - Df) \end{aligned} \quad (3.35)$$

---

<sup>2</sup>LSE-Least Square Error



onde  $r_k$  é chamada direção *steepest descent*, que aponta para gradiente negativo da função objetivo de  $\Phi(\hat{f}_k)$ . A equação (3.32) também é a solução de Máxima Verossimilhança (ML) que visa maximizar a função de verossimilhança  $p(g|f)$  com respeito a  $f$ , sob a hipótese de ruído Gaussiano. A aplicação da iteração (3.32) em (3.35) nos leva a:

$$\begin{aligned}\hat{f}_0 &= 0 \\ \hat{f}_{k+1} &= \hat{f}_k + \beta r_k \\ &= \hat{f}_k + \frac{1}{2} \beta \nabla_f \Phi(f)|_{f_k} \\ &= \hat{f}_k + \beta H^t (g - D\hat{f}_k),\end{aligned}\tag{3.36}$$

onde o parâmetro  $\beta$  controla a convergência das iterações (LAGENDIJK; BIEMOND, 1990).

De maneira similar a (3.28) a análise de convergência da iteração (3.36) com a expansão de autovetores leva a:

$$\hat{f}_{k+1} = \sum_{u,v} \frac{1}{\lambda_{uv}} \left(1 - (1 - \beta |\lambda_{uv}|^2)^{k+1}\right) (g, z_{uv}) z_{uv}.\tag{3.37}$$

Para (3.37) a convergência requer que:

$$|1 - \beta |\lambda_{uv}|^2| < 1, \quad \forall u, v,\tag{3.38}$$

que é equivalente a exigir que  $\lambda_{uv} \neq 0$ , ou em outras palavras, que  $H$  seja inversível. De (3.38) podemos determinar o valor de  $\beta$  para que as iterações convirjam como:

$$0 < \beta < \frac{2}{|\lambda_{\max}|^2}\tag{3.39}$$

Mais uma vez a iteração (3.36) converge para o filtro inverso.

### 3.5.2.3 Método de Tikhonov-Miller com Regularização Determinística - TMR

O uso de informação *a priori* determinística sobre a imagem original pode também ser usada para regularizar o problema da restauração (BANHAM; KATSAGGELOS, 1997). Por exemplo, a restauração dos mínimos quadrados restringida (CLS - *Constrained Least Square*) pode ser formulada escolhendo-se um  $\hat{f}$  que minimize o Lagrangiano  $\Phi$ :

$$\Phi(\hat{f}) = \|g - H\hat{f}\|^2 + \alpha \|C\hat{f}\|^2,\tag{3.40}$$

onde o termo  $C\hat{f}$  geralmente representa uma versão passa-alta da imagem  $\hat{f}$ . O uso do operador  $C$  promove uma alternativa para reduzir os efeitos dos valores pequenos singulares de  $H$  que

ocorrem nas altas frequências. Uma escolha típica para  $C$  é o operador Laplaciano 2-D. Na equação (3.40)  $\alpha$  representa o multiplicador de Lagrange, também chamado de parâmetro de regularização, que controla a troca entre a fidelidade aos dados  $\|g - H\hat{f}\|^2$  e a suavização da solução  $\|C\hat{f}\|^2$ . A minimização da equação (3.40) leva a:

$$\hat{f} = (H^t H + \alpha C^t C)^{-1} H^t g. \quad (3.41)$$

Pelo método *steepest descent*, para minimizar a função objetivo  $\Phi(\hat{f})$  em (3.41) teremos a seguinte iteração:

$$\begin{aligned} \hat{f}_0 &= \beta H^t g \\ \hat{f}_{k+1} &= \hat{f}_k + \beta r_k \\ &= \hat{f}_k + \frac{1}{2} \beta \nabla_f \Phi(f)|_{f_k} \\ &= \hat{f}_k + \beta ((H^t H + \alpha C^t C) \hat{f}_k - H^t g), \\ &= (I - \alpha \beta C^t C) \hat{f}_k + \beta H^t (g - H \hat{f}_k). \end{aligned} \quad (3.42)$$

Se  $\alpha = 0$  a equação (3.42) se reduz à iteração de Van Cittert (3.32). A iteração convergirá se:

$$0 < \beta < \frac{2}{\lambda_{max}}, \quad (3.43)$$

onde  $\lambda_{max}$  é o maior autovalor da matriz  $(H^t H + \alpha C^t C)$ . O critério de finalização mais frequentemente utilizado compara a mudança de energia normalizada a cada iteração com um limite (BANHAM; KATSAGGELOS, 1997), por exemplo:

$$\frac{\|f_{k+1} - f_k\|^2}{\|f_k\|^2} \leq 10^{-6}. \quad (3.44)$$

#### 3.5.2.4 Método de Tikhonov-Miller com $\beta$ Otimizado - TMOR

Este método é uma versão do algoritmo anterior em que  $\beta$ , o coeficiente de relaxação das iterações, é adaptativo e calculado a cada iteração.

O valor ótimo de  $\beta$  na iteração  $k$ , denotado por  $\beta_k$ , pode ser derivado minimizando  $\Phi(\hat{f}_k + \beta_k r_k)$ , isto é, escolhendo  $\beta_k$  ao longo do caminho  $\hat{f}_{k+1} = \hat{f}_k + \beta_k r_k$  que minimize  $\Phi(\hat{f}_{k+1})$ . Aqui  $\Phi(f)$  é a função objetivo da equação (3.40) e  $r_k$  é a direção *steepest descent* associada com a função objetivo. A solução para esse problema de minimização é dada por:

$$\beta_k = \frac{\|r_k\|^2}{\|H r_k\|^2 + \alpha \|C r_k\|^2} \quad (3.45)$$

### 3.5.2.5 Método do Gradiente Conjugado - GCR

Motivados pelo desejo de obter uma convergência mais rápida, o método do gradiente conjugado tem sido usado com sucesso na teoria de otimização. Métodos de direções conjugadas, que foram originalmente introduzidos para problemas puramente quadráticos, podem ser vistos como uma expansão ortogonal especial das soluções de problemas de minimização. Esta expansão é gerada pelo uso da informação prévia de cada passo. Essa sessão foca no uso do método para minimizar a função objetivo da equação (3.40). A forma básica do algoritmo é uma forma alternativa da iteração da equação (3.42) e é dada por:

$$\begin{aligned} r_k &= -\frac{1}{2}\nabla\Phi(f)|_{f_k} = -(H^t H + \alpha C^t C)\hat{f}_k + H^t g \\ p_k &= r_k + \gamma_k p_{k-1} \\ \hat{f}_{k+1} &= \hat{f}_k + \beta_k p_k \end{aligned} \quad (3.46)$$

Neste esquema  $\hat{f}_k$  é modificado na direção do vetor  $p_k$  ao invés da direção do *steepest descent*  $r_k$ . O parâmetro  $\gamma_k$  controla a conjugação das direções subsequentes  $p_k$ . Para  $\gamma_k \rightarrow 0$  a iteração (3.47) reduz-se a (3.36). O valor de  $\gamma_k$  e  $\beta_k$  é dado por:

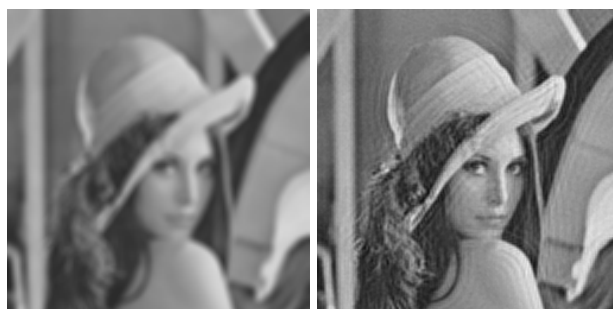
$$\begin{aligned} \gamma_k &= \frac{\|r_k\|^2}{\|r_{k+1}\|^2} \\ \beta_k &= \frac{\|r_k^t p_k\|^2}{\|H p_k\|^2 + \alpha \|C p_k\|^2} \end{aligned} \quad (3.47)$$

### 3.5.3 Redução do Artefato de Ringing com Restrições Adaptativas

As regularizações vistas nas seções passadas deste capítulo são utilizadas para estabilizar o mal-condicionamento da matriz de borrimento  $D$  e assim suprimir o ruído. A incorporação de um dispositivo de regularização faz com que o processo se desvie da solução do filtro inverso e como resultado, outro tipo de erro ocorre nas imagens restauradas chamado de erro de regularização. Dentre os artefatos causados pela aumento do erro de regularização está o artefato de *ringing*, que pode ser caracterizado como o aparecimento de linhas que contornam as altas frequências das imagens como um "eco"(Figura 3.7). Lagendijk em (LAGENDIJK; BIEMOND, 1990) faz um estudo sobre a origem do aparecimento destes artefatos.

#### 3.5.3.1 Conhecimento a priori

Um conjunto de soluções viáveis pode ser definido restringindo-se a norma do resíduo  $g - H\hat{f}$  pela norma do ruído, denotada por  $\varepsilon$ . Para definir um algoritmo de restauração adaptativa a



**Figura 3.7:** Artefato de *ringing* apresentado pela restauração da imagem. À esquerda imagem inicial, antes da restauração e à direita a imagem restaurada pelo método Van Cittert com reblurring, apresentando o artefato.

norma do resíduo é tomada em um espaço com pesos:

$$\|g - H\hat{f}\|_{I_R} = [(g - H\hat{f})^t I_R (g - H\hat{f})]^{1/2} \leq \varepsilon \quad (3.48)$$

onde  $I_R$  é uma matriz diagonal com os coeficientes de peso  $r_{ij} \in [0, 1]$ , onde  $r_{ij}$  é associado a um pixel na posição  $(i, j)$ . A regularização de Tikhonov-Miller, fornece o segundo tipo de conhecimento *a priori*. Para regular a troca entre o aumento do erro do ruído e o erro de regularização, a proposta é impor um limite superior na norma da imagem filtrada num espaço com pesos:

$$\|C\hat{f}\|_{I_S} = [(C\hat{f})^t I_S (C\hat{f})]^{1/2} \leq E \quad (3.49)$$

onde  $I_S$  é também uma matriz diagonal com coeficientes de peso  $s_{ij} \in [0, 1]$ . O limite  $E$  é conhecido *a priori*.

Finalmente, o terceiro tipo de conhecimento *a priori* é combinação das restrições determinísticas. O conjunto de soluções  $\mathcal{C}$  descrito por essa restrição deve ser fechado e convexo. Associado com esse conjunto está a projeção de não-expansividade  $\mathcal{P}$ . A solução para o problema da restauração deve ser um elemento do conjunto  $\mathcal{C}$  e assim ser um ponto fixo da projeção  $\mathcal{P}$ . Os coeficientes de peso  $r_{ij}$  e  $s_{ij}$ , devem ser escolhidos com base no conhecimento *a priori* sobre a imagem original para minimizar o erro da restauração. Porém, tal informação dificilmente está disponível para situações de uso prático. Qualitativamente observa-se que para reduzir o artefato de *ringing*, é preciso diminuir a regularização perto das regiões de maior rugosidade, atribuindo os valores  $s_{ij} \ll 1$  e  $r_{ij} \approx 1$  (forçando a filtragem inversa). Por outro lado, para suavizar o ruído em áreas menos rugosas é preciso  $r_{ij} \ll 1$  e  $s_{ij} \approx 1$ .

### 3.5.3.2 Método Tikhonov-Miller com Restrições Adaptativas - TMRA

Combinando (3.48) e (3.49) numa fórmula única:

$$\Phi(\hat{f}) = \|g - Hf\|_{I_R}^2 + \alpha \|C\hat{f}\|_{I_S}^2 \leq 2\varepsilon_2 \quad (3.50)$$

onde o parâmetro de regularização tem o valor fixado em  $\alpha = (\varepsilon/E)^2$ . A solução regularizada de Tikhonov-Miller adaptativa que minimiza (3.50), pode ser dada pela equação:

$$H^t I_R H + \alpha C^t I_S C \hat{f} = H^t I_R g \quad (3.51)$$

onde o requisito de  $(H^t I_R H + \alpha C^t I_S C)$  ser uma matriz não singular leva a uma única solução de (3.51). Essa não é uma restrição severa desde que zeros espectrais exatos ocorrem raramente nas situações de interesse prático. Reescrevendo por Van Cittert e aplicando aproximações sucessivas:

$$\begin{aligned} \hat{f}_0 &= 0 \\ \hat{f}_{k+1} &= \mathcal{P} [(I - \alpha \beta C^t I_S C) \hat{f}_k + \beta H^t I_R (g - H \hat{f}_k)] \end{aligned} \quad (3.52)$$

Esta iteração é de fato um algoritmo iterativo otimizado baseado no método *steepest descent* de minimização. Para garantir a convergência,  $\beta$  deve satisfazer:

$$0 < \beta < \frac{2}{\rho_{max}}, \quad (3.53)$$

onde  $\rho_{max}$  é o maior autovalor da matriz  $(H^t I_R H + \alpha C^t I_S C)$ .

No caso das restrições adaptativas aplicadas ao método de Van Cittert com reblurring não há a parte de regularização, então a única diferença é a não aplicação da matriz  $I_S$ .

### 3.5.3.3 Método do Gradiente Conjugado com Restrições Adaptativas - GCRA

A implementação do algoritmo com a restrição adaptativa é:

$$\begin{aligned} r_k &= -\frac{1}{2} \nabla_f \Phi(f) |_{\hat{f}_k} = -(H^t I_R H + \alpha C^t I_S C) \hat{f}_k + H^t I_R g, \\ p_k &= r_k + \gamma_k p_{k-1} \\ \hat{f}_{k+1} &= \mathcal{P} [\hat{f}_k + \beta r_k] \end{aligned} \quad (3.54)$$

Os valores de  $\beta$  e  $\gamma$  otimizados são dados por:

$$\begin{aligned}\gamma_k &= \frac{\|r_k\|^2}{\|r_{k-1}\|_{I_R}^2} \\ \beta_k &= \frac{\|r_k^t p_k\|^2}{\|H p_k\|_{I_R}^2 + \alpha \|C p_k\|_{I_S}^2}\end{aligned}\quad (3.55)$$

O caso das restrições adaptativas aplicadas ao método Tikhonov-Miller com  $\beta$  otimizado está totalmente contido neste caso, bastando descartar o que não é implementado.

### 3.5.3.4 Implementação das Matrizes $I_R$ e $I_S$

Em (LAGENDIJK; BIEMOND, 1990) os experimentos com as matrizes  $I_R$  e  $I_S$  foram conduzidos da seguinte forma:

1. Calcula-se a variância local da imagem borrada:

$$\sigma_g^2(i, j) = \frac{1}{(2P+1)(2Q+1)} \sum_{k=1}^{i+P} \sum_{l=i-Q}^{i+Q} [g(k, l) - m_g(i, j)]^2, \quad (3.56)$$

onde  $(2P+1)(2Q+1)$  é o tamanho da janela de análise na qual a variância local está sendo computada, e  $m_g(i, j)$  é a média local dada por:

$$m_g(i, j) = \frac{1}{(2P+1)(2Q+1)} \sum_{k=1}^{i+P} \sum_{l=P}^{i+P} g(k, l) \quad (3.57)$$

2. Nas regiões de baixa rugosidade, a variância local tem aproximadamente o valor da variância do ruído. Variâncias mais altas representam regiões de maior rugosidade. Desta forma, os coeficientes da matriz  $I_S$  são calculados como:

$$s_{ij} = \frac{1}{1 + \mu \max[0, \sigma_g^2(i, j) - \sigma_\omega^2]}, \quad (3.58)$$

onde  $\mu$  é chamado de parâmetro de afinação (*tunning*).

3. A matriz  $I_R$  é calculada de maneira semelhante:

$$r_{ij} = \frac{1}{1 + \mu \max[0, \sigma_g^2(i, j) - \sigma_\omega^2]^{-1}} \quad (3.59)$$

# Capítulo 4

## SUPER-RESOLUÇÃO BASEADA EM MÉTODOS ITERATIVOS DE RESTAURAÇÃO

---

---

Este capítulo contém os novos modelos e extensões de métodos de restauração para super resolução que foram criados a partir das ideias dos capítulos anteriores.

Há uma clara semelhança entre a equação (3.21) e (2.5), que traçam as linhas gerais do processo de formação da imagem na restauração e na super resolução. Na mesma linha dessas semelhanças, o método IBP, caracterizado pela equação (3.4), pode ser considerado uma extensão do método de Van Cittert com Reblurring, equação (3.31). Para a super resolução essa extensão será formulada e apresentada na seção 4.1.

A partir daí todos os métodos são deduções dos modelos de restauração do capítulo 2 para super-resolução.

### 4.1 Semelhanças entre Métodos Iterativos de Restauração e Super Resolução

Analisemos as semelhanças entre os processos iterativos de Restauração e de Super-Resolução, reescrevendo algumas equações para melhor visualização na Tabela 4.1:

Para que haja a completa correspondência dos métodos é preciso fazer a correspondência entre  $D^{(k)}$  da equação (2.5) e de (3.2) e (3.3) e assim fixar a escolha (que no método IBP é permitida ser arbitrária) como sendo:

$$\left(D_{BP}^{(k)}\right)^2 = A^t R^{(k)t} H^t = (HR^{(k)}A)^t = D^{(k)t}. \quad (4.1)$$

**Tabela 4.1: Comparação entre os processos iterativos de Restauração e Super-Resolução.**

Restauração	Super-Resolução
Modelo de Restauração (3.21) $g = Hf + \omega$	Modelo de Super-Resolução (2.5) (*) (**) $g^{(k)} = D^{(k)}f + \omega^{(k)}$
Método Van Cittert com Reblurring (3.31) $f = f + \beta H^t(g - Hf)$	Método Irani-Peleg (3.4) (*) $f_{i+1} = f_i + \sum_{k=1}^n c \left( D_{BP}^{(k)} \right)^2 \left( g^{(k)} - D_{PSF}^{(k)} f_i \right)$
	(*) $\forall k = 1, 2, \dots$ (**) $D^{(k)} = HR^{(k)}A$

Assim, a equação (3.31) pode ser reescrita como

$$f_{i+1} = f_i + c \sum_{k=1}^n D^{(k)t} \left( g^{(k)} - D^{(k)} f_i \right), \quad (4.2)$$

Algumas considerações devem ser feitas a cerca da constante normalizadora  $c$ . Sejam as imagens LR de dimensão  $l_1 \times l_2$  pixels e a imagem HR de dimensão  $L_1 \times L_2$ , e a proporção guardada entre as dimensões estabelecida por um fator de aumento  $a$  tal que  $L_1 = al_1$  e  $L_2 = al_2$ . Dessa forma, sendo  $g^{(k)}$  e  $f$  as representações lexicográficas das imagens respectivamente LR e HR,  $\dim(g^{(k)}) = l_1 l_2$  e  $\dim(f) = L_1 L_2 = a^2 l_1 l_2$ . Para facilitar a notação chamaremos  $l = l_1 l_2$  e  $L = L_1 L_2$ . Assim, teremos a equação (2.4) reescrita para ressaltar a ordem de cada matriz e vetor:

$$\begin{aligned} g_{(l)}^{(k)} &= H_{(l \times l)} A_{(l \times L)} R_{(L \times L)}^{(k)} f_{(L)} + \omega_{(l)}^{(k)} \\ &= D_{(l \times L)}^{(k)} f_{(L)} + \omega_{(l)}^{(k)} \end{aligned} \quad (4.3)$$

$A$  é uma matriz de amostragem que diminui a dimensão de  $f$  na razão  $a^2$ . É preciso fazer ajustes para igualar a soma dos pixels de  $g^{(k)}$  e  $f$ :

$$\sum_{x=1}^l g^{(k)}(x) = \frac{1}{a^2} \sum_{y=1}^L f(y). \quad (4.4)$$

Isso acontece porque, ao contrário das matrizes  $H$  e  $R^{(k)}$  nas quais cada linha e coluna tem sua soma igual a 1, somente as linhas de  $A$  têm soma igual a 1, suas colunas têm soma igual a  $1/a^2$ .

Outra característica da super resolução que  $c$  deve refletir é o número de imagens LR envolvidas no processo representado por  $n$ . Como  $f$  é uma média ponderada das projeções de cada



imagem  $g^{(k)}$ , a constante  $c$  deve assumir o valor:

$$c = \frac{a^2}{n} \quad (4.5)$$

Dada porém a semelhança da equação (4.2) com (3.26) há a possibilidade de incorporar um parâmetro de relaxação  $\beta$  para que a velocidade de convergência possa ser regulada.

#### 4.1.1 Van Cittert com Reblurring para Super-Resolução - VCSR

Levando ainda em conta o valor inicial proposto pelo método IBP e a equação (4.2), o método iterativo de Van Cittert com reblurring para Super-Resolução (VCSR) pode ser descrito por:

$$\begin{aligned} f_0 &= c \sum_{k=1}^n A^t R^{(k)t} g^{(k)} \\ f_{i+1} &= f_i + \beta c \sum_{k=1}^n D^{(k)t} (g^{(k)} - D^{(k)} f_i) \end{aligned} \quad (4.6)$$

Para estabelecer o critério de convergência de (4.6), consideremos a matriz  $Q_V$ :

$$Q_V = c \sum_{k=1}^n (D^{(k)t} D^{(k)}) \neq H^t H \quad (4.7)$$

Seja  $\rho_{Vmax}$  o maior autovetor de  $Q_V$ , o critério de convergência de (4.6) é:

$$0 < \beta < \frac{2}{\rho_{Vmax}}. \quad (4.8)$$

A influência da escolha do parâmetro  $\beta$  na convergência do método pode ser visto no Apêndice A.

#### 4.1.2 Tikhonov-Miller para Super-Resolução - TMSR

Aplicando a regularização de Tikhonov-Miller (3.42) em (4.6) teremos:

$$\begin{aligned} f_0 &= c \sum_{k=1}^n A^t R^{(k)t} g^{(k)} \\ f_{i+1} &= f_i + \beta \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \left( (a^2 D^{(k)t} D^{(k)} - \alpha C^t C) f_i - a^2 D^{(k)t} g^{(k)} \right) \\ &= f_i - \beta \alpha C^t C f_i + \beta c \sum_{k=1}^n D^{(k)t} (g^{(k)} - D^{(k)} f_i) \end{aligned} \quad (4.9)$$

Considerando a matriz  $Q_{TM}$ :

$$Q_{TM} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \left( (a^2 D^{(k)t} D^{(k)} - \alpha C^t C) f_i \right) \quad (4.10)$$

Seja  $\rho_{TMmax}$  o maior autovetor de  $Q_{TM}$ , o critério de convergência de (4.9) é:

$$0 < \beta < \frac{2}{|\rho_{TMmax}|}. \quad (4.11)$$

### 4.1.3 Método de Tikhonov-Miller com $\beta$ Otimizado para Super-Resolução - TMOSR

A solução para o método de Tikhonov-Miller com  $\beta$  Otimizado para Super-Resolução pode ser dada por:

$$\begin{aligned} f_0 &= c \sum_{k=1}^n A^t R^{(k)t} g^{(k)} \\ f_{i+1} &= f_i + \beta_i r_i \\ r_i &= -c \sum_{k=1}^n (D^{(k)t} D^{(k)} + \alpha C^t C) f_i + D^{(k)t} g^{(k)} \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\beta_i = \frac{\|r_i\|^2}{\|D^{(\cdot)} r_i\|^2 + \alpha \|C r_i\|^2} \quad (4.13)$$

É usual, mas não necessário, que a imagem HR seja calculada sobre uma grade de registro de uma das imagens LR utilizadas.  $(\cdot)$  é uma referência à grade utilizada para gerar a imagem HR, sendo esta uma das grades de  $g^{(k)}$  ou uma outra qualquer.

### 4.1.4 Gradiente Conjugado para Super-Resolução - GCSR

A adaptação do método à SR é feita modificando-se a componente  $r_k$  do método:

$$\begin{aligned} f_0 &= c \sum_{k=1}^n A^t R^{(k)t} g^{(k)} \\ f_{i+1} &= f_i + \beta_i p_i \\ r_i &= -c \sum_{k=1}^n (D^{(k)t} D^{(k)} + \alpha C^t C) f_i + D^{(k)t} g^{(k)} \\ p_i &= r_i + \gamma_i p_{i-1} \end{aligned} \quad (4.14)$$

Os valores de  $\gamma_i$  e  $\beta_i$  também são calculados da mesma maneira que na restauração (3.47),

exceto pela troca da matriz  $H$  por  $D^{(\cdot)}$ :

$$\begin{aligned}\gamma_i &= \frac{\|r_i\|^2}{\|r_{i+1}\|^2} \\ \beta_i &= \frac{\|r_i^t p_i\|}{\|D^{(\cdot)} p_i\|^2 + \alpha \|C p_i\|^2}\end{aligned}\quad (4.15)$$

Inicialmente utilizamos  $\gamma_1 = 0$ , e por consequência,  $p_1 = r_1$ .

### 4.1.5 Implementações com Restrições Adaptativas para Super-Resolução

A implementação é feita de forma bastante simples seguindo a mesma ideia da seção 3.5.3. Apenas alguns detalhes devem ser observados:

- A matriz  $I_R$  da restauração é baseada na imagem observada  $g$ . No processo de SR, baseadas nas  $n$  imagens LR observadas  $g^{(k)}$ , são criadas também  $n$  matrizes  $I_R^{(k)}$ ;
- A matriz  $I_S$  é aplicada sobre a regularização, que por sua vez é aplicada à imagem HR que é única. Dessa forma, ela também será única, baseada na imagem inicial  $f_0$ , que é a média sobreamostrada e registrada das imagens iniciais  $g^{(k)}$ ;
- Observados os itens anteriores, toda a construção das matrizes de restrições adaptativas segue o mesmo processo descrito pelas equações (3.56), (3.57), (3.58) e (3.59).

A seguir serão dadas apenas as formulações das aplicações das Restrições Adaptativas para o método TMSR e GCSR, pois os métodos VCSR e TMOSR estão respectivamente contidos nos métodos TMSR e GCSR.

#### 4.1.5.1 Tikhonov-Miller com Restrições Adaptativas para Super-Resolução - TMRASR

O método Tikhonov-Miller com Restrições Adaptativas para Super-Resolução é dado pela equação:

$$\begin{aligned}f_0 &= c \sum_{k=1}^n A^t R^{(k)t} g^{(k)} \\ f_{i+1} &= f_i + \beta \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \left( (a^2 D^{(k)t} I_R^{(k)} D^{(k)} - \alpha C^t I_S C) f_i - a^2 D^{(k)t} I_R^{(k)} g^{(k)} \right) \\ &= f_i - \beta \alpha C^t I_S C f_i + c \sum_{k=1}^n D^{(k)t} I_R^{(k)} (g^{(k)} - D^{(k)} f_i)\end{aligned}\quad (4.16)$$

Considerando a matriz  $Q_{TM}$ :

$$Q_{TM} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \left( (a^2 D^{(k)t} I_R^{(k)} D^{(k)} - \alpha C^t I_S C) f_i \right) \quad (4.17)$$

Seja  $\rho_{TMmax}$  o maior autovetor de  $Q_{TM}$ , o critério de convergência de (4.16) é:

$$0 < \beta < \frac{2}{|\rho_{TMmax}|}. \quad (4.18)$$

#### 4.1.5.2 Gradiente Conjugado com Restrições Adaptativas para Super-Resolução - GCRASR

O método Gradiente Conjugado com Restrições Adaptativas para Super-Resolução é dado pela equação:

$$\begin{aligned} f_0 &= c \sum_{k=1}^n A^t R^{(k)t} g^{(k)} \\ f_{i+1} &= f_i + \beta_i p_i \\ r_i &= -c \sum_{k=1}^n (D^{(k)t} I_R^{(k)} D^{(k)} + \alpha C^t I_S C) f_i + D^{(k)t} I_R^{(k)} g^{(k)} \\ p_i &= r_i + \gamma_i p_{i-1} \end{aligned} \quad (4.19)$$

Os valores de  $\gamma_i$  e  $\beta_i$  são dados por:

$$\begin{aligned} \gamma_i &= \frac{\|r_i\|^2}{\|r_{i+1}\|^2} \\ \beta_i &= \frac{\|r_i^t p_i\|}{\|D^{(\cdot)} p_i\|_{I_R^{(\cdot)}}^2 + \alpha \|C p_i\|_{I_S}^2} \end{aligned} \quad (4.20)$$

# Capítulo 5

## GENERALIZAÇÃO E ESTUDOS DE CASO

---

---

### 5.1 Generalização

Para representar as várias componentes da generalização proposta, tomemos a equação (4.9) para ilustrá-la. Vale lembrar que nem todos os processos de SR tratam as degradações de ruído e borramento, fazendo com que algumas partes dessa generalização possam ser suprimidas.

#### 5.1.1 Valor inicial $f_0$

O método IBP utiliza como valor inicial a média das imagens LR sobreamostradas e registradas. É uma maneira prática de estimação, pois quando se inicia o método, as matrizes de amostragem e registro já se encontram calculadas. Entretanto em (IRANI; PELEG, 1990), Irani e Peleg afirmam que o valor inicial pode ser escolhido aleatoriamente e qualquer que seja ele, o método convergirá para a mesma resposta, somente levando um pouco mais de tempo até convergir.

#### 5.1.2 Amostragem

Como mostrado na seção 4.1, a matriz de sobreamostragem  $A'$  é similar à transposta da matriz de subamostragem  $A$ , com a correção pela multiplicação da constante  $a^2$  (4.5), que na verdade normaliza as colunas da matriz  $A$ , porém nem todas as adaptações são tão simples.

Na busca por kernels de interpolação ótimos Gilman et al. em (GILMAN; BAILEY; MARS-LAND, 2008) notaram empiricamente que os kernels que simulavam o processo de captura de diferentes imagens, eram bastante similares e portanto fracamente dependentes do conteúdo da imagem. Podemos supor então que a amostragem gerada para um modelo de imagens pode ser

empregada em imagens similares sem que seja necessário o recálculo das matrizes.

Komatsu et al. (KOMATSU et al., 1993) desenvolveram um método que empregava múltiplos sensores digitais com tamanhos diferentes de pixels. A função da matriz de subamostragem deste método era distribuir o erro de  $f - Ag$  sobre as imagens de baixa resolução, não uniformemente espaçadas.

Bannore (BANNORE, 2009), testou vários tipos de interpolação (linear, vizinho mais próximo, sinc, splines cúbicas e Gaussiana), em um modelo semelhante ao de Van Cittert com reblurring (4.2):

$$f_{k+1} = f_k + A_{sobre}(g - A_{sub}f_k), \quad (5.1)$$

Nesse modelo não foi considerado borramento, somente a sub e sobreamostragem.

Foi observado que, quando, no lugar da matriz  $A_{sobre}$  era utilizado a matriz inversa de  $A_{sub}$ , a solução exata do sistema já era dada após a primeira iteração. Quando a matriz de  $A_{sub}$  não era inversível, mas  $A_{sobre}$  satisfaz a equação  $A_{sub}A_{sobre}A_{sub} = A_{sub}$ , ou seja,  $A_{sobre}$  era a inversa generalizada de  $A_{sub}$ , novamente a equação exata era dada já na primeira iteração.

Infelizmente, dada a dimensionalidade das matrizes envolvidas, o custo computacional da inversão, ou mesmo do cálculo da pseudo-inversa ou inversa generalizada é bastante alto.

### 5.1.3 Registro

O resultado final dos métodos de SR depende em grande parte da precisão do registro empregado. Registros rígidos e operações inversas são facilmente representados por matrizes e suas transpostas (IRANI; PELEG, 1990; KOMATSU et al., 1993; BANNORE, 2009), porém em se tratando de registros não-rígidos, é possível criar matrizes que representem as suas transformações, mas a transposta dessas matrizes não pode endereçar corretamente a operação inversa do registro. Uma solução é criar duas matrizes, uma para a operação do registro e outra para operação inversa, como feito para a amostragem.

Grande parte dos métodos que se encaixam neste modelo de generalização, utilizam os mesmos parâmetros de registro por todo o processo. Vale lembrar que métodos que englobam a detecção dos parâmetros de registro (como o IBP, por exemplo), o fazem no início do método, estimando-os a partir das imagens LR iniciais. Tom e Katsaggelos (TOM; KATSAGGELOS, 1995) desenvolveram um método que iterativamente atualizava os parâmetros de registro e borramento da imagem. Mateos et al. em (MATEOS; KATSAGGELOS; MOLINA, 2000) exploraram a correlação

existente entre frames LR e a informação do codificador sobre o movimento para obter frames de mais alta resolução. Nos mesmos padrões que (TOM; KATSAGGELOS, 1995), He et al. (HE et al., 2007) desenvolveram um método que atualizava iterativamente os parâmetros de registro, porém dessa vez para registros não-lineares.

#### 5.1.4 Deblurring

Em (IRANI; PELEG, 1990) Irani e Peleg afirmam que o kernel da função de espalhamento ( $D_{PSF}$ ) deve refletir as características do sensor, porém a escolha do kernel de *back-projection* ( $D_{BP}$ ) pode ser arbitrária pois há várias escolhas de  $D_{BP}$  que levam a convergência. Entretanto, a escolha do kernel de *back-projection* afeta a característica da solução procurada dentre as muitas soluções possíveis e assim deve ser utilizado como uma restrição adicional para a solução alcançada seja suave, ou tenha outras características desejadas.

Borramentos isotrópicos geram kernels simétricos e nesse caso, uma boa escolha do kernel de *back-projection* é  $D_{BP} = D_{PSF}$ , que é também a solução de Van Cittert com reblurring (seção 4.1.1). Quando o borramento é anisotrópico,  $D_{BP}$  deve aproximar-se da inversa de  $D_{PSF}$ , valendo as observações feitas por Bannore para amostragem, apresentadas na seção 5.1.2.

#### 5.1.5 Fusão das Imagens

O processo de fusão ocorre em dois momentos no processo de SR. O primeiro é durante o cálculo do valor inicial, e o segundo para unir e executar a retroprojeção do erro. A grande maioria dos métodos de SR utiliza a média aritmética para este cálculo. Zomet et al. (ZOMET; RAV-ACHA; PELEG, 2001) introduziram o uso da mediana para a fusão das imagens. A justificativa é que erros de projeção maiores devem ter menor influência sobre a solução. Erros de projeção maiores podem ocorrer por ruído, mas também ocorrem por *aliasing* nas regiões de alta-frequências. A mediana sofre menor influência dos valores *outliers*. Outros autores (FARSIU et al., 2003b, 2004; FARSIU; ELAD; MILANFAR, 2006) também empregaram a mediana em seus métodos.

#### 5.1.6 Regularização

A restauração, e por consequência a SR, de imagens é um problema mal-condicionado<sup>1</sup> com infinitas soluções. Uma estratégia para solucionar problemas mal-condicionados é procurar

---

<sup>1</sup>Segundo Bertero e Boccacci (BERTERO; BOCCACCI, 1998), um problema é mal-condicionado quando, ou possui solução não única, ou não possui solução para uma entrada arbitrária, ou não depende continuamente da entrada.

por soluções aproximadas que satisfaçam restrições adicionais vindas de características físicas do problema. O princípio da regularização é utilizar essa informação adicional para construir famílias de soluções aproximadas.

A regularização proposta pelo método TMSR (seção 4.1.2) é uma restrição de suavidade, imposta pela subtração das altas-frequências obtidas pelo quadrado do filtro de Laplace aplicado à última instância da imagem estimada, e pode ser substituída por outros filtros passa-alta.

Atualmente, há vários trabalhos com regularização baseada norma  $\ell$ -1 (FARSIU et al., 2003a; ARICAN; FROSSARD, 2009), em Total-Variation (CHAN; MULET, 1996; AMIZIC et al., 2010), abordagens Bayesianas (BABACAN; MOLINA; KATSAGGELOS, 2011) e outras (HONG; STATHAKI; KATSAGGELOS, 2005; GUO; LI; NG, 2009), cujos resultados configuram o estado-da-arte, porém, não há métodos com fórmulas analíticas para tais abordagens do nosso conhecimento até o momento.

## 5.2 SR aplicada a MRI com regularização por filtro de Wiener

Este é um novo método criado tendo como base o framework de generalização proposto, que adapta o método iterativo GCSR para frames de MRI dinâmico do processo de deglutição. Devido à natureza das imagens, a matriz de registro foi substituída por uma função de registro não-rígido. O filtro de Wiener descrito na seção 5.2.3, baseado na separabilidade da estrutura de correlação espacial, também é utilizado mas de maneira adaptativa.

### 5.2.1 Amostragem

Neste método foi utilizada a mesma amostragem do método apresentado na seção 3.3, na forma da equação (3.12). O valor dos coeficientes de correlação horizontal e vertical  $\rho_h$  e  $\rho_v$ , das matrizes de auto-covariância de  $g$ , equação (3.15), e a matriz de covariância cruzada de  $f$  e  $g$  descritas na equação (3.16), podem ser globais ou adaptativos de acordo com a rugosidade local dos frames. Zaniboni e Mascarenhas (ZANIBONI; MASCARENHAS, 1998) implementaram o coeficiente de correlação local para o framework Bayesiano de (MASCARENHAS; BANON; CANDEIAS, 1992, 1996). Os coeficientes de correlação horizontal e vertical são calculados localmente e com o algoritmo de k-médias são agrupados em cinco grupos representando seu valor central. Cada *patch* dos frames é mapeado em um dos cinco grupos de  $\rho$  nas direções vertical e horizontal. Se a vizinhança do pixel é suave, o valor de  $\rho$  deve ser baixo, e o *patch*



filtrado sofrerá mais influência da vizinhança. Se a área for rugosa, o valor de  $\rho$  é maior, e o *patch* filtrado recebe menos influência a vizinhança. Para cada *patch* do frame HR estimado é calculada a matriz correspondente de amostragem  $\Sigma_{fg}\Sigma_{gg}^{-1}$ , e então ela é reendereçada para as linhas da matriz  $A_{sobre}$ . O mesmo processo é feito para o cálculo da matriz  $A_{sub}$ .

### 5.2.2 Representação de registro não-rígido como função

A representação do registro não-rígido como função é uma solução mais flexível para a modelagem do problema. Neste caso foi utilizada uma Toolbox pronta, e assim, o processo de registro foi considerado um processo de "caixa-preta" e a função de registro  $\mathcal{R}(l^{(ref)}, v)$  representa a transformação de  $v$ , um vetor de imagem, sobre  $l^{(ref)}$ , uma grade de referência. A operação inversa do registro, pode ser obtida pela mudança da grade de referência para a grade original.

Como mostrado nas equações (2.4),  $D^{(k)}$  guarda informações sobre o registro. A formulação (4.14) deve ser alterada, representando a transformação do registro como uma função, ao invés de matriz. A função de registro  $\mathcal{R}(l^{(ref)}, v)$  representa a transformação de  $v$ , um vetor de imagem, sobre  $l^{(ref)}$ , uma grade de referência.

### 5.2.3 Regularização pelo filtro de Wiener

Segundo (LAGENDIJK; BIEMOND, 1990) e (GONZALEZ; WOODS, 2000), baseado no conhecimento *a priori* de que tanto o processo de ruído ( $\omega$ ) quanto a imagem HR que se deseja estimar  $f$  são distribuições Gaussianas multivariadas, com média zero e matrizes de correlação  $R_{\omega\omega} = \sigma_{\omega}^2 I$  e  $R_{ff}$  respectivamente, podemos reescrever a equação do método direto de Tikhonov-Miller, dada pela equação (3.41) como:

$$f = \left[ H^t H + \alpha R_{\omega\omega} R_{ff}^{-1} \right]^{-1} H^t g. \quad (5.2)$$

A matriz de auto-covariância do vetor  $f$ , descrita na equação (3.18) é criada para cada *patch* interpolado dos frames HR. Como as matrizes  $\Sigma_{ff}$  dos *patches* são bem menores do que uma matriz global, é possível utilizar  $\rho$ s adaptados às características da vizinhança do pixel para construí-las (como feito na amostragem), utilizar o cálculo simples de suas inversas e remapeá-la nas linhas de uma matriz de regularização global. Assim, para cada pixel da imagem HR é calculado o filtro descrito na seção 5.2.3, e então reendereçado para as linhas da matriz  $R_{ff}^{-1}$ .

Um detalhe que deve ser observado é que a matriz de restrições adaptativas  $I_S$ , utilizada na

equação (4.14) e (4.15) não é aplicável à este caso, porém a adaptabilidade local da amostragem é garantida pela escolha dos  $\rho$ s locais. A Figura 5.1 ilustra o mapeamento dos pesos locais distribuídos por  $\rho$  e  $I_S$ , para diferentes ruídos (Desvio Padrão=0, e 16) para comparações.

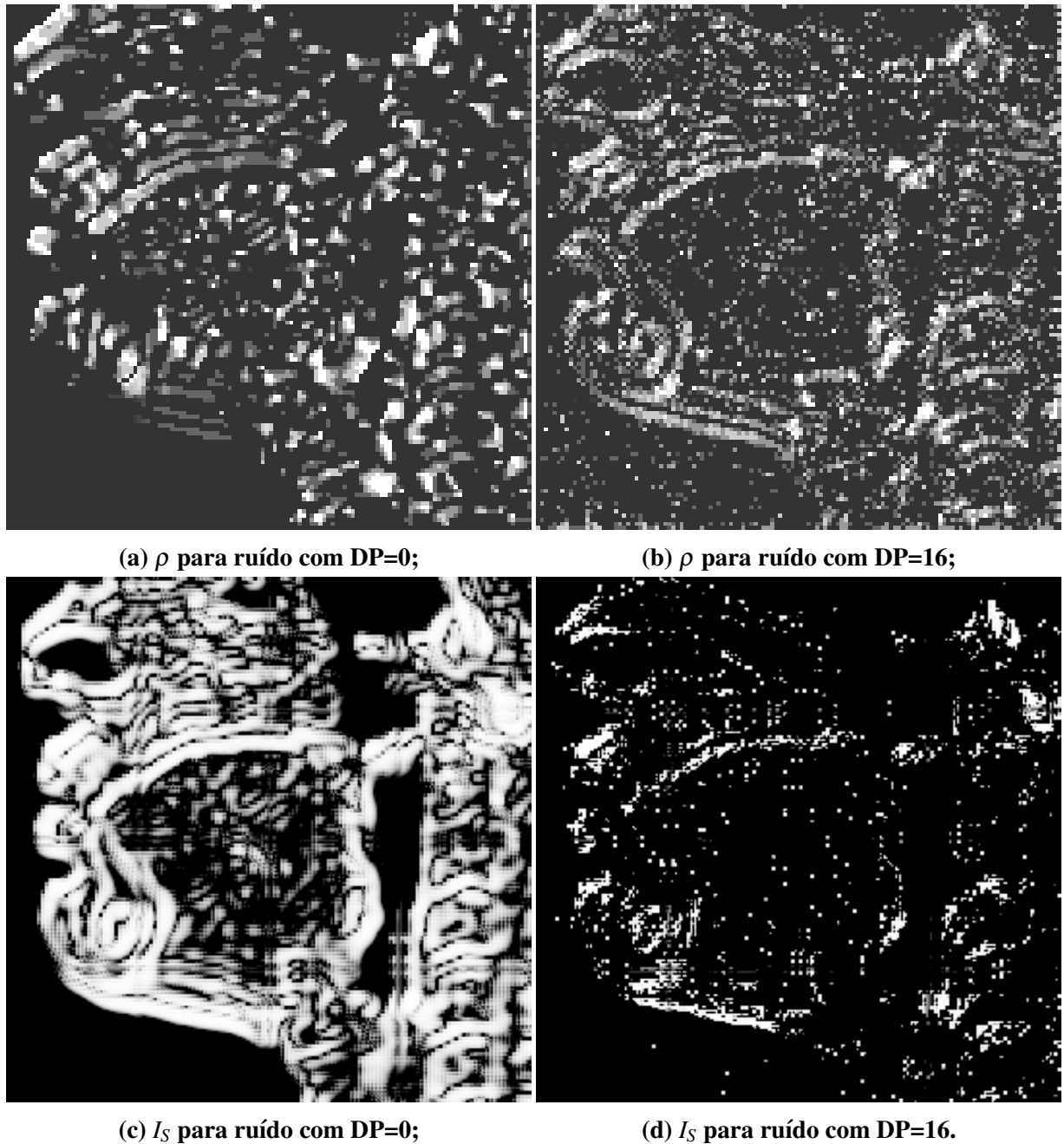


Figura 5.1: Representação o mapeamento de  $\rho$  e  $I_S$  utilizados no processo de regularização.

#### 5.2.4 Formulação Final

Considerando:

$$\begin{aligned} D_r &= A_{\text{sobre}} H^t, \\ D_b &= H A_{\text{sub}}, \end{aligned} \quad (5.3)$$

se as imagens LR tiveram média zero, o método pode ser descrito por:

$$\begin{aligned} f_0 &= c \sum_{k=1}^n \mathcal{R} \left( l^{(\circ)}, g^{(k)} \right) \\ r_i &= R_{\omega\omega} R_{ff}^{-1} f_i \\ &\quad + c \sum_{k=1}^n \mathcal{R} \left( l^{(\circ)}, D_r^{(k)} I_R^{(k)} \left( g^{(k)} - D_b^{(k)} \mathcal{R} \left( l^{(k)}, f_i \right) \right) \right) \\ p_i &= r_i + \gamma_i p_{i-1}, \\ f_{i+1} &= f_i + \beta_i p_i, \end{aligned} \quad (5.4)$$

com

$$\gamma_i = \frac{\|r_i\|_{I_R}^2}{\|r_{i-1}\|_{I_R}^2} \quad (5.5)$$

$$\beta_i = \frac{r_i^t p_i}{\|D_b^{(\circ)} p_i\|_{I_R}^2 + p_i^t R_{\omega\omega} R_{ff}^{-1} p_i}. \quad (5.6)$$

O símbolo  $(\circ)$  enfatiza que o vetor (ou matriz) está associado com a grade de referência. Se o vetor (ou matriz) não tem indicação explícita de qual grade pertence, isso significa que ele está associado com a grade de referência também.

### 5.3 Pansharpening com regularização pelo filtro de Wiener

Este método foi criado tendo como base a generalização proposta na seção 4 que adapta o método TMSR para o pansharpening, utilizando a interpolação proposta por (BRUM, 1989) e a regularização do filtro de Wiener empregada na seção 5.2, mas aqui utilizando um coeficiente de correlação ( $\rho$ ) global. Neste estudo, utilizaremos bandas já registradas previamente do satélite SPOT (vide Tabela 2.1).

Sejam  $g_1, g_2$  e  $g_3$  as representações lexicográficas das bandas multiespectrais, de resolução 20x20m, e  $p$  a representação lexicográfica da banda pancromática de resolução espacial 10x10m, chamaremos de  $g$  o vetor da representação lexicográfica de todas as observações, tal que  $g = [g_1^t, g_2^t, g_3^t, p^t]^t$ . A representação lexicográfica das bandas multiespectrais sintéticas HR  $f_1, f_2$  e

$f_3$ , são representadas também por um só vetor  $f$ , da forma  $f = [f_1^t, f_2^t, f_3^t]^t$ .

### 5.3.1 Amostragem

A matriz de interpolação de (BRUM, 1989), utilizada na equação (3.6) é a base para a construção da matriz de subamostragem. A matriz construída para interpolar um patch de 2x2 pixels na grade HR, a partir de 3x3 pixels da grade LR (Figura 3.3), chamada aqui de  $A_{sub}^P$ , é dada por:

$$A_{sub}^P = \begin{pmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 & 0 & \alpha_2 & 0 & 0 & 0 & \alpha_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_1 & 0 & 0 & 0 & \alpha_2 & 0 & 0 & 0 & \alpha_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_1 & 0 & 0 & 0 & \alpha_2 & 0 & 0 & 0 & \alpha_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_1 & 0 & 0 & 0 & \alpha_2 & 0 & 0 & 0 & \alpha_3 \\ \beta_{11} & \beta_{11} & \beta_{11} & \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{12} & \beta_{12} & \beta_{12} & \beta_{13} & \beta_{13} & \beta_{13} & \beta_{13} \\ \beta_{21} & \beta_{21} & \beta_{21} & \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{22} & \beta_{22} & \beta_{22} & \beta_{23} & \beta_{23} & \beta_{23} & \beta_{23} \\ \beta_{31} & \beta_{31} & \beta_{31} & \beta_{31} & \beta_{32} & \beta_{32} & \beta_{32} & \beta_{32} & \beta_{33} & \beta_{33} & \beta_{33} & \beta_{33} \end{pmatrix} \quad (5.7)$$

A matriz de sobreamostragem correspondente também é criada a partir de (5.7), porém deve-se observar que a soma das linhas deve ser igual a 1 para que não haja alterações na intensidade dos pixels interpolados. Assim, uma normalização das linhas da matriz deve ser feita. Desta forma, a matriz de sobreamostragem  $A_{sobre}^P$  é dada por:

$$A_{sobre}^P = \begin{pmatrix} \alpha'_1 & 0 & 0 & 0 & \beta'_{11} & \beta'_{21} & \beta'_{31} \\ 0 & \alpha'_1 & 0 & 0 & \beta'_{11} & \beta'_{21} & \beta'_{31} \\ 0 & 0 & \alpha'_1 & 0 & \beta'_{11} & \beta'_{21} & \beta'_{31} \\ 0 & 0 & 0 & \alpha'_1 & \beta'_{11} & \beta'_{21} & \beta'_{31} \\ \alpha'_2 & 0 & 0 & 0 & \beta'_{12} & \beta'_{22} & \beta'_{32} \\ 0 & \alpha'_2 & 0 & 0 & \beta'_{12} & \beta'_{22} & \beta'_{32} \\ 0 & 0 & \alpha'_2 & 0 & \beta'_{12} & \beta'_{22} & \beta'_{32} \\ 0 & 0 & 0 & \alpha'_2 & \beta'_{12} & \beta'_{22} & \beta'_{32} \\ \alpha'_3 & 0 & 0 & 0 & \beta'_{12} & \beta'_{22} & \beta'_{32} \\ 0 & \alpha'_3 & 0 & 0 & \beta'_{12} & \beta'_{22} & \beta'_{32} \\ 0 & 0 & \alpha'_3 & 0 & \beta'_{12} & \beta'_{22} & \beta'_{32} \\ 0 & 0 & 0 & \alpha'_3 & \beta'_{12} & \beta'_{22} & \beta'_{32} \end{pmatrix} \quad (5.8)$$

Para que seja permitido regular a influência da banda pancromática na construção das ban-

das multispectrais HR, é utilizada a constante  $\gamma$ , que balanceará os coeficientes da matriz  $A_{sobre}^p$  da equação 5.8 da forma:

$$\begin{aligned}\alpha'_i &= \frac{\gamma\alpha_i}{\gamma\alpha_i + (1-\gamma)\sum_{j=1}^3\beta_{ji}} \\ \beta'_{ki} &= \frac{(1-\gamma)\beta_{ki}}{\gamma\alpha_i + (1-\gamma)\sum_{j=1}^3\beta_{ji}}\end{aligned}\quad (5.9)$$

Essa interpolação é feita sucessivamente para patches de 2x2 pixels sobre toda a imagem HR. Para gerar matrizes globais de sub e sobreamostragem, é feito um reendereço das linhas e colunas de  $A_{sobre}^p$  e  $A_{sub}^p$  para cada pixel das bandas observadas e sintéticas globais, e assim temos matrizes  $A_{sobre}$  e  $A_{sub}$ , que representem respectivamente a sobre e subamostragens globais.

### 5.3.2 Borramento e Registro

Como já foi observado anteriormente, não há registro a ser aplicado às imagens nesse processo e assim matrizes de blurring e reblurring seguem a equação (5.3).

### 5.3.3 Regularização

O modelo proposto por Mascarenhas et al. (MASCARENHAS; BANON; CANDEIAS, 1992, 1996) e apresentado na seção 3.3 para a matriz de auto-covariância do vetor  $g$ , descrita na equação (3.14) é calculada sobre as características de  $f$ , e teremos  $R_{ff}$  calculada globalmente da forma:

$$\begin{aligned}R_{ff}^{-1} &= (Ch_{f_0} \otimes Cv_{f_0} \otimes \Sigma_S)^{-1} \\ &= Ch_{f_0}^{-1} \otimes Cv_{f_0}^{-1} \otimes \Sigma_S^{-1}\end{aligned}\quad (5.10)$$

onde as matrizes  $Ch_f$  e  $Cv_f$  têm a mesma forma:

$$Ch_f = Cv_f = \begin{bmatrix} 1 & \rho & \rho^2 & \rho^3 & \dots & \rho^N \\ \rho & 1 & \rho & \rho^2 & \dots & \rho^{N-1} \\ \rho^2 & \rho & 1 & \rho & \dots & \rho^{N-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots \\ \rho^N & \rho^{N-1} & \rho^{N-2} & \dots & \rho & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.11)$$

As matrizes  $Ch_f$  e  $Cv_f$  podem facilmente invertidas pela forma fechada apresentada em

(PRATT, 1972):

$$Ch_f^{-1} = Cv_f^{-1} = \frac{1}{1-\rho^2} \begin{bmatrix} 1 & -\rho & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -\rho & 1+\rho^2 & -\rho & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\rho & 1+\rho^2 & -\rho & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & -\rho & 1+\rho^2 & -\rho \\ 0 & 0 & & \dots & \rho & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.12)$$

### 5.3.4 Forma Final

O método pode ser dado pela equação:

$$\begin{aligned} f_0 &= A_{sobre}g \\ f_{i+1} &= f_i - \alpha R_{\omega\omega} R_{ff} f_i + D_r'(g - D_b f_i) \end{aligned} \quad (5.13)$$

# Capítulo 6

## RESULTADOS EXPERIMENTAIS

---

---

Os experimentos realizados se dividem em 3 grupos:

1. Experimentos de super-resolução baseados em método iterativos de restauração (métodos baseados no capítulo 4);
2. Experimentos de MRI do processo de deglutição (método baseado na seção 5.2);
3. Experimentos de Pansharpening (métodos baseados na seção 5.3).

Todos os experimentos foram conduzidos sobre imagens iniciais sintéticas, produzidas subamostrando, borrando, registrando (não é o caso em pansharpening) e adicionado ruído a imagens originais, simulando o processo de degradação que se deseja reverter. Nessas imagens iniciais sintéticas os testes são aplicados para que o resultado possa ser comparado às imagens originais. Outros borramentos foram testados, tais como o borramento gaussiano e o por movimento e seus resultados, por serem bastante semelhantes aos apresentados aqui, foram suprimidos. As imagens apresentadas neste capítulo estão em CD anexo para melhor visualização.

Todos os programas foram desenvolvidos em Matlab. Devido à alta dimensionalidade das matrizes envolvidas, foi necessário o uso de matrizes esparsas, que além de otimizarem o espaço alocado, também tornam as operações com matrizes mais rápidas. O Matlab também oferece o recurso de paralelismo, e assim mais de um núcleo de processamento pode ser utilizado de cada vez, lembrando que este recurso também ocupa mais memória.

Uma solução para otimizar o tempo de processamento foi salvar as matrizes  $D$ ,  $C$ ,  $I_R$  e  $I_S$  em disco evitando assim o re-cálculo das mesmas.

## 6.1 Experimentos de super-resolução baseados em métodos iterativos de restauração

Os experimentos sobre métodos de super-resolução baseados em métodos iterativos de restauração, de acordo com os métodos apresentados no capítulo 4, estão aqui relacionados. Os experimentos foram conduzidos sob os seguintes aspectos:

- As imagens foram registradas com deslocamentos subpixels de 0.25 pixel nos ângulos  $[0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4]$ .
- Foram utilizadas as imagens "Lena", originalmente com 256x256 pixels, e codificadas em 256 tons de cinza.
- Foi aplicada uma subamostragem com fator 0.5;
- O Borramento por desfocalização com raio de 2 e 4 pixels foi utilizado;
- Foi adicionado ruído Gaussiano, com média zero e com DP (desvio padrão) 8 e 16. Também foram testadas as imagens sem ruído.

A Figura 6.1 mostra a imagem original e iniciais utilizadas nos experimentos.



(a) Imagem original.

(b) Imagens iniciais sintéticas.

**Figura 6.1:** Lena: à esquerda a imagem original, à direita, na primeira fila, borramento de raio=2 e na segunda fila raio=4, na primeira coluna ruído com DP=0, segunda coluna DP=8 e terceira coluna DP=16.

Foi utilizado parâmetro  $\beta = 1$  (quando presente), para compatibilização com o método Irani-Peleg.(IPSR). Para o parâmetro  $\alpha$  foram fixados 5 valores  $\alpha = [0.125, 0.250, 0.325, 0.500, 0.625]$ . Para o parâmetro  $\mu$  foram fixados 5 valores  $\mu = [10^{-4}, 10^{-2}, 1, 10^2, 10^4]$ .



Na regularização foi aplicado um filtro Laplaciano com o kernel  $c_{ij}$  dado por:

$$c_{ij} = \begin{vmatrix} 0 & -0.25 & 0 \\ -0.25 & 1 & -0.25 \\ 0 & -0.25 & 0 \end{vmatrix} \quad (6.1)$$

Para melhor comparação entre os métodos, os resultados foram agrupados por casos de degradação. Em todos os casos foram utilizadas 3 medidas qualidade: MSE (*Mean Square Error*), ISNR (*Improvement in Signal-to-Noise Ratio*) e SSIM (*Structural Similarity*). As medidas de qualidade escolhidas foram descritas com mais detalhes no Apêndice B. Em todos os gráficos foram utilizadas 1000 iterações e é mostrada a evolução da medida nas 1000 iterações e em detalhe as 50 primeiras iterações.

Para comparação foram ainda implementados os métodos:

- IPSR - *Iterative back-projection* (IRANI; PELEG, 1990);
- FRSR - *Fast and Robust Super Resolution* (FARSIU et al., 2004);
- ZmSR - *Robust Super Resolution* (ZOMET; RAV-ACHA; PELEG, 2001);
- PGSR - método de Papoulis-Gerchberg utilizando POCS.

Um estudo complementar sobre os parâmetros  $\beta$ ,  $\alpha$  e  $\mu$  está detalhado no apêndice A.

### 6.1.1 Caso b2r0 - Borramento com raio=2 sem ruído

Quando não há ruído, os métodos que possuem regularização geram resultados mais borrados. O alto valor obtido pelo método PGSR no ISNR é devido à má qualidade da imagem inicial. Este é único método que tem um valor inicial diferente dos demais (Tabela 6.1 e Gráfico 6.2).

Os valores do SSIM são muito próximos de 1 (significa uma boa restauração) e entre si. É possível confirmar que o alto valor de ISNR alcançado pelo método PGSR, realmente é devido à imagem inicial ruim. Os gráficos do SSIM confirmam as informações do ISNR (Tabela 6.2 e Gráfico 6.3).

Tabela 6.1: ISNR para borramento com raio=2 e ruído com DP=0

b2r0	conv	ISNR máximo		ISNR final
		iteração	valor	
VCSR	943	1001	3.3047	3.3047
TMSR	851	1001	3.4235	3.4235
BOSR	219	1000	3.5051	3.5051
GCSR	22	24	1.9795	1.9787
ZmSR	n/c	557	2.6863	2.5195
IPSR	n/c	408	2.4134	2.1250
FRSR	n/c	1001	3.6987	3.6987
PGSR	n/c	157	14.8593	14.8593

ISNR dos Métodos de SR - b2r0

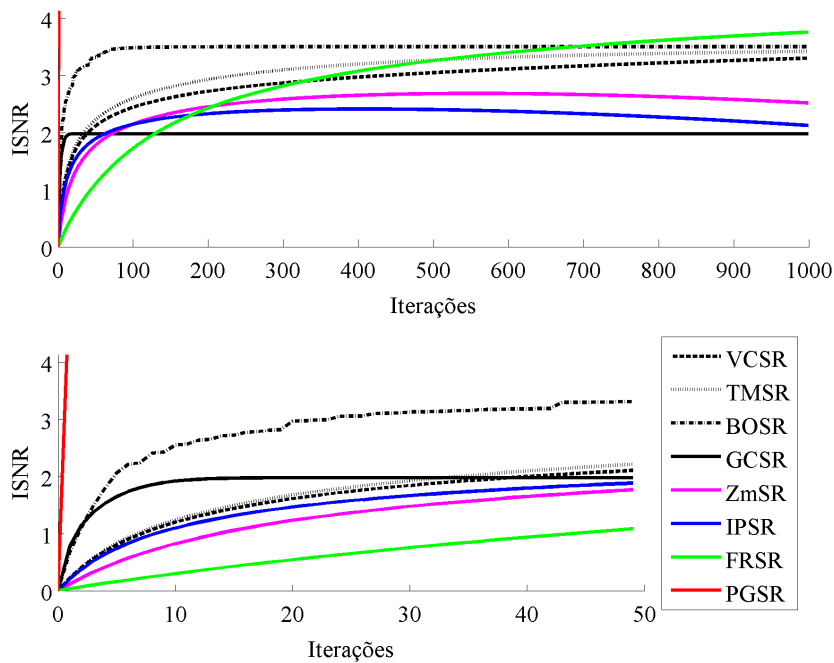
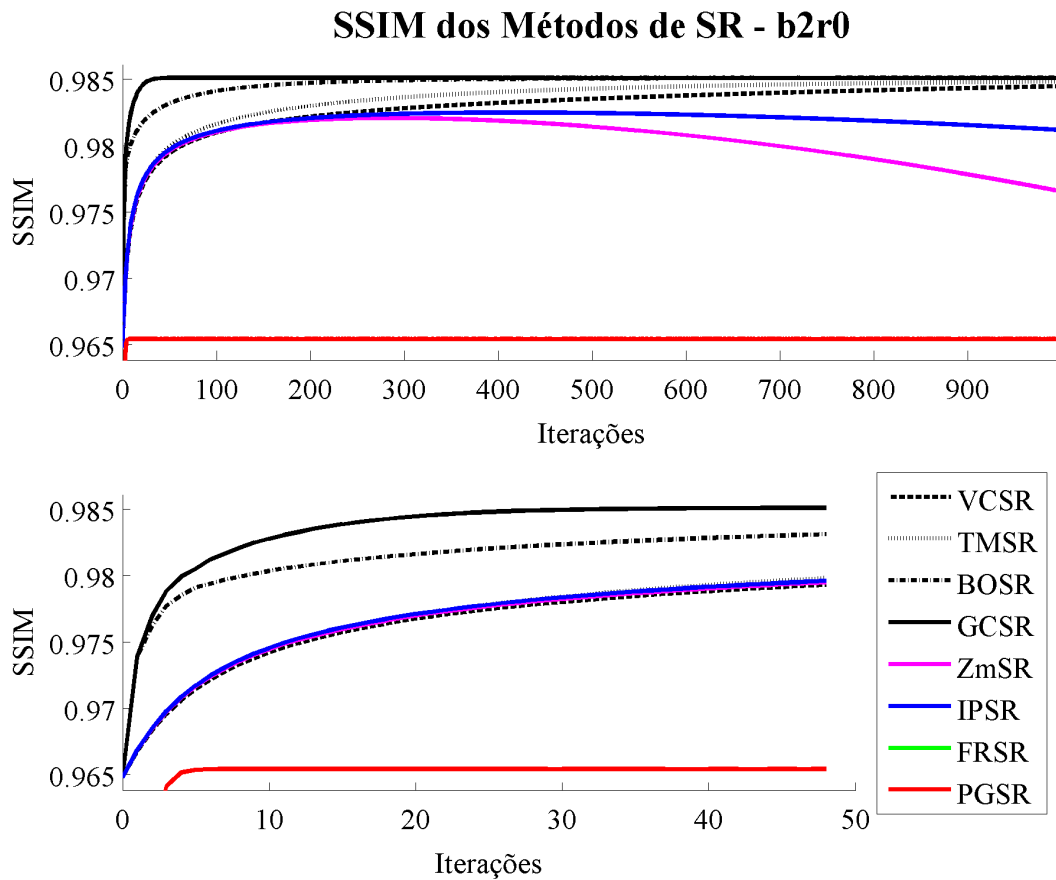


Figura 6.2: Gráfico do ISNR dos métodos de SR para a imagem Lena.

Tabela 6.2: SSIM para borramento com raio=2 e ruído com DP=0

b2r0	conv	SSIM máximo		SSIM final
		iteração	valor	
VCSR	942	1000	1.00000000	1.00000000
TMSR	851	1000	1.00000000	1.00000000
BOSR	219	676	0.99999999	0.99999999
GCSR	22	24	0.99999999	0.99999999
ZmSR	n/c	557	0.99999999	0.99999999
IPSR	n/c	408	0.99999999	0.99999998
FRSR	n/c	1001	0.99999999	0.99999999
PGSR	n/c	17	0.99999998	0.99999998



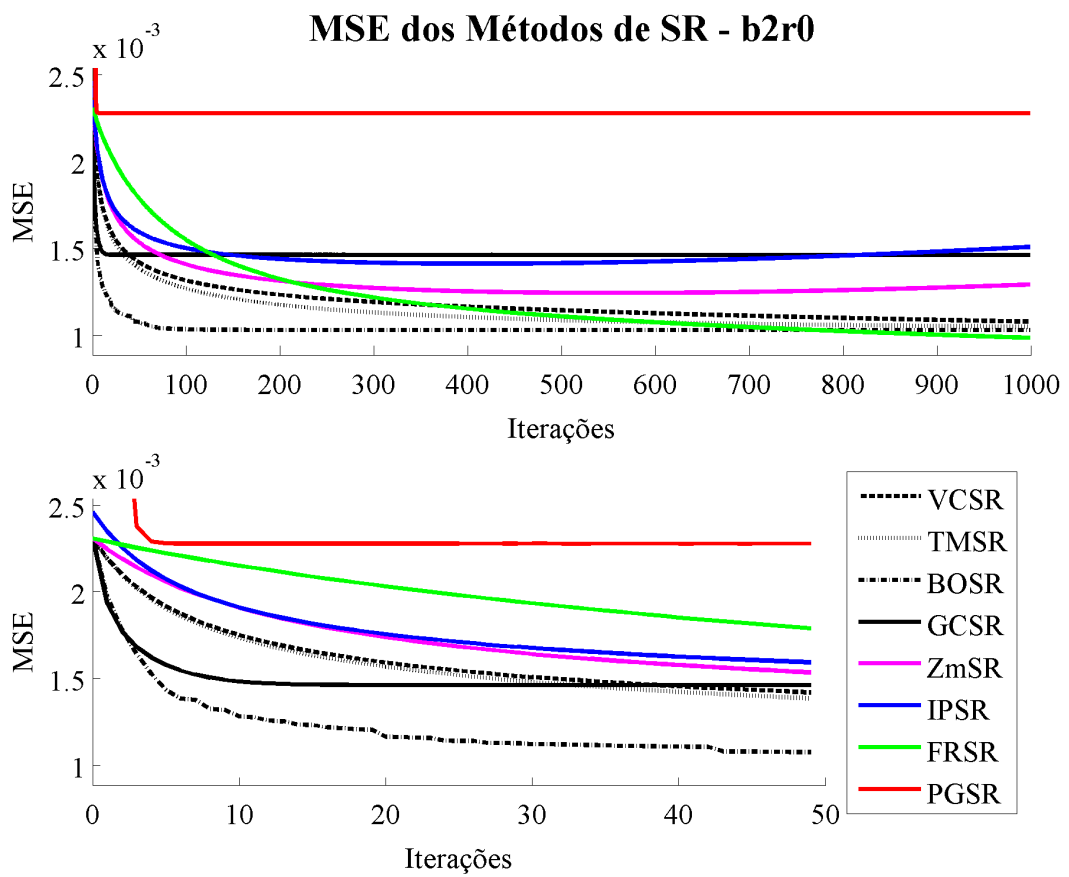
**Figura 6.3:** Gráfico do SSIM dos métodos de SR para a imagem Lena.

Os valores do MSE comprovam que o alto valor do ISNR do método PGSR não reflete a qualidade da imagem (Tabela 6.3 e Figura 6.4). É possível observar que o método PGSR inicia com um valor de MSE muito alto se comparado com os demais, indicando que a imagem inicial deste método é mais distante da ideal que as demais imagens iniciais.

**Tabela 6.3:** MSE para borramento com raio=2 e ruído com DP=0

b2r0		MSE máximo		MSE
Método	conv	iteração	valor	final
VCSR	943	1	0.0023	0.0011
TMSR	851	1	0.0023	0.0010
BOSR	219	1	0.0023	0.0010
GCSR	22	1	0.0023	0.0015
ZmSR	n/c	1	0.0023	0.0013
IPSR	n/c	1	0.0025	0.0015
FRSR	n/c	1	0.0023	0.0010
PGSR	n/c	1	0.0697	0.0023

É possível verificar visualmente que, para borramento e ruídos com valores baixos, o método FRSR produz o melhor resultado, seguido dos métodos iterativos baseados em restauração.



**Figura 6.4: Gráfico do MSE dos métodos de SR.**



Figura 6.5: Melhores resultados dos métodos aplicado a um borramento de raio=2 e sem ruído. Os métodos regularizados geram resultados mais borrados.

### 6.1.2 Caso b2r8 - Borramento com raio=2 e ruído com DP=8

Com um pouco mais de ruído, a resposta dos métodos iterativos regularizados se sobressai das demais (Tabela 6.4 e Figura 6.6).

Tabela 6.4: ISNR para borramento com raio=2 e ruído com DP=8 d

b2r8	conv	ISNR máximo		ISNR final
		iteração	valor	
VCSR	943	1001	3.3047	3.3047
TMSR	851	1001	3.4235	3.4235
BOSR	219	1000	3.5051	3.5051
GCSR	22	24	1.9795	1.9787
ZmSR	n/c	557	2.6863	2.5195
IPSR	n/c	408	2.4134	2.1250
FRSR	n/c	1001	3.6987	3.6987
PGSR	n/c	157	14.8593	14.8593

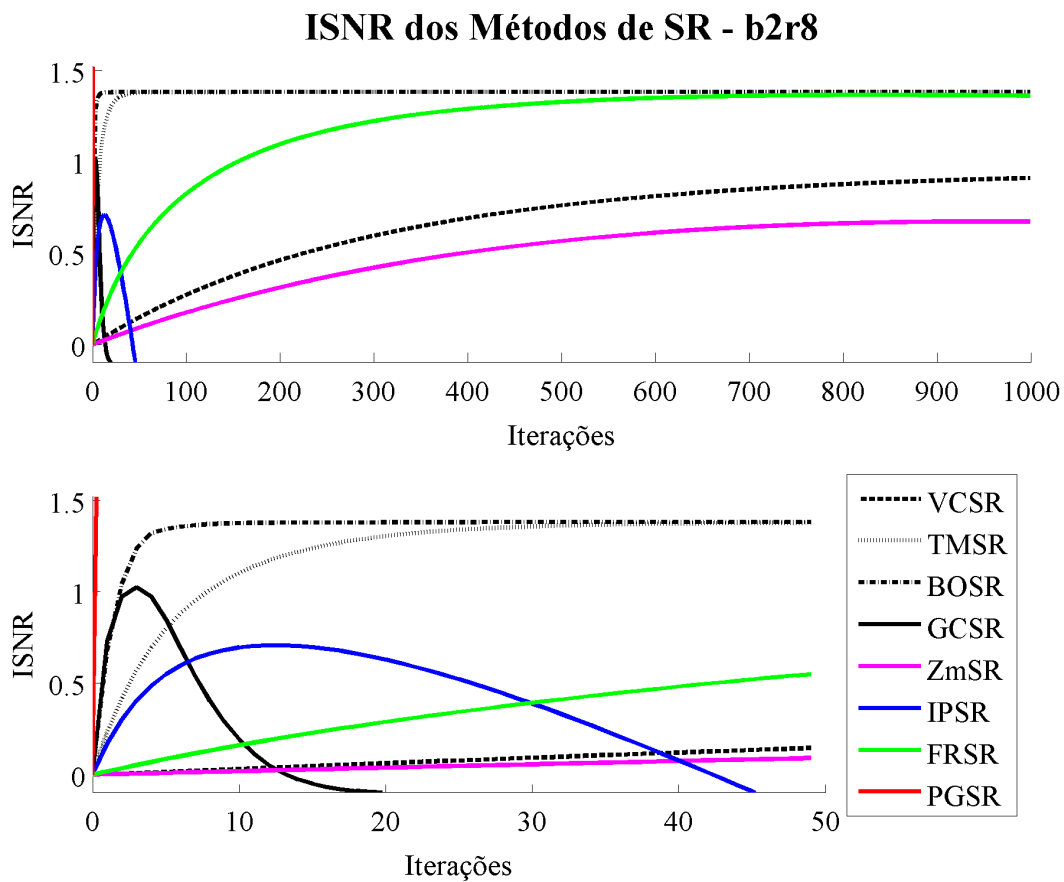


Figura 6.6: Gráfico do ISNR dos métodos de SR para borramento com raio=2 e ruído com DP=8.

O gráfico do ISNR é muito similar ao gráfico do SSIM (Tabela 6.5 e Figura 6.7).

Tabela 6.5: SSIM para borramento com raio=2 e ruído com DP=8

b2r8	conv	SSIM máximo		SSIM final
		iteração	valor	
VCSR	n/c	999	0.97109191	0.97109191
TMSR	115	800	0.97394852	0.97394852
BOSR	37	194	0.97394852	0.97394852
GCSR	15	20	0.97394881	0.97394852
ZmSR	n/c	11	0.96904674	0.14545712
IPSR	n/c	15	0.97003827	0.36272859
FRSR	n/c	1000	1.00000000	1.00000000
PGSR	n/c	73	0.96058879	0.96058879

## SSIM dos Métodos de SR - b2r8

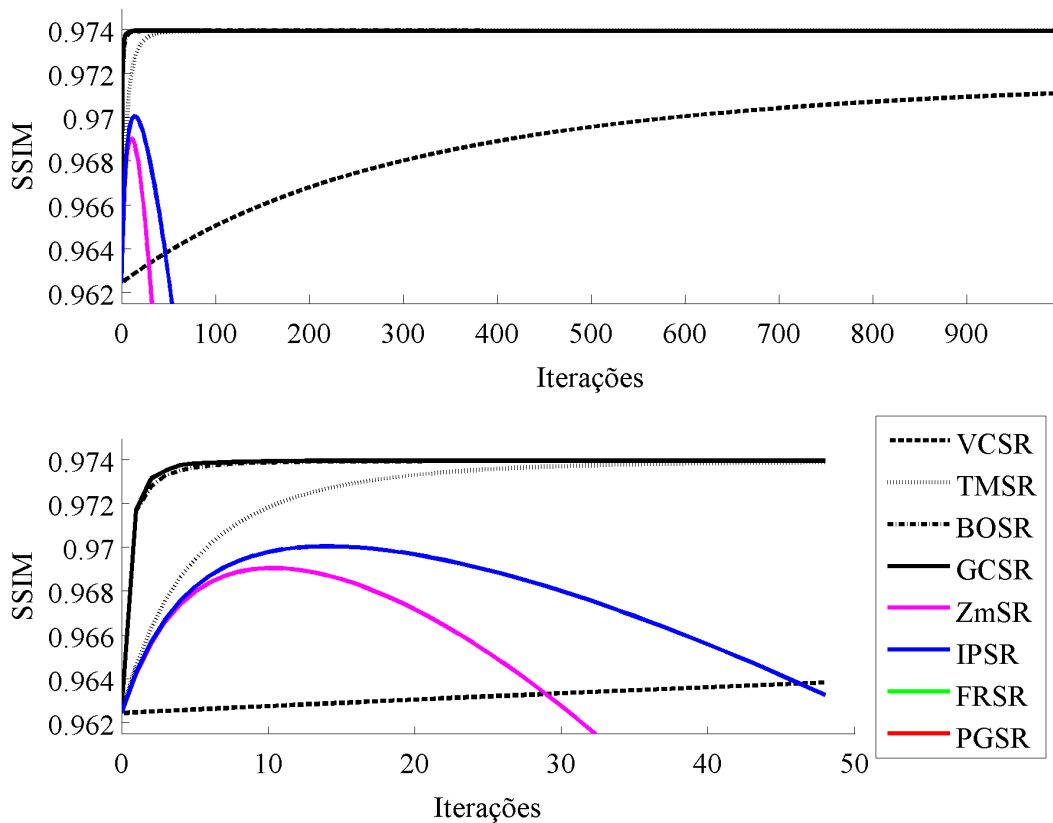


Figura 6.7: Gráfico do SSIM dos métodos de SR.

Os valores do MSE comprovam que o alto valor do ISNR do método PGSR não reflete a qualidade da imagem (Tabela 6.6 e Figura 6.8).

É possível verificar visualmente que para borramento e ruídos com valores baixos, o método FRSR produz o melhor resultado seguido dos métodos iterativos baseados em restauração.

Tabela 6.6: MSE para borramento com raio=2 e ruído com DP=8

b2r8	conv	MSE máximo		MSE final
		iteração	valor	
VCSR	943	1	0.0023	0.0011
TMSR	851	1	0.0023	0.0010
BOSR	219	1	0.0023	0.0010
GCSR	22	1	0.0023	0.0015
ZmSR	n/c	1	0.0023	0.0013
IPSR	n/c	1	0.0025	0.0015
FRSR	n/c	1	0.0023	0.0010
PGSR	n/c	1	0.0697	0.0023

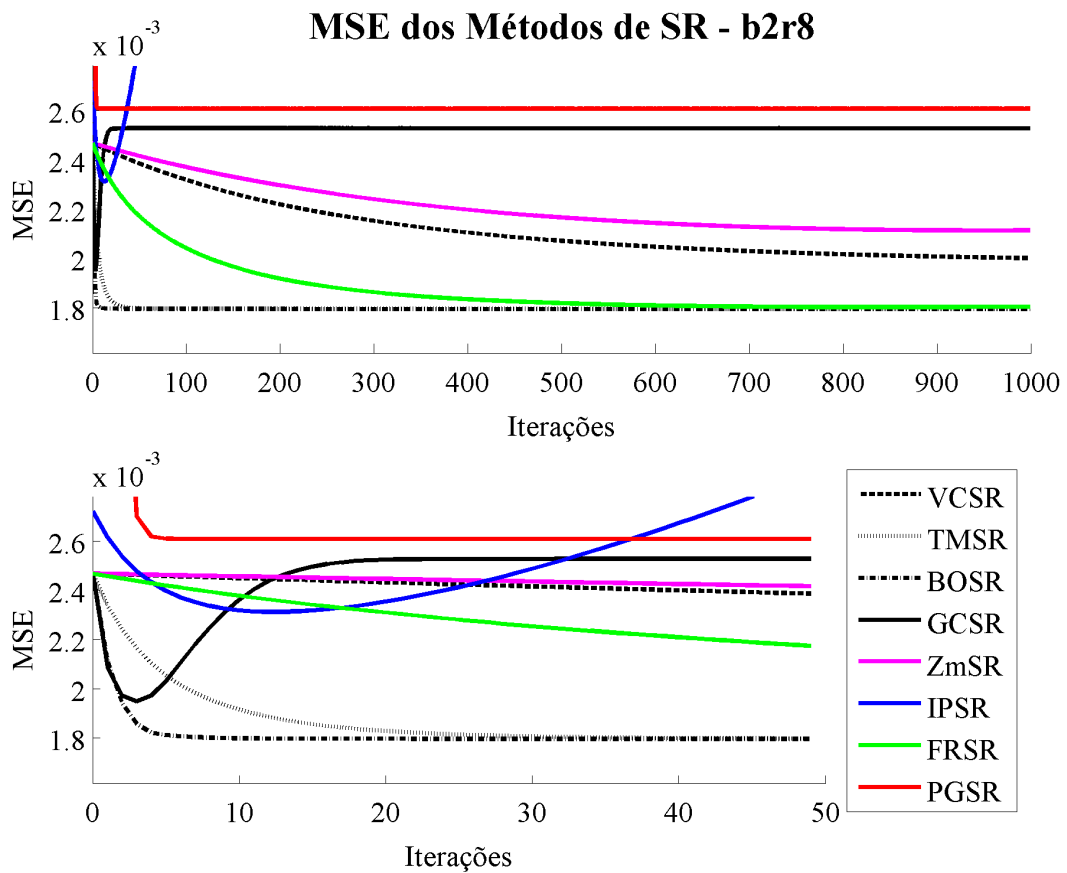


Figura 6.8: Gráfico do MSE dos métodos de SR.





Figura 6.9: Melhores resultados dos métodos aplicado à um borramento de raio=2 e ruído com DP=8.

### 6.1.3 Caso b2r16 - Borramento com raio=2 e ruído com DP=16

Com um pouco mais de ruído, a resposta dos métodos iterativos sem regularização propagam o ruído mais severamente (Tabela 6.7 e Figura 6.10).

Tabela 6.7: ISNR para borramento com raio=2 e ruído com DP=16.

b2r16	conv	ISNR máximo		ISNR final
		iteração	valor	
VCSR	943	1001	3.3047	3.3047
TMSR	851	1001	3.4235	3.4235
BOSR	219	1000	3.5051	3.5051
GCSR	22	24	1.9795	1.9787
ZmSR	n/c	557	2.6863	2.5195
IPSR	n/c	408	2.4134	2.1250
FRSR	n/c	1001	3.6987	3.6987
PGSR	n/c	157	14.8593	14.8593

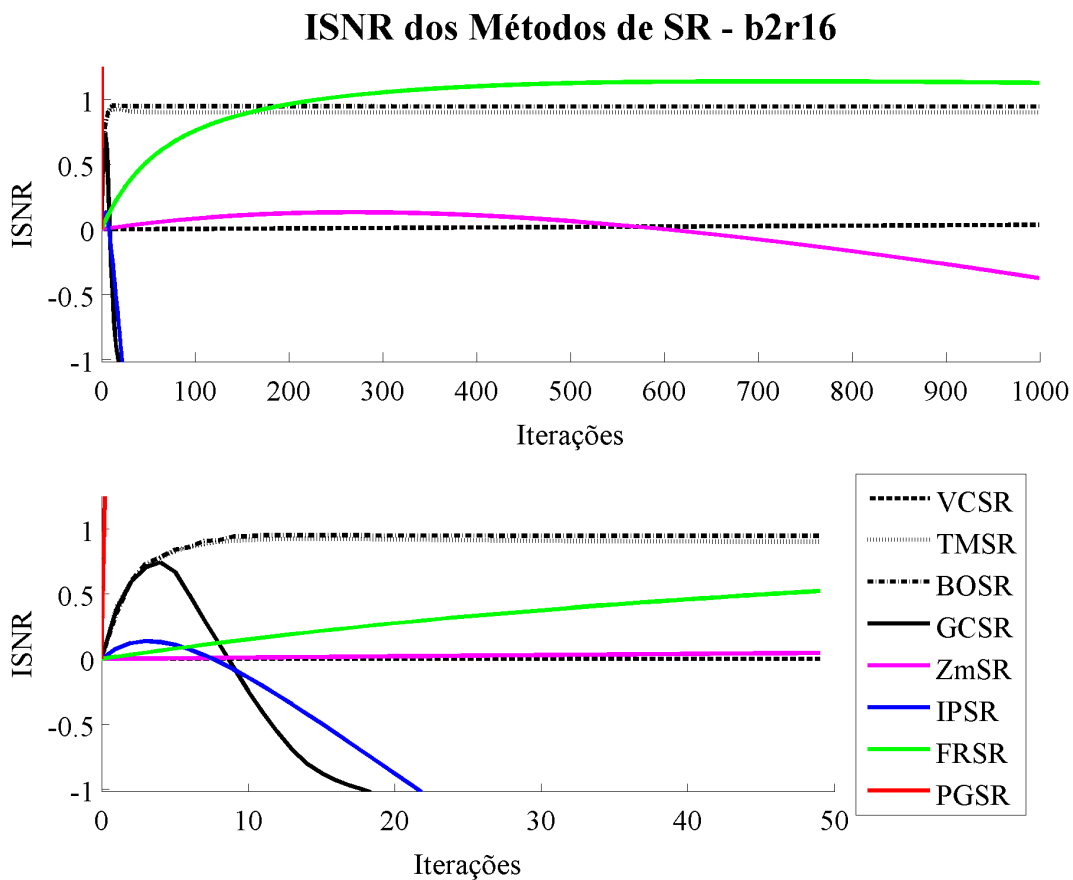


Figura 6.10: Gráfico do ISNR dos métodos de SR.

O gráfico do ISNR é novamente muito similar ao gráfico do SSIM (Tabela 6.8 e Figura 6.11).

Tabela 6.8: SSIM para borramento com raio=2 e ruído com DP=8

b2r16	conv	SSIM máximo		SSIM final
		iteração	valor	
VCSR	1	999	0.95590618	0.95590618
TMSR	384	21	0.96518394	0.96512114
BOSR	60	442	0.96541504	0.96541504
GCSR	19	31	0.96541514	0.96541504
ZmSR	n/c	4	0.95769979	0.04034655
IPSR	n/c	5	0.95809019	0.12540263
FRSR	n/c	1000	1.00000000	1.00000000
PGSR	n/c	14	0.94669757	0.94669757

## SSIM dos Métodos de SR - b2r16

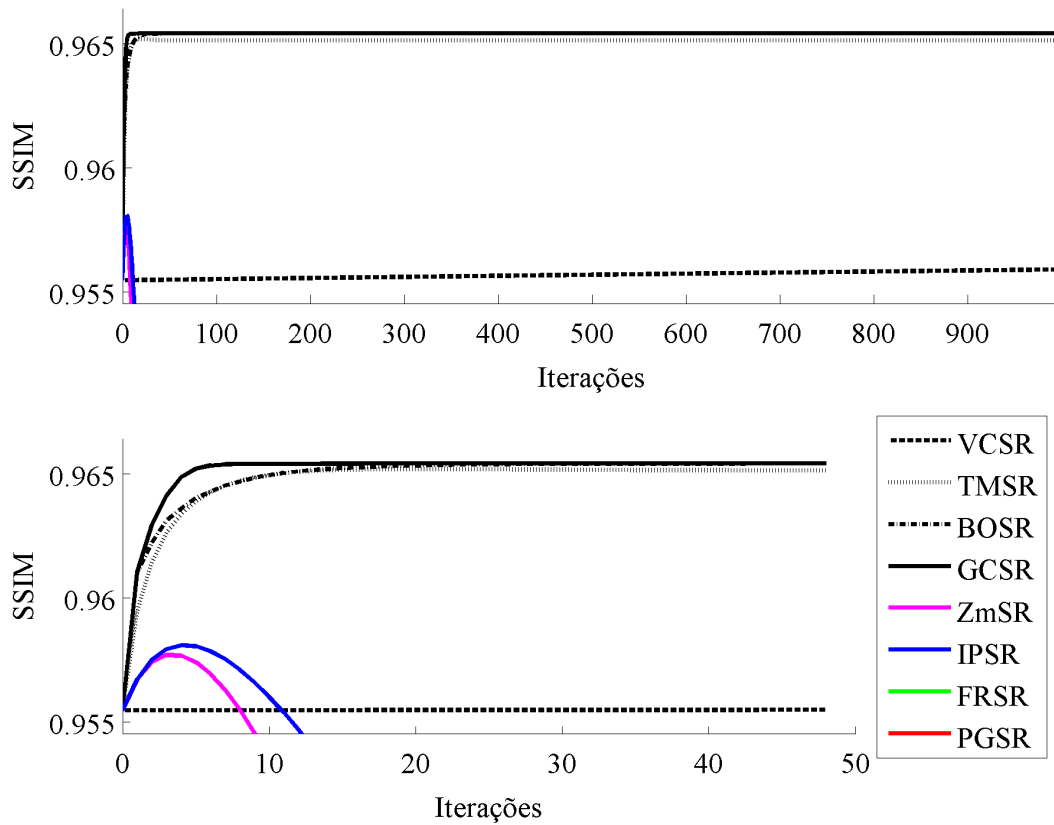


Figura 6.11: Gráfico do SSIM dos métodos de SR.

Os valores do MSE podem ser comparados na Tabela 6.9 e na Figura 6.12.

É possível verificar visualmente que para ruídos com valores altos, é necessária uma maior regularização.

Tabela 6.9: MSE para borramento com raio=2 e ruído com DP=16

b2r16	conv	MSE máximo		MSE final
		iteração	valor	
VCSR	943	1	0.0023	0.0011
TMSR	851	1	0.0023	0.0010
BOSR	219	1	0.0023	0.0010
GCSR	22	1	0.0023	0.0015
ZmSR	n/c	1	0.0023	0.0013
IPSR	n/c	1	0.0025	0.0015
FRSR	n/c	1	0.0023	0.0010
PGSR	n/c	1	0.0697	0.0023

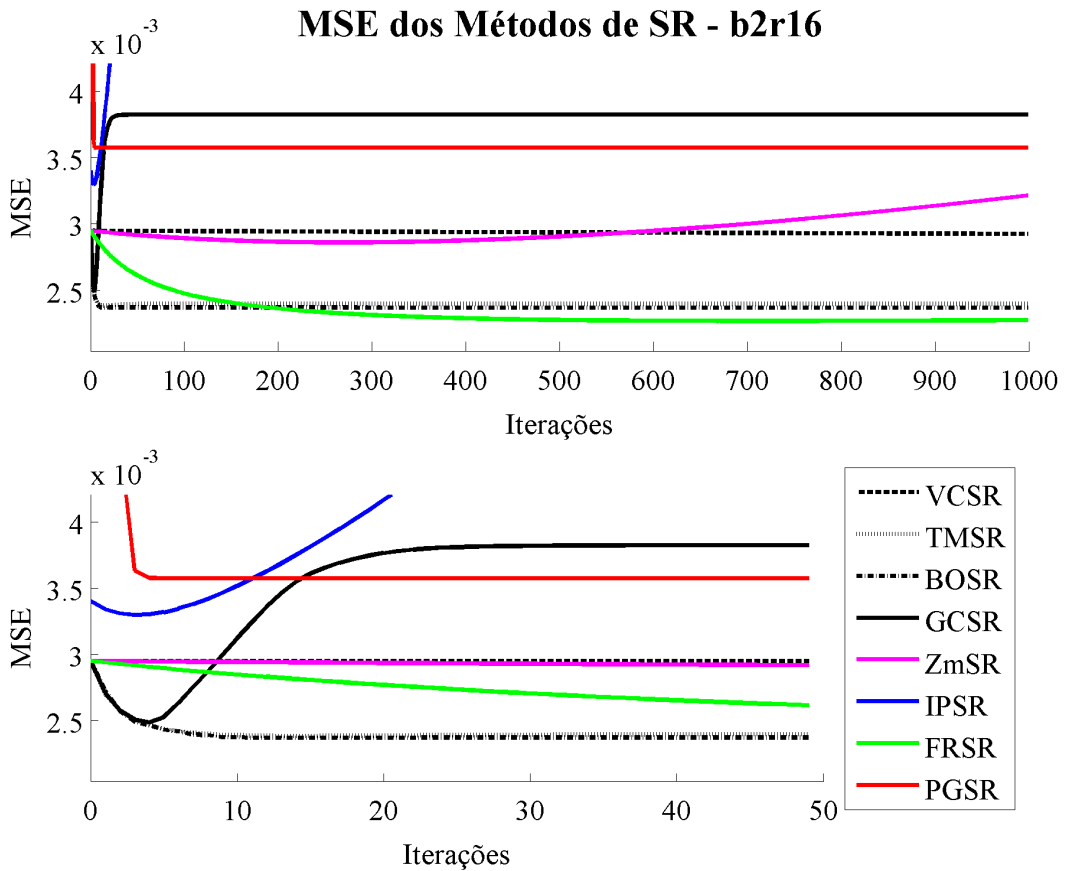


Figura 6.12: Gráfico do MSE dos métodos de SR.



Figura 6.13: Melhores resultados dos métodos aplicado à um borramento de raio=2 e ruído com DP=16.

### 6.1.4 Caso b4r0 - Borramento com raio=4 e sem ruído

Quando não há ruído e o borramento é maior, surge o artefato de *ringing* (Figura 6.17). Os valores comparativos deste caso podem ser vistos na Tabela 6.10 e Figura 6.14.

Tabela 6.10: ISNR para borramento com raio=4 e ruído com DP=0

b4r0	conv	ISNR máximo		ISNR final
		iteração	valor	
VCSR	943	1001	3.3047	3.3047
TMSR	851	1001	3.4235	3.4235
BOSR	219	1000	3.5051	3.5051
GCSR	22	24	1.9795	1.9787
ZmSR	n/c	557	2.6863	2.5195
IPSR	n/c	408	2.4134	2.1250
FRSR	n/c	1001	3.6987	3.6987
PGSR	n/c	157	14.8593	14.8593

ISNR dos Métodos de SR - b4r0

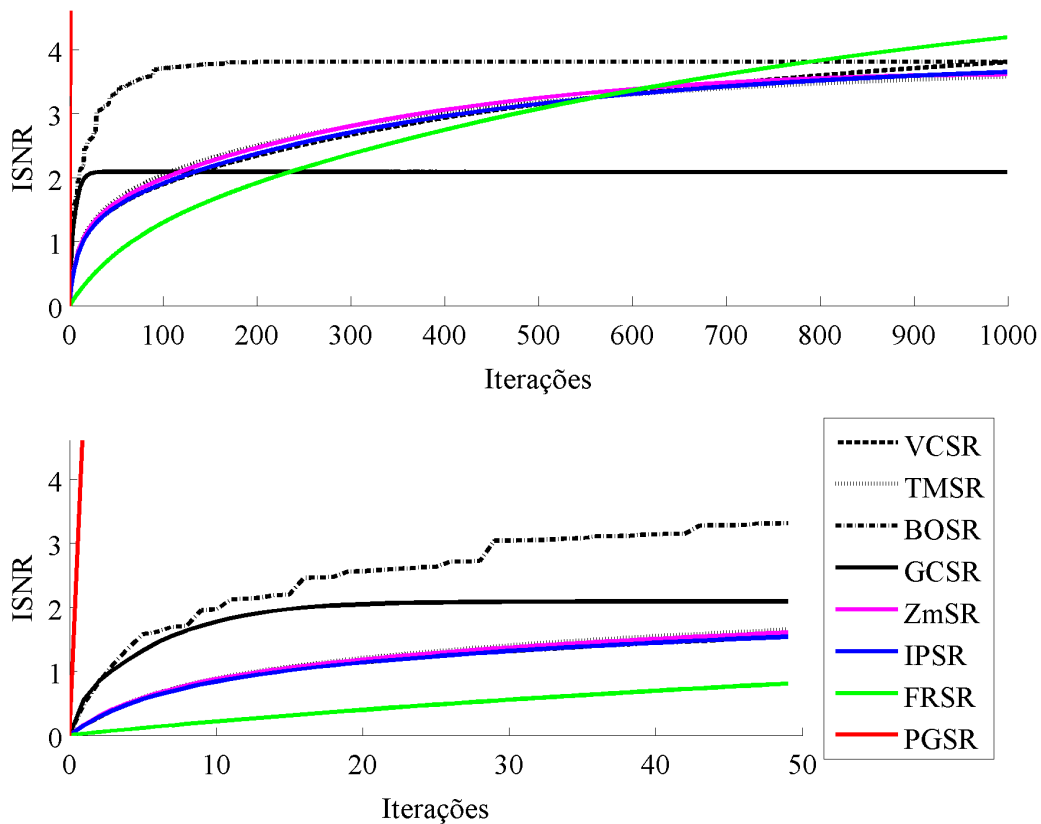


Figura 6.14: Gráfico do ISNR dos métodos de SR.

A evolução do índice SSIM é melhor observada no gráfico do que na tabela (Tabela 6.11 e Figura 6.15).

Tabela 6.11: SSIM para borramento com raio=4 e sem ruído.

b4r0	conv	SSIM máximo		SSIM final
		iteração	valor	
VCSR	n/c	999	0.97500013	0.97500013
TMSR	n/c	999	0.97355361	0.97355361
BOSR	674	1000	0.97497584	0.97497584
GCSR	n/c	78	0.97422518	0.97283979
ZmSR	n/c	999	0.97399864	0.97399864
IPSR	n/c	999	0.97521723	0.97521723
FRSR	n/c	999	1.00000000	1.00000000
PGSR	n/c	259	0.93488486	0.93488486

SSIM dos Métodos de SR - b4r0

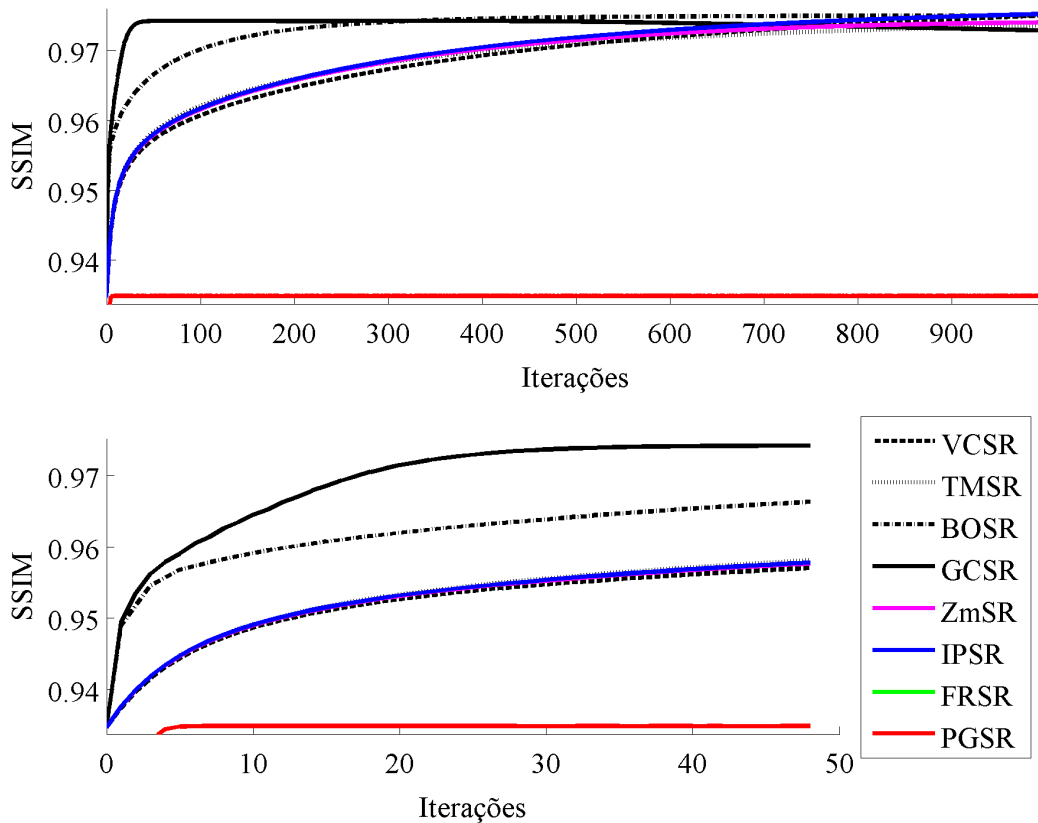


Figura 6.15: Gráfico do SSIM dos métodos de SR.

Os valores dos índices não denunciam o artefato de *ringing* (Tabela 6.12 e Figura 6.16).

É possível verificar visualmente que, para borramento e ruídos com valores baixos, o método FRSR produz o melhor resultado, seguido dos métodos iterativos baseados em restauração.

Tabela 6.12: MSE para borramento com raio=4 e ruído com DP=0

b4r0	conv	MSE máximo		MSE final
		iteração	valor	
VCSR	943	1	0.0023	0.0011
TMSR	851	1	0.0023	0.0010
BOSR	219	1	0.0023	0.0010
GCSR	22	1	0.0023	0.0015
ZmSR	n/c	1	0.0023	0.0013
IPSR	n/c	1	0.0025	0.0015
FRSR	n/c	1	0.0023	0.0010
PGSR	n/c	1	0.0697	0.0023

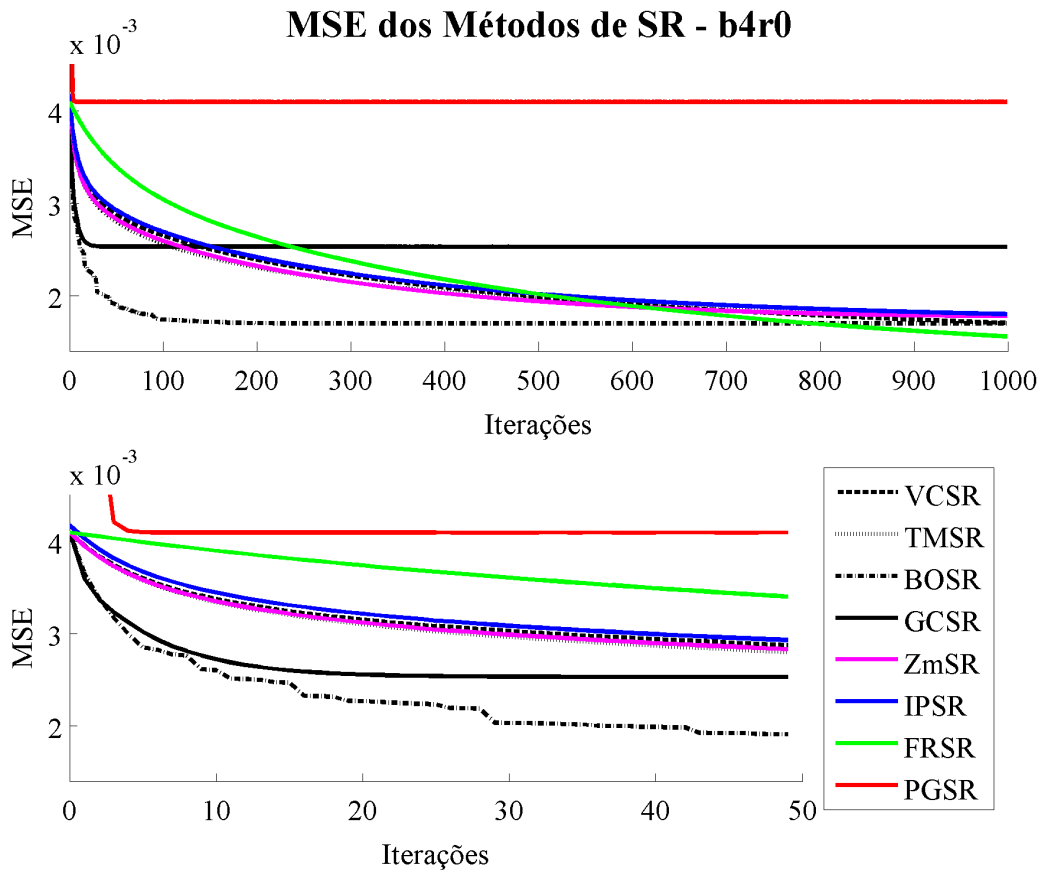


Figura 6.16: Gráfico do MSE dos métodos de SR.





Figura 6.17: Melhores resultados dos métodos aplicado a um borramento de raio=4 e sem ruído.

### 6.1.5 Caso b4r8 - Borramento com raio=4 e ruído com DP=8

Quando há ruído e borramento na mesma imagem, torna-se mais difícil eliminar um sem aumentar o problema do outro (Tabela 6.13 e Figura 6.18).

Tabela 6.13: ISNR para borramento com raio=4 e ruído com DP=8

b4r8	conv	ISNR máximo		ISNR final
		iteração	valor	
VCSR	943	1001	3.3047	3.3047
TMSR	851	1001	3.4235	3.4235
BOSR	219	1000	3.5051	3.5051
GCSR	22	24	1.9795	1.9787
ZmSR	n/c	557	2.6863	2.5195
IPSR	n/c	408	2.4134	2.1250
FRSR	n/c	1001	3.6987	3.6987
PGSR	n/c	157	14.8593	14.8593

ISNR dos Métodos de SR - b4r8

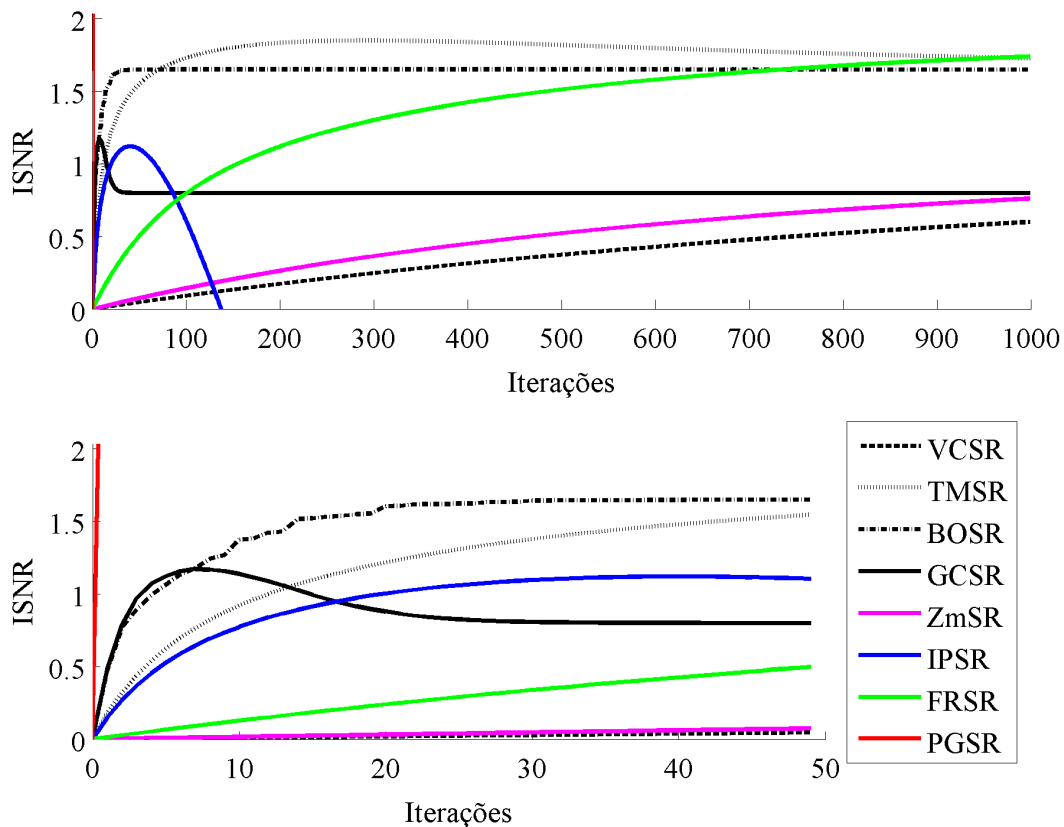


Figura 6.18: Gráfico do ISNR dos métodos de SR.

O gráfico do ISNR é muito similar ao gráfico do SSIM (Tabela 6.14, Figura 6.19, Tabela 6.15 e Figura 6.20).

Tabela 6.14: SSIM para borramento com raio=4 e ruído com DP=8

b4r8	conv	SSIM máximo		SSIM final
		iteração	valor	
VCSR	n/c	999	0.94299459	0.94299459
TMSR	944	321	0.95889199	0.95792161
BOSR	923	157	0.95889177	0.95730514
GCSR	33	74	0.95671149	0.95671149
ZmSR	n/c	28	0.94882749	0.33594659
IPSR	n/c	44	0.95133515	0.59481407
FRSR	n/c	1000	1.00000000	1.00000000
PGSR	n/c	47	0.92967759	0.92967759

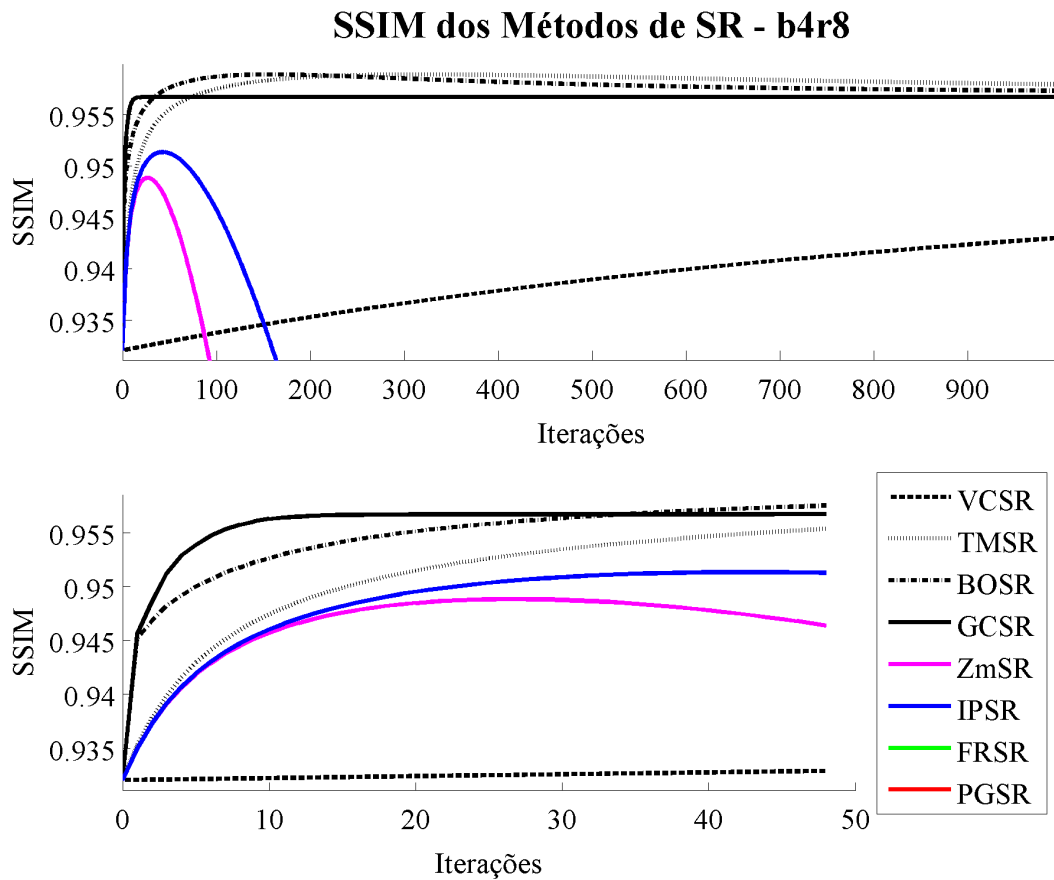


Figura 6.19: Gráfico do SSIM dos métodos de SR.

Tabela 6.15: MSE para borramento com raio 4 e ruído com DP=8

b4r8	conv	MSE máximo		MSE final
		iteração	valor	
VCSR	943	1	0.0023	0.0011
TMSR	851	1	0.0023	0.0010
BOSR	219	1	0.0023	0.0010
GCSR	22	1	0.0023	0.0015
ZmSR	n/c	1	0.0023	0.0013
IPSR	n/c	1	0.0025	0.0015
FRSR	n/c	1	0.0023	0.0010
PGSR	n/c	1	0.0697	0.0023

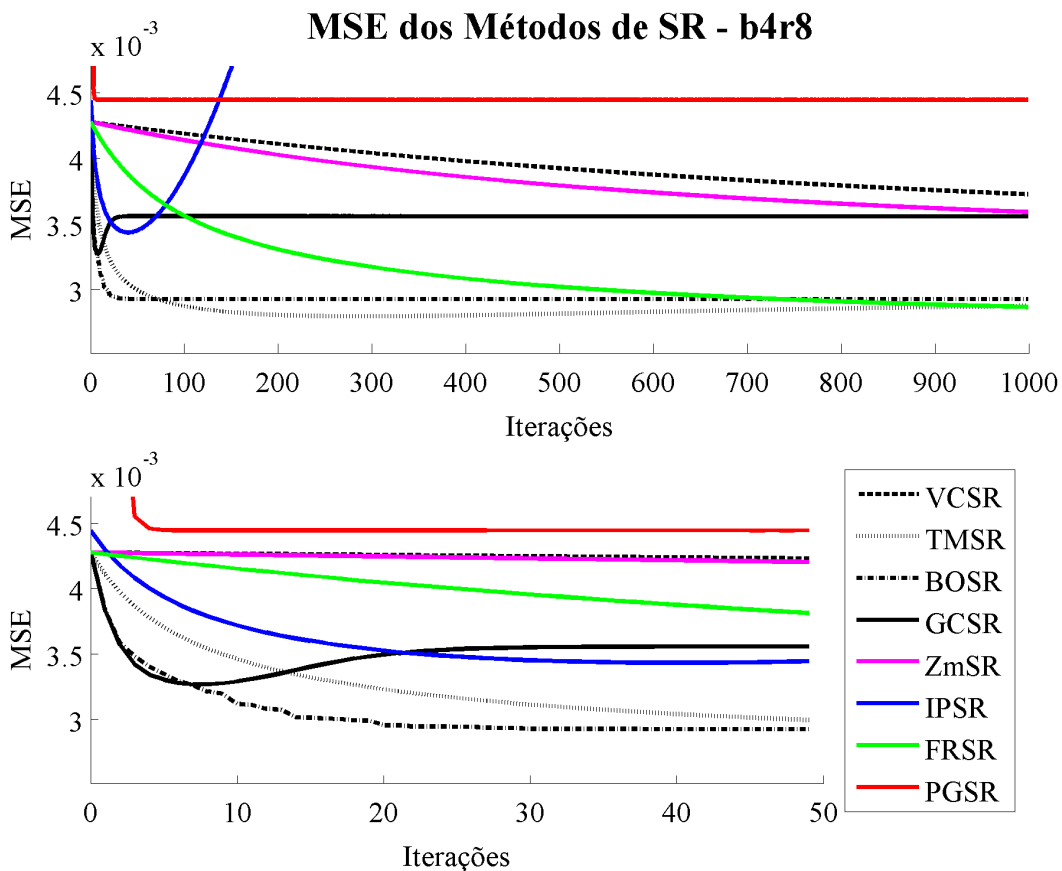


Figura 6.20: Gráfico do MSE dos métodos de SR.



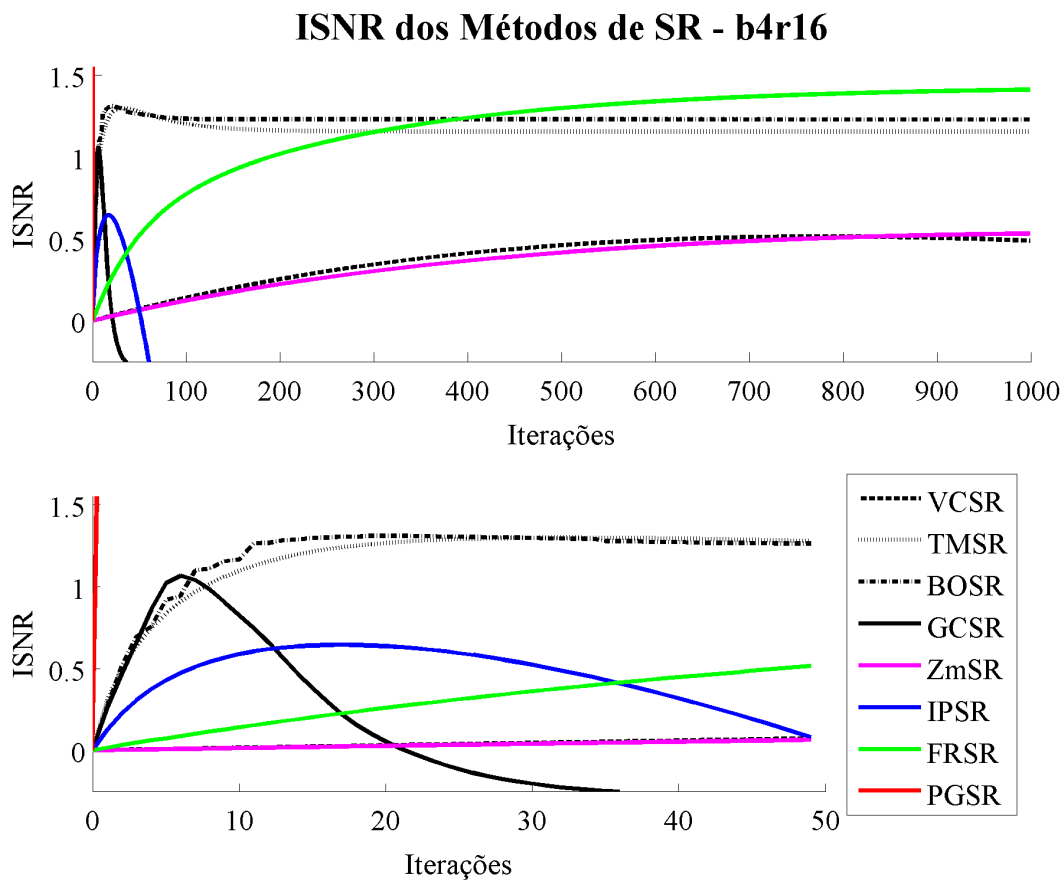
Figura 6.21: Melhores resultados dos métodos aplicado a um borramento de raio=4 e ruído com DP=8.

### 6.1.6 Caso b4r16 - Borramento com raio=4 e ruído com DP=16

Este é um caso agudo de degradação. A eliminação do ruído implica numa imagem borrada. (Tabela 6.16, Figura 6.22, Tabela 6.17, Figura 6.23, Tabela 6.18 e Figura 6.24).

**Tabela 6.16: ISNR para borramento com raio=4 e ruído com DP=16.**

b4r16	conv	ISNR máximo		ISNR final
		iteração	valor	
VCSR	943	1001	3.3047	3.3047
TMSR	851	1001	3.4235	3.4235
BOSR	219	1000	3.5051	3.5051
GCSR	22	24	1.9795	1.9787
ZmSR	n/c	557	2.6863	2.5195
IPSR	n/c	408	2.4134	2.1250
FRSR	n/c	1001	3.6987	3.6987
PGSR	n/c	157	14.8593	14.8593



**Figura 6.22: Gráfico do ISNR dos métodos de SR.**

É possível verificar visualmente que, para borramento e ruídos com valores baixos, o método FRSR produz o melhor resultado, seguido dos métodos iterativos baseados em restauração.

Tabela 6.17: SSIM para borramento com raio=4 e ruído com DP=16

b4r16	conv	SSIM máximo		SSIM final
		iteração	valor	
VCSR	n/c	999	0.93887375	0.93887375
TMSR	476	39	0.94823243	0.94699537
BOSR	209	53	0.94836738	0.94775177
GCSR	37	11	0.94828800	0.94775177
ZmSR	n/c	14	0.93791774	0.11368983
IPSR	n/c	20	0.93997135	0.27700270
FRSR	n/c	999	0.94995324	0.94995324
PGSR	n/c	12	0.91604181	0.91604179

## SSIM dos Métodos de SR - b4r16

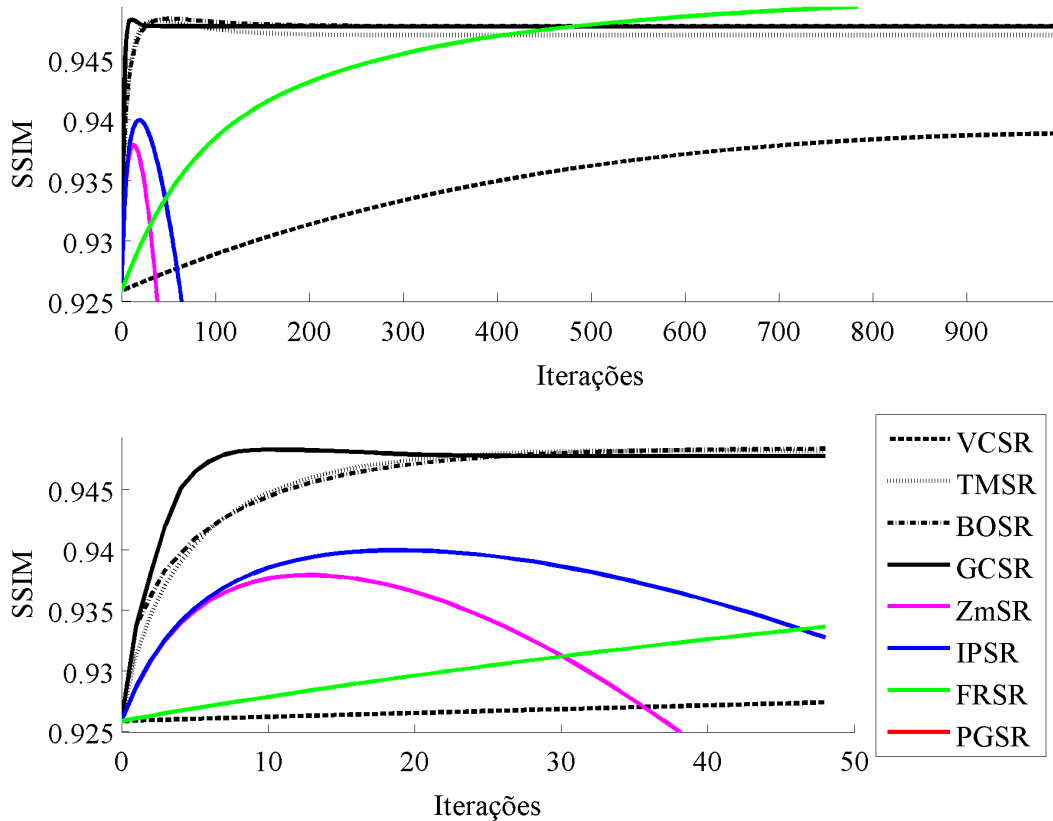


Figura 6.23: Gráfico do SSIM dos métodos de SR.

## 6.1.7 Análise dos Resultados

Analisando conjuntamente as informações numéricas e visuais, podemos observar que de uma maneira geral, os métodos de super resolução desenvolvidos neste trabalho (VCSR, TMSR, BOSR e GCSR) atingiram os melhores resultados. O método VCSR, é o único que não possui mecanismo de regularização, e por essa razão é menos robusto na presença de ruído, sendo

Tabela 6.18: MSE para borramento com raio=4 e ruído com DP=16

b4r16	conv	MSE máximo		MSE final
		iteração	valor	
VCSR	943	1	0.0023	0.0011
TMSR	851	1	0.0023	0.0010
BOSR	219	1	0.0023	0.0010
GCSR	22	1	0.0023	0.0015
ZmSR	n/c	1	0.0023	0.0013
IPSR	n/c	1	0.0025	0.0015
FRSR	n/c	1	0.0023	0.0010
PGSR	n/c	1	0.0697	0.0023

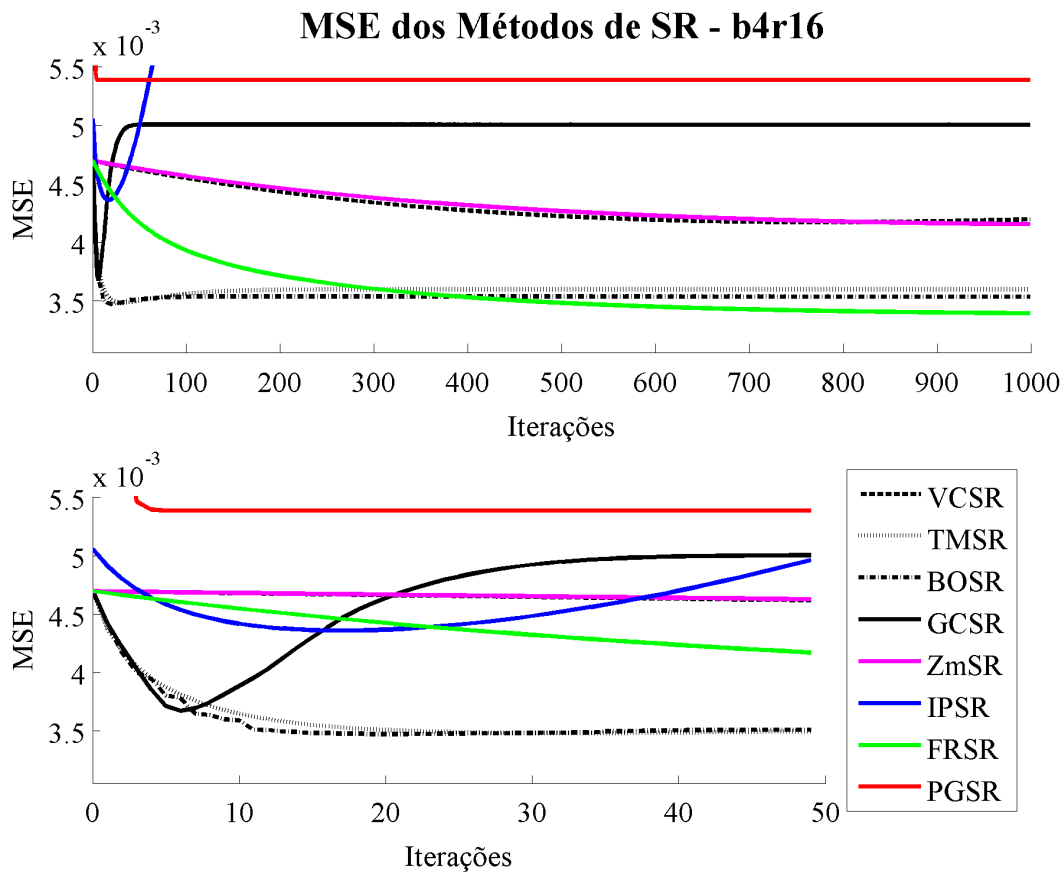
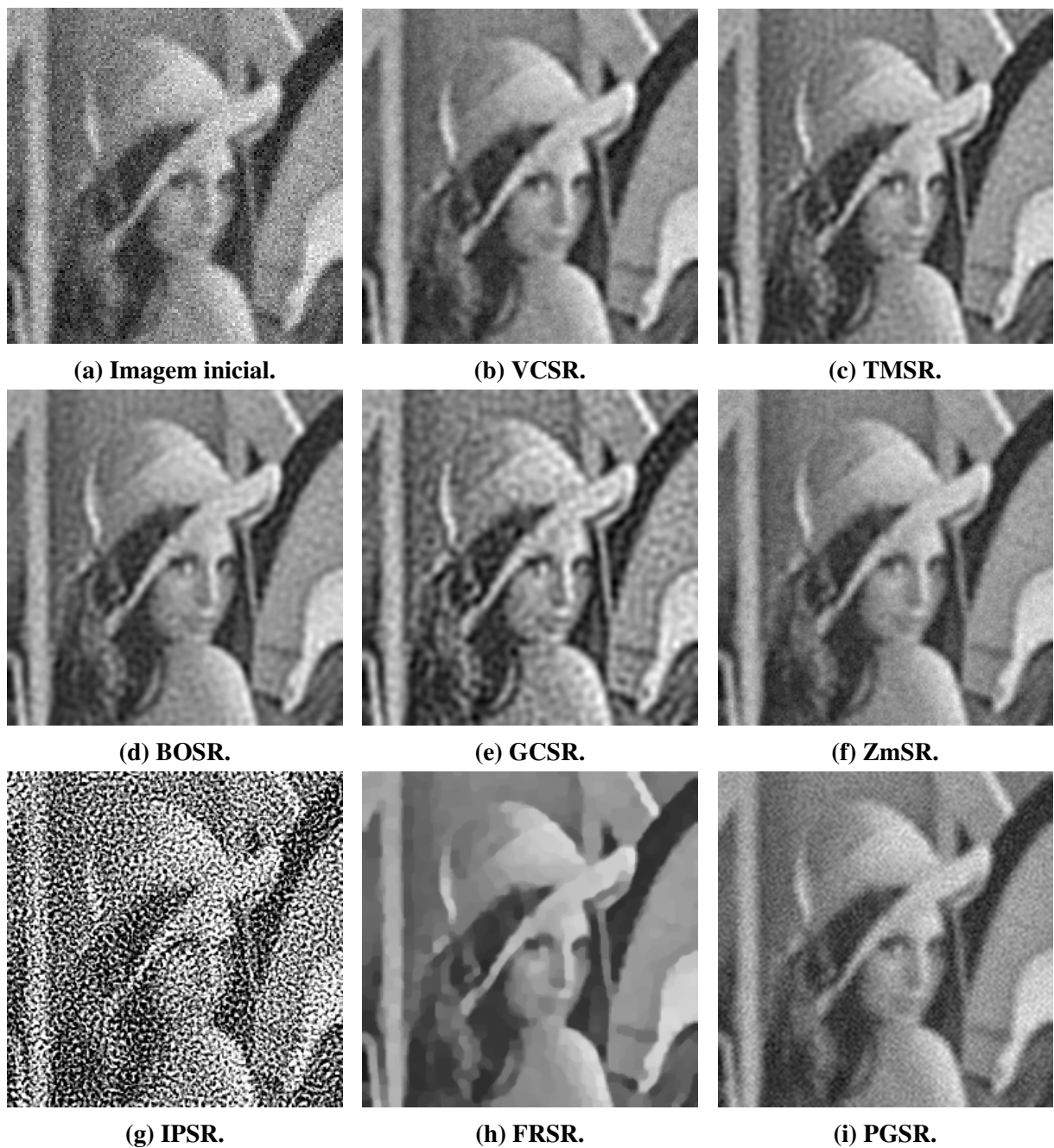


Figura 6.24: Gráfico do MSE dos métodos de SR.

mais indicado para quando há pouco ou nenhum ruído envolvido. O método TMSR possui mecanismo de regularização e tem uma implementação mais simples do que os métodos BOSR e GCSR. Embora em todos os casos, sua convergência seja mais lenta que a dos métodos regularizados (BOSR e GCSR), no caso de maior degradação (borramento e ruído altos), ele atinge os melhores números. Nestes casos, a imagem que este método resulta parece mais suave. O método BOSR é o passo intermediário entre os métodos TMSR e GCSR. Em praticamente





**Figura 6.25:** Melhores resultados dos métodos aplicado a um borramento de raio=4 e ruído com DP=16.

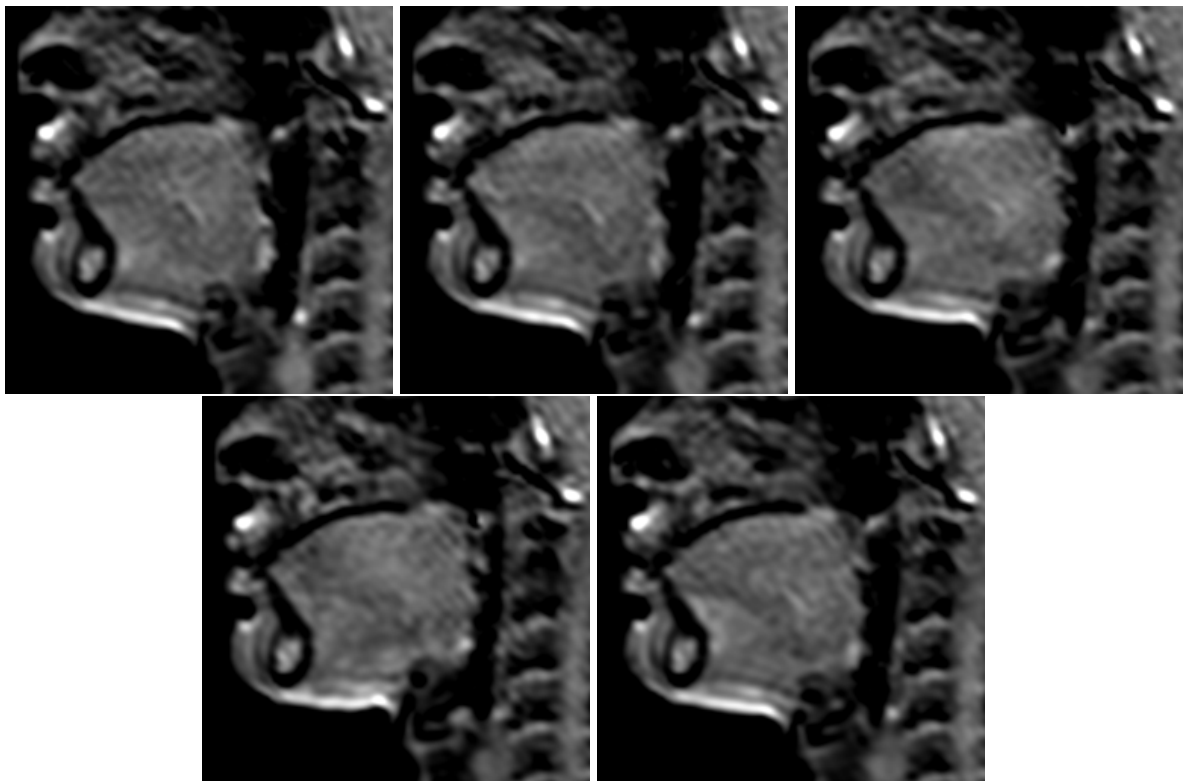
todos os casos, os resultados numéricos e visuais deste método estão entre os resultados dos métodos TMSR e GCSR. O GCSR possui a melhor taxa de convergência e os melhores resultados com degradações médias. Apesar destas observações, vale ressaltar que a escolha entre os métodos deve ser adaptada a finalidade da imagem reconstruída. A regularização inibe a propagação do ruído às custas da suavização da imagem e embora esse processo melhore os resultados numéricos do método, muitas vezes o ruído é aceitável desde que haja uma melhor definição de bordas.

## 6.2 Experimentos de super-resolução de MRI sobre imagens da deglutição

As imagens originais deste experimento são um conjunto de 5 frames de 256x256 pixels, com 256 tons de cinza, que foram degradados por:

- Subamostragem pelo fator 0.5;
- Borramento de desfocalização com raio de 2 e 4 pixels;
- Ruído Gaussiano aditivo com DP de 0, 8 e 16 tons.

As imagens originais podem ser visualizadas na Figura 6.26.



**Figura 6.26:** Cinco frames originais, sendo o último o frame de referência do registro.

Duas medidas de similaridade foram utilizadas: SSIM e ISNR.

O registro não-rígido utilizado foi o fornecido pela biblioteca MIRT e foi testado com os parâmetros:

- Medida de similaridade: SSD (*Sum of Square Differences*);
- Tamanho da janela da malha: 5. Quanto menor a janela mais complexas são as deformações possíveis. No entanto é exigida maior regularização;

- Níveis hierárquicos: 3;
- Peso da regularização  $\lambda = 0.0025$ .

Foram testados os métodos descritos na seção 5.2, com a regularização pelo filtro de Wiener (FW) e com a regularização Laplaciana (RL), utilizando o kernel da equação (6.1). Para melhor comparação entre os métodos, os resultados foram agrupados por casos de degradação.

O método FW só tem o parâmetro  $\mu$  para ser ajustado e os resultados mais significativos foram alcançados no intervalo  $\mu = [10^{-2}, 10^4]$ .

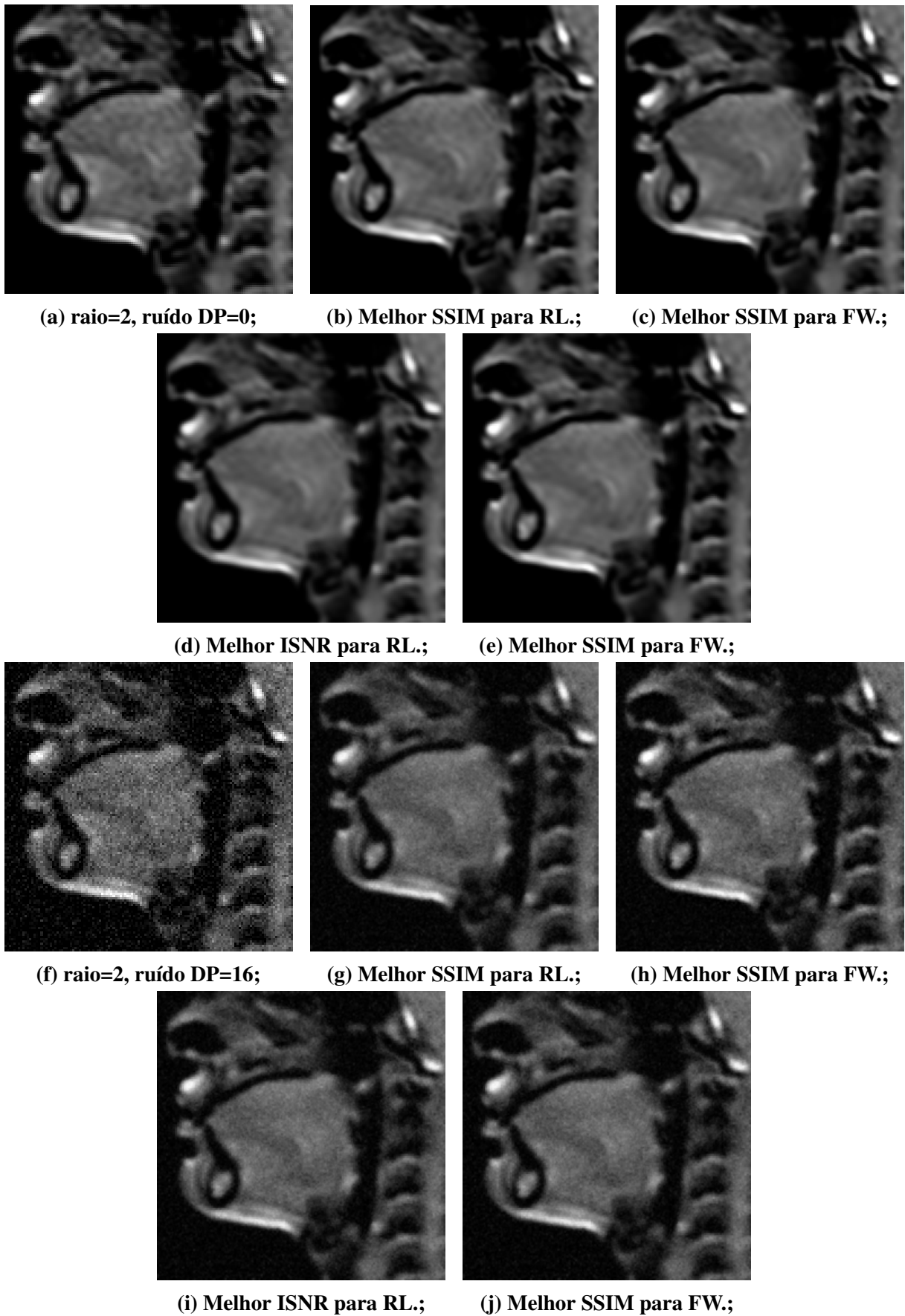
### 6.2.1 Borramento com raio=2

Tabela 6.19: Melhor ISNR para borramento com raio=2

Borr./Ruído	Regul.	melhor ISNR		ISNR Final	
		valor	iteração	valor	iteração
<b>R=2/SD=0</b>	RL	0.0001	2	-0.0333	500
<b>R=2/SD=0</b>	FW	0.0227	6	-0.0034	500
<b>R=2/SD=8</b>	RL	0.0005	2	-0.0897	500
<b>R=2/SD=8</b>	FW	0.0401	3	-0.0381	500
<b>R=2/SD=16</b>	RL	0.0000	1	-0.2491	500
<b>R=2/SD=16</b>	FW	0.0441	2	-0.0525	500

Tabela 6.20: Melhor SSIM para borramento com raio=2

Borr./Ruído	Regul.	melhor SSIM		SSIM Final	
		valor	iteração	valor	iteração
<b>R=2/SD=0</b>	RL	0.7800	6	0.7798	500
<b>R=2/SD=0</b>	FW	0.7827	10	0.7802	500
<b>R=2/SD=8</b>	RL	0.7751	3	0.7727	500
<b>R=2/SD=8</b>	FW	0.7790	4	0.7708	500
<b>R=2/SD=16</b>	RL	0.7663	2	0.7573	500
<b>R=2/SD=16</b>	FW	0.7711	3	0.7603	500



**Figura 6.27:** Melhores resultados experimentais: na primeira coluna estão as imagens sintéticas iniciais; na segunda coluna o melhor SSIM para FW, na terceira o melhor SSIM para RL; na quarta o melhor ISNR para FW e na quinta o melhor ISNR para RL.

### 6.2.2 Borramento com raio=4

Tabela 6.21: Melhor ISNR para borramento com raio=4

Borr./Ruído	Regul.	melhor ISNR		ISNR Final	
		valor	iteração	valor	iteração
<b>R=4/SD=0</b>	RL	0.0738	8	0.0575	500
<b>R=4/SD=0</b>	FW	0.1346	6	0.1221	500
<b>R=4/SD=8</b>	RL	0.0750	5	0.0547	500
<b>R=4/SD=8</b>	FW	0.1658	5	0.0083	500
<b>R=4/SD=16</b>	RL	0.1003	4	0.0424	500
<b>R=4/SD=16</b>	FW	0.1965	3	-0.0234	500

Tabela 6.22: Melhor SSIM para borramento com raio=4

Borr./Ruído	Regul.	melhor SSIM		SSIM Final	
		valor	iteração	valor	iteração
<b>R=4/SD=0</b>	RL	0.7755	50	0.7755	500
hline <b>R=4/SD=0</b>	FW	0.7782	18	0.7766	500
<b>R=4/SD=8</b>	RL	0.7723	50	0.7723	500
<b>R=4/SD=8</b>	FW	0.7771	11	0.7701	500
<b>R=4/SD=16</b>	RL	0.7612	65	0.7608	500
<b>R=4/SD=16</b>	FW	0.7660	6	0.7558	500

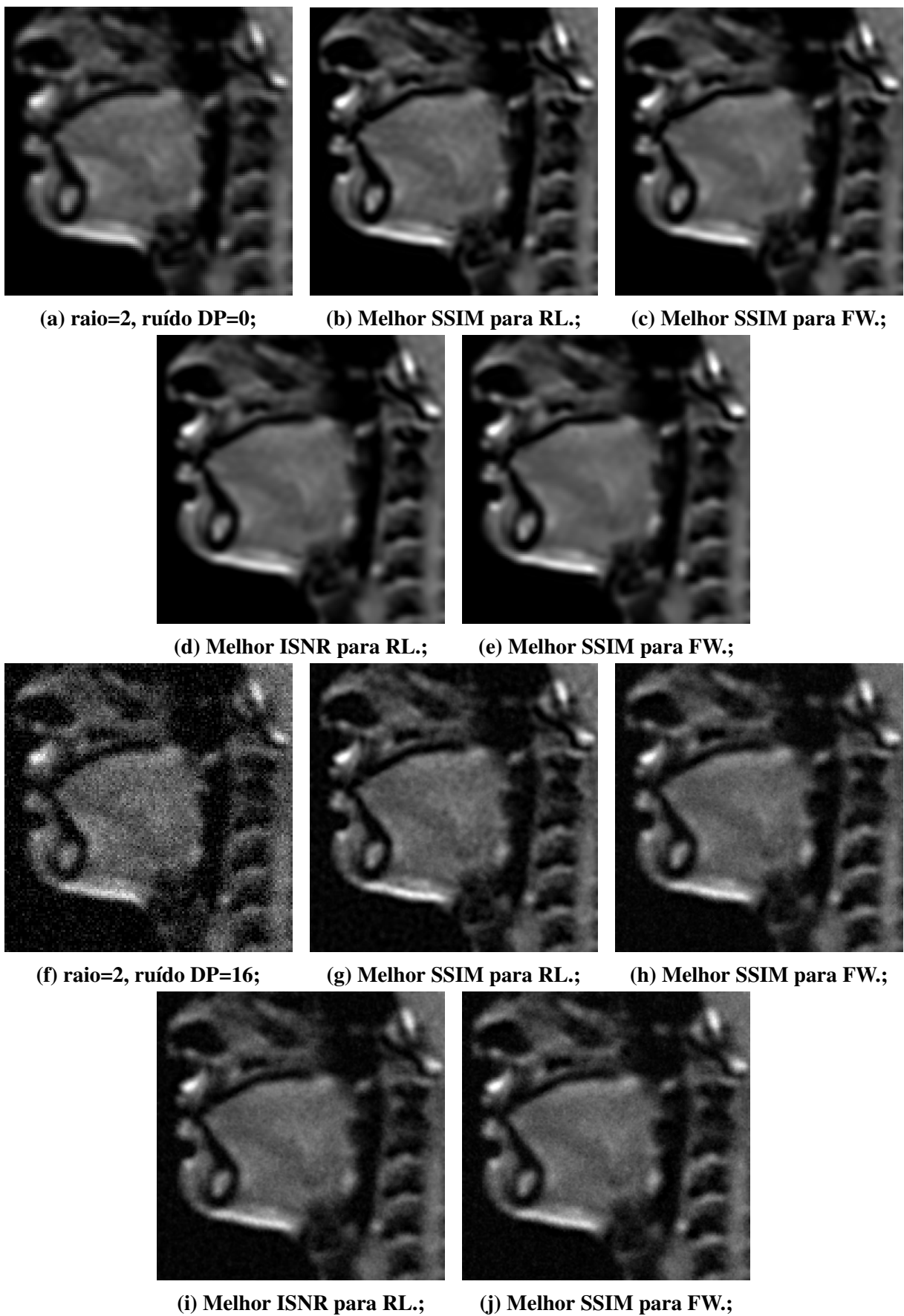
### 6.2.3 Ruído característico

Uma melhora que é quantificável visualmente é a redução de um ruído característico, muito comum em frames de MRI, que não é pontual, mas aparece em manchas. A Figura 6.29 mostra dois frames adquiridos em dois momentos diferentes sob o mesmo ponto de vista e a diferença entre eles para a visualização do ruído. O processo de SR reduz este tipo de ruído pois reagrupa as imagens pela média entre elas, mas ainda assim é possível perceber que a melhora é maior no caso da regularização FW.

### 6.2.4 Análise dos Resultados

A regularização pelo FW para as imagens de MRI obteve resultados numéricos melhores do que os obtidos pela RL. Apesar disso, os resultados visuais são bastante semelhantes, principalmente quando há presença de pouca degradação. É preciso ressaltar que na presença de ruído, os melhores resultados são atingidos antes da convergência, particularmente neste caso os melhores resultados são obtidos truncando-se as iterações antes da convergência. Outro aspecto a ser ressaltado mais uma vez é que a escolha do método e ajuste de parâmetros deve ser

feita de acordo com a análise visual dos resultados. No caso de imagens médicas, tais características mudam consideravelmente de caso para caso. Os resultados produzidos pelo método FW foram projetados para a reconstrução 3D do mecanismo da deglutição e por essa razão o maior contraste e segmentação entre as regiões foi focado, e tanto a suavização do ruído quanto a preservação das bordas foram valorizadas.



**Figura 6.28:** Melhores resultados experimentais: na primeira coluna estão as imagens sintéticas iniciais; na segunda coluna o melhor SSIM para FW, na terceira o melhor SSIM para RL; na quarta o melhor ISNR para FW e na quinta o melhor ISNR para RL.



**Figura 6.29: Ruído característico.**

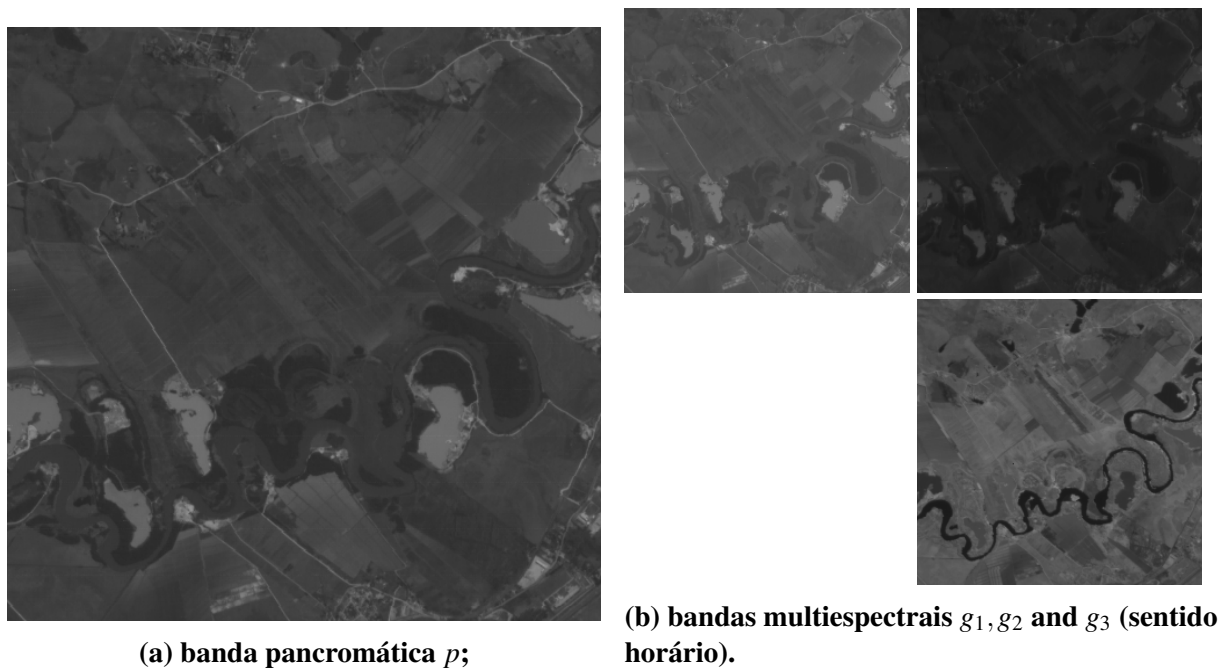


## 6.3 Experimentos de pansharpening

Neste experimento foram utilizadas imagens adquiridas pelo satélite SPOT I, sobre a área de Caçapava, SP K 218/J 76, em 2 de setembro de 1997. As imagens originais pancromática (512x512 pixels) e as multiespectrais (256x256 pixels), codificadas em 256 tons de cinza (gerando o ruído de quantização), foram degradadas por:

- Subamostragem com fator=0.5;
- Borramento por desfocalização com raio 2 e 4 pixels;
- Adição de ruído Gaussiano com DP de 4 e 8 tons;

Foram utilizadas imagens previamente registradas. As imagens originais podem ser visualizadas na Figura 6.30.



**Figura 6.30: Imagens Originais.**

As imagens pancromáticas degradadas iniciais podem ser visualizadas na Figura 6.31. As bandas multiespectrais podem ser vistas nas primeiras linhas das Figuras 6.32, 6.33 e 6.34

Os valores de  $\alpha_i$ , que representa o quanto a banda pancromática está relacionada com a banda estimada  $E_i$ , e  $\beta_{ik}$ , que representa o quanto a banda multiespectral  $g_k$  está relacionada

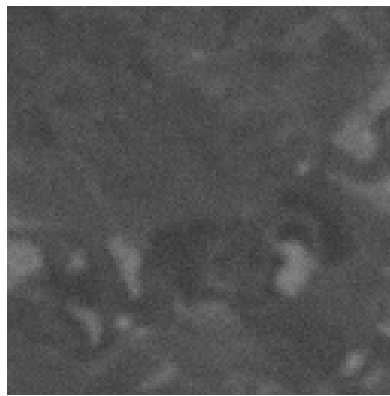
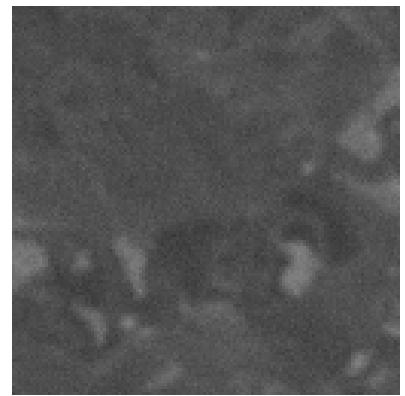
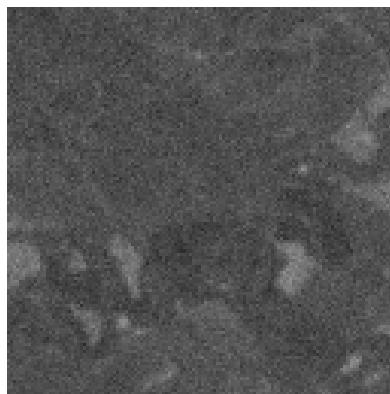
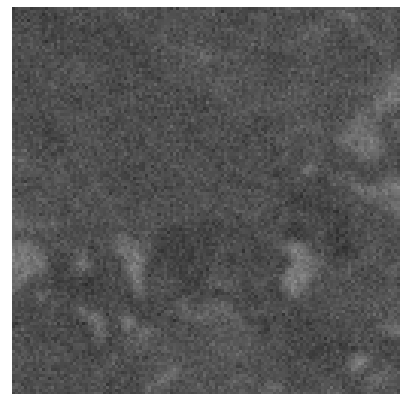
(a) borramento  $r=0$ , ruído DP=4.(b) borramento  $r=2$ , ruído DP=4.(c) borramento  $r=4$ , ruído DP=4.(d) borramento  $r=0$ , ruído DP=8.(e) borramento  $r=2$ , ruído DP=8.(f) borramento  $r=4$ , ruído DP=8.

Figura 6.31: Imagens iniciais

com a banda  $E_i$ , calculados sobre as características do sensor obtidas em (ASTRIUM, 2013), são:

$$\alpha_i = [0.4333 \quad 0.559 \quad 0.017]$$

$$\beta_{ik} = \begin{bmatrix} 0.2485 & 0.0045 & 0 \\ 0 & 0.2482 & 0 \\ 0 & 0 & 0.249 \end{bmatrix}$$

Devido à utilização do modelo global da matriz de auto-correlação de  $f$ , foram utilizados os mesmos valores  $\rho_v = \rho_h = 0.89$ , medidos sobre as características da imagem.

Para analisar as imagens, quatro índices foram selecionados: ERGAS (*Relative Dimensionless Global Error in Synthesis*) (WALD, 2002), RMSE (*Mean Root Square Error*) normalizado, SSIM (WANG; BOVIK, 2006) e ISNR. Os resultados do método desenvolvido na seção 5.2 (PFW) foi comparado com um método similar, proposto por Molina et al. (SRB)(MOLINA et al., 2005), que utiliza um *framework* Laplaciano de super-resolução com solução pelo critério MAP, que recai sobre a solução de TMSR, com uma restrição extra da contribuição da banda pancromática

sobre as bandas multiespectrais ideais.

Os resultados foram testados para vários valores dos parâmetros  $\alpha$  e  $\gamma$ , e ambos os métodos PFW e SRB obtiveram melhores resultados com valores mais altos possíveis de  $\alpha$  antes dos métodos tornarem-se instáveis (2.25 para PFW e 0.5 para SRB). A diferença entre os valores máximos de  $\alpha$  para cada um dos métodos é que o método PFW utiliza como base o método GCSR e SRB o método TMSR. Os melhores resultados de  $\gamma$  para SRB foram sempre baixos (0 ou 0.001) mas para o PFW é interessante notar que, assim como os diferentes índices de análise medem diferentes características, diferentes valores de  $\gamma$  funcionam melhor para cada índice.

Para os índices ERGAS, SSIM e RMSE, observamos o mesmo comportamento no PFW: quando o ruído aumenta, mais forte é a influência da banda pancromática ( $\gamma$  maior).

**Tabela 6.23: ERGAS**

<b>Experimento<sup>1</sup></b>	<b>ERGAS</b>	<b><math>\alpha</math></b>	<b><math>\gamma</math></b>
<b>PFW - b0n4</b>	2.7701	4.00	0.10
<b>SRB - b0n4</b>	4.1265	0.50	0.00
<b>PFW - b2n4</b>	3.0925	3.00	0.10
<b>SRB - b2n4</b>	5.3056	0.50	0.00
<b>PFW - b4n4</b>	3.6784	2.25	0.10
<b>SRB - b4n4</b>	6.3164	0.50	0.00
<b>PFW - b0n8</b>	3.6711	4.00	0.20
<b>SRB - b0n8</b>	7.4001	0.50	0.00
<b>PFW - b2n8</b>	3.8144	4.00	0.20
<b>SRB - b2n8</b>	10.0758	0.50	0.00
<b>PFW - b4n8</b>	4.1763	4.00	0.20
<b>SRB - b4n8</b>	11.8479	0.50	0.00

Como podemos ver, na Figura 6.31, a imagem  $g_2$  tem menos contraste (DP=0.0289) que  $g_1$  (DP=0.0422) e  $g_3$  (DP=0.064). Observando a Tabela 6.24 vemos que a regularização mais forte de PFW funciona melhor sob essas condições (quando o borramento aumenta a diferença entre o ISNR de  $g_2$  e  $g_1$ ,  $g_3$  diminui). O método SRB tem uma regularização mais fraca, então o efeito é o contrário.

O RMSE normalizado e o SSIM obtêm um melhor resultado sobre  $g_1$  (Tabelas 6.25 e 6.26), com valores mais altos de  $\gamma$  do que o ERGAS. O RMSE do método SPB com borramento de raio=4 e ruído com DP=8 não converge.

<sup>1</sup>Método - raio do borramento - DP do ruído

Tabela 6.24: ISNR

Experimento <sup>1</sup>	$g_1$	$g_2$	$g_3$	mean	$\alpha$	$\gamma$
<b>PFW - b0n4</b>	2.5932	4.8834	1.7360	3.0709	4.00	0.00
<b>SRB - b0n4</b>	0.0968	0.2890	1.0643	0.4834	0.50	0.00
<b>PFW - b2n4</b>	2.0838	4.1680	1.3137	2.5218	3.00	0.00
<b>SRB - b2n4</b>	-1.3538	-2.1933	0.1336	-1.1378	0.50	0.00
<b>PFW - b4n4</b>	1.9960	3.5704	1.3913	2.3192	2.25	0.00
<b>SRB - b4n4</b>	-1.8222	-3.0299	0.0198	-1.6108	0.50	0.00
<b>PFW - b0n8</b>	4.6707	6.8377	3.0480	4.8521	4.00	0.00
<b>SRB - b0n8</b>	0.1292	0.1902	0.5379	0.2858	0.50	0.00
<b>PFW - b2n8</b>	4.7111	7.36	2.2414	4.7708	4.00	0.00
<b>SRB - b2n8</b>	-2.4310	-2.8048	-1.7390	-2.3249	0.50	0.00
<b>PFW - b4n8</b>	4.4075	6.8622	2.1751	4.4816	4.00	0.00
<b>SRB - b4n8</b>	-3.5668	-4.0596	-2.2250	-3.2838	0.50	0.00

Tabela 6.25: RMSE

Experimento <sup>1</sup>	$g_1$	$g_2$	$g_3$	mean	$\alpha$	$\gamma$
<b>PFW - b0n4</b>	0.0423	0.0588	0.0629	0.0547	4.00	0.10
<b>SRB - b0n4</b>	0.0614	0.1098	0.0679	0.0797	0.50	0.00
<b>PFW - b2n4</b>	0.0454	0.0657	0.0718	0.0610	3.00	0.20
<b>SRB - b2n4</b>	0.0750	0.1463	0.0822	0.1012	0.50	0.00
<b>PFW - b4n4</b>	0.0517	0.0729	0.0909	0.0718	3.00	0.20
<b>SRB - b4n4</b>	0.0891	0.1704	0.1044	0.1213	0.50	0.00
<b>PFW - b0n8</b>	0.0540	0.0809	0.0820	0.0723	4.00	0.20
<b>SRB - b0n8</b>	0.1033	0.2075	0.1095	0.1401	0.50	0.00
<b>PFW - b2n8</b>	0.0553	0.0771	0.0919	0.0748	4.00	0.20
<b>SRB - b2n8</b>	0.1393	0.2851	0.1454	0.1899	0.50	0.00
<b>PFW - b4n8</b>	0.0588	0.0822	0.1036	0.0815	4.00	0.20
<b>SRB - b4n8</b>	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	0.1250	0.05

### 6.3.1 Análise dos Resultados

Neste experimento a aplicação do método PFW foi mais bem sucedida em todos os casos e a incorporação dos dados da banda pancromática foi melhor do que o método SRB.

Tabela 6.26: SSIM

Experimento <sup>1</sup>	$g_1$	$g_2$	$g_3$	mean	$\alpha$	$\gamma$
<b>PFW - b0n4</b>	0.9633	0.9688	0.9592	0.9638	3.00	0.20
<b>SRB - b0n4</b>	0.9034	0.8638	0.9472	0.9048	0.50	0.00
<b>PFW - b2n4</b>	0.9527	0.9635	0.9404	0.9522	2.25	0.20
<b>SRB - b2n4</b>	0.8509	0.7673	0.9184	0.8456	0.50	0.00
<b>PFW - b4n4</b>	0.9318	0.9481	0.8997	0.9265	1.50	0.20
<b>SRB - b4n4</b>	0.7829	0.6877	0.8597	0.7768	0.50	0.00
<b>PFW - b0n8</b>	0.9365	0.9490	0.9254	0.9370	4.00	0.20
<b>SRB - b0n8</b>	0.7659	0.6389	0.8738	0.7595	0.50	0.00
<b>PFW - b2n8</b>	0.9372	0.9375	0.9042	0.9263	3.00	0.50
<b>SRB - b2n8</b>	0.6217	0.4606	0.7832	0.6218	0.50	0.00
<b>PFW - b4n8</b>	0.9231	0.9261	0.8641	0.9044	3.00	0.50
<b>SRB - b4n8</b>	0.5126	0.3651	0.6947	0.5241	0.50	0.00

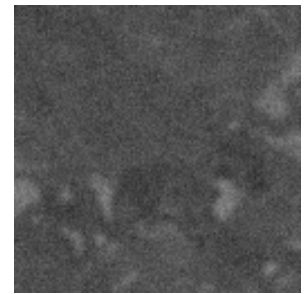
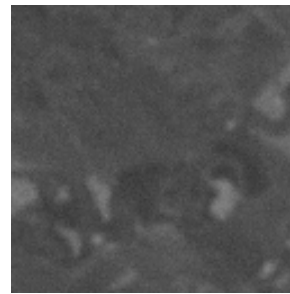
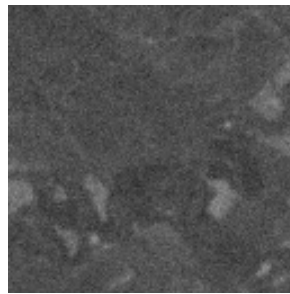
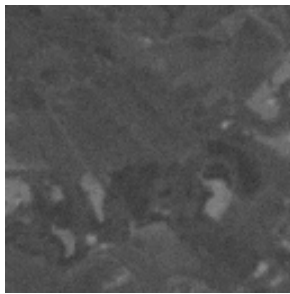
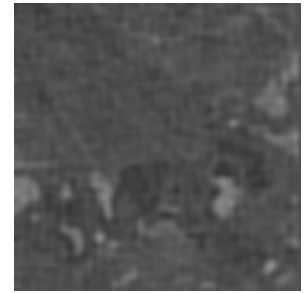
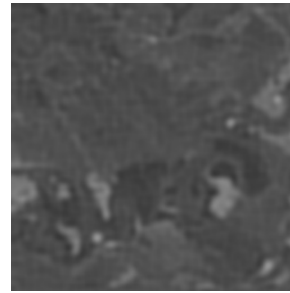
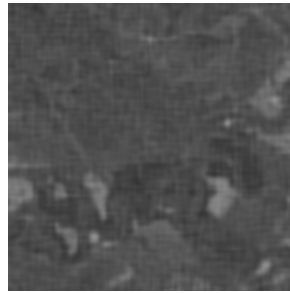
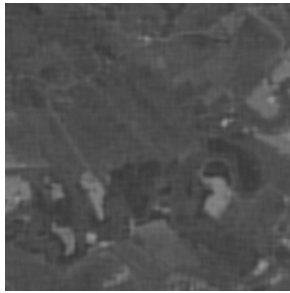
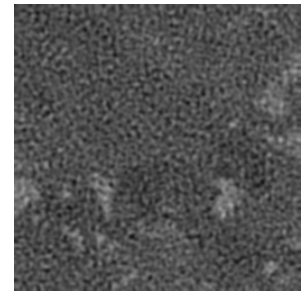
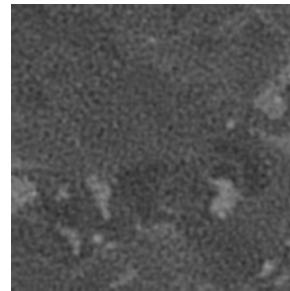
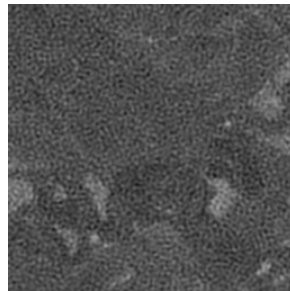
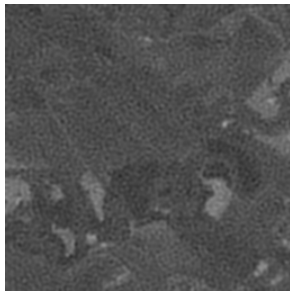
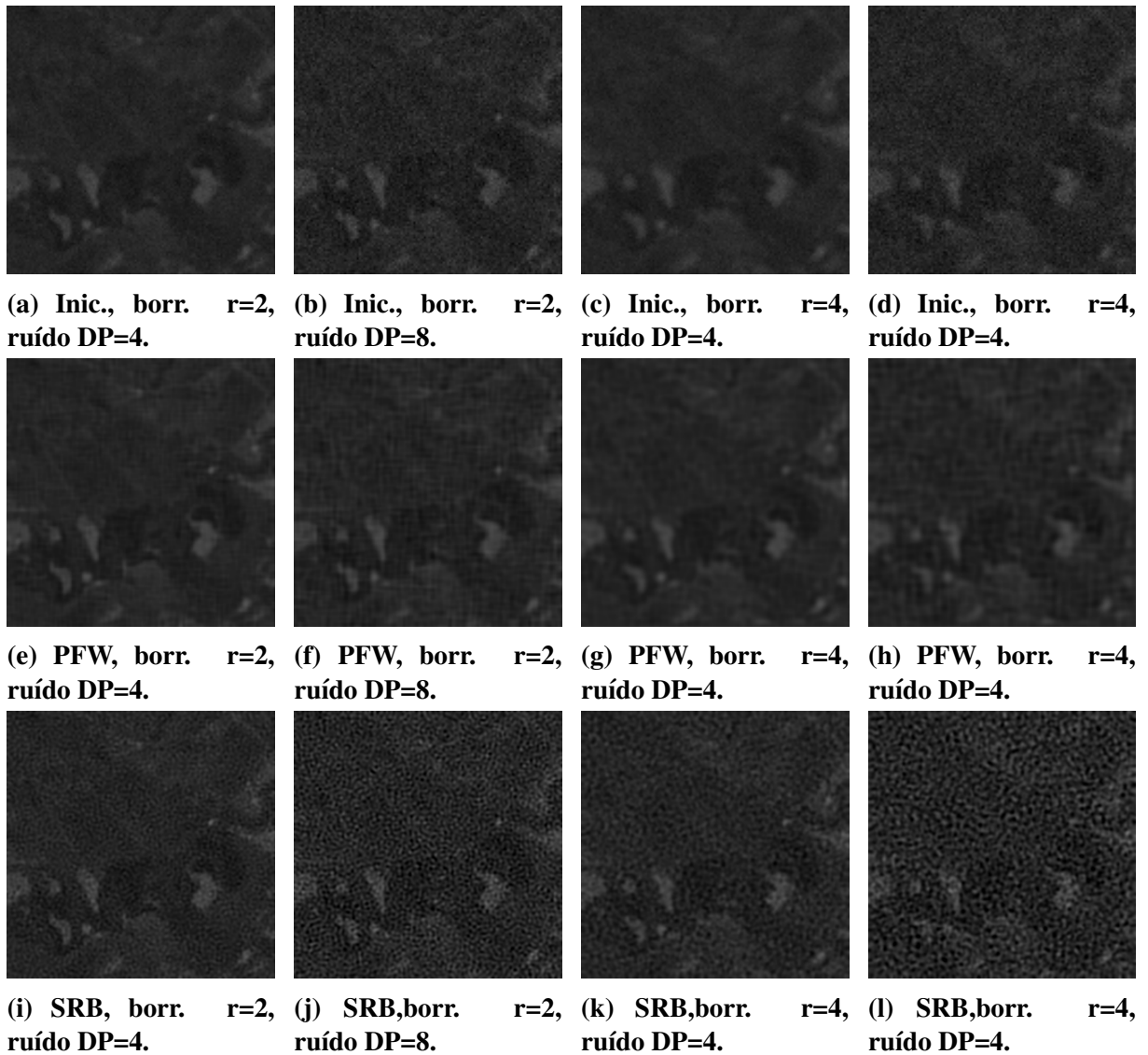
(a) Inic., borr.  $r=2$ , ruído DP=4.(b) Inic., borr.  $r=2$ , ruído DP=8.(c) Inic., borr.  $r=4$ , ruído DP=4.(d) Inic., borr.  $r=4$ , ruído DP=4.(e) PFW, borr.  $r=2$ , ruído DP=4.(f) PFW, borr.  $r=2$ , ruído DP=8.(g) PFW, borr.  $r=4$ , ruído DP=4.(h) PFW, borr.  $r=4$ , ruído DP=4.(i) SRB, borr.  $r=2$ , ruído DP=4.(j) SRB, borr.  $r=2$ , ruído DP=8.(k) SRB, borr.  $r=4$ , ruído DP=4.(l) SRB, borr.  $r=4$ , ruído DP=4.

Figura 6.32: Pansharpening aplicado em  $g_1$ . Na primeira linha as imagens iniciais degradadas, na segunda linha os resultados do método PFW e na terceira linha os resultados do método SPB.



**Figura 6.33:** Pansharpening aplicado em  $g_2$ . Na primeira linha as imagens iniciais degradadas, na segunda linha os resultados do método PFW e na terceira linha os resultados do método SPB

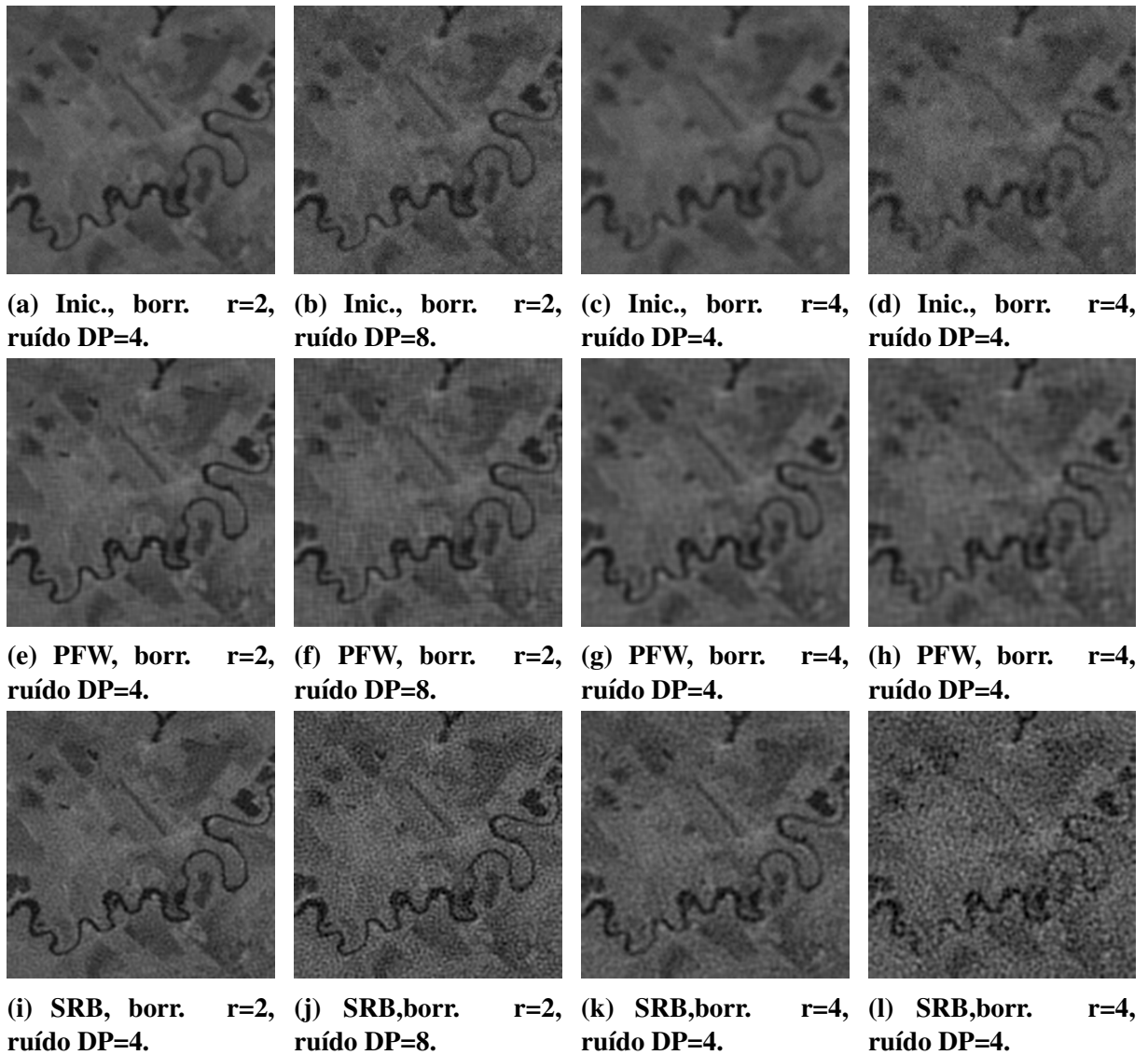


Figura 6.34: Pansharpening aplicado em  $g_3$ . Na primeira linha as imagens iniciais degradadas, na segunda linha os resultados do método PFW e na terceira linha os resultados do método SPB.

# Capítulo 7

## CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

---

---

Este trabalho explorou diversos aspectos da super-resolução baseada em métodos iterativos de restauração. Partindo da semelhança de métodos derivados do IBP para super-resolução e o método de restauração de Van Cittert com *reblurring*, foi possível estabelecer uma generalização para a adaptação de outros métodos iterativos de restauração para a super-resolução.

O segundo método de restauração iterativa explorado foi o de Tikhonov-Miller, que possui um termo de regularização, baseado em um kernel Laplaciano. A regularização impõe uma restrição de suavidade ao processo de forma a diminuir a propagação do ruído no processo iterativo de restauração.

O método de Tikhonov-Miller pode ter seu parâmetro  $\beta$  calculado dinamicamente durante o processo iterativo acelerando a convergência e permitindo uma maior regularização. Uma evolução do método TM com o  $\beta$  otimizado é o método do Gradiente Conjugado, que tem sido utilizado com sucesso na teoria de otimização.

Com baixas taxas de ruído, é comum o processo de restauração causar o artefato de *ringing*, que se manifesta como um 'eco' das altas frequências. Para o controle do mesmo, foram introduzidas restrições adaptativas, que aumentam o processo de *deblurring* e diminuem a regularização nas regiões de alta frequência. Na presença de ruído a regularização deve ser maior, o que gera uma suavização da imagem e por essa razão não ocorrem os artefatos de *ringing*.

Baseada nas adaptações descritas, uma generalização foi sugerida de maneira a localizar possíveis contribuições ao método iterativo de restauração, tais como: valor inicial, interpolação, união das imagens, registro, *deblurring* e filtros de regularização.



Para ilustrar a generalização proposta foram criados dois métodos de super-resolução com finalidades distintas. O primeiro promove um aumento de resolução em frames de MRI do processo de deglutição humana, utilizando um registro não-rígido e uma regularização baseada no filtro de Wiener localmente adaptado. O segundo método desenvolvido trata do problema de pansharpening, utilizando uma amostragem ponderada, considerando a relação entre as bandas multiespectrais e a pancromática do satélite SPOT I.

## 7.1 Contribuições

- Criação de um modelo de generalização dos métodos de restauração iterativos para o problema da super-resolução, permitindo que a incorporação de técnicas de melhora da restauração sejam aplicadas à super-resolução.
- Criação de um método aumento de resolução espacial dos frames de MRI dinâmico do processo de deglutição humana, baseado no modelo de generalização do item anterior. O aumento da resolução espacial dos vídeos de MRI é de grande importância visto que há uma troca entre a resolução espacial e temporal neste imageamento. Este método pode auxiliar o diagnóstico médico, bem como servir de pré-processamento para outros passos, como modelagem, segmentação ou classificação das imagens.
- Criação de um método de pansharpening, para o aumento da resolução espacial de imagens de sensoriamento remoto, preservando a resolução espectral das bandas multiespectrais.

## 7.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

Há várias linhas que possibilitam a continuação deste trabalho.

- Análise e estudo formal dos valores ideais dos parâmetros. Existem trabalhos que tratam da otimização de parâmetros para restauração e existem alguns para a super-resolução. Estes trabalhos poderiam servir de base para o estudo da otimização dos parâmetros relativo à generalização proposta.
- Análise do ponto de truncamento dos métodos iterativos. Praticamente todos os experimentos aqui apresentados comportam-se de maneira muito semelhante, uma ascendência acentuada e breve no início das iterações e depois uma queda que pode terminar numa

convergência ou não dos métodos utilizados<sup>1</sup>. O estudo do ponto ótimo de parada do método além de obter melhores resultados, também diminuiria drasticamente o número de iterações que a convergência demanda.

- Estudo de outros termos para a generalização. Várias técnicas de interpolação, regularização, união das imagens e registro podem ser encaixadas na generalização proposta.
- Estudo formal da relação entre os dados iniciais e a qualidade esperada da resposta. É simples notar empiricamente (e existem trabalhos sobre o assunto) que existe uma relação entre o número de imagens iniciais e a eficiência dos métodos, porém as condições dessas imagens também influenciam a resposta final. Por exemplo, quando a sobreposição entre os deslocamentos interpixel das imagens iniciais é muito grande, há menos informação não-redundante, o que prejudica o resultado final do processo de SR. No caso de MRI, por exemplo se os frames são muito diferentes uns dos outros, o registro fica prejudicado e consequentemente o resultado da SR. Os níveis de ruído e borramento também influenciam o resultado final. No caso do pansharpening esta relação existe baseada também na influência inter-bandas do modelo.
- Estudo de distâncias estatísticas entre imagens/frames/bandas para o cálculo dos pesos da média ponderada para a união das informações.

---

<sup>1</sup>Observação válida para índices cujos melhores valores denotam valores maiores (SSIM e ISNR). Para índices que trabalham na relação inversa (RMSE, MSE e ERGAS) o contrário da observação sobre a curva é válido.

## REFERÊNCIAS

---

---

- AMIZIC, B. et al. Fast total variation image restoration with parameter estimation using bayesian inference. In: IEEE. *Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP), 2010 IEEE International Conference on*. Dallas, TX, USA, 2010. p. 770–773.
- AMRO, I. et al. A survey of classical methods and new trends in pansharpening of multispectral images. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, Springer, v. 2011, n. 1, p. 1–22, 2011.
- ARICAN, Z.; FROSSARD, P.  $\ell_1$  regularized super-resolution from unregistered omnidirectional images. In: IEEE. *Acoustics, Speech and Signal Processing, 2009. ICASSP 2009. IEEE International Conference on*. Taipei, Taiwan, 2009. p. 829–832.
- ASTRIUM. *Technical information about SPOT satellites*. 2013. Disponível em: <<http://www.astrium-geo.com/en/191-spot-technical-information>>. Acesso em: 20 mai. 2013.
- BABACAN, S.; MOLINA, R.; KATSAGGELOS, A. K. Variational bayesian super resolution. *Image Processing, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 20, n. 4, p. 984–999, 2011.
- BAI, Y.; HAN, X.; PRINCE, J. L. Super-resolution reconstruction of MR brain images. In: PRINCETON UNIVERSITY. Princeton, NJ, USA, 2004. p. 1358–1363.
- BAKER, S.; KANADE, T. Limits on super-resolution and how to break them. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 24, n. 9, p. 1167–1183, 2002.
- BANHAM, M. R.; KATSAGGELOS, A. K. Digital image restoration. *Signal Processing Magazine, IEEE*, IEEE, v. 14, n. 2, p. 24–41, 1997.
- BANNORE, V. Iterative-interpolation super-resolution (IISR). In: *Iterative-Interpolation Super-Resolution Image Reconstruction*. Berlin, German: Springer, 2009. p. 19–50.
- BARKHAUSEN, J. et al. Visualization of swallowing using real-time trueFISP MR fluoroscopy. *European Radiology*, Springer, v. 12, n. 1, p. 129–133, 2002.
- BERTERO, M.; BOCCACCI, P. *Introduction to inverse problems in imaging*. London, UK: Taylor & Francis, 1998.
- BOUHAMIDI, A.; JBILOU, K. An iterative method for bayesian gauss–markov image restoration. *Applied Mathematical Modelling*, Elsevier, v. 33, n. 1, p. 361–372, 2009.
- BOVIK, A. C. *The essential guide to image processing*. San Diego, CA, USA: Academic Press, 2009.

- BRUM, E. R. Integration of multispectral and pancromatic channels of hvr (spot)sensor for obtaining color composition with a spatial resolution of approximately 10 m. In: . [s.n.], 1989. p. 113. Disponível em: <<http://urlib.net/sid.inpe.br/iris@1912/2005/07.19.01.27.44>>. Acesso em: 17 maio 2013.
- CANDÈS, E. J.; ROMBERG, J.; TAO, T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information. *Information Theory, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 52, n. 2, p. 489–509, 2006.
- CAPEL, D. *Image mosaicing and super-resolution*. New York, USA: Springer-Verlag New York Incorporated, 2004.
- CAPEL, D.; ZISSERMAN, A. Computer vision applied to super resolution. *Signal Processing Magazine, IEEE*, v. 20, n. 3, p. 75–86, 2003.
- CARMI, E. et al. Resolution enhancement in MRI. *Magnetic resonance imaging*, Elsevier, v. 24, n. 2, p. 133–154, 2006.
- CHAN, T. F.; MULET, P. *Iterative methods for total variation image restoration*. [S.l.]: Department of Mathematics, University of California, Los Angeles, 1996.
- CLICHE, G.; BONN, F.; TEILLET, P. Integration of the spot panchromatic channel into its multispectral mode for image sharpness enhancement. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, v. 51, p. 311–316, 1985.
- DINIZ, P. S. R.; SILVA, E. A. B.; NETTO, S. L. *Digital Signal Processing: System analysis and design*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2010.
- DONOHO, D. L. Compressed sensing. *Information Theory, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 52, n. 4, p. 1289–1306, 2006.
- EKBERG, O. et al. Social and psychological burden of dysphagia: its impact on diagnosis and treatment. *Dysphagia*, Springer, v. 17, n. 2, p. 139–146, 2002.
- ELAD, M.; FEUER, A. Restoration of a single superresolution image from several blurred, noisy, and undersampled measured images. *Image Processing, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 6, n. 12, p. 1646–1658, 1997.
- ELAD, M.; FIGUEIREDO, M. A.; MA, Y. On the role of sparse and redundant representations in image processing. *Proceedings of the IEEE*, IEEE, v. 98, n. 6, p. 972–982, 2010.
- FARSIU, S.; ELAD, M.; MILANFAR, P. Multiframe demosaicing and super-resolution of color images. *Image Processing, IEEE Transactions on*, v. 15, n. 1, p. 141–159, 2006.
- FARSIU, S. et al. Fast and robust super-resolution. In: IEEE. *Image Processing, 2003. ICIP 2003. Proceedings. 2003 International Conference on*. Barcelona, Spain, 2003. v. 2, p. II–291.
- FARSIU, S. et al. Robust shift and add approach to superresolution. In: INTERNATIONAL SOCIETY FOR OPTICS AND PHOTONICS. *Optical Science and Technology, SPIE's 48th Annual Meeting*. San Diego, USA, 2003. p. 121–130.
- FARSIU, S. et al. Fast and robust multiframe super resolution. *Image processing, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 13, n. 10, p. 1327–1344, 2004.

- FREEMAN, W. T.; JONES, T. R.; PASZTOR, E. C. Example-based super-resolution. *Computer Graphics and Applications, IEEE, IEEE*, v. 22, n. 2, p. 56–65, 2002.
- GHOLIPOUR, A.; ESTROFF, J. A.; WARFIELD, S. K. Robust super-resolution volume reconstruction from slice acquisitions: application to fetal brain MRI. *Medical Imaging, IEEE Transactions on, IEEE*, v. 29, n. 10, p. 1739–1758, 2010.
- GILMAN, A.; BAILEY, D. G.; MARSLAND, S. R. Interpolation models for image super-resolution. In: IEEE. *Electronic Design, Test and Applications, 2008. DELTA 2008. 4th IEEE International Symposium on*. Hong Kong, 2008. p. 55–60.
- GONZALEZ, R. C.; WOODS, R. E. *Processamento de Imagens Digitais*. São Paulo, SP: Editora Edgard Blücher LTDA, 2000.
- GREENSPAN, H. et al. Mri inter-slice reconstruction using super-resolution. *Magnetic Resonance Imaging, Elsevier*, v. 20, n. 5, p. 437–446, 2002.
- GUO, X.; LI, F.; NG, M. K. A fast  $\ell_1$ -tv algorithm for image restoration. *SIAM Journal on Scientific Computing, SIAM*, v. 31, n. 3, p. 2322–2341, 2009.
- HE, Y. et al. A nonlinear least square technique for simultaneous image registration and super-resolution. *Image Processing, IEEE Transactions on, IEEE*, v. 16, n. 11, p. 2830–2841, 2007.
- HONG, M.-C.; STATHAKI, T.; KATSAGGELOS, A. K. Iterative regularized mixed norm multichannel image restoration. *Journal of Electronic Imaging, International Society for Optics and Photonics*, v. 14, n. 1, p. 013004–013004, 2005.
- HUANG, T. S.; TSAI, R. Y. Multiple frame image restoration and registration. In: *Advances in Computer Vision and Image Processing*. Greenwich: JAI, 1984. v. 1, p. 317–339.
- IRANI, M.; PELEG, S. Super resolution from image sequences. In: IEEE. *Pattern Recognition, 1990. Proceedings., 10th International Conference on*. Atlantic Citys, USA, 1990. v. 2, p. 115–120.
- IRANI, M.; PELEG, S. Improving resolution by image registration. *CVGIP: Graphical models and image processing, Elsevier*, v. 53, n. 3, p. 231–239, 1991.
- KAPIO, J. P.; SOMERSALO, E. *Statistical and computational inverse problems*. New York, USA: Springer Science+ Business Media, 2005.
- KATARTZIS, A.; PETROU, M. Current trends in super-resolution image reconstruction. In: \_\_\_\_\_. *Image Fusion: Algorithms and Applications*. 1. ed. San Diego, CA: Elsevier, 2008. cap. 1, p. 1–26.
- KATSAGGELOS, A. K. Iterative image restoration algorithms. *Optical engineering, International Society for Optics and Photonics*, v. 28, n. 7, p. 287735–287735, 1989.
- KATSAGGELOS, A. K.; MOLINA, R.; MATEOS, J. Super resolution of images and video. *Synthesis Lectures on Image, Video, and Multimedia Processing, Morgan & Claypool Publishers*, v. 1, n. 1, p. 1–134, 2007.

- KEREN, D.; PELEG, S.; BRADA, R. Image sequence enhancement using sub-pixel displacements. In: IEEE. *Computer Vision and Pattern Recognition, 1988. Proceedings CVPR'88., Computer Society Conference on*. Ann Arbor, MI, USA, 1988. p. 742–746.
- KIM, S.; BOSE, N.; VALENZUELA, H. Recursive reconstruction of high resolution image from noisy undersampled multiframe. *Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 38, n. 6, p. 1013–1027, 1990.
- KIM, S.; SU, W.-Y. Recursive high-resolution reconstruction of blurred multiframe images. *Image Processing, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 2, n. 4, p. 534–539, 1993.
- KOMATSU, T. et al. Very high resolution imaging scheme with multiple different-aperture cameras. *Signal Processing: Image Communication*, Elsevier, v. 5, n. 5, p. 511–526, 1993.
- LAGENDIJK, R. L.; BIEMOND, J. *Iterative Identification and Restoration of Images*. Boston, MA, USA: Springer Verlag GMBH, 1990. 223 p. (Kluwer International Series in Engineering & Computer Science). ISBN 0792390970.
- MANJÓN, J. V. et al. Non-local MRI upsampling. *Medical image analysis*, Elsevier, v. 14, n. 6, p. 784–792, 2010.
- MARTINS, A. L.; MASCARENHAS, N. Spatio-temporal resolution enhancement of vocal tract MRI sequences based on the wiener filter. In: IEEE. *Graphics, Patterns and Images (Sibgrapi), 2011 24th SIBGRAPI Conference on*. Maceió, AL, 2011. p. 242–249.
- MARTINS, A. L.; MASCARENHAS, N. Wiener based spatial resolution enhancement of MRI sequences of the vocal tract: A comparison between two correlation models. In: IEEE. *Image Processing (ICIP), 2012 19th IEEE International Conference on*. Orlando, FL, USA, 2012. p. 869–872.
- MARTINS, A. L.; MASCARENHAS, N. D.; SUAZO, C. A. Spatio-temporal resolution enhancement of vocal tract MRI sequences based on image registration. *Integrated Computer-Aided Engineering*, IOS Press, v. 18, n. 2, p. 143–155, 2011.
- MASCARENHAS, N. D. A.; BANON, G. J. F.; CANDEIAS, A. L. B. Image data fusion under a bayesian approach. In: IEEE. *IGARSS'92*. Houston, TX, USA, 1992. p. 675–677.
- MASCARENHAS, N. D. A.; BANON, G. J. F.; CANDEIAS, A. L. B. Multispectral image data fusion under a bayesian approach. *International Journal of Remote Sensing*, v. 17, n. 8, p. 1457–1471, 1996.
- MATEOS, J.; KATSAGGELOS, A. K.; MOLINA, R. Simultaneous motion estimation and resolution enhancement of compressed low resolution video. In: IEEE. *Image Processing, 2000. Proceedings. 2000 International Conference on*. Vancouver, BC, Canada, 2000. v. 2, p. 653–656.
- MOLINA, R. et al. A new super resolution bayesian method for pansharpening landsat etm+ imagery. In: ISPRS WORKING GROUPS - WG. *9th International Symposium on Physical Measurements and Signatures in Remote Sensing (ISPMSRS)*. Beijing, China, 2005. p. 280–283.
- MYRONENKO, A. *MIRT - Medical Image Registration Toolbox*. 2010. Disponível em: <<https://sites.google.com/site/myronenko/research/mirt>>. Acesso em: 20 mai. 2013.

- MYRONENKO, A.; SONG, X. Image registration by minimization of residual complexity. In: IEEE. *Computer Vision and Pattern Recognition, 2009. CVPR 2009. IEEE Conference on*. Miami, FL, USA, 2009. p. 49–56.
- MYRONENKO, A.; SONG, X. Intensity-based image registration by minimizing residual complexity. *Medical Imaging, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 29, n. 11, p. 1882–1891, 2010.
- PARK, S. C.; PARK, M. K.; KANG, M. G. Super-resolution image reconstruction: a technical overview. *Signal Processing Magazine, IEEE*, IEEE, v. 20, n. 3, p. 21–36, 2003.
- PATANAVIJIT, V.; JITAPUNKUL, S. A lorentzian stochastic estimation for a robust iterative multiframe super-resolution reconstruction with lorentzian-tikhonov regularization. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, Hindawi Publishing Corp., v. 2007, n. 2, p. 21–21, 2007.
- PATTI, A. J.; SEZAN, M. I.; TEKALP, A. M. Superresolution video reconstruction with arbitrary sampling lattices and nonzero aperture time. *Image Processing, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 6, n. 8, p. 1064–1076, 1997.
- PEETERS, R. R. et al. The use of super-resolution techniques to reduce slice thickness in functional MRI. *International Journal of Imaging Systems and Technology*, Wiley Online Library, v. 14, n. 3, p. 131–138, 2004.
- PELED, S.; YESHURUN, Y. Superresolution in MRI: application to human white matter fiber tract visualization by diffusion tensor imaging. *Magnetic Resonance in Medicine*, Wiley Online Library, v. 45, n. 1, p. 29–35, 2001.
- PLENGE, E. et al. Super resolution methods in MRI: Can they improve the trade-off between resolution, signal-to-noise ratio, and acquisition time? *Magnetic Resonance in Medicine*, Wiley Periodicals, Inc., v. 68, n. 6, p. 1983–1993, Dec 2012.
- PRATT, W. K. Generalized wiener filtering computation techniques. *Computers, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 100, n. 7, p. 636–641, 1972.
- RAHMAN, S. U. *Super-resolution Reconstruction Of Cardiac MR Images: A maximum a-posteriori based approach for super-resolution*. Germany: LAP Lambert Academic Publishing, 2011.
- RUECKERT, D.; ALJABAR, P. Nonrigid registration of medical images: Theory, methods, and applications [applications corner]. *Signal Processing Magazine, IEEE*, IEEE, v. 27, n. 4, p. 113–119, 2010.
- RUEDA, A.; MALPICA, N.; ROMERO, E. Single-image super-resolution of brain MR images using overcomplete dictionaries. *Medical Image Analysis*, Elsevier, p. 113–132, 2012.
- SCHEFFLER, K. Superresolution in MRI? *Magnetic Resonance in Medicine*, Wiley Online Library, v. 48, n. 2, p. 408–408, 2002.
- SCHULTZ, A. Compressive sensing. In: . Rio de Janeiro, RJ: [s.n.], 2008. f. 146.
- SCHULZ, A.; VELHO, L.; SILVA, E. A. D. On the empirical rate-distortion performance of compressive sensing. In: IEEE. *Image Processing (ICIP), 2009 16th IEEE International Conference on*. Cairo, Egypt, 2009. p. 3049–3052.

- SINGH, M. et al. Image based temporal registration of mri data for medical visualization. In: IEEE. *Image Processing, 2006 IEEE International Conference on*. Atlanta, GA, USA, 2006. p. 1169–1172.
- STARK, H.; YANG, Y. *Vector Space Projections: A Numerical Approach to Signal and Image Processing, Neural Nets, and Optics*. New York, NY, USA: Wiley-Interscience, 1998. ISBN 0471241407.
- STATHAKI, T. *Image Fusion: Algorithms and Applications*. [S.l.]: Academic Press, 2008. ISBN 0123725291.
- TEKALP, A. M.; OZKAN, M. K.; SEZAN, M. I. High-resolution image reconstruction from lower-resolution image sequences and space-varying image restoration. In: IEEE. *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1992. ICASSP-92., 1992 IEEE International Conference on*. [S.l.], 1992. v. 3, p. 169–172.
- TOM, B. C.; KATSAGGELOS, A. K. *Reconstruction of a high resolution image from multiple degraded mis-registered low resolution images*. Tese (Doutorado) — Northwestern University, 1994.
- TOM, B. C.; KATSAGGELOS, A. K. Reconstruction of a high-resolution image by simultaneous registration, restoration, and interpolation of low-resolution images. In: IEEE. *Image Processing, 1995. Proceedings., International Conference on*. Washington, DC, USA, 1995. v. 2, p. 539–542.
- WALD, L. *Data fusion: definitions and architectures: fusion of images of different spatial resolutions*. Paris, France: Presses de l’Ecole des Mines, 2002.
- WANG, Z.; BOVIK, A. C. Modern image quality assessment. *Synthesis Lectures on Image, Video, and Multimedia Processing*, Morgan & Claypool Publishers, v. 2, n. 1, p. 1–156, 2006.
- WONG, F.; ORTH, R. Registration of seasat/landsat composite images to utm coordinates. In: ENVIRONMENTAL RESEARCH INSTITUTE OF MICHIGAN. *International Symposium on Remote Sensing of Environment, 14 th*. San Jose, Costa Rica, 1980. p. 1841–1847.
- WOO, J. et al. Super-resolution reconstruction for tongue MR images. In: SPIE. *SPIE Medical Imaging*. San Diego, CA, USA, 2012. v. 8314, p. 83140C–83140C–8.
- WOODS, J. W. *Multidimension signal, image and video processing and coding*. New York, NY, USA: Elsevier, 2012.
- YANG, J. et al. Image super-resolution via sparse representation. *Image Processing, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 19, n. 11, p. 2861–2873, 2010.
- YU-SU, W. High-resolution restoration of dynamic image sequences. *International Journal of Imaging Systems and Technology*, v. 5, p. 330–339, 1994.
- ZANIBONI, G. T.; MASCARENHAS. Fusão bayesiana de imagens utilizando coeficientes de correlação localmente adaptáveis. *Anais do IX SBSR (CDRom: \ sbsr\ 8\_135o. pdf)*, Santos, SP (in Portuguese), 1998.



ZHANG, X. et al. Application of tikhonov regularization to super-resolution reconstruction of brain MRI images. In: *Medical Imaging and Informatics*. Berlin, Germany: Springer, 2008. p. 51–56.

ZITOVA, B.; FLUSSER, J. Image registration methods: a survey. *Image and vision computing*, Elsevier, v. 21, n. 11, p. 977–1000, 2003.

ZOMET, A.; RAV-ACHA, A.; PELEG, S. Robust super-resolution. In: IEEE. *Computer Vision and Pattern Recognition, 2001. CVPR 2001. Proceedings of the 2001 IEEE Computer Society Conference on*. Kauai, HI, USA, 2001. v. 1, p. 1–645.

# Apêndice A

## ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DOS MÉTODOS DE SUPER-RESOLUÇÃO

---

---

Embora não sejam exatamente quantificadores de performance, alguns resultados experimentais são importantes para entender a importância de certos parâmetros e o comportamento de seus métodos. Os resultados deste apêndice comprovam, explicam ou esclarecem os métodos iterativos de super-resolução baseados nos métodos de restauração do capítulo 4.

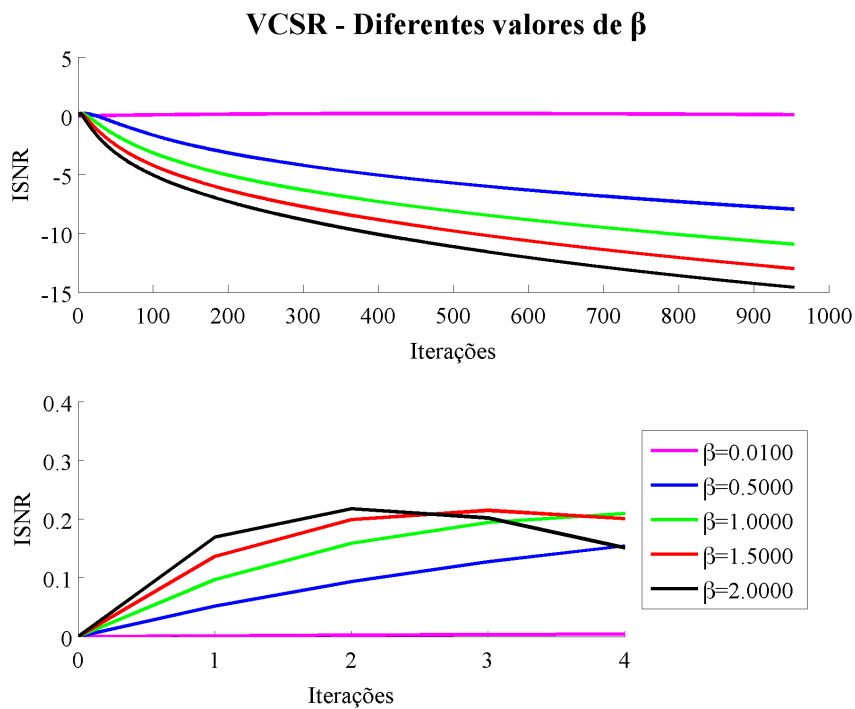
### A.1 VCSR - Van Cittert com Reblurring para Super-Resolução

A escolha do parâmetro  $\beta$  é de grande influência no resultado do método VCSR (seção 4.1.1), acelerando ou retardando o resultado das iterações. A Tabela A.2 e a Figura A.1 ilustram este fato para uma imagem com borramento de desfocalização com raio=2 e ruído com DP=16.

Em nossos experimentos constatamos que, além da aceleração da convergência, durante as iterações valores mais altos de  $\beta$  fazem com que o método atinja um valor melhor, mas também provocam uma degeneração mais acelerada. Valores de  $\beta$  próximo de zero, obviamente fazem com que o processo seja praticamente inócuo.

**Tabela A.1: Influência da escolha do parâmetro  $\beta$  na convergência do método VCSR.**

$\beta$	conv	ISNR máximo		ISNR final
		iteração	valor	
<b>0.01</b>	n/c	468	0.2053	0.0488
<b>0.50</b>	n/c	10	0.2082	-0.5680
<b>1.00</b>	n/c	6	0.2100	-1.6096
<b>1.50</b>	n/c	4	0.2147	-2.4368
<b>2.00</b>	n/c	3	0.2174	-3.1114



**Figura A.1: Influência da escolha do parâmetro  $\beta$  na convergência do método VCSR.**

**Tabela A.2: Influência da escolha do parâmetro  $\beta$  na convergência do método VCSR.**

$\beta$	conv	ISNR máximo		ISNR final
		iteração	valor	
<b>0.01</b>	n/c	468	0.2053	0.0488
<b>0.50</b>	n/c	10	0.2082	-0.5680
<b>1.00</b>	n/c	6	0.2100	-1.6096
<b>1.50</b>	n/c	4	0.2147	-2.4368
<b>2.00</b>	n/c	3	0.2174	-3.1114

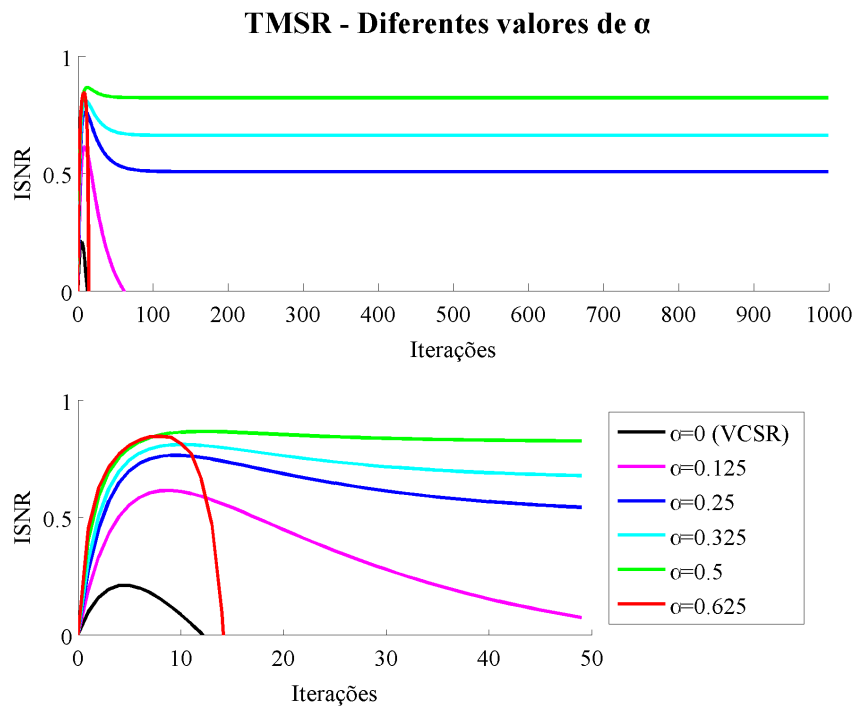
O Método Van Cittert não possui regularização e por isso tende ao filtro inverso, que é mal-condicionado. Por essa razão na presença de ruído o método atinge valores de ISNR negativos.

## A.2 TMSR - Tikhonov-Miller para Super-Resolução

Para fins de comparação, o valor do parâmetro  $\beta = 1$  será fixado e analisaremos novamente o caso com borramento de raio=2 e ruído com DP=16. O método Tikhonov-Miller introduz um termo regularizador, ponderado pelo parâmetro  $\alpha$ . Os efeitos da regularização podem ser acompanhados pela Tabela A.3 e Figura A.2. Note a comparação do efeito da regularização com o método VCSR (linha preta no gráfico A.2, que corresponde à linha verde no gráfico A.1), obtido quando o parâmetro  $\alpha = 0$ .

**Tabela A.3: Influência da escolha do parâmetro  $\alpha$  na evolução das iterações do método TMSR com  $\beta = 1$ .**

$\alpha$	conv	ISNR máximo		ISNR final
		iteração	valor	
<b>0.125</b>	117	10	0.6143	0.0733
<b>0.25</b>	73	10	0.7644	0.5429
<b>0.325</b>	63	11	0.8103	0.6775
<b>0.5</b>	775	13	0.8656	0.8254
<b>0.625</b>	n/c	9	0.8446	-106.3170



**Figura A.2: Influência da escolha do parâmetro  $\alpha$  na evolução das iterações do método TMSR com  $\beta = 1$ .**

Quanto maior o valor de  $\alpha$  menor a curva descendente que o gráfico faz após atingir seu ponto mais alto. Quando o valor de  $\alpha$  é alto demais, a regularização passa a prejudicar o resultado da imagem, como pode ser observado pela linha vermelha do gráfico A.2.

A escolha do melhor  $\alpha$  sempre dependerá do nível de degradação da imagem inicial, sendo o ruído preponderante sobre o borramento. Quando não há ruído, o melhor valor de  $\alpha$  cai, como pode ser visto no gráfico da Figura A.4, para borramento de raio=4 e sem ruído (DP=0).

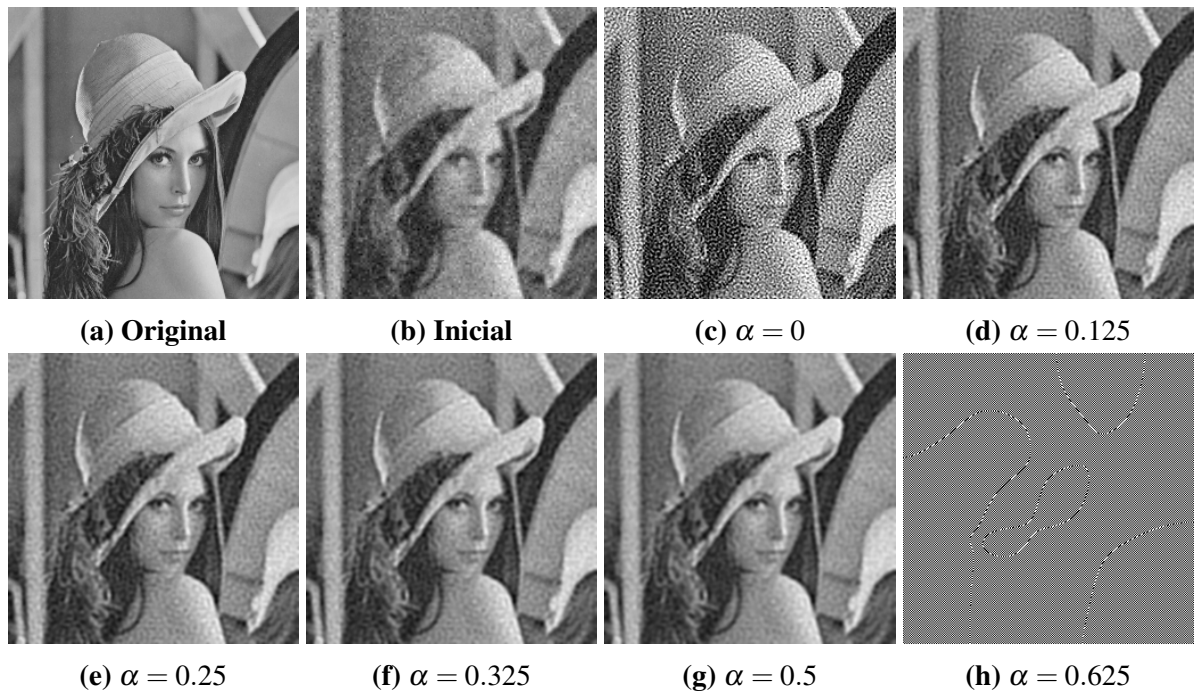


Figura A.3: Resultado do método TMSR para borramento com raio=2 e ruído com DP=16.

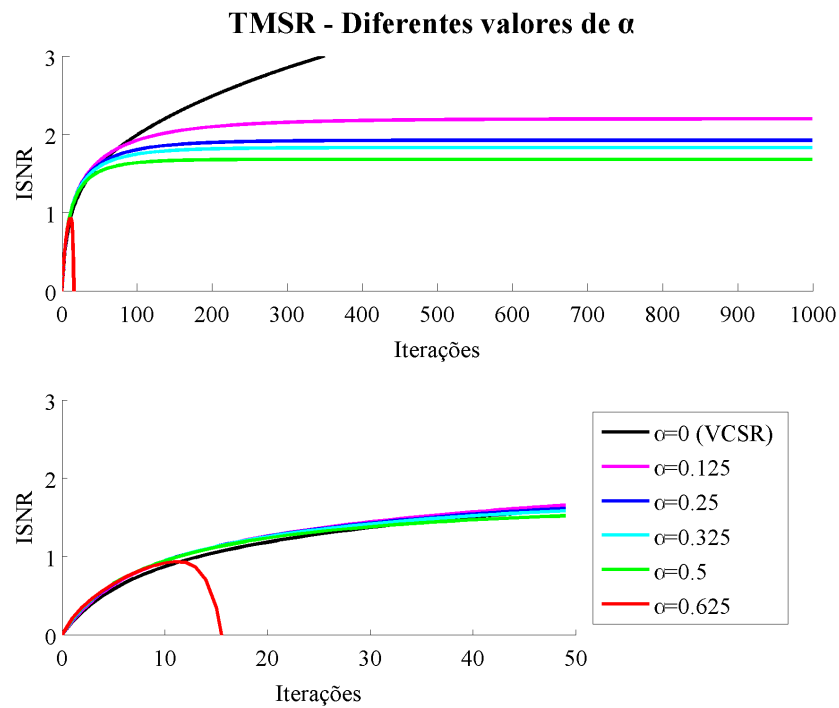


Figura A.4: Evolução ISNR nas iterações do método TMSR com variação  $\alpha$ , para imagem com borramento de  $r=4$  e sem ruído (DP=0).

### A.3 BOSR - Tikhonov-Miller com $\beta$ Otimizado para Super-Resolução

Este método calcula o parâmetro  $\beta$  dinamicamente durante as iterações. Os valores de  $\beta$  adaptativos levam a uma convergência mais rápida e além disso permitem a utilização de valores mais altos de  $\alpha$  propiciando uma maior regularização (vide Tabela A.4). Na Figura A.5 a linha preta corresponde à linha verde do método TMSR para fins de comparação.

Tabela A.4: Metodo TM com  $\beta$  Otimizado com variação de  $\alpha$ .

$\alpha$	conv	ISNR máximo		ISNR final
		iteração	valor	
<b>0.125</b>	24	3	0.6278	-0.1253
<b>0.25</b>	25	5	0.7676	0.5075
<b>0.325</b>	28	7	0.8111	0.6623
<b>0.5</b>	27	10	0.8651	0.8228
<b>0.625</b>	29	12	0.8803	0.8638

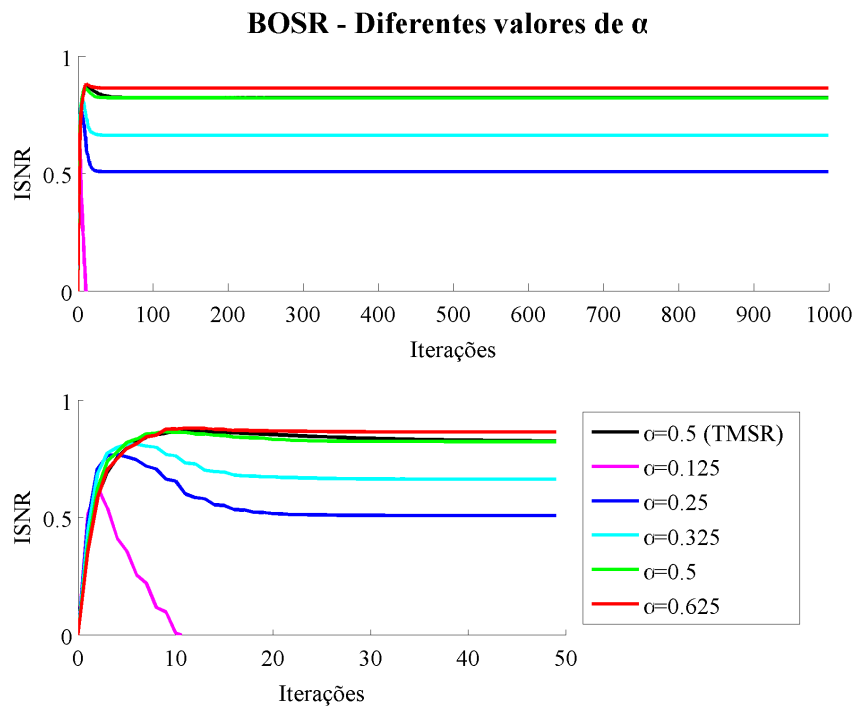


Figura A.5: Evolução do ISNR nas iterações do método BOSR com variação  $\alpha$ .

Na Figura A.6 é possível ver a evolução dos valores do  $\beta$  calculado a cada iteração.

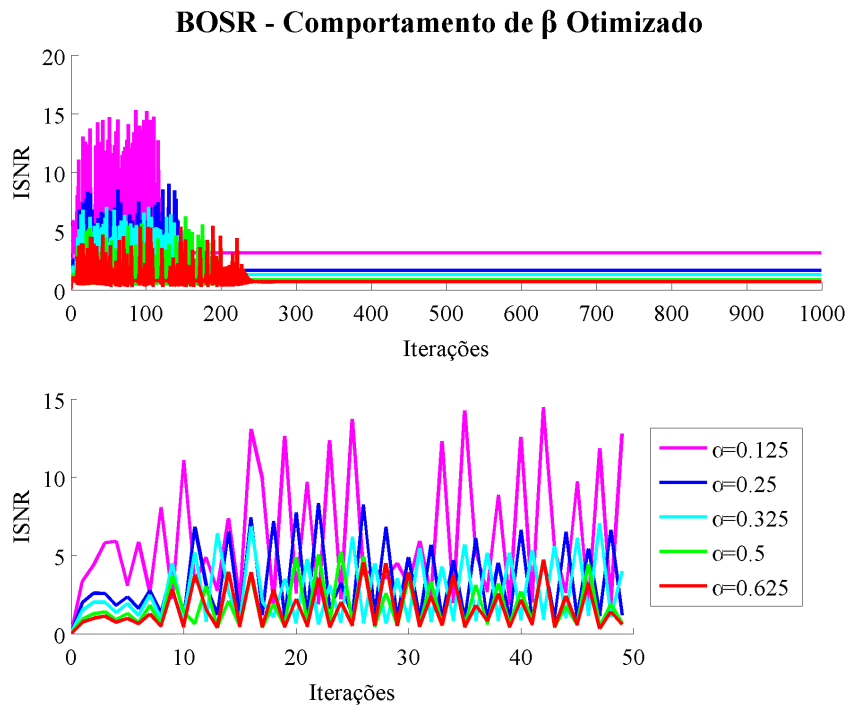


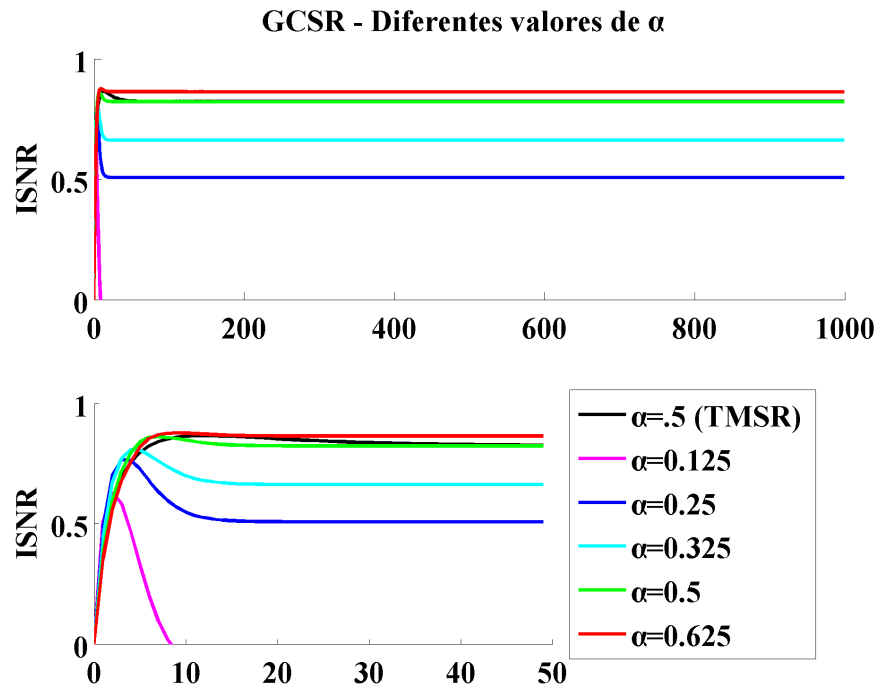
Figura A.6: Evolução do  $\beta$  nas iterações do método BOSR com variação  $\alpha$ .

## A.4 GCSR - Gradiente Conjugado para Super-Resolução

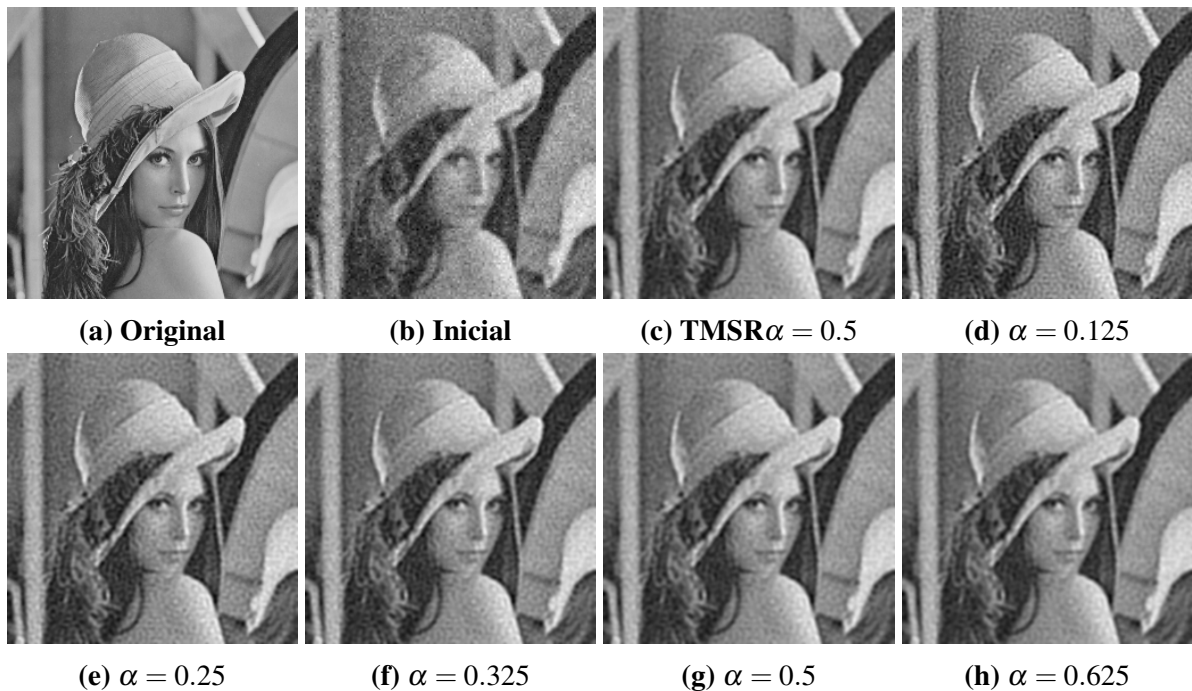
O método do Gradiente Conjugado para super-resolução atinge resultados similares ao BOSR, porém com uma convergência ainda mais rápida. É possível comparar a maior regularização proporcionada pelo método na Tabela A.5.

Tabela A.5: Método Gradiente Conjugado com variação de  $\alpha$ .

$\alpha$	conv	ISNR máximo		ISNR final
		iteração	valor	
<b>0.125</b>	20	3	0.6287	-0.1253
<b>0.25</b>	20	4	0.7645	0.5075
<b>0.325</b>	21	5	0.8065	0.6623
<b>0.5</b>	22	8	0.8613	0.8227
<b>0.625</b>	24	10	0.8765	0.8637



**Figura A.7:** Evolução do ISNR nas iterações do método GCSR com variação  $\alpha$ .



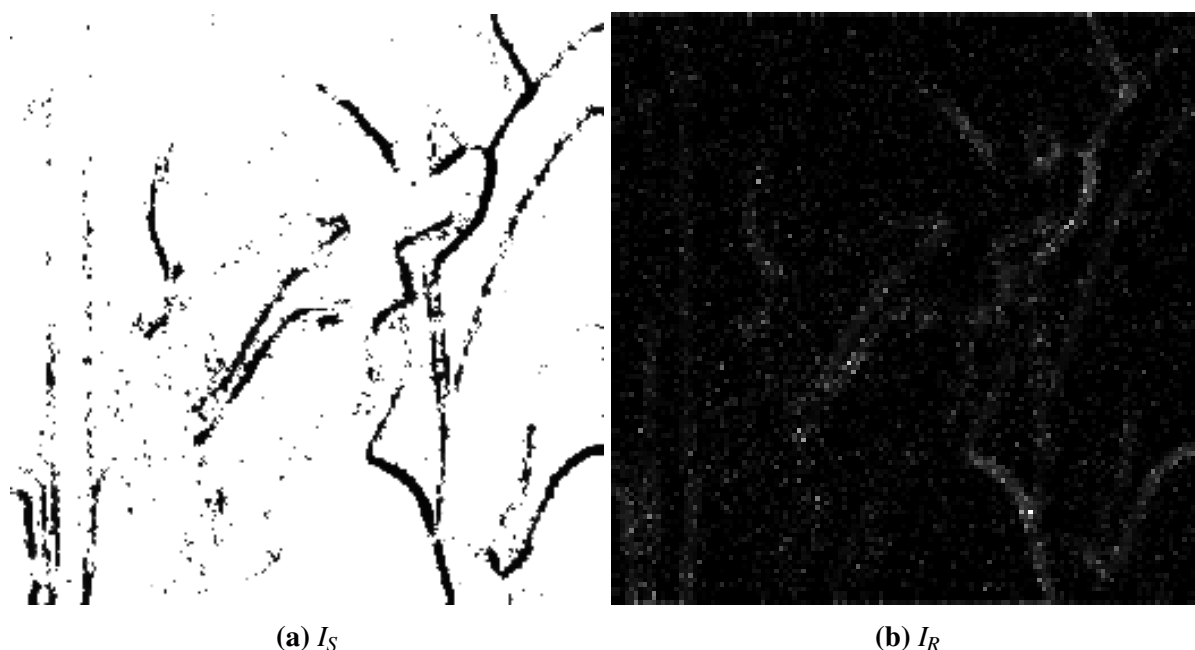
**Figura A.8:** Resultado do método GCSR variando  $\alpha$  para borramento com raio=2 e ruído com DP=16.

## A.5 Restrições Adaptativas

As restrições adaptativas trabalham em duas frentes: a matriz regularização  $I_R$  é aplicada na *deblurring* e  $I_S$  na regularização. Uma representação de como seria a máscara imposta das



matrizes de restrição adaptativas é mostrada na Figura A.9. Enquanto a matriz  $I_R$  aumenta o deblurring em áreas rugosas, a matriz  $I_S$  diminui a regularização nessas mesmas áreas.



**Figura A.9:** Representação da máscara imposta pelas matrizes de restrição adaptativa sobre a regularização do ruído ( $I_S$ ) e sobre o deblurring ( $I_R$ ).

### A.5.1 Restrições Adaptativas sob Ruído

Na presença de ruído (borramento de desfocalização com raio=2 e ruído com DP=16), a principal função das restrições adaptativas é diminuir a sua propagação.

#### A.5.1.1 TMSR e TMRASR

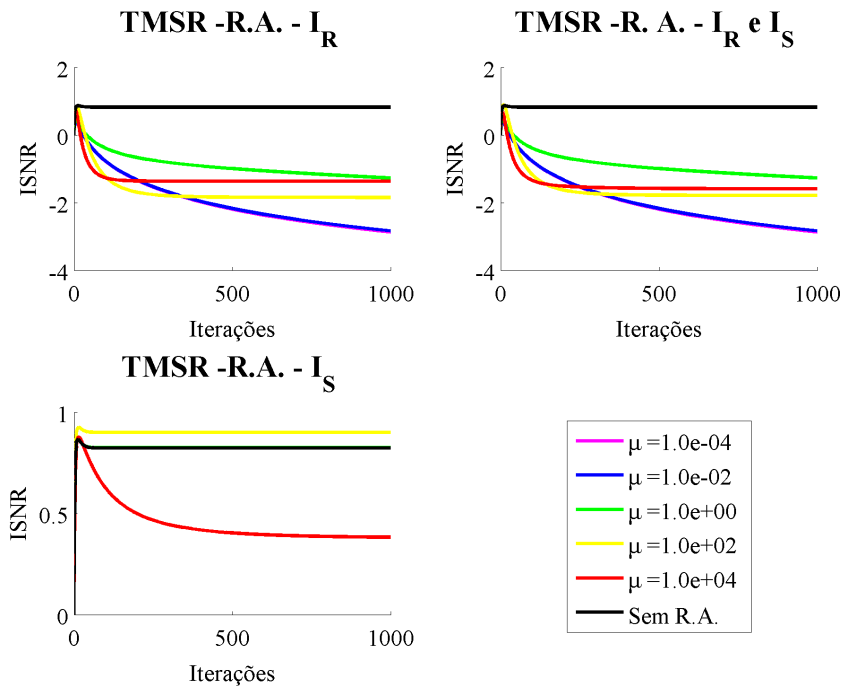
Segundo a seção A.2, com o melhor  $\alpha$  para este caso ( $\alpha = 0.5$ ), o resultado das restrições adaptativas pode ser visto na Tabela A.6 e na Figura A.10. A melhor opção é utilizar somente a restrição adaptativa da regularização  $I_S$ .

#### A.5.1.2 GCSR e GCRASR

Segundo a seção A.4, com melhor  $\alpha$  para este caso ( $\alpha = 0.625$ ), o resultado das restrições adaptativas pode ser visto na Tabela A.7 e na Figura A.16. A maior regularização sozinha obtém um resultado melhor do que as restrições adaptativas de  $I_S$  e  $I_R$ .

Tabela A.6: TMRASR - Imagem Ruidosa com  $\beta = 1$  e  $\alpha = 0.5$ .

R.A. para $\alpha = 0.5$	conv	ISNR máximo		ISNR final
		iteração	valor	
$I_R, \mu = 1.0e-04$	n/c	5	0.4441	-2.8747
$I_R, \mu = 1.0e-02$	n/c	5	0.4442	-2.8344
$I_R, \mu = 1.0e+00$	n/c	6	0.4617	-1.2730
$I_R, \mu = 1.0e+02$	776	9	0.8401	-1.8463
$I_R, \mu = 1.0e+04$	775	6	0.7230	-1.3687
$I_R$ e $I_S, \mu = 1.0e-04$	n/c	5	0.4441	-2.8747
$I_R$ e $I_S, \mu = 1.0e-02$	n/c	5	0.4442	-2.8344
$I_R$ e $I_S, \mu = 1.0e+00$	n/c	6	0.4623	-1.2719
$I_R$ e $I_S, \mu = 1.0e+02$	449	10	0.8913	-1.7862
$I_R$ e $I_S, \mu = 1.0e+04$	601	6	0.6736	-1.5939
$I_S, \mu = 1.0e-04$	775	13	0.8656	0.8227
$I_S, \mu = 1.0e-02$	773	13	0.8657	0.8228
$I_S, \mu = 1.0e+00$	634	13	0.8665	0.8238
$I_S, \mu = 1.0e+02$	384	15	0.9251	0.9003
$I_S, \mu = 1.0e+04$	596	16	0.8774	0.3820
Sem R.A.	775	13	0.8656	0.8227

Figura A.10: Evolução ISNR nas iterações do método TMRASR com variação de  $\mu$ , para imagem ruidosa (borramento com raio=2 e ruído com DP=16).



(a) Imagem original (b) Imagem Inicial (c)  $\alpha = 0.5$  sem R.A. (d)  $\alpha = 0.125 - \mu = 10^2$

Figura A.11: Resultado do método TMRASR para imagem ruidosa (borramento com raio=2 e ruído com DP=16).

Tabela A.7: Método GCSR para imagem ruidosa com  $\alpha = 0.625$ .

R.A. para $\alpha = 0.625$	conv	ISNR máximo		ISNR final
		iteração	valor	
$I_R \mu = 1.0e-04$	n/c	5	0.4506	-7.9962
$I_R \mu = 1.0e-02$	n/c	5	0.4508	-6.7707
$I_R \mu = 1.0e+00$	342	5	0.4641	-2.3537
$I_R \mu = 1.0e+02$	79	6	0.8123	-1.6657
$I_R \mu = 1.0e+04$	51	5	0.7427	-1.1300
$I_R$ e $I_S, \mu = 1.0e-04$	n/c	5	0.4506	-7.9962
$I_R$ e $I_S, \mu = 1.0e-02$	n/c	5	0.4508	-6.7707
$I_R$ e $I_S, \mu = 1.0e+00$	342	5	0.4641	-2.3537
$I_R$ e $I_S, \mu = 1.0e+02$	79	6	0.8123	-1.6657
$I_R$ e $I_S, \mu = 1.0e+04$	51	5	0.7427	-1.1300
$I_S \mu = 1.0e-04$	n/c	5	0.4506	-7.9962
$I_S \mu = 1.0e-02$	n/c	5	0.4508	-6.7707
$I_S \mu = 1.0e+00$	342	5	0.4641	-2.3537
$I_S \mu = 1.0e+02$	79	6	0.8123	-1.6657
$I_S \mu = 1.0e+04$	51	5	0.7427	-1.1300
<b>Sem R.A.</b>	24	10	0.8765	0.8637

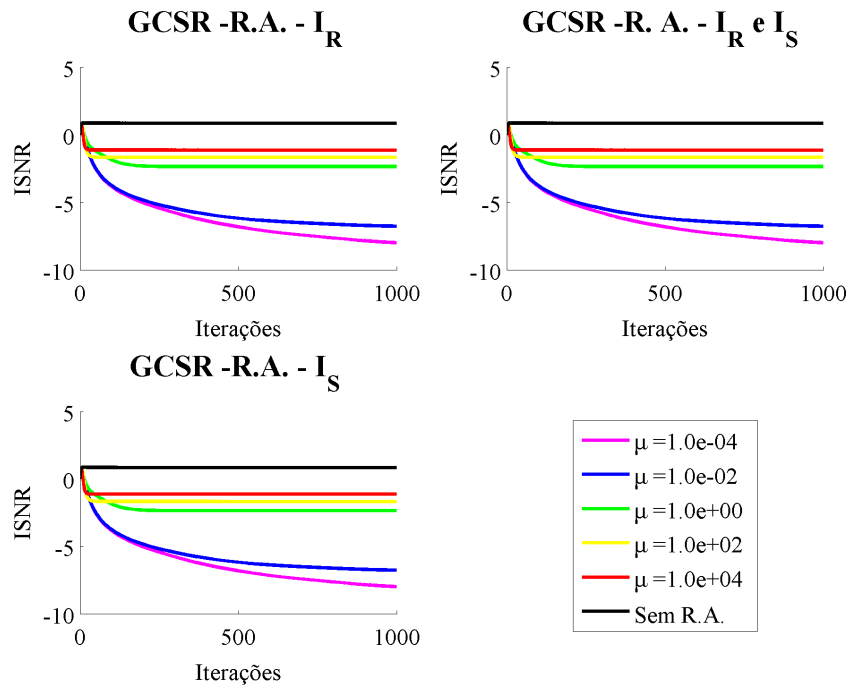


Figura A.12: Evolução do ISNR nas iterações do método GCRASR com variação de  $\mu$ , para imagem ruidosa (borramento com raio=2 e ruído com DP=16).



Figura A.13: Resultado do método TMRASR para borramento com raio=2 e ruído com DP=16.

## A.5.2 Restrições Adaptativas sob Borramento sem Ruído

Analisaremos agora um exemplo com borramento de desfocalização com raio=4 e sem ruído (DP=0). Quando não há ruído, os melhores resultados acontecem com escolhas de  $\alpha$  com valores mais baixos. Nessas condições o processo de *deblurring* ocasiona o surgimento do artefato de *ringing*, que pode ser descrito como um 'eco' das altas frequências (Figuras A.15 A.17). Neste caso as restrições adaptativas auxiliam na redução deste artefato.

### A.5.2.1 TMSR e TMRASR

Seguindo a escolha de  $\alpha = 0.125$  (seção A.2) e aplicando a regularização adaptativa no método TMSR, teremos os resultados mostrados na Tabela A.8, na Figura A.14 e nos resultados da Figura A.15.

Tabela A.8: Método Tikhonov Miller com variação do  $\beta$ .

R.A para $\alpha = 0.125$	conv	ISNR máximo		ISNR final
		iteração	valor	
$I_R\mu = 1.0e-04$	n/c	19	0.0583	-0.7507
$I_R\mu = 1.0e-02$	n/c	19	0.0585	-0.7430
$I_R\mu = 1.0e+00$	n/c	61	0.0840	-0.2186
$I_R\mu = 1.0e+02$	717	614	1.3719	1.3659
$I_R\mu = 1.0e+04$	353	1001	2.0902	2.0902
$I_R$ e $I_S, \mu = 1.0e-04$	n/c	19	0.0583	-0.7507
$I_R$ e $I_S, \mu = 1.0e-02$	n/c	19	0.0585	-0.7429
$I_R$ e $I_S, \mu = 1.0e+00$	n/c	61	0.0841	-0.2177
$I_R$ e $I_S, \mu = 1.0e+02$	707	774	1.4512	1.4494
$I_R$ e $I_S, \mu = 1.0e+04$	n/c	1001	3.4202	3.4197
$I_S\mu = 1.0e-04$	341	1001	2.1979	2.1979
$I_S\mu = 1.0e-02$	341	1001	2.1979	2.1979
$I_S\mu = 1.0e+00$	342	1001	2.1991	2.1991
$I_S\mu = 1.0e+02$	373	1001	2.3008	2.3008
$I_S\mu = 1.0e+04$	n/c	1001	3.5799	3.5795
<b>Sem R.A.</b>	341	1001	2.1979	2.1979

### A.5.2.2 GCSR e GCRASR

A melhor escolha para ausência de ruído no método GCSR também é  $\alpha = 0.125$ .

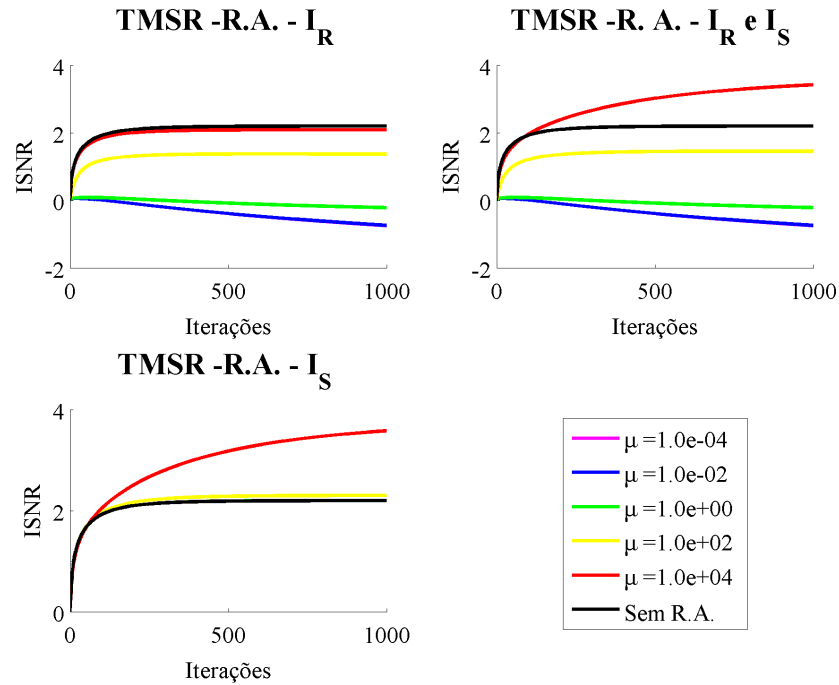
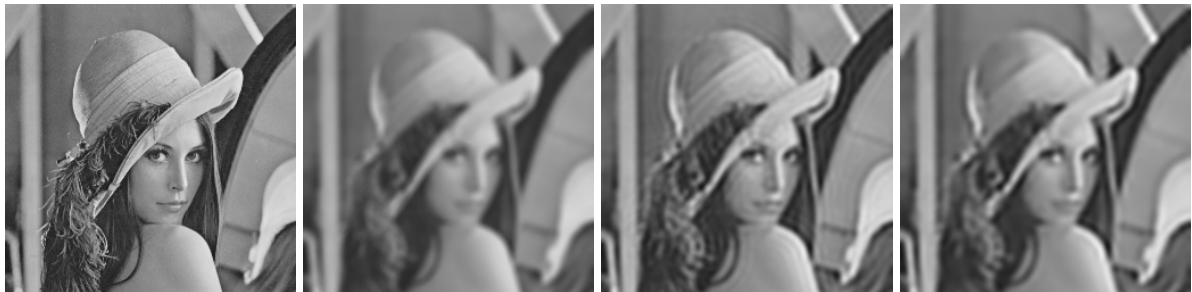


Figura A.14: Evolução do ISNR nas iterações do método TMRASR com variação  $\mu$ , para imagem com borramento (raio= 4) e sem ruído (DP=0).

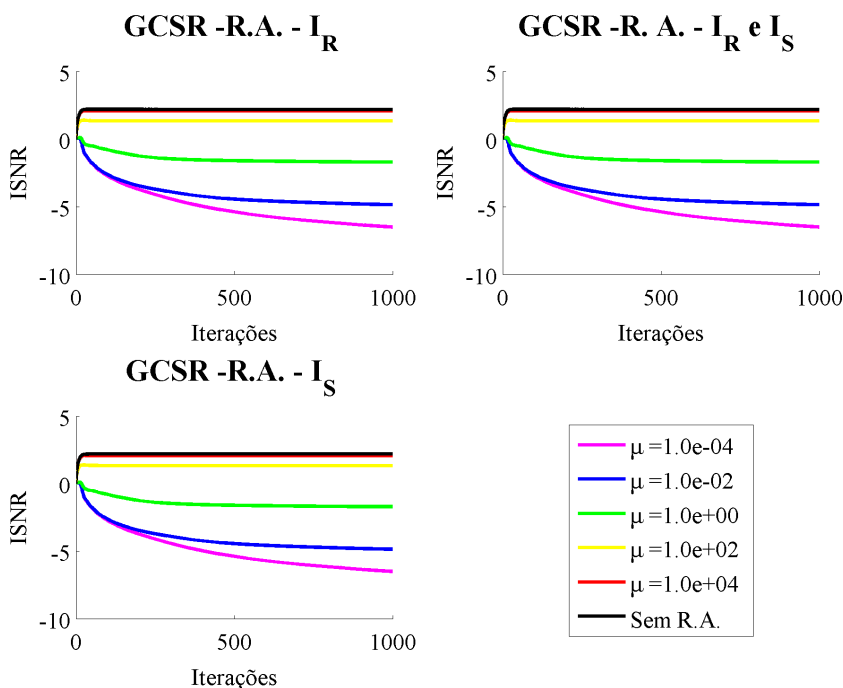


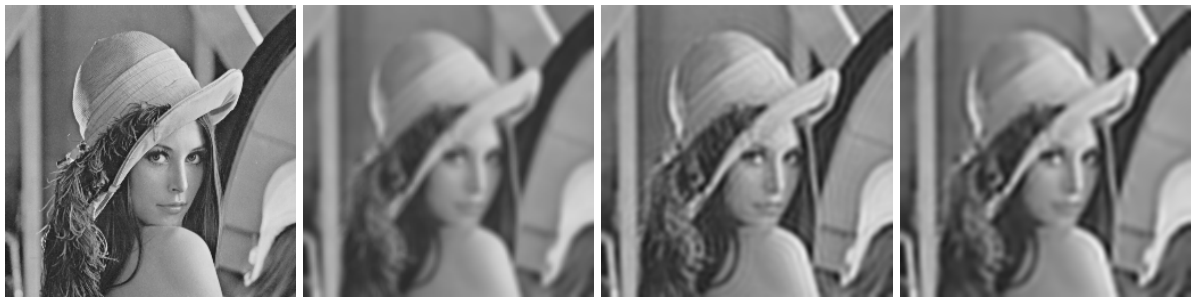
(a) Imagem original (b) Imagem Inicial (c)  $\alpha = 0.5$  sem R.A. (d)  $\alpha = 0.125 - \mu = 10^2$

Figura A.15: Resultado do método TMRASR para borramento com raio=4 e ruído com DP=0.

Tabela A.9: Método Tikhonov Miller com variação do  $\beta$ .

R.A. para $\alpha = 0.125$	conv	ISNR máximo		ISNR final
		iteração	valor	
$I_R, \mu = 1.0e-04$	n/c	5	0.4441	-2.8747
$I_R, \mu = 1.0e-02$	n/c	5	0.4442	-2.8344
$I_R, \mu = 1.0e+00$	n/c	6	0.4617	-1.2730
$I_R, \mu = 1.0e+02$	776	9	0.8401	-1.8463
$I_R, \mu = 1.0e+04$	775	6	0.7230	-1.3687
$I_R$ e $I_S, \mu = 1.0e-04$	n/c	5	0.4441	-2.8747
$I_R$ e $I_S, \mu = 1.0e-02$	n/c	5	0.4442	-2.8344
$I_R$ e $I_S, \mu = 1.0e+00$	n/c	6	0.4623	-1.2719
$I_R$ e $I_S, \mu = 1.0e+02$	449	10	0.8913	-1.7862
$I_R$ e $I_S, \mu = 1.0e+04$	601	6	0.6736	-1.5939
$I_S, \mu = 1.0e-04$	775	13	0.8656	0.8227
$I_S, \mu = 1.0e-02$	773	13	0.8657	0.8228
$I_S, \mu = 1.0e+00$	634	13	0.8665	0.8238
$I_S, \mu = 1.0e+02$	384	15	0.9251	0.9003
$I_S, \mu = 1.0e+04$	596	16	0.8774	0.3820
<b>Sem R.A.</b>	775	13	0.8656	0.8227

Figura A.16: Evolução do ISNR nas iterações do método GCRASR com variação  $\mu$ , para imagem com borramento (raio= 4) e sem ruído (DP=0).



(a) Imagem original    (b) Imagem Inicial    (c)  $\alpha = 0.5$  sem R.A.    (d)  $\alpha = 0.125 - \mu = 10^2$

**Figura A.17: Resultado do método GCRASR para borramento com raio=4 e ruído com DP=0.**



# Apêndice B

## MÉTRICAS DE ANÁLISE DE IMAGENS

---

---

Degradações são inerentes a todos os processos digitais de imagens. Imagens estão sujeitas a distorções durante sua aquisição, compressão, transmissão, processamento e reprodução. Para manter, controlar e melhorar a qualidade das imagens é importante identificar e quantificar tais degradações. Para atingir tal objetivo o desenvolvimento de um sistema de métricas de qualidade automático de imagens se faz necessário. Talvez, o mais simples, mais antigo e mais empregado método objetivo medida de qualidade seja o erro quadrático médio (MSE - Mean Squared Error) (WANG; BOVIK, 2006). Seja  $f = \{f_i | i = 1, 2, \dots, N\}$  e  $g = \{g_i | i = 1, 2, \dots, N\}$  as representações lexicográficas de duas imagens a serem comparadas, onde  $N$  é o número de amostras (pixels) e  $f_i$  e  $g_i$  as intensidades do  $i$ -ésimo pixel das imagens  $f$  e  $g$  respectivamente. O MSE pode ser definido como:

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (f_i - g_i)^2 \quad (\text{B.1})$$

Para testar objetivamente a performance de algoritmos de restauração, a melhoria do SNR (Signal-to-Noise Ratio) - ISNR é geralmente utilizado. Esta métrica dada a imagem restaurada na  $k$ -ésima iteração é dada por:

$$ISNR = 10 \log_{10} \frac{\|f - g\|^2}{\|f - f_k\|^2} \quad (\text{B.2})$$

Obviamente, esta técnica só pode ser utilizada em casos de simulação, quando a imagem original está disponível. Embora o MSE e o ISNR não reflitam sempre a melhor qualidade visual da imagem restaurada, eles fornecem um padrão objetivo para se comparar diferentes algoritmos de restauração.

A métrica SSIM (Structural SIMilarity) é baseada no sistema visual humano, que tem como característica ser bastante adaptado para extração de informações estruturais da cena visual. Dessa forma a medida SSIM deve fornecer uma boa aproximação para a qualidade perceptível da imagem. Sua implementação é especificamente formulada sob a perspectiva da formação da imagem. A luminância da imagem é estimada pela intensidade média  $\mu_f$ :

$$\mu_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i \quad (\text{B.3})$$

A função de comparação da luminância  $l[f, g]$  é então definida como uma função de  $\mu_f$  e  $\mu_g$ :

$$l[f, g] = \frac{2\mu_f\mu_g + C_1}{\mu_f^2 + \mu_g^2 + C_1}, \quad (\text{B.4})$$

onde a constante  $C_1$  é incluída para evitar a instabilidade quando  $\mu_f^2 + \mu_g^2$  é próximo de zero.

O contraste de cada *patch* da imagem é definido como o desvio padrão imparcial do *patch*:

$$\sigma_f^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (f_i - \mu_f)^2 \quad (\text{B.5})$$

A função de comparação do contraste  $c[f, g]$  tem uma formula similar à comparação da luminância, e é definida como função de  $\sigma_f$  e  $\sigma_g$ :

$$c[f, g] = \frac{2\sigma_f\sigma_g + C_2}{\sigma_f^2 + \sigma_g^2 + C_2}, \quad (\text{B.6})$$

onde  $C_2$  é uma constante não negativa.

Num terceiro passo, a imagem é normalizada pelo seu próprio desvio padrão, para que as imagens comparadas tenham um desvio padrão unitário. A comparação estrutural  $s[f, g]$  é calculada sobre estes sinais normalizados:

$$s[f, g] = \frac{2\sigma_{fg} + C_3}{\sigma_f\sigma_g + C_3}, \quad (\text{B.7})$$

onde a covariância entre  $f$  e  $g$  é estimada como:

$$\sigma_{fg} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (f_i - \mu_f)(g_i - \mu_g). \quad (\text{B.8})$$

Finalmente, o índice SSIM entre as imagens  $f$  e  $g$  é definido como:

$$SSIM[f, g] = l[f, g]^\alpha \cdot c[f, g]^\beta \cdot s[f, g]^\gamma, \quad (\text{B.9})$$

onde  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  são parâmetros para ajustar a importância relativa entre os três componentes.

No caso específico dos processos de *pansharpening*, o índice ERGAS (relative dimensionless global error in synthesis), proposto por (WALD, 2002) tem sido bastante utilizado (STATHAKI, 2008). Este índice oferece uma indicação global da qualidade do produto da fusão, e é dado por:

$$ERGAS = 100 \frac{d_h}{d_l} \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \left( \frac{\sqrt{MSE(l)}}{\mu(l)} \right)^2}, \quad (\text{B.10})$$

onde  $d_h/d_l$  é a razão entre os tamanhos de pixel das imagens pancromática e multispectrais e  $(l)$  diz respeito à  $l$ -ésima banda analisada.