



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

Abordagens para o Problema Integrado de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes da Produção de Bebidas

Deisemara Ferreira

Tese de doutorado



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

Abordagens para o Problema Integrado de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes da Produção de Bebidas

Deisemara Ferreira

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de São Carlos como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Dr. Reinaldo Morabito

Co-orientador(a): Prof. Dra. Socorro Rangel

Agência Financiadora: FAPESP

UFSCAR - São Carlos/SP

Dezembro/2006

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da
Biblioteca Comunitária/UFSCar**

F383ap

Ferreira, Deisemara.

Abordagens para o problema integrado de dimensionamento e sequenciamento de lotes da produção de bebidas / Deisemara Ferreira. -- São Carlos : UFSCar, 2007.

247 f.

Tese (Doutorado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2007.

1. Programação da produção. 2. Sequenciamento da produção. 3. Bebidas. 4. Programação interia mista. 5. Modelos de otimização. I. Título.

CDD: 658.53 (20^a)

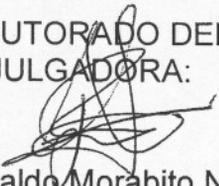


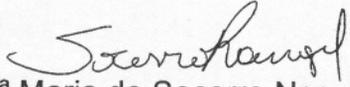
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
Rod. Washington Luís, Km. 235 - CEP. 13565-905 - São Carlos - SP - Brasil
Fone/Fax: (016) 3351-8236 / 3351-8237 / 3351-8238 (ramal: 232)
Email : ppgep@dep.ufscar.br

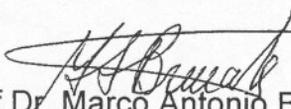
FOLHA DE APROVAÇÃO

Aluno(a): Deisemara Ferreira

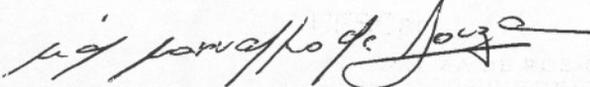
TESE DE DOUTORADO DEFENDIDA E APROVADA EM 13/12/2006 PELA
COMISSÃO JULGADORA:

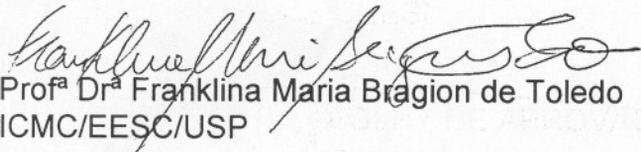

Prof. Dr. Reinaldo Morabito Neto
Orientador(a) PPGE/UFSCar

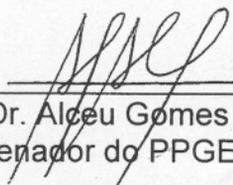

Prof.ª Dr.ª Maria do Socorro Nogueira Rangel
Co-orientadora-IBILCE/UNESP


Prof. Dr. Marco Antonio Brinatti
PNV/EPUSP


Prof. Dr. Paulo Morelato França
DENSIS/UNICAMP


Prof. Dr. Cid Carvalho de Souza
IC/UNICAMP


Prof.ª Dr.ª Franklina Maria Bragion de Toledo
ICMC/EESC/USP


Prof. Dr. Alceu Gomes Alves Filho
Coordenador do PPGE/UFSCAR

À Deus.

Aos meu pais, José de Paula e Maria Ilda.

Ao meus avós, José Fernandes e Zulmira.

E às minhas irmãs Rosimara e Fernanda.

Agradecimentos

Ao meu orientador, Prof. Reinaldo Morabito, agradeço por toda orientação, atenção, incentivo e confiança dispostas a mim e ao trabalho.

À minha co-orientadora, Prof^a Socorro Rangel, pela orientação, dedicação, incentivo e amizade.

À minha família, meu maior tesouro, pelo incansável apoio em todos os momentos.

Aos meus fiéis amigos Carlos e Juliana, e ao meu estimado primo Rodrigo, presentes em todos os desafios da minha vida.

À empresa de bebidas Ipiranga, e a Fábrica C, pela colaboração, especialmente aos funcionários envolvidos que sempre estiveram a disposição para quaisquer esclarecimentos.

À UNESP-SJRP onde foi desenvolvida parte dos trabalhos.

À todos aqueles, professores, funcionários e amigos da UFSCAR e da UNESP-SJRP que de alguma forma contribuíram para a elaboração deste trabalho.

À Claudio Fabiano Motta Toledo pela disponibilização dos dados.

À Fapesp pelo apoio financeiro.

Sumário

1	Introdução	12
1.1	Objetivo e Justificativa	16
1.2	Organização do Trabalho	18
2	Produção de Bebidas	20
2.1	Histórico	20
2.2	Panorama Nacional	21
2.3	Processo de produção de bebidas	25
2.3.1	Fábrica A	29
2.3.2	Fábrica B	30
2.3.3	Fábrica C	31
3	Revisão bibliográfica	33
3.1	Modelos de Dimensionamento de Lotes	34
3.2	Modelos Integrados de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes	43
3.3	Métodos de Solução	53
3.3.1	Método de Planos de Corte	54
3.3.2	Métodos Heurísticos	64
3.4	Ferramentas Computacionais	69
3.4.1	Pacotes de Otimização	70
3.4.2	Linguagens de Modelagem	71
4	Proposta de Modelos para a Produção de Bebidas	72
4.1	Modelo Dois Estágios Multi Máquinas - (DEMM)	73
4.2	Modelo Dois Estágios Mono Máquina - (DEMMaq)	86
4.2.1	Estratégia de Desagregação - (ED)	88
4.3	Modelo Mono Estágio Multi Máquinas - (MEMM)	90
4.3.1	Estratégia de Factibilização	92
4.4	Exemplos Ilustrativos	94
4.4.1	Teste 1 - Capacidades das linhas e tanques folgadas	95

4.4.2	Teste 2 - Capacidades das linhas folgadas e capacidades dos tanques restrita	100
4.4.3	Teste 3 - Capacidades das linhas restritas e capacidades dos tanques folgadas	103
4.5	Comparação do modelo DEMM com Modelos da literatura	107
4.6	Particularidades das Fábricas A e C	114
4.6.1	Fábrica A	114
4.6.2	Fábrica C	115
5	Métodos de Solução	116
5.1	Heurísticas <i>Relax and Fix</i>	116
5.2	Inequações Válidas	123
5.2.1	Inequações Tipo Cobertura	124
5.2.2	Inequações de Acoplamento	129
6	Estudo Computacional	132
6.1	Estudo Computacional Caso Multi Máquinas - Fábrica A	133
6.1.1	Estudos iniciais dos modelos	135
6.1.2	Experimentos com outros parâmetros do CPLEX	137
6.1.3	Outra Alternativa para solução do modelo	140
6.1.4	Aplicação das Inequações de Acoplamento na solução do exemplar da Fábrica A	141
6.1.5	Solução do exemplar da Fábrica A pelas estratégias <i>Relax and Fix</i> . . .	143
6.2	Soluções das estratégias <i>relax and fix</i> em diferentes cenários baseados no exemplar da Fábrica A	150
6.2.1	Modelo Dois Estágios Multi Máquinas - DEMM	151
6.2.2	Modelo Estratégia de Desagregação - DEMMaq	158
6.2.3	Modelo Mono estágio Multi Máquinas - MEMM	164
6.3	Outros exemplares dos Modelos DEMM, DEMMaq e MEMM	170
6.4	Estudo Computacional Caso Mono Máquina - Fábrica C	173
6.4.1	Estudos iniciais do modelo MEMM para Fábrica C	175
6.5	Estudo computacional com um modelo da literatura	179

7	Conclusões e Perspectivas Futuras	186
7.1	Conclusões	186
7.2	Perspectiva para pesquisa futura	189
		194
	Anexos	205
A	- Modelo PIDLPP	205
B	- Dados utilizados nos exemplares ilustrativos	215
C	- Código do modelo DEMM na linguagem de modelagem AMPL	219
D	- Dados da Fábrica A	223
E	- Tabelas da Etapa II da solução do modelo DEMM com dados da Fábrica A	230
F	- Tabelas da Etapa II da solução do modelo DEMMaq com dados da Fábrica A	233
G	- Tabelas da Etapa I da solução do modelo MEMM com dados da Fábrica A	236
H	- Estudos Preliminares com Planos de Corte do CPLEX - modelos Não Sincronizados	239

Lista de Figuras

2.1	Volume de vendas de bebidas - 1986 a 2005.	23
2.2	Representação da distribuição dos tanques nas linhas.	26
2.3	Etapas do processo de produção de refrigerantes.	27
3.1	Classificação de modelos matemáticos	34
3.2	Definição dos sub-períodos	47
3.3	Custos de <i>set up</i> que não satisfazem a desigualdade triangular.	48
4.1	Representação do Modelo Dois Estágios Multi Máquinas	74
4.2	Programação Não Sincronizada da Produção	80
4.3	Programação Sincronizada da Produção	80
4.4	Representação do Modelo Dois Estágios Mono Máquina	86
4.5	Representação do uso do Modelo Dois Estágios Mono Máquina	89
4.6	Programação dos xaropes fornecida pelo modelo DEMM Teste 1.	97
4.7	Programação da Produção fornecida pelo Modelo DEMM Teste 1.	98
4.8	Programação da Produção fornecida pelo Modelo DEMMaq Teste 1.	98
4.9	Programação da Produção fornecida pelo Modelo MEMM - Fase I Teste 1.	99
4.10	Programação da Produção fornecida pelo Modelo MEMM - Fase II Teste 1.	99
4.11	Programação da Produção fornecida pelo Modelo DEMM Teste 2.	101
4.12	Programação da Produção fornecida pelo Modelo DEMMaq Teste 2.	101
4.13	Programação da Produção fornecida pelo Modelo MEMM - Fase I Teste 2.	102
4.14	Programação da Produção fornecida pelo Modelo MEMM - Fase II Teste 2.	102
4.15	Programação da Produção fornecida pelo Modelo DEMM Teste 3.	104
4.16	Programação da Produção fornecida pelo Modelo DEMMaq Teste 3.	104
4.17	Programação da Produção fornecida pelo Modelo MEMM - Fase I Teste 3.	105
4.18	Programação da Produção fornecida pelo Modelo MEMM - Fase II Teste 3.	105
5.19	Representação em blocos do Modelo DEMM.	116
5.20	Inicialização: relaxação linear do modelo DEMM.	117
5.21	Primeira iteração da heurística <i>relax and fix</i> usando partição por período.	118
5.22	Iteração t da heurística <i>relax and fix</i> usando partição por período.	118
6.1	Programação da produção da linha 1 - Fábrica A.	135

6.2	Programação da produção da linha 2 - Fábrica A.	135
6.3	Programação da produção da linha 1 estratégia G2.1/TESTE2	148
6.4	Programação da produção da linha 2 estratégia G2.1/TESTE2.	148
6.5	Programação da produção da linha 1 estratégia G2.1/TESTE2 sem atraso.	150
6.6	Programação da produção da linha 2 estratégia G2.1/TESTE2 sem atraso.	150
6.7	Programação da Produção da linha - Fábrica C.	174
6.8	Programação da Produção da Fábrica C estratégia DHcpx.	176
6.9	Programação da produção da Fábrica C estratégia G2.1/TESTE2.	176
6.10	Programação da produção da Fábrica C estratégia G2.1/TESTE2 sem atraso.	178
6.11	Programação da Produção fornecida pelo modelo PIDLPP.	182
6.12	Programação da Produção fornecida pelo modelo DEMM.	183

Lista de Tabelas

2.1	Volume de vendas de refrigerantes desde 1986 a 2006. Fonte: ABIR	22
2.2	Volume de vendas de bebidas por região - 1986 a 2004	24
3.1	Agrupamento das restrições do modelo PIDLPP pelo seu significado	53
4.1	Dimensões do Exemplar 1	94
4.2	Solução dos modelos com o exemplar 1	95
4.3	Solução dos modelos para o Exemplar 2	100
4.4	Solução dos modelos com o exemplar 3	103
4.5	Custos dos modelos DEMM e PIDLPP	107
4.6	Outros dados de entrada dos modelos DEMM e PIDLPP	108
4.7	Variáveis dos modelos DEMM e PIDLPP	110
4.8	Diferenças e semelhanças entre as restrições de envase dos modelos DEMM e PIDLPP	111
4.9	Diferenças e semelhanças entre as restrições da xaroparia dos modelos DEMM e PIDLPP	112
4.10	Restrições de ligação entre os estágios de Envase e Xaroparia, modelos DEMM e PIDLPP	113
5.11	Estratégias <i>relax and fix</i> para modelo DEMM.	120
5.12	Estratégias <i>relax and fix</i> para modelo DEMMaq.	122
5.13	Estratégias <i>relax and fix</i> para modelos MEMM	123
6.1	Valor dos custos de estoque, atraso, troca e custo total obtidos pela Fábrica A.	134
6.2	Dimensão do Exemplar da Fábrica A.	136
6.3	Valor dos custos de estoque e atraso da melhor solução inteira do exemplar da Fábrica A.	136
6.4	Valor dos custos de troca, valor de Z e o <i>gap</i> da melhor solução inteira do exemplar da Fábrica A.	137
6.5	Estratégias testadas na solução dos modelos DEMM, DEMMaq e MEMM.	138
6.6	Variações dos parâmetros CPLEX Modelo DEMM exemplar Fábrica A.	138
6.7	Variações dos parâmetros CPLEX Modelo DEMMaq exemplar Fábrica A.	139
6.8	Variações dos parâmetros CPLEX Modelo MEMM exemplar Fábrica A.	139
6.9	Soluções do exemplar da Fábrica A sem atrasos - DEMMaq.	140
6.10	Soluções Modelo DEMM para exemplar da Fábrica A.	144
6.11	Soluções Modelo DEMMaq para exemplar da Fábrica A.	145

6.12	Soluções Modelo MEMM para exemplar da Fábrica A.	146
6.13	Melhores soluções dos modelos em relação à solução da Fábrica.	147
6.14	Soluções das melhores estratégias sem atraso - exemplar Fábrica A.	149
6.15	Soluções do Modelo DEMM - TESTE 1 - Etapa I	152
6.16	Soluções do Modelo DEMM - TESTE 2 - Etapa I	154
6.17	Soluções Modelo DEMM - TESTE 3 - Etapa I	156
6.18	Resumo das melhores soluções dos testes para o modelo DEMM Etapas I e II .	157
6.19	Resumo das médias dos três testes no modelo DEMM	157
6.20	Soluções do Modelo DEMMaq - TESTE 1 - Etapa I	158
6.21	Soluções do Modelo DEMMaq - TESTE 2 - Etapa I	159
6.22	Soluções do Modelo DEMMaq - TESTE 3 - Etapa I	161
6.23	Resumo das melhores soluções dos três testes para o modelo DEMMaq Fases I e II	162
6.24	Resumo das médias dos três testes no modelo DEMMaq	163
6.25	Soluções Modelo MEMM - TESTE 1 - Etapa II	164
6.26	Soluções Modelo MEMM - TESTE 2 - Etapa II	165
6.27	Soluções Modelo MEMM - TESTE 3 - Etapa II	166
6.28	Resumo das melhores soluções dos três testes para o modelo MEMM Fases I e II	167
6.29	Resumo das médias dos três testes no modelo MEMM	167
6.30	Melhores soluções dos três Modelos em cada exemplar	168
6.31	Valor dos custos de estoque e atraso da melhor solução inteira	171
6.32	Tempo total de produção das linhas M1 e M2 no modelo DEMMaq.	172
6.33	Custos da Programação da Fábrica C.	174
6.34	Custos da Programação da Estratégias Dcpx e DHcpx.	175
6.35	Custos da Programação das Estratégias Dcpx e DHcpx sem atraso.	177
6.36	Dimensão dos modelos no conjunto de exemplares 1.	180
6.37	Dimensão dos modelos no conjunto de exemplares 2.	181
6.38	Dimensão dos modelos no conjunto de exemplares 3.	181
6.39	Custos obtidos pelos modelos DEMM e PIDLPP na solução de um exemplar pequeno.	181
6.40	Soluções de 10 exemplares de dimensões pequenas.	183
E.1	Soluções Modelo DEMM - TESTE 1 - Etapa II	230

E.2	Soluções Modelo DEMM - TESTE 2 - Etapa II	231
E.3	Soluções Modelo DEMM - TESTE 3 - Etapa II	232
F.1	Soluções Modelo DEMMaq - TESTE 1 - Etapa II	233
F.2	Soluções Modelo DEMMaq - TESTE 2 - Etapa II	234
F.3	Soluções Modelo DEMMaq - TESTE 3 - Etapa II	235
G.1	Soluções Modelo MEMM - TESTE 1	236
G.2	Soluções Modelo MEMM - TESTE 2 - Etapa I	237
G.3	Soluções Modelo MEMM - TESTE 3 - Etapa I	238
H.1	Número de Itens	239
H.2	Número de Variáveis e Restrições dos Exemplares	240
H.3	Intervalos para geração de dados Exemplares Maiores	240
H.4	Estratégias utilizadas na solução dos exemplares	241
H.5	Resultado Modelo Dois Estágios Multi Máquinas-Fábrica A	242
H.6	Resultado Mono Estágio Multi Máquinas - Fábrica A	243
H.7	Intervalos para geração de dados Exemplares Menores	245
H.8	Resultado Modelo Dois Estágios Mono Máquinas-Fábrica C	246
H.9	Resultado Modelo Mono Estágio Multi Máquinas -Fábrica C	247

Lista de Símbolos e Abreviaturas

ABIR	Associação Brasileira das Indústrias de Refrigerantes e de Bebidas Não Alcoólicas
PET	Polietileno Tereftalato - Tipo de plástico usado em garrafas
INMETRO	Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial www.inmetro.gov.br
Ambev	Companhia de Bebidas da América
NEIT	Núcleo de Economia Industrial e da Tecnologia
ml	mililitros - Unidade de medida
l	litros - Unidade de medida
AMPL	<i>A Modeling Language for Mathematical Programming</i>

RESUMO

O objeto deste trabalho é o problema integrado de dimensionamento de lotes e sequenciamento da produção de bebidas, tais como refrigerantes, sucos, chás, águas, etc. Tal problema consiste em decidir os tamanhos dos lotes de produção de cada bebida e qual a sequência de produção de cada lote em cada período, de maneira a satisfazer a demanda e minimizar os custos de estoque, atraso e trocas. Os tempos de limpeza das máquinas neste tipo de produção são dependentes do sequenciamento, o que dificulta a programação da produção. Este é um problema capacitado, multi-item, multi-máquinas, com tempos e custos de troca dependentes da sequência. Na presente tese são propostos três modelos de otimização inteira mista e diferentes abordagens de solução para tratar o problema. Os modelos são baseados em estudos de caso realizados nos processos industriais de fábricas de bebidas de pequeno, médio e grande porte. As abordagens aplicam, entre outras, heurísticas do tipo *relax and fix*, e o método *Branch and Cut* para resolver os modelos. Uma linguagem de modelagem e um *software* específico de resolução são utilizados. Os resultados foram satisfatórios e mostram que as abordagens são capazes de produzir soluções melhores que as soluções das empresas.

PALAVRAS-CHAVE: Dimensionamento de Lotes, Sequenciamento da Produção, Otimização Inteira Mista, Produção de Bebidas.

ABSTRACT

The object of this study is the integrated problem of lot sizing and scheduling of the soft drink production. Such problem consists of deciding how much to produce of each drink and in each period and in which sequence, in order to satisfy the demand and to minimize the costs of storage, backlogging and changeover. The set up times of the machines are sequence-dependent, consequently the production scheduling is complex. The problem is capacitated, multi-item, with changeover times and costs dependent of the sequence. In this study we propose three mixed integer optimization models and solution approaches to solve the problem. The models are based in cases studies of a large soft drink facility, and a small facility. We developed relax and fix heuristics to solve de models. The results show that the proposed strategies are competitive when we compare with solutions of the facilities.

KEY-WORDS: Lot sizing, Scheduling, Mixed Integer Problems, Soft Drink Production.

1 Introdução

Atualmente o Brasil possui mais de 800 fábricas de bebidas que suprem um mercado consumidor de mais de 12 bilhões de litros de bebida por ano, o dobro do volume consumido há dez anos (ABIR, 2005). Este volume é o terceiro maior do mundo, ficando abaixo apenas dos EUA e México. Nestas fábricas, além de refrigerantes, é comum também a produção de sucos, chás, águas, etc. Neste setor industrial, o Planejamento e Controle da Produção (PCP) exerce um papel fundamental para o bom desempenho da empresa, pois o número de produtos fabricados e a sazonalidade destes produtos é alta, e cabe ao PCP administrar os recursos disponíveis para que o processo de produção tenha qualidade e consiga atender seus clientes nos prazos e a custos razoáveis.

A estrutura hierárquica de um sistema de PCP pode ser dividida em três níveis distintos de planejamento: estratégico, tático e operacional (Anthony, 1965), (Nahmias, 1995). O planejamento estratégico está relacionado ao mais alto nível de tomada de decisões, onde são definidos os objetivos globais da empresa e as políticas adequadas para atingi-los. Neste nível, as decisões devem avaliar os riscos de sucesso ou fracasso de mudanças em horizontes de planejamento de longo prazo. Como exemplo de decisões de planejamento estratégico, estão as decisões de localização de novas fábricas, aquisição de grandes equipamentos, desenvolvimento de novos produtos, etc.

O planejamento tático é responsável pela utilização eficiente dos recursos disponíveis a fim de cumprir os objetivos determinados no planejamento estratégico. Seu objetivo principal é a efetiva alocação de recursos para satisfazer a demanda, levando em conta os custos envolvidos. As decisões deste nível se tornam mais difíceis quando o processo de produção envolve múltiplos estágios, muitos produtos, demandas sazonais, etc. Nesta etapa a tomada de decisões agrega muitas informações, e tem um horizonte de planejamento de médio prazo.

No planejamento operacional as informações dos níveis mais altos são desagregadas, as decisões do dia-a-dia são definidas tendo como função executar os planos definidos anteriormente, ou seja, é detalhada a programação da produção. Atividades como sequenciar pedidos nos centros de trabalho, administrar estoques, fazer controle de qualidade, entre outras, são atividades típicas do planejamento operacional.

Este trabalho trata das decisões de dimensionamento de lotes e programação da pro-

dução em indústrias de bebidas, em particular refrigerantes, que são decisões de nível tático-operacional. Esta programação envolve o preparo de xaropes em tanques e a produção de bebidas em linhas, e estes dois estágios da produção são dependentes um do outro. São propostos modelos matemáticos para auxiliar no processo de tomadas de decisões da programação da produção.

Para se produzir a bebida, antes do envase, é necessário que o xarope, que define o sabor da bebida, seja preparado em tanques especiais, e seja enviado para o proporcionador da linha de envase. O proporcionador adiciona xarope à água carbonada, e forma então a bebida que será mandada para a parte da linha que enche os vasilhames. Antes de receberem a bebida, os vasilhames passam por um enxague, depois são enchidos, fechados, rotulados, empacotados e estão prontos para serem levados para o estoque.

A cada troca na produção de bebidas é necessário uma limpeza da linha e/ou ajustes da linha em relação ao tamanho dos vasilhames. O tempo de preparo da linha para a produção é dependente da seqüência de produção. Além das linhas, o tanque também passa por uma limpeza antes de outro xarope ser preparado, e o tempo desta limpeza também é dependente da seqüência de produção. Por exemplo, o tempo de limpeza entre a produção de uma bebida normal e uma bebida *diet* é bem maior do que o tempo de limpeza na seqüência inversa, isto é, a produção de uma bebida *diet* seguida da produção de uma bebida normal. Além disto, é necessário que exista uma sincronia entre o preparo de xarope no tanque e o envase de bebida na linha. O xarope não pode ser enviado à linha se esta não estiver preparada, e a linha não pode começar a envasar a bebida se o xarope não estiver pronto.

A programação da produção deve definir quanto, quando e em que ordem (seqüência) cada produto será produzido em um horizonte de planejamento finito. Em problemas onde os tempos de troca são dependentes da seqüência, normalmente, a decisão de quando o lote será produzido na programação fica definida apenas pelas decisões de sequenciamento, como no caso da produção de bebidas. Por esta razão, nesta tese, é utilizado também o termo sequenciamento para significar esta decisão da programação da produção. Durante a programação deve ser levada em consideração a capacidade das linhas de envase, capacidade dos tanques, tempos e/ou custos de troca de produtos nas linhas e nos tanques, e custos de estoques e de atrasos, para que a demanda seja atendida nos prazos e com o menor custo possível. Sendo assim, os modelos propostos pretendem responder as questões de quanto, quando e em que seqüência os

xaropes devem ser preparados nos tanques e as bebidas devem ser produzidas nas linhas, de forma a minimizar custos. Os custos considerados nos modelos são basicamente custos de estoques, custos de atraso, custos de trocas de xaropes nos tanques, custos de trocas de produtos nas linhas, e custos de horas extras.

Na prática, o dimensionamento e o sequenciamento dos lotes de produção normalmente são feitos em duas etapas, em uma etapa são definidos os tamanhos dos lotes e na outra etapa é definida a seqüência da produção destes lotes. Na literatura encontramos muitos trabalhos que examinam a questão do dimensionamento dos lotes (Karimi *et al.*, 2003), do sequenciamento da produção (Baker, 1974; Pinedo, 1995) e também a integração do dimensionamento e sequenciamento da produção (Drexel e Kimms, 1997). Os modelos matemáticos que integram o dimensionamento e o sequenciamento dos lotes pretendem responder: Quanto, quando e em que seqüência produzir cada item de forma a minimizar custos, tais como custos de estoque, atrasos e preparação? Se forem consideradas várias máquinas devemos ainda determinar quais itens serão produzidos em cada máquina. A incorporação do sequenciamento da produção em modelos de dimensionamento de lotes tem sido objeto de estudo de diversos autores, como Fleishmann e Meyr (1997), Drexel e Kimms (1997), Meyr (2000). Vários modelos foram formulados representando diferentes tipos de situações que envolvem o dimensionamento e o sequenciamento da produção.

Fleishmann (1990) elabora um modelo matemático para tratar do dimensionamento e do sequenciamento de lotes onde os períodos de tempo são menores: dias, turnos, horas. Em cada período pode ser produzido no máximo um lote. Assim, sabe-se exatamente o que e quanto será produzido em cada período. A restrição de capacidade é do tipo tudo-ou-nada, isto é, se houver produção em um período toda a capacidade é utilizada. Este modelo é conhecido como *Discrete lot-sizing and scheduling problem* (DLSP).

Em um outro modelo, *Continuous setup lotsizing scheduling problem* (CLSP), a restrição tudo-ou-nada é relaxada permitindo o uso parcial da capacidade de produção (Drexel e Kimms, 1997). O modelo PLSP, *Proportional lot sizing and scheduling problem* (Drexel e Hase, 1995), também permite a utilização de parte da capacidade. Neste modelo é permitida, além da utilização parcial da capacidade, sua utilização na produção de um segundo item dentro de um mesmo período. Assim podem ocorrer até dois preparos dentro de um período.

Fleishmann e Meyr (1997) apresentam o modelo GLSP (*General Lot-sizing and Sche-*

duling Problem), onde os períodos são maiores (macro períodos): meses, semanas, e são divididos em períodos menores (sub-períodos ou número de preparos do período): dias, turnos, horas. As variáveis de preparo e produção vão indicar a produção e a troca de itens em cada sub-período. O número de sub-períodos de cada período é definido pelo usuário, e em cada sub-período pode haver a produção de no máximo um item.

Podem ser citados Toso (2003), Luche (2003), Araújo (2003), Ferreira (2002) e Toledo (2005) como exemplos de dissertações e teses que tratam de situações de empresas brasileiras, onde a questão do dimensionamento e sequenciamento dos lotes é importante, e foram representadas por modelos que integram o dimensionamento e sequenciamento dos lotes. Toso (2003), Toso e Morabito (2005) e Toso *et al.* (2006a) modelam e propõem abordagens de solução para o problema da programação da produção de ração animal numa fábrica do interior de São Paulo. As rações são compostas, entre outros elementos, por produtos químicos, como remédios e vitaminas específicos para cada tipo de animal. A contaminação de um tipo de ração por algum componente químico de outro tipo de ração pode ser prejudicial ou até fatal para o animal que a consumir. Por outro lado, existem algumas famílias de produtos que tem a propriedade de remover da linha de produção resíduos de outros produtos sem que se tornem prejudiciais para os animais. Sendo assim, os tempos de preparação de ração animal são dependentes da seqüência de produção. Luche (2003) e Luche e Morabito (2005) tratam de um problema de produção de grãos eletrofundidos numa fábrica do interior de São Paulo. Neste tipo de processo de produção a obtenção do produto final é dependente de uma seqüência de peneiras vibratórias que possuem diferentes tamanhos de furos. Além da seqüência de peneiras é necessário também programar os fornos, britadeiras e as moendas que fazem parte da produção dos materiais. Em Araújo (2003) e Araújo *et al.* (2000, 2004, 2006) é tratado um problema de sequenciamento de ligas de metal em fornos para produção de diferentes tipos de peças numa fundição no interior de São Paulo. O processo de fundição consiste basicamente em fabricar moldes, preparar e fundir metais, vaziar o metal dentro dos moldes e, após a solidificação, retirar as peças dos moldes para dar os acabamentos finais. Assim, a programação da produção envolve a determinação da seqüência de ligas que devem ser produzidas nos fornos e a quantidade de cada item a ser produzido em cada máquina de moldagem.

Outros estudos de caso de sistemas de produção que envolvem o dimensionamento e/ou o sequenciamento dos lotes aparecem na produção de bebidas; Ferreira (2002), Rangel

e Ferreira (2003), Gutiérrez e Pizzolato (2004), Toledo (2005), Toledo *et al.* (2006a, 2006b), Kimms *et al.* (2006). Em Ferreira (2002) e Rangel e Ferreira (2003) é proposto um modelo de otimização linear inteiro misto para tratar o problema do dimensionamento de lotes da produção de bebidas. O modelo considera uma linha de envase e restrições da xaroparia. Gutiérrez e Pizzolato (2004) consideram um problema mais simplificado do que o que está sendo abordado no presente texto. As taxas de produção e demandas são consideradas constantes nos períodos, o problema é resolvido para uma única máquina, os tempos de *set up* são médias dos tempos dependentes da seqüência, atrasos não são permitidos e o setor de xaroparia não é considerado. Os únicos trabalhos encontrados na literatura que tratam do mesmo problema estudado nesta tese, dimensionamento e sequenciamento de lotes em várias máquinas com sincronia entre os estágios de produção, são os trabalhos de Toledo (2005), Toledo *et al.* (2006a, 2006b). Estes trabalhos propõem um modelo de otimização linear inteira mista, e um Algoritmo Genético para resolver o problema.

1.1 Objetivo e Justificativa

O objetivo desta tese é propor modelos de otimização para apoiar decisões de planejamento de nível tático-operacional, especificamente as decisões de dimensionamento de lotes e programação da produção em indústrias de bebidas. Pretende-se mostrar que estes modelos podem ser efetivos para apoiar as decisões envolvidas em situações reais. Os modelos são resolvidos por meio do método *Branch and Cut* implementado em *softwares*, e heurísticas do tipo *relax and fix*. Um estudo do uso de inequações válidas específicas e que não estão incluídas nos *softwares* usados, também é realizado.

O enfoque na modelagem é dado ao desenvolvimento de modelos que consideram de forma integrada o dimensionamento e o sequenciamento dos lotes e tempos e custos de preparo de máquinas. Os modelos propostos são baseados em situações reais de três fábricas de bebidas, uma de grande porte (Fábrica A), uma de médio porte (fábrica B) e uma de pequeno porte (Fábrica C) .

Nestas empresas visitadas, constatou-se que ainda não há sistemas computacionais de apoio a decisão efetivos disponíveis, incluindo todos os fatores que influenciam a programação da produção. Na Fábrica A existe um *software* que auxilia a programação da produção, mas o programador da produção, em geral, modifica o resultado fornecido pelo *software* para adequá-

lo à realidade da fábrica. Nas fábricas B e C os programadores da produção estabelecem o programa de produção manualmente, e esta tarefa é considerada difícil pelo grande número de critérios e restrições que devem ser considerados. Toda vez que uma máquina quebra, ou surgem outros imprevistos tais como, pedidos urgentes, a programação da produção é refeita.

Uma justificativa para este trabalho é colaborar para o desenvolvimento de sistemas de apoio a decisão para o dimensionamento de lotes e a programação da produção no setor de bebidas, em particular refrigerantes, e para outros processos de produção onde os tempos e os custos de preparo são dependentes do sequenciamento da produção. Os modelos podem colaborar na redução de custos e tempos de preparo, agilizar e sistematizar a programação da produção e permitir simulações com diferentes conjuntos de dados (previsões de demandas, limitações de capacidade, número variado de máquinas), permitindo assim que o programador avalie diferentes cenários, o que pode ter um efeito importante na empresa, principalmente em empresas de pequeno e de médio porte. Pretende-se contribuir para o enriquecimento do estado-da-arte da literatura sobre o assunto. Convém salientar que foram encontrados poucos trabalhos na literatura tratando deste problema aplicado ao setor de bebidas.

Três modelos baseados em programação matemática são propostos. Os dois primeiros modelos consideram os casos em que os sequenciamentos das linhas e dos tanques são importantes e por isto, incluem restrições e variáveis que controlam os tempos e custos de trocas de bebidas nas linhas e nos tanques. Um destes modelos, o Modelo Dois Estágios Multi Máquinas (DEMM), considera vários itens, períodos, e máquinas, e supõe que cada máquina possui um tanque dedicado a ela. O segundo modelo, Modelo Dois Estágios Uma Máquina (DEMMaq), é um caso particular do Modelo Dois Estágios Multi Máquinas, onde apenas uma máquina e um tanque são considerados. Para resolver o caso multi máquinas, a distribuição da demanda para cada máquina (ou seja, para cada Modelo Dois Estágios Uma Máquina) é feita por um modelo linear que desconsidera tempos e custos de preparo e troca de itens. O terceiro modelo, Modelo Mono Estágio Multi Máquinas (MEMM), assim como o Modelo Dois Estágios Multi Máquinas, considera vários itens, períodos e máquinas, no entanto, são considerados apenas os tempos e custos de troca de produtos nas linhas. A xaroparia nunca é o gargalo da produção, e sua programação é feita *a posteriori*, em função da programação das linhas. O desenvolvimento destes modelos foi inspirado nos problemas encontrados nos estudos de caso das Fábricas A, B e C.

Os modelos são resolvidos por meio de métodos *Branch and Cut*, usando o *software* de otimização CPLEX, e heurísticas, em particular heurísticas *relax and fix*. A leitura de exemplares de modelos por sistemas de otimização, como CPLEX e XPRESS, exigem formatos específicos. Para facilitar a geração dos exemplares no formato exigido, é utilizado um sistema algébrico de modelagem do tipo AMPL, GAMS, MPL, etc. Além de gerar exemplares do modelo em vários formatos, estes sistemas facilitam a interface entre o modelo e o usuário, e permitem uma documentação do mesmo.

A validação destes modelos e métodos de solução é feita usando dados reais coletados nas Fábricas A e C, e comparando-se as soluções dos modelos com os programas de produção utilizados pelas fábricas. Conforme mencionado, pretende-se mostrar que estas abordagens são efetivas para apoiar as decisões envolvidas nas situações reais. Além disto, a modelagem proposta é comparada com modelos da literatura.

1.2 Organização do Trabalho

Este trabalho está organizado da seguinte maneira. No capítulo 2 é descrito resumidamente o processo de produção de bebidas, e as dificuldades do dimensionamento de lotes e da programação da produção deste tipo de processo.

No capítulo 3, é feita uma breve revisão bibliográfica de modelos de programação inteira mista que integram o dimensionamento de lotes ao sequenciamento da produção, de trabalhos que utilizam métodos como Planos de Corte e *Branch and Bound* e heurísticas, como a heurística *relax and fix*, na solução de problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes. São discutidos também trabalhos que estudam a programação da produção de bebidas.

No capítulo 4 são propostos e discutidos os três modelos de programação matemática mencionados acima, que integram o dimensionamento e o sequenciamento dos lotes para a produção de bebidas. Um exemplar ilustrativo é resolvido para exemplificar as diferenças entre as modelagens propostas. São descritas também particularidades das fábricas de bebidas, em particular da Fábrica C, de pequeno porte, e da Fábrica A, de grande porte, que devem ser consideradas na solução do problema.

No capítulo 5 são propostos métodos de solução para os modelos desenvolvidos no capítulo 4. Os métodos envolvem três classes de inequações válidas desenvolvidas a partir dos modelos, e variações de heurísticas do tipo *relax and fix*.

O capítulo 6 apresenta estudos computacionais aplicando os métodos de solução em exemplares dos modelos propostos. Estes estudos tem o objetivo de avaliar o desempenho dos métodos na solução dos modelos, em exemplares reais, bem como adequação dos modelos ao problema. Neste capítulo são apresentados também, testes computacionais com exemplares da literatura. No último capítulo, capítulo 7, são apresentadas as conclusões e propostos trabalhos interessantes para pesquisas futuras.

2 Produção de Bebidas

2.1 Histórico

Uma das bebidas mais consumidas no mundo atualmente é o refrigerante. Ela começou a surgir em 1772 quando o inglês Joseph Priestley, doutor em química, descobriu como adicionar artificialmente o gás carbônico à água natural. Surgiu então a *soda water*. O sucesso da bebida despertou o interesse dos farmacêuticos da época que aumentaram as pesquisas no sentido de colocar mais sabor na bebida, adicionando ervas e extratos de frutas, e aumentar suas propriedades medicinais, pois na época, o refrigerante também era conhecido por seus poderes medicinais. Assim, nasceu de fato o refrigerante. No entanto, a primeira indústria de bebidas com marca registrada apareceu apenas em 1871 nos Estados Unidos, com a marca Lemon's Superior Sparkling Ginger Aleã (ABIR, 2004).

A receita da *Coca-Cola*, uma das mais famosas e bem guardadas do mundo, nasceu em 1886 nos Estados Unidos, em Atlanta. O farmacêutico americano John Sith Pemberton fez uma variação do "Vin Mariani" (bebida inventada por Angelo Mariani, composto de vinho e xarope de cocaína), substituindo o vinho por solução de noz-de-cola africana, que é de onde vem a cafeína. Pouco tempo depois do nascimento da Coca-Cola, em 1893, o farmacêutico Caled Bradham inventa a "*Brad's Drink*", com o intuito de suavizar o mal estar causado pelo desequilíbrio do ácido péptico no estômago. Cinco anos depois esta bebida se torna a *Pepsi Cola*.

Desde então, tem aumentado substancialmente o número de indústrias de bebidas, a variedade de sabores, tamanhos, embalagens e tecnologias para a fabricação destas bebidas que hoje, em função das transformações das fórmulas, não possuem mais as propriedades medicinais de antes.

Milhares de empresas de bebidas espalham-se pelo mundo todo. No Brasil atualmente temos mais de 800 fábricas que se dedicam à este tipo de produção (Lafis, 2003). Aproximadamente 30 % do mercado é composto por fábricas regionais que produzem refrigerantes conhecidos por tubaínas, 51,5% pela Coca Cola, e 17,3% pela Ambev.

Uma curiosidade é que, a tubaína é marca registrada da empresa Ferraspari, de Jundiá, e se tornou popular graças aos concorrentes que, ainda nas décadas de 40 e 50, pediram

autorização ao proprietário da marca para utilizarem o sufixo do nome em seus produtos. Com isso, surgiram a Taubaína, a Itubaína e algumas outras. “Tubaína é o sabor de uma bebida, semelhante ao tutti-frutti. No passado, deixamos que empresas maiores utilizassem esta denominação porque promoveria, indiretamente, o nosso produto”, explica o gerente comercial da Ferráspari (Recall, 2002). Este nome foi criado pelo italiano Pedro Pattini e utilizado para batizar inicialmente as balas fabricadas por ele no início de sua atividade empresarial no Brasil. Na década de 40, quando passou a produzir refrigerantes, estes herdaram o nome.

2.2 Panorama Nacional

O Brasil vem sendo um dos principais mercados do mundo em termos de produção e consumo de bebidas. Em função do seu clima quente, da sua grande população e dos hábitos dessa população, destacam-se, principalmente, o mercado de refrigerantes, cervejas, sucos e, água.

Hoje a indústria brasileira de bebidas, com vendas de refrigerantes superiores à 12 bilhões de litros (2005), é a terceira maior do mundo, ficando abaixo somente dos EUA e do México. De janeiro a abril de 2006, a produção superou 4 bilhões de litros de refrigerantes. A distribuição desta produção se dá por cerca de 1 milhão de pontos de venda, como bares, estabelecimentos de auto-serviço, e lojas tradicionais (Lafis, 2003). Existem mais de 700 fábricas de bebidas espalhadas pelo país, que geram mais de 60 mil empregos diretos e 520 mil indiretos, para a produção de 3.500 diferentes marcas (ABIR, 2005).

Dados da Associação Brasileira da Indústria de Refrigerantes e Bebidas Não Alcoólicas - (ABIR) mostram que o consumo de bebida tem aumentado. A Tabela 2.1 e o Gráfico 2.1 apresentam o volume de vendas de refrigerantes 1986 à 2006. A Tabela 2.1 apresenta também as porcentagem das variações de vendas de um ano para outro.

Tabela 2.1: Volume de vendas de refrigerantes desde 1986 a 2006. Fonte: ABIR

Ano	Litros (em Mil)	%
1986	4.895.835	
1987	5.305.593	8,37
1988	5.095.788	-3,95
1989	5.800.108	13,82
1990	5.769.264	-0,53
1991	5.978.175	3,62
1992	5.147.758	-13,89
1993	5.615.803	9,09
1994	6.440.397	14,68
1995	9.146.041	42,01
1996	9.861.493	7,82
1997	10.574.528	7,23
1998	11.029.351	4,30
1999	11.052.303	0,21
2000	11.516.598	4,20
2001	11.585.868	0,60
2002	11.968.630	3,30
2003	11.571.945	-3,31
2004	12.208.950	5,50
2005	12.442.058	1,75
2006*	9.531.798	

* Consumo relativo aos meses janeiro a setembro de 2006 (1,47% maior do que o mesmo período em 2005).

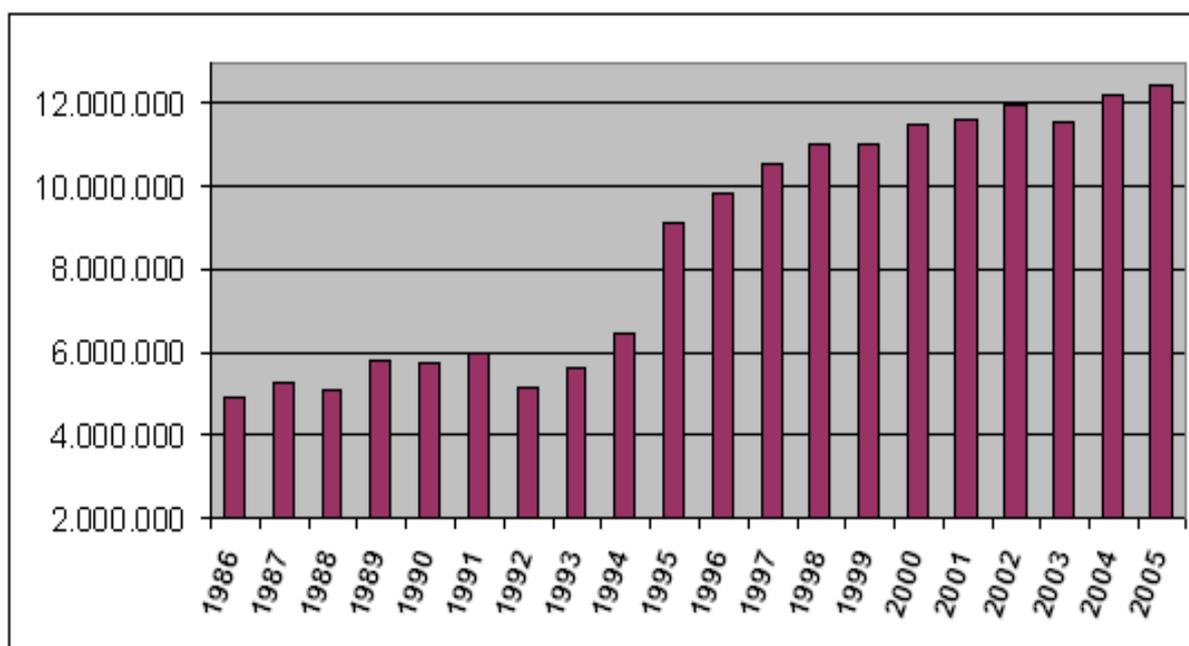


Figura 2.1: Volume de vendas de bebidas - 1986 a 2005.

Segundo a ABIR, no primeiro bimestre de 2006, o setor de bebidas registrou a produção recorde de 2,48 bilhões de litros de refrigerantes, um aumento de 4,75% comparado ao primeiro bimestre de 2005. Esse resultado, o melhor dos últimos cinco anos, foi superior à previsão do final do ano de 2005, que era de 3% a 4%. Relata-se ainda que as expectativas para os próximos anos são de aumento da produção do setor (ABIR, 2006a).

Pode-se perceber pela Tabela 2.1 que houve um aumento expressivo no consumo no ano de 1995, em relação aos anos anteriores. O volume de vendas da indústria de bebidas e bebidas não alcoólicas teve este crescimento em função da implantação do Plano Real em 1994, que possibilitou o aumento do poder aquisitivo do brasileiro, que passou a ter então um novo comportamento de compra (ABIR, 2004).

Outro fator importante que favoreceu o aumento do consumo de bebidas foi a criação da embalagem de plástico descartável PET (Polietileno Tereftalato), que hoje corresponde a aproximadamente 80% das vendas, das quais 70% são de PET 2 litros. A embalagem PET dispensa a logística reversa de recolhimento dos vasilhames, o que facilitou a comercialização e ajudou a criar novos pontos de consumo, como postos de gasolina, por exemplo. Ela facilitou o consumo residencial, na medida em que os consumidores não têm mais que investir, transportar e armazenar o vasilhame de vidro, além de potencializar o consumo, pois o consumo não é mais

limitado pelo número de vasilhames que os consumidores possuem. Como a nova sistemática de engarrafamento não exige alto investimento do fabricante em vasilhames, pois a garrafa plástica permite um repasse imediato do seu custo, embutido no preço final do produto (Gama, 2004), foi possível diversificar as embalagens existentes. Assim, e principalmente por não exigir recolhimento e higienização dos usados, nem altos investimentos, esta embalagem foi um convite para a abertura de novas fábricas de bebidas, principalmente as fábricas regionais, produtoras dos refrigerantes populares conhecidos como tubaínas. Comercializada a preços menores, as tubaínas conquistaram os consumidores de menor poder aquisitivo e colaboraram para o aumento no consumo de bebidas desde 1994 (Neit, 2004).

Hoje, as fábricas regionais competem em preço e qualidade com grandes indústrias de bebidas. Boa parte das tubaínas, são envasadas com tecnologia de ponta e grandes redes de varejo como, Wal-Mart e Makro, possuem refrigerantes com suas marcas, mas engarrafados por fábricas regionais (Recall, 2002).

O mercado de refrigerantes populares detém cerca de 30% de participação do mercado nacional. A Tabela 2.2 exemplifica a participação dos refrigerantes regionais nas vendas do período de 1996 a 2004. As vendas das tubaínas estão concentradas nos supermercados. Estima-se que são produzidas em mais de 100 fábricas regionais e distribuídas em uma área relativamente restrita (cidades do interior e periferia de capitais).

Tabela 2.2: Volume de vendas de bebidas por região - 1986 a 2004

Ano	Nacionais	Regionais
1996	82,0	18,0
1997	76,6	23,4
1998	70,3	29,7
1999	66,9	33,1
2000	66,9	33,1
2001	66,9	33,1
2002	67,0	33,0
2003	66,7	33,3
2004	68,8	31,2

Apesar do aumento das vendas, o consumo per capita no Brasil hoje continua relativamente pequeno se comparado com países da Europa, mesmo apresentando clima mais quente e mais propício para a ingestão da bebida. Enquanto um brasileiro consome 65 litros de refri-

gerante por ano, portugueses e espanhóis consomem 84 e 109 litros, respectivamente (ABIR, 2005). Isso demonstra um potencial para crescimento.

Este potencial para crescimento, o aumento do consumo, o crescimento do número de itens produzidos pelas fábricas, a concorrência e as exigências do mercado, aumentaram a preocupação das empresas em melhorar seus processos produtivos, tanto do ponto de vista de tecnologia com a aquisição de novas máquinas, quanto do ponto de vista da gerência da produção, que deve administrar todos os setores envolvidos direta ou indiretamente na produção, como setor financeiro, administrativo, e o planejamento e controle da produção.

Em algumas empresas, *softwares* tem auxiliado a programação da produção das fábricas, determinando rapidamente o plano de produção em um horizonte de planejamento definido pelo gerente de produção, e ligando este setor a outros da fábrica, tornando a troca de informações mais automatizada.

Na próxima seção é descrito o processo de produção de bebidas, onde é possível perceber que a programação da produção utiliza várias informações como demanda de produtos, capacidade disponível, insumos necessários, tempos de preparo das linhas de produção, entre outros.

2.3 Processo de produção de bebidas

O processo de produção de bebidas é composto por tratamento de água, preparo dos xaropes, envase e empacotamento. Todos os tipos de refrigerantes, e outras bebidas como chás, sucos, e água, passam por estas etapas. E em termos dos aspectos fundamentais, a produção de todos os produtos é similar e de alto volume.

Os insumos necessários para a produção são: xaropes de diversos sabores, vasilhames, tampas, rótulos variados e água gaseificada. O tratamento de água consiste na passagem da água através de filtros que retêm suas impurezas.

O preparo do xarope possui duas etapas. Na primeira os ingredientes são pesados e previamente misturados em máquinas chamadas de *premix*. As quantidades a serem misturadas são denominadas *kits*. Dependendo do sabor, um *kit* é capaz de produzir uma determinada quantidade de bebida pronta. Após esta etapa de *premix*, o composto é enviado para os tanques de preparo, onde é adicionada a proporção de açúcar líquido da bebida, ou adoçante para os sabores *diet*. Esta mistura é agitada por hélices que tornam o xarope uma mistura homogênea.

Para que este composto seja bem misturado pelas hélices, é necessária uma quantidade mínima de xarope no tanque, suficiente para cobrir as hélices. Depois de pronto, o xarope é analisado pelo laboratório da fábrica e enviado para as linhas de produção através de tubulações próprias. Um tanque pode abastecer simultaneamente várias linhas de produção, conforme ilustrado na Figura 2.2, mas uma linha recebe xarope de apenas um tanque por vez. Em geral os tanques podem preparar qualquer sabor de xarope, mas na prática é comum as fábricas dedicarem alguns tanques só para o preparo dos sabores *light* e *diet*.

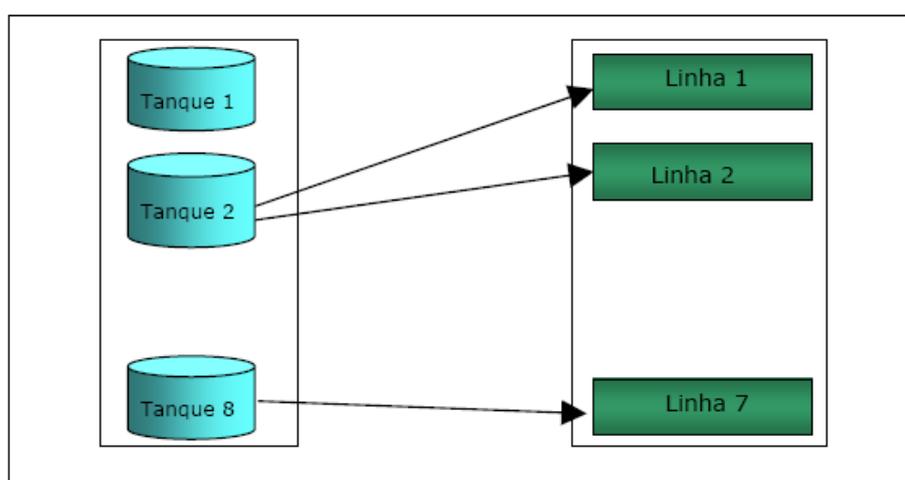


Figura 2.2: Representação da distribuição dos tanques nas linhas.

Toda vez que há necessidade de produção de um xarope, um tempo de preparo é consumido. Se o xarope for do mesmo sabor que o anterior, o tanque passa por um enxágue rápido e o próximo xarope é preparado, passando pelo processo descrito acima. Se o xarope for de sabor diferente do xarope preparado anteriormente, o tanque passa por uma limpeza mais detalhada, o que consome mais tempo. Assim, toda vez que um xarope é produzido, há um tempo de preparo a ser considerado.

A etapa de envase da bebida é feita por linhas de produção. Nelas, os vasilhames entram através de uma esteira rolante e passam por diversos estágios. Inicialmente os vasilhames são lavados e em seguida, passam por uma máquina que os enche com uma determinada quantidade de xarope e água carbonada. Depois seguem pela esteira onde são fechados, rotulados, empacotados em fardos plásticos com seis ou doze unidades cada um, dependendo do tamanho do vasilhame, e então são levados para o estoque. Uma vez que os vasilhames são colocados na esteira, eles só podem ser retirados dela ao final do processo, quando são então transferidos

para o depósito. Existe apenas uma entrada e uma saída de vasilhames na linha.

A Figura 2.3 ilustra o processo de produção de bebidas. As linhas variam conforme o tipo de vasilhame. Assim, no caso das garrafas retornáveis de refrigerantes, ao receber os vasilhames, a fábrica faz uma cuidadosa inspeção para que sejam retiradas aquelas que estejam fora das especificações de uso, ou seja, garrafas trincadas, bicadas, lascadas, lixadas, quebradas, sujas ou com material de difícil remoção, como tintas ou cimento. Somente após essa seleção, as garrafas são colocadas na esteira de entrada para as lavadoras, onde passam por um tanque de *pré-rinse* com água. Elas são também imersas em tanques com soda cáustica quente para retirada de impurezas e esterilização. Em seguida, passam pelo enxágüe final em um tanque com esguichos de água limpa. Uma nova inspeção e seleção é feita quando as garrafas saem da lavadora em direção à enchedora. A enchedora é a parte da linha de produção que enche as garrafas com a bebida pronta. Ela possui várias válvulas, o que possibilita o enchimento de mais de uma garrafa quase que simultaneamente. No caso das embalagens descartáveis, não há necessidade da limpeza com soda, pois no processo de “explosão” as garrafas passam por temperaturas altíssimas e logo após são resfriadas por temperaturas muito baixas, o que garante a esterilização das mesmas.

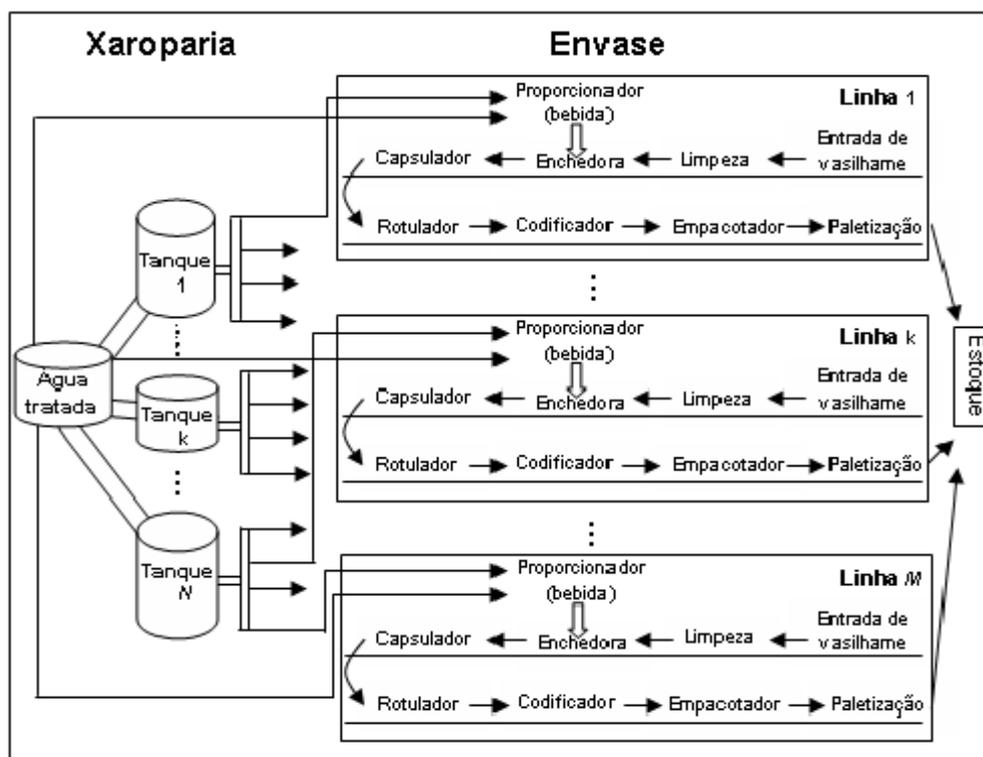


Figura 2.3: Etapas do processo de produção de refrigerantes.

A linha de produção dos vasilhames de vidro é um pouco diferente da linha PET, pois existe a necessidade de controlar a pressão das garrafas no enchimento para que não estourem. Em todo caso, se ocorre uma quebra de garrafas, a linha de produção tem um sistema próprio que limpa o material derramado. Assim não é necessário parar a produção para limpeza.

Atualmente é comum uma variação do tipo de linha de produção em função do controle volumétrico de bebida nos vasilhames. Nas máquinas mais tradicionais o controle é feito por um sensor que interrompe o fluxo de bebida quando entra em contato com a bebida. Neste processo não há uma garantia do volume de bebida engarrafado. Se, por exemplo, o vasilhame estiver um pouco amassado, o volume de bebida será menor. Em linhas mais modernas o controle é volumétrico, ou seja, a enchedora coloca exatamente o volume de bebida no vasilhame, independente do nível da bebida na garrafa. Este controle volumétrico aumenta a confiabilidade do produto segundo as normas do INMETRO.

As máquinas precisam de um tempo de preparação toda vez que um novo sabor e/ou novo tamanho de vasilhame for utilizado. Se a nova bebida for de sabor diferente, a máquina passa por uma limpeza; se for de tamanho diferente, ajustes mecânicos são feitos. Estes preparos dependem da seqüência da produção. Se após a produção de uma bebida normal se produzir uma bebida *diet*, a limpeza da máquina passa por mais estágios do que na ordem contrária, o que consome mais tempo e pode gerar custos de atraso, preparo de máquinas, e estoque. A simples inversão da produção de uma bebida *diet* para normal pode alterar os tempos e custos de preparo significativamente. Isto implica que a programação da produção deve considerar os tempos e custos de troca dependentes da seqüência de produção.

No dimensionamento e na programação da produção, o programador deve definir o tamanho dos lotes de produção de cada bebida nas linhas e a seqüência em que serão produzidos em cada período. O mesmo deve ser feito para os xaropes nos tanques. É importante observar que as programações da produção das linhas e dos tanques estão diretamente relacionadas, pois a linha não começa a produzir enquanto o xarope não for liberado, e, por outro lado, o xarope não pode ser liberado se a linha não estiver pronta. A programação da produção é, em geral, feita para estoque, mas é comum a venda de grandes lotes de bebidas que devem ser entregues com urgência, e por isto fabricados antes dos outros produtos.

A produção de bebidas envolve a produção de grandes quantidades de produto e a troca de vários tipos de bebidas nas linhas de produção, assim este sistema produtivo é inter-

mitente e repetitivo. O *layout* das fábricas é por produto, pois os equipamentos são arranjados de acordo com a seqüência de operações pelas quais o produto passa. Como todos os produtos possuem basicamente a mesma seqüência de produção nas máquinas, o padrão de fluxo é um *flow shop*.

No presente trabalho, para se compreender melhor como o dimensionamento e o sequenciamento da produção de bebidas é feito e como ele afeta a capacidade de produção da fábrica, foram realizadas visitas em algumas fábricas de bebidas no interior do estado de São Paulo, uma fábrica de maior porte (Fábrica A) e outras duas de menor porte (Fábricas B e C).

2.3.1 Fábrica A

A Fábrica A é de grande porte. Na área de envase desta fábrica existem 7 linhas de produção, que produzem mais de 100 itens diferentes, quase todos caracterizados pela embalagem e sabor de bebida. Por exemplo, o refrigerante de 600 ml sabor laranja é um item e o refrigerante 2000 ml sabor laranja é considerado outro item. Apenas um tipo de bebida (sucos) possui o tipo de embalagem fixa e varia apenas em sabor. Para esta família é necessário especificar o sabor e o número de unidades de produto do fardo levado para o estoque, pois os fardos podem ser compostos de 12 ou 36 unidades de produto.

As 7 linhas de envase produzem diferentes conjuntos de bebidas. Apenas uma das linhas, linha 2, pode produzir além de um conjunto distinto de bebidas, as bebidas que também podem ser produzidas na linha 4 e uma bebida que também pode ser produzido na linha 7. No entanto, na prática, a velocidade de produção desta linha para estes dois itens é inferior à velocidade de produção das outras máquinas, de maneira que ela nunca é utilizada na produção destes itens. O período de produção da fábrica é de 24 horas por dia, o que exclui a possibilidade de utilização de horas extras ou turnos adicionais.

Na xaroparia encontram-se 9 tanques para o preparo de 20 sabores de xaropes. Destes 9 tanques, 7 tem capacidade de 24000 litros de xarope cada, dos quais 1 é dedicado ao xarope de maior consumo, que é preparado em fluxo contínuo, e 2 são para preparo de sabores *diet/light*. Os outros dois tanques são um pouco menores, possuem capacidade de 22500 litros de xarope cada. Para o preparo dos xaropes é necessária uma quantidade mínima de xarope para a realização do processo de homogeneização. Nos tanques maiores esta quantidade é de 3000 litros de xarope e nos tanques menores, de 1000 litros.

A previsão de demanda desta fábrica é feita para um horizonte de tempo de dois meses, e atualizada a cada semana, após a programação da produção, que é semanal. Esta empresa possui um sistema informatizado que liga os diversos setores da empresa envolvidos na produção tais como: vendas, planejamento e controle da produção, compras de matéria prima e xaroparia. Para definir a programação da produção, o programador conta com *softwares*, como SAP, *Dephpro* e *Preactor*, que o auxiliam.

A demanda semanal de cada item é enviada para o SAP que determina um pré-dimensionamento dos lotes, onde apenas a capacidade das linhas é considerada. Em seguida o *Dephpro* avalia o dimensionamento obtido pelo SAP considerando as capacidades dos tanques e os níveis de estoque. Após o dimensionamento de cada item, o *Preactor* realiza o sequenciamento da produção.

Em entrevista com o programador de produção, ele afirmou que o programa obtido pelos *softwares* nunca é realizado exatamente, pois existem outros fatores como manutenção de algumas máquinas e urgência na entrega de alguns pedidos, que não são considerados pelos programas. Sendo assim, em geral, o programador adequa o sequenciamento para considerar as restrições não incluídas nos *softwares*.

A preparação das linhas (*set up*) que inclui a limpeza e ajustes das máquinas, é um fator que também influencia muito o sequenciamento da produção, pois depende da sequência de produção dos itens. O tempo gasto com a preparação varia de 30 minutos, quando é necessário apenas o enxague da linha, até 5 horas, quando é necessário realizar uma limpeza profunda da linha e fazer ajustes mecânicos para mudança de vasilhames.

2.3.2 Fábrica B

A fábrica B é de médio porte e fabrica água, pinga e 48 refrigerantes de diversos sabores e em diversos tamanhos. A unidade da empresa visitada é responsável pela produção dos refrigerantes em vasilhames descartáveis (garrafas PET). A fábrica possui 3 linhas de produção, das quais uma se destina à produção de bebidas em vasilhames de vidro.

A fábrica possui 4 tanques grandes e 3 pequenos. Os tanques pequenos tem capacidade para 5240 litros e os grandes para 13100 litros. Os tanques menores se destinam a sabores com demanda menor. Os tanques devem trabalhar com pelo menos meia capacidade para garantir a homogeneidade do xarope. Uma amostra do líquido do fundo e de cima são retiradas.

Se estiverem iguais, a hélice pode ser desligada.

Os vasilhames de vidro são comprados e os de plástico são produzidos na própria fábrica em um galpão separado. Existem 5 tipos de vasilhames de vidro: 200 ml, 290 ml, 600 ml, 600 ml padrão e 1 litro. Os vasilhames de plástico variam nos tamanhos: 250 ml, 350 ml, 600 ml e 2 litros.

A capacidade da linha de produção de vidro é um pouco menor que das linhas de produção de PET justamente pelo tempo a mais que se gasta para verificar a pressão nas garrafas. Em todas as linhas de produção de bebida existem funcionários que verificam cada vasilhame pronto, o que garante uma maior qualidade do produto.

O gargalo da linha de produção é a enchedora, que determina a capacidade da produção. As linhas de produção 1 e 2 possuem 42 válvulas e a linha 3 possui 64 válvulas. A parte pós-enchedora (rotular, fechar, empacotar) tem capacidade maior que a da enchedora, assim como a parte pré-enchedora (preparo do líquido), pois se a enchedora estiver trabalhando bem, o restante da linha de produção deve acompanhá-la. Os tanques foram construídos para armazenar xarope suficiente para a enchedora trabalhar pelo menos 4 horas consecutivas.

2.3.3 Fábrica C

A Fábrica C é de pequeno porte, e possui 1 linha de envase de bebidas em vasilhames PET, e uma linha de envase de bebidas em vasilhames de vidro, e 10 tanques para preparo de xarope, que produzem 27 itens diferentes, com 10 sabores distintos. A fábrica também possui uma linha de vidro, mas que não representa nem 10% da produção da fábrica.

Os tanques para preparo de xaropes possuem 3 capacidades distintas: 7 de 15000 litros cada, 2 com 6000 litros cada e 1 de 12000 litros cada. A linha existente é responsável pela produção de todos os itens. A preparação (*set up*) da linha, segundo relato do gerente de produção, varia de 40 minutos, quando é realizada uma limpeza simples na linha, até 2 horas, quando é necessária a limpeza profunda e a regulagem da linha. Este *set up* também depende do sequenciamento dos lotes de produção.

Assim como na Fábrica A, o período de produção é de 24 horas por dia, tendo uma pausa de produção apenas no domingo a noite em períodos de pouca demanda, impossibilitando a contratação de horas extras. Nesta fábrica, a previsão de demandas é mensal, e o planejamento da produção visa manter um estoque de uma semana para cada item. Apesar dos

dados de previsão de demandas, de vendas realizadas e dos níveis de estoques estarem em planilhas eletrônicas, a programação da produção é feita manualmente, pois a fábrica não possui *softwares* especializados para ajudá-la na programação da produção.

Nas visitas às Fábricas A, B e C foi observado que os responsáveis pela programação da produção encontram dificuldades para estabelecer a programação da produção, principalmente nas fábricas B e C, devido a natureza combinatória do problema e por não possuírem nenhuma ferramenta que os auxilie nesta tarefa. Os responsáveis pela programação da produção passam pelo menos uma manhã programando a produção, e se há quebra de máquinas, novos pedidos de clientes importantes ou outros imprevistos, e é comum acontecerem vários imprevistos, a programação deve ser refeita, o que novamente ocupa um período de trabalho dos responsáveis. Uma ferramenta de apoio a decisão da programação da produção poderia colaborar na agilização e sistematização desta tarefa, e na redução de custos de produção, principalmente os custos de *set ups*. Além de permitir a avaliação de vários cenários diferentes, como o efeito de uma diminuição ou aumento de capacidade da fábrica, a inserção de produção de novas bebidas, oscilações de demanda e taxas de produção, entre outras variações.

3 Revisão bibliográfica

Em um nível tático, o planejamento e controle da produção tem como objetivo estabelecer qual a produção, os níveis de estoques, a força de trabalho e outros recursos necessários para a produção durante um horizonte de planejamento, em geral de vários meses, ou semanas. No nível operacional está a programação da produção que detalha o plano de produção estabelecido, normalmente em períodos de tempo menores, dias, turnos, horas (Thomas e McClain, 1993)(Shapiro, 1993). Diversos modelos podem ser encontrados na literatura de gerência da produção e pesquisa operacional para tratar de problemas de planejamento e programação da produção; veja, por exemplo, Johnson & Montgomery (1974), Hax e Candea (1984), Winston (1991), Williams (1993) e Nahmias (1995).

Definindo a programação da produção, as questões de quanto e quando produzir de cada produto no horizonte de planejamento são respondidas. Nos casos em que há vários produtos e várias máquinas, por exemplo, a programação deve definir ainda as quantidades de produção de cada produto em cada máquina no horizonte de planejamento. Nesta tese é estudada a modelagem matemática de um problema de programação da produção de bebidas. A programação deste tipo de produção, como foi observado anteriormente, envolve as decisões de quanto produzir de cada bebida (dimensionamento dos lotes) e a seqüência de produção destas quantidades (sequenciamento da produção). Na literatura há trabalhos que modelam matematicamente apenas o dimensionamento dos lotes (Kuik *et al.*, 1994), (Brahimi *et al.*, 2006), outros apenas o sequenciamento da produção (Manne, 1960), (Pinedo, 1995), (Cheng *et al.*, 2004) e também trabalhos que integram em um mesmo modelo matemático o dimensionamento e o sequenciamento dos lotes (Fleishmann, 1990)(Drexel e Kimms, 1997).

Existem várias formas de classificar os modelos matemáticos que tratam da programação da produção. Em relação ao número de máquinas (modelos mono máquina e multi máquinas), em relação a limitação da capacidade (modelos capacitados e não capacitados), em relação aos tempos e/ou custos de *set up* (modelos com tempos e/ou custos de *set up*), entre outras características. Em Bahl *et al.* (1987) encontra-se uma classificação dos modelos de dimensionamento de lotes, onde o número de estágios os distingue em modelos de um nível (demanda independente), capacitados e não capacitados, e modelos multi níveis (demanda dependente), capacitados e não capacitados. Salomon e Wassenhove (1994), propõem que a ca-

pacidade e a demanda são os principais eixos para classificar os modelos de dimensionamento de lotes. Belvaux e Wolsey (2000) fazem uma classificação dos modelos de dimensionamento de lotes baseada na diferenciação entre modelos do tipo *big bucket* com custos de *set up*, onde vários itens podem ser produzidos por período, e modelos do tipo *small bucket*, onde apenas um produto pode ser produzido por período.

O presente trabalho propõe modelos matemáticos de dimensionamento de lotes que incluem o sequenciamento da produção. A Figura 3.1 representa a classificação adotada, o termo em **negrito** representa a localização dos modelos apresentados no capítulo 4.

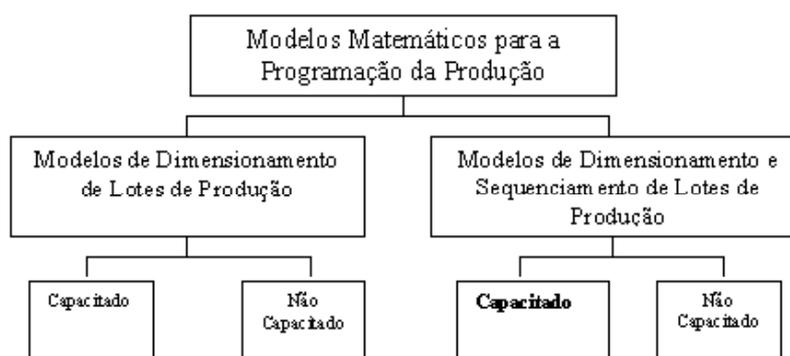


Figura 3.1: Classificação de modelos matemáticos

A revisão bibliográfica a seguir é em relação aos modelos matemáticos de dimensionamento de lotes de produção (Seção 3.1) e modelos matemáticos de dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção (Seção 3.2).

3.1 Modelos de Dimensionamento de Lotes

O problema de dimensionamento de lotes pode ser definido como um problema de programação da produção que consiste em determinar o tamanho dos lotes de produção de cada produto a ser produzido em uma ou mais máquinas, em cada período ao longo do horizonte de planejamento finito, de forma que se atenda a demanda com o menor custo possível. Algumas revisões bibliográficas neste tema são os trabalhos de Kuik *et al.* (1994), Salomon e Wassenhove (1994), Karimi *et al.* (2003) e Brahimi *et al.*, (2006).

Os primeiros estudos de problemas de dimensionamento de lotes ocorreram com o *Economic Order Quantity* (EOQ), que determina a quantidade de produção para um item indi-

vidual, considerando o *tradeoff* existente entre os custos de controle de estoque e os custos de *set up*, ou seja, pressupõe um processo produtivo de um produto em um nível, sem restrições de capacidade, e demanda constante ao longo de um horizonte de planejamento infinito. A solução ótima deste problema pode ser obtida por uma expressão analítica (Wagner e Whitin, 1958).

Devido às restrições desta abordagem na modelagem de situações mais realistas, surgiram outros modelos, como o *Economic Lot Scheduling Problem* (ELSP), onde o problema é programar a produção de mais de um produto em uma única máquina. A capacidade disponível é limitada, os custos e tempos de *set up* são independentes da seqüência, e as taxas de produção e demanda são constantes no horizonte de tempo considerado infinito.

Em geral os modelos de dimensionamento de lotes podem ser classificados quanto ao número de produtos (itens), único item como o modelo EOQ ou multi-itens como o modelo ELSP, máquinas (única máquina ou várias máquinas), estágios (mono-estágio ou multi-estágios), etc. Em Brahim *et al.* (2006) é feita uma revisão dos trabalhos realizados com o modelo de dimensionamento de um item SILSP (*Single Item Lot sizing Scheduling Problem*), não capacitados e capacitados, assim como dos vários tipos de métodos utilizados para resolvê-los.

O modelo SILSP aparece como subestrutura de vários outros modelos importantes e mais complexos de dimensionamento de lotes. O problema básico consiste em determinar as quantidades e os períodos onde a produção será realizada. A demanda que varia no tempo deve ser satisfeita pela produção total, de forma a minimizar os custos totais que podem ser custos de *set up* e de estoque. O custo de produção é um custo fixo se a produção se iniciar no período t . O trabalho apresenta também uma revisão dos modelos gerais de dimensionamento de lotes do tipo *big bucket*, que possuem períodos de tempo maiores onde vários itens podem ser produzidos, e dos modelos gerais de dimensionamento de lotes do tipo *Small bucket*, que possuem períodos de tempo menores onde apenas um item é produzido por período.

Quando a demanda não varia com o tempo, ela é dita constante ou estacionária, caso contrário, ela é conhecida como demanda dinâmica. Quando o horizonte de planejamento é finito, normalmente a demanda é dinâmica. No caso de horizontes de planejamento infinitos, a demanda é considerada estacionária.

Independente do tipo de demanda, os itens produzidos podem compartilhar os recursos disponíveis, como, por exemplo, a capacidade de uma máquina. Nestes casos, os modelos

que consideram esta restrição de capacidade são chamados de modelos de dimensionamento de lotes capacitados (Bitran e Yanasse, 1982)(Trigeiro *et al.*, 1989). Se a restrição de capacidade não for considerada, o modelo se torna um modelo de dimensionamento de lotes não capacitado (Wolsey, 1998).

Ao longo deste capítulo é utilizado o termo *set up* para o preparo da máquina, e o termo *start up* que significa o início da produção da máquina. Os conjuntos de dados e variáveis, dados na descrição dos modelos, são apresentados a seguir.

Parâmetros

J	número de produtos (itens);
T	número de períodos do horizonte de planejamento;
M	número de recursos (máquinas) da produção;
ρ_t	custo de <i>set up</i> no período t ;
ρ_{jt}	custo de <i>set up</i> do produto j no período t ;
h_t	custo de manter uma unidade do produto em estoque no período t ;
h_{jt}	custo de manter uma unidade em estoque do produto j no período t ;
d_t	demanda no período t ;
d_{jt}	demanda do produto j no período t ;
K_t	capacidade de produção no período t ;
K_{mt}	capacidade de produção da máquina m no período t ;
a_j	capacidade necessária para produzir uma unidade do produto j ;
a_{mj}	capacidade necessária da máquina m para produzir uma unidade do produto j ;
st_j	tempo de <i>set up</i> da máquina para o produto j ;
st_{mj}	tempo de <i>set up</i> da máquina m para o produto j ;
β_{jt}	tempo de <i>start up</i> da máquina para o produto j no período t ;
b_{ijt}	tempo de troca do produto i para o produto j no período t ;
min_j	lote mínimo de produção do item j ;
p_{jt}	custo de produção do produto j no período t ;
f_{jt}	custo de <i>start up</i> da máquina para o produto j no período t ;
c_{ijt}	custo de troca do produto i para o produto j no período t ;
$\psi(j)$	conjunto dos sucessores do produto j ; ($\psi(j) = \emptyset$ se j é um produto final)
e_{ji}	quantidade necessária do produto j para a produção de uma unidade do produto i ;
L_j	<i>lead time</i> mínimo para o item j ;
B	número suficientemente grande;
S_t	conjunto dos sub-períodos do período t ;
N	número total de sub-períodos;
P_t	primeiro sub-período do período t ;
U_t	último sub-período do período t .

Variáveis

x_t quantidade do produto produzida no período t ;

I_t estoque do produto no fim do período t .

$$y_t = \begin{cases} 1 & \text{se ocorre } \textit{set up} \text{ no período } t \\ 0 & \text{caso contrário;} \end{cases}$$

x_{jt} quantidade do produto j produzida no período t ;

I_{jt} estoque do produto j no fim do período t ;

$$y_{jt} = \begin{cases} 1 & \text{se ocorre } \textit{set up} \text{ do produto } j \text{ no período } t \\ 0 & \text{caso contrário;} \end{cases}$$

$$w_{jt} = \begin{cases} 1 & \text{se há } \textit{start up} \text{ para o produto } j \text{ no período } t \\ 0 & \text{caso contrário;} \end{cases}$$

$$z_{ijt} = \begin{cases} 1 & \text{se há troca do produto } i \text{ para } j \text{ no período } t \\ 0 & \text{caso contrário;} \end{cases}$$

Uma versão simples do problema de dimensionamento de lotes não capacitado pode ser descrita pelo seguinte modelo apresentado por Hax & Candea (1984). Considere a programação de produção (ou aquisição) de um produto, cujas taxas de demanda são conhecidas em um horizonte de planejamento composto por T períodos.

$$\text{Min} \sum_t^T \rho_t \delta(x_t) + \sum_t^T h_t I_t \quad (3.1)$$

Sujeito a

$$x_t + I_{t-1} = d_t + I_t, \quad t = 1, \dots, T; \quad (3.2)$$

$$x_t; I_t \geq 0, \quad t = 1, \dots, T; \quad (3.3)$$

onde

$$\delta(x_t) = \begin{cases} 0, & \text{se } x_t = 0; \\ 1, & \text{se } x_t > 0; \end{cases} \quad (3.4)$$

A função objetivo (3.1) minimiza os custos de *set up* e estoque. Pela equação (3.2), a quantidade produzida em um período, mais o estoque do início do período, menos a quantidade em estoque no fim do período, deve ser igual a demanda do período. Estas equações são conhecidas como restrições de balanceamento de estoque. As restrições (3.3) são de não negatividade, e as restrições (3.4) impõem a condição de que os custos de *set up* só serão incluídos quando houver produção.

O *set up* normalmente é inserido no modelo por uma variável binária que assume valor 1, caso a máquina esteja preparada para produzir um determinado produto e 0, caso contrário. Karimi *et al.* (2003) indica dois tipos de estruturas de *set up*: estrutura de *set up* simples, quando o *set up* não é dependente da seqüência de produção, e estrutura de *set up* complexa, quando o *set up* é dependente da seqüência de produção. Mais a frente a questão da consideração do *set up* nos modelos voltará a ser discutida.

Trocando a função $\delta(q_t)$ por uma variável binária de preparação y_t e acrescentando uma restrição que garanta que o custo de preparação seja considerado somente quando existe produção, obtém-se o Modelo de dimensionamento de lotes Não Capacitado (ULSP- *Uncapacitated lotsizing Problem*), descrito pelas expressões (3.5)-(3.8) a seguir.

$$\text{Min} \sum_t^T \rho_t y_t + \sum_t^T h_t I_t \quad (3.5)$$

Sujeito a

$$x_t + I_{t-1} = d_t + I_t, \quad t = 1, \dots, T; \quad (3.6)$$

$$x_t \leq B y_t, \quad t = 1, \dots, T; \quad (3.7)$$

$$x_t; I_t \geq 0, y_t \in \{0, 1\} \quad t = 1, \dots, T; \quad (3.8)$$

Na restrição (3.7), B é um número suficientemente grande que evita a limitação da produção. Substituindo-se B pela capacidade do período t , K_t , teríamos um problema capaci-

tado para um item. Para estendê-lo para vários itens, basta incluir o índice dos itens nas variáveis e considerar as restrições para cada item. Neste caso tem-se um modelo não capacitado, mono estágio (ou único nível), multi-item com demanda dinâmica.

Modelo ULSP multi-item

$$\text{Min} \sum_i^J \sum_t^T \rho_{jt} y_{jt} + \sum_j^N \sum_t^T h_{jt} I_{jt} \quad (3.9)$$

Sujeito a

$$x_{jt} + I_{jt-1} = d_{jt} + I_{jt}, \quad t = 1, \dots, T \quad j = 1, \dots, J. \quad (3.10)$$

$$x_{jt} \leq B y_{jt}, \quad t = 1, \dots, T \quad j = 1, \dots, J. \quad (3.11)$$

$$x_{jt}; I_{jt} \geq 0, y_{jt} \in \{0, 1\} \quad t = 1, \dots, T \quad j = 1, \dots, J. \quad (3.12)$$

A produção dos vários itens é considerada pela inclusão do índice j para indexar as variáveis de produção (x_{jt}), *set up* (y_{jt}), e as restrições (3.10), (3.11) e (3.12). O custo total a ser minimizado é a soma de todos os custos de *set up* e estoque para todos os produtos em todos os períodos. Como não há restrições de capacidade, o problema pode ser decomposto em J subproblemas independentes, um para cada item a ser produzido. Desta forma cada um destes problemas pode ser resolvido independentemente (Jonhson e Montgomery, 1974).

O modelo capacitado, mono-estágio, multi-produto com demanda dinâmica, difere do modelo não capacitado apresentado acima, pela inclusão da restrição $\sum_j a_j x_{jt} \leq K_t$. Florian *et al.* (1980) mostram que o problema capacitado com um item que considera custos de preparação é um problema da classe NP-difícil.

Uma variação da restrição de capacidade ocorre quando os tempos de *set up*, st_{jt} , são considerados, veja o modelo CLSP (Problema de Dimensionamento de lotes capacitado com tempo de *set up* - *Capacitated Lotsizing with Set up Times Problem*) apresentado a seguir (Miller *et al.*, 2003), (Trigeiro *et al.*, 1989). Neste caso, o problema de factibilidade de solução é NP-completo (Maes *et al.*, 1991).

$$\text{Min} \sum_{j,t} h_{jt} I_{jt} + \sum_j \sum_t p_{jt} x_{jt} + \sum_j \sum_t \rho_{jt} y_{jt}. \quad (3.13)$$

Sujeito a

$$I_{j,t-1} + x_{jt} = d_{jt} + I_{jt}, \quad j = 1, \dots, J; t = 1, \dots, T. \quad (3.14)$$

$$\sum_j a_j x_{jt} + \sum_j st_j y_{jt} \leq K_t, \quad t = 1, \dots, T; \quad (3.15)$$

$$x_{jt} \leq B y_{jt}, \quad j = 1, \dots, J; t = 1, \dots, T, \quad (3.16)$$

$$I_{jt}; x_{jt} \geq 0; y_{jt} \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, J; t = 1, \dots, T. \quad (3.17)$$

A função objetivo (3.13) minimiza o custo total de estoque, produção e *set up*. A restrição (3.14) é a restrição de balanceamento de estoques. A restrição (3.15) é a restrição de capacidade que garante que a soma dos tempos de produção dos itens no período t , mais os tempos de *set up*, será menor que a capacidade disponível no período t . A restrição (3.16) garante que se a máquina não estiver preparada para produzir o item j no período t , a produção será nula. A restrição (3.17) impõe a não negatividade das variáveis.

Alguns autores consideram que os tempos de *set up* já estão embutidos nos custos de *set up*, não sendo necessário considerá-los explicitamente (Maes e Van Wassenhove, 1991). Billington *et al.* (1994) destacam que o tempo de *set up* pode ser ignorado em algumas indústrias de processo, mas em vários sistemas com restrições de capacidade, um dos fatores mais críticos do problema de dimensionamento de lotes é o tempo de preparação, e não seu custo. Trigeiro *et al.* (1989) discute esta questão e mostra exemplos de problemas que não devem ser formulados sem tempos de *set up*.

Em alguns casos, se a produção do período e o estoque formado no período anterior não forem suficientes para suprir a demanda, pode ser inserido no modelo a possibilidade de atraso (*backlogging*) no atendimento da demanda. Quando o atraso é considerado, a variável de estoque I_{jt} é substituída pela expressão $I_{jt} = I_{jt}^+ - I_{jt}^-$, onde I_{jt}^+ e I_{jt}^- são variáveis não negativas, e uma penalização por atraso é incluída na função objetivo (Shapiro, 1993). O atraso do período $t - 1$ deverá ser suprido pela produção dos próximos períodos. Assim a restrição de balanceamento de estoque se torna:

$$x_{jt} + I_{j,t-1}^+ + I_{jt}^- = d_{jt} + I_{jt}^+ + I_{j,t-1}^-, \quad j = 1, \dots, J; t = 1, \dots, T. \quad (3.18)$$

Em certos processos, como fundições, o início da produção (*start up*) implica em um custo de preparo da liga que será produzida. Este custo deve ser incluído na função objetivo toda vez que a liga, que não estava sendo produzida no período anterior, começa a ser produzida. Para isto é incluída no modelo a variável binária w_{jt} , que assume valor 1 se o item j começa a ser produzido no período t , 0 caso contrário; a restrição (3.19); e a função objetivo (3.20):

$$w_{jt} \geq y_{jt} - y_{j,t-1}, \quad j = 1, \dots, J; t = 1, \dots, T; \quad (3.19)$$

$$\text{Min} \sum_{j,t} h_{jt} I_{jt} + \sum_{j,t} p_{jt} x_{jt} + \sum_{j,t} \rho_{jt} y_{jt} + \sum_{j,t} f_{jt} w_{jt}. \quad (3.20)$$

A restrição (3.19) e a função objetivo (3.20) que minimiza os custos f_{jt} de *start up*, garantem que w_{jt} assume valor 1 apenas se $y_{jt} = 1$ e $y_{j,t-1} = 0$, ou seja, se o item j é produzido no período t e não estava sendo produzido no período anterior (Wolsey, 1997) (Belvaux e Wolsey, 2001)(Constantino, 1996)(Ferreira, 2002).

Em certos processos produtivos, a produção depende de algum componente ou alguma matéria prima que é preparada em uma etapa (ou nível) anterior ao nível da produção do produto final (Hax e Candea, 1984). Este tipo de processo motiva a construção de modelos matemáticos conhecidos como Modelos Multi-nível ou Multi-estágios; veja o modelo (3.21)-(3.25) abaixo (Maes *et al.*, 1991). No problema de dimensionamento de lotes Multi-estágios os produtos finais possuem demandas que são chamadas demandas independentes, enquanto que os componentes destes produtos podem possuir a demanda dependente, que é a demanda de consumo interno para produção dos produtos finais, e a demanda independente.

$$\text{Min} \sum_{j,t} h_{jt} I_{jt} + \sum_{j,t} \rho_{jt} y_{jt}. \quad (3.21)$$

Sujeito a

$$I_{j,t-1} + x_{jt-L_j} = d_{jt} + \sum_{i \in \psi(j)} e_{ji} x_{it} + I_{jt}, \quad j = 1, \dots, J; t = 1, \dots, T. \quad (3.22)$$

$$\sum_j a_{mj} x_{jt} + \sum_j st_{jm} y_{jt} \leq K_{mt}, \quad m = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T; \quad (3.23)$$

$$x_{jt} \leq B y_{jt}, \quad j = 1, \dots, J; t = 1, \dots, T, \quad (3.24)$$

$$I_{jt}; x_{jt} \geq 0; y_{jt} \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, J; t = 1, \dots, T. \quad (3.25)$$

A função objetivo (3.21) é similar a função objetivo dos modelos apresentados anteriormente. A restrição de balanceamento de estoque (3.22) passa a ter a demanda independente, d_{jt} , e a demanda dependente do produto j , $\sum_{i \in \psi(j)} e_{ji} x_{it}$. A restrição de capacidade (3.23) garante que a produção do produto j , mais o tempo de *set up*, não ultrapasse a disponibilidade do recurso m . As restrições (3.24) e (3.25) são semelhantes a (3.16) e (3.17), respectivamente.

3.2 Modelos Integrados de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes

Na programação da produção de itens como ração, refrigerantes, tintas, entre outros, pretende-se determinar fundamentalmente duas coisas: quanto será produzido de cada produto no período, e qual a seqüência de produção de cada produto dentro de cada período. O problema na prática tem sido resolvido em duas etapas: em uma primeira etapa é determinado o tamanho dos lotes, levando em consideração as disponibilidades de insumos, capacidade de produção, etc, e em uma etapa subsequente, a seqüência dos lotes é definida em cada máquina, considerando os tempos de troca, capacidade disponível e outros fatores que possam influenciar no sequenciamento da produção. Em muitos casos os tempos e/ou custos de *set up* dependem da seqüência de produção dos itens.

Na literatura encontram-se trabalhos que integram o dimensionamento e o sequenciamento dos lotes em um mesmo modelo matemático (Fleishmann, 1990), (Drexler e Haase,

1995), (Fleishmann e Meyr, 1997), (Drexl e Kimms, 1997), (Haase e Kimms, 2000), (Meyr, 2000), (Meyr, 2002), (Toledo *et al.*, 2006), (Luche e Morabito, 2005), (Toso e Morabito, 2005), (Araújo *et al.*, 2004), (Gutiérrez, and Pizzolato, 2004), (Gupta, Magnusson, 2005). Estes modelos matemáticos pretendem responder a questão: *Quanto, quando e em que seqüência* produzir os itens, de forma a minimizar custos tais como custos de estoque, atrasos e preparação? Se forem consideradas várias máquinas, deve-se ainda determinar quais itens serão produzidos em cada máquina. Em (Staggemeier e Clark, 2001), (Drexl e Kimms, 1997) encontram-se revisões sobre modelos que integram o dimensionamento e o sequenciamento dos lotes.

Vários modelos foram formulados representando diferentes tipos de situações que envolvem dimensionamento e sequenciamento da produção. Uma maneira de sequenciar a produção dos itens é considerar o intervalo de tempo menor (dias, horas, turnos) e permitir que apenas um item seja produzido por período; veja restrição (3.29) abaixo. Assim, sabe-se exatamente o que e quanto será produzido em cada período. Fleishmann (1990) apresenta um modelo que considera o sequenciamento desta maneira, e é conhecido por Modelo Discreto de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes (DLSP- *Discrete lotsizing and scheduling problem*), descrito a seguir.

$$\text{Min} \sum_{j,t} f_j w_{jt} + \sum_{j,t} h_j I_{jt}. \quad (3.26)$$

Sujeito a:

$$I_{j,t-1} + x_{jt} = I_{jt} + d_{jt}, \quad j = 1, \dots, J; t = 1, \dots, T, \quad (3.27)$$

$$a_j x_{jt} = K_t y_{jt}, \quad j = 1, \dots, J; t = 1, \dots, T, \quad (3.28)$$

$$\sum_j y_{jt} \leq 1, \quad t = 1, \dots, T, \quad (3.29)$$

$$w_{jt} \geq y_{jt} - y_{j,t-1}, \quad j = 1, \dots, J; t = 1, \dots, T, \quad (3.30)$$

$$I_{jt}, w_{jt}, x_{jt} \geq 0; y_{jt} \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, J; t = 1, \dots, T. \quad (3.31)$$

A restrição (3.27) é a restrição de balanceamento de estoques. A restrição (3.28) é a restrição de capacidade. Observe que esta restrição garante que se o item for produzido, ele deve utilizar toda a capacidade do período. Este tipo de restrição de capacidade é conhecida como restrição tudo-ou-nada.

A restrição (3.29) garante que no máximo um item será produzido por período. E a

restrição (3.30) garante que o *set up* será contado apenas se houver o início da produção de um novo item (veja a restrição de *start up* (3.19)). A restrição (3.31) é a de não negatividade das variáveis. Como a variável de *start up* w_{jt} está sendo minimizada na função objetivo e aparece na restrição (3.30), cujo lado direito assume apenas os valores 0 e 1, não há necessidade de definir esta variável como sendo uma variável binária.

Observe que o modelo se diferencia dos modelos de dimensionamento de lotes clássicos por restringir a produção ao máximo de um item por período. O DLSP tem complexidade NP-difícil, sendo que uma solução factível pode ser encontrada em tempo polinomial. Se são considerados tempos de preparo ou máquinas paralelas, o problema de factibilidade do DLSP passa a ser um problema NP-completo. A complexidade do DLSP foi estudada por Salomon *et al.* (1991).

Caso a restrição tudo-ou-nada seja relaxada, permitindo o uso parcial da capacidade de produção, o modelo se torna o Modelo CSLP, Problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes com Preparação Contínua (*Continuous set up lot sizing scheduling problem*) (Drexel e Kimms, 1997). Para fazer esta modificação, a restrição de capacidade (3.28) se torna:

$$a_j x_{jt} \leq K_t y_{jt} \quad j = 1, \dots, J; t = 1, \dots, T. \quad (3.32)$$

Uma outra variação destes modelos é o modelo PLSP, Problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes Proporcional (*Proportional lot sizing and scheduling problem*), apresentada por Drexel e Haase (1995), onde é permitida a utilização de parte da capacidade. Neste caso é permitida, além da utilização parcial da capacidade, sua utilização na produção de um segundo item dentro de um mesmo período. Assim, podem ocorrer até dois preparos dentro de um período. Kimms (1999) estende este modelo para incluir vários estágios de produção.

Um modelo mais detalhado considera também tempos e custos de *start up* e troca dos itens. Wolsey (1997) apresenta um modelo capacitado, com tempos e custos de *set up*, *start up* e troca de itens, descrito a seguir.

$$\text{Min} \sum_{j,t} h_{jt} I_{jt} + \sum_{j,t} p_{jt} x_{jt} + \sum_{j,t} \rho_{jt} y_{jt} + \sum_{j,t} f_{jt} w_{jt} + \sum_{i,j,t} c_{ijt} z_{ijt}. \quad (3.33)$$

Sujeito a:

$$I_{jt} = I_{j,t-1} + x_{jt} - d_{jt}, \quad j = 1, \dots, J; t = 1, \dots, T; \quad (3.34)$$

$$a_j x_{jt} + \beta_{jt} w_{jt} + \sum_{i \neq j} b_{ijt} z_{ijt} \leq K_{it} y_{jt}, \quad j = 1, \dots, J; t = 1, \dots, T; \quad (3.35)$$

$$\sum_j y_{jt} = 1, \quad t = 1, \dots, T, \quad (3.36)$$

$$w_{jt} \geq y_{jt} - y_{j,t-1}, \quad j = 1, \dots, J; t = 1, \dots, T; \quad (3.37)$$

$$z_{ijt} \geq y_{i,t-1} + y_{jt} - 1, \quad i = 1, \dots, J; j = 1, \dots, J, i \neq j \quad (3.38)$$

$$t = 1, \dots, T; \quad (3.39)$$

$$I_{jt}; x_{jt} \geq 0; , z_{ijt}, w_{jt}, y_{jt} \in \{0, 1\}, j = 1, \dots, J; i = 1, \dots, J, t = 1, \dots, T. \quad (3.40)$$

A restrição (3.34) é a restrição de balanceamento de estoques. A restrição (3.35) é a restrição de capacidade que garante que o tempo de produção do item j no período t , mais os tempos de *start up* e troca, serão menores que a capacidade disponível para o item no período, e se a máquina não estiver preparada para produzir o item j no período t não haverá produção. A restrição (3.35) não é agregada para todos os itens como a restrição (3.15), pois a restrição (3.36) garante que a máquina está preparada para produzir exatamente um item por período.

As restrições (3.37) e (3.38) são referentes a *start up* e trocas de itens nos períodos. A restrição (3.37) indica se houve um *start up* da linha para o item j no período t , e a restrição (3.38) garante que se houve troca de item i para j , de um período para outro, $t - 1$ para t , então será contado o tempo e o custo desta troca. O autor observa que o *start up* pode ser modelado apenas usando as variáveis de troca, no entanto, as variáveis de *start up* podem colaborar na geração de inequações válidas para o modelo e, por este motivo, são usadas explicitamente. A restrição (3.40) mostra a não negatividade das variáveis.

Com exceção do modelo PLSP, os modelos apresentados acima são do tipo *small bucket*, pois permitem que apenas um item seja produzido por período e os períodos considerados

são dias, horas, turnos. Logo, ao se determinar o lote de produção de cada período, está sendo determinado o momento que cada produto será produzido, ou seja, a sequência de produção, além do tamanho dos lotes.

Fleishmann e Meyr (1997) apresentam um modelo *big bucket* onde os períodos (macro períodos) são divididos em períodos menores (sub-períodos ou número de preparos do período), e nos sub-períodos apenas um item pode ser produzido por vez. O lote de produção é definido em termos dos sub-períodos s pertencentes aos conjuntos S_t , que são os conjuntos dos sub-períodos do período t . Logo a variável de produção, ao invés de ser x_{jt} , é x_{js} , sendo que a produção do item no período t é a soma do que foi produzido daquele item em cada sub-período s do período t . Pode ser produzido em cada sub-período no máximo um item, assim pode-se saber exatamente o que será produzido em cada sub-período e, conseqüentemente, a sequência de produção de cada período. O tamanho do sub-período é dado pelo tamanho do lote de produção, podendo ser nulo. Desta maneira, no sub-período 1 pode ser produzido um lote de 1000 unidades e no sub-período 2 um lote de 200 unidades, ou seja, o tamanho do sub-período 1 pode ser diferente do tamanho do sub-período 2. A soma dos tempos de produção dos lotes mais os tempos de troca deve ser menor que a capacidade do período.

O número total de sub-períodos é N . Como os sub-períodos variam de 1 até N , e o conjunto S_t indica quais sub-períodos pertencem ao período t , segue que $N = \sum_{t=1}^T |S_t|$, onde $|S_t|$ é o número de sub-períodos de cada período t (S_t é previamente definido pelo usuário). Na Figura 3.2 a seguir $N = 9$, $N_1 = 3$, $N_2 = 2$, $N_3 = 4$, $S_1 = \{1, 2, 3\}$, $S_2 = \{4, 5\}$ e $S_3 = \{6, 7, 8, 9\}$.

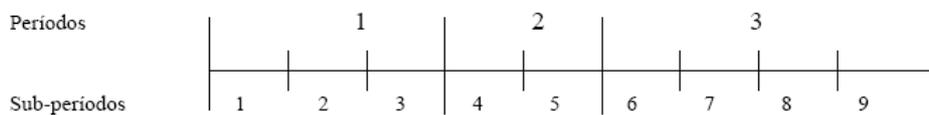


Figura 3.2: Definição dos sub-períodos

Para determinar o primeiro e o último sub-período de cada período, P_t e U_t respectivamente, são utilizadas as fórmulas $P_t = 1 + \sum_{\tau=1}^{t-1} N_\tau$, $U_t = P_t + N_t - 1$. O modelo é chamado de GLSP, Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes Geral (*General Lot-sizing and Scheduling Problem*) (Fleishmann e Meyr, 1997). Note que outros modelos conhecidos na

literatura, como o DLSP, PLSP, se diferem dele apenas por restrições relacionadas a estrutura de tempo da solução. Com isto observa-se que o GLSP contém o conjunto de soluções dos outros modelos. As variáveis de preparo e produção vão indicar a produção e a troca de itens de cada sub-período. Conforme mencionado anteriormente, o número de sub-períodos de cada período é definido pelo usuário.

Fleishmann e Meyr (1997) discutem ainda o caso de custos de preparo que não satisfazem a desigualdade triangular, onde a troca de produção de um item i para um item k , e depois de um item k para um item j , pode ser mais econômica do que a simples troca de produção do item i para o item j . Seja c_{ik} o custo de troca do item i para k , c_{ki} do item k para i , e c_{ij} do item i para j . Se os custos não satisfazem a desigualdade triangular, tem-se $c_{ik} + c_{kj} < c_{ij}$, $i, j, k = 1, \dots, J$. Um exemplo deste caso está ilustrado na Figura 3.3. Nestes casos, uma restrição que garanta a produção de um lote mínimo deve ser usada para que não sejam considerados custos de preparo sem que o item seja produzido.

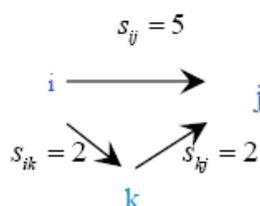


Figura 3.3: Custos de *set up* que não satisfazem a desigualdade triangular.

Um exemplo prático onde não vale a desigualdade triangular para os custos de *set up* ocorre em indústrias de ração animal e químicas, onde a produção de alguns itens pode colaborar na retirada de resíduos do produto feito anteriormente. Isto pode tornar desnecessário o preparo da linha para a produção de um terceiro item. Em Toso (2003) encontra-se um estudo da produção de ração animal, numa fábrica no interior do estado de São Paulo, onde os tempos e custos não satisfazem a desigualdade triangular.

O Modelo de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes Geral (GLSP - *General Lot-sizing and Scheduling Problem*) é descrito a seguir. A função objetivo minimiza os custos de estoque e troca de itens.

$$\text{Min} \sum_{j,t} h_j I_{jt} + \sum_{i,j,s} c_{ij} z_{ijs}. \quad (3.41)$$

Sujeito a

$$I_{jt} = I_{j,t-1} + \sum_{s \in S_t} x_{js} - d_{j,t}, \quad j = 1, \dots, J; t = 1, \dots, T, \quad (3.42)$$

$$\sum_{j,s \in S_t} a_j x_{js} \leq K_t, \quad t = 1, \dots, T, \quad (3.43)$$

$$x_{js} \leq \frac{K_t}{a_j} y_{js}, \quad s = 1, \dots, N; j = 1, \dots, J, \quad (3.44)$$

$$x_{js} \geq \min_j (y_{js} - y_{j,s-1}), \quad s = 1, \dots, N; j = 1, \dots, J, \quad (3.45)$$

$$\sum_j y_{js} = 1, \quad s = 1, \dots, N, \quad (3.46)$$

$$z_{ijs} \geq y_{i,s-1} + y_{js} - 1, \quad s = 1, \dots, N; i, j = 1, \dots, J, \quad (3.47)$$

$$I_{jt}, x_{js}, z_{ijs} \geq 0; y_{js} \in \{0, 1\}, \quad s = 1, \dots, N; i, j = 1, \dots, J; s \in S_t. \quad (3.48)$$

A restrição de balanceamento de estoques é a restrição (3.42). Observe que a produção do período é a soma da produção de cada sub-período. A restrição (3.43) é a restrição de capacidade e (3.44) é a restrição de preparo de máquinas. A restrição (3.45) é a restrição de produção de lotes mínimos que garante que se os custos não satisfizerem a desigualdade triangular e um custo for contado, haverá produção do item. Neste modelo é exigido que a máquina esteja preparada para um e apenas um item em cada sub-período, o que é garantido pela restrição (3.46). A restrição (3.47) garante que as trocas de itens entre os sub-períodos serão contadas. A restrição (3.48) é a restrição de não negatividade das variáveis.

Observe que a variável z_{ij} de troca não foi definida como binária, isto porque a restrição de troca e o fato dela estar na função objetivo implicam que esta variável assumirá valor 1 apenas se houve troca do item i para j , ou seja, se as duas variáveis de preparo forem iguais a 1, caso contrário ela assume valor 0.

Em Drexler e Kimms (1997) encontra-se uma revisão dos modelos citados acima. A extensão do modelo GLSP para várias máquinas paralelas foi feita em Meyr (2002). Em relação a integração do dimensionamento e sequenciamento de lotes, um trabalho interessante na área é o trabalho de Gupta e Magnusson (2005), que considera um modelo inteiro misto capacitado

de dimensionamento e sequenciamento de lotes com custos e tempos de *set up* dependentes e características adicionais. Atrasos não são permitidos.

Assim como no presente trabalho, os trabalhos de Gutiérrez e Pizzolato (2004), Araújo *et al.* (2004), Luche e Morabito (2005), Toso e Morabito (2005), Toledo *et al.* (2006), apresentam modelos de dimensionamento e sequenciamento de lotes integrados para modelar problemas em situações reais.

Gutiérrez e Pizzolato (2004) modelam a questão do dimensionamento e sequenciamento de lotes de uma fábrica de bebidas. Tal trabalho considera um problema mais simplificado do que o que está sendo abordado no presente texto. As taxas de produção e demandas são consideradas constantes nos períodos, o problema é resolvido para uma única máquina, e os tempos de *set up* são médias dos tempos dependentes da seqüência. Os atrasos não são permitidos e o processo de xaroparia não é considerado no modelo.

Em Araújo *et al.* (2004) é tratado um problema de planejamento e programação de ligas de metal em fornos para produção de diferentes tipos de peças numa fundição no interior de São Paulo. O processo de fundição consiste basicamente em fabricar moldes, preparar e fundir metais, vazar o metal dentro dos moldes e, após a solidificação, retirar as peças dos moldes para dar os acabamentos finais. Portanto, a programação da produção envolve a determinação da seqüência das ligas que devem ser produzidas nos fornos e a quantidade de cada item a ser produzido em cada máquina de moldagem. Araújo *et al.* (2004) propõem um modelo para uma fundição de pequeno porte, estendem o modelo para considerar custo e tempo de preparação dependente da seqüência. Uma fundição de médio e grande porte também são retratadas por modelos matemáticos, que consideram várias máquinas de moldagem. No modelo de fundição de grande porte é considerada também a distribuição de capacidade nos fornos. Nos três primeiros modelos a função objetivo minimiza custos de estoque, atraso e *set up* das ligas, e no último modelo é incluído um termo que penaliza algumas proibições do processo produtivo, pois algumas peças não podem ser feitas por determinada linha, devido a alguma restrição da linha de moldagem.

Luche e Morabito (2005) tratam de um problema de produção de grãos eletrofundidos em uma fábrica do interior de São Paulo. Neste tipo de produção a obtenção do produto final é dependente de uma seqüência de peneiras vibratórias que possuem diferentes tamanhos de furos. O tempo de preparo dos conjuntos de peneiras é muito alto e, por isso, procura-se

evitar a realização de mais de uma preparação por dia. Além da seqüência de peneiras, é necessário também programar os fornos, britadeiras e as moendas que fazem parte da produção dos materiais. Dois modelos que combinam modelos de seleção de processos a modelos de dimensionamento de lotes mono estágio são propostos. O primeiro modelo (MNP) minimiza o número de períodos necessários para produção da demanda, e é mais útil quando a programação da produção pode ser cumprida sem atraso da produção de qualquer item. O segundo modelo (MFP) minimiza o atraso de produção entre itens demandados durante o horizonte de planejamento. O MFP é útil em situações em que a programação da produção não pode ser cumprida sem algum atraso da produção de alguns itens.

Toso e Morabito (2005) modelam matematicamente o problema de programação da produção de ração animal. O modelo apresentado é uma combinação do modelo GLSP (restrições (3.42) a (3.48)) com um modelo de dimensionamento de lotes capacitado com tempos de *set up* não dependente da seqüencia, apresentado por Hax e Candea (1984). Toso e Morabito (2005) incluem no modelo GLSP horas extras, como no modelo de Hax e Candea (1984). O modelo de Hax e Candea (1984) considera que a capacidade são as horas extras (O_t) mais a força de trabalho disponível (W_t), que têm um valor máximo de u_t e v_t unidades respectivamente. A função objetivo pretende minimizar além dos custos de *set up*, produção e estoque, os custos de horas extras e o custo da força de trabalho utilizada no período.

Conforme discutido nos capítulos anteriores, outro processo de produção que envolve, além do dimensionamento dos lotes, o sequenciamento, é a produção de bebidas Clark (2001)(Rangel e Ferreira, 2003)(Toledo, 2005)(Toledo *et al.*, 2006a, 2006b)(Kimms *et al.*, 2006). Como descrito na seção 2.3, neste tipo de produção deve-se determinar o tamanho dos lotes a serem produzidos e a seqüência de produção, pois os tempos e custos de preparo de máquinas dependem da seqüência da produção.

Clark (2003) desenvolve um modelo de dimensionamento de lotes da produção de bebidas com dois estágios e variáveis de *set up* para os dois estágios. O problema se difere do problema estudado no presente trabalho, pois os tempos de troca não são dependentes e a sincronia entre os estágios não é considerada. Há lotes mínimos e máximos de xaropes, e atrasos são permitidos. Uma heurística de busca local é proposta para resolver o problema e suas soluções são comparadas com a solução do modelo.

Em Toledo (2005) e Toledo *et al.* (2006a) é proposto um modelo de programação

matemática inteiro misto para o dimensionamento e sequenciamento da produção de bebidas, modelo PIDLPP - Problema Integrado de Dimensionamento de Lotes e Programação da Produção. O modelo PIDLPP considera M máquinas, N tanques, J bebidas, L xaropes e um horizonte de planejamento de T períodos. Para modelar o sequenciamento, assim como no presente trabalho, os períodos (macro períodos) são particionados em sub-períodos como no modelo GLSP, formulação (3.41)-(3.48). No modelo PIDLPP, o tamanho do sub-período é fixo, e cada lote é um múltiplo dos sub-períodos. O modelo, possui 65 famílias de restrições, 22 conjuntos de variáveis, sendo 8 conjuntos de variáveis binárias, e está detalhado no Anexo A.

Cada lote possui um índice distinto do índice do sub-período, a variável de produção x_{jms} indica a quantidade do produto j produzido na linha m no lote s . Para determinar o tamanho do lote, o início e o fim da produção são controlados por variáveis que indicam em qual sub-período cada lote de cada linha foi iniciado e em qual sub-período foi finalizado. O tamanho do lote é igual a diferença entre o final deste lote e o final do lote anterior, subtraído o tempo gasto para troca de bebidas. O mesmo ocorre com a produção dos xaropes.

Para relacionar as linhas aos tanques, há restrições que garantem que para haver produção na linha é necessário que algum tanque tenha sido dedicado naqueles sub-períodos ao lote da linha. A sincronia entre linha e tanque, que é uma condição fundamental no processo de produção de bebidas, é feita estabelecendo que o xarope que abastece um lote deve estar pronto com um sub-período de antecedência, e pode ser enviado à linha apenas durante o intervalo de produção deste lote na linha.

A Tabela 3.1 extraída de Toledo (2005) resume as restrições do modelo PIDLPP por suas funções na modelagem. As referências entre os parênteses na tabela correspondem as expressões do modelo apresentadas no Anexo A.

Tabela 3.1: Agrupamento das restrições do modelo PIDLPP pelo seu significado

Restrições das Linhas	Restrições dos Tanques	Significado das Restrições
(A.1)	(A.29)	Atribuições não permitidas a linhas ou tanques
(A.2)	(A.30)	Atribuições de produtos ou xaropes aos lotes
(A.3), (A.15) e (A.16)	(A.31) e (A.32)	Ligações entre atribuição de produtos ou xaropes aos lotes e as quantidades produzidas ou armazenadas
(A.4)	(A.34) e (A.35)	Trocas entre produtos ou xaropes
(A.5) - (A.7)	(A.36) e (A.37)	Tempo de troca
(A.8)	(A.38)	Uso da capacidade do macro-período
(A.9) e (A.10)	(A.40) e (A.41)	Balanceamento de estoque
(A.11) e (A.12)	(A.42) - (A.44)	Uso da capacidade disponível entre o fim de dois lotes sucessivos
(A.13) e (A.14)	(A.45), (A.47) - (A.49)	Estabelece um único início e único fim para cada lote
(A.17) - (A.20), (A.22), (A.23)	(A.50) - (A.58), (A.60) - (A.62)	Estabelece o início e fim de um lote efetivamente usado ou não
(A.21)	(A.59)	Ordem de ocupação dos lotes
(A.24)-(A.26)	(A.39) - (A.41), (A.46)	Sincroniza a retirada de xarope dos lotes com a produção dos produtos nos lotes das linhas
(A.27) e (A.28)	-	Ocupação da capacidade do primeiro sub-período de cada lote
-	(A.41), (A.63) e (A.64)	Reabastecimento dos tanques

Fonte: Toledo (2005).

O modelo de Toledo *et al.* (2006), é discutido de forma mais aprofundada nos capítulos 4 e 6. No Capítulo 4, a formulação do modelo PIDLPP é comparada à formulação dos modelos propostos no presente trabalho, e testes computacionais com alguns exemplares da literatura são realizados no capítulo 6.

3.3 Métodos de Solução

Os modelos de otimização linear inteira mista podem ser resolvidos através de métodos exatos, como o método *Branch and Bound* e o método de Planos de Corte (Nemhauser e Wolsey, 1988), ou métodos não-exatos como heurísticas e meta-heurísticas, ou ainda por algoritmos híbridos que combinam estes métodos. Para resolver o modelo DLSP, por exemplo, Fleishmann (1990) aplica um procedimento *Branch and Bound* e utiliza Relaxação Lagrangiana para obter limitantes inferiores e soluções factíveis para o problema.

A maior parte dos métodos para tratar modelos que integram o dimensionamento e o sequenciamento da produção, utiliza métodos híbridos que combinam heurísticas e relaxações (Meyr, 2000), (Fleishmann e Meyr, 1997), (Drexler e Haase, 1995). Métodos exatos como *Branch*

and Bound e Planos de Corte foram pouco explorados na literatura, aparentemente por se acreditar que eles tenham poucas chances de resolver modelos que integram o dimensionamento e o sequenciamento da produção em situações reais. No entanto, mesmo que o método de planos de corte não seja aplicado até obter a solução ótima do problema inteiro misto (PIM), ele colabora na obtenção de melhores limitantes duais. Isto porque no método de planos de corte elimina-se a solução ótima da relaxação linear, que é um limitante inferior para o (PIM) (problema de minimização). A redução da região factível do problema relaxado pode colaborar na redução do tempo de solução de métodos como *Branch and Bound*. Desta forma pode-se utilizar o Método de Planos de Corte de forma híbrida com o método *Branch and Bound*, dando origem aos métodos conhecidos como *Cut and Branch* e *Branch and Cut* (Salkin e Marthur, 1989) (Cook *et al.*, 1998). No método *Cut and Branch* utiliza-se os Planos de Corte no problema original (nó raiz) para obter limitantes duais melhores. Se após um certo número de iterações não é possível gerar novos Planos de Corte, ou a diferença entre os limitantes duais obtidos entre duas iterações consecutivas é pequena, aplica-se o método *Branch and Bound* no problema reduzido. Se a geração de planos de corte é feita em outros nós da árvore de enumeração implícita (neste caso devem ser globalmente válidos), temos o método *Branch and Cut*.

A seguir foram revisados o método de Planos de Corte e diversas inequações válidas conhecidas da literatura e contidas no *software* CPLEX 10.0. Também são discutidos alguns métodos heurísticos, em particular, foi revisada a heurística *relax and fix*. Os leitores familiarizados com esse material podem pular esta seção e ir para o Capítulo 4. Supõe-se conhecida a metodologia de solução dos problemas de otimização linear contínua (Bazarrá *et al.*, 1990).

3.3.1 Método de Planos de Corte

Dado um problema inteiro misto (PIM) = $\{ \min cx + hy : Ax + Gy \geq b, x \geq 0 \text{ e } y \geq 0 \text{ e inteiro} \}$, a região factível deste problema está inserida na região factível do problema (PL) = $\{ \min cx + hy : Ax + Gy \geq b, y, x \geq 0 \}$. O problema (PL) é conhecido como a Relaxação Linear do Problema Inteiro Misto, que é obtido relaxando-se a restrição de integralidade de (PIM). Sabe-se que as inequações que definem (PL) formam um poliedro e a solução ótima de (PL) está em um de seus vértices, vide definição e teorema abaixo.

Definição 3.1. (Nemhauser e Wolsey, 1988) Um poliedro $P \subseteq \mathbb{R}^n$ é o conjunto de pontos que satisfaz um número finito de inequações lineares, isto é, $P = \{ x \in \mathbb{R}_+^n : Ax \geq b \}$, onde (A, b) é

uma matriz $m \times (n + 1)$.

Teorema 3.1. (Bertsimas e Tsitsiklis, 1997) *Considere o problema de minimização de cx sobre um poliedro P . Suponha que P tem pelo menos um ponto extremo e que há uma solução ótima. Então, há uma solução ótima que é um ponto extremo de P .*

Considere que z_{PIM}^* é a solução ótima do (PIM) e z_{PL}^* a solução ótima do (PL), temos então que $z_{PL}^* \leq z_{PIM}^*$, ou seja, a solução ótima do (PL) é um limitante inferior (limite dual) para a solução do (PIM). Além disto, se z_{PL}^* for inteira pode-se afirmar que esta é a solução ótima do problema (PIM), ($z_{PL}^* = z_{PIM}^*$). A respeito da relação entre (PIM) e (PL), também pode-se afirmar que se (PL) é infactível então (PIM) também será (Wolsey, 1998).

Tendo em vista que os problemas (PL) normalmente são mais fáceis de serem resolvidos que os problemas (PIM), é interessante tentar descrever o problema (PIM) de forma que a solução de sua relaxação linear seja inteira, ou seja, o problema inteiro pode ser descrito apenas por restrições lineares (Parker e Rardin, 1988).

Definição 3.2. (Nemhauser e Wolsey, 1988) *Dado um conjunto $X \subseteq \mathbb{R}^n$, um ponto $x \in \mathbb{R}^n$ é uma combinação convexa de pontos de X se existir um conjunto finito de pontos $\{x^i\}_{i=1}^t$ em S e um $\lambda \in \mathbb{R}^n$ com $\sum_{i=1}^t \lambda_i = 1$ e $x = \sum_{i=1}^t \lambda_i x^i$. O envoltório convexo de X , denotado por $\text{conv}(X)$, é o conjunto de todos pontos que são combinações convexas dos pontos de X .*

Proposição 3.1. (Wolsey, 1998) *$\text{conv}(X)$ é um poliedro.*

Uma classe de problemas inteiros que possui a propriedade de que a relaxação linear associada fornece solução inteira, é a classe de problemas onde a matriz A de restrições é totalmente unimodular, ou seja, o determinante de cada submatriz quadrada de A é $+1$, -1 ou 0 (Teorema 3.2 a seguir). O problema de transporte clássico, o problema da designação, e o problema de fluxo em rede com custo mínimo são exemplos de modelos que pertencem a esta classe, e assim podem ter a restrição de integralidade das variáveis relaxadas, pois a solução ótima da relaxação linear é inteira (Salkin e Mathur, 1989).

Teorema 3.2. (Parker e Rardin, 1988) *Seja A uma matriz inteira. Então as seguintes afirmações são equivalentes:*

- i) *Cada submatriz de A tem determinante ± 1 ou 0 .*
- ii) *Os pontos extremos de $X = \{x : Ax \geq b, x \geq 0\}$ são inteiros para qualquer b inteiro.*
- iii) *Cada submatriz não singular de A tem uma inversa inteira.*

Para os problemas que não possuem esta propriedade, pode-se tentar uma aproximação do envoltório convexo. Para isto, uma alternativa é melhorar a formulação do modelo por meio da modificação ou inserção de restrições que deixem o modelo mais “forte”. Em Miller e Wolsey (2003), por exemplo, são discutidas várias formulações de modelos do tipo dimensionamento de lotes discreto que podem tornar o processo de solução do problema mais fácil. Outra alternativa é acrescentar ao problema restrições (inequações válidas, definição 3.3) de forma a obter uma aproximação do envoltório convexo do problema. Estas inequações válidas são conhecidas como Planos de Corte. O nome é derivado do fato de que procura-se gerar uma inequação válida que corte a solução da relaxação do modelo. As definições 3.4, 3.5, 3.6 e 3.7 a seguir, ajudam a caracterizar melhor as inequações que definem o envoltório convexo de um PLI.

Definição 3.3. (Ferreira e Wakabayashi, 1996) *Uma inequação do tipo $a^T x \leq \alpha$, $a \in \mathbb{R}^n$, $\alpha \in \mathbb{R}$, é chamada inequação válida em relação à S se $S \subseteq \{x \in \mathbb{R}^n / a^T x \leq \alpha\}$, ou seja, é uma inequação que é satisfeita por qualquer solução inteira factível de S .*

Definição 3.4. *As inequações $\pi x \leq \pi_0$ e $\gamma x \leq \gamma_0$ são ditas equivalentes se $(\gamma, \gamma_0) = \lambda(\pi, \pi_0)$ para algum valor $\lambda > 0$. Se existir $\mu > 0$ tal que $\gamma \geq \mu\pi$ e $\gamma_0 \leq \mu\pi_0$, então $\{x \in \mathbb{R}_+^n : \gamma x \leq \gamma_0\} \subseteq \{x \in \mathbb{R}_+^n : \pi x \leq \pi_0\}$. Neste caso dizemos que $\gamma x \leq \gamma_0$ domina ou é mais forte que $\pi x \leq \pi_0$, ou que $\pi x \leq \pi_0$ é dominada por ou é mais fraca que $\gamma x \leq \gamma_0$.*

Definição 3.5. (Nemhauser e Wolsey, 1988) *Se (π, π_0) é uma inequação válida para P , e $F = \{x \in P : \pi x = \pi_0\}$, F é chamada uma face de P , e dizemos que (π, π_0) representa F . Uma face F é dita ser própria se $F \neq \emptyset$ e $F \neq P$.*

Definição 3.6. (Nemhauser e Wolsey, 1988) *Uma inequação válida maximal é uma inequação que não é dominada por nenhuma outra.*

Definição 3.7. *Uma face própria maximal de um poliedro é chamada de faceta.*

Pelas Definições 3.4, 3.5, 3.6 e 3.7, percebe-se que os melhores planos de corte são aqueles que definem facetas do $\text{conv}(X)$. Pois se for possível descrever todas as inequações que definem as facetas do envoltório convexo de um problema, pode-se afirmar que a solução ótima inteira é a solução ótima da Relação Linear (Teorema 3.1).

Encontrar uma inequação válida que defina um plano de corte implica em encontrar um plano que separe um ponto infactível da região factível. O problema de gerar uma inequação válida que separe um ponto e um conjunto é conhecido como Problema de Separação. O Teorema 3.3, garante que sempre é possível resolver o Problema de Separação, no entanto, este problema pode ser tão difícil de ser resolvido quanto o problema original.

Teorema 3.3. (Vanderbei, 2001) *Suponha que P e \tilde{P} sejam dois poliedros disjuntos e não vazios em \mathbb{R}^n . Então existe um hiperplano que gera dois semi-espacos, H e \tilde{H} , tais que $P \subset H$ e $\tilde{P} \subset \tilde{H}$.*

Na década de 50 Gomory aplicou o método de Planos de Corte para resolver problemas de programação linear inteira (PLI). Os Cortes de Gomory são gerais, pois podem ser gerados para qualquer problema de otimização linear inteiro. Veja a seguir.

Corte Fracionário de Gomory

Considere que a Relaxação Linear do Problema PLI foi resolvida e seja B a base ótima.

A i -ésima variável básica x_{Bi} pode ser escrita como:

$$x_{Bi} = \bar{b}_i - \sum_{j \in NB} \bar{a}_{ij} x_j, \quad i = 1, \dots, m. \quad (3.49)$$

onde $\bar{b} = B^{-1}b$, NB conjunto dos índices das variáveis não básicas, e \bar{a}_{ij} é o coeficiente das variáveis não básicas ($\bar{A}_j = B^{-1}A_j$).

O Corte Fracionário de Gomory é dado por:

$$\sum_{j \in NB} f_{ij} x_j \geq g_i \quad (3.50)$$

Sendo que $g_i = \bar{b}_i - [b^- i]$, e $f_{ij} = \bar{a}_{ij} - [\bar{a}_{ij}]$ é a parte fracionária de \bar{a}_{ij} .

Exemplo 3.1. *Considere a relaxação linear de um PLI dada por:*

$$\text{Max } z = 2x_1 + x_2$$

Sujeito a:

$$x_1 + x_2 \leq 5$$

$$\begin{aligned} -x_1 + x_2 &\leq 0 \\ 6x_1 + 2x_2 &\leq 21 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

A solução ótima da RL é:

$$x_2 = \frac{9}{4} - \frac{3}{2}x_3 + \frac{1}{4}x_5$$

$$x_4 = \frac{1}{2} + 2x_3 - \frac{1}{2}x_5$$

$$x_1 = \frac{11}{4} + \frac{1}{2}x_3 - \frac{1}{4}x_5$$

$$(Max) z = \frac{3}{4} - \frac{1}{2}x_3 - \frac{1}{4}x_5$$

Como x_1 , x_2 e x_4 não possuem valores inteiros, podemos gerar Cortes de Gomory usando qualquer uma delas. Tomemos $N=\{1,4\}$, $x_{B1} = x_2$, $\bar{b}_i = \frac{9}{4}$, e $a_{23} = -\frac{3}{2}$, $a_{25} = \frac{1}{4}$. Temos:

decompondo o coeficiente das variáveis x_3 , x_5 e do termo $\frac{9}{4}$ obtemos:

$$-\frac{3}{2} = \lfloor -\frac{3}{2} \rfloor + f_{23} = -2 + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{4} = \lfloor \frac{1}{4} \rfloor + f_{25} = 0 + \frac{1}{4}$$

$$\frac{9}{4} = \lfloor \frac{9}{4} \rfloor + g_2 = 2 + \frac{1}{4}$$

O corte de Gomory (3.50) gerado a partir da variável x_2 é então:

$$\frac{1}{2}x_3 + \frac{1}{4}x_5 \geq \frac{1}{4}.$$

O Corte de Gomory foi estendido para considerar variáveis reais, Corte Inteiro Misto de Gomory. O Corte Inteiro Misto de Gomory, pode ser visto como um caso particular das inequações MIR apresentadas abaixo (Marchand *et al.*, 2002). As inequações MIR tem sido utilizadas para derivar outras inequações mais gerais (Günlük e Pochet, 2001)(Wolsey, 2003).

MIR - mixed integer rounding

Dado o conjunto $X = \{(x, y) \in Z_+^n \times \mathbb{R}_+ : a^T x + y \leq b\}$, onde $a \in \mathbb{R}^n$, e $b \in \mathbb{R}$.

Temos que:

Proposição 3.2. (Marchand *et al.*, 2002) A inequação $\sum_{i=1}^n (\lfloor a_i \rfloor + \frac{(f_i - f_0)^+}{1 - f_0}) x_i - \frac{1}{1 - f} y \leq \lfloor b \rfloor$ é válida para $\text{conv}(X)$, onde $f_0 = b - \lfloor b \rfloor$ e $f_i = a_i - \lfloor a_i \rfloor$, e $v^+ = \max(0, v)$.

Exemplo 3.2. Considere o conjunto

$$X = \{(x, y) \in Z_+^3 \times \mathbb{R}_+ : x_1 + \frac{1}{2}x_2 + \frac{3}{2}x_3 + y \leq 10\}.$$

Temos $\lfloor a_1 \rfloor = \lfloor 1 \rfloor = 1$, $\lfloor a_2 \rfloor = \lfloor \frac{1}{2} \rfloor = 0$, $\lfloor a_3 \rfloor = \lfloor \frac{3}{2} \rfloor = 1$, $\lfloor b \rfloor = \lfloor 10 \rfloor = 10$, $f_0 = 0$, $f_1 = 0$,

$f_2 = \frac{1}{2}$, $f_3 = \frac{1}{2}$. Pela proposição 3.2 a inequação válida do tipo MIR é:
 $(1 + \frac{0}{1})x_1 + (0 + \frac{1}{1})x_2 + (1 + \frac{1}{1})x_3 - y \leq 10$ que resulta $x_1 + \frac{x_2}{2} + \frac{3}{2}x_3 - y \leq 10$.

Uma ferramenta importante que tem sido utilizada na identificação de inequações válidas de melhor qualidade é o estudo da estrutura geométrica ou combinatória do problema a ser resolvido. Nestes casos os Planos de Corte são gerados a partir de conjuntos específicos de variáveis e restrições, o que possibilita sua aplicação em qualquer modelo geral que tenha como subestrutura estes conjuntos de variáveis e restrições. A estrutura poliédrica de problemas, tais como o problema da mochila e o problema de fluxo em redes com custo fixo tem sido amplamente estudada na literatura para a derivação de planos de corte. Isto porque estes problemas freqüentemente aparecem como subestruturas de problemas mais gerais de otimização inteira mista. O uso de facetos e faces para o problema da mochila 0/1 (inequações de cobertura - *Cover cuts*) e para o problema de fluxo em redes com custo fixo, (inequações de fluxo - *Flow cuts*), como planos de corte na solução de problemas PI e PIM gerais, tem sido demonstrada por diversos trabalhos na literatura (Hoffman, 2000). Uma ampla revisão sobre inequações válidas para estes problemas, bem como sobre a metodologia de geração de planos de corte, pode ser encontrada em Marchand *et al.*, (2002), Padberg (2001), Belvaux e Wolsey (2001), Wolsey (2003) e Wolsey (1997). Descrevemos a seguir as inequações de cobertura e as inequações de fluxo.

Inequação de Cobertura

Considere o conjunto $X^{PM} = \{x \in \mathbb{B}^n : \sum_{j=1}^n a_j x_j \leq b\}$, onde a_j e b_j são positivos. Seja $N = 1, \dots, n$.

Definição 3.8 (Conjunto Cobertura e Cobertura Minimal). *Um conjunto $C \subseteq N$ é uma cobertura se $\sum_{j \in C} a_j > b$. Uma cobertura é minimal se $C \setminus \{j\}$ não é uma cobertura para qualquer $j \in C$.*

Proposição 3.3. [Inequação de Cobertura] (Marchand *et al.*, 2002) *Se $C \subseteq N$ é uma cobertura, a inequação de cobertura*

$$\sum_{j \in C} x_j \leq |C| - 1$$

é válida para X^{PM} . Além disso, se C é minimal, então a inequação dada define uma faceta do $\text{conv}(X^C)$, onde $X^C = X^{PM} \cap \{x : x_j = 0, j \in N \setminus C\}$.

Exemplo 3.3. *Considere a restrição de um problema da mochila*

$$X = \{x \in \mathbb{B}^7 : 11x_1 + 6x_2 + 6x_3 + 5x_4 + 5x_5 + 4x_6 + x_7 \leq 19\}$$

Tomando $C = \{1, 2, 3\}$, temos $a_1 = 11$, $a_2 = 6$, $a_3 = 6$ e $b = 19$. O conjunto C é uma cobertura, pois $\sum_{j \in C} a_j = 23 > 19$. Assim pela proposição 3.3 a inequação $x_1 + x_2 + x_3 < 3 - 2 = 2$ é uma inequação de cobertura válida para X , e define uma faceta do $\text{conv}(X^C)$, pois C é minimal.

O conceito de cobertura também é utilizado para derivar as inequações de cobertura de fluxo. Sejam N_1 e N_2 os conjuntos dos índices das variáveis com coeficiente positivos e negativos respectivamente. Seja o conjunto:

$$X^F = \{(x, y) \in \mathbb{R}_+^n \times B^n : \sum_{j \in N_1} x_j \leq b + \sum_{j \in N_2} x_j, x_j \leq a_j y_j \text{ para } j \in N_1 \cup N_2\}.$$

Pode-se interpretar este conjunto como um problema de fluxo em rede com custo fixo, onde N_1 representa o índice do fluxo positivo (que chega no nó) e N_2 o fluxo negativo (que sai do nó). Por este motivo a inequação válida da Proposição 3.4 abaixo, recebe o nome de Inequação de Cobertura de Fluxo. Quando $N_2 = \emptyset$ e $x_j \geq a_j y_j$, pode-se reformular o conjunto X^F como X^{PM} (Ken Darby e Rangel, 1998).

Inequações de Cobertura de Fluxo

Definição 3.9. [Conjunto Cobertura Generalizado] Um conjunto $C = C_1 \cup C_2$ com $C_1 \subseteq N_1, C_2 \subseteq N_2$ é uma cobertura generalizada para X se $\sum_{j \in C_1} a_j - \sum_{j \in C_2} a_j = b + \lambda$ com $\lambda > 0$, λ é chamado de excesso.

Proposição 3.4. [Inequação de Cobertura de Fluxo](Wolsey, 1998) Se C é uma cobertura generalizada para X^F , a inequação

$$\sum_{j \in C_1} x_j + \sum_{j \in C_1} (a_j - \lambda)^+ (1 - y_j) \leq b + \sum_{j \in C_2} a_j + \lambda \sum_{j \in L_2} y_j + \sum_{j \in N_2 \setminus (C_2 \cup L_2)} x_j$$

é válida para X^F , onde $L_2 \subseteq N_2 \setminus C_2$.

Exemplo 3.4. *Considere o conjunto*

$$X^F = \{x \in \mathbb{R}_+^6 \times \mathbb{B}^6 : x_1 + x_2 + x_3 \leq 4 + x_4 + x_5 + x_6, x_1 \leq 3y_1, x_2 \leq 3y_2, x_3 \leq 6y_3, x_4 \leq 3y_4, x_5 \leq 5y_5, x_6 \leq y_6, \}.$$

Tome $C_1 = \{1, 3\}$ e $C_2 = \{4\}$, $C = (C_1, C_2)$ é uma cobertura generalizada com $\lambda = 2$.

Tomando $L_2 = \{5\}$, a Inequação de Cobertura de Fluxo resultante é

$$x_1 + x_3 + 1(1 - y_1) + 4(1 - y_3) \leq 7 + 2y_5 + x_6.$$

O conjunto X^F está presente em muitos problemas de programação inteiro misto. Nos problemas de dimensionamento de lotes estas restrições estão sempre presentes, o que implica que as Inequações de Cobertura de Fluxo podem ser utilizadas como Planos de Corte na solução deste tipo de modelos. A partir das Inequações de Cobertura e Cobertura de Fluxo, várias outras inequações são derivadas na literatura e para diversos modelos (Wolsey, 2003).

Outra subestrutura que também é comum em PIM, é a subestrutura formada pela restrição da mochila e uma restrição de limite superior das variáveis. Wolsey (1990) derivou inequações de cobertura válidas para esta subestrutura (inequações de cobertura GUB, $\sum_{j \in S} x_j \leq 1$) e para casos especiais como: problema de designação e problema de sequenciamento de máquinas, e problemas que possuem, além das restrições GUB, variáveis de fluxo limitadas superiormente.

Inequações de Cobertura GUB

Dado o conjunto X^{GUB} definido por:

$$X^{GUB} = \begin{cases} \sum_{j \in N_1} a_j x_j - \sum_{j \in N_2} a_j x_j \leq b; \\ \sum_{j \in S_i} x_j \leq 1 \text{ para } i \in I_1 \cup I_2; \\ x \in B_+^n \text{ e } a_j > 0 \text{ para } j \in N_1 \cup N_2. \end{cases}$$

é possível derivar inequações válidas para o problema. Para tanto é necessário definir N_1 e N_2 e alguns subconjuntos deles. N_k é formado por subconjuntos de índices S_i $i \in I_k$, tal que $N_k = \cup_{i \in I_k} S_i$ para $k = 1, 2$, e $S_i \cap S_l = \emptyset$ se $i, l \in I_k$ e $i \neq l$. $N_1 \cap N_2 = \emptyset$, $N = N_1 \cup N_2$ e $|N| = n$.

O conjunto $C = C_1 \cup C_2$ é um cobertura GUB para X se:

- i) $C_k \subseteq N_k$ para $k = 1, 2$,
- ii) $|C_k \cap S_i| \leq 1$ para $i \in I_k$ e $k = 1, 2$
- iii) $\sum_{j \in C_1} a_j - \sum_{j \in C_2} a_j > b$.

Da definição de cobertura GUB é possível derivar os conjuntos:

$$I_k^+ = \{i \in I_k : C_k \cap S_i \neq \emptyset\} \text{ para } k = 1, 2;$$

$$S_i^+ = \{j \in S_i : a_j \geq a_l \text{ para } l \in C_1 \cap S_i\} \text{ para } i \in I_1^+;$$

$$S_i^+ = \{j \in S_i : a_j \leq a_l \text{ para } l \in C_2 \cap S_i\} \text{ para } i \in I_2^+.$$

Proposição 3.5. *A inequação*

$$\sum_{i \in I_1^+} \sum_{j \in S_i^+} x_j \leq |C| - 1 + \sum_{i \in I_2^+} \sum_{j \in S_i^+} x_j + \sum_{i \in I_2 \setminus I_2^+} \sum_{j \in S_i} x_j$$

é válida para X^{GUB} .

Exemplo 3.5. *Dado o conjunto de restrições:*

$$20x_1 + 20x_2 + 7x_3 + 15x_4 - x_5 - 4x_6 - x_7 - x_8 \leq 30$$

$$x_1 + x_2 \leq 1$$

$$x_3 + x_4 \leq 1$$

$$x_5 + x_6 \leq 1$$

$$x_7 + x_8 \leq 1$$

Tem-se $N_1 = \{1, 2, 3, 4\}$, $N_2 = \{5, 6, 7, 8\}$, $S_1 = \{1, 2\}$, $S_2 = \{3, 4\}$, $S_3 = \{5, 6\}$, $S_4 = \{6, 7\}$. O conjunto $C = C_1 \cup C_2$ onde $C_1 = \{2, 4\}$ e $C_2 = \{5\}$ é uma cobertura GUB, pois

i) $C_1 \subset N_1$ e $C_2 \subset N_2$.

ii) $|C_1 \cap S_1| = 1$, $|C_1 \cap S_2| = 1$, $|C_2 \cap S_3| = 1$, $|C_2 \cap S_4| = 0$.

iii) $\sum_{j \in C_1} a_j - \sum_{j \in C_2} a_j = a_2 + a_4 - a_5 = 20 + 15 - 1 = 34 > 30$.

Os conjuntos associados a cobertura GUB são:

$$I_1^+ = \{i \in I_1 : C_1 \cap S_i \neq \emptyset\} = \{1, 2\}, I_2^+ = \{i \in I_2 : C_2 \cap S_i \neq \emptyset\} = \{3\}, S_1^+ = \{j \in S_1 : a_j \geq a_1\} = \{2\}, S_2^+ = \{j \in S_2 : a_j \geq a_4\} = \emptyset, S_3^+ = \{j \in S_3 : a_j \geq a_5\} = \{6\}. \text{ E ainda } I_2 \setminus I_2^+ = \{3, 4\} \setminus \{3\} = \{4\}.$$

Definidos os conjuntos a inequação dada pela cobertura GUB é:

$$\sum_{j \in S_1^+} x_j + \sum_{j \in S_2^+} x_j \leq |C_1| - 1 + \sum_{j \in S_3^+} x_j + \sum_{j \in S_4} x_j, \text{ como } S_2^+ = \emptyset \text{ temos,}$$

$$x_2 \leq 1 + x_6 + x_7 + x_8.$$

Na área de estudos de modelos de dimensionamento de lotes, a derivação e aplicação de inequações válidas específicas também tem sido explorada. Nos trabalhos de Barany *et al.* (1984), Constantino (1996, 2000), Miller *et al.* (2003), Wolsey (1997), Mokotoff e Chrétienne (2002), Miller, Nemhauser, e Savelsbergh (2000) e (2003), Guan *et al.* (2006), os Planos de Corte combinados com o *Branch and Bound* são aplicados para modelos de dimensionamento de lotes.

Os modelos de dimensionamento de lotes com um único item, e os modelos de dimensionamento de lotes capacitado e não capacitado são amplamente estudados na literatura por

aparecerem como subestrutura de quase todos modelos de dimensionamento de lotes. Brahim *et al.* (2006) e Karimi *et al.* (2003) fazem uma revisão dos trabalhos realizados com estes tipos de modelos.

Constantino (1996) desenvolve famílias de inequações válidas para um modelo do tipo (CSLP) descrito na seção 3.2, onde são considerados também custos de produção e *set up*. As inequações são derivadas para o modelo de um item e utilizadas como Planos de Corte em um algoritmo *Cut and Branch* para o modelo multi itens, que resolve vários exemplares do modelo até a otimalidade. Uma das inequações apresentadas é a Inequação Supermodular à Esquerda. Ela é derivada a partir das variáveis de *set up* e *start up*, e gera um limitante inferior para as variáveis de estoque de um período. Em Ferreira (2002) esta inequação foi aplicada na solução de um modelo de dimensionamento de lotes para a produção de bebidas pelo método *Cut and Branch*. Em Constantino (2000), inequações válidas são derivadas para uma variação do modelo apresentado em Constantino (1996), onde atrasos são considerados, e a produção passa a ter um lote mínimo a ser produzido.

O modelo de dimensionamento de lotes capacitado também é estudado por Miller *et al.* (2000, 2003). O modelo estudado por Miller *et al.* (2003), que será chamado de CLSP2, é similar ao modelo de dimensionamento de lotes capacitado com tempos e custos de *set up* independente (3.13) a (3.17). No entanto, o índice t é eliminado por ser considerado apenas um período, M é substituído por $K - st_j$, e a restrição de balanceamento de demanda e estoque é substituída pela restrição $I_j + x_j \geq d_j$. Uma inequação válida apresentada é dada pela proposição 3.6. São apresentados os tipos de soluções fracionárias que estas inequações cortam e as condições para as quais elas definem facetas do $conv(X^{CLSP2})$.

Proposição 3.6. *Miller et al. (2003) Dada uma cobertura C para o modelo CLSP2, a inequação*

$$\sum_{j \in C} I_j \geq \lambda + \sum_{j \in C} \max\{-st_j, d_j - \lambda\}(1 - y_j)$$

é válida para X^{CLSP2} , onde $\lambda = \sum_{j \in S}(st_j + d_j) - K \geq 0$.

Foi investigada a utilização desta inequação na solução dos modelos propostos no capítulo 4. A inequação (3.6) é proposta para um modelo mono-máquina, em que os tempos de trocas não são dependentes, e para cada produto há uma, e exatamente uma, variável de *set up* por período para controlar o número de preparos do item no período, 0 ou 1. Para os modelos propostos no capítulo 4, as modificações necessárias para a utilização dessa inequação

se referem aos tempos de troca dependentes da produção, a estrutura de tempo dividida em sub-períodos, que implica que um item pode ser preparado mais de uma vez por período, e ainda as várias máquinas, (ver Seção 5.2.1).

Em Wolsey (1997) é feita uma revisão de algumas inequações válidas para problemas que possuem como subestrutura modelos com *set up* independente, *set up* dependente, não capacitados, capacitados, entre outros. O modelo inicial apresentado, de onde são identificadas as subestruturas, é o modelo (3.33)-(3.40). Estas subestruturas são identificadas e as inequações válidas para elas podem ser aplicadas em modelos mais gerais.

Outro trabalho interessante é o trabalho de Mokotoff e Chrétienne (2002), que trata do problema de sequenciamento de lotes em m máquinas paralelas não relacionadas pelo método planos de corte. Resultados computacionais mostram que todos os exemplares podem ser resolvidos otimamente pelo algoritmo exato. Algoritmos de Separação para estas classes de inequações podem ser encontrados nas referências citadas.

3.3.2 Métodos Heurísticos

O termo heurística é derivado do grego *heuriskein*, que significa descobrir ou achar (Reeves, 1993). Em otimização podemos definir uma heurística como sendo um método de solução de problemas de otimização que visa encontrar, com tempo e custo razoáveis, uma boa solução para o problema, sendo que não há garantia de otimalidade para a solução encontrada. Grande parte dos trabalhos citados na revisão bibliográfica desta tese utilizam heurísticas ou métodos híbridos que incluem heurísticas para resolver os modelos estudados.

Os pacotes de otimização possuem heurísticas implementadas (em geral heurísticas de arredondamento), pois estas podem também colaborar na redução do *gap* de otimalidade dos problemas, fornecendo soluções inteiras de forma rápida. Assim, a utilização de um método híbrido que inclua uma heurística pode acelerar o processo de solução de métodos como *Branch and Bound*, reduzindo a árvore de enumeração implícita. Softwares como CPLEX possuem, inclusive opções que controlam a taxa de aplicação de heurísticas na solução dos modelos. Por exemplo, na versão 10 do software CPLEX foi incluída a heurística *Relaxation Induced Neighborhood Search*, Danna *et al* (2005). Esta heurística explora a vizinhança da solução corrente para tentar melhorá-la. A exploração da vizinhança é formulada como um problema de otimização inteiro misto (subproblema), que é resolvido recursivamente até um limite de

nós.

Para se utilizar meta-heurísticas tais como Busca Tabu, *Simulated Annealing* e Algoritmos Genéticos, é necessário especializá-las para o problema a ser resolvido (Reeves, 1993). Algoritmos híbridos que combinam heurísticas também têm sido utilizados. No trabalho de Meyr (2002), onde o GLSP é estendido para incluir várias máquinas, o modelo é resolvido com busca local, *Simulated Annealing* e *Threshold Accepting*, combinado com um algoritmo de reotimização dual. Fleishmann e Meyr (1997) desenvolveram um algoritmo de busca local para resolver exemplares do modelo GLSP mono máquina.

Toledo (2005) e Toledo *et al* (2006b) utilizam uma abordagem heurística para a solução do problema de programação da produção de bebidas, baseada em algoritmos genéticos. Gutiérrez e Pizzolato (2004) desenvolvem uma heurística baseada no método de Singh e Fostes (1987), para resolver o problema de dimensionamento e sequenciamento da produção de bebidas, . Essa heurística é orientada em função do período de planejamento mais apropriado às conveniências da programação, determinando assim seqüências de produção realistas e, além disto, estima os custos anuais de *set up* e manutenção de inventário. A heurística também usa as vantagens de outros artifícios, tais como permitir tempos ociosos, e uma maneira mais efetiva para determinação da seqüência final de produção.

Gupta e Magnusson (2005) desenvolvem uma heurística para resolver um modelo de dimensionamento e sequenciamento da produção. A idéia principal da heurística é gerar uma solução inicial factível, assumindo que o *set up carryover* é utilizado em cada período. Os próximos *set ups* são seqüenciados de forma gulosa. O passo final começa com o último período e busca as capacidades não usadas em períodos precedentes. A heurística compara os custos de *set up* e estoque, e verifica se a produção pode ser removida para períodos anteriores que tenham folga de capacidade suficiente, com efeito de redução do custo total. Este passo de refinamento continua até que todas oportunidades para mover a produção tenham se esgotado. A heurística foi implementada para tempos de *set up* positivos e fixos.

Heurística *Relax and Fix*

Outra heurística utilizada na solução de modelos de dimensionamento de lotes e também em modelos de dimensionamento e sequenciamento de lotes é a heurística *relax and fix* (Wolsey, 1998). Nessa heurística o conjunto das variáveis inteiras é particionado em P conjuntos disjuntos $Q_i, i = 1, \dots, P$, de diferentes importâncias. O número P de conjuntos determina

o número de iterações da heurística. Em uma iteração n , as variáveis do conjunto Q_n são definidas como inteiras e as variáveis dos demais conjuntos são relaxadas. O problema resultante (subproblema) é então resolvido. Se o subproblema é infactível o processo para, caso contrário, se o subproblema for factível, apenas as variáveis do conjunto Q_n , ou parte delas, são fixadas em seu valor corrente, e o processo se repete para os outros conjuntos. Dependendo do subproblema, pode-se ter várias opções de partições do conjunto de variáveis inteiras, tais como: particionar o conjunto de variáveis de acordo com períodos, itens, estágios. No caso de modelos que consideram vários itens, períodos, máquinas e estágios, as variáveis binárias são indexadas por itens, períodos, máquinas e estágios. Estes conjuntos e a combinação entre eles são opções na definição das partições a serem usadas na heurística *relax and fix*. O critério para a fixação das variáveis também é flexível. Por exemplo no modelo GLSP, (3.41)-(3.48), que possui as variáveis indexadas por sub-períodos; suponha que a partição tenha sido feita por período. Após resolver o problema resultante, pode-se escolher fixar apenas as variáveis binárias correspondentes a sub-períodos onde tenha ocorrido produção. Um algoritmo geral para a heurística *relax and fix* é:

Algoritmo Relax and Fix

Inicialização: Defina uma partição Q_1, \dots, Q_P para o conjunto de variáveis inteiras, e o critério para fixação das variáveis.

Para $i = 1, \dots, P$:

Passo 1: Faça as variáveis de Q_i inteiras, relaxe as demais, e resolva o subproblema associado.

Passo 2: Se o problema for infactível, pare.

Se o problema for factível, verifique quais variáveis satisfazem o critério para fixação, e fixe seus valores.

No passo 2 é importante observar que há fatores que podem levar o subproblema a infactibilidade, mas dependendo do fator, pode-se inserir mais um passo no algoritmo para tentar modificar este *status* da solução. Isso pode acontecer, por exemplo, se forem fixadas todas as variáveis do período. Neste caso pode ser útil voltar, e relaxar algumas variáveis do subproblema, conforme Escudero e Salmeron (2005).

No trabalho de Federgruen (2004), a heurística *relax and fix* é considerada como um caso particular de uma heurística de intervalos progressivos. Nas heurísticas de intervalos progressivos o horizonte de planejamento é dividido em J conjuntos T_i de períodos, para $i =$

$0 \dots J$, tal que $0 = T_0 \leq T_1 \leq T_2 \leq \dots \leq T_J$; o conjunto de variáveis contínuas é dividido em J conjuntos t_j , para $j = 1 \dots J$, onde $0 = t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_J$. Estas divisões determinam, respectivamente, os períodos a serem considerados em cada iteração, e as variáveis contínuas a serem fixadas em cada iteração. Para determinar quantas variáveis inteiras serão fixadas, é definido o parâmetro τ , de forma que em uma iteração l , $T_l - \tau$ variáveis inteiras serão fixadas, onde $\tau \geq T_l - T_{l-1} \Rightarrow T_{l-1} \geq T_l - \tau$. Em uma iteração l o problema terá T_l períodos, $t_l \leq T_{l-1}$ variáveis contínuas fixas e $(T_l - \tau)$ variáveis inteiras fixas. Observe que o número de variáveis inteiras fixas pode ser diferente do número de variáveis contínuas fixas. Pode haver ainda sobreposição de períodos, pois τ pode ser maior do que $T_l - T_{l-1}$.

Federgruen *et al* (2004) consideram que na heurística *relax and fix* não há fixação de variáveis contínuas, o que dá o máximo de flexibilidade na obtenção de soluções factíveis. O caso extremo de menor flexibilidade é a fixação de todas as variáveis contínuas da iteração, ou seja, $t_l = T_{l-1}$ e ainda $\tau = T_l - T_{l-1}$. Estes dois casos da heurística de intervalos progressivos são denominadas, respectivamente, heurística de horizonte expandido e heurística de particionamento estrito. Estas heurísticas foram aplicadas na solução de um modelo de dimensionamento de lotes do tipo *big bucket* capacitado com *set up*.

No trabalho de Dillenberger *et al* (1994), a heurística *relax and fix* com a partição do conjunto de variáveis por períodos foi utilizada para resolver um modelo de dimensionamento de lotes multi máquinas, multi períodos e multi itens. O número de iterações da heurística é dado então pelo número de períodos do modelo. Em Kelly e Mann (2004), um problema de engenharia química é resolvido utilizando a heurística *relax and fix* em que as variáveis a serem fixadas são agrupadas de acordo com os processos de produção pelos quais os itens passam. Em Kelly e Mann (2004) a partição não é determinada previamente por meio de conjuntos. Para determinar quais variáveis serão inteiras e quais serão fixadas, a solução da relaxação linear do modelo é avaliada e as variáveis binárias com valores próximos a 0.5 são mantidas binárias, enquanto as variáveis com valores 0 e 1 são fixadas.

Escudero e Salmeron (1995) comparam variações da heurísticas *relax and fix* na solução de um modelo de sequenciamento de projetos. Cinco heurísticas utilizam o conceito de valor da variável para fazer a partição do conjunto de variáveis. Nesse critério de partição, a cada variável é atribuído um valor e as variáveis são ordenadas de forma decrescente de valor. Um parâmetro k , determina o número de iterações da heurística. Por exemplo, sendo n' o nú-

mero de variáveis inteiras e n o número total de variáveis que se deseja por iteração, pode-se definir então $k = \lceil \frac{n}{n'} \rceil$. As cinco estratégias variam então pelo valor atribuído a cada variável e pelo parâmetro k .

No trabalho de Pochet e Van Vyve (2004), a heurística *relax and fix* é comparada à Heurística Iterativa de Estimativa de Produção, (*Iterative Production Estimate Heuristic - IPE*). Esta heurística trabalha com soluções fracionárias próximas de boas soluções inteiras, ao invés de trabalhar com a solução da relaxação linear do problema original. A idéia é usar uma aproximação linear para melhorar o limitante inferior da variável de *set up* y . Quando uma solução fracionária é fornecida, o valor da variável de produção fornece um limitante inferior C' para o *set up*. Se for possível melhorar este limitante, a variável y pode ficar mais próxima de 0 ou 1, e assim de uma solução inteira. O melhor candidato para o limitante é então o valor da variável de produção na relaxação linear. A heurística (IPE), atualiza o limitante e resolve um novo modelo linear. O processo é feito até que y seja 0 ou 1 (um vetor Γ guarda o valor dos limitantes). Este processo pode resultar em saltos no valor da variável x , uma vez que a variável assume no máximo o valor C' , que podem levar o algoritmo a não alcançar a solução ótima. Para resolver o problema o limitante C' é substituído pela função $\lambda x_i^{LP} + (1 - \lambda)C'_i$ que evita saltos grandes. Outra opção para se evitar saltos é remover o limitante superior de x_i para que o valor da variável possa ser maior que C' se necessário, assim os valores de x_i não saltam de uma iteração para outra. O modelo estudado é um modelo de dimensionamento de lotes capacitado com tempo e custos de *set up*. A heurística *relax and fix* obteve resultados melhores que a heurística (IPE) em exemplares de dimensões pequenas e médias.

A heurística *relax and fix* também é utilizada de forma híbrida com meta-heurísticas como a Busca Tabu (Pedroso, 2004; Pedroso e Kubo, 2005). Na utilização da heurística *relax and fix* com Busca Tabu, a heurística *relax and fix* pode ser utilizada tanto para fornecer uma solução inicial para a Busca Tabu, quanto para reconstrução de soluções. Pedroso e Kubo (2005) utilizam um algoritmo híbrido com a meta-heurística Busca Tabu e a heurística *relax and fix* na solução de um modelo de dimensionamento de lotes capacitado com *set up* e atraso. Neste trabalho também é construída uma heurística *relax and fix* denominada *relax-and-fix-one-product*. Como o nome sugere, nessa heurística a partição do conjunto de variáveis é feita por período/máquina e itens. A vantagem é resolver subproblemas menores, uma vez que alguns modelos de dimensionamento de lotes mono máquinas, mono períodos e multi itens, ainda são

difíceis de serem resolvidos.

Araújo *et al* (2004) modelaram o problema de sequenciamento de ligas em indústrias de fundição utilizando a técnica de Horizonte Rolante, e aplicaram uma heurística *relax and fix* para melhorar a técnica de Horizonte Rolante. Um método de busca local foi utilizado para fixar as variáveis binárias da heurística.

Em Toledo (2005), uma heurística *relax and fix* foi aplicada na solução do problema de dimensionamento e sequenciamento da produção de bebidas apresentado no Anexo A. O modelo é capacitado, multi máquinas, multi itens, multi períodos, dois níveis, com tempos e custos de *set up* dependentes. Nesta aplicação, a heurística não apresentou resultados satisfatórios. O maior exemplar resolvido possui 258 variáveis binárias, 1390 contínuas e 924 restrições. Para fixar as variáveis, o algoritmo percorre cada período t do fim para o início do horizonte de planejamento, e todos os lotes de xarope dos tanques e de bebidas nas linhas também são percorridos do último para o primeiro lote. A partição do conjunto de variáveis é feita por lotes, sendo que primeiro são fixados os lotes das linhas, e depois os lotes dos tanques. Assim, apenas as variáveis pertencentes a um determinado conjunto de lotes em cada iteração são mantidas binárias. A cada iteração, as variáveis binárias indexadas pelos lotes são então fixadas em seus valores 0 ou 1.

Na presente tese, que também trata o problema de dimensionamento e sequenciamento da produção de bebidas, é explorada a utilização de heurísticas *relax and fix* na solução dos modelos propostos (Seção 5.1).

3.4 Ferramentas Computacionais

Estudos realizados com modelos matemáticos exigem ferramentas que facilitem a verificação da validade e dificuldade dos modelos propostos, e que proporcionem uma interface clara e rápida entre o modelo e o usuário. Neste sentido, pacotes de otimização e linguagens de modelagem estão cada vez mais sendo utilizados como ferramentas de pesquisa. A seguir é feita uma breve apresentação da utilidade de ferramentas computacionais em pesquisas com modelos matemáticos.

3.4.1 Pacotes de Otimização

Atualmente existem diversos *softwares* de otimização tais como CPLEX (ILOG, 2001), LINDO (Lindo system, 1999), XPRESS (Dash Optimization, 2000) que resolvem problemas gerais de otimização inteira mista. A cada dia, novas técnicas de otimização são incorporadas aos *softwares*, tornando-os mais eficientes. Por exemplo, o uso dos Planos de Corte na versão 4.0 do CPLEX, incluía apenas os Cortes de Cobertura Mínima e os Corte de Cliques (Nemhauser e Wolsey, 1988). Na versão CPLEX 9.0 são gerados automaticamente os planos de corte: Cortes de Gomory, Inequações GUB, Inequações de Cobertura, Inequações de Cobertura de Fluxo, Inequações de Cobertura de Caminho de Fluxo, MIR, discutidos na Seção 3.1. Na versão 10 não foram incluídas novas inequações, mas houve a inclusão da heurística RINS, *Relaxation Induced Neighborhood Search*, veja Seção 3.3.2. No CPLEX é possível controlar a taxa de utilização destas heurísticas, e ainda o limite de nós resolvidos em cada subproblema da heurística RINS. O CPLEX é utilizado no presente trabalho nos testes computacionais, e são testadas algumas variações dos padrões de controle do uso de métodos como planos de corte, heurísticas, e também técnicas de pré-processamento.

O sistema de pesquisa *bc-opt* (Cordier *et al*, 1999) também faz a geração automática de várias classes de inequações válidas e inclui um conjunto de sub-rotinas de interface (*model interfaces routines*), que permitem a criação pelo usuário de novas subestruturas, para posterior geração de inequações válidas pelo sistema. A complexidade dos modelos de otimização aplicados a problemas de programação da produção requerem classes especiais de inequações válidas que os sistemas gerais de otimização não dispõem. Belvaux e Wolsey (2000) criaram o sistema *bc-prod*, a partir do sistema *bc-opt*, para explorar especificamente estruturas comuns a problemas de dimensionamento de lotes que envolvem vários períodos, produtos e máquinas, com tempos e custos de preparo e inicialização. Os resultados obtidos aplicando *bc-prod* a uma variedade de problemas de dimensionamento de lotes indicam que a incorporação de inequações válidas especiais ao método *Branch and Cut* torna o método mais competitivo na solução desta classe de problemas. O sistema *bc-prod* não foi disponibilizado, para que pudesse ser aplicado na solução dos modelos aqui propostos.

Pochet *et al* (2005) também estão desenvolvendo outra ferramenta, LS-LIB, para facilitar a aplicação de métodos híbridos na solução de problemas de planejamento da produção.

A proposta dos autores é classificar o tipo de modelo a ser resolvido, e então aplicar heurísticas e planos de corte mais específicos que aproveitem a estrutura do modelo. A linguagem de modelagem na qual o *software* foi baseado é a XPRESS-MOSEL (Dash Optimization, 2000).

Estes estudos e desenvolvimentos de *softwares*, que exploram a estrutura dos problemas para geração de inequações válidas, encorajam a investigação desta metodologia na solução do presente problema integrado de dimensionamento e sequenciamento de lotes. Como foi citado nos objetivos desta tese, realizou-se um estudo para adaptar inequações válidas, a partir de subestruturas presentes nos modelos. Três classes de inequações válidas específicas também foram estudadas (Seção 5.2.2). Para se testar as inequações e outros métodos de solução, como heurísticas *relax and fix*, utilizou-se a linguagem de modelagem, AMPL (Fourer *et al.*, 1993).

3.4.2 Linguagens de Modelagem

Quando se formula e estuda um modelo matemático, é necessário gerar e resolver vários exemplares do modelo, testando diferentes conjuntos de dados. Esta tarefa, dependendo das dimensões do problema, pode ser difícil se for realizada manualmente. O uso de *softwares* de modelagem facilita este processo de construção e solução de exemplares de modelos matemáticos, pois ele faz a interface entre o usuário e o modelo matemático, e permite uma documentação do problema. Além disto, as linguagens de modelagem podem gerar os exemplares em formatos específicos (mps, lp), para que sejam lidos em pacotes de otimização como o CPLEX, XPRESS e LINDO. Existem no mercado vários *softwares* de modelagem, por exemplo, GAMS (Brooke *et al.*, 1992), LINGO (Schrage, 2001), MPL (Maximal System, 1998), XPRESS-MOSEL (Dash Optimization, 2000), AMPL (Fourer, 2003).

Outra vantagem na utilização de linguagens de modelagem é a facilidade de modificações e reotimizações do modelo. O AMPL, por exemplo, permite a implementação de rotinas de solução do modelo na própria linguagem de modelagem. Isto é muito útil na implementação de novas famílias de inequações válidas e a implementação de heurísticas para os modelos de otimização propostos no próximo capítulo. Conforme mencionado, no presente trabalho são utilizados, a linguagem de modelo AMPL e o *software* de otimização CPLEX 10. No Anexo C é apresentado o código de um dos modelos propostos, modelo DEMM, na linguagem de modelagem AMPL. Maiores detalhes sobre a utilização da linguagem de modelagem AMPL podem ser encontrados em Fourer *et al.* (2003).

4 Proposta de Modelos para a Produção de Bebidas

Como foi apresentado no Capítulo 2, a programação da produção de bebidas não alcoólicas é uma tarefa difícil para os programadores de produção, principalmente quando estes não possuem uma ferramenta computacional que os auxilie nesta tarefa. A programação da produção envolve muitos fatores, como as demandas dos produtos, as capacidades das linhas de produção (máquinas), capacidades dos tanques, tempos de troca de bebidas nas linhas e xaropes nos tanques, ambos dependentes da sequência de produção, lotes mínimos de xarope a serem preparados nos tanques, entre outros.

Neste capítulo são propostos modelos de programação matemática que auxiliem no processo de tomada de decisão de dimensionamento de lotes e programação da produção em fábricas de bebidas. Pretende-se resolver as questões de quanto e em que ordem as bebidas devem ser produzidos nos tanques (xaroparia) e nas linhas de produção (envase) para atender a demanda em um horizonte de planejamento finito, dadas restrições de capacidade disponível de trabalho e insumos disponíveis. Os modelos propostos são do tipo multi itens, *big bucket*, multi períodos, multi máquinas e dois estágios.

Foram considerados nos modelos os seguintes aspectos característicos de um programa de produção:

- Atendimento da demanda em cada período;
- Capacidade (tempo) disponível de cada máquina (linhas de produção) e cada tanque;
- m máquinas e m tanques;
- Produção apenas se a máquina estiver preparada;
- Máquinas sempre preparadas para produção de alguma bebida;
- Tempo e custo de limpeza da máquina dependentes do sequenciamento da produção;
- Lotes mínimos e máximos de xarope;
- Tempo de preparo do xarope a ser produzido;
- Produção do xarope apenas se o tanque estiver preparado;
- Sincronia entre envase na linha e o produção do xarope no tanque.

Apesar de no problema real um tanque poder atender simultaneamente mais de uma linha de produção por vez, está sendo considerado nos modelos uma simplificação do problema onde cada máquina possui um tanque dedicado. Isto porque, foi observado a partir do trabalho

de Toledo (2005) que a consideração do número de máquinas diferente do número de tanques, gera um número muito alto de variáveis e restrições, o que pode inviabilizar a utilização dos modelos como ferramentas de apoio à tomada de decisão. Além disto, como foi visto no Capítulo 2, na prática a linha recebe xarope de apenas um tanque por vez. E ainda, o número de tanques nas fábricas visitadas é maior que o número de linhas.

Desta forma parece razoável supor que podemos dedicar tanques a linhas. Note que isto não quer dizer que o mesmo tanque fica dedicado à linha durante todo o horizonte de planejamento, mas que apenas um tanque abastece apenas uma linha por vez. Assim que o tanque esvazia, este ou outro tanque pode passar a abastecer a linha. O primeiro modelo, Modelo Dois Estágios Multi Máquinas, considera todos os fatores citados acima: vários itens, várias linhas de produção e tanques, e as etapas de preparo do xarope e envase da bebida que estão sendo chamadas de estágio I e estágio II, respectivamente. Este primeiro modelo se apresentou difícil de ser resolvido. Em 4 horas de processamento, por exemplo, com um pacote de otimização de última geração, CPLEX 10.0, o *gap* obtido na resolução de um exemplar foi superior a 98%. Por isto, também foram formulados outros dois modelos que são relaxações do primeiro.

O segundo modelo, Modelo Dois Estágios Mono Máquina, é um caso particular do primeiro modelo, em que apenas uma máquina (linha de produção) é considerada. Para sua aplicação em um ambiente de várias máquinas, foi desenvolvida uma heurística (Estratégia de Desagregação), que pré-aloca a demanda para as linhas e então o modelo Mono Máquina é aplicado para cada uma delas. A simplificação do terceiro modelo, Modelo Mono Estágio Multi Máquinas, em relação ao primeiro, é a exclusão do sequenciamento no estágio I, xaroparia. Neste modelo supõe-se que, dada uma programação das linhas, é sempre possível conseguir a programação correspondente para os tanques, ou seja, considera-se que o gargalo de produção são as linhas. A seguir são descritos os três modelos.

4.1 Modelo Dois Estágios Multi Máquinas - (DEMM)

Dos três modelos, o Modelo Dois Estágios Multi Máquinas é o mais detalhado, pois inclui as linhas de produção e os tanques da xaroparia, e ainda o sequenciamento das bebidas e dos xaropes nos tanques. A Figura 4.1 apresenta a situação representada pelo Modelo Dois Estágios Multi Máquinas.

Um modelo inicial Dois Estágios Multi Máquinas, foi baseado na aplicação do mo-

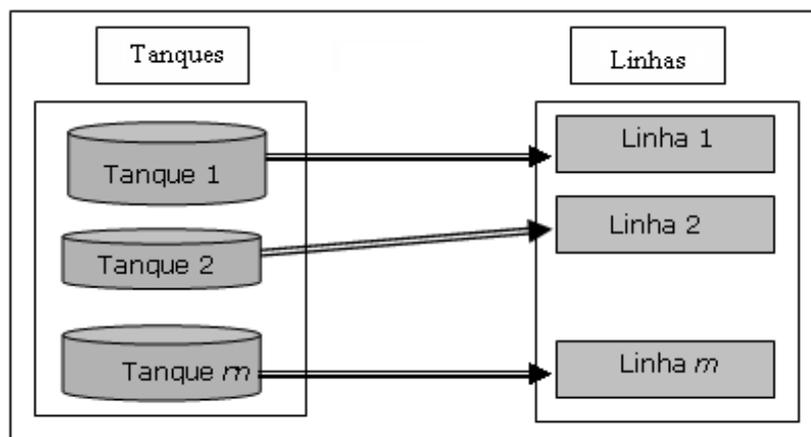


Figura 4.1: Representação do Modelo Dois Estágios Multi Máquinas

delo GLSP de Fleishmann e Meyr (1997), formulação (3.41)-(3.48), com algumas modificações, aos estágios de envase e xaroparia. As modificações iniciais realizadas no modelo GLSP são a consideração de atrasos, tempos de troca de itens, a desconsideração de lotes mínimos e a inclusão de outro estágio, a xaroparia. Com estas modificações, o modelo obtido determina a programação dos dois estágios, considerando restrições de capacidade, tempos e custos de troca dependentes do sequenciamento da produção. Considere a seguinte notação:

Índices:

i, j = bebidas;

t = períodos;

s = sub-períodos;

k, l = sabor dos xaropes;

m = máquina e tanque;

S_t = conjunto dos sub-períodos do período t ;

P_t = primeiro sub-período do período t ;

λ_j = conjunto de todas as máquinas que podem produzir a bebida j ;

α_m = conjunto de todas as bebidas que podem ser produzidas na máquina m ;

β_m = conjunto de todos os xaropes que podem ser preparados no tanque m ;

Δ_l = conjunto de todas as bebidas que utilizam o xarope l ;

σ_j = xarope utilizado para produzir a bebida j ;

γ_{ml} = conjunto de todas as bebidas que podem ser produzidas na máquina m e utilizam o xarope l ;

Note que para obter γ_{ml} , basta fazer a intersecção do conjunto α_m com o conjunto Δ_l .

Os dados e variáveis com o sobrescrito I se referem ao estágio I (xaroparia) do processo de produção e os dados e variáveis com o sobrescrito II se referem ao estágio II (envase) do processo de produção.

Dados:

J = número total de bebidas;

T = número total de períodos;

N = número total de sub-períodos;

L = número total de xaropes (sabores);

M = número total de máquinas;

d_{jt} = demanda da bebida j no período t ;

h_j = custo unitário de estocar a bebida j ;

g_j = custo unitário de atrasar a entrega da bebida j ;

c_{kl}^I = custo de fazer a troca do xarope k para l ;

c_{ij}^{II} = custo de fazer a troca da bebida i para j ;

b_{kl}^I = quantidade consumida de tempo para fazer a troca do xarope k para o xarope l ;

b_{ij}^{II} = quantidade consumida de tempo para fazer a troca de produção da bebida i para j ;

a_{lm}^I = quantidade consumida de tempo para escoar uma unidade do xarope l do tanque m ;

a_{jm}^{II} = quantidade consumida de tempo para produção de uma unidade da bebida j na máquina m ;

K_{mt}^I = capacidade de tempo disponível do tanque m no período t ;

K_{mt}^{II} = capacidade de tempo disponível na máquina m para envase no período t ;

r_{lj} = quantidade consumida de xarope l para produção de uma unidade da bebida j ;

Variáveis:

I_{jt}^+ = quantidade em excesso (estoque) da bebida j no período t ;

I_{jt}^- = quantidade em falta (atraso) da bebida j no período t ;

$x_{m ls}^I$ = produção do tanque m de xarope sabor $l \in \beta_m$ no sub-período s ;

$x_{m js}^{II}$ = produção da máquina m da bebida $j \in \alpha_m$ no sub-período s ;

$$y_{m l s}^I = \begin{cases} 1, & \text{se o tanque } m \text{ está preparado para produção do xarope } l, l \in \beta_m ; \\ & \text{no sub-período } s \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$y_{m j s}^{II} = \begin{cases} 1, & \text{se a máquina } m \text{ está preparada para a produção da bebida } j, \\ & j \in \alpha_m, \text{ no sub-período } s; \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$z_{m k l s}^I = \begin{cases} 1, & \text{se no tanque } m \text{ há troca do xarope } k \text{ para } l, k, l \in \beta_m; \\ & \text{no sub-período } s \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$z_{m i j s}^{II} = \begin{cases} 1, & \text{se na máquina } m \text{ há troca da bebida } i \text{ para } j, i, j \in \alpha_m; \\ & \text{no sub-período } s \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Neste modelo de dimensionamento e sequenciamento dos lotes, supõe-se que o período (macro-período) t foi dividido em períodos menores (sub-períodos) s . O tamanho de cada sub-período, como foi explicado na seção 3.2 para o modelo GLSP, é determinado pelo tamanho do lote de produção, ou seja, se no sub-período 3 da máquina 2 for produzido o item 4, o tamanho deste sub-período será $a_{24}^{II} * x_{243}^{II}$. Para o Modelo Dois Estágios Multi Máquinas, o tamanho máximo do sub-período é a capacidade máxima da linha. O número de sub-períodos, $|S_t|$, é definido previamente, e será dado pela quantidade máxima de bebidas que pode ser produzido no período t . Além disto, $N = \sum_t |S_t|$, para $t = 1, \dots, T$. O Modelo Dois Estágios Multi Máquinas é definido então pela função objetivo (4.1) e pelas restrições (4.2)-(4.12) descritos a seguir.

$$\text{Min} \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T (h_j I_{jt}^+ + g_j I_{jt}^-) + \sum_{m=1}^M \sum_{k \in \beta_m} \sum_{l \in \beta_m} \sum_{s=1}^N c_{kl}^I z_{mkl}^I + \sum_{m=1}^M \sum_{i \in \alpha_m} \sum_{j \in \alpha_m} \sum_{s=1}^N c_{ij}^{II} z_{mij}^{II} \quad (4.1)$$

Sujeito a:

Estágio I - Xaroparia

$$\sum_{j \in \gamma_{mt}} r_{lj} x_{mjs}^{II} = x_{mls}^I, \quad m = 1, \dots, M, l \in \beta_m, \quad s = 1, \dots, N; \quad (4.2)$$

$$\sum_{l \in \beta_m} \sum_{s \in S_t} a_l^I x_{mls}^I + \sum_{k \in \beta_m} \sum_{l \in \beta_m} \sum_{s \in S_t} b_{kl}^I z_{mkl}^I \leq K_{mt}^I, \quad m = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T; \quad (4.3)$$

$$x_{mls}^I \leq \frac{K_{mt}^I}{a_{lm}^I} y_{mls}^I, \quad m = 1, \dots, M, l \in \beta_m, \quad t = 1, \dots, T, s \in S_t; \quad (4.4)$$

$$y_{mls}^I = \sum_{j \in \gamma_{mt}} y_{mjs}^{II}, \quad m = 1, \dots, M, l \in \beta_m, \quad s = 1, \dots, N; \quad (4.5)$$

$$z_{mkl}^I \geq y_{mk(s-1)}^I + y_{mls}^I - 1, \quad m = 1, \dots, M, k, l \in \beta_m, \quad s = 1, \dots, N; \quad (4.6)$$

Estágio II - Envase

$$I_{j(t-1)}^+ + \sum_{m=1}^M \sum_{s \in S_t} x_{mjs}^{II} + I_{jt}^- = I_{jt}^+ + I_{j(t-1)}^- + d_{jt}, \quad j = 1, \dots, J, t = 1, \dots, T; \quad (4.7)$$

$$\sum_{j \in \alpha_m} \sum_{s \in S_t} a_{jm}^{II} x_{mjs}^{II} + \sum_{i \in \alpha_m} \sum_{j \in \alpha_m} \sum_{s \in S_t} b_{ij}^{II} z_{mij}^{II} \leq K_{mt}^{II}, \quad m = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T; \quad (4.8)$$

$$x_{mjs}^{II} \leq \frac{K_{mt}^{II}}{a_{jm}^{II}} y_{mjs}^{II}, \quad m = 1, \dots, M, j \in \alpha_m, \quad s = 1, \dots, N; \quad (4.9)$$

$$\sum_{j \in \alpha_m} y_{mjs}^{II} = 1, \quad m = 1, \dots, M, s = 1, \dots, N; \quad (4.10)$$

$$z_{mij}^{II} \geq y_{mi(s-1)}^{II} + y_{mjs}^{II} - 1, \quad m = 1, \dots, M, i, j \in \alpha_m, \quad s = 1, \dots, N. \quad (4.11)$$

$$I_{jt}^+, I_{jt}^- \geq 0, \quad j = 1, \dots, J, t = 1, \dots, T. \quad (4.12)$$

$$x_{mIs}^I, x_{mJs}^{II}, z_{mIjs}^{II}, z_{mKls}^I \geq 0; y_{mIs}^I, y_{mJs}^{II} \in \{0, 1\},$$

$$m = 1, \dots, M, i, j \in \alpha_m, k, l \in \beta_m, t = 1, \dots, T, s \in S_t. \quad (4.13)$$

Observe que o modelo (4.1)-(4.13) é uma extensão direta do modelo GLSP do Capítulo 3. A função objetivo minimiza os custos de estoque, atraso, troca da bebida i para j e troca do xarope k para l . Como o período de trabalho é de 24 horas, não são considerados custos de horas extras. Note que o modelo considera a possibilidade de atrasos. Ao resolver problemas com prazos apertados (levando em conta a capacidade) e com vários produtos, pode-se não ter soluções viáveis, se atrasos não são permitidos, perdendo-se assim possíveis bons programas de produção.

A restrição (4.2) liga os dois estágios de produção. O termo $\sum_{j \in \gamma_{ml}} r_{jl} x_{mJs}^{II}$ é a demanda do segundo estágio. Todo xarope l , necessário para a produção no sub-período s da máquina m , deve ser igual ao xarope l preparado no tanque m no sub-período s . Esta restrição é similar à restrição (4.7). Elas se diferem pelo estoque, que é permitido no segundo estágio e não é permitido no primeiro estágio, uma vez que os xaropes não podem ser estocados de um período para outro. A restrição (4.3) é a restrição de capacidade que impede que o tempo gasto para escoar o xarope do tanque m , mais o tempo necessário para fazer as trocas de xaropes, seja maior que o tempo disponível do tanque. A restrição (4.4) garante que não haverá produção de xarope caso o tanque não esteja preparado. A restrição (4.5), assim como a restrição (4.2), liga os dois estágios. Ela garante que para cada xarope l , o número de preparos no sub-período s da máquina m será igual ao número de preparos no sub-período s do tanque m , que será no máximo um, conforme restrição (4.10). Ou seja, se a máquina m está preparada para produzir algum produto j que use o xarope l no sub-período s , então o tanque m deve estar preparado para produzir este xarope l no sub-período s . A restrição (4.6) controla a troca de xaropes nos tanques, assegurando que se um novo xarope l for preparado na máquina m no sub-período s , a variável de troca z_{mKls}^I será 1.

A restrição (4.7) diz respeito ao balanceamento de estoque. Como a variável de pro-

dução está definida em termos dos sub-períodos do período t , é necessário somar a produção dos sub-períodos $s \in S_t$ e de todas as máquinas. Assim como a restrição (4.3), a restrição (4.8) garante que o tempo de produção, mais o tempo gasto para as trocas de bebidas, não excederão a capacidade de tempo do período t da máquina m . A restrição (4.9), analogamente a restrição (4.4), garante que não haverá produção caso a máquina m não esteja preparada. A restrição (4.10) impede que duas bebidas sejam produzidos em um mesmo sub-período e garante que a máquina sempre estará preparada para produzir uma bebida. A restrição (4.11) controla a troca de bebidas. Se um nova bebida for produzida no sub-período s na máquina m , a variável de troca $z_{mij s}^{II}$ terá valor 1. A restrição (4.11) é a restrição equivalente a restrição (4.6) do estágio I.

As restrições (4.12) e (4.13) determinam o domínio das variáveis. As restrições (4.11), (4.6), restrição (4.10) e a minimização do custo de troca de bebidas e xaropes garantem que as variáveis de troca $z_{mij s}^{II}$ e $z_{mkl s}^I$ assumam apenas os valores 0 ou 1. Note que relaxando-se as restrições de capacidade (4.3) e (4.8), por exemplo, supondo-se valores de K_{mt}^I e K_{mt}^{II} suficientemente grandes, o modelo pode ser também usado para estimar as necessidades de capacidade em cada estágio, o que é uma questão comum nas empresas.

O modelo Dois Estágios Multi Máquinas (4.1)-(4.13) fornece a programação da produção dos dois estágios. No entanto, foi observado que a programação dos dois estágios, obtida nas soluções, pode não ter sincronia, ou seja, a produção da linha em cada sub-período não começa necessariamente ao mesmo tempo em que a produção do tanque naquele sub-período.

Na prática, a linha deve aguardar até que o xarope esteja pronto para ser enviado para o envase. Do mesmo modo, o envio de xarope para a linha deve ocorrer somente se a linha estiver pronta para o envase da bebida. Portanto, podem ocorrer esperas da linha pelo tanque e do tanque pela linha. A Figura 4.2 representa situações onde linha e tanque estão sequenciados, mas não estão sincronizados. Os lotes de produção (retângulos) determinam os tamanhos dos sub-períodos, e o espaço entre eles os tempos de troca de uma bebida para outro na linha e troca de um xarope para outro no tanque. Os tipos de bebidas são representados por números e os tipos de xaropes por letras.

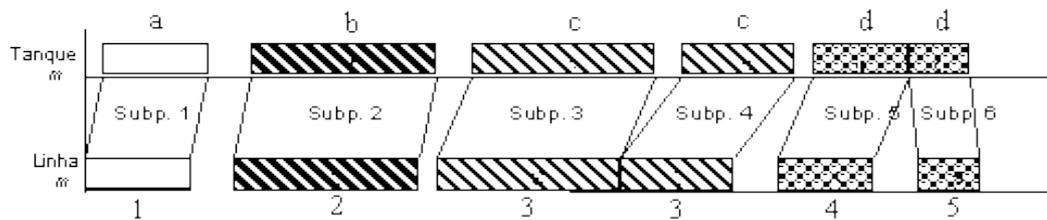


Figura 4.2: Programação Não Sincronizada da Produção

Observe que no início do horizonte de planejamento o tanque precisa de tempo para preparar o xarope *a*, enquanto a linha já iniciou a produção da bebida 1 usando este xarope, o que não é viável na prática. Na segunda troca (xarope *a* para *b* e bebida 1 para 2), apesar do tempo de troca ser o mesmo no tanque e na linha, a linha está adiantada em sua produção, por não ter considerado a espera do sub-período anterior. Na terceira troca, como o tempo de troca do xarope *b* para *c* também foi maior, a produção do tanque continuou atrasada. No quarto sub-período, troca da bebida 3 para 3 e xarope *c* para *c*, a produção da linha não considerou o tempo de preparo do segundo tanque de xarope (este tipo de troca pode ocorrer caso seja necessário mais de um tanque de xarope para produzir o lote). No quinto sub-período o tempo de troca do xarope *c* para *d* é menor que o tempo de troca da bebida 3 para 4. No sexto sub-período a linha trocou da bebida 4 para 5, mas o sabor das bebidas são o mesmo, xarope *d*. Neste caso, o tempo de preparo do xarope é menor que o da linha, assim o tanque deveria esperar a linha estar pronta para iniciar a produção do sub-período. Se forem consideradas as esperas, a programação sincronizada seria como na Figura 4.3. Os retângulos negros inseridos na programação, Figura 4.3, representam as esperas que não foram consideradas na Figura 4.2. Observe na Figura 4.3 que após esta sincronia entre os dois estágios, a sequência de produção ilustrada na Figura 4.2 ainda é inviável, pois a capacidade disponível é insuficiente. A sincronia deve ser então considerada no momento em que o dimensionamento e o sequenciamento da produção estão sendo estabelecidos.

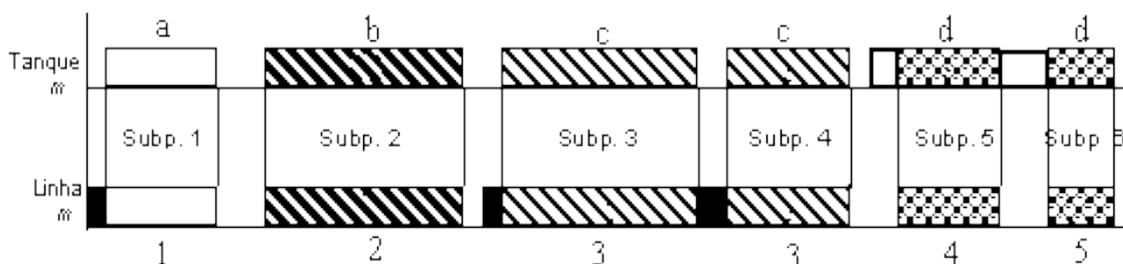


Figura 4.3: Programação Sincronizada da Produção

Percebe-se então a necessidade de considerar que a linha comece sua produção somente quando o xarope estiver pronto para produção. E, analogamente, o xarope seja enviado para a linha, somente se a linha estiver pronta. Caso o tanque não esteja com o xarope pronto, a linha deve permanecer aguardando, e vice-versa.

Desta maneira, o modelo (4.1)-(4.13) é tratado no texto que segue como modelo Dois Estágios Multi-Máquinas Não Sincronizado. A modelagem da sincronia foi um processo que consumiu bastante tempo da pesquisa, porque envolveu várias reformulações do modelo, até que o resultado retratasse corretamente a sincronia. Para sincronizar os dois estágios, foram realizadas as seguintes modificações no modelo Dois Estágios Multi-Máquinas Não Sincronizado:

i) Foi incluída no modelo a contínua real v_{ms}^{II} que indica o tempo de espera da linha m pelo preparo do xarope no sub-período s , ou seja, é a diferença entre o tempo de troca de xarope e o tempo de troca de bebida. Se o tempo de preparo da linha for maior que o preparo do tanque, então a variável v_{ms}^{II} se anula e apenas o tempo de troca na linha é considerado na restrição de capacidade. Desta maneira, no segundo estágio, a restrição de capacidade (4.8) passa a ter o termo $\sum_{s \in S_t} v_{ms}^{II}$, que indica o tempo que a linha fica aguardando o término do preparo do xarope no período t , e foi incluída a restrição que calcula v_{ms}^{II} . As restrições estão a seguir:

$$\sum_{j \in \alpha_m} \sum_{s \in S_t} a_j^{II} x_{mjs}^{II} + \sum_{i \in \alpha_m} \sum_{j \in \alpha_m} \sum_{s \in S_t} b_{ij}^{II} z_{mij s}^{II} + \sum_{s \in S_t} v_{ms}^{II} \leq K_{mt}^{II}, \quad m = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T;$$

$$v_{ms}^{II} \geq \sum_{k \in \beta_m} \sum_{l \in \beta_m} b_{kl}^I z_{mkl s}^I - \sum_{i \in \alpha_m} \sum_{j \in \alpha_m} b_{ij}^{II} z_{mij s}^{II}, \quad m = 1, \dots, M, s = 1, \dots, N.$$

Observe que, quando não há produção de bebidas na solução ótima do modelo, os tempos de troca de produção na linha e as esperas da linha pelo tanque, v_{ms}^{II} são nulos. As variáveis de troca de xarope $z_{mkl s}^I$ assumem valor 0 e implicam $v_{ms}^{II} = 0$.

Poderia se pensar em, ao invés de inserir variáveis e restrições para considerar o tempo de espera, construir uma matriz com o maior valor entre o tempo de troca da produção da linha e o tempo de troca do xarope a ser utilizado no tanque, $\max(b_{kl}^I, b_{ij}^{II})$ para $i, j = 1, \dots, J$ e $k \in \sigma_i, l \in \sigma_j$, e usá-la na restrição de capacidade no lugar da matriz b_{ij}^{II} . No caso da produção de bebidas, esta matriz teria todos elementos com valores positivos, uma vez que todos os tempos de troca nos tanques são positivos. Então seria necessário uma variável para anular o tempo de troca quando não houvesse produção. A variável $z_{mkl s}^I$ se anula quando não há

produção. Porém, esta variável não é suficiente para definir qual bebida será envasada nos sub-períodos onde há produção. Por exemplo, o xarope de laranja pode estar preparado, mas existem várias bebidas que utilizam este xarope, e a variável z_{mkl}^I , sem restrições adicionais, não seria suficiente para indicar qual delas é produzida. A variável z_{mij}^{II} não poderia ser utilizada, pois a linha é mantida preparada para alguma bebida em todos os sub-períodos, ou seja, z_{mij}^{II} assume valor 1 para alguma combinação (i, i) em todos os sub-períodos.

ii) A igualdade da restrição (4.2) indica que o termo $\sum_{j \in \gamma_{ml}} r_{lj} x_{mjs}^{II}$ pode substituir a variável x_{mls}^I . Esta variável pode ser calculada *a posteriori* no processo de solução. Por exemplo: seja $m = 1, j = 7, s = 3, x_{173}^{II} = 10, l = 2$ (onde $l = 2$ é o xarope utilizado para produzir a bebida 7), e $r_{27} = 0.5$. A quantidade necessária de xarope para produzir o lote $x_{173}^{II} = 10$, é $x_{123}^I = r_{27} * x_{173}^{II} = 0.5 * 10 = 5$. Este cálculo pode ser feito após a solução do modelo, pelo mesmo processo para todas as variáveis x_{mls}^I . E estas variáveis são então substituídas no modelo por $r_{lj} x_{mjs}^{II}$.

iii) Tendo em vista a necessidade de considerar o tempo de preparo do xarope de cada tanque, o tamanho máximo do sub-período passa a ser um tanque de xarope. Por exemplo, supondo que para atender a demanda de uma bebida em um período é necessário 1,5 tanque de xarope, e a máquina consome 4 horas para envasar o conteúdo de um tanque cheio, a produção desta bebida no período ocupará dois sub-períodos, sendo um de 4 horas e o seguinte de 2 horas. O número de sub-períodos, $|S_t|$, que é definido previamente, passa a ser dado pela quantidade máxima de tanques que se consegue preparar e utilizar no envase no período t . Se o número de preparos de tanque no período for subestimado, a capacidade da linha pode não ser completamente utilizada. Por exemplo, suponha que um período é dividido em seis sub-períodos (preparo máximo de 6 tanques), e a capacidade da linha é 10. Pode ocorrer que o tempo utilizado pela linha para envasar um tanque cheio de xarope seja 1, e o tempo de troca no tanque seja 0.5. Se a linha utilizar a capacidade total dos tanques nos 6 sub-períodos, a capacidade utilizada na produção é de 6 e os tempos de espera somam 3. Todos os sub-períodos foram utilizados, mas ainda resta 1 unidade de capacidade da linha que será perdida. Se fosse possível preparar mais tanques, por exemplo, a capacidade da linha poderia ter sido completamente utilizada.

iv) Como o tamanho do sub-período está em função do tamanho máximo do tanque, e pelas

observações sobre a variável x_{mjs}^I , a restrição (4.4) passa a ser definida por:

$$\sum_{j \in \gamma_{ml}} r_{lj} x_{mjs}^{II} \leq K_m^I y_{mjs}^I, \quad m = 1, \dots, M, l \in \beta_m, s = 1, \dots, N;$$

onde K_m^I é o tamanho do tanque em litros de xarope. Percebeu-se a necessidade de inserir o lote mínimo de xarope preparado para garantir a homogeneidade do xarope. Para garantir a produção mínima de xarope, foi incluída no estágio I a restrição:

$$\sum_{j \in \gamma_{ml}} r_{lj} x_{mjs}^{II} \geq \frac{K_m^I}{8} y_{mjs}^I, \quad m = 1, \dots, M, l \in \beta_m, s = 1, \dots, N.$$

As restrições de lote máximo do tanque garantem que há produção de xarope apenas quando o tanque está preparado, e se estiver preparado deve ocorrer produção, devido a restrição de lote mínimo.

v) A capacidade da xaroparia fica determinada pelas quantidades mínima e máxima de produção de xarope no tanque. Então a restrição (4.3) foi excluída do estágio I.

vi) Toda vez que o tanque for utilizado é necessário contar o tempo de preparo do xarope, ou seja, o *set up* do tanque não se mantém. Logo, a restrição (4.5), que determinava que o tanque sempre estaria preparado para produzir um xarope, também foi excluída e em sub-períodos ociosos o tanque fica sem preparo, $y_{mjs}^I = 0, \forall m, l$.

vii) Para que os sub-períodos ociosos ocorram apenas no fim de cada período, a restrição:

$$\sum_{l \in \beta_m} y_{ml(s-1)}^I \geq \sum_{l \in \beta_m} y_{mls}^I, \quad m = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T, s \in S_t - \{P_t\},$$

foi incluída. Ela implica que se há um sub-período ocioso ($y_{mjs}^I = 0$), todos os sub-períodos subsequentes àquele período também serão. Desta forma não ocorrerá um sub-período ocioso entre dois sub-períodos onde há produção.

viii) As restrições (4.2) e (4.6) do Estágio I permanecem as mesmas. No entanto, em relação à troca é necessário incluir mais duas restrições que garantam que as trocas entre períodos sejam consideradas, mesmo que o último sub-período do período anterior seja ocioso, pois é necessário contar o primeiro preparo do tanque no período seguinte. A necessidade desta restrição surge, pois na restrição (4.6) a troca é considerada apenas quando há *set up* em sub-períodos consecutivos, $y_{mks-1}^I = 1$ e $y_{mjs}^I = 1$. As restrições são então:

$$\sum_{k \in \beta_m} z_{mkl}^I \geq y_{ml}^I, m = 1, \dots, M, l \in \beta_m$$

$$z_{mkl}^I \geq \sum_{j \in \gamma_{mk}} y_{mj(s-1)}^{II} + y_{mls}^I - 1, m = 1, \dots, M, k, l \in \beta_m, t = 2, \dots, (T - 1), s = P_t.$$

A primeira restrição garante que será contado o preparo do xarope no primeiro sub-período do horizonte de planejamento, e as restrições de troca são definidas então a partir de sub-período 2. A segunda restrição garante que a troca que é feita no tanque entre os períodos acompanha o sabor da bebida preparado na linha de produção. Por exemplo, se a máquina estava preparada com uma bebida de laranja e passou a produzir uma bebida de uva, no tanque será considerado o tempo de troca do xarope de laranja para uva. Caso tenha ocorrido produção no último sub-período do período (de bebida de laranja), esta restrição se torna redundante, pois a restrição (4.6) contará a troca também.

Como no tanque a restrição $\sum_{i \in \alpha_m} z_{mij}^{II} \geq y_{mj1}^{II}$, $m = 1, \dots, M, j \in \alpha_m$, garante que será contado o preparo da bebida no primeiro sub-período do horizonte de planejamento, e as restrições de troca são definidas a partir do segundo sub-período.

ix) A troca de uma bebida para ela mesma, tem custo 0. Em função disto podem ocorrer soluções onde há mais de uma troca de produto por sub-período. Para eliminar estas soluções, são incluídas no modelo as restrições:

$$\begin{aligned} \sum_{k \in \beta_m} \sum_{l \in \beta_m} z_{mkl}^I &\leq 1, m = 1, \dots, M, s = 1, \dots, N; \\ \sum_{i \in \alpha_m} \sum_{j \in \alpha_m} z_{mij}^{II} &\leq 1, m = 1, \dots, M, s = 1, \dots, N. \end{aligned}$$

x) O custo da espera da linha pelo tanque é significativo quando a capacidade disponível é muito restrita, mas nestes casos a espera já está sendo penalizada através dos custos de atraso. Portanto, a função objetivo não foi modificada.

O modelo sincronizado completo, chamado simplesmente de Modelo Dois Estágios Multi Máquinas (DEMM), é dado pela função objetivo (4.1), (reenumerada para (4.14)) e pelas restrições (4.15)-(4.30) apresentadas a seguir.

$$Min \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T (h_j I_{jt}^+ + g_j I_{jt}^-) + \sum_{m=1}^M \sum_{k \in \beta_m} \sum_{l \in \beta_m} \sum_{s=1}^N c_{kl}^I z_{mkl}^I + \sum_{m=1}^M \sum_{i \in \alpha_m} \sum_{j \in \alpha_m} \sum_{s=1}^N c_{ij}^{II} z_{mij}^{II} \quad (4.14)$$

Estágio I- Xaroparia

$$\sum_{j \in \gamma_{mt}} r_{lj} x_{mjs}^{II} \leq K_m^I y_{mIs}^I, \quad m = 1, \dots, M, l \in \beta_m, s = 1, \dots, N; \quad (4.15)$$

$$\sum_{j \in \gamma_{mt}} r_{lj} x_{mjs}^{II} \geq \frac{K_m^I}{8} y_{mIs}^I, \quad m = 1, \dots, M, l \in \beta_m, s = 1, \dots, N; \quad (4.16)$$

$$\sum_{k \in \beta_m} z_{mkl}^I \geq y_{mI1}^I, \quad m = 1, \dots, M, l \in \beta_m; \quad (4.17)$$

$$z_{mkl}^I \geq y_{mk(s-1)}^I + y_{mIs}^I - 1, \quad m = 1, \dots, M, k, l \in \beta_m, s = 2, \dots, N; \quad (4.18)$$

$$z_{mkl}^I \geq \sum_{j \in \gamma_{mt}} y_{mj(s-1)}^{II} + y_{mIs}^I - 1, \quad m = 1, \dots, M, k, l \in \beta_m, t = 2, \dots, (T-1), s = P_t; \quad (4.19)$$

$$\sum_{k \in \beta_m} \sum_{l \in \beta_m} z_{mkl}^I \leq 1, \quad m = 1, \dots, M, s = 1, \dots, N; \quad (4.20)$$

$$\sum_{l \in \beta_m} y_{ml(s-1)}^I \geq \sum_{l \in \beta_m} y_{mIs}^I, \quad m = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T, s \in S_t - \{P_t\}; \quad (4.21)$$

Estágio II - Envase

$$I_{j(t-1)}^+ + I_{jt}^- + \sum_{m=1}^M \sum_{s \in S_t} x_{mjs}^{II} = I_{jt}^+ + I_{j(t-1)}^- + d_{jt}, \quad j = 1, \dots, J, t = 1, \dots, T \quad (4.22)$$

$$\sum_{j \in \alpha_m} \sum_{s \in S_t} a_j^{II} x_{mjs}^{II} + \sum_{i \in \alpha_m} \sum_{j \in \alpha_m} \sum_{s \in S_t} b_{ij}^{II} z_{mij}^{II} + \sum_{s \in S_t} v_{ms}^{II} \leq K_{mt}^{II}, \quad m = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T \quad (4.23)$$

$$v_{ms}^{II} \geq \sum_{k \in \beta_m} \sum_{l \in \beta_m} b_{kl}^I z_{mkl}^I - \sum_{i \in \alpha_m} \sum_{j \in \alpha_m} b_{ij}^{II} z_{mij}^{II}, \quad m = 1, \dots, M, s = 1, \dots, N; \quad (4.24)$$

$$x_{mjs}^{II} \leq \frac{K_{mj}^{II}}{a_j^{II}} y_{mjs}^{II}, \quad m = 1, \dots, M, j \in \alpha_m, s = 1, \dots, N; \quad (4.25)$$

$$\sum_{j \in \alpha_m} y_{mjs}^{II} = 1, \quad m = 1, \dots, M, s = 1, \dots, N \quad (4.26)$$

$$z_{mij}^{II} \geq y_{mi(s-1)}^{II} + y_{mjs}^{II} - 1, \quad m = 1, \dots, M, i, j \in \alpha_m, s = 2, \dots, N \quad (4.27)$$

$$\sum_{i \in \alpha_m} \sum_{j \in \alpha_m} z_{mij}^{II} \leq 1, \quad m = 1, \dots, M, s = 1, \dots, N; \quad (4.28)$$

$$\sum_{i \in \alpha_m} z_{mij}^{II} \geq y_{mj1}^{II}, \quad m = 1, \dots, M, j \in \alpha_m; \quad (4.29)$$

$$I_{jt}^+, I_{jt}^- \geq 0, \quad j = 1, \dots, J, t = 1, \dots, T, \quad z_{mkl}^I, x_{mjs}^{II}, v_{ms}, z_{mij}^{II} \geq 0; \quad (4.30)$$

$$y_{mIs}^I, y_{mjs}^{II} \in \{0, 1\}, \quad m = 1, \dots, M, i, j \in \alpha_m, k, l \in \beta_m, s = 1, \dots, N.$$

Uma estratégia para resolução do modelo DEMM é resolver um modelo semelhante, mas mono-máquina para cada uma das linhas. Esta estratégia é descrita a seguir.

4.2 Modelo Dois Estágios Mono Máquina - (DEMMAq)

O segundo modelo, Modelo Dois Estágios Mono Máquina, é uma decomposição do Modelo Dois Estágios Multi Máquinas, (4.14)-(4.30), em m linhas independentes. As restrições e variáveis, a menos do índice m que estará fixo, são as mesmas do Modelo Dois Estágios Multi Máquinas. A Figura 4.4 representa a situação que o Modelo Dois Estágios Mono Máquina modela.



Figura 4.4: Representação do Modelo Dois Estágios Mono Máquina

Considere o caso particular do Modelo Dois Estágios Multi Máquinas abaixo para $m=1$. A função objetivo minimiza os custos de estoque, atraso, troca da bebida i para j , $i, j \in \alpha_1$, e troca do xarope k para l , $k, l \in \beta_1$. Note que a função objetivo do Modelo Dois Estágios Mono Máquina, não possui a soma em m , e os conjuntos α_1 (conjunto das bebidas que podem ser produzidos na máquina 1) e β_1 (conjunto dos xaropes que podem ser preparados no tanque 1), são referentes a máquina 1. Para $m = 2$ define-se α_2 e β_2 , e assim sucessivamente.

Como nos modelos anteriores, os dados e variáveis com o sobrescrito I se referem ao estágio I (xaroparia) do processo de produção e os dados e variáveis com o sobrescrito II se referem ao estágio II (envase) do processo de produção. O modelo dado a seguir considera $m = 1$.

$$\text{Min} \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T (h_j I_{1jt}^+ + g_j I_{1jt}^-) + \sum_{k \in \beta_1} \sum_{l \in \beta_1} \sum_{s=1}^N c_{kl}^I z_{1kls}^I + \sum_{i \in \alpha_1} \sum_{j \in \alpha_1} \sum_{s=1}^N c_{ij}^{II} z_{1ijs}^{II} \quad (4.31)$$

Restrições:

Estágio I - Xaroparia

$$\sum_{j \in \gamma_{lu}} r_{jl} x_{1js}^{II} \leq K_1^I y_{1ls}^I, \quad s = 1, \dots, N, l \in \beta_1; \quad (4.32)$$

$$\sum_{j \in \gamma_{lu}} r_{jl} x_{1js}^{II} \geq \frac{K_1^I}{8} y_{1ls}^I, \quad s = 1, \dots, N, l \in \beta_1; \quad (4.33)$$

$$z_{1kls}^I \geq y_{1k(s-1)}^I + y_{1ls}^I - 1, \quad k, l \in \beta_1, s = 2, \dots, N \quad (4.34)$$

$$z_{1kls}^I \geq \sum_{j \in \gamma_{lu}} y_{1j(s-1)}^{II} + y_{1ls}^I - 1, \quad k, l \in \beta_1, t = 2, \dots, T-1, s = P_t \quad (4.35)$$

$$\sum_{k \in \beta_1} z_{1kl1}^I \geq y_{1l1}^I, \quad l \in \beta_m; \quad (4.36)$$

$$\sum_{k \in \beta_1} \sum_{l \in \beta_1} z_{1kls}^I \leq 1, \quad s = 1, \dots, N; \quad (4.37)$$

$$\sum_{l \in \beta_1} y_{1l(s-1)}^I \geq \sum_{l \in \beta_1} y_{1ls}^I, \quad t = 1, \dots, T, s \in S_t - \{P_t\} \quad (4.38)$$

Estágio II - Envase

$$I_{1j(t-1)}^+ + \sum_{s \in S_t} x_{1js}^{II} + I_{1jt}^- = I_{1jt}^+ + I_{1j(t-1)}^- + d_{1jt}, \quad j = 1, \dots, J, t = 1, \dots, T \quad (4.39)$$

$$\sum_{j \in \alpha_1} \sum_{s \in S_t} a_j^{II} x_{1js}^{II} + \sum_{i \in \alpha_1} \sum_{j \in \alpha_1} \sum_{s \in S_t} b_{ij}^{II} z_{1ijs}^{II} + \sum_{s \in S_t} v_{1s}^{II} \leq K_{1t}^{II}, \quad t = 1, \dots, T \quad (4.40)$$

$$v_{1s}^{II} \geq \sum_{k \in \beta_1} \sum_{l \in \beta_1} b_{kl}^I z_{1kls}^I - \sum_{i \in \alpha_1} \sum_{j \in \alpha_1} \sum_{s \in S_t} b_{ij}^{II} z_{1ijs}^{II}, \quad s = 1, \dots, N; \quad (4.41)$$

$$x_{1js}^{II} \leq \frac{K_{1t}^{II}}{a_j^{II}} y_{1js}^{II}, \quad s = 1, \dots, N, j \in \alpha_1 \quad (4.42)$$

$$\sum_{j \in \alpha_1} y_{1js}^{II} = 1, \quad s = 1..N \quad (4.43)$$

$$z_{1ij}^{II} \geq y_{1i(s-1)}^{II} + y_{1js}^{II} - 1 \quad s = 1, \dots, N, i, j \in \alpha_1 \quad (4.44)$$

$$\sum_{i \in \alpha_1} \sum_{j \in \alpha_1} z_{1ij}^{II} \leq 1, \quad s = 1, \dots, N; \quad (4.45)$$

$$I_{1jt}^+, I_{1jt}^-, x_{1js}^{II}, v_{1s}, z_{1kls}^I, z_{1ijs}^{II} \geq 0; y_{1ls}^I, y_{1js}^{II} = 0/1, \quad i, j \in \alpha_1, k, l \in \beta_1, s = 1, \dots, N. \quad (4.46)$$

4.2.1 Estratégia de Desagregação - (ED)

Para utilizar o modelo DEMMaq em uma situação em que $m > 1$ máquinas estão disponíveis, é necessário definir-se um modelo auxiliar para pré-alocar a demanda dos itens nas máquinas, pois nos casos onde há mais de uma máquina que pode produzir um mesmo item, a programação da produção deve indicar, além dos tamanhos e da seqüência de produção dos lotes, a máquina onde os lotes devem ser produzidos.

A proposta é, em uma primeira fase, resolver o dimensionamento dos lotes utilizando um modelo linear relaxado multi-itens, m máquinas, m tanques, dois-estágios, e vários períodos. Tal modelo corresponde a uma relaxação linear do Modelo Dois Estágios Multi Máquinas, sem as variáveis e restrições referentes ao sequenciamento da produção. As variáveis de estoque e atraso, são definidas para cada máquina e se tornam, I_{mjt}^+ e I_{mjt}^- . O modelo relaxado é fácil de resolver, e fornece as demandas de cada máquina para a segunda e última fase. Nesta última fase, o sequenciamento dos lotes em cada uma das m máquinas é então determinado pela solução dos m modelos inteiros mistos, formulação (4.31)-(4.46), Dois Estágios Mono Máquina.

Na primeira fase, uma variável dem_{mjt} no modelo linear determina a demanda de cada item j em cada período t para cada uma das m máquinas. A variável dem_{mjt} se torna um parâmetro para a segunda fase, em que o modelo DEMMaq, definido para a máquina m , é resolvido. A função objetivo do modelo linear minimiza apenas os custos de estoque e atraso. A Figura 4.5 ilustra a Estratégia de Desagregação que distribui os lotes nas máquinas. O modelo linear é apresentado a seguir.

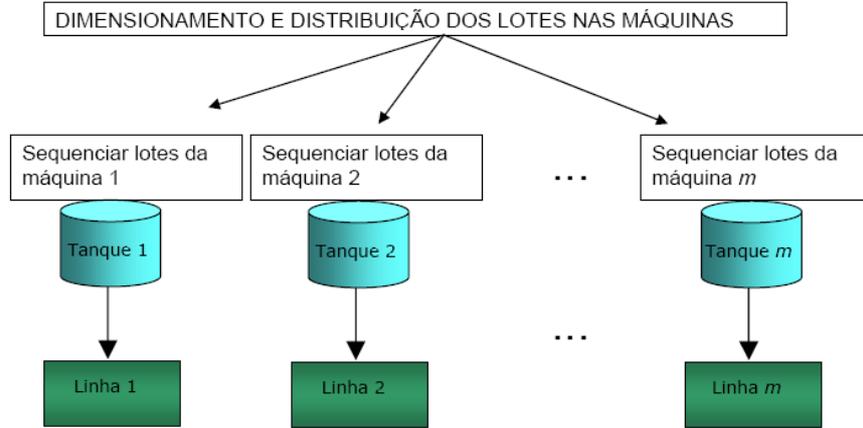


Figura 4.5: Representação do uso do Modelo Dois Estágios Mono Máquina

$$\text{Min} \sum_{m=1}^M \sum_{j \in \alpha_m} \sum_{t=1}^T (h_j I_{mjt}^+ + g_j I_{mjt}^-). \quad (4.47)$$

Sujeito a:

Estágio I - Xaroparia

$$\sum_{j \in \gamma_{ml}} r_{lj} x_{mjt}^{II} \leq K_m^I |S_t|, \quad t = 1, \dots, T, m = 1, \dots, M, l \in \beta_m; \quad (4.48)$$

Estágio II - Envase

$$\sum_{m \in \lambda_j} dem_{mjt} = d_{jt}, \quad j = 1, \dots, J, t = 1, \dots, T; \quad (4.49)$$

$$I_{mj(t-1)}^+ + x_{mjt}^{II} + I_{mjt}^- - I_{mjt}^+ - I_{mj(t-1)}^- = dem_{mjt}, \quad m = 1, \dots, M, j \in \alpha_m, \quad t = 1, \dots, T; \quad (4.50)$$

$$\sum_{j \in \alpha_m} a_{jm}^{II} x_{mjt}^{II} \leq K_{mt}^{II}, \quad m = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T. \quad (4.51)$$

$$I_{mjt}^+, I_{mjt}^-, x_{mjt}^{II}, dem_{mjt} \geq 0, \quad m = 1, \dots, M, i, j \in \alpha_m, t = 1, \dots, T.$$

A capacidade total do tanque no período t é dada por seu volume máximo $K_m^I |S_t|$, pois $|S_t|$ representa o limite de vezes que é possível preparar o tanque no período. Assim, a restrição (4.48) garante que a capacidade dos tanques não será excedida. Por não estarem sendo

consideradas as variáveis de *set up* do tanque, não é possível definir a produção mínima de xarope. As restrições (4.49) e (4.50) garantem o balanceamento do estoque. A restrição (4.51) cuida da capacidade das máquinas.

A idéia desta estratégia surgiu da prática realizada nas empresas visitadas. Na Fábrica A, as linhas produzem conjuntos específicos de bebidas, ou seja, a menos de competirem pela xaroparia, as linhas podem ser consideradas praticamente independentes, com os conjuntos $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ quase totalmente disjuntos. Na Fábrica C, há apenas uma linha, e portanto, a aplicação do modelo Dois Estágios Mono Máquina é direta.

Após a solução dos m Modelos Dois Estágios Mono Máquina (4.31)-(4.46) com a Estratégia de Desagregação (4.47)-(4.51), calcula-se os custos totais de estoque, atrasos, troca de bebidas nas linhas e trocas de xaropes nos tanques, somando os respectivos custos obtidos pelas soluções de cada um dos m modelos. O dimensionamento e sequenciamento dos lotes do problema é o dimensionamento e o sequenciamento que os m Modelos Dois Estágios Mono Máquina fornecem para cada máquina.

Os modelos apresentados até aqui supõem que o gargalo da produção pode alternar entre linha e tanque. Logo, é interessante considerar os dois estágios da produção para que o modelo capture estas variações sem necessidade de modificações. No entanto, em casos onde o gargalo é a linha de envase, a relaxação do estágio de xaroparia pode tornar o modelo mais simples. A solução de um modelo mais relaxado também pode ser útil como solução inicial de uma heurística que inclua o sequenciamento do segundo estágio, a solução. Esse modelo relaxado, e a heurística que inclui o sequenciamento dos tanques, são apresentados a seguir.

4.3 Modelo Mono Estágio Multi Máquinas - (MEMM)

O Modelo Mono Estágio Multi Máquinas é uma relaxação do Modelo Dois Estágios Multi Máquinas (4.14)-(4.30), onde supõe-se que a xaroparia não é o gargalo da produção. Para isso são removidas do Modelo Dois Estágios Multi Máquinas as variáveis e restrições referentes ao sequenciamento do estágio I (xaroparia). Este modelo supõe que, dado um programa de produção viável para o estágio II, é possível derivar um programa de produção viável para o estágio I. As restrições de capacidade do tanque devem ser mantidas por delimitarem o tamanho dos sub-períodos.

A função objetivo do presente modelo minimiza os custos de estoque, atraso, e troca

da bebida i para j , ou seja, ela se difere da função objetivo do Modelo Dois Estágios Multi Máquinas por não considerar os custos de troca de xarope. As restrições referentes às linhas de produção continuam as mesmas do Modelo Dois Estágios Multi Máquinas, (4.22) à (4.30), a menos da restrição (4.23) que não possui o tempo de espera no somatório, e a restrição (4.24) que é omitida do modelo. Do estágio I ficam apenas as restrições (4.15) e (4.16). O Modelo Mono Estágio Multi Máquinas é dado a seguir:

$$\text{Min} \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T (h_j I_{jt}^+ + g_j I_{jt}^-) + \sum_{m=1}^M \sum_{k \in \beta_m} \sum_{l \in \beta_m} \sum_{s=1}^N c_{kl}^I z_{mkl}^I + \sum_{m=1}^M \sum_{i \in \alpha_m} \sum_{j \in \alpha_m} \sum_{s=1}^N c_{ij}^{II} z_{mij}^{II} \quad (4.52)$$

Estágio I - Xaroparia

$$\sum_{j \in \gamma_{ml}} r_{lj} x_{mjs}^{II} \leq K_m^I y_{mls}^I, \quad m = 1, \dots, M, l \in \beta_m, s = 1, \dots, N; \quad (4.53)$$

$$\sum_{j \in \gamma_{ml}} r_{lj} x_{mjs}^{II} \geq \frac{K_m^I}{8} y_{mls}^I, \quad m = 1, \dots, M, l \in \beta_m, s = 1, \dots, N; \quad (4.54)$$

Estágio II - Envase

$$I_{j(t-1)}^+ + \sum_{m=1}^M \sum_{s \in S_t} x_{mjs}^{II} + I_{jt}^- = I_{jt}^+ + I_{j(t-1)}^- + d_{jt}, \quad j = 1, \dots, J, t = 1, \dots, T \quad (4.55)$$

$$\sum_{j \in \alpha_m} \sum_{s \in S_t} a_j^{II} x_{mjs}^{II} + \sum_{i \in \alpha_m} \sum_{j \in \alpha_m} \sum_{s \in S_t} b_{ij}^{II} z_{mij}^{II} \leq K_{mt}^{II}, \quad m = 1, \dots, M, t = 1, \dots, T \quad (4.56)$$

$$x_{mjs}^{II} \leq \frac{K_{mt}^{II}}{a_j^{II}} y_{mjs}^{II}, \quad s = 1, \dots, N, j \in \alpha_m, m = 1, \dots, M \quad (4.57)$$

$$\sum_{j \in \alpha_m} y_{mjs}^{II} = 1, \quad m = 1, \dots, M, s = 1..N \quad (4.58)$$

$$z_{mij}^{II} \geq y_{mi(s-1)}^{II} + y_{mjs}^{II} - 1 \quad s = 1, \dots, N, i = j \in \alpha_m, m = 1, \dots, M \quad (4.59)$$

$$\sum_{i \in \alpha_m} \sum_{j \in \alpha_m} z_{mij}^{II} \leq 1, \quad m = 1, \dots, M, s = 1, \dots, N; \quad (4.60)$$

$$\begin{aligned} I_{jt}^+, I_{jt}^-, x_{mjs}^{II}, z_{mij}^{II} &\geq 0; & y_{mls}^I, y_{mjs}^{II} &= 0/1, \\ m = 1, \dots, M, i, j \in \alpha_m, k, l \in \beta_m, s = 1, \dots, N. & & & \end{aligned} \quad (4.61)$$

Após resolvido o modelo, a solução obtida fornece os custos de estoque, atraso e troca de bebidas nas linhas. Para verificar a factibilidade do modelo em relação a xaroparia e os custos de troca de xaropes, deve-se verificar qual a seqüência de xaropes que atende o sequenciamento da linha, e calcular as esperas. Para tanto, determina-se o dimensionamento e o sequenciamento da produção nas linhas, ou seja, define-se qual e quanto de cada bebida será produzida em cada sub-período de cada linha. Em seguida, estabelece-se os tempos de troca nos sub-períodos onde há produção, considerando o máximo entre o tempo de troca da bebida na linha e o tempo de troca do xarope utilizado no tanque para aquela bebida. Se o tempo total da programação estabelecida for menor que a capacidade disponível, então a solução é factível, caso contrário a solução é infactível. Ao valor da solução deve ser ainda acrescido o custo das trocas realizadas nos tanques. Este processo será ilustrado a frente com a solução de um exemplar do problema de uma fábrica que produz 5 tipos de bebidas e 2 tipos de xarope, em uma linha durante um horizonte de planejamento de 2 períodos. Nos casos onde a xaroparia não é o gargalo, o modelo MEMM retrata completamente o processo de produção, sem necessidade de cálculos adicionais. Na seção a seguir é apresentada uma heurística que factibiliza as soluções do modelo MEMM em relação ao sequenciamento dos xaropes nos tanques.

4.3.1 Estratégia de Factibilização

Como foi discutido na seção anterior, o modelo MEMM fornece soluções que podem ser infactíveis quando se estabelece o sequenciamento do tanque e a sincronia com o envase. Foi então elaborada uma estratégia de factibilização das soluções baseada na fixação das variáveis binárias. Após resolver o modelo MEMM, seja qual for a estratégia, todas as variáveis binárias, tanto as que assumem valor 1 quanto as que assumem valor 0 (dos sub-períodos onde há produção) são fixadas, e as restrições do estágio I são inseridas no modelo. O objetivo é que o modelo do passo 3 (abaixo) seja na verdade o modelo DEMM com algumas variáveis fixas. Para isto, a restrição de capacidade do modelo MEMM, (4.56), é substituída pela restrição de capacidade (4.23) do modelo DEMM. Esta estratégia se aplica pelo seguinte Algoritmo de Factibilização do Modelo MEMM:

Algoritmo de Factibilização do Modelo MEMM

Passo 1: Resolva modelo MEMM.

Passo 2: Se MEMM é factível, para todo $m=1, \dots, M$, $j \in \alpha_m$, $s=1, \dots, N$, verifique se $x_{mjs}^{II} > 0$.

Se sim fixe $y_{mjs}^{II} > 0$ e $y_{mls}^I > 0$ para todo $j \in \alpha_m$, $l \in \sigma_j$.

Passo 3: Inclua as restrições do Estágio I no modelo MEMM.

Passo 4: Resolva o modelo resultante.

Note que ao fixar-se as variáveis binárias, estão sendo escolhidas as bebidas e xaropes que são preparados no sub-período. E devido a restrição de limite inferior de xarope, sempre haverá produção nestes sub-períodos que possuem variáveis fixas.

Os custos de troca de bebidas e os custos de troca de xaropes considerados neste trabalho são relativos a perda de produção durante a parada para troca. Nos casos onde há troca de bebidas nas linhas e xaropes nos tanques, note que estes custos de perda são duplicados pelo modelo, quando deveriam ser contados apenas uma vez. Logo, os custos de troca de xaropes são considerados nulos para a aplicação prática, o que torna a função objetivo do Modelo Mono Estágio Multi Máquinas igual a função objetivo do Modelo Dois Estágios Multi Máquinas. Eventualmente em outras aplicações, os custos de troca de xaropes poderiam ser, por exemplo, relativos a produtos utilizados para limpeza. Nestes casos os custos de troca de xaropes não seriam nulos, e por este motivo os modelos aqui apresentados, por generalidade, incluem os custos de troca de xaropes.

Como foi citado no início deste capítulo, os modelos propostos são simplificações do que ocorre na prática, pois na prática um tanque pode abastecer duas linhas simultaneamente, enquanto os modelos dedicam tanque à linha. Eles se diferem do modelo de Toledo *et al.* (2006a) particularmente pela mesma razão. Porém, espera-se que apesar desta simplificação, os modelos consigam produzir boas soluções para exemplos práticos, uma vez que na prática o número de tanques nas fábricas visitadas é maior que o número de linhas. Além disto, os modelos capturam características importantes do processo de produção, como é o caso da sincronia entre os estágios, que permitem que sejam utilizados para apoiar as decisões envolvidas no problema.

A seguir, são apresentados testes com exemplares pequenos que auxiliam na valida-

ção dos mesmos para três tipos diferentes de cenários, capacidades de linhas e tanques folgadas, capacidade das linhas folgada e dos tanques restrita, e capacidade das linhas restrita e dos tanques folgada.

4.4 Exemplos Ilustrativos

Inicialmente foram realizados testes com exemplares ilustrativos dos três modelos com sincronia: Modelo Dois Estágios Multi Máquinas, (4.14)-(4.30), Modelo Dois Estágios Mono Máquina, (4.31)-(4.46) com a Estratégia de Desagregação, (4.47)-(4.52), e Modelo Mono Estágio Multi Máquinas, (4.52)-(4.61), com o algoritmo de factibilização. Os exemplares utilizados são considerados pequenos em relação a dimensão dos problemas reais, e foram gerados considerando o planejamento da produção de 4 tipos de bebidas, 2 sabores diferentes de xaropes, 2 máquinas e 2 tanques, durante um horizonte de planejamento de 2 períodos com 6 sub-períodos cada.

Na realização dos testes foi usado um computador com processador Pentium 4, 1.0 Gb de RAM, 3.2 Ghz, e a linguagem de modelagem AMPL (Fourer *et al.*, 2003) e o sistema de otimização Cplex 10.0 (Ilog, 2005). Três testes foram realizados. No primeiro teste, a capacidade das máquinas e tanques é maior do que o necessário para produção, capacidade folgada. No segundo teste, a capacidade da máquinas continua a mesma e a capacidade dos tanques é reduzida pela metade, fazendo com que o gargalo seja a xaroparia. Note que reduzir a capacidade dos tanques, implica preparar mais tanques para produção dos lotes. No terceiro teste, a capacidade das máquinas é reduzida pela metade e a capacidade dos tanques é folgada como no primeiro teste, de maneira que o gargalo se torna então o estágio de envase. Os dados dos exemplares são fictícios, e se encontram no Anexo B. A Tabela 4.1 apresenta as dimensões do exemplar 1 em relação ao número de variáveis e restrições.

Tabela 4.1: Dimensões do Exemplar 1

Modelos	Total Var.	Var. Bin.	Rest.
DEMM	768	144	788
DEMMaq	384	72	402
MEMM	648	144	620

($J=4, M=2, L=2, N=12, T=2$)

4.4.1 Teste 1 - Capacidades das linhas e tanques folgadas

A Tabela 4.2 apresenta respectivamente o nome do modelo, os custos de estoque, atrasos e trocas nos períodos 1 e 2, o valor da função objetivo Z , o *gap* de otimalidade e o tempo de solução dos modelos em segundos.

Tabela 4.2: Solução dos modelos com o exemplar 1

Modelo	estoque		atraso		troca		Z	<i>gap</i>	tempo
	Per. 1	Per. 2	Per. 1	Per. 2	Per. 1	Per. 2			
DEMM	0	0	0	0	8,9	12,1	21,0	0,01%	57,1
DEMMaq	0	0	0	0	21,2	27,4	48,6	0,01%	4,3
MEMM-FaseI	0	0	0	0	8,9	12,1	21,0	0,00%	37,2
MEMM-FaseII	0	0	0	0	8,9	12,1	21,0	0,00%	0,05

As Figuras 4.7, 4.8, 4.9 e 4.10 representam respectivamente o dimensionamento e o sequenciamento dos lotes da produção nas linhas dos modelos DEMM, DEMM_{aq}, MEMM-Fase I, Estratégia de Factibilização (MEMM-Fase II). A Figura 4.6 apresenta a programação dos tanques do modelo DEMM na solução do exemplar 1. No eixo vertical das figuras estão indicadas as duas linhas de envase, M1 e M2, no caso da Figura 4.6 são os tanques T1 e T2, nos dois períodos do horizonte de planejamento. O eixo horizontal indica a capacidade disponível nas linhas, 1000 unidades de tempo. Os lotes são representados pelas barras cinzas e os tempos de troca, considerando também as esperas, são representados pelas barras em preto. A bebida e o xarope produzidos são indicados logo acima de seu lote, pelo seu respectivo número. Por exemplo, na solução do modelo DEMM, Figura 4.7, na máquina M1 no primeiro período a sequência de produção é: bebida 3, bebida 1, bebida 2 e bebida 2, com seus respectivos tempos de troca indicados entre os lotes. A capacidade total utilizada da linha é pouco menos de 400 unidades de tempo. A programação dos tanques é exatamente a mesma programação das linhas, uma vez o xarope preparado é exatamente o xarope necessário para produção do lote, e o tempo de espera foi considerado no sequenciamento dos lotes de produção das linhas. Por exemplo, na Figura 4.6, o xarope indicado para produzir os lotes de bebidas 3, 1, 2 e 2, é o xarope 2, usando quatro vezes o tanque T1.

Vários lotes consecutivos de uma mesma bebida, como a bebida 2 na máquina 1, período 1 do modelo DEMM, significa que vários lotes de xarope foram preparados para pro-

dução. Duas razões resultam neste tipo de programação. A primeira é que, a quantidade de xarope necessária para produção do lote pode ser maior que um tanque, e assim, ser necessário mais de um preparo de xarope para produção da bebida. Lembrando que, este é um dos fatores que tornam obrigatória a sincronia do tanque com a xaroparia, para que o tempo de troca de xarope seja considerado, pois a linha fica parada até que o preparo de xarope termine. A segunda razão para que vários preparos de um mesmo xarope para envase de uma mesma bebida ocorram, é que se a capacidade da linha é folgada, essas várias trocas não geram custos adicionais, pois o custo de troca de uma bebida para ela mesma é nulo. Muitas trocas nos tanques prejudicam apenas a capacidade disponível da linha por gerarem muitas esperas.

Como as capacidades são folgadas, não houve necessidade de estoque e atraso em nenhum dos modelos. Percebe-se também pela Tabela 4.2 que o modelo MEMM obtém a mesma solução do modelo DEMM, que é ótima, em um tempo muito menor, aproximadamente 64% do tempo. Como a solução da Fase I é factível, e ótima, na Fase II a heurística de factibilização encontra obviamente a mesma solução. O modelo DEMMaq resolve o problema em um tempo muito inferior, mas o valor da solução é quase o dobro dos outros dois modelos. Isto porque na Estratégia de Desagregação, o Modelo Linear distribui as demandas sem considerar os tempos de trocas dependentes. A capacidade da máquina é então completamente ocupada sem considerar as máquinas ociosas que poderiam dividir produção, e sem evitar a produção de muitos tipos diferentes de bebida em uma linha. Observe as linhas M1 e M2 do período 1 na Figura 4.8. Note que se a bebida 4 fosse produzida na linha 2, o custo e o tempo de *set up* da bebida 2 para 4 na linha 1, período 1, teria sido economizado. O mesmo ocorre com a linha M1 no período 2.

Comparando a solução das Figuras 4.9 e 4.10, que representam o modelo MEMM nas fase I e II, respectivamente é possível observar o quanto a inclusão dos tempos de troca no tanque consome a capacidade disponível. Na máquina M1, período 1, Figura 4.9, por exemplo, a capacidade consumida é de aproximadamente 350 unidades de tempo, após a factibilização, Figura 4.10, o tempo consumido é de quase 400 unidades de tempo. O mesmo ocorre com a máquina M2 no período, que ocupava menos de 800 unidades de tempo e com o sequenciamento passou a consumir mais de 800 unidades de tempo. No período 2, a factibilização também consumiu mais capacidade das linhas. Note que o dimensionamento e o sequenciamento das Figuras 4.9 e 4.10 são iguais, pois esta é a sequência ótima de produção. Em casos onde a

fase I gera uma solução infactível ou uma solução não necessariamente ótima, na estratégia de factibilização o tamanho dos lotes pode mudar e mais lotes de produção podem ser definidos, uma vez que as variáveis são fixadas apenas se houver produção no sub-período.

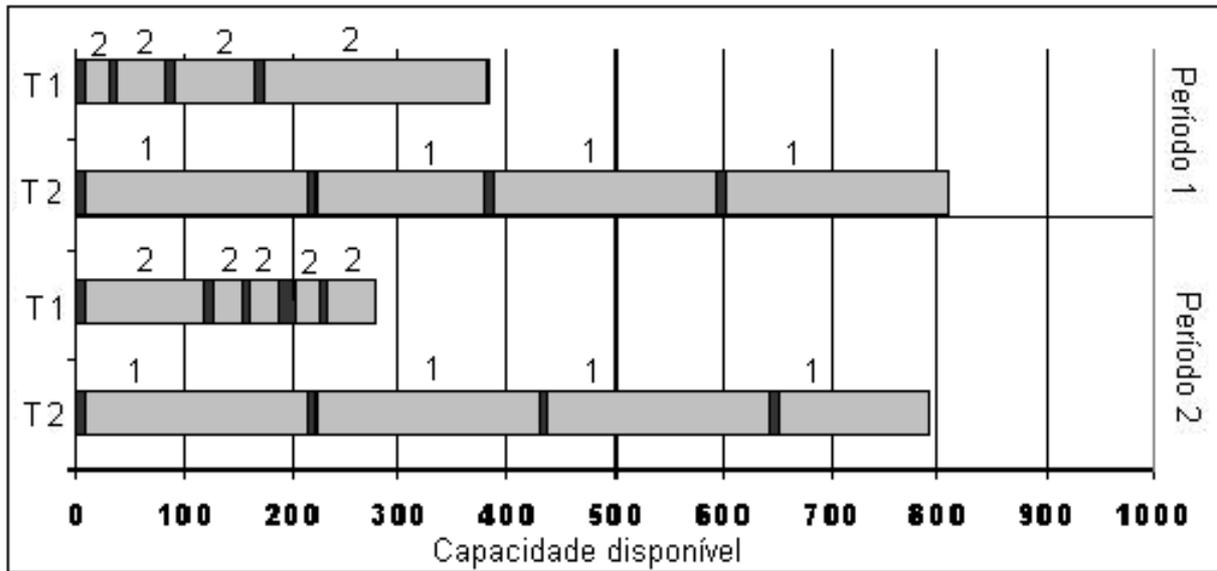


Figura 4.6: Programação dos xaropes fornecida pelo modelo DEMM Teste 1.

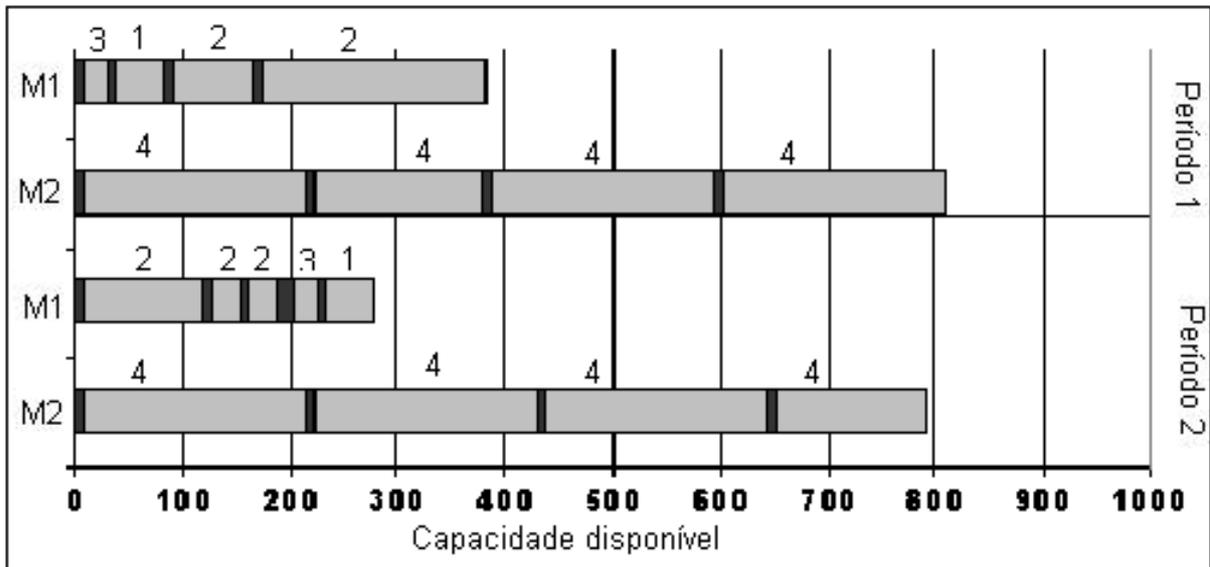


Figura 4.7: Programação da Produção fornecida pelo Modelo DEMM Teste 1.

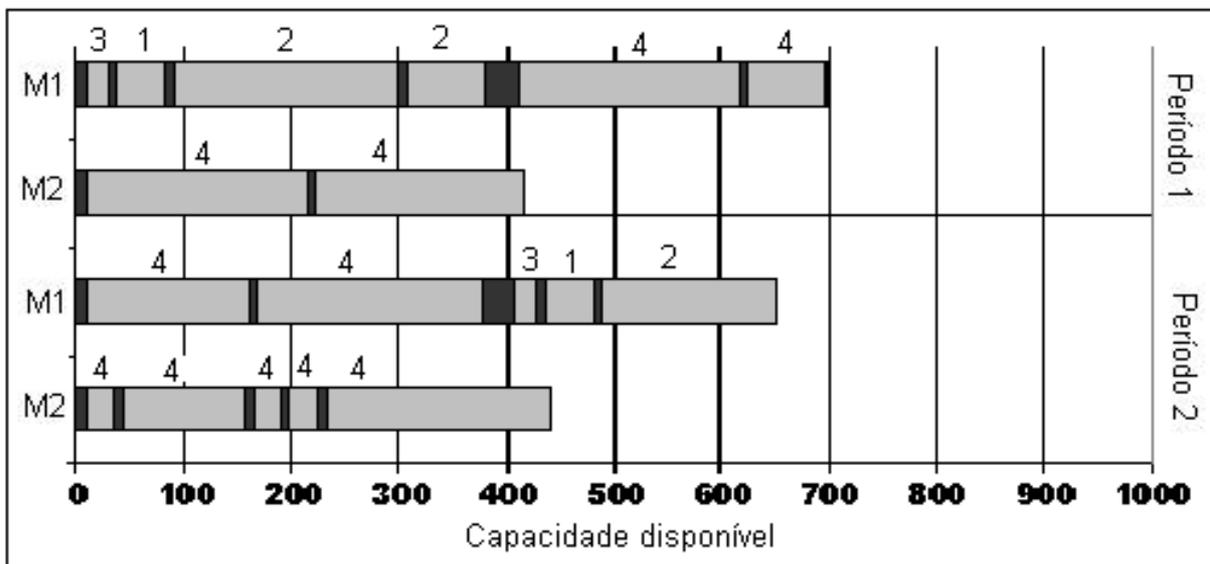


Figura 4.8: Programação da Produção fornecida pelo Modelo DEMMaq Teste 1.

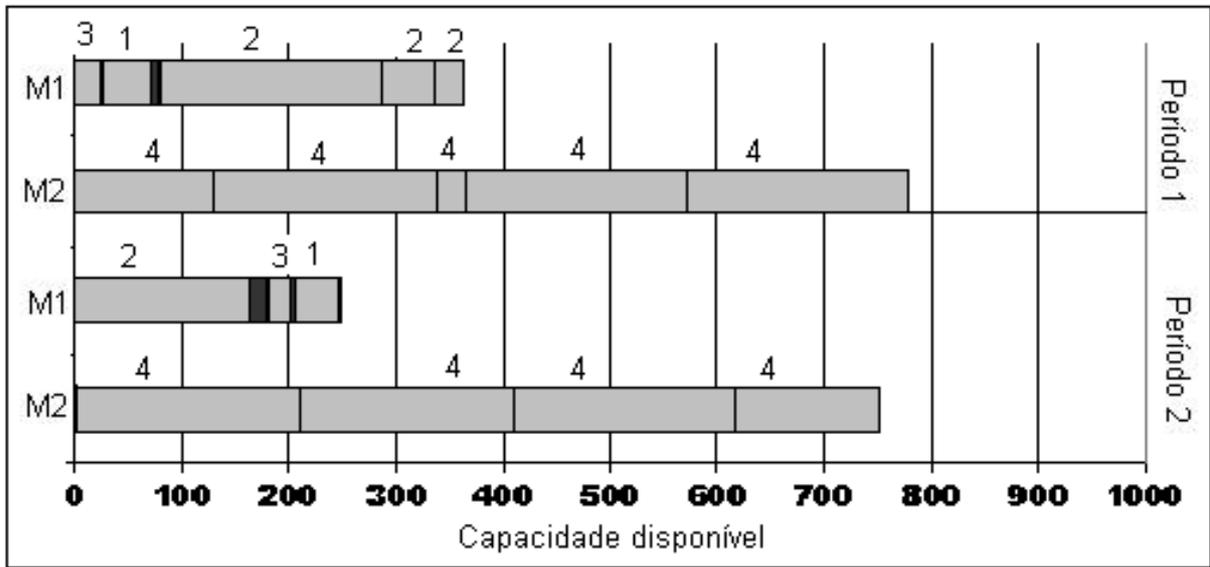


Figura 4.9: Programação da Produção fornecida pelo Modelo MEMM - Fase I Teste 1.

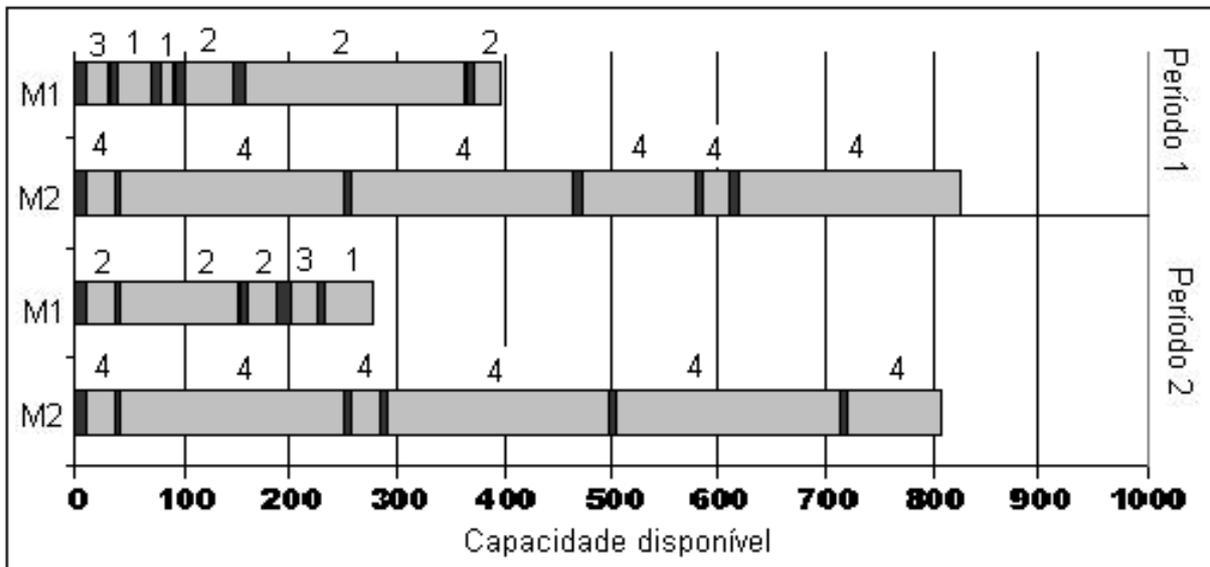


Figura 4.10: Programação da Produção fornecida pelo Modelo MEMM - Fase II Teste 1.

4.4.2 Teste 2 - Capacidades das linhas folgadas e capacidades dos tanques restrita

A Tabela 4.3 apresenta as soluções dos modelos para o teste 2, e as Figuras 4.11, 4.12, 4.13 e 4.14 detalham as soluções dos modelos, DEMMaq, MEMM-Fase I, Estratégia de Factibilização (MEMM-Fase II).

Tabela 4.3: Solução dos modelos para o Exemplar 2

Modelo	estoque		atraso		troca		Z	gap	tempo
	Per. 1	Per. 2	Per. 1	Per. 2	Per. 1	Per. 2			
DEMM	0	0	12.198,6	0	18,3	27,4	12.244,3	0,27%	13,9
DEMMaq	3,3	0	12.198,6	56.865	30,6	20,1	69.117,6	0,02% e 31,53%	0,7
MEMM-FaseI	0	0	12.198,6	0	18,3	27,4	12.244,3	0,24%	7,2
MEMM-FaseII	0	0	12.198,6	0	18,3	27,4	12.244,3	0,0%	0

Nota-se pelas figuras que ao restringir a capacidade dos tanques, aumentaram o número de trocas nos períodos. Na Figura 4.11, a máquina M1 envasa dois lotes da bebida 2 consecutivos, ou seja, usou um tanque cheio e teve que preparar mais xarope para terminar o lote. Quando a capacidade do tanque é reduzida, são necessários três preparos, (vide Figura 4.11), ou seja, a primeira parte da produção da bebida 2 utilizou um tanque cheio, foi necessário prepará-lo novamente com sua capacidade máxima para continuar a produção da bebida 2, e ainda prepará-lo uma terceira vez, mas desta vez não utilizando a capacidade total, pois o lote é menor que os anteriores.

No caso da máquina M2 do período 1, foram utilizados seis tanques cheios de xaropes. Apesar dos seis sub-períodos terem sido ocupados, a capacidade disponível da linha não pode ser mais aproveitada em função da limitação da capacidade do tanque. Esta limitação fez com que lotes da bebida 4 fossem produzidos na linha 1 para abastecer a demanda, como mostra a Figura 4.11. No teste 1, onde a capacidade do tanque é maior, lotes maiores da bebida 4 foram produzidos, vide Figura 4.7. Os atrasos que ocorreram no período 1 foram gerados pela falta de tanques para preparar os xaropes. Se o número de sub-períodos, que representa quantos tanques podem ser preparados no período, fosse maior, seria possível ocupar mais a linha.

Observando a Tabela 4.3 nota-se que o modelo MEMM obteve a solução ótima em quase metade do tempo do modelo DEMM. Na Figura 4.13 é possível observar que a inclusão do tempo de espera (nas trocas entre bebidas iguais) na solução não consome toda a capacidade disponível da linha, ou seja, esta solução é factível para o sequenciamento no tanque, como se verifica com a Figura 4.14.

O modelo DEMMaq foi rapidamente resolvido, mas o valor da solução foi quase 6 vezes maior em virtude do número de trocas no tanque ter aumentado.

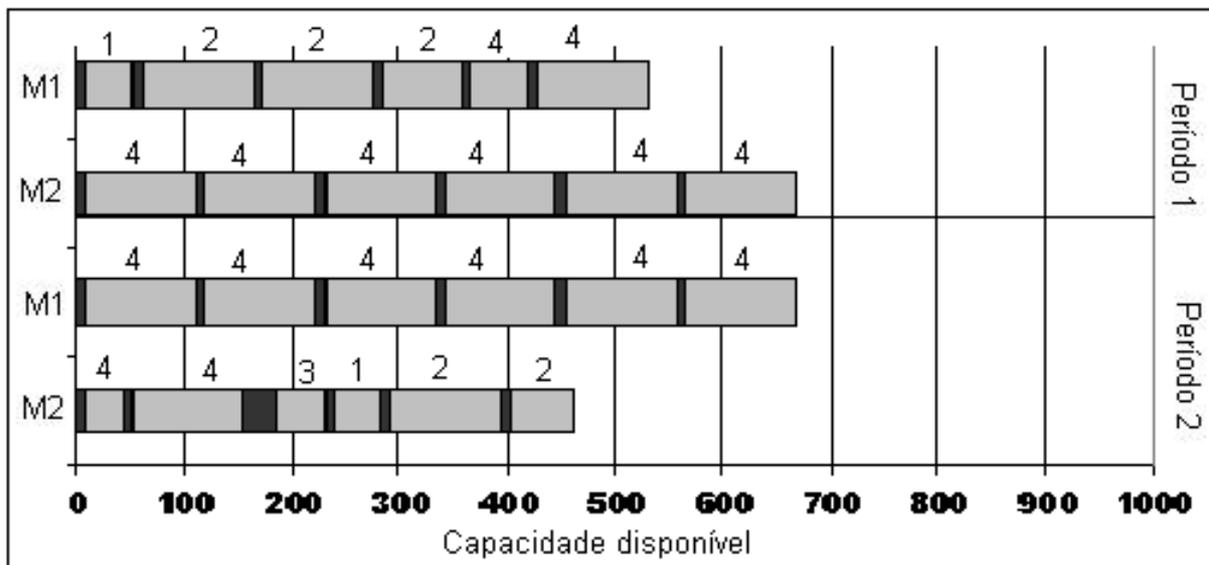


Figura 4.11: Programação da Produção fornecida pelo Modelo DEMM Teste 2.

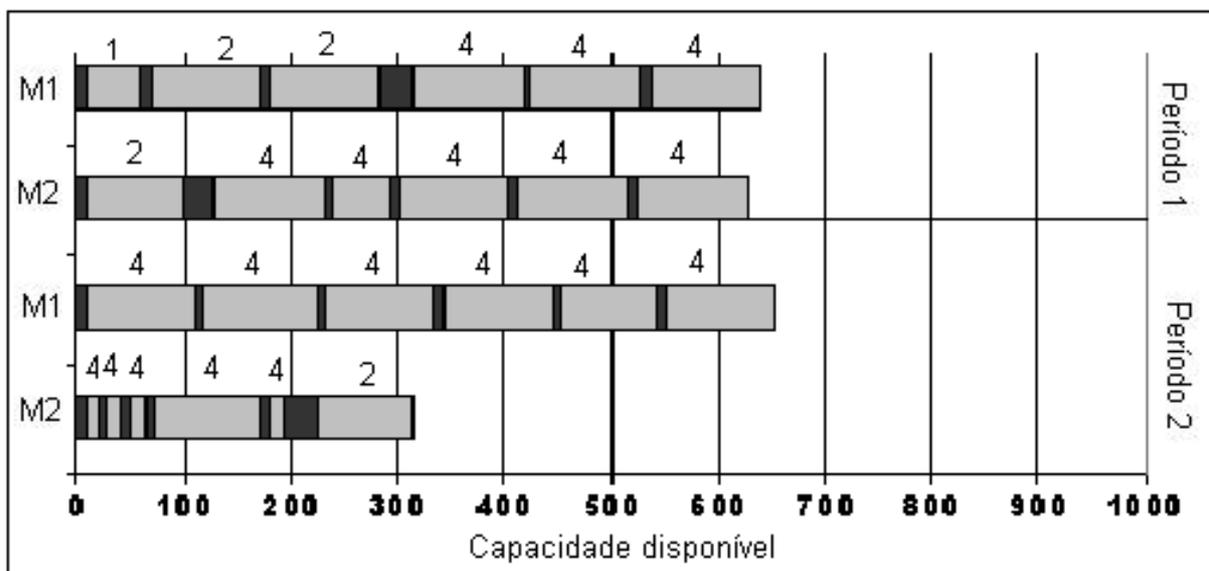


Figura 4.12: Programação da Produção fornecida pelo Modelo DEMMaq Teste 2.

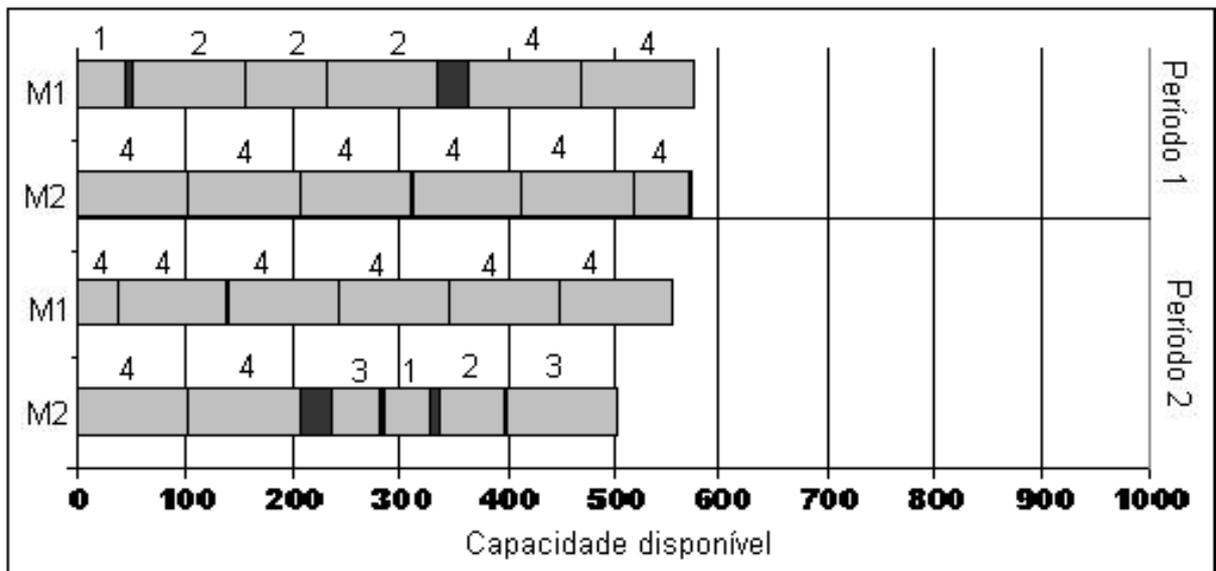


Figura 4.13: Programação da Produção fornecida pelo Modelo MEMM - Fase I Teste 2.

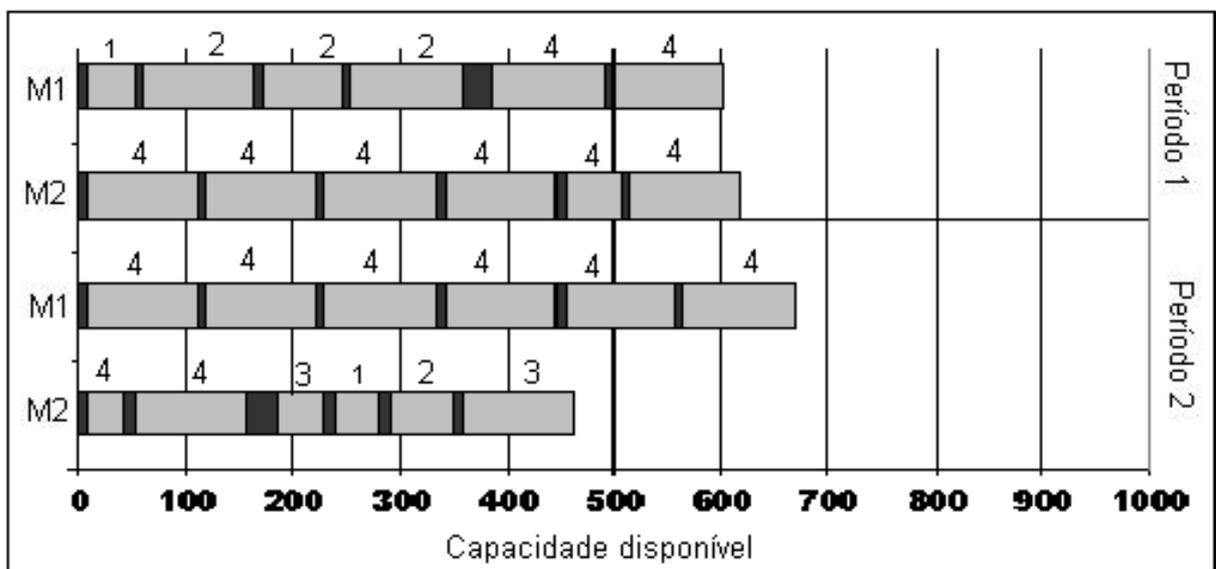


Figura 4.14: Programação da Produção fornecida pelo Modelo MEMM - Fase II Teste 2.

4.4.3 Teste 3 - Capacidades das linhas restritas e capacidades dos tanques folgadas

A Tabela 4.4 apresenta os custos de estoque, atraso, e trocas da melhor solução de cada um dos três modelos em cada período para o teste 3, e ainda o valor do custo total desta solução, o *gap* de otimalidade e o tempo de processamento. As Figuras 4.15, 4.16, 4.17 e 4.18 representam, respectivamente, o dimensionamento e o sequenciamento dos lotes da produção dos modelos DEMM, DEMMaq, MEMM-Fase I, Estratégia de Factibilização (MEMM-Fase II).

Tabela 4.4: Solução dos modelos com o exemplar 3

Modelo	estoque		atraso		troca		Z	gap	tempo
	Per. 1	Per. 2	Per. 1	Per. 2	Per. 1	Per. 2			
DEMM	0	0	57.345,4	67.925	21,2	21,4	125.313,0	0,53%	1.088,9
DEMMaq	0	0	85.481,8	135.751,0	15,2	21,4	221.270,0	0,0% e 0,0%	2,3
MEMM-FaseI	0	0	42.112,5	50.175	21,2	27,4	92.336,1	10,55%	85,5
MEMM-FaseII	0	0	57.112,5	80.175	21,2	27,4	137.336,1	2,91%	0,016

Pela Tabela 4.4 nota-se que o modelo DEMM obteve a melhor solução em relação aos três modelos. Note, no entanto, que os tempos de processamento dos outros modelos são melhores. Observe na Figura 4.17 que o modelo MEMM na Fase I ocupou toda capacidade disponível das duas linhas no período 1 e na linha M2 no segundo período, apesar de não utilizar os seis sub-períodos. Na segunda fase, quando o sequenciamento é incluído e as esperas consideradas, todos os custos aumentam (veja Tabela 4.4), pois o preparo dos tanques consome capacidade disponível, sendo necessário antecipar e atrasar a produção dos lotes.

A Figura 4.16 ilustra que nos dois períodos a linha M2 ficou ociosa. Pela Tabela 4.4 é possível verificar que os custos de atraso do modelo DEMMaq são muito altos. Pode-se concluir então que estes custos foram gerados pela falta de capacidade da linha M1 nos períodos, ou seja, na fase de pré-alocação de demanda a linha M1 foi sobrecarregada, provocando atrasos na fase de sequenciamento.

Note que quando a capacidade dos tanques é folgada o tamanho dos lotes é maior, e o número de trocas entre bebidas de um mesmo sabor diminui; veja as Figuras 4.15, 4.16, 4.17 e 4.18.

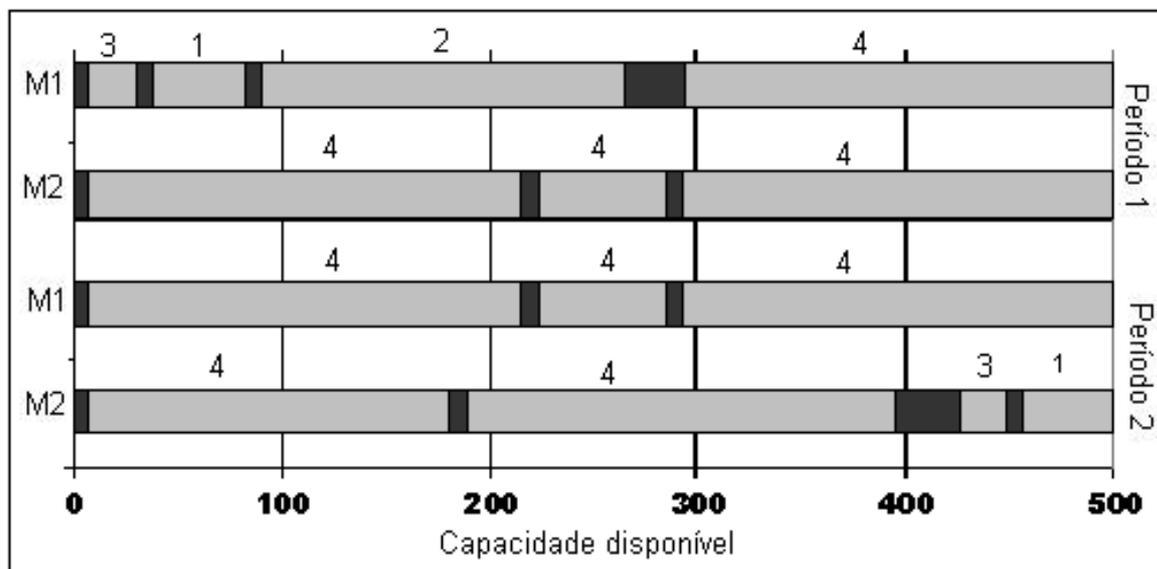


Figura 4.15: Programação da Produção fornecida pelo Modelo DEMM Teste 3.

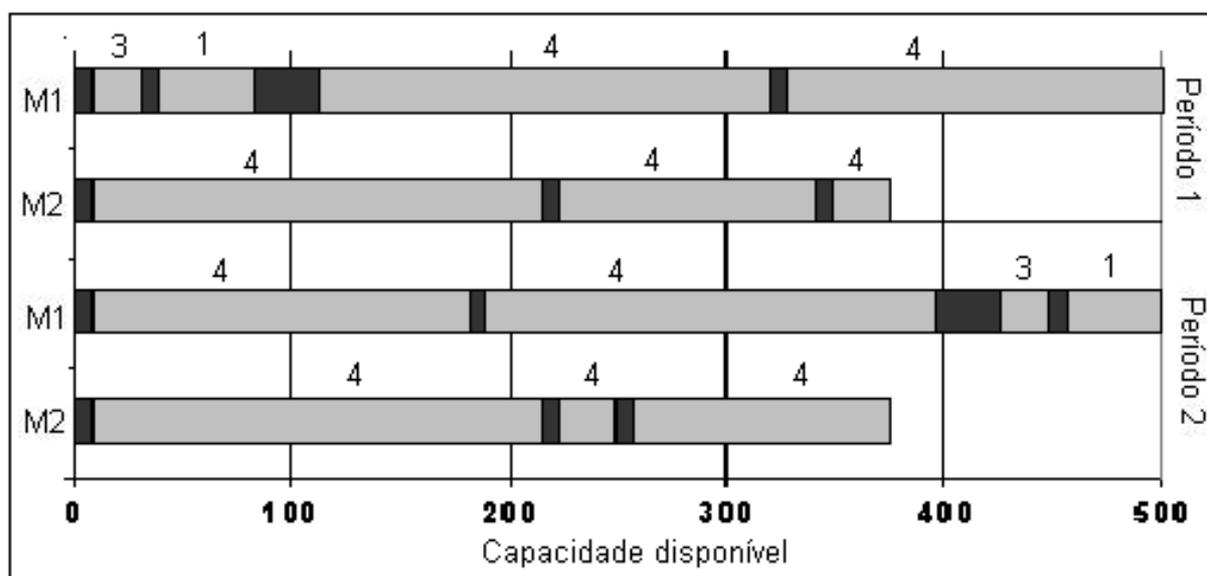


Figura 4.16: Programação da Produção fornecida pelo Modelo DEMM Teste 3.

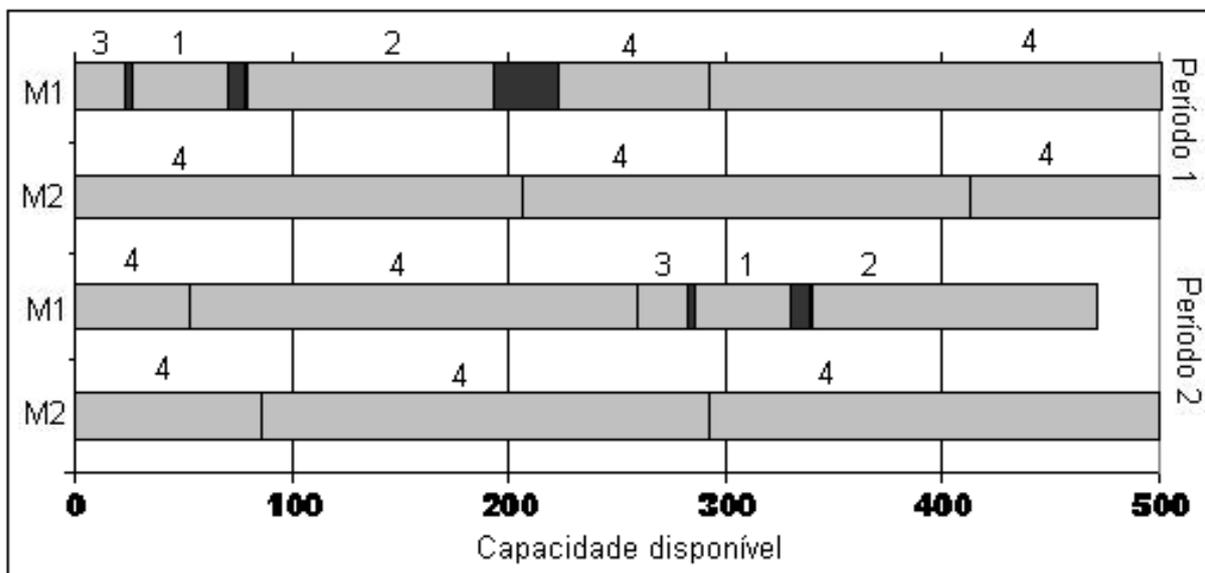


Figura 4.17: Programação da Produção fornecida pelo Modelo MEMM - Fase I Teste 3.

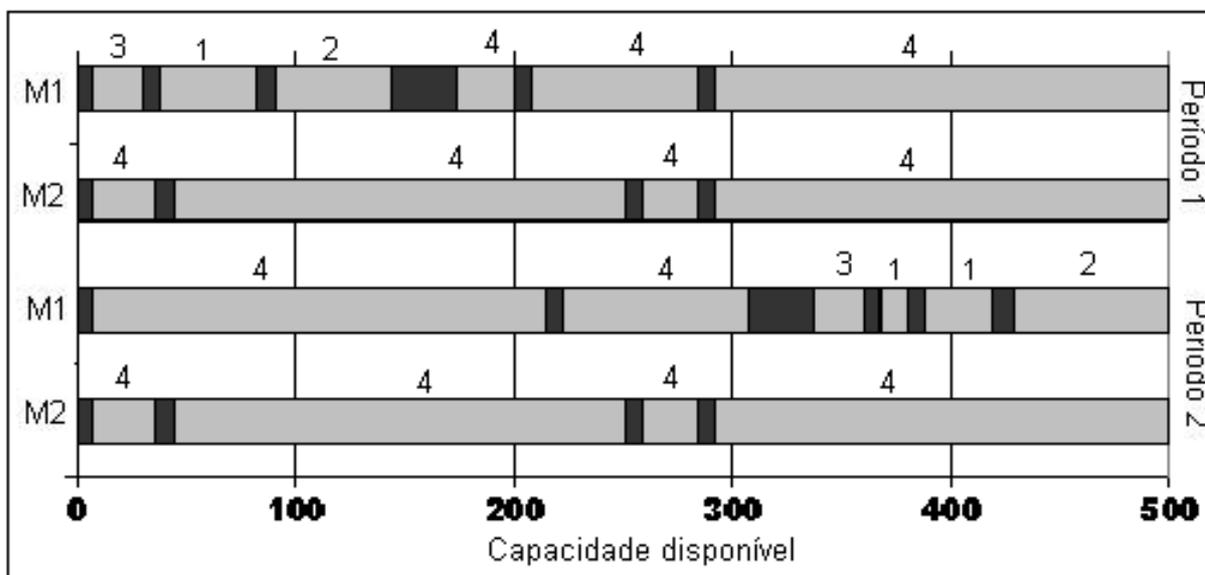


Figura 4.18: Programação da Produção fornecida pelo Modelo MEMM - Fase II Teste 3.

Pelos testes realizados com os modelos nestes exemplares ilustrativos foi possível observar as diferenças de comportamento entre os três modelos em três cenários diferentes. O modelo MEMM se mostrou competitivo em relação aos outros modelos. Nos testes 1 e 2 obteve a solução ótima em um tempo inferior ao do modelo DEMM. Nos casos onde a capacidade da linha é restrita, seu desempenho não foi tão bom quanto do modelo DEMM, mas ainda foi melhor que o modelo DEMMaq. O modelo DEMM apresenta solução melhor que o modelo MEMM no teste 3. Suas soluções são sempre as melhores se o modelo for resolvido até a otimalidade, por considerar todas as máquinas, o dimensionamento e o sequenciamento dos lotes de forma integrada. O modelo DEMMaq não apresentou boas soluções nestes exemplares ilustrativos. Porém, em experimentos preliminares com exemplares reais das fábricas de bebidas, seu desempenho foi bom em relação aos outros dois modelos, o que estimulou a utilização deste modelo na solução dos casos reais. Os testes realizados ilustraram também a importância de se definir um número adequado de sub-períodos para que a capacidade da linha seja completamente utilizada.

4.5 Comparação do modelo DEMM com Modelos da literatura

Conforme discutido no Capítulo 3, no trabalho de Toledo (2005) foi desenvolvido um modelo de dimensionamento e sequenciamento de lotes da produção de bebidas, Modelo PIDLPP. Este modelo considera M máquinas, N tanques, J bebidas, L xaropes e um horizonte de planejamento de T períodos. Assim como no presente trabalho, os períodos (macro períodos) são particionados em sub-períodos. No entanto, o tamanho do sub-período é fixo, e cada lote é um múltiplo dos sub-períodos.

Para comparar uma solução do modelo PIDLPP com uma solução do modelo DEMM, são necessárias algumas considerações. A Tabela 4.5 a seguir resume as diferenças entre os custos dos dois modelos.

Tabela 4.5: Custos dos modelos DEMM e PIDLPP

DEMM	PIDLPP
Custo unitário de estoque da bebida j no período t	Custo unitário de estoque de bebida j no período t
Custos unitário atraso	Penalização por atraso.
Custo de troca de bebidas na linha	Custo de troca de bebidas na linha
Custo de troca de xaropes no tanque.	Custo de troca de xaropes no tanque.
	Custo de produção de bebida.
	Custo de produção de xarope.
	Custo de estoque de xarope

Para comparar o valor do custo total Z das soluções dos dois modelos, os custos de produção tanto das linhas quanto dos tanques, são calculados após a solução do modelo DEMM. O custo de atraso pode ser considerado como a penalização para todas as bebidas, pois no modelo PIDLPP ele também é um custo unitário. O custo de estoque de xarope deve ser subtraído do valor da função objetivo do modelo PIDLPP, pois no modelo DEMM não há estoque de xarope.

A Tabela 4.6 apresenta outros dados de entrada como os que definem a dimensão dos modelos, os tempos, entre outros. Para mais detalhes do modelo em Toledo (2005), o leitor pode consultar o Anexo A.

Tabela 4.6: Outros dados de entrada dos modelos DEMM e PIDLPP

DEMM	PIDLPP
Número de bebidas (J)	Número de bebidas (J)
Número de xaropes (L)	Número de xaropes (L)
Número de linhas (M)	Número de linhas (M)
Número de tanques (M)	Número de tanques (N)
Número de períodos (T)	Número de períodos (T)
Número de sub períodos (N)	Número de sub períodos (N)
	Número máximo de lotes. (S)
Bebidas que podem ser produzidos em cada linha	Bebidas que podem ser produzidos em cada linha
Xaropes que podem ser produzidos em cada linha	Xaropes que podem ser produzidos em cada linha
Estoque inicial nulo	Estoque inicial nulo
Demandas	Demandas
Tempos de produção	Tempos de produção
Tempos de troca de bebida	Tempos de troca de bebida
Tempos de troca de xaropes	Tempos de troca de xaropes
Capacidade disponível da linha no período t	Capacidade disponível da linha no período t
	Capacidade do sub período
Capacidade máxima do tanque	Capacidade máxima do tanque
Capacidade mínima do tanque	Capacidade mínima do tanque
Quantidade utilizada de xarope para cada unidade de bebida.	Quantidade utilizada de xarope para cada unidade de bebida.
Set up da linha no período 0.	Set up da linha no período 0.
	Set up do tanque no período 0.

Note que o número de máquinas do modelo PIDLPP (M) não tem que ser igual ao número de tanques (N), diferente do modelo DEMM, em que estes parâmetros são iguais (M). O conjunto β_m do modelo DEMM representa os xaropes que podem ser envasados na linha m . Em casos onde o tanque prepara um conjunto restrito de xaropes, que são envasados em diferentes linhas, o modelo DEMM, que dedica um tanque a somente uma linha, não representa estas situações.

Por exemplo, se $\beta_1=\{1\}$, e o xarope 1 prepara apenas a bebida 3, e $\alpha_1=\{1, 2, 3\}$. As bebidas 2 e 3 nunca serão envasados na linhas 1, no modelo DEMM, mas no modelo PIDLPP, podem ser envasados desde que outro tanque prepare e envie os xaropes das bebidas 2 e 3. Lembre-se que o modelo PIDLPP permite que um tanque abasteça uma ou mais linhas simultaneamente, diferente do modelo DEMM. Convém ressaltar que essa situação não ocorre na prática das três empresas visitadas.

No modelo DEMM, os sub-períodos não têm um limite de produção específico, sendo que a produção em um sub-período pode ocupar até a capacidade total da linha, se houver xarope suficiente. No modelo PIDLPP a capacidade da linha é a soma das capacidades dos sub-períodos; assim um lote pode começar sua produção no primeiro sub-período e terminar no último, ou seja, o lote também ocupa a capacidade total da linha. Pode-se então definir a capacidade da linha no modelo DEMM como sendo a capacidade total da linha no modelo PIDLPP, sem que sejam necessárias modificações em relação a capacidade dos sub-períodos. Os outros parâmetros são iguais para os dois modelos.

No modelo PIDLPP há o conceito de lote, como foi mencionado no início desta seção. Este conceito representa o número máximo de bebidas que poderão ser produzidas em cada período de cada linha. No modelo DEMM, para se limitar o número de bebidas produzidas por períodos, basta inserir a restrição $\sum_{i \in \alpha_m, s \in S_t} z_{mij}^{II} \leq \bar{n}$ para $m = 1, \dots, M, j \neq i \in \alpha_m$, onde \bar{n} é o número máximo de bebidas a ser produzida no período. Outra forma seria limitar o número de sub-períodos, mas nos casos aqui tratados o número de sub-períodos do modelo DEMM está relacionado ao número de vezes que se consegue encher e esvaziar um tanque no período. A Tabela 4.7 resume as variáveis presentes nos dois modelos.

Tabela 4.7: Variáveis dos modelos DEMM e PIDLPP

Variáveis do Estágio II - Envase	
DEMM	PIDLPP
Estoque de bebidas ao final do macro período.	Estoque de bebidas ao final do macro período.
Atraso na produção de bebida.	Atraso na produção de bebida.
Produção de bebida.	Produção de bebida.
<i>Set up</i> da linha.	<i>Set up</i> da linha.
Troca de bebida na linha.	Troca de bebida na linha.
Tempo de espera (sincronia).	
	Início da produção de um lote.
	Fim da produção de um lote.
	Lote efetivamente produzido.
	Tempo gasto na troca de produtos na linha entre macro períodos.
	Tempo efetivamente utilizado para troca no início do lote.
	Tempo no primeiro sub-período do lote que é reservado para tempo de troca.
Variáveis do Estágio I - Xaroparia	
	Estoque de xarope ao final do macro período.
	Produção do xarope em um lote.
	Quantidade de xarope produzida em um sub-período s e utilizada no lote s .
<i>Set up</i> do tanque.	<i>Set up</i> do tanque.
Troca de xarope no tanque.	Troca de xarope no tanque.
	Início da troca de um lote de xarope.
	Fim da troca de um lote de xarope.
	Lote de xarope efetivamente utilizado.
	Tempo efetivamente utilizado para troca no início de um lote.
	Tempo de troca programado no tanque ao final do macro período anterior.

A sincronia no modelo DEMM é estabelecida quando o tempo de espera da linha pelo tanque é contado, impedindo que a linha inicie a produção antes que o xarope esteja pronto. Se o tempo de troca da linha é maior que o tempo de troca do tanque, ele é considerado diretamente na restrição de capacidade pelo somatório dos tempos de troca na linha. No modelo PIDLPP, a sincronia é definida ao se dedicar a produção do lote de xarope, em um sub-período, à produção, de pelo menos, um lote de bebida em uma linha no sub-período. O lote de xarope deve estar preparado em um sub-período antes do início da produção na linha. E a retirada de xarope é permitida apenas dentro dos intervalos de produção da linha.

No modelo PIDLPP há uma variável binária no estágio de envase que indica se um lote foi produzido ou não, e outra na xaroparia, além das variáveis de *set up* que determinam se o lote está dedicado ou não a produção de um item. No modelo DEMM, não há necessidade

de verificar se a bebida foi produzida ou não, pois a linha sempre se mantém preparada para uma bebida. Na xaroparia, como o preparo dos tanques não é mantido, a variável y_{mls}^I indica se há produção do xarope l no tanque m no sub-período s , $y_{mls}^I = 1$, ou não, $y_{mls}^I = 0$. Estas variáveis também permitem que a restrição (4.21) ordene a produção para o início dos macro períodos. As Tabelas 4.8 e 4.9 apresentam semelhanças e diferenças entre as restrições de envase e xaroparia dos modelos, respectivamente.

Tabela 4.8: Diferenças e semelhanças entre as restrições de envase dos modelos DEMM e PIDLPP

Restrições do Estágio II - Envase	
DEMM	PIDLPP
Atribuição das bebidas que podem ser produzidos em cada linha. (conjunto α_m)	Atribuição das bebidas que podem ser produzidos em cada linha.
	Determinação do preparo para cada lote.
<i>Set up</i> da linha para um lote.	<i>Set up</i> da linha para um lote.
Troca de bebidas nas linhas.	Troca de bebidas nas linhas.
	Tempo total de troca.
	O tempo utilizado do final do macro-período anterior deve ser menor que o tempo total necessário para a troca no início do lote que será produzido no período seguinte.
	Tempo que resta do macro período anterior deve ser suficiente para a troca do lote que será produzido no período seguinte.
Os tempos de troca da linha no período, mais os tempos de produção, mais as esperas da linha pelo <i>set up</i> no tanque, não podem exceder a capacidade disponível	Os tempos de troca da linha no período, mais os tempos de produção, mais o tempo utilizado para preparo no período anterior, não podem exceder a capacidade disponível.
Balanceamento de estoque	Balanceamento de estoque
	"Atraso"no primeiro período do horizonte de planejamento.
	Todo lote tem um único início.
	Todo lote tem um único fim.
	A produção de um lote mais o tempo gasto na troca deve ser no máximo a diferença entre o tempo final deste lote e o tempo final do lote anterior.
	O sub período final da produção de um lote deve ser posterior aos sub-períodos utilizados para trocas e produção.
	Indicação de produção ou não do lote.
Lote mínimo se houver produção.	Lote mínimo se houver produção.
	Anulação do início do lote se ele não é produzido.
	Anulação do fim do lote se ele não é produzido.
	Ordenação da produção para que lotes não utilizados sejam colocados no final do macro período.
	O início de um lote não utilizado deve começar após o término do lote anterior.

Tabela 4.9: Diferenças e semelhanças entre as restrições da xaroparia dos modelos DEMM e PIDLPP

Restrições do Estágio da Xaroparia	
DEMM	PIDLPP
Atribuição dos xaropes que podem ser produzidos em cada tanque (conjunto β_m).	Atribuição dos xaropes que podem ser produzidos em cada tanque.
Determinação do preparo para cada lote.	Determinação do preparo para cada lote.
	<i>Set up</i> do tanque para o lote.
	Determinação da efetivação do lote.
Lote mínimo de xarope.	Lote mínimo de xarope.
Troca de xaropes nos tanques.	Troca de xaropes nos tanques.
	<i>Start up</i> .
	Tempo total de troca.
	Tempo utilizado do final do macro-período anterior deve ser menor que o tempo total necessário para a troca no início do lote que será produzido no período seguinte no tanque.
	O tempo total de preparo dos xaropes não deve exceder o tempo já utilizado no período anterior para preparo e a capacidade do período.
	A quantidade total de xarope preparada em um período é igual a soma das quantidades preparadas em cada sub-período.
	Balanceamento de estoque de xarope.
	A quantidade retirada de um tanque deve estar armazenada pelo menos um sub-período antes de ser utilizada.
	O tempo de troca de um lote de xarope deve ocorrer o final do lote anterior e o início do próximo lote.
	Parte do tempo de troca pode ocorrer no macro período anterior igual linha.
	Há apenas um sub-período final para cada lote.
	Há apenas um sub-período inicial para cada lote.
	O xarope armazenado só será disponibilizado após o tempo de preparo terminar.
	O tempo estabelecido para um lote será positivo se e somente se ele for atribuído a algum tanque.
Sub-períodos ociosos são enviados para fim do macro período.	Lotes ociosos são enviados para o fim do macro período.
	O tempo de troca entre xaropes é um múltiplo da capacidade do sub-período.
	Um tanque só pode ser reabastecido se estiver vazio.

As restrições que estabelecem a sincronia entre os estágios, e a ligação entre os lotes de bebidas e os lotes de xaropes, são dadas na Tabela 4.10.

Tabela 4.10: Restrições de ligação entre os estágios de Envase e Xaroparia, modelos DEMM e PIDLPP

Restrições de acoplamento entre os estágios de Envase e Xaroparia	
DEMM	PIDLPP
Determinação do tempo de espera da linha até o fim do <i>set up</i> do tanque.	
Lote de xarope de cada tanque utilizado para produção de um determinado lote.	Lote de xarope de cada tanque utilizado para produção de um determinado lote.
	A utilização do tanque pela linha pode ocorrer entre o primeiro sub-período do lote até o último.
	Determinação do valor da variável que indica quanto há tempo disponível no primeiro sub-período de produção de um lote para realizar trocas ou ficar ocioso.
	O tempo disponível para o lote de xarope enviado a linha no primeiro sub-período deve ser menor que a capacidade menos este preparo.

Com esta análise das restrições dos modelos DEMM e PIDLPP, é possível observar que em casos onde o número de linhas é igual ao número de tanques, e os tanques produzem todos os xaropes, os dois modelos são comparáveis. No entanto, o modelo PIDLPP é mais geral, pois considera ainda situações em que o número de tanques é diferente do número de linhas, sob pena de ser um modelo mais complexo. É importante observar que em situações onde o número de tanques é maior que o número de linhas, o modelo DEMM, pode ser aplicado ao dedicar-se mais tanques a uma mesma linha, ou seja, considerando um tanque maior com capacidade agregada, ou em alguns casos, reduzindo os tempos de *set up* dos tanques ao considerar que um tanque pode ser preparado enquanto o outro está abastecendo a linha (como é o caso da Fábrica C, e de um xarope da Fábrica A que possui um tanque dedicado ao xarope com produção contínua).

Situações onde o número de tanques é menor que o número de linhas, ou em casos onde β_m é bem restrito, como citado anteriormente, o modelo DEMM não é aplicável. Estas situações não foram observadas na prática das três empresas visitadas.

4.6 Particularidades das Fábricas A e C

No Capítulo 2 foi descrito resumidamente o processo de produção de bebidas das três fábricas. Após diversas visitas à estas fábricas, apenas as Fábricas A e C disponibilizaram coleta de dados para testar os modelos com dados reais. Durante as visitas nas Fábricas A e C, verificou-se que elas possuem algumas particularidades distintas. Como pretende-se comparar a solução dos modelos com as soluções das fábricas, estas particularidades foram inseridas nos modelos, e estão descritas a seguir.

4.6.1 Fábrica A

A Fábrica A, que é uma fábrica de grande porte, possui um sabor de bebida cuja demanda é muito superior à demanda das outras bebidas. Enquanto a maioria das bebidas tem demandas na faixa de 20.000 caixas, este sabor de bebida possui demandas na faixa de 150.000 caixas. Em função deste volume de pedidos e do fato do tempo/custo de *set up* desta bebida serem altos, na Fábrica A há um tanque exclusivo para o preparo deste xarope (representado neste estudo pelo xarope número 4). Este tanque possui fluxo contínuo, e há um mecanismo que avalia o volume de xarope do tanque e aciona o preparo do xarope em um outro tanque menor. O xarope pronto é então enviado para o tanque maior. Desta forma, consegue-se manter este xarope sempre pronto para envase. Para representar esta realidade no modelo, o *set up* do xarope 4 no tanque foi considerado nulo e as restrições de limite de capacidade dos tanques, (4.15) e (4.16), para $l = 4$, foram desconsideradas no modelo. É importante observar que desconsiderá-las é diferente de impor $y_{m4s}^l = 0$, pois se $y_{m4s}^l = 0$ então $x_{mjs}^{ll} = 0$, para $j \in \Delta_j$ o que não pode ocorrer, pois esta bebida deve ser produzida nas linhas, apenas o tempo de *set up* do xarope 4 é nulo. Além disto, como este xarope não é preparado nos outros tanques, o tempo de troca deste xarope para outros xaropes, e dos outros xaropes para ele, foi considerado nulo.

Na determinação do dimensionamento e sequenciamento da produção, esta empresa estabelece como meta um estoque no final do período suficiente para suprir a produção da próxima semana. Como pretende-se comparar as soluções fornecidas pelo modelo com as soluções obtidas na fábrica, foram inseridas nos três modelos propostos as seguintes restrições:

$$I_{jt-1}^+ \geq d_{jt}, \quad j = 1, \dots, J, t = 2, \dots, T + 1, \quad (4.62)$$

4.6.2 Fábrica C

Na Fábrica C, há um xarope que necessita de 24 horas de repouso para maturação. Como a fábrica possui 10 tanques para a linha de envase, é possível prepará-lo com antecedência sem perda de capacidade na xaroparia, não sendo então necessário inserir ou modificar restrições nos modelos para este xarope.

O responsável pela programação da produção informou que, ao elaborar uma programação da produção, ele procura evitar trocas no meio do turno dos funcionários. Ele tenta colocar as trocas no fim do turno de forma que a equipe do próximo turno fique todo o tempo com a produção do próximo lote. Pelo que foi observado na fábrica, este recurso visa apenas economizar tempo disponível de produção. Então esta restrição não será considerada no modelo.

O nível de estoque nesta fábrica é alto para algumas bebidas de baixa demanda para evitar *set up*, mas é comum os níveis de estoque chegarem próximos a zero. Assim, para esta fábrica, são desconsideradas as restrições (4.62).

A Fábrica C envasa entre outras bebidas, água mineral. Esta bebida não exige preparo nos tanques, então as restrições de limitação de capacidade do tanque podem ser eliminadas. Os tempos de troca de produção de água para outras bebidas são pequenos, pois na linha é necessário fazer apenas ajustes em relação ao tamanho do vasilhame. Em caso onde o mesmo tamanho de vasilhame é utilizado, o tempo de troca é nulo. Na Fábrica A, a água mineral também é envasada, mas antes ela passa pelo tanque para que outros componentes sejam adicionadas à ela.

5 Métodos de Solução

5.1 Heurísticas *Relax and Fix*

Analisando a estrutura do modelo DEMM, (4.14)-(4.30), Capítulo 4, percebe-se que ele é composto por conjuntos de variáveis que, se fixados, resultam modelos menores e mais fáceis de serem resolvidos. A solução desses modelos pode ajudar na solução do modelo original, como é o caso por exemplo da Estratégia de Decomposição (Seção 4.2), ou estratégias heurísticas do tipo *relax and fix* (Seção 3.3.2). Esta composição do modelo DEMM pode ser representada por um esquema em blocos, como mostrado na Figura 5.19. As linhas verticais pontilhadas representam a divisão dos sub-períodos, as linhas verticais contínuas representam a separação dos macros períodos, as linhas horizontais contínuas representam a separação das máquinas.

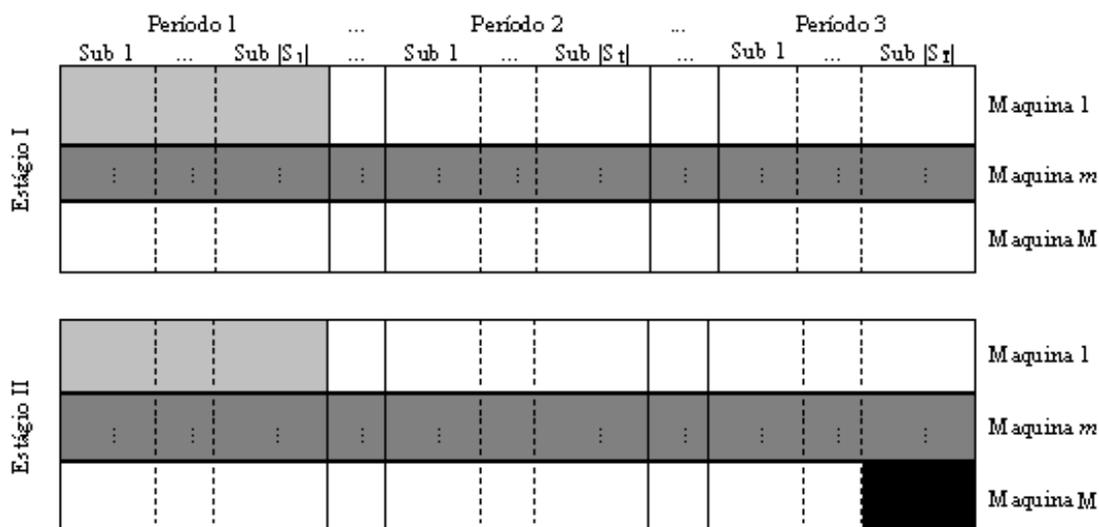


Figura 5.19: Representação em blocos do Modelo DEMM.

Os blocos em cinza claro representam um modelo mono-máquina, mono-período, e dois estágios. Os blocos em cinza escuro representam também um modelo mono-máquina dois estágios, mas com T períodos, ou seja, o modelo DEMMaq, (4.31)-(4.46), Capítulo 4. O bloco negro representa um modelo mono-máquina, mono-estágio, mono-período que, se forem adicionadas algumas restrições do estágio I, pode representar o modelo MEMM, (4.52)-(4.61), Capítulo 4. Observe na Figura 5.19 que se ao invés de excluir os blocos não coloridos, apenas relaxar suas variáveis inteiras, obtém-se as várias opções de relaxações do modelo DEMM. Por

exemplo, a Figura 5.20 representa a relaxação linear do modelo DEMM, com todas as variáveis inteiras relaxadas.

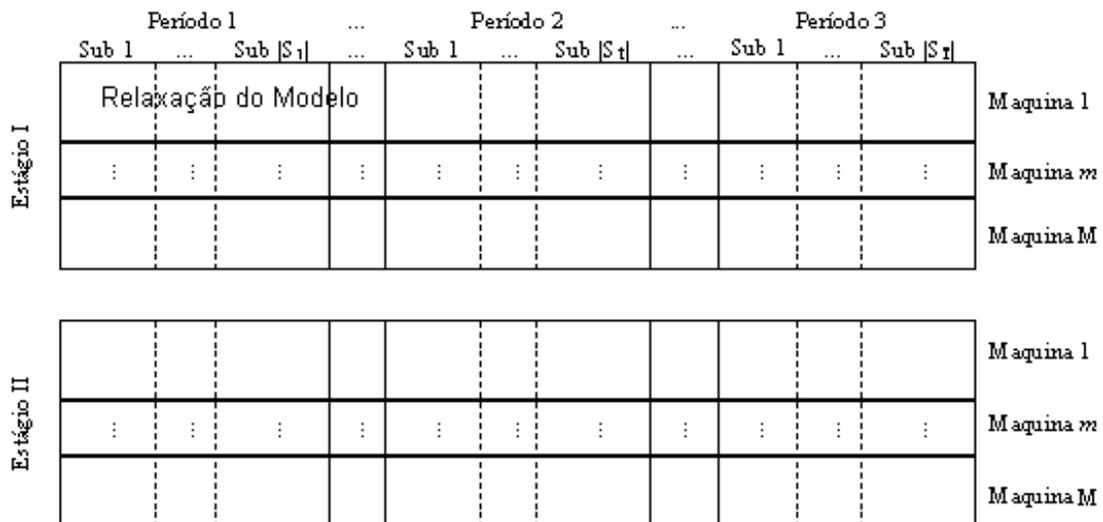


Figura 5.20: Inicialização: relaxação linear do modelo DEMM.

Para tentar explorar melhor estas subestruturas, foram testadas várias estratégias heurísticas do tipo *relax and fix* na solução dos modelos. Como foi visto na revisão bibliográfica do Capítulo 3, para iniciar a heurística *relax and fix* é necessário definir a partição do conjunto de variáveis, as variáveis a serem fixadas e o critério de fixação. Nas Figuras 5.19 ou 5.20 é possível ver as opções de partições do modelo DEMM. Considerando uma partição por período, a Figura 5.21 representa o modelo a ser resolvido na primeira iteração da heurística, onde apenas as variáveis do bloco cinza escuro (primeiro período) são inteiras. Após resolvido esse modelo, as variáveis inteiras são fixadas, e as variáveis do bloco seguinte, passam a ser as variáveis inteiras do novo sub-problema a ser resolvido.

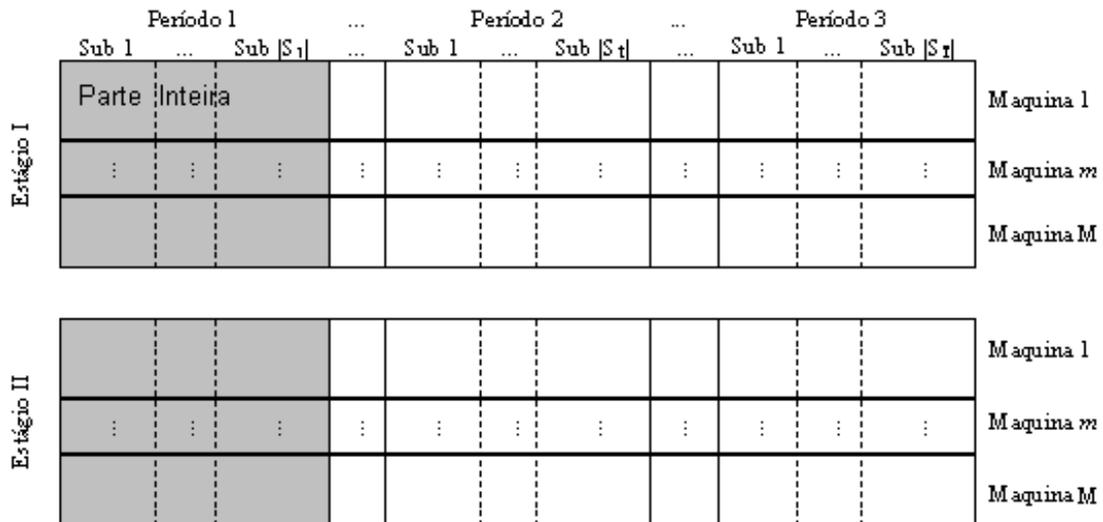


Figura 5.21: Primeira iteração da heurística *relax and fix* usando partição por período.

A Figura 5.22 representa uma iteração genérica t . Os blocos cinza claro são as iterações anteriores, em que as variáveis já foram fixadas, e as variáveis do bloco cinza passaram a ser inteiras, para formar o problema a ser resolvido nesta iteração.

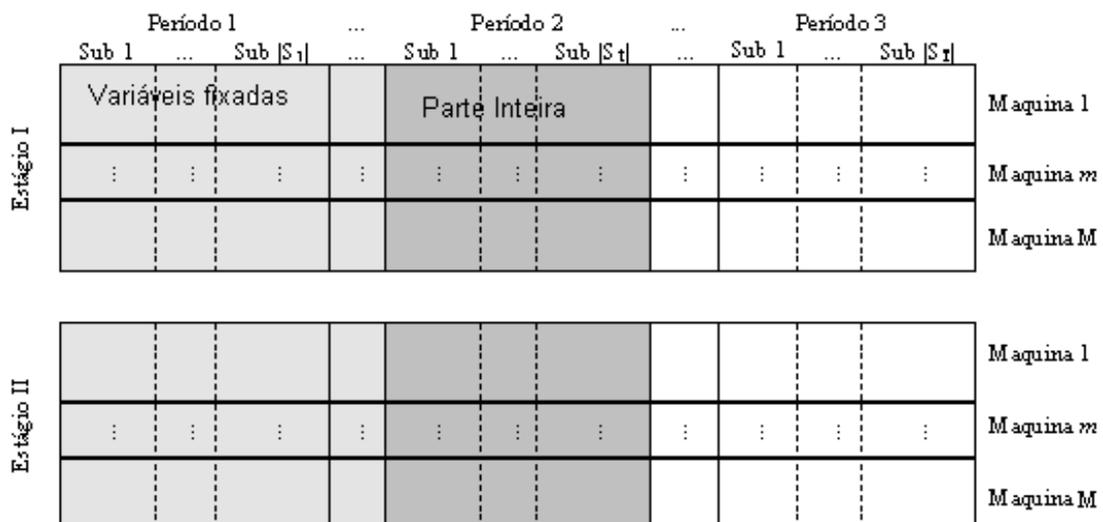


Figura 5.22: Iteração t da heurística *relax and fix* usando partição por período.

Considerando apenas uma máquina na Figura 5.20, é possível ver também as partições dos modelos da Estratégia de Decomposição. Se for considerado apenas o estágio II, tem-se as partições do modelo MEMM. Note que as restrições de limite de xarope que aparecem no modelo MEMM não são suficientes para caracterizar esse modelo como um modelo de dois estágios. Assim, a partição do conjunto de variáveis por estágio no modelo MEMM não

tem sentido.

Observando as subestruturas presentes nos três modelos, é possível verificar as diversas opções de partições para heurísticas do tipo *relax and fix*. Por exemplo, a partição do conjunto de variáveis poderia ser por período, e as variáveis binárias y^I e y^{II} correspondentes seriam fixadas. Note que ao fixar a variável $y^{II}=1$, apenas se escolhe para qual bebida a máquina estará preparada. Fixar a variável $y^I=1$, além de definir o preparo no tanque, define também que haverá a produção de uma bebida daquele sabor, e o tamanho do lote varia entre o máximo e o mínimo estabelecidos pelas restrições (4.15) e (4.16). A fixação do tamanho do lote ocorre apenas pela fixação da variável x^{II} . Além dessas variáveis, outras opções de fixação são as variáveis de troca z^I e z^{II} , que apesar de serem contínuas, sempre assumem valor 0 ou 1 no problema inteiro.

Diante destas observações, foram derivadas 15 estratégias *relax and fix* neste estudo. A seguir são apresentadas as estratégias usadas para os modelos DEMM, DEMMaq, e MEMM. Para cada modelo há uma tabela que resume os critérios de partição e fixação usados. A primeira coluna das tabelas (5.11)-(5.13) indica a estratégia (Estrat.), a segunda mostra o critério usado para partição do conjunto de variáveis (part. var.), a terceira coluna indica o conjunto de variáveis que serão fixadas (fix. variável). O critério de parada foi definido de forma que o tempo total de processamento das estratégias não ultrapassasse um certo limite pré-estabelecido. As variáveis descritas nas tabelas são as mesmas apresentadas nos modelos; os índices das variáveis foram omitidos apenas para facilitar a leitura das tabelas. As estratégias foram divididas em três grupos. As estratégias do primeiro grupo, G1, tem o critério de partição de variáveis inteiras por período. O segundo grupo, G2, tem a partição das variáveis variando nas máquinas, períodos e estágios. E o terceiro grupo, G3, tem variações da partição por sub-períodos. Seus nomes indicam a que grupo pertencem. Por exemplo, a estratégia G2.5 indica que esta estratégia é a quinta estratégia do grupo G2.

Modelo DEMM

Conforme mencionado, foram implementadas 15 estratégias *relax and fix* para o modelo DEMM, divididas em 3 grupos, que estão descritos na Tabela 5.11.

Nas estratégias do Grupo G1, a partição das variáveis é feita por períodos, vide Figura 5.21. As estratégias variam pelo critério de fixação das variáveis. Por exemplo, na estratégia

Tabela 5.11: Estratégias *relax and fix* para modelo DEMM.

Estrat.	part. var.	fix. variável
G1.1	período	y^I, y^{II}
G1.2	período	y^I, y^{II}, z^{II}, z^I
G1.3	período	y^I, y^{II}, z^{II}, z^I e x^{II}
G1.4	período	y^I, y^{II}, z^{II}, z^I s.h.p.
G1.5	período	y^I, y^{II}, z^{II}, z^I s.h.p. e reavaliação
G2.1	máquina/período	y^I, y^{II}
G2.2	estágio II e depois estágio I	y^{II} depois y^I
G2.3	estágio I e depois estágio II	y^I depois y^{II}
G2.4	período/estágio II e depois estagio I	y^{II} depois y^I
G2.5	período/estagio I e depois estagio II	y^I depois y^{II}
G2.6	máquina/período/estágio II depois máquina/período/estágio I	y^{II} depois y^I
G2.7	máquina/período/estágio II depois máquina/período/estágio I	y^{II}, z^{II} depois y^I, z^I s.h.p. e reavaliação
G3.1	sub-período	y^I e y^{II}
G3.2	um sub-período por período, do primeiro até $ S_t $	y^I e y^{II}
G3.3	primeiro e último sub-período de cada período	y^I e y^{II}

s.h.p. = *se houver produção*.

G1.1 fixam-se apenas as variáveis binárias y^I e y^{II} , enquanto na estratégia G1.2 fixam-se também as variáveis de troca, z^{II} e z^I . Na estratégia G1.3 ocorre também a fixação das variáveis contínuas x^{II} (tamanho do lote). Na estratégia G1.4 são fixadas y^I, y^{II}, z^{II} e z^I se $x^{II} > 0$, ou seja, as variáveis binárias são fixadas apenas se houver produção (s.h.p.) no sub-período corresponde. Para a estratégia G1.4, o passo 2 do Algoritmo *Relax and Fix*, descrito no Capítulo 3, é substituído por:

Passo 2:

Se o problema é infactível, pare.

Caso contrário verifique:

Se $\sum_{j \in \alpha_m} x_{mjs}^{II} > 0$ para algum m, j, s , então fixe y_{mjs}^{II} e y_{mls}^I para $l \in \sigma_j$.

Se $y_{mk(s-1)}^I = 1$ e $y_{mls}^I = 1$ então fixe z_{mkl}^I .

Se $x_{mi(s-1)}^{II} > 0$ e $x_{mjs}^{II} > 0$ então fixe z_{mij}^{II} .

Note que as variáveis que assumem valor 0, incluindo aquelas pertencentes a sub-períodos em que há produção, não são fixadas. Nessa estratégia, cada variável é avaliada apenas na iteração definida pelo período a que pertence. Assim, caso a variável não seja fixada, ela permanecerá livre até o fim do processo. Na estratégia G1.5, a cada iteração, as variáveis não fixadas nas iterações anteriores são reavaliadas, e sempre que $x^{II} > 0$, elas serão então fixadas.

O número de variáveis inteiras em uma iteração n , na estratégia G1.5, é $|Q_n|$, mais as variáveis não fixadas nas iterações anteriores. No pior caso, na última iteração da heurística o modelo original será resolvido.

Nas estratégias do Grupo G2, a partição é feita usando diferentes combinações dos conjuntos de máquinas, períodos, e estágios, conforme Tabela 5.11. O tamanho dos problemas resolvidos a cada iteração neste grupo de estratégias é menor do que o tamanho dos problemas resolvidos nas estratégias do Grupo G1. Quando a estratégia varia por estágios, a fixação das variáveis também varia, ou seja, primeiro são fixadas as variáveis com sobescrito II (ou I), e depois as variáveis com sobescrito I (ou II).

As estratégias do Grupo G3 tem como critério de partição do conjunto de variáveis os sub-períodos. Esse critério de partição define um número maior de problemas, mas o número de variáveis binárias de cada subproblema é menor. Por exemplo, no exemplar do modelo DEMM, enquanto a partição por períodos resulta em T modelos com $2|S_t| \sum_m (|\alpha_m| + |\beta_m|)$ variáveis binárias, a partição por sub-períodos resulta em N modelos com $2 \sum_m (|\alpha_m| + |\beta_m|)$. A estratégia G3.1 define a partição do conjunto de variáveis como sendo sub-períodos. A cada iteração, os sub-modelos resolvidos possuem apenas as variáveis de um sub-período como inteiras. Na estratégia G3.2, a partição considera as variáveis de um sub-período de cada período. Com isto, busca-se melhorar a qualidade das soluções, uma vez que todos períodos terão um grupo de variáveis inteiras considerado. A estratégia G3.3 considera as variáveis de dois sub-períodos por período, sendo sempre um sub-período do início do período e outro do fim, o que pode evitar que os últimos sub-períodos de cada período sejam sobrecarregados de produção.

Modelo DEMMaq-Estratégia de Decomposição

A Estratégia de Decomposição, como o nome indica, decompõe o modelo DEMM em M modelos mono máquina. Assim, o conjunto de variáveis está previamente particionado por máquinas, como foi discutido no Capítulo 4. É necessário considerar então que as partições testadas nas estratégias *relax and fix* para o modelo DEMMaq estejam automaticamente decompostas por máquina, por exemplo, se a partição é feita por período, pode-se considerar na verdade a combinação máquina/período. Note no entanto, que esta combinação máquina/período é diferente da estratégia G2.1 do modelo DEMM, pois ela não permite transferência de produção de uma máquina para outra, como pode ocorrer no modelo DEMM. E o tamanho dos problemas resolvidos a cada iteração sempre é menor do que no caso DEMM, pois o problema referente a uma máquina não possui as variáveis e restrições referentes às outras máquinas, como é o caso do modelo DEMM que fica com estas variáveis e restrições relaxadas. Isto diferencia as estratégias utilizadas na solução do modelo DEMM, das estratégias utilizadas na Estratégia de Decomposição-modelo DEMMaq. A Tabela 5.12, apresenta as estratégias *relax and fix* para o modelo DEMMaq. A Tabela 5.12, o termo máquina foi omitido na descrição dos critérios de partições das estratégias. Apesar destas estratégias serem um pouco diferentes das da Tabela 5.11, por simplificação os mesmos nomes foram mantidos em função do tipo de fixação das variáveis.

Tabela 5.12: Estratégias *relax and fix* para modelo DEMMaq.

Estrat.	part. var.	fix. variável
G1.1	período	y^I, y^{II}
G1.2	período	y^I, y^{II}, z^{II}, z^I
G1.3	período	y^I, y^{II}, z^{II}, z^I e x^{II}
G1.4	período	y^I, y^{II}, z^{II}, z^I s.h.p.
G1.5	período	y^I, y^{II}, z^{II}, z^I s.h.p. e reavaliação
G2.2	estágio II depois I	y^{II} depois y^I
G2.3	estágio I depois II	y^I depois y^{II}
G2.4	Periodo/Estagio II depois Estagio I	y^{II} depois y^I
G2.5	Periodo/Estagio I depois Estagio II	y^I depois y^{II}
G2.6	Periodo/Estagio II depois Periodo/Estagio I	y^{II} depois y^I
G2.7	período/estágio II depois período/estágio I	y^{II}, z^{II} depois y^I, z^I s.h.p. e reavaliação
G3.1	Sub-período	y^I, y^{II}
G3.2	Um sub-período por período, do primeiro até $ S_t $	y^I, y^{II}
G3.3	Primeiro e último sub-período de cada período	y^I, y^{II}

Observe que na maioria das estratégias para o caso de solução do problema pelos mo-

delos DEMMAq o número de iterações é M vezes maior que resolvendo pelo modelo DEMM, em função dos M modelos DEMMAq resolvidos. Logo, para que as estratégias da Tabela 5.12 tenham o mesmo limite de tempo de processamento das estratégias da Tabela 5.11, é necessário diminuir o tempo máximo de processamento.

Modelo MEMM

Para aplicar as estratégias *relax and fix* ao modelo MEMM, também são necessárias algumas considerações. O modelo MEMM se difere do modelo DEMM por possuir apenas o estágio II (envase), (embora incorpore algumas restrições do estágio I - xaroparia). As partições ocorrem apenas pela combinação dos conjuntos M (máquinas) e T (períodos). Isto faz com que as estratégias do Grupo G2 não se apliquem ao modelo MEMM, com exceção da estratégia G2.1 e da estratégia G2.8, que é uma adaptação da estratégia G2.7 sem o estágio I. A Tabela 5.13 resume as estratégias para este modelo.

Tabela 5.13: Estratégias *relax and fix* para modelos MEMM

Estrat.	part. var.	fix. variável
G1.1	período	y^I, y^{II}
G1.2	período	y^I, y^{II}, z^{II}
G1.3	período	y^I, y^{II}, z^{II} e x^{II}
G1.4	período	y^I, y^{II}, z^{II} s.h.p.
G1.5	período	y^I, y^{II}, z^{II} s.h.p. e reavaliação
G2.1	máquina/período	y^I, y^{II}
G2.8	máquina/período	y^I, y^{II}, z^{II} s.h.p. e reavaliação
G3.1	Sub-período	y^I, y^{II}
G3.2	Um sub-período por período, do primeiro até $ S_t $	y^I, y^{II}
G3.3	Primeiro e último sub-período de cada período	y^I, y^{II}

5.2 Inequações Válidas

Na revisão bibliográfica do capítulo 3 foi observado que são poucos os trabalhos que utilizam métodos exatos como o método de Planos de Corte na solução de modelos de dimensionamento e sequenciamento de lotes, principalmente modelos que possuem a estrutura de tempo como os modelos propostos. Apesar de serem úteis em outras classes de modelos de dimensionamento de lotes. Foi realizado então um estudo para identificar inequações válidas que possam ser úteis na solução dos modelos de dimensionamento e sequenciamento de lotes

propostos no Capítulo 4, além das disponíveis no *software* CPLEX 10.0. Este estudo é descrito a seguir.

5.2.1 Inequações Tipo Cobertura

O modelo DEMM, possui restrições que permitem identificar o modelo CLSP2, formulação (3.13)-(3.17), como uma sub-estrutura da sua formulação. A partir desta identificação, foram estudadas adaptações de inequações válidas para o modelo CLSP2 para o modelo DEMM. Nesta Seção, é realizado o estudo de uma inequação válida para o modelo CLSP2, proposta por Miller *et al.* (2003).

O modelo para o qual a Inequação (3.6) é válida é o modelo CLSP2 visto no capítulo 3. A Inequação (3.6) e o modelo CLSP2 são reproduzidos a seguir, por conveniência:

Proposição 3.6: (Miller et al., 2003) Dada uma cobertura C para o modelo CLSP2, a inequação

$$\sum_{j \in C} I_j \geq \lambda + \sum_{j \in C} \max\{-st_j, d_j - \lambda\}(1 - y_j)$$

é válida para X^{CLSP2} , onde $\lambda = \sum_{j \in S}(st_j + d_j) - K \geq 0$.

Modelo CLSP2:

$$\text{Min } Z \sum_{j=1}^P p_j x_j + \sum_{j=1}^P q_j y_j + \sum_{j=1}^P h_j I_j^+$$

sujeito a

$$x_j + I_j^+ \geq d_j \quad (5.63)$$

$$\sum_{j=1}^P x_j + \sum_{j=1}^P st_j y_j \leq K \quad (5.64)$$

$$x_j \leq (K - t_j) y_j \quad (5.65)$$

$$(5.66)$$

O primeiro passo para derivar a inequação válida (3.6) é identificar o modelo CLSP2 como subestrutura de algum dos modelos propostos no Capítulo 4. Como o modelo CLSP2 considera uma máquina e um período, torna-se inicialmente o modelo DEMMaq, (4.31)-(4.46), com um período fixo. Considere as restrições do modelo DEMMaq equivalentes as restrições do modelo CLSP2:

$$I_{1j(t-1)}^+ + \sum_{s \in S_t} x_{1js}^{II} + I_{1jt}^- = I_{1jt}^+ + I_{1j(t-1)}^- + d_{1jt}, \quad j = 1..J, t = 1..T \quad (5.67)$$

$$\sum_{j \in \alpha_1} \sum_{s \in S_t} a_j^{II} x_{1js}^{II} + \sum_{i \in \alpha_1} \sum_{j \in \alpha_1} \sum_{s \in S_t} b_{ij}^{II} z_{1ijs}^{II} + \sum_{s \in S_t} v_{1s}^{II} \leq K_{1t}^{II}, \quad t = 1..T \quad (5.68)$$

$$x_{1js}^{II} \leq \frac{K_{1t}^{II}}{a_j^{II}} y_{1js}^{II}, \quad s = 1, \dots, N, j \in \alpha_1 \quad (5.69)$$

No modelo DEMMaq, o tempo considerado na restrição de capacidade (5.68) é o tempo de troca, que é dependente da sequência, e ainda os tempos de espera v_{ms} . Como o sequenciamento não pode ser definido previamente, para que seja considerado exatamente o tempo de troca gasto, foi tomado um tempo médio de troca da seguinte maneira.

Construa uma matriz de tempo de trocas \bar{b}_{ij} das bebidas, em que o tempo de troca é o maior valor entre o tempo de troca da bebida na linha, e o tempo de troca do xarope que determina o sabor deste bebida no tanque, ou seja, $\max\{b_{ij}^{II}, b_{k,l}^I\}$, para $k \in \sigma_i$, e $l \in \sigma_j$, é o xarope que produz a bebida i . Por exemplo, se o tempo de troca da bebida 2 para 3 na linha é de 30 minutos, e o tempo de troca dos xaropes que constituem o sabor destas bebidas no tanque demora 40 minutos, na nova matriz o tempo de troca de 2 para 3 será 40 minutos. Desta forma, também estão sendo considerados implicitamente os tempos de espera v_{ms} . Para cada bebida j , tem-se J opções de troca. Tendo em vista que estes tempos serão utilizados para definir uma cobertura, tomaremos $st_j = \min\{\bar{b}_{ij}\}$, pois assim mesmo que o tempo real seja maior, C continuará sendo uma cobertura. O termo λ representa o excesso de demanda, como na Definição 3.9 da Seção 3.3.

A segunda consideração é em relação ao *set up*. No modelo CLSP2, se $y_j = 0$, então $x_j = 0$, pela restrição (5.66). No modelo DEMMaq, em um período a bebida pode ser preparada mais de uma vez, devido à divisão do período em sub-períodos. Assim, $y_j = 0$ não implica $x_j = 0$ para todo período. Pode-se considerar que dado $j \in J$, pode ocorrer $\sum_{s \in S_t} y_{js} = 0$, quando a bebida j não é preparada no período t , $\sum_{s \in S_t} y_{js} = 1$, quando a bebida j é preparada uma vez, e $\sum_{s \in S_t} y_{js} > 1$ quando a bebida j é preparada mais de uma vez. Então o *set up* do período, y_t do modelo CLSP2, é considerado como $\sum_{s \in S_t} y_{js}$ no modelo DEMMaq. Além disto, o modelo DEMMaq inclui variáveis de atrasos que com o estoque e a produção devem

suprir a demanda, restrição (5.67).

A inequação (3.6) do capítulo 3 foi deduzida em Miller *et al.* (2003) através da consideração sobre a quantidade de produto que deve ser mantida em estoque para o atendimento da demanda considerando se há ou não preparo das máquinas para produção dos itens incluídos na cobertura. É deduzida a seguir uma inequação equivalente para o modelo DEMMaq.

Proposição 5.1 (Inequação tipo cobertura). *Dada uma cobertura C para o modelo DEMMaq, a inequação*

$$\sum_{j \in C} (I_j^+ + I_j^-) \geq \lambda + \sum_{j \in C} \max\{-st_j, d_j - \lambda\} (1 - \sum_{s \in S_t} y_{js})^+, \quad (5.70)$$

é válida para para X^{DEMMaq} , onde $\lambda = \sum_{j \in C} (st_j + d_j) - K \geq 0$

Demonstração:

Dado o ponto $(\sum_{S_t} \bar{x}_{js}, \sum_{S_t} \bar{y}_{js}, \sum_{S_t} \bar{z}_{ijs}, I_j^+, I_j^-)$ e uma cobertura C para DEMMaq, defina os conjuntos: $C^2 = \{j \in C : \sum_{S_t} y_{js} > 1\}$, o item j é preparado mais de uma vez no período;

$C^1 = \{j \in C : \sum_{s \in S_t} y_{js} = 1\}$, o item j é preparado apenas uma vez no período; e

$C^0 = \{j \in C : \sum_{s \in S_t} y_{js} = 0\}$, o item j não é preparado no período.

• Para os elementos do conjunto C^1 sempre haverá o *set up* de um deles no período $\sum_{S_t} y_{js} = 1$ e o termo $\sum_{j \in C} \max\{-st_j, d_j - \lambda\} (1 - \sum_{S_t} y_{js})$ se anula. E assim, o atraso e o estoque devem suprir o excesso de demanda:

$$\sum_{j \in C} I_j^+ + \sum_{j \in C} I_j^- \geq \lambda$$

• Para os elementos de C^2 , o termo $\sum_{j \in C} \max\{-st_j, d_j - \lambda\} (1 - \sum_{S_t} y_{js})$ pode ser menor ou igual a 0. Se for considerado que houve preparo para mais de um item no período, isto é, $\sum_{S_t} y_{js} > 1$, a simples substituição da variável y_{js} pela expressão $\sum_{S_t} y_{js}$ no lado direito de (5.70) poderá invalidar a inequação, pois será subtraído ou somado um valor a λ que depende de $\max\{-st_j, d_j - \lambda\}$. Uma forma de generalizar a inequação para considerar os conjuntos C^1 e C^2 é tomar então o máximo entre 0 e $(1 - \sum_{S_t} y_{js})$, ou seja $(1 - \sum_{S_t} y_{js})^+$

• Para os elementos de C^0 , o termo $\max\{-st_j, d_j - \lambda\} (1 - \sum_{S_t} y_{js})^+$ não se anula. Vejamos então se a inequação (5.70) ainda é válida para o modelo DEMMaq.

Suponha que $\{j \in C^0 : t_j + d_j > \lambda\} = \emptyset$. Dado que $C = C^0 \cup C^1 \cup C^2$ então:

$$\sum_{j \in C} (I_j^+ + I_j^-) = \sum_{j \in C^0} (I_j^+ + I_j^-) + \sum_{j \in C^1} (I_j^+ + I_j^-) + \sum_{j \in C^2} (I_j^+ + I_j^-)$$

i) Se $j \in C^0$, o item não foi produzido e assim, $\sum_{j \in C^0} (I_j^+ + I_j^-) \geq \sum_{j \in C^0} d_j$

ii) Se $j \in C^1 \cup C^2$, o item foi produzido, então estoque e atraso suprem o que não pode ser produzido por falta de capacidade:

$$\sum_{j \in C^1 \cup C^2} (I_j^+ + I_j^-) \geq [\sum_{j \in C^1 \cup C^2} (st_j + d_j) - K]^+.$$

De (i) e (ii), segue que:

$$\sum_{j \in C^0} (I_j^+ + I_j^-) + \sum_{j \in C^1} (I_j^+ + I_j^-) + \sum_{j \in C^2} (I_j^+ + I_j^-) \geq \sum_{j \in C^0} d_j + [\sum_{j \in C^1 \cup C^2} (st_j + d_j) - K]^+ \quad (5.71)$$

Para $j \in C^0$, tem-se $(1 - \sum_{s \in S_t} y_{js}) = 1$, pois, por definição, $\sum_{s \in S_t} y_{js} = 0$ e daí, então $st_j - st_j(1 - \sum_{s \in S_t} y_{js}) = st_j - st_j = 0$. Pode se então fazer $\sum_{j \in C^0} d_j = \sum_{j \in C^0} [d_j + st_j - st_j(1 - \sum_{s \in S_t} y_{js})] = \sum_{j \in C^0} (d_j + st_j) - \sum_{j \in C^0} st_j(1 - \sum_{s \in S_t} y_{js})$. Além disto, $[\sum_{j \in C^1 \cup C^2} (st_j + d_j) - K]^+ \geq \sum_{j \in C^1 \cup C^2} (st_j + d_j) - K$. Substituindo em (5.71) resulta,

$$\begin{aligned} & \sum_{j \in C^0} (I_j^+ + I_j^-) + \sum_{j \in C^1} (I_j^+ + I_j^-) + \sum_{j \in C^2} (I_j^+ + I_j^-) \geq \\ & \sum_{j \in C^0} (d_j + st_j) - \sum_{j \in C^0} st_j(1 - \sum_{s \in S_t} y_{js}) + \sum_{j \in C^1 \cup C^2} (st_j + d_j) - K = \\ & \sum_{j \in C^0} (d_j + st_j) + \sum_{j \in C^1 \cup C^2} (st_j + d_j) - K - \sum_{j \in C^0} st_j(1 - \sum_{s \in S_t} y_{js}). \end{aligned}$$

Reescrevendo para unir C^0 à C^1 e C^2 , que é uma partição de C , obtemos:

$$\sum_{j \in C} (I_j^+ + I_j^-) \geq \sum_{j \in C} (d_j + st_j) - K - \sum_{j \in C^0} st_j(1 - \sum_{s \in S_t} y_{js}) = \lambda - \sum_{j \in C^0} st_j(1 - \sum_{s \in S_t} y_{js}).$$

Por definição, se $j \in C^0$, tem se $\sum_{s \in S_t} y_{js} = 0$, então o termo $-\sum_{j \in C^0} st_j(1 - \sum_{s \in S_t} y_{js})$ resulta apenas $-\sum_{j \in C^0} st_j$. E dai, $\sum_{j \in C} (I_j^+ + I_j^-) \geq \lambda - \sum_{j \in C^0} st_j$.

Por hipótese, $\forall j \in C^0$, $st_j + d_j \leq \lambda$, ou seja, $d_j - \lambda \leq -st_j$. Além disto, para $j \in C^1 \cup C^2$, $(1 - \sum_{s \in S_t} y_{js}) \leq 0$. Tomando $(1 - \sum_{s \in S_t} y_{js})^+$, tem-se:

$$\sum_{j \in C} (I_j^+ + I_j^-) \geq \lambda + \sum_{j \in C} \max\{-st_j, d_j - \lambda\} (1 - \sum_{s \in S_t} y_{js})^+$$

• Suponha agora que $\{j \in C^0 : st_j + d_j > \lambda\} \neq \emptyset$, ou seja, existe pelo menos um $j \in C^0$ tal que $st_j + d_j > \lambda \Rightarrow d_j - \lambda > -st_j$.

Tem-se que $\sum_{j \in C} (I_j^+ + I_j^-) \geq \sum_{j \in C^0} (I_j^+ + I_j^-)$. Além disto se $j \in C^0$ então $\sum_{S_t} y_{js} = 0 \Rightarrow \sum_{S_t} x_{js} = 0$. E assim, $I_j^+ + I_j^- \geq d_j$, resultando $\sum_{j \in C} (I_j^+ + I_j^-) \geq \sum_{j \in C^0} d_j$.

Por hipótese, $\lambda \geq 0$, e existe pelo menos um j tal que $st_j + d_j > \lambda$. Então é verdade que $\sum_{j \in C^0} d_j \geq \lambda + \sum_{j \in C^0} (d_j - \lambda)$. Particionando o conjunto C^0 em $\{j \in C^0 : st_j + d_j > \lambda\}$ e $\{j \in C^0 : st_j + d_j \leq \lambda\}$, tem-se:

$$\sum_{j \in C} (I_j^+ + I_j^-) \geq \lambda + \sum_{j \in C^0: st_j + d_j > \lambda} (d_j - \lambda) + \sum_{j \in C^0: st_j + d_j \leq \lambda} d_j.$$

Como para $j \in C^0$ ou $st_j + d_j > \lambda$ ou $st_j + d_j \leq \lambda$, e $d_j \geq -st_j$, segue então que a inequação:

$$\sum_{j \in C} (I_j^+ + I_j^-) \geq \lambda + \sum_{j \in C} \max\{-st_j, d_j - \lambda\} (1 - \sum_{S_t} y_{js})^+,$$

é válida para para X^{DEMMaq} . \square

Note que o lado direito da inequação (5.70) envolve um termo não linear. Para ser útil como plano de corte para os modelos discutidos no Capítulo 4, é necessário linearizar esta inequação. Isto não foi explorado neste trabalho, e é um tópico interessante para pesquisa futura. Outras classes de inequações válidas geradas a partir das restrições dos modelos são descritas a seguir.

5.2.2 Inequações de Acoplamento

Analisando a solução da relaxação linear do modelo DEMM para um exemplar, se verifica que as restrições de troca (4.27) e (4.18) em geral não estão ativas e há várias soluções factíveis para o modelo que fornecem o mesmo valor para a função objetivo. Nota-se que, pela restrição de troca (4.27), a menos que, a soma $y_{mi(s-1)}^{II} + y_{mjs}^{II}$ seja maior que 1, a variável de troca $z_{mij_s}^{II}$ assume valor 0 para todos pares (i, j) no subperíodo s .

Por exemplo:

Seja $y_{m1(s-1)}^{II} = 0.3$ e $y_{m2s}^{II} = 0.3$, a restrição de troca (4.27) é $z_{m12s}^{II} \geq y_{m1(s-1)}^{II} + y_{m2s}^{II} - 1 \Rightarrow z_{m12s}^{II} \geq 0.3 + 0.3 - 1 = -0.4$. Como a variável $z_{m12s}^{II} \geq 0$ está sendo minimizada, o valor mínimo para a variável é $z_{m12s}^{II} = 0$.

A primeira classe de inequações válidas proposta elimina soluções contínuas como as citadas acima. Essa classe de inequações é derivada a partir das restrições de troca. A cada troca de item na linha o *set up* é contado por meio da variável y_{mjs}^{II} e a troca da bebida i para j pela variável $z_{mij_s}^{II}$ e restrições (4.27). Apesar das restrições de trocas não estarem ativas na relaxação linear sabe-se que nas soluções inteiras ocorre, (Wolsey, 1997):

$$\sum_{i \in \alpha_m} z_{mij_s}^{II} = y_{mjs}^{II}, \quad m = 1, \dots, M, j \in \alpha_m, s = 1, \dots, N. \quad (5.72)$$

ou seja, se a bebida j é produzida no sub-período s , deve haver a troca de alguma bebida i para esta bebida j . Esta equação, que é válida para o modelo, é violada por soluções tais que $z_{mij'_s}^{II} = 0$ para $m = 1, \dots, M, s = 1, \dots, N$, mesmo que $y_{mjs}^{II} > 0$. Por exemplo:

Seja a máquina $m = 2$, a bebida $j = 4$ e o sub-período $s = 3$ e $y_{243}^{II} = 1$. Tendo em vista que a máquina 2 foi preparada para a bebida 4 no sub-período 3, deve ocorrer uma troca de bebida produzida neste sub-período, isto é, $z_{2i43}^{II} = 1$ para algum $i \in \alpha_2$ preparada anteriormente. Como ocorre apenas uma troca por sub-período pode-se estabelecer

$$\sum_{i \in \alpha_2} z_{2i43}^{II} = 1,$$

mas a igualdade só ocorre porque $y_{243}^{II} = 1$, logo

$$\sum_{i \in \alpha_2} z_{2i43}^{II} = y_{243}^{II} = 1.$$

Quando a relaxação linear é considerada, se $y_{243}^{II} = 1$ a inequação implica que $\sum_{i \in \alpha_2} z_{2i43}^{II} = 1$, ou seja, as variáveis z_{2i43}^{II} não podem ser todas nulas.

Note que as variáveis de troca são consideradas na inequação válida de forma agregada. Então apesar de ser considerada a troca no sub-período, pode ocorrer que a troca considerada positiva não corresponda à bebida preparada. No exemplo acima, se a inequação (5.72) for incluída, $\sum_{i \in \alpha_m} z_{mi2s}^{II} = y_{m2s}^{II}$. Como as variáveis de trocas estão agregadas, para satisfazer a inequação, pode ser que a variável z_{m34s}^{II} assumo o valor 0.3 e não z_{m14s}^{II} . Apesar de não garantirem a troca associada a variável de *set up*, as inequações (5.72) eliminam as soluções contínuas onde há *set up* positivo e todas as trocas são nulas. O mesmo ocorre em relação as variáveis de *set up* e troca na xaroparia.

Uma segunda classe de inequações válidas elimina as soluções em que $y_{ml's}^I > 0$ e $z_{mkl's}^I = 0$ para todos os pares (k, l') no estágio I. Esta classe de inequações é:

$$\sum_{k \in \alpha_m} z_{mkl's}^I = y_{ml's}^I, \quad m = 1, \dots, M, l \in \beta_m, s = 1, \dots, N. \quad (5.73)$$

Uma terceira classe de inequações válidas pode ser obtida relacionando as variáveis de *set up* $y_{ml's}^I$ do estágio I com as variáveis de troca do estágio II, $z_{mij's}^{II}$.

$$\sum_{i \in \gamma_{ml}} \sum_{j \in \gamma_{ml}} z_{mij's}^{II} \geq y_{ml's}^I, \quad m = 1, \dots, M, l \in \beta_m, s = 1, \dots, N. \quad (5.74)$$

A inequação (5.74) tem a mesma função da inequação (5.72), mas se $y_{ml's}^I > y_{mij's}^{II}$ para $j \in \gamma_{ml}$, ela é mais forte. A soma em j é necessária, pois determinar o xarope não implica determinar qual a bebida que o utiliza.

A seguir é dado o Algoritmo de Geração de Planos de Corte para inserção das três classes de inequações (5.72), (5.73) e (5.74), nos modelos.

Algoritmo de Geração de Planos de Corte

Inicialização: Faça limite=número de iterações; num= número máximo de inequações a ser inserido; Ineq=0.

Início enquanto iteração \leq limite e Ineq < num e num1 > 0 faça.

Passo 1: Resolva a relaxação linear do modelo DEMM. Faça num1=0 (num1 verifica se foi gerada alguma inequação).

Passo 2: Para $m = 1, \dots, M, j \in \alpha_m, s = 1, \dots, N$, verifique se $\sum_{i \in \alpha_m} z_{mij}^{II} = 0$ e $y_{mjs}^{II} > 0$, e se $\text{num} \leq \text{Ineq}$.

Se sim, insira a primeira classe de inequações (5.72) no modelo; faça $\text{num1}=\text{num1}+1$ e $\text{Ineq}:=\text{Ineq}+1$;

Passo 3: Para $m = 1, \dots, M, l \in \beta_m, s = 1, \dots, N$, verifique se $\sum_{k \in \beta_m} z_{mkl}^I = 0$ e $y_{mls}^I > 0$, e se $\text{num} \leq \text{Ineq}$.

Se sim, insira a segunda classe de inequações (5.73) no modelo; faça $\text{num1}=\text{num1}+1$ e $\text{Ineq}:=\text{Ineq}+1$;

Passo 4: Para $m = 1, \dots, M, l \in \beta_m, s = 1, \dots, N$, verifique se $\sum_{i \in \gamma_{ml}} \sum_{j \in \gamma_{ml}} z_{mij}^{II} = 1$ e $y_{mls}^I > 0$, e se $\text{num} \leq \text{Ineq}$.

Se sim, insira a terceira classe de inequações (5.74) no modelo; faça $\text{num1}=\text{num1}+1$ e $\text{Ineq}:=\text{Ineq}+1$;

Faça iteração=iteração+1.

Passo 5: Resolva o problema inteiro.

Foram realizados testes computacionais a fim de verificar o efeito das estratégias heurísticas *relax and fix* e das inequações válidas na solução de exemplares dos modelos. Esses testes são descritos no próximo capítulo.

6 Estudo Computacional

O objeto de estudo desta tese é o problema integrado de dimensionamento de lotes e sequenciamento da produção em fábricas de bebidas. Como foi citado nos Capítulos 2 e 4, foram visitadas 3 fábricas de bebidas, das quais duas, Fábrica A e Fábrica C, concordaram em disponibilizar dados para este estudo. Durante as visitas foram coletados os dados utilizados para a geração dos exemplares dos três modelos propostos no Capítulo 4 e para a avaliação dos métodos para resolvê-los discutidos no Capítulo 5, em particular, as heurísticas *relax and fix*.

Os dados coletados nas fábricas são referentes a produção: demandas de produtos, tempos de troca de bebidas nas linhas, tempos de troca de xaropes nos tanques, capacidade das linhas e tanques, custos, entre outros dados necessários para resolver o problema. Foram realizadas várias visitas para se conseguir todos os dados necessários. Os dados coletados e utilizados nos testes da Fábrica A foram distorcidos para preservar interesses da empresa, vide Anexo D. Por exigência explícita da empresa, os dados coletados da Fábrica C não são divulgados. Por motivos de confiabilidade, informações como custos não foram disponibilizadas pelas fábricas. Assim, estes custos foram estimados a partir dos valores comercializados para os consumidores. Por exemplo, o custo de estoque de uma bebida foi simplesmente considerado como sendo um percentual informado do custo de produção, levando-se em conta a taxa de juros de mercado no período de análise. Este custo representa um custo de oportunidade associado ao valor de estoque no período. As empresas não forneceram os custos de produção das bebidas. O custo de produção de cada bebida foi estimado da seguinte maneira: a partir do preço de venda da bebida informado, foi simplesmente descontado deste preço a margem de contribuição ao lucro informado da bebida. O custo de atraso de uma bebida foi estimado como sendo um custo de venda perdida, isto é, o custo de produção da bebida mais a margem de contribuição ao lucro que se obteria se ela tivesse sido vendida, ou seja, o preço de venda informado da bebida. Note que, desta maneira, procura-se penalizar bastante atrasos, para manter o nível de serviço ao cliente.

O custo de troca da bebida i para a bebida j na linha foi estimado como sendo um custo de oportunidade, isto é, a margem de contribuição ao lucro que se deixou de obter com a parada de linha para a troca, $(\text{margem de contribuição ao lucro da bebida } j) \times (\text{quantas unidades de bebida } j \text{ poderiam ter sido produzidas durante este tempo de troca})$. Conforme mencionado

no Capítulo 4, não foram considerados custos de troca de xaropes nos tanques, uma vez que os custos de oportunidade já estariam sendo considerados nos custos de troca de bebidas nas linhas. As empresas não tinham estimativas dos seus custos de troca. Cada período do horizonte de planejamento considerado nos testes refere-se a uma semana de produção.

O processo de coleta de dados para elaboração dos exemplares foi um processo muito trabalhoso. Foram necessárias várias entrevistas com funcionários de diferentes setores da empresa para a calibragem de uma informação, como é o caso, por exemplo, da definição dos tempos de troca. Observando os arquivos dos tempos de troca e comparando com a informação dada pelos funcionários, notamos que na prática algumas adaptações são feitas para diminuir estes tempos de troca. A cada nova informação foi necessária então uma análise para verificar a adequação dos dados com a necessidade da pesquisa, e a compatibilidade da informação com o que se observa na prática. Nas fábricas não há arquivos contendo a programação da produção realizada. As planilhas utilizadas são levadas para diferentes departamentos, o que também dificultou a obtenção desses dados para comparação com a solução dos modelos. Foi necessária ainda a organização dos dados em planilhas eletrônicas que facilitassem sua manipulação. Após este processo, foi necessário colocar os dados no formato específico da linguagem de modelagem utilizada. Na realização de todos os testes, foi usado um computador com processador Pentium 4, 1.0 Gb de RAM, 3.2 Ghz, a linguagem de modelagem AMPL (Fourer *et al.*, 2003), e o sistema de otimização Cplex 10.0 (Ilog, 2005), conforme mencionado anteriormente.

6.1 Estudo Computacional Caso Multi Máquinas - Fábrica A

A Fábrica A é uma fábrica de grande porte que possui 7 linhas de produção, como foi descrito na Seção 2.3.1. As linhas produzem conjuntos distintos de bebidas, apenas duas linhas produzem itens comuns. Tendo em vista que os modelos dedicam tanque à linha, as linhas que não envasam itens comuns podem ser representadas pelo modelo DEMMaq (que é o modelo DEMM com uma única linha) ou pelo modelo MEMM com uma única linha.

Foram utilizados os dados referentes as duas linhas que podem produzir itens em comum. A primeira pode produzir 23 tipos de bebidas diferentes e a segunda pode produzir 10 destas 23 bebidas. Assim, 13 bebidas podem ser produzidas apenas na primeira linha, e 10 bebidas podem ser produzidas em qualquer uma das duas linhas, sendo que a segunda linha as produz com velocidade maior. São necessários 18 tipos de xaropes para produção deste

conjunto de 23 bebidas.

Os dados das máquinas correspondem a um período do ano em que a máquina 1 ficou disponível 5.760 minutos em cada período (4 dias por semana), e a máquina 2 ficou disponível 8.640 minutos em cada período (6 dias por semana). Estas variações ocorrem em função de períodos de baixa demanda, manutenção de equipamentos, etc. Em entrevista, o responsável pela xaroparia estimou que na prática um tanque passa por, no máximo, 5 trocas de xarope por dia. Fazendo uma média dos dias disponíveis de produção das duas linhas (5 dias), são 25 trocas por período. Foi considerado um horizonte de planejamento de 3 períodos (3 semanas), que é o horizonte de planejamento da empresa e, portanto, há um total de 75 sub-períodos (25 sub-períodos por período). A Tabela 6.1 apresenta os custos totais obtidos na solução utilizada pela empresa para este cenário (exemplar 1). A primeira coluna da Tabela 6.1 indica o custo a ser apresentado, Custo de Estoque e Custo de Trocas, as três colunas seguintes são os custos nos períodos 1, 2 e 3, respectivamente, a última coluna indica o total do custo de cada linha. Na última linha está calculado o custo total de cada período. A última célula da tabela apresenta o custo total Z da solução fornecida pela empresa. Os custos de atraso são nulos. Note que os custos de troca são elevados, se comparados com os custos de estoque. Em períodos de baixa demanda e capacidade ociosa, estes custos devem ser analisados com cautela.

Tabela 6.1: Valor dos custos de estoque, atraso, troca e custo total obtidos pela Fábrica A.

Custos	Per 1	Per 2	Per 3	Total
Estoque	5.086,7	5.655,1	6.177,8	16.919,0
Trocas	116.411,8	180.281,0	109.104,0	405.796,8
Total				422.716,8

As Figuras 6.1 e 6.2 ilustram o dimensionamento e o sequenciamento da produção das linhas 1 e 2 nos três períodos, utilizado pela fábrica para produzir toda demanda deste exemplar.

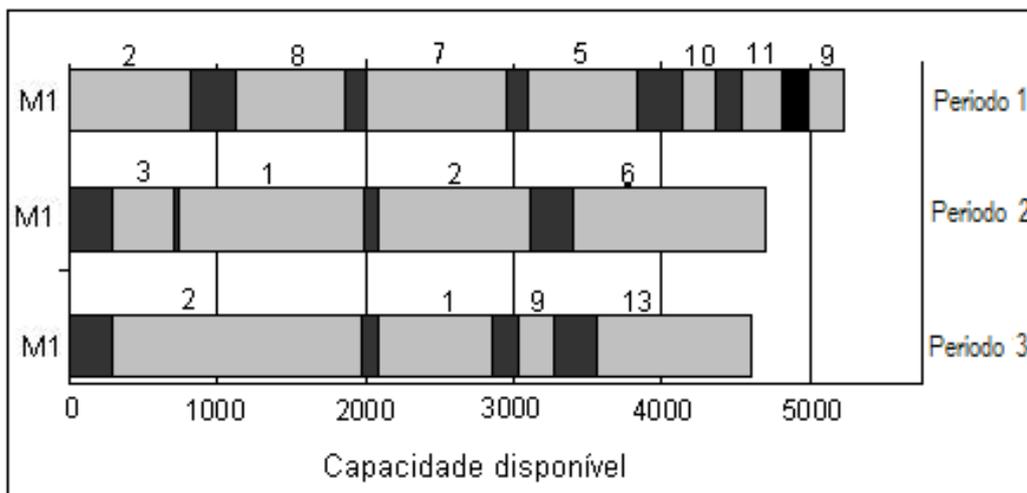


Figura 6.1: Programação da produção da linha 1 - Fábrica A.

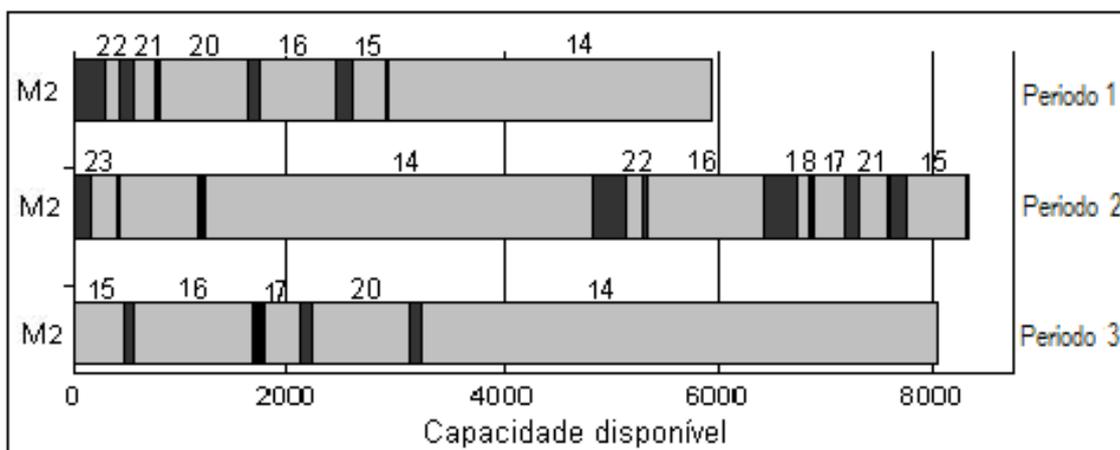


Figura 6.2: Programação da produção da linha 2 - Fábrica A.

6.1.1 Estudos iniciais dos modelos

Na prática, o programador da Fábrica A mantém o estoque de bebidas em um nível suficiente para suprir a demanda do período seguinte. Afim de comparar a solução do modelo com a solução da fábrica, foram incluídos nos modelos testados para a Fábrica A restrições que limitam o estoque, como descrito na Seção 4.6.1. Para utilizar o modelo DEMMAq, na fase de desagregação da demanda, o modelo linear que é resolvido, formulação (4.47)-(4.52), considera uma capacidade menor que a capacidade do modelo DEMMAq resolvidos em seguida. Esta diminuição da capacidade é uma estimativa do tempo necessário para as trocas que serão realizadas na fase seguinte. No exemplar da Fábrica A, essas capacidades para as máquinas 1 e 2 foram estimadas em 4.760 e 7.640, respectivamente, ou seja, 1.000 minutos a menos que

as capacidades dos dois modelos DEMMaq. Devido as diferenças nos programas de produção de semana a semana, na prática a empresa tem dificuldades para estimar com precisão o tempo total gasto para realizar todas as trocas nas linhas e tanques. A Tabela 6.2 apresenta o número de variáveis e restrições dos exemplares dos Modelos DEMM, DEMMaq para a máquina 1 (M1) e máquina 2 (M2), e do modelo MEMM. Note que o número de variáveis e restrições é relativamente grande (ordem de milhares) nos três modelos.

Tabela 6.2: Dimensão do Exemplar da Fábrica A.

Modelo	Total Variáveis	Var. Binárias	Restrições
DEMM	86.359	4.575	86.140
DEMMaq-M1	72.300	3.075	68.645
DEMMaq-M2	20.697	1.500	17.575
MEMM	54.559	4.575	49.544

($J=23, M=2, L=18, N=75, T=3$)

Inicialmente este exemplar foi resolvido pelo CPLEX 10.0 com as opções dos parâmetros de solução padrão (*default*) do *software*, aqui denominado TESTE 1. Conforme relato dos programadores, a programação da produção é definida com antecedência de 3 a 4 dias, e o tempo para esta tarefa em geral ocupa 4 horas no caso da Fábrica A, e 1 dia no caso da Fábrica C. Considerando estas disponibilidades, o tempo de execução para solução dos modelos foi limitado em 4 horas. No caso do modelo MEMM o tempo foi limitado a 3 horas, e mais uma hora foi utilizada para a estratégia de factibilização, totalizando 4 horas. A Tabela 6.3 apresenta o valor dos custos totais de estoque e atraso de cada período, obtido para cada modelo.

Tabela 6.3: Valor dos custos de estoque e atraso da melhor solução inteira do exemplar da Fábrica A.

	Estoque			Atraso		
	Per 1	Per 2	Per 3	Per 1	Per 2	Per 3
DEMM	4.259,3	4.367,6	3.495,5	69.259,8	5.464,8	0,0
DEMMaq	8.811,4	10.049,0	7.393,7	16.327,0	15.907,5	29.493,0
MEMM	4.234,7	4.194,9	3.466,4	3.603,6	0,0	0,0

A Tabela 6.4 apresenta os custos totais de troca nas linhas para cada um dos 3 períodos, o valor da melhor solução inteira Z , o *gap* de integralidade da melhor solução inteira encontrada é dado na sexta coluna da tabela, e o percentual da diferença das soluções em relação a solução da fábrica são apresentados na última coluna da tabela. O *gap* é calculado pela fórmula $(Z - LI)/Z$ onde LI é o valor do melhor limite inferior encontrado.

Tabela 6.4: Valor dos custos de troca, valor de Z e o gap da melhor solução inteira do exemplar da Fábrica A.

	Trocas			Z	gap	Percentual
	Per 1	Per 2	Per 3			
DEMM	164.466,0	224.590,0	155.604,0	631.507,0	98,4	49,4
DEMMaq	132.528,0	89.706,0	106.957,0	417.172,7	97,5	-1,3
MEMM	187.014,0	174.912,0	147.359,0	524.784,6	98,0	24,2

Pelos $gaps$ apresentados na Tabela 6.4, observa-se a dificuldade de solução dos modelos. Em quatro horas de execução do CPLEX, o modelo DEMM apresentou uma solução quase 50% mais custosa que a solução da fábrica com altos custos de atraso e troca. O modelo MEMM fornece uma solução melhor que a solução do modelo DEMM, com custos de atraso bem reduzidos mas os custos de troca também são elevados. A solução do modelo MEMM é aproximadamente 24% mais custosa que a solução da fábrica. Apesar dos custos de estoque da solução do modelo DEMM_{aq} serem maiores, o modelo conseguiu reduzir significativamente os custos de troca, o que favoreceu a redução do custo total, que é 1,3% melhor que a solução da fábrica. Esta vantagem é devido principalmente a uma redução de trocas de produtos nas linhas e nos tanques. O valor desta solução é destacado em negrito na Tabela 6.4. Note, entretanto, que assim como nos outros modelos, o gap de solução é alto (97,5%). O limite de 4 horas parece não ser suficiente para permitir que os modelos encontrem soluções com $gaps$ de otimalidade menores.

6.1.2 Experimentos com outros parâmetros do CPLEX

Para tentar melhorar a solução dos modelos obtida pelo CPLEX foram realizados outros testes, alterando alguns parâmetros relacionados aos métodos de solução disponíveis no CPLEX, e também desligando as estratégias de pré-processamento. A primeira alteração realizada foi modificando o parâmetro que controla a utilização de heurísticas na solução dos modelos. O *default* do CPLEX é a opção automática, ou seja, critérios internos do CPLEX são testados e decidem se as heurísticas serão utilizadas. O CPLEX pode aplicar as heurísticas tanto para determinar uma solução inicial para o modelo (heurística de arredondamento), quanto na solução dos subproblemas do *Branch and Cut* (RINS). No teste realizado, DHcpx, a opção automática foi modificada para que o CPLEX aplique heurísticas na solução de todos os

nós da árvore do *Branch and Cut*. Para avaliar a influência dos planos de corte na solução dos modelos, no aqui denominado TESTE 2, eles foram desligados. Logo os modelos foram resolvidos pelo método *Branch and Bound* com os outros padrões *default* do CPLEX. As estratégias de pré-processamento, também foram avaliadas em um terceiro teste, denominado TESTE 3. Nele as estratégias de pré-processamento foram desativadas tanto no CPLEX quanto na linguagem de modelagem AMPL. A solução do modelo sem as heurísticas foi denominada Dcpx. As variações padrões *default*, Planos de Corte desligados e Pré-processamento desligados são denominadas, conforme mencionado, por TESTE 1, TESTE 2 e TESTE 3, respectivamente. A Tabela 6.5 resume as estratégias testadas. A solução dos modelos com uso de heurísticas e planos de corte desligados, por exemplo, é a intersecção da estratégia DHcpx com o TESTE 2. (Veja Tabela 6.5)

Tabela 6.5: Estratégias testadas na solução dos modelos DEMM, DEMMaq e MEMM.

Estrat.	TESTE 1	TESTE 2	TESTE 3
Dcpx	<i>default</i> CPLEX	Planos de Corte desligados	Pré-processamento desligados
DHcpx	heurística CPLEX uso intensivo	heurística CPLEX uso intensivo e Planos de Corte desligados	heurística CPLEX uso intensivo e Pré-processamento desligados

As Tabelas 6.6, 6.7 e 6.8 apresentam o valor da melhor solução inteira obtida com as estratégias da Tabela 6.5 em 4 horas de processamento. Logo abaixo da solução, é dado o *gap* de otimalidade das soluções. O *gap* é calculado em relação a relaxação linear do modelo DEMM. Os valores em negrito são os valores das melhores soluções em relação a solução da fábrica. Na Tabela 6.7, o valor da melhor solução inteira encontrada é a soma do valor obtido na solução do modelo DEMMaq para a máquina 1 e para máquina 2.

Modelo DEMM

Tabela 6.6: Variações dos parâmetros CPLEX Modelo DEMM exemplar Fábrica A.

Estrat.	TESTE 1	TESTE 2	TESTE 3
Dcpx	631.507,0 98,4	523.850,0 98,0	652.567,9 98,5
DHcpx	640.902,0 98,4	724.378,0 98,6	564.283,5 98,2

Modelo DEMMaq

Tabela 6.7: Variações dos parâmetros CPLEX Modelo DEMMaq exemplar Fábrica A.

Estrat.	TESTE 1	TESTE 2	TESTE 3
Dcpx	417.172,7 97,5	465.285,5 97,8	506.385,0 97,9
DHcpx	460.731,8 97,7	369.615,4 97,2	390.353,6 97,3

Modelo MEMM

Tabela 6.8: Variações dos parâmetros CPLEX Modelo MEMM exemplar Fábrica A.

Estrat.	TESTE 1	TESTE 2	TESTE 3
Dcpx	524.784,6 98,01	544.068,3 98,08	429.542,4 97,57
DHcpx	461.918,3 97,74	473.698,6 97,80	450.970,6 97,69

Na solução do modelo DEMM, as estratégias Dcpx com TESTE 2 e DHcpx com TESTE 3 conseguem soluções melhores que a solução encontrada inicialmente, Dcpx com TESTE 1 (veja Tabelas 6.4 e 6.6). No entanto, a solução da empresa ainda é melhor (veja Tabela 6.1). O mesmo ocorre com o modelo MEMM. Com exceção da estratégia Dcpx com TESTE 2, todas as soluções são melhores que a solução inicial, Dcpx com TESTE 1, mas nenhuma das soluções é melhor que a solução da fábrica. Para estes testes, o modelo DEMMaq teve um desempenho melhor que os outros dois modelos. Ele encontrou três soluções melhores que a solução da empresa, a melhor das três soluções, obtida com estratégia DHcpx com TESTE 2, supera a solução da empresa em quase 12,6%.

Para analisar o impacto de impor um nível de serviço aos clientes, um teste impedindo atrasos foi realizado com as estratégias que forneceram soluções melhores que a solução da fábrica. A primeira coluna da Tabela 6.9 (Estratégia) indica qual estratégia foi utilizada, por exemplo, Dcpx/TESTE 1, indica que o exemplar do modelo DEMMaq foi resolvido pela estratégia Dcpx com TESTE 1. Na segunda coluna, é apresentado o custo de estoque, a terceira o custo de troca, e a última, (Z), o custo total.

Quando os atrasos são impedidos, as estratégias não conseguem soluções melhores que a solução da empresa, o que sugere que 4 horas de tempo de processamento não é suficiente

Tabela 6.9: Soluções do exemplar da Fábrica A sem atrasos - DEMMAq.

Estratégia	estoque	atraso	Z
Dcpx/TESTE1	*		
DHcpx/TESTE2	-		
DHcpx/TESTE3	25.959,19	504.063,00	530.022,19

*Não encontra uma solução inteira no limite de tempo.

-Solução infactível.

para o CPLEX gerar soluções competitivas com a da empresa. Os resultados obtidos nestes testes estimularam as pesquisas de outros métodos para a solução dos modelos.

6.1.3 Outra Alternativa para solução do modelo

Na tentativa de melhorar as soluções dos modelos, outro experimento foi realizado, em que as restrições do modelo DEMM são inseridas, uma de cada vez. A cada inclusão de uma restrição, o modelo é resolvido pelo CPLEX, até que uma solução inteira factível seja encontrada. Dado que o modelo tem muitas restrições, este teste pretende verificar se este processo de solução pode facilitar a solução do modelo, e estuda a influência que cada restrição tem no processo de solução do modelo por meio do CPLEX.

Inicialmente o modelo possui apenas a restrição de balanceamento de estoques, (4.22), estoque inicial, e limite inferior de estoque, restrição (4.62). Após encontrar uma solução inteira, uma restrição é inserida e o processo se repete. As restrições foram inseridas na seguinte ordem arbitrária: restrição de capacidade, restrição (4.23), *set up* na linha, restrição (4.25), um *set up* por sub-período, restrição (4.26), trocas na linha, restrição (4.27), espera da linha pelo tanque, restrição (4.24), uma troca por sub-período na linha, restrição (4.28), *set up* inicial da linha, restrição (4.29), capacidade máxima do tanque, restrição (4.15), produção mínima do tanque, restrição (4.16), trocas de xaropes no tanque, restrição (4.18), troca entre macro períodos no tanque, restrição (4.19), ordenação da produção, restrição (4.21), *set up* inicial do tanque, restrição (4.17), número máximo de trocas por sub-período, restrição (4.20).

Neste experimento foi possível observar que as restrições de *set up* do tanque (4.15) (que também tem a função de limitar a capacidade superiormente); as restrições de troca de xarope, restrição (4.18), e as restrições de ordenação (4.21), dificultam a solução do modelo. Inserindo as restrições nesta ordem, a primeira solução inteira foi encontrada em 62,8 segundos com um valor de 4.067.527,5. Esta solução é a mesma encontrada pelo CPLEX quando

o modelo DEMM é resolvido com todas as restrições (estratégia Dcpx TESTE 1), em 57.4 segundos.

Inserindo primeiro as restrições de *set up* do tanque, em seguida as restrições de ordenação, e depois as restrições de troca de xarope, o tempo total é de 60,3 e a mesma solução é encontrada. Se as restrições de ordenação forem inseridas antes das restrições de sequenciamento, o tempo total é de 73,4 segundos e a solução encontrada é 4.639.854,7.

O mesmo experimento foi realizado com a relaxação linear do modelo. O modelo com todas restrições demora 1,5 segundos para encontrar a solução da relaxação linear, que é de 10.427,0. Na relaxação, inserindo uma restrição de cada vez, o CPLEX demorou 6,6 segundos para terminar o processo. O custo total da solução ótima da relaxação linear (10.427,0) é encontrado na primeira iteração, ou seja, apenas com as restrições de balanceamento de estoque e capacidade. Isto demonstra que a relaxação do modelo é ruim, e as outras restrições inseridas não estão ativas na relaxação.

O resultado deste experimento mostrou que as restrições (4.15), (4.18) e (4.21), de *set up* do tanque, de troca de xarope, e ordenação, juntas no mesmo modelo dificultam seu processo de solução. Este teste indica que o modelo MEMM pode ser mais fácil de ser resolvido que o modelo DEMM, o que estimulou as pesquisas com o modelo MEMM que não considera as restrições (4.18) e (4.21). No entanto, o processo de solução do modelo incluindo uma restrição por vez não resultou boas soluções, e assim, a pesquisa com este tipo de estratégia não foi aprofundada.

6.1.4 Aplicação das Inequações de Acoplamento na solução do exemplar da Fábrica A

Os estudos iniciais da solução dos modelos variando parâmetros do CPLEX mostram que os Planos de Corte tem influência na solução dos modelos, em alguns casos melhorando a solução, como na solução do modelo MEMM, e em outros piorando a solução, como no modelo DEMMaq, que fornece a melhor solução com a estratégia DHcpx com TESTE 2. Esta variação pode ocorrer, pois os planos de corte, presentes no CPLEX são gerais. Para tentar explorar melhor as características dos modelos foram propostas, na Seção 5.2.2, três classes de inequações, primeira classe (5.72), segunda classe (5.73), e terceira classe (5.74).

Estas inequações foram testadas inicialmente na solução do exemplar ilustrativo 3 da Seção 4.4.3, com um limite de 5 iterações para inclusão das inequações. Observando a

solução da relaxação linear, cujo valor é 63.425,6, verifica-se que, em vários sub-períodos, apesar das variáveis de *set up* serem positivas, as variáveis de troca são nulas. Estas situações são identificadas e as inequações (5.72), (5.73), e (5.74) são geradas e inseridas no modelo. Em 5 iterações foram geradas 129 inequações, e após resolver o novo modelo a solução resultante é 89.581,7. O CPLEX com parâmetros *default* resolve o modelo inteiro após a inserção das inequações em 305,4 segundos, sendo que sem as inequações o tempo de solução é de 1.088,9 segundos.

Quando as inequações foram inseridas no modelo DEMM, na nova solução as variáveis de trocas são positivas quando as variáveis de *set up* são positivas. O valor positivo das variáveis de trocas de xarope influenciaram a restrição (4.24) de espera e, conseqüentemente, a restrição de capacidade. Por exemplo, a restrição de espera no sub-período 2 é $v_{12}^{II} \geq \sum_{k,l \in \beta_1} b_{kl} z_{1kl2}^I - \sum_{i,j \in \alpha_1} b_{ij}^{II} z_{1ij2}^{II}$. Após a inserção das inequações, a troca do xarope 1 para ele mesmo, por exemplo, no sub-período 2, passou a ser 0,67 e $b_{ij}^{II} z_{1ij2}^{II} = 0$, para $i, j \in \alpha_1$. A restrição se tornou ativa e v_{12} , que antes era nulo, passou a ser positivo, consumindo mais capacidade da máquina, que já era restrita, aumentando o atraso e, conseqüentemente, o valor da solução da relaxação linear. A variável de troca na linha que assume valor 1, é a troca da bebida 4 para ela mesma. Como $b_{44}^{II}=0$ o termo $\sum_{i,j \in \alpha_1} b_{ij}^{II} z_{1ij2}^{II}$ é nulo. Mesmo que ocorresse $b_{ij}^{II} z_{1ij2}^{II} > 0$, o que poderia manter $v_{12}^{II} = 0$, o custo total Z aumentaria, pois na restrição de capacidade este tempo seria contado, gerando atrasos, uma vez que a capacidade da linha é restrita. Além disto, se $b_{ij}^{II} z_{1ij2}^{II} > 0$ então $i \neq j$, logo, o custo $s_{ij}^{II} z_{1ij2}^{II} > 0$ também somaria na função objetivo. Note que, quando a capacidade da máquina é folgada e $\sum_{i,j \in \alpha_m} b_{ij}^{II} z_{mij2}^{II} = 0$, o valor da função objetivo não se altera, pois não ocorre atraso. Desta forma, conclui-se que estas inequações são mais úteis em casos onde a capacidade é restrita.

Em um segundo teste com o mesmo exemplar, foi estabelecido um limite de 10 iterações para inserção das inequações, e foram geradas 137 inequações. Na solução do modelo original com as inequações, o tempo de solução aumentou para 332 segundos. Percebe-se então que é importante controlar o número de inequações inseridas para que o modelo não se torne mais difícil.

Após estes testes preliminares, estas inequações foram aplicadas na solução do exemplo da Fábrica A. Foi dado um limite de 15 iterações. Apesar da solução da relaxação linear violar as inequações válidas inseridas, o valor da função objetivo se manteve o mesmo. A capa-

cidade das máquinas no exemplar da Fábrica A não é tão restrita como no exemplo ilustrativo da Seção 4.4. Para o exemplar da Fábrica A, a inclusão das inequações dificultou a solução do modelo. Em 4 horas de processamento, a solução encontrada pelo *default* CPLEX foi de 1.111.516,2, que é ruim se comparada à solução das estratégias testadas na seção anterior, e foram avaliados 4.037 nós. Foram inseridas no modelo 2.844 inequações válidas. Testes com um exemplar real da Fábrica C também foram realizados e a solução da relaxação linear não foi melhorada. Estes experimentos desestimularam a utilização destas três classes de inequações na solução dos modelos.

6.1.5 Solução do exemplar da Fábrica A pelas estratégias *Relax and Fix*

As heurísticas descritas na Seção 5.1, foram aplicadas na solução dos modelos. O tempo de processamento de cada iteração da heurística *relax and fix* (resolução dos subproblemas) foi estabelecido de forma que o tempo total de processamento não ultrapasse 3 horas na solução *relax and fix*. Após encontrada a solução, esta é utilizada como solução inicial no CPLEX, e os modelos são resolvidos por mais 1 hora, totalizando 4 horas de tempo de processamento. No caso do modelo MEMM, após as 3 horas de solução da heurística *relax and fix*, é aplicada a estratégia de factibilização por mais 1 hora, totalizando 4 horas de processamento. Isto permite que as soluções sejam comparáveis, todas com o mesmo limite de tempo de execução.

Nesta primeira etapa de testes, temos como referências de qualidade da solução das estratégias *relax and fix* a solução fornecida pela empresa, 422.717, (Tabela 6.1), e as soluções fornecidas pelo CPLEX, Dcpx, DHcpx com TESTE 1, TESTE 2 e TESTE 3 (Tabelas 6.6, 6.7, 6.8).

As Tabelas 6.10, 6.11 e 6.12 apresentam os resultados obtidos para os modelos DEMM, DEMMAq e MEMM, respectivamente. Todas as heurísticas *relax and fix* definidas na Seção 5.1 do Capítulo 5 foram testadas. A primeira coluna das tabelas indica a estratégia testada, a segunda, terceira e quarta colunas indicam a solução obtida com as estratégias *relax and fix* com TESTE 1, TESTE 2 e TESTE 3, respectivamente. Abaixo de cada valor é dado o *gap* de otimalidade da solução. Os valores em negrito indicam as melhores soluções em relação à solução da Fábrica A, que é de 422.717.

Modelo DEMM

Tabela 6.10: Soluções Modelo DEMM para exemplar da Fábrica A.

Estrat.	TESTE 1	TESTE 2	TESTE 3
G1.1	664.055,3 98,4	717.486,3 98,5	1.103.493,7 99,1
G1.2	569.879,3 98,2	763.677,8 98,6	929.253,3 98,9
G1.3	987.213,0 98,9	763.677,8 98,6	1.220.845,0 99,1
G1.4	533.200,2 98,0	837.748,9 98,8	1.179.006,0 99,1
G1.5	461.791,3 97,7	620.519,3 98,3	796.006,2 98,7
G2.1	552.116,8 98,1	577.092,8 98,2	413.415,4 97,5
G2.2	655.146,8 98,4	603.662,2 98,3	1.041.648,5 99,0
G2.3	550.669,9 98,1	770.537,6 98,6	871.932,2 98,8
G2.4	699.054,1 98,5	938.392,2 98,9	526.158,9 98,0
G2.5	889.927,2 98,8	813.551,3 98,7	741.593,0 98,6
G2.6	452.766,8 97,7	500.231,8 97,9	557.450,1 98,1
G2.7	384.080,8 97,3	467.256,8 97,8	807.941,7 98,7
G3.1	1.047.818,8 99,0	670.472,2 98,4	1.102.916,3 99,1
G3.2	785.803,2 98,7	727.227,7 98,6	956.163,7 98,9
G3.3	556.107,4 98,1	*	958.823,0 98,9

* Não encontra uma solução inteira no limite de tempo.

Na Tabela 6.10, nota-se que o TESTE 1 fornece a melhor solução para 8 das 15 estratégias, enquanto o TESTE 2 obtém 4 das melhores soluções e o TESTE 3 obtém 3 delas. Além disto, a melhor solução do TESTE 1, dada pela estratégia G2.7, é 9,1% melhor que a melhor solução do TESTE 3, dada pela estratégia G2.1 (ambas em negrito), que por sua vez é 2,2% melhor que a solução da fábrica.

Modelo DEMMaq

Tabela 6.11: Soluções Modelo DEMMaq para exemplar da Fábrica A.

Estrat.	TESTE 1	TESTE 2	TESTE 3
G1.1	760.162,5 98,6	525.909,7 98,0	604.009,3 98,3
G1.2	555.417,2 98,1	464.739,3 97,8	796.662,2 98,7
G1.3	481.895,8 97,8	606.701,3 98,3	700.240,1 98,5
G1.4	390.836,6 97,3	1.078.998,1 99,0	674.983,3 98,5
G1.5	494.651,1 97,9	495.304,5 97,9	482.339,2 97,8
G2.2	465.052,7 97,8	646.170,8 98,4	617.504,1 98,3
G2.3	872.825,5 98,8	518.168,6 98,0	722.619,1 98,6
G2.4	349.730,8 97,0	486.523,2 97,9	527.710,9 98,0
G2.5	762.655,0 98,6	556.492,8 98,1	747.010,5 98,6
G2.6	507.065,0 97,9	472.735,3 97,8	558.607,3 98,1
G2.7	434.536,5 97,6	417.940,0 97,5	324.496,2 96,8
G3.1	828.487,8 98,7	785.653,5 98,7	823.295,6 98,7
G3.2	1.360.297,8 99,2	520.563,5 98,0	379.628,6 97,3
G3.3	739.023,2 98,6	574.543,7 98,2	725.315,5 98,6

O TESTE 2 obtém a melhor solução para 7 das 14 estratégias. O TESTE 1 e o TESTE 2 obtém, respectivamente 4 e 3 das melhores soluções. Na Tabela 6.11 observa-se que, no total, foram obtidas 5 soluções melhores que a solução da fábrica, utilizando o modelo DEMMaq. Três destas soluções são melhores que a melhor solução obtida com o modelo DEMM, (igual a 384.080,8, Tabela 6.10). E duas delas são melhores que as soluções obtidas com as estratégias Dcpx e DHcpx com TESTES 1, 2 e 3, Tabela 6.7.

Modelo MEMM

Tabela 6.12: Soluções Modelo MEMM para exemplar da Fábrica A.

Estrat.	TESTE 1	TESTE 2	TESTE 3
G1.1	339.793,2 96,93	505.364,5 97,94	432.358,1 97,59
G1.2	595.871,0 98,25	403.162,2 97,41	425.287,8 97,55
G1.3	346.670,9 96,99	588.664,2 98,23	572.684,4 98,18
G1.4	438.639,6 97,62	521.321,2 98,00	521.853,3 98,00
G1.5	380.754,0 97,26	323.086,3 96,77	438.915,9 97,62
G2.1	327.795,5 96,82	306.833,9 96,60	379.641,6 97,25
G2.8	334.264,0 96,88	311.553,3 96,65	324.859,4 96,79
G3.1	511.376,9 97,96	542.353,0 98,08	655.713,7 98,41
G3.2	654.758,5 98,41	487.074,6 97,86	835.120,4 98,75
G3.3	665.933,3 98,43	589.575,0 98,23	674.683,4 98,45

Na Tabela 6.12, o TESTE 2, foi melhor em 6 das 10 estratégias testadas, mas fornece a pior solução para 4 estratégias. O conjunto de soluções do TESTE 1, foi o melhor nas outras 4 estratégias. O conjunto de soluções do TESTE 3 não obtém a melhor solução para nenhuma das estratégias e tem a pior solução em 7 delas. Das soluções deste teste, 12 soluções são melhores que a melhor solução da Tabela 6.8 (429.542,4).

Nos testes com o modelo MEMM obtém-se 11 soluções melhores que a solução da fábrica. Apenas uma delas é pior que a melhor solução fornecida pelo modelo DEMM, e três destas 11 soluções são melhores que a melhor solução do modelo DEMMaq (324.496,2, Tabela 6.11).

No total, os modelos propostos resolvidos com as estratégias *relax and fix*, e as estratégias Dcpx e DHcpx com TESTE 1, TESTE 2 e TESTE 3, forneceram 21 soluções melhores que a solução da empresa. A Tabela 6.13 resume as 21 melhores soluções encontradas, organizadas por modelo resolvido, DEMM, DEMMaq e MEMM. A primeira coluna da tabela (Estratégia) indica qual estratégia foi utilizada para cada modelo, por exemplo, G2.1/TESTE 3

no quadro DEMM, indica que a estratégia no modelo DEMM é a *relax and fix* G2.1 no TESTE 3. Na segunda coluna, é apresentado o valor da solução (Z), e na terceira coluna, o percentual de melhoria da solução em relação a solução da fábrica (422.717, Tabela 6.1).

Tabela 6.13: Melhores soluções dos modelos em relação à solução da Fábrica.

Estratégia	Z	Percentual
DEMM		
G2.7/TESTE 1	384.080,8	9,1
G2.1/TESTE 3	413.415,4	2,2
DEMMAq		
Dcpx/TESTE 1	417.172,7	1,3
G1.4/TESTE 1	390.836,6	7,5
G2.4/TESTE 1	349.730,8	17,3
DHcpx/TESTE 2	369.615,4	12,6
G2.7/TESTE 2	417.940,0	1,1
DHcpx/TESTE 3	390.353,6	7,7
G2.7/TESTE 3	324.496,2	23,2
G3.2/TESTE 3	379.628,6	10,2
MEMM		
G1.1/TESTE 1	339.793,2	19,6
G1.3/TESTE 1	346.670,9	18,0
G1.5/TESTE 1	380.754,0	9,9
G2.1/TESTE 1	327.795,5	22,5
G2.8/TESTE 1	334.264,0	20,9
G1.2/TESTE 2	403.162,2	4,6
G1.5/TESTE 2	323.086,3	23,6
G2.1/TESTE 2	306.833,9	27,4
G2.8/TESTE 2	311.553,3	26,3
G2.1/TESTE 3	379.641,6	10,2
G2.8/TESTE 3	324.859,4	23,1

Considerando a escala de produção da Fábrica A, que é uma fábrica de grande porte, estes percentuais de melhoria podem ser significativos. Conclui-se então que os modelos são capazes de representar o problema e gerar boas soluções. Note na Tabela 6.13 que a melhor solução foi obtida com a estratégia *relax and fix* G2.1 com TESTE 2, na solução do modelo MEMM, que é 27,4% melhor que a solução da empresa. Apesar de haver um custo de atraso de 26.123,2, os custos de estoque, 13.695,68, e os custos de troca, 267.015, foram reduzidos em relação aos custos da Tabela 6.1. As Figuras 6.3 e 6.4 apresentam a programação das linhas 1 e 2, respectivamente, da melhor solução obtida (estratégia G2.1/TESTE 2, vide Tabela 6.13).

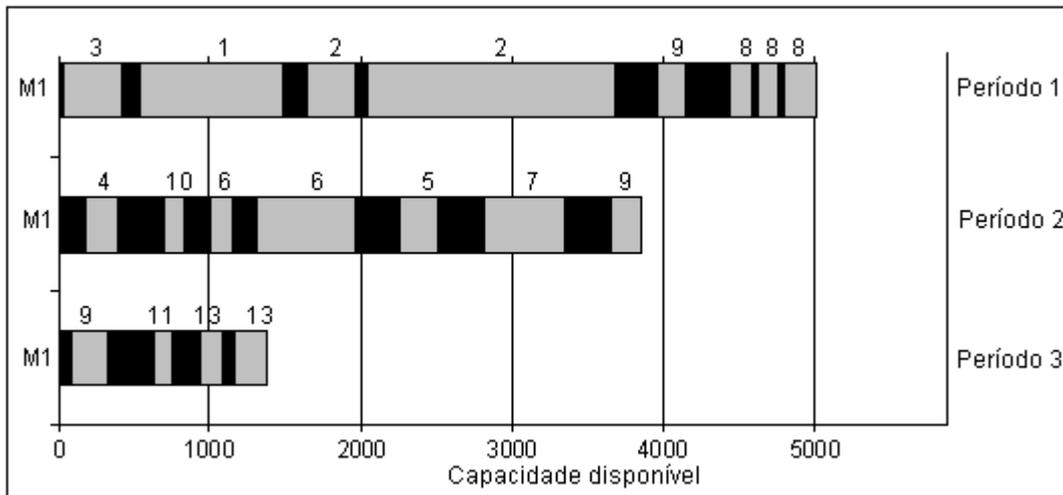


Figura 6.3: Programação da produção da linha 1 estratégia G2.1/TESTE2 .

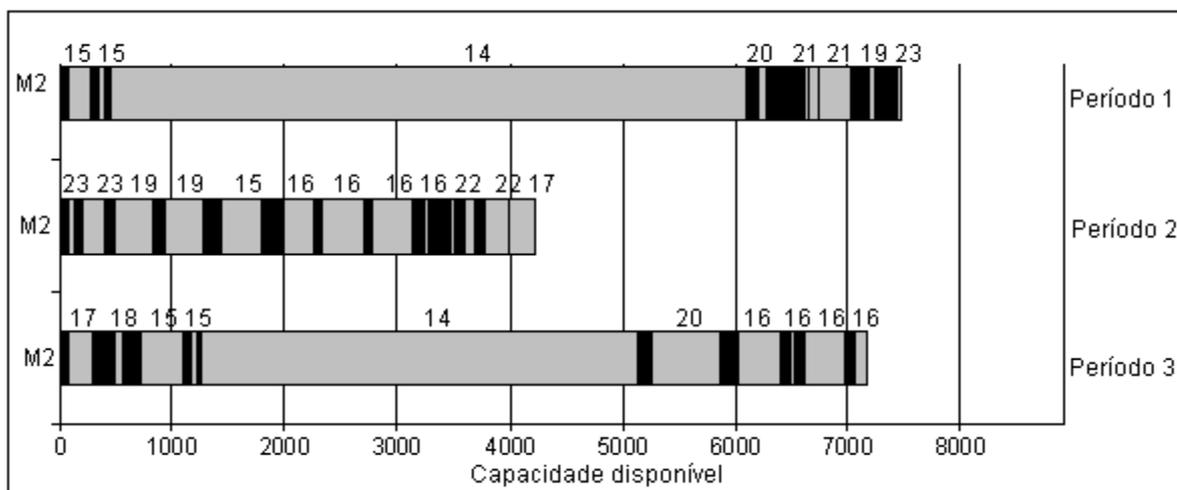


Figura 6.4: Programação da produção da linha 2 estratégia G2.1/TESTE2.

Teste com exemplar da Fábrica A sem atrasos

Os testes realizados com as estratégias *relax and fix* na solução dos três modelos mostraram que várias estratégias *relax and fix* aplicadas nos modelos são capazes de gerar soluções melhores, do ponto de vista do custo total, do que a solução fornecida pela empresa. Todas estas soluções envolvem algum atraso, enquanto a solução da empresa não (Tabela 6.1). Foi realizado então um experimento adicional impedindo atrasos nas soluções, afim de verificar se os modelos são capazes de gerar soluções sem atraso, e ainda melhores do que a da fábrica, do ponto de vista dos custos de estoque e troca.

A Tabela 6.14 apresenta os resultados obtidos. A primeira coluna da Tabela indica a estratégia testada, a segunda o custo total de estoque, a terceira o custo total de trocas, a quarta

o valor da melhor solução inteira obtida, e a última coluna apresenta o percentual de melhoria das soluções em relação a solução da fábrica.

Tabela 6.14: Soluções das melhores estratégias sem atraso - exemplar Fábrica A.

	custo de estoque	custo de troca	(Z)	Percentual
DEMM				
G2.7/TESTE 1	14.653,89	515.212,00	529.865,89	-25,3
G2.1/TESTE 3	12.896,34	499.069,00	511.965,34	-21,1
DEMMAq				
Dcpx/TESTE 1	*			
G1.4/TESTE 1	25.835,11	466.032,00	491.867,11	-16,4
G2.4/TESTE 1	23.362,48	456.632,00	479.994,48	-13,5
DHcpx/TESTE 2	*			
G2.7/TESTE 2	26.342,95	443.765,00	470.107,95	-11,2
DHcpx/TESTE 3	25.959,19	504.063,00	530.022,19	-25,4
G2.7/TESTE 3	26.288,30	502.624,00	528.912,30	-25,1
G3.2/TESTE 3	*			
MEMM				
G1.1/TESTE 1	11.322,27	442.579,00	453.901,27	-7,4
G1.3/TESTE 1	10.758,94	619.559,00	630.317,94	-49,1
G1.5/TESTE 1	13.198,65	470.561,00	483.759,65	-14,4
G2.1/TESTE 1	13.653,21	297.816,00	311.469,21	26,3
G2.8/TESTE 1	12.486,56	354.915,00	367.401,56	13,1
G1.2/TESTE 2	12.869,57	405.723,00	418.592,57	1,0
G1.5/TESTE 2	13.003,20	469.112,00	482.115,20	-14,1
G2.1/TESTE 2	12.318,43	330.238,00	342.556,43	19,0
G2.8/TESTE 2	14.159,54	330.789,00	344.948,54	18,4
G2.1/TESTE 3	14.707,04	348.514,00	363.221,04	14,1
G2.8/TESTE 3	14.896,08	331.821,00	346.717,08	18,0

* Não encontra uma solução inteira no limite de tempo.

A Tabela 6.14 mostra que 7 estratégias produzem soluções sem atraso melhores que a solução da empresa. A melhor delas é obtida pela estratégia *relax and fix* G2.1 com TESTE 1 do modelo MEMM, uma melhoria de 26,3%, seguida da estratégia G2.1 com TESTE 2 do modelo MEMM, com melhoria de 19%. Note que tanto os custos de estoque quanto os custos de troca são bem menores do que os da solução da empresa (Tabela 6.1).

Estes resultados mostram que os modelos podem ser úteis para apoiar as decisões de programação da produção da fábrica, fornecendo boas soluções do ponto de vista do custo total e que não envolvem atrasos nos prazos de entrega dos produtos. As Figuras 6.5 e 6.6 apresentam a programação das máquinas 1 e 2, respectivamente, da melhor solução obtida (estratégia G2.1/TESTE 2, vide Tabela 6.14).

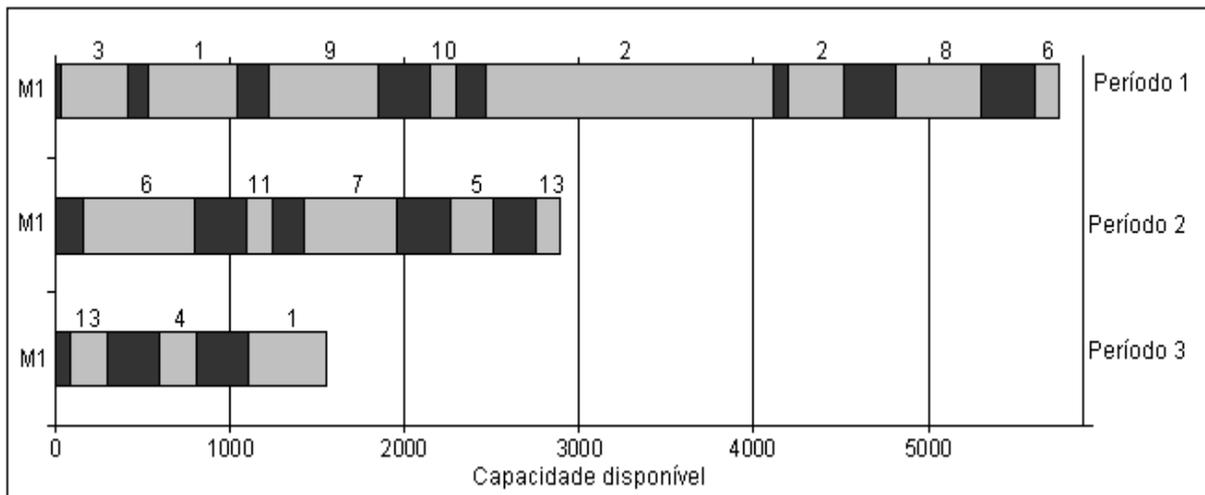


Figura 6.5: Programação da produção da linha 1 estratégia G2.1/TESTE2 sem atraso.

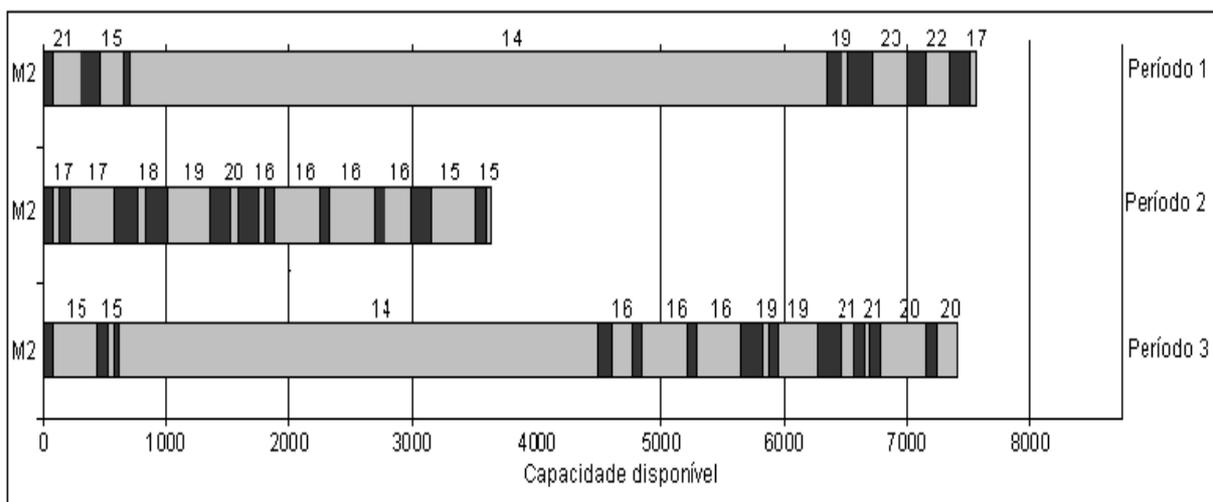


Figura 6.6: Programação da produção da linha 2 estratégia G2.1/TESTE2 sem atraso.

6.2 Soluções das estratégias *relax and fix* em diferentes cenários baseados no exemplar da Fábrica A

Afim de comparar melhor o desempenho das estratégias propostas, foram gerados outros exemplares dos modelos, baseados no exemplar da Fábrica A (Ex. 1). No primeiro, os custos de estoque foram dobrados (Ex. 2). No segundo, os custos de atraso foram dobrados (Ex. 3). No terceiro, a demanda total de cada item foi re-distribuída aleatoriamente nos três períodos (Ex. 4). No quarto, a capacidade das máquinas foi reduzida (Ex. 5). Neste último, para determinar a redução da capacidade das máquinas, foi considerada a capacidade necessária para produção de uma das melhores soluções encontradas, escolhida arbitrariamente,

estratégia G2.1 com TESTE 1 no modelo MEMM. A capacidade média utilizada nos três períodos nesta solução na máquina 1 é 3.416, e na máquina 2 é 5.895. Esta passou a ser então a capacidade do exemplar Ex.5.

Assim como na Seção 6.1, as estratégias Dcpx e DHcpx foram testadas na solução dos modelos. Os resultados obtidos não superaram as soluções das heurísticas *relax and fix* e foram omitidos. Neste experimento, as soluções das heurísticas *relax and fix* foram limitadas em 3 horas de processamento (Etapa I), mais 1 hora de processamento para a solução dos modelos com CPLEX utilizando a solução da Etapa I como solução inicial (Etapa II), totalizando 4 horas de processamento. As tabelas com as soluções da Etapa II se encontram nos Anexos E, F e G. As seções a seguir apresentam as soluções obtidas com os TESTE 1, 2 e 3, com os modelos DEMM, DEMMaq e MEMM para os cinco exemplares.

6.2.1 Modelo Dois Estágios Multi Máquinas - DEMM

TESTE 1 - Etapa I

A Tabela 6.15 apresenta os resultados obtidos com as estratégias *relax and fix* para os cinco exemplares utilizando o modelo DEMM e o *default* CPLEX, TESTE 1. A primeira coluna da tabela indica o nome da estratégia testada, as próximas colunas indicam o valor da melhor solução inteira dos exemplares, o *gap* é apresentado abaixo do valor da melhor solução inteira, e a última coluna apresenta a média da solução dos exemplares para cada estratégia. A última linha da tabela apresenta a média das soluções dos exemplares. As médias são em relação as soluções encontradas; os casos em que as soluções não foram obtidas, por infactibilidade ou limite de tempo, não são considerados nestas médias. Os valores em negrito indicam a melhor solução obtida para cada exemplar.

Tabela 6.15: Soluções do Modelo DEMM - TESTE 1 - Etapa I

Est.	Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3	Ex. 4	Ex. 5	média
G1.1	664.055,30 98,43	679.655,50 96,93	1.258.028,50 99,17	687.628,60 97,96	1.812.335,00 99,40	1.020.340,58 98,38
G1.2	569.879,30 98,17	2.711.456,60 99,23	1.578.769,50 99,34	697.389,80 97,99	1.779.901,90 99,39	1.467.479,42 98,82
G1.3	987.213,00 98,94	1.528.570,30 98,64	967.124,70 98,92	1.458.529,70 99,04	1.858.273,90 99,42	1.359.942,32 98,99
G1.4	533.200,20 98,04	755.150,40 97,24	1.438.215,30 99,28	1.012.236,70 98,62	2.307.947,20 99,53	1.209.349,96 98,54
G1.5	461.791,30 97,74	513.222,20 95,94	726.673,30 98,57	837.772,70 98,33	1.414.580,00 99,24	790.807,90 97,96
G2.1	552.116,80 98,11	495.160,00 95,79	594.117,00 98,24	563.097,90 97,51	930.203,50 98,84	626.939,04 97,70
G2.2	857.604,90 98,78	1.460.220,70 98,57	1.634.109,80 99,36	1.375.101,40 98,98	1.702.926,90 99,36	1.405.992,74 99,01
G2.3	1.148.068,80 99,09	1.161.159,00 98,20	1.394.899,90 99,25	+	+	1.234.709,23 98,85
G2.4	699.054,10 98,51	517.526,00 95,97	932.867,90 98,88	835.849,50 98,32	1.164.549,70 99,07	829.969,44 98,15
G2.5	889.927,20 98,83	771.435,50 97,30	898.248,80 98,84	1.122.245,30 98,75	+	920.464,20 98,43
G2.6	452.766,80 97,70	572.606,60 96,36	646.323,60 98,39	421.290,90 96,68	1.285.540,80 99,16	675.705,74 97,66
G2.7	384.080,80 97,29	490.303,00 95,75	445.062,50 97,66	402.984,20 96,52	603.705,80 98,21	465.227,26 97,08
G3.1	1.047.818,90 99,00	1.824.994,20 98,86	1.060.900,80 99,02	1.084.532,70 98,71	1.055.002,60 98,97	1.214.649,84 98,91
G3.2	1.282.735,90 99,19	*	*	*	1.584.699,30 99,32	1.433.717,60 99,25
G3.3	847.653,80 98,77	*	*	923.544,80 98,48	*	885.599,30 98,63
média	758.531,14	1.037.035,38	1.044.257,05	878.631,09	1.458.305,55	

* Não encontra uma solução inteira no limite de tempo de 3 horas.

+ Solução infactível.

Observando a Tabela 6.15, verificou-se que a estratégia G2.7 foi a melhor nos 5 exemplares, seguida da estratégia G2.1. A estratégia G2.7 se destacou na qualidade da solução do exemplar 5. Enquanto a maioria das estratégias resultou em soluções maiores que 1.000.000, ela obteve uma solução com valor 603.705,8. Além disto, no exemplar analisado na seção anterior, (Ex. 1), a estratégia G2.7 é a estratégia que produz a melhor solução em relação a solução da empresa.

A estratégia G2.3 não consegue soluções factíveis para os exemplares 4 e 5. Quando as variáveis y^I de *set up* do tanque são fixadas, o programa da produção do tanque não é factível

para a linha. No caso das estratégias G3.2 e G3.3, o tempo limite de 3 horas não foi suficiente para encontrar uma solução inteira.

Na segunda etapa, quando a solução obtida na Etapa I foi usada como solução inicial do *Branch and Cut*, observa-se pela Tabela E.1, (ver Anexo E), que há pouca melhoria na solução, sendo que nenhuma solução ótima é encontrada. A estratégia G2.7 continua sendo a melhor estratégia das 17 estratégias testadas no modelo DEMM.

TESTE 2 - Etapa I

Neste segundo conjunto de experimentos, os planos de corte do CPLEX foram desligados, TESTE 2. A Tabela 6.16 apresenta o valor da função objetivo Z, o *gap* de otimalidade, logo abaixo do valor da solução, e as médias para cada estratégia na última coluna da tabela, e as médias das soluções dos 5 exemplares na última linha da Tabela 6.16.

Tabela 6.16: Soluções do Modelo DEMM - TESTE 2 - Etapa I

Est.	Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3	Ex. 4	Ex. 5	média
G1.1	717.486,30 98,55	996.050,30 97,91	807.200,10 98,71	921.856,10 98,48	2.315.672,30 99,53	1.151.653,02 98,64
G1.2	3.216.649,70 99,68	943.173,80 97,79	1.189.624,60 99,12	861.825,80 98,38	961.674,30 98,88	1.434.589,64 98,77
G1.3	3.216.649,70 99,68	1.071.105,00 98,05	1.736.396,04 99,40	863.140,60 98,38	1.765.729,80 99,39	1.730.604,23 98,98
G1.4	1.220.340,60 99,15	1.963.574,80 98,94	589.727,50 98,23	603.983,30 97,68	2.993.432,20 99,64	1.474.211,68 98,73
G1.5	620.519,30 98,32	862.997,00 97,58	601.815,10 98,27	588.628,50 97,62	3.759.988,00 99,71	1.286.789,58 98,30
G2.1	577.092,80 98,19	472.918,00 95,59	467.172,50 97,77	470.559,80 97,02	1.170.481,70 99,08	631.644,96 97,53
G2.2	1.641.518,00 99,36	1.326.027,80 98,43	1.860.529,00 99,44	1.379.950,90 98,99	3.457.165,50 99,69	1.933.038,24 99,18
G2.3	1.095.499,00 99,05	1.049.425,50 98,01	1.257.820,00 99,17	1.596.158,00 99,12	+	1.249.725,63 98,84
G2.4	968.181,40 98,92	650.710,60 96,80	1.039.335,80 99,00	902.962,10 98,45	1.426.303,80 99,24	997.498,74 98,48
G2.5	869.037,10 98,80	901.999,80 97,69	1.217.347,70 99,14	855.525,00 98,36	+	960.977,40 98,50
G2.6	500.231,80 97,92	542.854,40 96,16	799.535,00 98,70	772.205,20 98,19	865.892,80 98,75	696.143,84 97,94
G2.7	467.256,80 97,77	550.723,80 96,21	557.365,30 98,13	614.691,00 97,72	738.697,80 98,54	585.746,94 97,67
G3.1	883.545,00 98,82	896.934,90 97,67	1.510.865,70 99,31	1.123.206,90 98,75	952.892,00 98,86	1.073.488,90 98,68
G3.2	3.427.748,50 99,70	3.438.175,60 99,39	6.795.943,50 99,85	*	4.061.551,70 99,73	4.430.854,83 99,67
G3.3	*	*	*	*	*	
média	1.387.268,29	1.119.047,95	1.459.334,13	888.822,55	1.882.267,84	

* Não encontra uma solução inteira no limite de tempo.

+ Solução infactível.

Note que para este conjunto de testes, a melhor estratégia foi a estratégia G2.1, que obteve a melhor solução em 3 exemplares e foi a terceira melhor para o exemplar 1. Quando os planos de corte são desligados, a estratégia G2.7 piora seu desempenho em relação ao obtido na Tabela 6.15. A solução sem os planos de corte foi em média melhor para as estratégias G1.2 e G3.1. Comparando a melhor solução dos 5 exemplares nas Tabelas 6.15 e 6.16, em 3

dos 5 exemplares a solução com planos de corte, TESTE 1, é melhor que sem planos de corte, TESTE 2. Nestes experimentos não há, portanto, uma superioridade evidente do TESTE 1 sobre o TESTE 2.

Por outro lado, quando os planos de corte são removidos, a estratégia G3.3 é muito prejudicada, não encontrando soluções factíveis com a heurística *relax and fix*, (Veja Tabela 6.16). Em estratégias que obtém soluções custosas, como a estratégia G3.1, as soluções foram melhoradas na Etapa II, vide Tabela E.2, (veja Anexo E).

TESTE 3 - Etapa I

No terceiro teste realizado, o pré-processamento foi desligado e os outros parâmetros mantidos no seu valor *default*, TESTE 3. A Tabela 6.17 apresenta os resultados obtidos.

Tabela 6.17: Soluções Modelo DEMM - TESTE 3 - Etapa I

Est.	Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3	Ex. 4	Ex. 5	média
G1.1	1.324.390,50 99,21	1.079.139,30 98,07	805.064,40 98,70	741.652,60 98,11	1.187.890,50 99,09	1.027.627,46 98,64
G1.2	929.253,30 98,88	729.859,60 97,14	1.193.574,80 99,13	1.159.193,50 98,79	1.547.749,50 99,30	1.111.926,14 98,65
G1.3	1.269.569,50 99,18	928.983,20 97,76	936.033,80 98,89	818.343,50 98,29	1.713.360,90 99,37	1.133.258,18 98,70
G1.4	1.179.006,00 99,12	1.431.579,40 98,54	1.352.480,10 99,23	807.702,40 98,27	2.000.378,80 99,46	1.354.229,34 98,92
G1.5	912.879,60 98,86	1.120.130,50 98,14	1.335.960,90 99,22	1.204.707,00 98,84	2.000.378,80 99,46	1.314.811,36 98,90
G2.1	442.073,90 97,64	599.298,60 96,52	486.543,50 97,86	526.141,60 97,34	809.590,90 98,66	572.729,70 97,60
G2.2	1.041.648,50 99,00	745.767,20 97,20	1.108.850,70 99,06	761.767,60 98,16	1.914.991,90 99,44	1.114.605,18 98,57
G2.3	871.932,20 98,80	933.138,40 97,77	+	1.374.592,40 98,98	+	1.059.887,67 98,52
G2.4	526.384,60 98,02	575.739,20 96,38	971.867,20 98,93	712.687,50 98,03	1.082.563,50 99,00	773.848,40 98,07
G2.5	929.764,90 98,88	1.025.355,50 97,97	1.033.592,90 98,99	868.167,80 98,39	+	964.220,28 98,56
G2.6	604.137,20 98,27	608.570,70 96,57	697.353,70 98,50	500.579,40 97,20	762.776,60 98,58	634.683,52 97,83
G2.7	814.144,60 98,72	556.103,60 96,25	747.457,50 98,61	717.559,40 98,05	1.088.656,00 99,01	784.784,22 98,13
G3.1	1.145.817,50 99,09	1.156.606,40 98,20	1.957.483,70 99,47	869.799,30 98,39	1.060.410,00 98,98	1.238.023,38 98,82
G3.2	*	*	1.574.832,60 99,34	*	*	1.574.832,60 19,87
G3.3	958.823,00 98,91	*	*	*	*	958.823,00 98,91
média	924.987,52	883.867,05	1.092.391,98	850.991,85	1.378.977,04	

* Não encontra uma solução inteira no limite de tempo.

+ Solução infactível.

As estratégias G2.1 e G2.6 são as melhores para 2 dos 5 exemplares. Quando o pré-processamento é desativado, as estratégias G3.3 e G3.2 têm dificuldades em encontrar uma solução factível no limite de tempo. Na etapa II, das 74 soluções apresentadas na Tabela 6.17, 34 delas são melhoradas, como é possível verificar na Tabela E.1, (veja Anexo E).

A Tabela 6.18 apresenta a melhor solução obtida para cada um dos 5 exemplares, em cada um dos três experimentos utilizando o modelo DEMM. A primeira coluna indica o exemplar, a segunda, a melhor solução no TESTE 1 e abaixo estratégia que a obteve, a terceira

a melhor solução do TESTE 2, e a quarta a melhor solução no TESTE 3. As próximas 4 colunas apresentam as mesmas informações mas relativas a Etapa II das melhores estratégias.

Tabela 6.18: Resumo das melhores soluções dos testes para o modelo DEMM Etapas I e II

Ex.	Etapa I			Ex.	Etapa II		
	TESTE 1	TESTE 2	TESTE 3		TESTE 1	TESTE 2	TESTE 3
1	384.080,8 G2.7	467.256,8 G2.7	442.073,9 G2.1	1	384.080,8 G2.7	467.256,8 G2.7	413.415,4 G2.1
2	490.303,0 G2.7	472.918,0 G2.1	556.103,6 G2.7	2	490.303,0 G2.7	472.918,0 G2.1	556.103,6 G2.7
3	445.062,5 G2.7	467.172,5 G2.1	486.543,5 G2.1	3	445.062,5 G2.7	467.172,5 G2.1	415.604,9 G2.1
4	402.984,2,0 G2.6	470.559,8 G2.1	500.579,4 G2.6	4	402.984,2 G2.6	470.559,8 G2.1	496.267,4 G2.6
5	603.705,8 G2.7	738.697,8 G2.7	762.776,6 G2.6	5	603.705,8 G2.7	738.697,8 G2.7	762.776,6 G2.6
média	479.511,4	523.321,0	553.542,5	média	465.227,3	523.321,0	528.833,6

Pelo resumo apresentado na Tabela 6.18, percebe-se que a estratégia G2.7 fornece soluções muito boas, sendo a melhor para os exemplares 1, 3 e 5 com o TESTE 1. Para o exemplar 2, a melhor estratégia foi a estratégia G2.1 com TESTE 2, e para o exemplar 4 foi a estratégia G2.6 com TESTE 1. A Tabela 6.19 apresenta a média dos testes, TESTE 1, TESTE 2 e TESTE 3 com as estratégias *relax and fix* na solução do modelo DEMM.

Tabela 6.19: Resumo das médias dos três testes no modelo DEMM

Ex.	TESTE 1	TESTE 2	TESTE 3
G1.1	1.020.340,58	1.151.653,02	1.027.627,46
G1.2	1.467.479,42	1.434.589,64	1.111.926,14
G1.3	1.359.942,32	1.730.604,23	1.133.258,18
G1.4	1.209.349,96	1.474.211,68	1.354.229,34
G1.5	790.807,90	1.286.789,58	1.314.811,36
G2.1	626.939,04	631.644,96	572.729,70
G2.2	1.405.992,74	1.933.038,24	1.114.605,18
G2.3	1.234.709,23	1.249.725,63	1.059.887,67
G2.4	829.969,44	997.498,74	773.848,40
G2.5	920.464,20	960.977,40	964.220,28
G2.6	675.705,74	696.143,84	634.683,52
G2.7	465.227,26	585.746,94	784.784,22
G3.1	1.214.649,84	1.073.488,90	1.238.023,38
G3.2	1.433.717,60	4.430.854,83	1.574.832,60
G3.3	885.599,30	*	958.823,00
média	1.036.059,64	1.402.640,54	1.041.219,36

* Não encontra uma solução inteira no limite de tempo.

Pela Tabela 6.19, nota-se que o TESTE 1 é em média um pouco melhor que o TESTE 2 e o TESTE 3, porém, a diferença entre os valores não é tão significativa para se concluir qual deles é o melhor.

6.2.2 Modelo Estratégia de Desagregação - DEMMaq

A Tabela 6.20 apresenta os resultados obtidos com as estratégias *relax and fix* para os cinco exemplares utilizando o modelo DEMMaq. Assim como as tabelas anteriores, a primeira coluna da tabela indica o nome da estratégia testada, e as próximas colunas indicam o valor da melhor solução inteira. Na Estratégia de Desagregação são resolvidos M modelos DEMMaq, no caso $M = 2$, a melhor solução inteira considerada na tabela é a soma do valor da melhor solução do modelo DEMMaq para a máquina 1, mais o valor da melhor solução do modelo DEMMaq para a máquina 2.

TESTE 1 - Etapa I

Tabela 6.20: Soluções do Modelo DEMMaq - TESTE 1 - Etapa I

Est.	Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3	Ex. 4	Ex. 5	média
G1.1	760.162,60 98,63	525.491,40 96,03	406.363,60 97,43	427.530,80 96,72	433.657,00 97,51	510.641,08 97,26
G1.2	555.417,20 98,12	493.887,30 95,78	601.688,20 98,27	559.197,30 97,50	903.590,40 98,80	622.756,08 97,69
G1.3	817.740,00 98,72	667.318,70 96,87	613.922,00 98,30	559.197,40 97,50	873.997,10 98,76	706.435,04 98,03
G1.4	390.836,60 97,33	410.749,40 94,92	497.013,50 97,90	310.343,70 95,49	520.361,00 97,92	425.860,84 96,71
G1.5	494.651,10 97,89	450.880,60 95,37	471.566,70 97,79	340.700,80 95,89	635.208,00 98,30	478.601,44 97,05
G2.2	465.052,70 97,76	604.517,60 96,55	582.965,50 98,21	443.616,10 96,84	703.382,30 98,46	559.906,84 97,56
G2.3	984.944,70 98,94	805.141,30 97,41	868.790,00 98,80	622.533,10 97,75	696.478,50 98,45	795.577,52 98,27
G2.4	349.730,80 97,02	491.977,60 95,76	418.155,80 97,51	373.466,30 96,25	355.556,20 96,96	397.777,34 96,70
G2.5	842.092,30 98,76	684.790,00 96,95	869.535,20 98,80	687.117,10 97,96	1.317.326,30 99,18	880.172,18 98,33
G2.6	507.065,10 97,94	559.189,90 96,27	508.958,40 97,95	519.956,70 97,31	537.147,60 97,99	526.463,54 97,49
G2.7	434.536,50 97,60	403.200,30 94,83	492.155,10 97,88	347.782,00 95,97	502.300,09 97,85	435.994,80 96,83
G3.1	901.131,60 98,84	918.321,30 97,73	1.602.814,80 99,35	979.908,00 98,57	1.074.498,40 98,99	1.095.334,82 98,70
G3.2	1.483.709,20 99,30	1.510.240,40 98,62	427.680,60 97,56	2.116.075,70 99,34	371.938,00 97,09	1.181.928,78 98,38
G3.3	739.023,20 98,59	705.841,30 97,05	1.108.587,70 99,06	820.888,40 98,29	1.040.525,70 98,96	882.973,26 98,39
média	694.720,97	659.396,22	676.442,65	650.593,81	711.854,76	

* Não encontra uma solução inteira no limite de tempo de 3 horas.

+ Solução ineficaz.

Para a estratégia de desagregação, o desempenho das heurísticas *relax and fix* foi

bem variado. As soluções em geral são melhores que as soluções apresentadas na solução do modelo DEMM. No entanto, não houve uma estratégia que tenha se destacado em relação as outras na solução dos exemplares do modelo DEMMaq. A estratégia G2.4 foi a melhor para os exemplares 1 e 5. A estratégia G1.4 foi a melhor para o exemplar 4 e a segunda melhor para os exemplares 1 e 2.

TESTE 2 - Etapa I

Tabela 6.21: Soluções do Modelo DEMMaq - TESTE 2 - Etapa I

Est.	Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3	Ex. 4	Ex. 5	média
G1.1	525.909,70 98,02	475.201,80 95,61	424.577,00 97,54	528.695,70 97,35	540.116,00 98,00	498.900,04 97,30
G1.2	464.739,30 97,76	534.289,90 96,10	476.103,10 97,81	562.573,40 97,51	629.289,40 98,28	533.399,02 97,49
G1.3	663.652,40 98,43	971.364,00 97,85	963.453,60 98,92	616.794,90 97,73	461.173,60 97,65	735.287,70 98,12
G1.4	1.184.800,30 99,12	684.342,45 96,95	920.050,00 98,87	419.787,30 96,66	655.247,90 98,35	772.845,59 97,99
G1.5	495.304,50 97,89	*	380.315,40 97,26	809.782,00 98,27	662.700,90 98,37	587.025,70 97,95
G2.2	717.345,30 98,55	650.618,30 96,79	622.090,10 98,32	806.664,70 98,26	707.624,60 98,47	700.868,60 98,08
G2.3	854.214,60 98,78	866.995,80 97,59	869.918,40 98,80	737.837,60 98,10	1.197.429,60 99,10	905.279,20 98,47
G2.4	486.523,20 97,86	589.872,80 96,46	530.398,50 98,03	481.003,60 97,09	586.103,20 98,15	534.780,26 97,52
G2.5	838.018,10 98,76	832.431,70 97,49	836.573,70 98,75	707.712,50 98,02	*	803.684,00 98,26
G2.6	472.735,30 97,79	628.262,60 96,68	601.676,80 98,27	504.375,90 97,22	539.720,90 98,00	549.354,30 97,59
G2.7	417.940,00 97,51	428.806,60 95,14	413.210,50 97,48	541.871,80 97,42	499.957,80 97,84	460.357,34 97,07
G3.1	886.814,71 98,82	1.019.043,50 97,95	1.740.928,00 99,40	1.087.229,70 98,71	974.235,00 98,89	1.141.650,18 98,76
G3.2	690.470,75 98,49	548.986,73 96,20	1.166.390,63 99,11	814.828,40 98,28	516.122,03 97,90	747.359,71 98,00
G3.3	732.650,48 98,58	791.581,70 97,37	1.219.429,64 99,14	829.152,65 98,31	944.644,28 98,86	903.491,75 98,45
média	673.651,33	693.984,45	797.508,24	674.879,30	685.720,40	

* Não encontra uma solução inteira no limite de tempo de 3 horas.

+ Solução infactível.

Quando os planos de corte são desligados, o comportamento das estratégias ainda varia dependendo do exemplar, como mostra a Tabela 6.21. Na média a solução do TESTE 1 é melhor em 3 exemplares, exemplares 2, 3 e 4, em relação ao TESTE 2. Se compararmos as soluções obtidas aplicando as estratégias na solução do modelo DEMMaq e na solução do

modelo DEMM, observamos que em geral as soluções do modelo DEMMaq são melhores. E a melhor solução de cada exemplar do modelo DEMMaq com TESTE 2 é melhor que a melhor solução de cada exemplar do modelo DEMM com TESTE 2. Na Etapa II, a estratégia G3.1, que possui soluções em geral altas, obteve melhoria em todos os cinco exemplares.

TESTE 3 - Etapa I

O terceiro experimento com o modelo DEMMaq é similar ao realizado com o modelo DEMM. O pré-processamento do AMPL e do CPLEX foram desativados e as 16 estratégias utilizadas na solução do modelo DEMMaq foram testadas. As soluções são apresentadas na Tabela 6.22.

Tabela 6.22: Soluções do Modelo DEMMaq - TESTE 3 - Etapa I

Est.	Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3	Ex. 4	Ex. 5	média
G1.1	614.768,90 98,30	536.371,50 96,11	657.726,20 98,41	672.186,30 97,92	554.056,00 98,05	607.021,78 97,76
G1.2	815.458,40 98,72	650.573,30 96,79	546.317,30 98,09	614.710,30 97,72	645.219,00 98,32	654.455,66 97,93
G1.3	1.011.012,00 98,97	947.937,00 97,80	1.554.587,20 99,33	765.322,40 98,17	959.470,20 98,87	1.047.665,76 98,63
G1.4	759.191,70 98,63	530.424,50 96,07	679.803,80 98,47	811.417,10 98,27	736.537,30 98,53	703.474,88 97,99
G1.5	500.203,50 97,92	638.066,00 96,73	478.555,50 97,82	444.503,00 96,85	624.723,20 98,27	537.210,24 97,52
G2.2	629.243,50 98,34	737.337,80 97,17	1.015.645,80 98,97	777.653,80 98,20	719.490,40 98,50	775.874,26 98,24
G2.3	842.337,60 98,76	886.790,90 97,65	850.541,50 98,77	692.193,40 97,98	+	817.965,85 98,29
G2.4	527.710,80 98,02	615.548,30 96,61	624.169,80 98,33	638.015,50 97,81	448.802,20 97,59	570.849,32 97,67
G2.5	825.076,30 98,74	775.231,60 97,31	770.083,00 98,65	642.639,00 97,82	1.124.573,70 99,04	827.520,72 98,31
G2.6	593.148,50 98,24	620.581,60 96,64	624.169,80 98,33	553.974,10 97,47	485.020,20 97,77	575.378,84 97,69
G2.7	324.496,20 96,79	434.939,30 95,21	547.019,10 98,09	442.049,40 96,83	498.172,00 97,83	449.335,20 96,95
G3.1	853.656,70 98,78	879.699,00 97,63	143.709.106,00 99,99	1.043.990,90 98,66	961.325,80 98,87	29.489.555,68 98,79
G3.2	379.628,70 97,25	448.262,40 95,35	426.741,00 97,56	450.868,10 96,89	922.884,70 98,83	525.676,98 97,18
G3.3	801.739,70 98,70	821.078,20 97,46	1.017.868,70 98,98	957.782,70 98,54	*	899.617,33 98,42
média	676.976,61	680.202,96	10.964.452,48	679.093,29	620.019,62	

* Não encontra uma solução inteira no limite de tempo de 3 horas.

+ Solução ineficaz.

A melhor estratégia foi a estratégia G2.7. É interessante observar que a estratégia G3.2, que nos experimentos anteriores apresentou soluções ruins, passou a ser uma das três melhores estratégias de solução. Na Etapa II, comparando a solução da Tabela F.1 com a solução da Tabela F.2 para cada exemplar, observamos que a maioria das estratégias fornece soluções

melhores, se forem permitidos os planos de corte. Apenas o exemplar 1 apresenta soluções melhores sem planos de corte para 10 das 16 estratégias testadas.

A Tabela 6.23 apresenta a melhor solução obtida para cada um dos 5 exemplares, em cada um dos três experimentos utilizando o modelo DEMMAq. A primeira coluna indica o exemplar, a segunda, a melhor solução no TESTE 1 e abaixo estratégia que a obteve, a terceira a melhor solução do TESTE 2, e a quarta a melhor solução no TESTE 3. As próximas 4 colunas apresentam as mesmas informações mas relativas a Etapa II das melhores estratégias.

Tabela 6.23: Resumo das melhores soluções dos três testes para o modelo DEMMAq Fases I e II

Ex.	Etapa I			Ex.	Etapa II		
	TESTE 1	TESTE 2	TESTE 3		TESTE 1	TESTE 2	TESTE 3
1	349.730,8 G2.4	417.940,0 G2.7	324.496,2 G2.7	1	349.730,8 G2.4	417.940,0 G2.7	324.496,2 G2.7
2	403.200,3 G2.7	428.806,6 G2.7	434.939,3 G2.7	2	403.200,3 G2.7	428.806,6 G2.7	434.939,3 G2.7
3	406.363,6 G1.1	380.315,4 G1.5	426.741,0 G3.2	3	406.363,6 G1.1	380.315,4 G1.5	397.975,5 G3.2
4	310.343,7 G1.4	419.787,6 G1.4	442.049,4 G2.7	4	310.343,7 1.4	419.787,6 G1.4	442.049,4 G2.7
5	355.556,2 G2.4	461.173,6 G1.3	448.802,2 G2.4	5	355.556,2 G2.4	344.219,5 G1.3	448.802,2 G2.4
média	365.038,9	421.604,6	415.405,6	média	365.038,9	398.213,8	409.652,5

Pelo resumo da Tabela 6.23, percebe-se que o modelo DEMMAq é sensível e o comportamento das estratégias varia muito, dependendo do exemplar. A maioria das soluções da Tabela 6.22 foram melhoradas na segunda etapa.

A Tabela 6.24 apresenta a médias das soluções dos testes. Tendo em vista que o conjunto de testes 1 obteve soluções em média melhores (Tabela 6.24), e deste conjunto de testes a estratégia G2.4 fornece a melhor solução para dois dos cinco exemplares, pode-se considerar que esta é a melhor estratégia para a Estratégia de Desagregação.

Tabela 6.24: Resumo das médias dos três testes no modelo DEMMaq

Ex.	TESTE 1	TESTE 2	TESTE 3
G1.1	510.641,08	498.900,04	607.021,78
G1.2	622.756,08	533.399,02	654.455,66
G1.3	706.435,04	735.287,70	1.047.665,76
G1.4	425.860,84	772.845,59	703.474,88
G1.5	478.601,44	587.025,70	537.210,24
G2.2	559.906,84	700.868,60	775.874,26
G2.3	795.577,52	905.279,20	817.965,85
G2.4	397.777,34	534.780,26	570.849,32
G2.5	880.172,18	803.684,00	827.520,72
G2.6	526.463,54	549.354,30	575.378,84
G2.7	435.994,80	460.357,34	449.335,20
G3.1	1.095.334,82	1.141.650,18	1.035.152,69
G3.2	1.181.928,78	747.359,71	525.676,98
G3.3	882.973,26	903.491,75	899.617,33
média	678.601,68	705.305,96	716.228,54

A diferença entre os valores das médias do, TESTE 1, TESTE 2 e TESTE 3 não são significativas, veja Tabela 6.24. Percebe-se, então, que as estratégias resolvem os exemplares de maneira satisfatórias, mas é difícil avaliar a influência dos planos de corte (TESTE 2) e das estratégias de pré-processamento (TESTE 3) na solução dos modelos.

6.2.3 Modelo Mono estágio Multi Máquinas - MEMM

A Tabela apresenta os resultados obtidos com as estratégias *relax and fix* na Etapa II, para os cinco exemplares utilizando o modelo MEMM. A primeira coluna da tabela indica o nome da estratégia testada, as próximas colunas indicam o valor da melhor solução inteira de cada exemplar. Os valores em negrito indicam as melhores soluções obtidas.

TESTE 1 Etapa II

Tabela 6.25: Soluções Modelo MEMM - TESTE 1 - Etapa II

Est.	Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3	Ex. 4	Ex. 5	média
G1.1	339.793,20 96,93	479.247,40 95,65	392.972,90 97,35	413.382,30 96,61	464.735,20 97,67	418.026,20 96,84
G1.2	595.871,00 98,25	380.592,60 94,52	345.252,50 96,98	436.722,30 96,79	439.801,50 97,54	439.647,98 96,82
G1.3	346.670,90 96,99	*	610.943,20 98,29	490.602,70 97,15	+	482.738,93 97,48
G1.4	438.639,60 97,62	448.155,40 95,35	557.624,40 98,13	388.541,40 96,40	486.386,00 97,78	463.869,36 97,05
G1.5	380.754,00 97,26	424.104,40 95,08	349.389,70 97,02	314.710,90 95,55	526.187,30 97,94	399.029,26 96,57
G2.1	327.795,50 96,82	298.971,60 93,02	335.484,20 96,89	314.104,50 95,54	366.486,30 97,05	328.568,42 95,87
G2.8	334.264,00 96,88	327.464,00 93,63	332.034,80 96,86	329.582,00 95,75	502.110,60 97,85	365.091,08 96,19
G3.1	511.376,90 97,96	574.370,50 96,37	623.838,00 98,33	620.244,20 97,74	747.461,00 98,55	615.458,12 97,79
G3.2	654.758,50 98,41	966.614,00 97,84	914.133,30 98,86	668.707,60 97,91	992.933,50 98,91	839.429,38 98,39
G3.3	665.933,30 98,43	618.806,20 96,63	636.772,40 98,36	622.850,20 97,75	896.906,00 98,79	688.253,62 97,99
média	459.585,69	502.036,23	509.844,54	459.944,81	602.556,38	

* Não encontra uma solução inteira no limite de tempo de 4 horas.

+ Solução inactível.

Quando a Etapa II (heurística de factibilização) do modelo MEMM é resolvida, a estratégia G2.1 obtém as melhores soluções em 4 dos 5 exemplares, conforme a Tabela 6.25. Estas soluções obtidas são melhores que as soluções obtidas no modelo DEMM no TESTE 1 (veja Tabela E.1 no Anexo E), e melhor também que as soluções obtidas com o modelo DEMMaq nos exemplares 1, 2 e 3 (veja Tabela F.1 no Anexo F).

TESTE 2 Etapa II

Tabela 6.26: Soluções Modelo MEMM - TESTE 2 - Etapa II

Est.	Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3	Ex. 4	Ex. 5	média
G1.1	505.364,5 97,9	422.814,6 95,1	402.948,9 97,4	487.653,7 97,1	466.006,2 97,7	456.957,6 97,0
G1.2	403.162,2 97,4	351.742,9 94,1	420.676,4 97,5	368.995,3 96,2	386.637,7 97,2	386.242,9 96,5
G1.3	588.664,2 98,2	523.864,6 96,0	599.890,2 98,3	501.902,7 97,2	+	553.580,4 97,4
G1.4	521.321,2 98,0	437.177,8 95,2	418.192,9 97,5	426.093,3 96,7	649.874,1 98,3	490.531,9 97,2
G1.5	323.086,3 96,8	348.525,4 94,0	325.386,0 96,8	411.788,9 96,6	450.674,7 97,6	371.892,3 96,4
G2.1	306.833,9 96,6	321.811,5 93,5	290.841,3 96,4	317.598,5 95,6	379.528,7 97,2	323.322,8 95,9
G2.8	311.553,3 96,7	276.184,5 92,4	363.760,5 97,1	327.756,0 95,7	461.374,5 97,7	348.125,8 95,9
G3.1	542.353,0 98,1	580.313,5 96,4	783.533,9 98,7	746.090,2 98,1	767.793,0 98,6	684.016,7 98,0
G3.2	487.074,6 97,9	885.459,8 97,6	823.183,1 98,7	689.868,0 98,0	882.442,0 98,8	753.605,5 98,2
G3.3	589.575,0 98,2	583.747,0 96,4	1.201.621,7 99,1	700.313,0 98,0	965.640,9 98,9	808.179,5 98,1
média	457.898,8	473.164,2	563.003,5	497.806,0	601.108,0	

* Não encontra uma solução inteira no limite de tempo de 4 horas.

+ Solução infactível.

No TESTE 2 a estratégia G2.1 é a melhor para 4 exemplares, e a estratégia G2.8 para o exemplar 2 (Tabela 6.26). Em relação as soluções do modelo DEMMAq, as melhores soluções de cada exemplar do modelo MEMM, após a estratégia de factibilização, são melhores em 4 dos 5 exemplares, nos exemplares 1, 2, 3 e 4 (veja Tabela F.2).

TESTE 3 Etapa II

Tabela 6.27: Soluções Modelo MEMM - TESTE 3 - Etapa II

Est.	Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3	Ex. 4	Ex. 5	média
G1.1	432.358,10 97,59	351.690,60 94,07	462.193,90 97,74	541.760,40 97,42	835.871,20 98,71	524.774,84 97,10
G1.2	425.287,80 97,55	403.261,00 94,83	459.832,30 97,73	449.152,30 96,88	531.053,80 97,96	453.717,44 96,99
G1.3	572.684,40 98,18	562.405,20 96,29	*	*	+	567.544,80 97,24
G1.4	521.853,30 98,00	471.155,00 95,57	476.414,20 97,81	382.215,20 96,34	669.440,00 98,38	504.215,54 97,22
G1.5	438.915,90 97,62	460.177,40 95,47	472.783,40 97,79	566.486,70 97,53	890.757,00 98,79	565.824,08 97,44
G2.1	379.641,60 97,25	383.405,30 94,56	366.926,30 97,16	351.833,00 96,02	348.554,00 96,90	366.072,04 96,38
G2.8	324.859,40 96,79	383.236,00 94,56	433.451,50 97,59	371.866,40 96,23	644.742,00 98,32	431.631,06 96,70
G3.1	655.713,70 98,41	781.017,70 97,33	799.657,60 98,70	661.489,70 97,88	904.685,40 98,80	760.512,82 98,22
G3.2	835.120,40 98,75	774.434,60 97,31	688.974,40 98,49	840.802,60 98,33	1.144.500,00 99,05	856.766,40 98,39
G3.3	674.683,40 98,45	892.388,40 97,66	896.463,30 98,84	693.664,70 97,98	812.674,00 98,67	793.974,76 98,32
média	526.111,80	546.317,12	561.855,21	539.919,00	753.586,38	582.503,38

* Não encontra uma solução inteira no limite de tempo de 4 horas.

+ Solução infactível.

Para a Etapa II, as estratégias G2.1 e G2.8 continuam sendo boas, sendo que a estratégia G2.1 é a melhor (Tabela 6.27). Na média o TESTE 1 e o TESTE 2 são melhores que o TESTE 3.

A Tabela 6.28 apresenta as três melhores soluções obtidas para cada exemplar em cada um dos três experimentos. As quatro primeiras colunas são relativas a Etapa I, e as próximas 4 em relação a Etapa II.

Para o modelo MEMM, o conjunto de soluções do TESTE 2 foi melhor que os outros conjuntos. Na Tabela 6.28 nota-se que a estratégia G2.1 é a melhor na solução deste modelo. Quando se analisa a Etapa II, onde a factibilização é aplicada, as soluções da estratégia G2.1 são melhor aproveitadas, fornecendo a melhor solução para 4 dos 5 exemplares, variando os tipos de testes. Para o exemplar 1 e 3, esta estratégia apresenta a melhor solução sem os planos de corte, para o exemplar 1 ela é melhor com os padrões *default* e para o exemplar 5, seu melhor

Tabela 6.28: Resumo das melhores soluções dos três testes para o modelo MEMM Fases I e II

Etapa I				Etapa II			
Ex.	TESTE 1	TESTE 2	TESTE 3	Ex.	TESTE 1	TESTE 2	TESTE 3
1	314.376,3 G2.1	322.691,2 G2.1	338.259,4 G2.8	1	327.795,5 G2.1	306.833,9 G2.1	324.859,4 G2.8
2	302.583,9 G2.1	276.184,5 G2.8	388.857,5 G1.1	2	298.971,6 G2.1	276.184,5 G2.8	351.690,0 G1.1
3	331.859,3 G2.8	284.154,2 G2.1	382.734,4 G2.1	3	332.034,8 G2.8	290.841,3 G2.1	366.926,3 G2.1
4	319.250,9 G2.1	365.792,6 G2.1	365.405,2 G2.1	4	314.401,5 G2.1	317.598,5 G2.1	351.833,0 G2.1
5	396.852,3 G2.1	354.303,0 G2.1	307.678,0 G2.1	5	366.486,3 G2.1	379.528,7 G2.1	348.554,0 G2.1
média	332.984,5	320.625,1	356.586,9	média	327.937,9	314.197,4	348.772,5

desempenho acontece sem pré-processamento. A Tabela 6.29 apresenta a média dos TESTE 1, TESTE 2 e TESTE 3.

Tabela 6.29: Resumo das médias dos três testes no modelo MEMM

Ex.	TESTE 1	TESTE 2	TESTE 3
G1.1	418.026,20	456.957,6	524.774,84
G1.2	439.647,98	386.242,9	453.717,44
G1.3	482.738,93	553.580,4	567.544,80
G1.4	463.869,36	490.531,9	504.215,54
G1.5	399.029,26	371.892,3	565.824,08
G2.1	328.568,42	323.322,8	366.072,04
G2.8	365.091,08	348.125,8	431.631,06
G3.1	615.458,12	684.016,7	760.512,82
G3.2	839.429,38	753.605,5	856.766,40
G3.3	688.253,62	808.179,5	793.974,76
média	506.374,82	517.645,5	582.503,38

Nota-se na Tabela 6.29 que o TESTE 1 é, em média, um pouco melhor que os outros dois testes. No entanto, observando a média do TESTE 2 na Tabela 6.28 percebe-se que este teste fornece soluções melhores. Além disto, comparando as soluções das tabelas G.3, 6.26, e 6.27, as soluções do TESTE 2 são na maioria melhores que as soluções dos outros testes.

Considerações gerais

A Tabela 6.30 mostra as melhores soluções obtidas para cada exemplar dos três modelos. A primeira coluna da tabela mostra o exemplar, a segunda as soluções fornecidas com o modelo DEMM, abaixo da solução está a estratégia que a obteve, e abaixo da estratégia está o percentual em relação a melhor solução dos três modelos para cada exemplar dado. A terceira e quarta colunas da tabela apresentam as mesmas informações para os modelos DEMM_{aq} e MEMM, respectivamente.

Tabela 6.30: Melhores soluções dos três Modelos em cada exemplar

Ex.	DEMM	DEMM _{aq}	MEMM
1	384.080,8 G2.7/TESTE 1 25,18	324.496,2 G2.7/TESTE 3 5,76	306.833,9 G2.1/TESTE 2 0,0
2	472.918,0 G2.1/TESTE 2 71,23	403.200,3 G2.7/TESTE 1 46	276.184,5 G2.8/TESTE 2 0,0
3	445.062,5 G2.7/TESTE 1 53,03	397.975,5 G3.2/TESTE 3 36,84	290.841,3 G2.1/TESTE 2 0,0
4	402.984,2 G2.6/TESTE 1 29,9	310.343,7 G1.4/TESTE 1 0,0	314.401,5 G2.1/TESTE 1 1,31
5	603.705,8 G2.7/TESTE 1 75,34	344.219,5 G1.3/TESTE 2 0,0	348.554,0 G2.1/TESTE 3 1,3
média	461.750,3	356.047,0	307.363,0

Dos três modelos propostos, o modelo MEMM apresenta um melhor desempenho em relação aos outros dois modelos, veja as médias na última linha da Tabela 6.30. O modelo DEMM_{aq} também se mostra competitivo, fornecendo as melhores soluções para os exemplares 4 e 5.

Nos testes realizados com os modelos DEMM, DEMM_{aq} e MEMM, é possível verificar que as heurísticas *relax and fix* tem um bom desempenho. Para o modelo DEMM a estratégia G2.7 com TESTE 1, obteve os melhores resultados. No caso do modelo DEMM_{aq}, houve uma variação no desempenho das estratégias dependendo do teste e do exemplar. Em geral o TESTE 1 forneceu soluções melhores, e neste teste a melhor estratégia foi a estratégia G2.4. O modelo MEMM, foi o modelo que se destacou pela melhoria nas soluções. Dentre as estratégias aplicadas na solução deste modelo a estratégia G2.1 com TESTE 2, obteve os melhores resultados em todos os testes.

Todos os modelos propostos resolvidos com as estratégias, obtiveram pelo menos duas, soluções melhores que a solução da empresa. Estas soluções superam a solução da Fábrica A em até 27,4% (estratégia G2.1 com TESTE 2 no modelo MEMM). Nota-se então que estas estratégias melhoraram o desempenho do *software* de otimização CPLEX, que é um *software* de otimização de última geração.

6.3 Outros exemplares dos Modelos DEMM, DEMMaq e MEMM

Dos testes apresentados na seção anterior, a estratégia G2.7 com TESTE 1 teve um bom desempenho para o modelo DEMM, a estratégia G2.4 com TESTE 1 para o modelo DEMMaq, e a estratégia G2.1 com TESTE 2 para o modelo MEMM. O desempenho destas estratégias foi avaliado em outras situações reais. Foram gerados outros 10 exemplares reais na Fábrica A, correspondendo à diferentes períodos do ano.

Os parâmetros destes 10 exemplares são similares aos do exemplar 1 da Fábrica A. Eles se diferem do exemplar 1 basicamente pelas variações da demanda dos produtos nestes outros períodos a que se referem, os parâmetros relativos à tempos, custos e capacidades são os mesmos do exemplar 1 da Fábrica A. Desta forma, os 10 exemplares retratam a sazonalidade que ocorre com a demanda de bebidas, o que faz com que em outros exemplares a demanda seja alta em relação ao exemplar 1, e em outros baixa em relação a este exemplar. O exemplar 4, por exemplo, retrata um período de demanda onde 4 bebidas tem demanda nula, e várias outras bebidas tem demandas muito baixas. O exemplar 10 é o oposto, ou seja, todas as bebidas tem demandas positivas e altas em todos os períodos. O exemplar 8, por outro lado, possui uma matriz de demandas onde algumas bebidas tem demandas maiores que as demandas do exemplar 4, mas menores que as demandas do exemplar 10. Estas variações fazem com que os exemplares reflitam situações em que a capacidade é restrita, como é o caso do exemplar 10, a capacidade é folgada, como é o caso do exemplar 4, e assim por diante. As programações da produção destes pedidos não foram fornecidas pela empresa para a comparação das soluções obtidas com os modelos. Portanto, não se sabe se estas programações foram capazes de produzir todos os produtos demandados sem atrasos, como foi o caso do exemplar da seção anterior (Ex. Fábrica A).

Na Tabela 6.31 são apresentados os resultados obtidos na solução dos 10 exemplares no tempo limite de 4 horas de processamento. Os percentuais das soluções em relação a melhor solução encontrada são indicados logo abaixo do valor da melhor solução inteira encontrada. Tendo em vista que o modelo MEMM fornece a melhor solução para 9 casos, seus percentuais nestes casos são 0,0. No caso do exemplar 7, o modelo DEMM foi o melhor.

Tabela 6.31: Valor dos custos de estoque e atraso da melhor solução inteira

Exemplar	DEMM/TESTE 1 G2.7	DEMMAq/TESTE 1 G2.4	MEMM/TESTE 2 G 2.1
Ex. Fábrica A	384.080,8 (25,18)	349.730,8 (13,98)	306.833,9 (0,0)
6	663.939,0 (20,7)	1.753.500,8 (70,0)	526.473,0 (0,0)
7	591.466,5 (13,9)	1.385.867,0 (63,2)	509.463,7 (0,0)
8	569.571,2 (10,5)	1.475.608,1 (65,5)	509.668,1 (0,0)
9	685.703,0 (39,9)	1.481.169,6 (72,2)	412.236,6 (0,0)
10	474.031,0 (9,3)	1.069.924,4 (59,8)	429.867,9 (0,0)
11	579.246,2 (50,1)	1.081.728,4 (73,3)	289.169,9 (0,0)
12	436.810,6 (0,0)	1.555.710,9 (71,9)	491.724,7 (12,6)
13	621.970,7 (40,6)	2.309.687,5 (84,0)	369.540,0 (0,0)
14	588.450,0 (23,6)	1.973.607,5 (77,2)	449.511,3 (0,0)
15	671.317,1 (33,5)	1.158.206,2 (61,5)	446.193,9 (0,0)
média**	588.250,5	1.524.501,0	443.384,9

* Não encontra uma solução inteira no limite de tempo de 4 horas.

** A média não inclui os valores do exemplar da Fábrica A.

Comparando as soluções do modelo DEMM (com *relax and fix* G2.7/TESTE 1) com as soluções do modelo MEMM (com *relax and fix* G2.1/TESTE 2), (Tabela 6.31), observa-se que o modelo MEMM fornece as melhores soluções em 9 exemplares. A média dos exemplares resolvidos pelo modelo MEMM é inferior à dos demais (veja última linha da tabela). O modelo DEMM apresenta soluções até 50,1% piores que o modelo MEMM.

O modelo DEMMAq não teve um bom desempenho nestes exemplares, com soluções envolvendo muitos atrasos. Estes atrasos ocorreram, pois na fase de desagregação de demanda, sempre a primeira máquina é preenchida completamente com produção, não distribuindo os tipos de bebidas entre as duas máquinas. Quando o sequenciamento é feito, este excesso de itens na máquina gera muitas trocas e, conseqüentemente, muitos atrasos em virtude da falta de capacidade.

Por exemplo, na primeira fase da Estratégia de Desagregação no exemplar 8, a máquina 1 é ocupada completamente com a produção das bebidas. A Tabela 6.32, apresenta os

tempos de produção das linhas M1 e M2 após a desagregação das demandas. A primeira coluna da tabela indica a linha de produção, e as outras três colunas os tempos totais de produção de cada linha em cada período.

Tabela 6.32: Tempo total de produção das linhas M1 e M2 no modelo DEMMaq.

Linha	Período 1	Período 2	Período 3
M1	4.760	4.760,0	4.760,0
M2	3.035,5	3.481,6	3.463,0

Pelos tempos de produção apresentados na Tabela 6.32, é possível ver que a linha M1 está sobrecarregada em relação à linha M2. Se o sequenciamento dos itens utilizar um tempo total de troca maior que 1.000, (que era o tempo reservado para trocas na Fase I da Estratégia de Desagregação), a linha M1 terá que atrasar os lotes para suprir a demanda. Por outro lado, a linha M2 tem ociosidade. Nota-se então que o modelo DEMMaq é competitivo se a capacidade do modelo linear na fase de pré-alocação da demanda, for ajustada para cada situação particular, como foi o caso do exemplar da Fábrica A, resolvido na Seção 6.1. Isto sugere uma pesquisa adicional investigando possíveis melhorias na estratégia heurística de desagregação de demanda.

6.4 Estudo Computacional Caso Mono Máquina - Fábrica C

Para a Fábrica C, também foram coletados dados como demanda dos produtos, tempos de produção, capacidades disponíveis, entre outros. Alguns custos tiveram que ser estimados, pois não foram disponibilizados pela empresa. Estes custos foram estimados conforme discussão no início deste capítulo. A coleta de dados nesta fábrica foi um processo difícil, em função do receio dos funcionários em fornecer informações, e por não haver bases de dados eletrônicas que fornecessem informações precisas. Quando a pesquisa foi iniciada, todas as informações foram passadas apenas verbalmente durante as visitas. Os programas de produção executados, não foram disponibilizados, exceto o programa descrito a seguir.

Conforme mencionado no Capítulo 2, a Fábrica C é uma fábrica de pequeno porte que possui apenas uma linha de envase em embalagens PET e uma de envase em embalagens de vidro. São envasados 27 tipos de bebidas em PET, variando tamanhos de vasilhames e sabores. Há 10 tipos de xaropes preparados nos 10 tanques. Apesar da capacidade total da xaroparia ser de 129.000 litros, foram reservados três tanques de 15.000 litros para o armazenamento do xarope que necessita de 24 horas de repouso. Assim, a capacidade da xaroparia é de 84.000 litros.

A Fábrica C pode trabalhar 24 horas por dia, todos os dias da semana. No entanto, o período a que se referem os dados é um período de baixa demanda, e neste período a fábrica funcionou de segunda a sábado, sendo que haviam paradas das 17h as 22h para redução dos gastos de energia, pois neste horário de pico a energia tinha um custo mais alto. Logo, o tempo disponível para a produção em cada período é de 6.840 minutos. Os dados fornecidos são referentes a um mês de produção. A primeira semana do mês tem apenas dois dias de produção, portanto, neste primeiro período a capacidade disponível é de apenas 2.280 minutos. Esta semana menor foi mantida para que os dados de estoque inicial fossem usados sem alteração.

Na Tabela 6.33 são apresentados os custos de estoque, segunda coluna, troca de bebidas nas linhas, terceira coluna, e o custo total da programação da produção da Fábrica C. Na primeira coluna da tabelas é indicado o período a que se refere cada custo. Na última linha está o total de cada um dos custos. A Figura 6.7 ilustra a programação da produção da linha de envase da Fábrica C nos 5 períodos. O eixo horizontal representa a capacidade disponível da linha, 6.840 minutos, (apenas o primeiro período tem capacidade menor 2.280 minutos). O eixo vertical é a programação da linha em cada período. Os retângulos em cinza são os lotes de cada bebida, e os retângulos pretos são os tempos de troca. A bebida envasada é indicada pelo número logo acima do lote.

Tabela 6.33: Custos da Programação da Fábrica C.

Período	Estoque	Troca	Z
per. 1	1.509,54	19.631,04	
per. 2	1.110,30	24.173,76	
per. 3	1.220,45	41.758,08	
per. 4	1.409,88	47.848,32	
per. 5	1.012,70	49.695,36	
Total	6.262,87	183.106,56	189.369,43

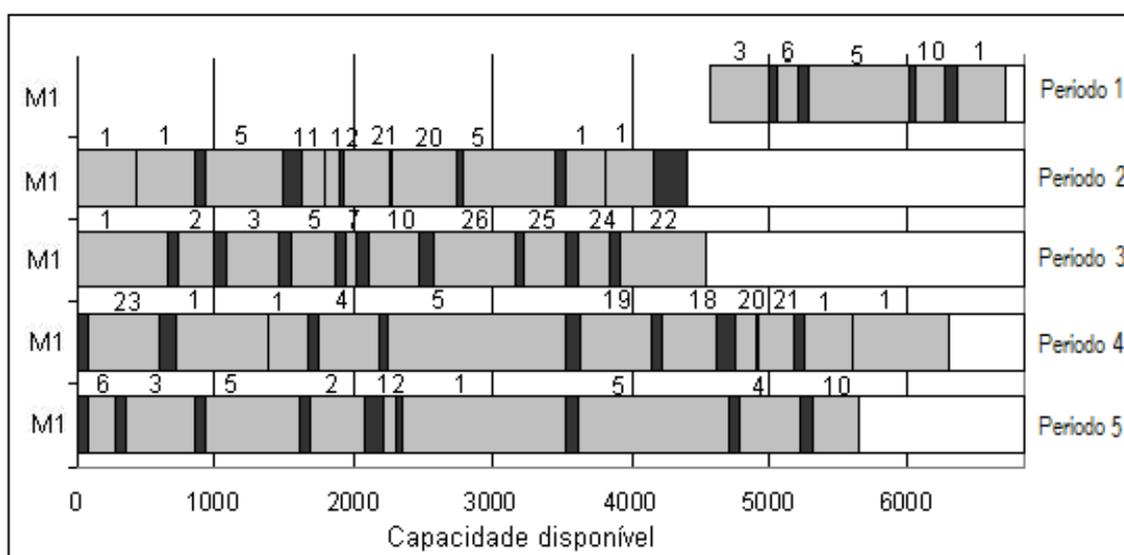


Figura 6.7: Programação da Produção da linha - Fábrica C.

6.4.1 Estudos iniciais do modelo MEMM para Fábrica C

Como a Fábrica C possui apenas uma máquina, o exemplar do modelo DEMM equivale ao exemplar do modelo DEMMaq. No entanto, foi observado que os tempos de *set up* dos tanques não são considerados em função do número alto de tanques disponíveis, então o modelo DEMMaq não retrata a realidade da Fábrica C. Por outro lado, o modelo MEMM se aplica completamente a este caso real, sendo desnecessário, inclusive, utilizar a estratégia de factibilização. Neste primeiro teste, o exemplar foi resolvido pelo *software* de otimização CPLEX 10.0, com limite de 4 horas de processamento. O modelo MEMM para o exemplar da Fábrica C possui 82.796 variáveis, sendo 3.848 binárias, e 80.404 restrições.

Inicialmente, o exemplar do modelo MEMM com os dados da Fábrica C foi resolvido pelas estratégias Dcpx e DHcpx, (veja Tabela 6.5), e estratégia *relax and fix* G2.1 TESTE 2. O limite de tempo de processamento é de 4 horas. A Tabela 6.34 apresenta na primeira, segunda e terceira colunas, respectivamente, os custos totais de estoque, atraso e troca de bebidas obtidos, na quarta coluna é apresentado o custo total, e na última coluna o percentual da solução em relação a solução da Fábrica C.

Tabela 6.34: Custos da Programação da Estratégias Dcpx e DHcpx.

	Estoque	Atraso	Troca item	Z	Percentual
Dcpx	4.383,95	32.199,14	292.879	329.462	42,5
DHcpx	4.396,572	8.992,62	111.284	124.673	-51,9
G2.1/TESTE 2	4.197,6	14.806	115.362	134.367	-40,9

As Figuras 6.8 e 6.9 apresentam a programação da produção da máquina, das duas melhores soluções, obtidas pelas estratégias DHcpx e G2.1/TESTE 2, respectivamente, vide Tabela 6.34.

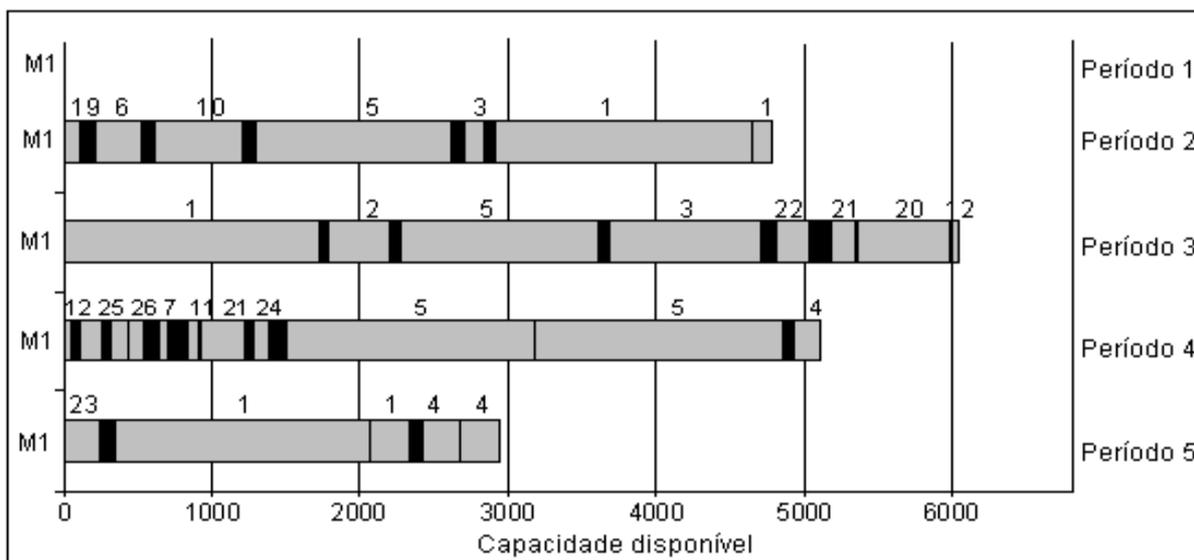


Figura 6.8: Programação da Produção da Fábrica C estratégia DHcpx.

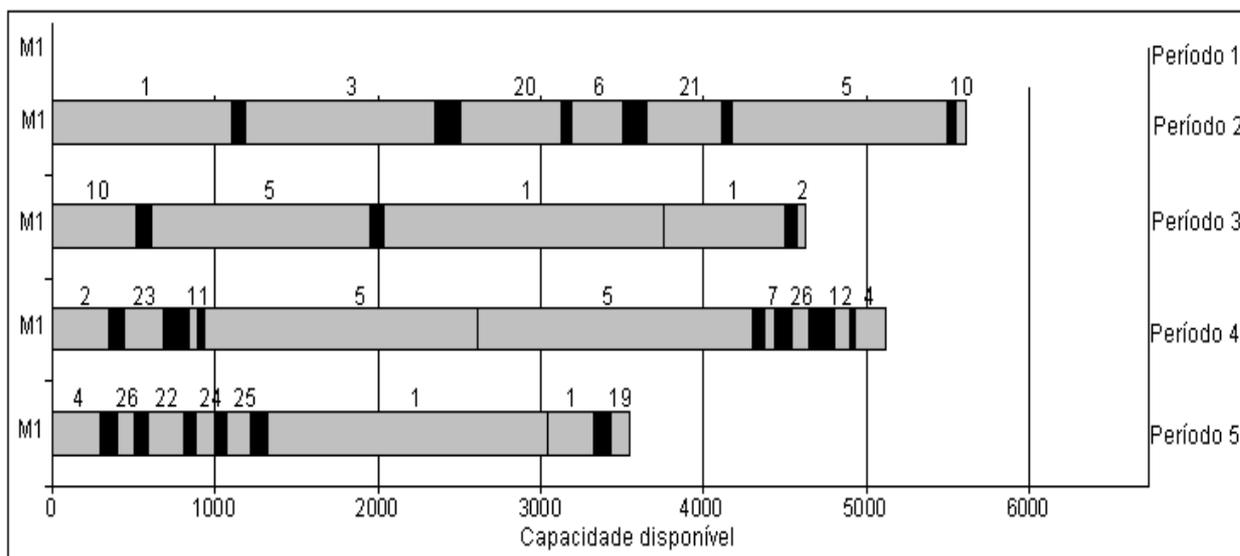


Figura 6.9: Programação da produção da Fábrica C estratégia G2.1/TESTE2.

Pela tabela 6.34, nota-se que a estratégia Dcpx, não tem um bom desempenho, obtendo uma solução 42,5% pior que a solução da empresa. Por outro lado, as estratégias DHcpx e G2.1/TESTE 2 obtêm soluções melhores do que a solução da empresa. A estratégia DHcpx obtém uma solução 51,9% melhor, e a estratégia G2.1 com TESTE 2 obtém uma solução 40,9% melhor. No entanto, esta solução envolve atrasos na produção. Então, um novo teste foi realizado impedindo atrasos. A Tabela 6.35 apresenta as soluções obtidas pelas estratégias DHcpx e G2.1 com TESTE 2, ambas sem atrasos.

Tabela 6.35: Custos da Programação das Estratégias Dcpx e DHcpx sem atraso.

	Estoque	Atraso	Troca item	Z	Percentual
DHcpx	4.056,371	0	120.311	124.367	-52,3
G2.1/TESTE 2	3.815,52	0	119.825	123.641	-53,2

As soluções obtidas são melhores que a solução da empresa. Além disto, as soluções de cada uma das duas estratégias foi melhor que a solução onde há atrasos (dentro do limite de tempo de 4 horas). Em ambas soluções os custos de estoque diminuíram, enquanto o custo de troca aumentou. Neste segundo teste, a estratégia G2.1 com TESTE 2 foi melhor que a solução da estratégia DHcpx. Tanto os custos de estoque, quanto os custos de troca fornecidos pela estratégia G2.1 com TESTE 2 são menores que os fornecidos pela estratégia DHcpx. A Figura 6.10 apresenta a programação da máquina da Fábrica C para a melhor solução obtida pela estratégia G2.1/TESTE 2, vide Tabela 6.35.

Como foi discutido no início desta seção, a obtenção dos dados da Fábrica C foi um processo difícil e apenas recentemente este programa de produção foi obtido. Os testes realizados com este exemplar mostraram que o modelo MEMM representa satisfatoriamente o processo de produção de bebidas deste tipo de fábrica, não sendo necessário modificações na solução, como a aplicação de uma estratégia de factibilização. Nos testes com as estratégias Dcpx, DHcpx e G2.1 com TESTE 2, foram obtidas duas soluções melhores que a programação da fábrica. Mesmo quando não há atrasos na programação estas soluções continuam boas. A estratégia G2.1 TESTE 2 obtém a melhor solução, que é 53,2% melhor que a solução da empresa, e não envolve atrasos. Este resultado reforça o bom desempenho da estratégia G2.1 com TESTE 2 na solução do modelo MEMM, conforme observado nos experimentos das seções anteriores. A Figura 6.10 apresenta a programação da produção da melhor solução obtida sem atrasos, cujo custo total é 123.641 e foi obtido pela estratégia G2.1/TESTE2.

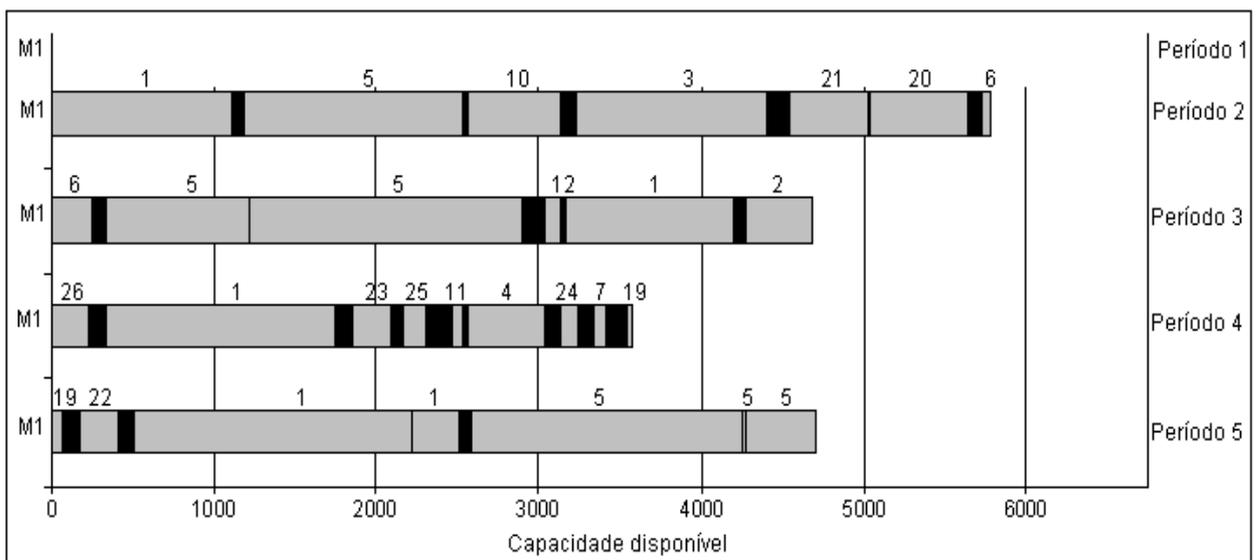


Figura 6.10: Programação da produção da Fábrica C estratégia G2.1/TESTE2 sem atraso.

6.5 Estudo computacional com um modelo da literatura

No trabalho de Toledo (2005), foi desenvolvido um modelo de dimensionamento e sequenciamento de lotes da produção de bebidas, Modelo PIDLPP. O modelo PIDLPP considera M máquinas, N tanques, J bebidas, L xaropes e um horizonte de planejamento de T períodos. Assim como no presente trabalho, os períodos (macro períodos) são particionados em sub-períodos. No entanto, o tamanho do sub-período é fixo, e cada lote é um múltiplo dos sub-períodos.

Cada lote possui um índice distinto do índice do sub-período, a variável de produção x_{jms} indica a quantidade do produto j produzido na linha m no lote s . Para determinar o tamanho do lote, o início e o fim da produção são controlados por variáveis que indicam em qual sub-período cada lote de cada linha é iniciado e em qual sub-período é finalizado. O tamanho do lote é a diferença entre o final deste lote e o final do lote anterior, subtraído o tempo gasto para troca de bebidas. O mesmo ocorre com a produção dos xaropes.

A sincronia entre linha e tanque é feita estabelecendo que o xarope que abastece um lote deve estar pronto com um sub-período de antecedência, e pode ser enviado a linha apenas durante o intervalo de produção deste lote na linha. Além destas, há restrições que garantem que para haver produção na linha, é necessário que algum tanque tenha sido dedicado ao lote da linha naquele sub-período.

Testes com exemplares da Literatura

Foram disponibilizados exemplares de Toledo (2005) para que o modelo DEMM e o modelo PIDLPP pudessem ser comparados. Estes exemplares foram gerados aleatoriamente. Como foi discutido no Capítulo 4, o modelo DEMM se difere dos modelo PIDLPP por ter o número de tanques igual ao número de linhas, e tanques dedicados às linhas, sendo que neles podem ser preparados todos os xaropes envasados na linha onde ele está dedicado. Logo, a comparação entre os modelos se limita a subconjuntos de exemplares onde o número de tanques é igual ao número de linhas, e no tanque podem ser preparados todos os xaropes envasados na linha. Foram obtidos três conjuntos de exemplares onde o número de tanques é igual ao número de linhas. O primeiro conjunto de exemplares testado possui $M=2$ máquinas e tanques, $J=2$ bebidas, $L=1$ xarope, $T=2$ períodos, e $|S_t|=5$ sub-períodos em cada período t . O número de sub-períodos do modelo DEMM também foi mantido no valor 5. O segundo conjunto de dados

possui $M=5$ máquinas, $M=5$ tanques, $J=10$ bebidas, $L=5$ xarope, $T=4$ períodos, e $|S_t|=10$ sub-períodos em cada período t . Um terceiro conjunto de exemplares foi obtido, este conjunto de testes possui $M=5$ máquinas, $M=5$ tanques, $J=10$ bebidas, $L=5$ xarope, $T=12$ períodos, e $|S_t|=10$ sub-períodos em cada período t .

Observando os exemplares dos conjuntos 2 e 3, notou-se que os conjuntos β_m , $m = 1, \dots, M$, dos xaropes preparados nos M tanques, são restritos e impossibilitam a dedicação de tanque a linha. Por exemplo, no exemplar 1 do conjunto de dados 2, as bebidas envasadas na linha 5 indicam que o conjunto β_5 de xaropes deve conter os 5 tipos de xaropes. Porém, em nenhum dos tanques, deste exemplar, pode-se preparar este conjunto de xaropes. E assim, não é possível dedicar nenhum dos tanques a linha 5 no modelo DEMM. Além disto, as estratégias propostas no presente trabalho foram analisadas em relação a cenários reais das Fábricas A e C, que tem como uma de suas características um número alto de produtos em relação ao número de linhas disponíveis, e os tempos de troca nos tanques variam de 1,5% a 5% da capacidade, aproximadamente, enquanto os exemplares da literatura possuem um número baixo de produtos em relação ao número de linhas, e os tempos de troca de xaropes são da ordem de 20% da capacidade.

As Tabelas 6.36, 6.37 e 6.38 apresentam a dimensão dos dois modelos para os três conjuntos de exemplares, conjunto 1, conjunto 2 e conjunto 3, respectivamente. Cada conjunto de exemplares possui 10 exemplares cada um. Apesar dos conjuntos de exemplares 2 e 3 não poderem ser utilizados para comparação dos modelos, as Tabelas 6.37 e 6.38 ilustram as diferenças nas dimensões dos modelos DEMM e PIDLPP. Note que os exemplares da Tabela 6.36 podem ser considerados pequenos, os da Tabela 6.37 médios, e os da Tabela 6.38 grandes.

Tabela 6.36: Dimensão dos modelos no conjunto de exemplares 1.

Modelo	Total Variáveis	Var. Binárias	Restrições
PIDLPP	743	210	575
DEMM	182	40	248

($J=2$, $M=2$, $L=1$, $N=10$, $T=2$).

Tabela 6.37: Dimensão dos modelos no conjunto de exemplares 2.

Modelo	Total Variáveis	Var. Binárias	Restrições
PIDLPP	76.771	4.810	23.857
DEMM	11.900	1.640	12.060

($J=10, M=5, L=5, N=40, T=4$).

Tabela 6.38: Dimensão dos modelos no conjunto de exemplares 3.

Modelo	Total Variáveis	Var. Binárias	Restrições
PIDLPP	230.491	14.530	70.657
DEMM	41.900	5.280	43.196

($J=10, M=5, L=5, N=120, T=12$).

Exemplo Ilustrativo

A solução do primeiro exemplar do conjunto de dados 1 é descrita abaixo, e ilustra as diferenças nas soluções dos modelos. A Tabela 6.39 apresenta os custos das soluções obtidas pelos dois modelos para o primeiro exemplar do conjunto de dados pequeno. A primeira coluna da tabela indica o modelo, a segunda coluna (Est. L) indica o custo total de estoque de bebidas na linha, a terceira coluna da tabela (Est.X) indica o custo total de estoque de xarope, a quarta coluna (Troca L) apresenta os custos de troca de bebidas na linha, a quinta coluna da tabela (Troca X.) mostra os custos de troca de xaropes nos tanques, a sexta coluna da tabela (Atraso L) apresenta o custo de atrasos na produção das bebidas, a sétima coluna (Prod.L) mostra o custo de produção da linha, a oitava coluna (Prod.X) informa o custo de produção nos tanques, e a última coluna (Z) é o custo total da solução ótima dos exemplares. O valor de Z é o valor comparável entre os modelos, ou seja, foram somados apenas os custos em comum, que são os custos de troca nas linhas, trocas nos tanques, produção de bebida, produção de xarope, estoque de bebida e atraso nas linhas. Para resolver estes exemplares, Toledo (2005) utilizou um computador com processador Pentium IV com 2.8 GHz, enquanto o modelo DEMM foi aqui resolvido em um computador com processador Pentium IV com 3.2 GHz.

Tabela 6.39: Custos obtidos pelos modelos DEMM e PIDLPP na solução de um exemplar pequeno.

	Est. L.	Est. X.	Troca L.	Troca X	Atraso L.	Prod. L.	Prod. X.	Z
DEMM	2.955,0	-	560	2.000	0,0	18.769,0	13.111,4	37.395,4
PIDLPP	206,0	1.709,0	560	2.000	0,0	18.769,0	13.111,4	34.646,4

O modelo DEMM fornece uma solução 7,9 % mais custosa que a solução do modelo PIDLPP. O tempo de solução foi de 0,047 segundos. Não foi possível obter a distribuição dos tanques para as linhas do modelo PIDLPP, mas a Figura 6.11 apresenta o dimensionamento e o sequenciamento da produção das linhas. A Figura 6.12 representa a solução do modelo DEMM. Observando a máquina 1 na Figura 6.11, é possível notar que no período 2, a capacidade da linha é completamente utilizada, o que não ocorre na Figura 6.12 onde há tempos de troca nas linhas. O tempo de troca nos tanques consome uma unidade de tempo de capacidade, então na linha 1, períodos 1 e 2, Figura 6.12, a capacidade da linha não pôde ser utilizada totalmente, pois para produção de mais um lote seria necessário um *set up* no tanque e não há capacidade disponível. No modelo PIDLPP há flexibilidade de nestes casos utilizar o outro tanque para preparar o xarope em um sub-período anterior e portanto, evita o tempo de *set up* do tanque. Desta forma, a capacidade da linha é totalmente utilizada evitando os estoques

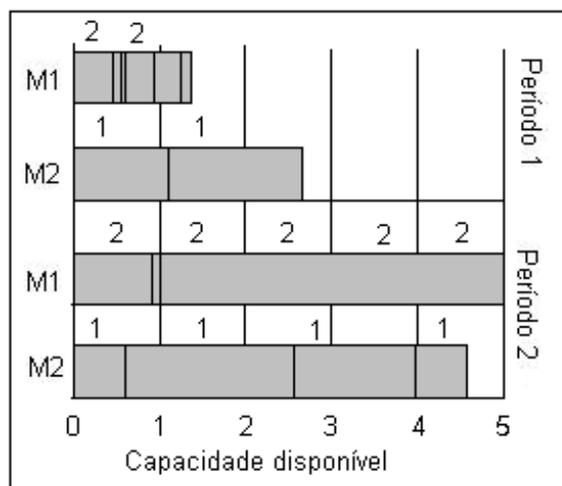


Figura 6.11: Programação da Produção fornecida pelo modelo PIDLPP.

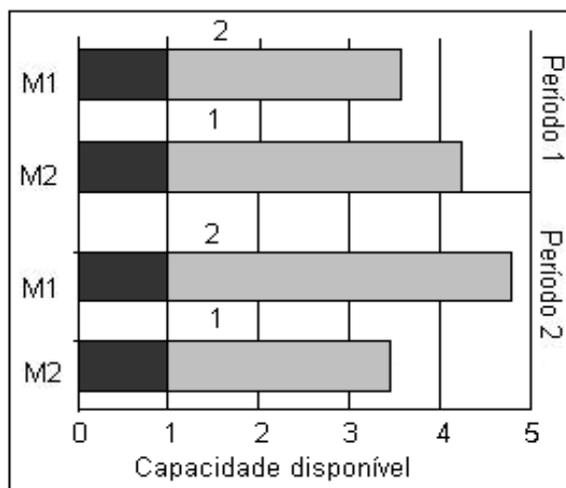


Figura 6.12: Programação da Produção fornecida pelo modelo DEMM.

Solução dos conjuntos de dados - Modelo DEMM

Conjunto 1 - exemplares pequenos

Na Tabela 6.40 são apresentadas as soluções obtidas pelo modelo DEMM para os exemplares pequenos. A primeira coluna da tabela (Ex.) apresenta o exemplar a que se referem as soluções, a segunda coluna (PIDLPP) mostra o valor da solução encontrada por Toledo (2005) com o modelo PIDLPP, a terceira coluna (DEMM) mostra a solução ótima encontrada com o modelo DEMM, na quarta coluna (Percentual) está calculado o percentual de melhoria da solução do modelo DEMM em relação a solução do modelo PIDLPP, a última coluna (Tempos seg.) mostra o tempo gasto na solução do modelo DEMM.

Tabela 6.40: Soluções de 10 exemplares de dimensões pequenas.

Exe.	PIDLPP	DEMM	Percentual	Tempos seg.
1	34.646,4	37.395,4	7,9	0,078
2	40.713,4	42.619,4	4,7	0,094
3	37.304,9		+	
4	32.875,2	33.375,2	1,5	0,265
5	29.538,8	32.575,8	10,3	0,5
6	24.615,0	24.615,0	0,0	0,078
7	33.646,3		+	
8	32.741,7	33.241,7	1,5	0,266
9	29.679,4	31.042,9	4,6	0,437
10	33.381,9	34.041,9	2,0	0,266

+ Solução infactível.

Para resolver os exemplares do modelo PIDLPP, implementado no *software* GAMS e

resolvido pelo CPLEX 7.0, são gastos em média 28,27 segundos, o menor e o maior tempo são respectivamente 1,02 segundo e 107,97.

Observando a Tabela 6.40, percebe-se que, nos exemplares resolvidos, o pior desempenho do modelo DEMM foi no exemplar 5, resultando numa solução 10,3% pior do que a do modelo PIDLPP. No caso dos exemplares 3 e 7, o modelo DEMM não foi capaz de gerar soluções factíveis. Isto ocorreu, porque a capacidade das linhas nestes casos é restrita, e para a produção dos lotes nas linhas são necessários mais de dois preparos de tanque. Cada troca de xarope, nestes exemplares, consome 1/5 da capacidade da linha, ou seja, dois preparos do tanque consomem 2/5 da capacidade, o que resulta em 3 unidades de tempo para produção. No modelo PIDLPP, estes tempos de *set up* podem ser eliminados, pois o xarope pode ser preparado em outro tanque. Por exemplo, a linha 1 utiliza metade da capacidade de um tanque em sua produção. A linha 2, utiliza um tanque e meio. Dado que neste conjunto de exemplares, há apenas um xarope, no modelo PIDLPP, o tanque da linha 1 pode ser utilizado em sua capacidade total. Parte do xarope é enviado para linha 1, e a outra parte fica armazenada para ser enviada a linha 2. E assim não há espera na linha 2 pelo preparo do restante de xarope necessário para sua produção.

Conjuntos 2 e 3 - exemplares médios e grandes

Como foi discutido na Seção 4.5, para que as soluções dos modelos DEMM e PIDLPP sejam comparáveis, é necessário que os conjuntos dos xaropes preparados nos tanques nos dois modelos sejam iguais. No caso dos exemplares de dimensões médias e grandes, obtidos de Toledo (2005), não é possível adaptar o conjunto β_m , uma vez que em alguns tanques ele é muito restrito (por exemplo, produz apenas um ou dois xaropes, enquanto as linhas precisam de vários xaropes). No entanto, no modelo DEMM supõe-se que em cada tanque m pode-se preparar todos os xaropes necessários para as bebidas produzidas na linha m . O tempo de troca de um xarope k para l foi considerado igual ao máximo dos tempos de troca destes xaropes nos M tanques nos dados da literatura. Em casos onde a troca não existe em nenhum tanque, este tempo foi considerado igual a 1 se $k = l$ e 2 se $k \neq l$, que é o padrão gerado por Toledo (2005), ou seja, adotou-se a situação mais desfavorável possível. Os custos de troca foram considerados da mesma maneira, isto é, igual ao máximo entre os custos de troca dos M tanques, ou seja, tomando-se também a situação mais desfavorável possível. Quando a troca não é definida nos dados disponíveis, se $k = l$ o custo é 1.000 e se $k \neq l$ o custo é 2.000, que é igual ao máximo

do intervalo de variação deste custo em Toledo (2005). Desta maneira os tempos e custos estão suficientemente penalizados. A proposta é verificar se uma mudança que tornasse os tanques mais flexíveis dedicados às linhas pudesse gerar soluções melhores do que com tanques mais restritos e não dedicados às linhas.

Em três exemplares obteve-se soluções melhores do que as reportadas em Toledo (2005), (que foram obtidas com um algoritmo genético), mostrando que estas modificações podem ser vantajosas. Em particular, no exemplar 7 do conjunto 3, obteve-se uma solução 28% melhor do que a de Toledo (2005), com economias nos custos de estoque, e trocas. Estes resultados ainda são preliminares; uma comparação mais efetiva entre as soluções dos dois modelos é um tópico para pesquisa futura.

7 Conclusões e Perspectivas Futuras

7.1 Conclusões

O objetivo desta tese é pesquisar modelos e métodos de solução para resolver o problema integrado de dimensionamento de lotes e sequenciamento da produção em fábricas de bebidas, como refrigerantes, chás, sucos, águas, etc. Foram propostos três modelos matemáticos, Modelo DEMM, Modelo DEMMaq e Modelo MEMM, para resolver o problema, considerando a necessidade de sincronia entre os dois estágios de xaroparia e envase do processo de produção. O modelo DEMM considera M linhas de envase e tanques dedicados as linhas. Os modelos DEMMaq e MEMM são relaxações do modelo DEMM. O modelo DEMMaq é um modelo mono-máquina, dois estágios com sincronia entre os estágios. Em um ambiente multi linhas, uma heurística baseada na solução de um modelo de otimização linear distribui a demanda entre os M modelos DEMMaq. O modelo MEMM considera várias linhas, com tanques dedicados, mas apenas as capacidades dos tanques é considerada. Logo, este modelo possui apenas o estágio de envase com restrições de capacidade para o preparo de xaropes. Este modelo retrata situações em que o gargalo de produção são as linhas de envase. Nos casos em que é importante considerar o sequenciamento dos tanques, como na Fábrica A, uma heurística que factibiliza a solução do modelo MEMM foi proposta.

Três fábricas foram estudadas, uma fábrica de grande porte, Fábrica A, uma de médio porte, Fábrica B e uma de pequeno porte, Fábrica C. Para resolver o problema, são estudadas variações de heurísticas *relax and fix* e o uso de algumas inequações válidas. Os testes computacionais foram realizados com três variações de parâmetros do *software* de otimização CPLEX 10. As abordagens propostas se mostraram competitivas quando as soluções são comparadas as soluções fornecidas pelas empresas. O tempo limite de solução é considerado razoável, uma vez que na prática a tarefa de dimensionar e sequenciar os lotes é feita com antecedência, e nas fábricas chega-se a gastar meio dia ou até um dia de trabalho para gerar um programa de produção.

Para resolver o modelo DEMM, a melhor estratégia foi a heurística *relax and fix* G2.7, com os parâmetros *default* do CPLEX, que apresentou bom desempenho nos experimentos realizados. Esta estratégia *relax and fix* particiona o problema por linhas, períodos e estágios,

e as variáveis de *set up* são fixadas apenas quando há produção nos sub-períodos. Em um exemplar fornecido pela Fábrica A, a solução fornecida foi aproximadamente 9% melhor que a solução da fábrica. A melhor solução fornecida pelo modelo DEMMaq foi ainda melhor, mais de 23% de redução do custo total da programação para este exemplar. Esta solução foi obtida pela estratégia G2.7 adaptada para este modelo. Mas a melhor solução de todas foi fornecida pelo modelo MEMM com a estratégia G2.1 sem planos de corte, com redução de 27,4% do custo total, o que pode ser expressivo considerando a escala dos processos industriais envolvidos. No total foram conseguidas 21 soluções melhores que a solução da Fábrica A. Testes impedindo atrasos também foram realizados, e 7 soluções sem atrasos com custo inferior ao custo de solução da empresa, também foram obtidas.

Outros testes com variações dos exemplares foram realizados e mostraram o bom desempenho das abordagens. Para o modelo DEMM, a estratégia G2.7 é a mais indicada. As estratégias apresentaram instabilidade na solução do modelo DEMMaq, de forma geral, pode-se dizer que a estratégia G2.4 teve bom desempenho. E para o modelo MEMM, a estratégia G2.1 teve um desempenho superior às outras estratégias em quase todos os testes. A partir destes experimentos, 10 exemplares referentes ao período de demanda de quase um ano da Fábrica A foram resolvidos por meio das abordagens recomendadas. Apesar de não ser possível comparar a solução dos modelos com as soluções da empresa neste período, devido à indisponibilidade de dados, os resultados mostraram que destas três estratégias, a estratégia G2.1 com o modelo MEMM resolve os exemplares com um percentual de até 50,1% de melhoria em relação ao modelo DEMM, e até 77,2% de melhoria em relação ao modelo DEMMaq. Estes resultados reforçam as observações dos experimentos anteriores.

Testes com as abordagens propostas também foram realizados com exemplares da Fábrica C, de pequeno porte. O modelo MEMM, que não considera o sequenciamento na xaroparia, foi aplicado a este caso, sem necessidade de modificações. A melhor estratégia obtida nos testes com a Fábrica A para este modelo foi utilizada e boas soluções, com e sem atrasos também foram obtidas para este problema real. Obteve-se soluções com até 53% de melhoria em relação à solução da Fábrica C.

A literatura sobre problemas de dimensionamento de lotes e sequenciamento da produção de bebidas, principalmente considerando sincronia entre estágios, é escassa. Apenas o trabalho de Toledo (2005) e Toledo *et al.* (2006a, 2006b) foi encontrado. No Capítulo 6 al-

guns testes preliminares foram realizados comparando os resultados das abordagens propostas em exemplares gerados aleatoriamente da literatura. A análise ficou prejudicada porque estes exemplares retratam situações diferentes das analisadas com dados reais nas Fábricas A e C. Por exemplo, o número de produtos não é tão grande em relação ao número de linhas de envase, os tempos de troca nos tanques são elevados em relação a capacidade disponível (ordem de 20%), e alguns tanques podem produzir conjuntos muito restritos de xaropes, limitando suas flexibilidades.

Uma perspectiva de pesquisa futura é comparar as abordagens propostas neste trabalho e as da literatura de forma mais efetiva, por exemplo, comparando-se as soluções obtidas em exemplares das empresas A, B e C, e também em exemplares gerados aleatoriamente com maior flexibilidade nos tanques, para verificar melhor a eficácia da estratégia de dedicação de tanque as linhas explorada neste trabalho.

7.2 Perspectiva para pesquisa futura

Ajustes nas estratégias testadas

Em função da dificuldade de obtenção de mais dados das fábricas, e da limitação de tempo para conclusão da tese, não foi possível testar de maneira mais efetiva todas as estratégias propostas em exemplares destas fábricas. No entanto, os resultados obtidos com os exemplares fornecidos mostram que os modelos são competitivos em relação as técnicas aplicadas na prática das empresas. A realização de experimentos computacionais adicionais que testem todas as estratégias propostas em fábricas com as dimensões das fábricas B e C, poderiam indicar outras estratégias mais eficientes na solução do problema de dimensionamento e sequenciamento da produção de bebidas, além do modelo MEMM com a estratégia G2.1 com TESTE 2.

Os resultados obtidos, principalmente com a fábrica de pequeno porte, onde o modelo MEMM retrata completamente a realidade da empresa, estimulam pesquisas futuras com a aplicação prática destas estratégias nas fábricas. Para o caso de fábricas maiores, nota-se que, conforme o número de linhas paralelas cresce, os modelos que dedicam linha a tanque subestimam a capacidade da xaroparia. Para tornar os modelos ainda mais competitivos e aplicáveis, seria interessante desenvolver ou reformular os modelos, para que a real capacidade da xaroparia seja considerada de forma mais precisa.

Os modelos propostos ainda podem ser melhorados. Por exemplo, o modelo DEM-Maq apresentou bons resultados em alguns exemplares com dados reais. Em casos em que não foi possível ajustar, de forma realista, a capacidade do modelo linear que distribui a demanda para as linhas, a estratégia fica em desvantagem em relação aos outros modelos. Seria interessante desenvolver uma heurística que consiga ajustar melhor a capacidade do modelo linear para que a utilização das máquinas seja mais balanceada.

Foi observado que algumas estratégias, como a estratégia G2.3, resultam frequentemente em soluções infactíveis, pois fixam o lote de produção. Um passo de reavaliação e ajuste destes lotes para remover a infactibilidade pode tornar esta estratégia mais aplicável e competitiva.

No modelo MEMM, foi observado que, mesmo não havendo produção em todos os sub-períodos, se uma variável y_{mls}^I é fixada para um sub-período no final do período, todos os outros sub-períodos anteriores terão suas variáveis y_{mls}^I assumindo valor 1, o que resulta em

infactibilidade quando a estratégia de factibilização é aplicada, devido a restrição de ordenação. Uma modificação nas estratégias poderia resolver o problema, como por exemplo incluir no modelo MEMM a restrição de ordenação, que apesar de dificultar o problema, como foi visto no Capítulo 6, poderia ser vantajosa se o modelo for resolvido pela estratégia *relax and fix* G2.1.

Tendo em vista a variação das soluções em função das modificações da geração de planos de corte e das estratégias de pré-processamento, supõe-se que a variação de outros parâmetros, como variação na busca da árvore do *branch and bound*, eliminação de apenas alguns tipos de planos de corte, inclusão de prioridade nas variáveis a serem ramificadas, entre outros parâmetros, possam resultar em ajustes que favoreçam a melhoria das soluções obtidas. Os testes realizados com as inequações válidas propostas no Capítulo 4 não estimularam o aprofundamento das pesquisas com estas inequações. Porém, um teste realizado com exemplares gerados aleatoriamente do modelo DEMM Não Sincronizado mostrou que excluir os planos de corte do CPLEX prejudica o desempenho do *software* (veja Tabelas H.5, H.6, H.8 e H.9 do Anexo H). Nos testes foram aplicadas 3 estratégias na solução dos exemplares, Estratégia 1 (padrões *default* CPLEX), Estratégia 2 (*default* sem planos de corte) e Estratégia 3 (Estratégia 2 com Inequações de Fluxo). Nos testes com os exemplares aleatórios da Fábrica A, Tabelas H.5, H.6, nota-se que em 7 dos 10 exemplares as melhores soluções são obtidas com as Estratégias 1 e 3, respectivamente. Nos testes das Tabelas H.8 e H.9, Fábrica C, a Estratégia 3 obtém as melhores soluções em 6 exemplares, diferentes para cada teste.

Estratégias que reformulam os modelos

Durante o desenvolvimento da tese, foram revisados métodos de solução que podem ser adaptadas e podem ajudar na solução dos modelos propostos. Uma destas abordagens está no trabalho de Wolsey (2001), onde o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes é visto como um problema de fluxo, em que a variável z_{ijt} indica o fluxo do nó i do período $t - 1$ para o nó j no período t .

Como foi discutido na Seção 5.2.2, pode-se afirmar que $\sum_i z_{ijt} = y_{jt}, \forall j, t$ e também que $\sum_j z_{ijt} = y_{i(t-1)} \forall j, t$. Além disto, pode-se definir o *start up* q_{it} em função das variáveis de troca, pois $q_{it} = y_{it} - z_{iit} = \sum_{j:j \neq i} z_{ijt}$, e a variável de *switch off* $w_{it} = y_{it} - z_{ii(t+1)} = \sum_{j:j \neq i} z_{ij(t+1)}$.

Em reunião com Wolsey (2006) foi sugerido que fosse testada uma reformulação das

variáveis de troca do modelo DEMM, para serem usadas inequações válidas para problemas de dimensionamento de lotes com *start up*. No caso do modelo DEMM, é necessário adaptar estas variáveis para os sub-períodos, e em relação a restrição $\sum y_{mjs} = 1$, que implica que as variáveis de troca sempre assumam valor um para algum item j em todos os sub-períodos.

Outra proposta interessante a ser testada é a reformulação do modelo afim de melhorar a qualidade da solução da relaxação linear. Em Johnson *et al.* (2000) entre outros autores é proposta uma reformulação onde as variáveis de estoque e as restrições de *set up* são modificadas e melhoram a solução da relaxação linear do problema de dimensionamento de lotes não capacitado com *set up*. De forma resumida, a reformulação consiste em:

Seja x_t a variável de produção do período t . Há um limite implícito para esta variável que é

$$x_t \leq \sum_{k=t}^T d_k = D_t \quad t = 1, \dots, T. \quad (7.1)$$

Dado que não existe atraso, a continuidade do estoque é dada pela restrição:

$$s_t = s_{t-1} + y_t - d_t, \quad t = 1, \dots, T. \quad (7.2)$$

Considerando o *set up* através da variável y_t , temos que

$$x_t \leq D_t y_t \quad t = 1, \dots, T. \quad (7.3)$$

Se as variáveis de *set up* forem relaxadas e os custos de *set up* forem positivos, obtém-se:

$$\frac{x_t}{D_t} = y_t \quad t = 1, \dots, T. \quad (7.4)$$

Portanto, se x_t é positiva e não está em seu limite superior, então y_t será fracionária. É possível eliminarmos as variáveis de estoque usando variáveis x_{tk} que representam a quantidade produzida no período t para atender a demanda no período k , onde $k \geq t$. A demanda do período t é então:

$$d_t = \sum_{k=t}^T x_{tk} \quad k = 1, \dots, T. \quad (7.5)$$

e as restrições de *set up* tornam-se

$$x_{tk} \leq d_k y_t \quad k = 1, \dots, T, \quad t = 1, \dots, k. \quad (7.6)$$

Com as novas variáveis e restrições, é possível então substituir a variável de estoque e tornar mais forte a relaxação linear do modelo. Para o modelo DEMM, é necessário considerar o atraso, e os vários itens e máquinas na definição destas novas variáveis. Denotemos por ψ_{jtk} a nova variável que representa o que foi produzido da bebida j no período t e utilizado para suprir a demanda do período k . Como há atraso, o índice t passa a variar em todo horizonte de planejamento $t = 1, \dots, T$. A variável ψ é associada a produção pela restrição:

$$\sum_{k=1}^T \psi_{jtk} = \sum_{m \in \lambda_j} \sum_{s \in S_t} x_{mjs} \quad j = 1, \dots, J, \quad t = 1, \dots, T. \quad (7.7)$$

Tendo em vista o atraso, a restrição (7.5) passa a ser

$$d_{jk} = \sum_{t=1}^T \psi_{jtk} \quad k = 1, \dots, T. \quad (7.8)$$

A restrição de *set up* (7.6) se torna

$$\psi_{jtk} \leq d_{jk} \sum_{m \in \lambda_j} \sum_{s \in S_t} y_{mjs} \quad j = 1, \dots, J \quad t = 1, \dots, T, \quad k = 1, \dots, T, \quad . \quad (7.9)$$

Pode-se, por exemplo, ao invés de substituir as variáveis de estoque, apenas incluí-las no modelo DEMM para que a estrutura do modelo não seja modificada. Outras estratégias de reformulação podem ser encontradas em Wolsey (2002).

Estratégias heurísticas para solução dos modelos

Dentre as aplicações de heurísticas, uma estratégia que pode fornecer bons resultados é uma heurística onde o Problema do Caixeiro Viajante Assimétrico -ATSP (*Assimetric Travelling Salesman Problem*) é resolvido em cada período e determina a sequência de produção dos itens. Nesta estratégia, primeiro é feito o dimensionamento dos lotes, e assim, aloca-se a demanda para cada período. Em seguida, um problema ATSP, sem proibição de sub-rotas é resolvido para cada período. A solução gerada pode conter sub-rotas. Neste caso, estas são identificadas e proibidas, e o problema é resolvido novamente. Ao final do processo uma heurística é aplicada para contabilizar os *set ups* entre os macro períodos. Em trabalho recente (Toso

et al., 2006a, 2006b), esta proposta é aplicada na solução de um problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes de ração animal, e os resultados preliminares foram encorajadores. As soluções da estratégia são comparadas a soluções obtidas com uma estratégia *ignore and fix*, inspirada nas estratégias *relax and fix*.

No caso do modelo DEMM, a estratégia deve ser adaptada para as várias máquinas e os dois estágios de produção. Uma proposta seria, na etapa de dimensionamento, resolver o problema multi-máquinas, e aplicar o ATSP para as máquinas de forma independente. Para os dois estágios, como estes são dependentes um do outro, uma sugestão é seqüenciar um dos níveis pelo ATSP, fixar as variáveis deste nível e verificar a factibilidade em relação ao outro estágio.

Sabendo da dificuldade de solução dos modelos, técnicas de Horizonte Rolante poderiam ser aplicadas. Finalmente, outra perspectiva interessante para pesquisa futura é o desenvolvimento de meta-heurísticas para resolver os três modelos propostos tais como, Algoritmo Genético, GRASP, *Simulated Annealing*, Busca Tabu. Também pode-se considerar a utilização de técnicas mais recentes para otimizar a solução do modelo no ambiente AMPL/CPLEX, como *Local Branching* (LB) (Fischetti e Lodi, 2003) e *Variable Neighborhood Search* (VNS) (Hansen *et al.*, 2006).

Referências

- [1] ABIR., Dados de Mercado-Refrigerantes, *Associação Brasileira das Indústrias de Refrigerantes e de Bebidas Não Alcoólicas*
<http://www.abir.org.br>. Último acesso em: 05/07/2006a.
- [2] ABIR., Refrigerantes: tendência de crescimento em 2006-Paulo Mozart, *Associação Brasileira das Indústrias de Refrigerantes e de Bebidas Não Alcoólicas*, 2006b.
<http://www.abir.org.br>. Último acesso em: 05/07/2006.
- [3] ABIR, Arquivos ABIR, Otimismo para a indústria de refrigerantes em 2005, 13 de maio de 2005. <http://www.abir.org.br>.
- [4] ABIR, Entrevista: Hoche José Pulcherio, 2004.
<http://www.abir.org.br>.
- [5] ANTHONY, R. N., *Planning and Control Systems: A framework for Analysis*, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1965, *apud* em Hax e Candea, 1984.
- [6] ARAUJO, S. A., ARENALES, M. N., CLARK, A. R. Joint Rolling-Horizon Scheduling of Materials Processing and Lot-Sizing with Sequence-Dependent Setups, aceito para publicação, *Journal of Heuristics*, 2006.
- [7] ARAÚJO, S. A., ARENALES, M.N. e CLARK, A.R., Dimensionamento de lotes e programação do forno numa fundição de pequeno porte, *Gestão & Produção*, vol. 11, 2, p. 165-176, 2004.
- [8] ARAÚJO, S.A. *Modelos e métodos para o planejamento e programação da produção aplicados no setor de fundições*, Tese de doutorado, Universidade de São Paulo, ICMC, São Carlos, 2003.
- [9] ARAÚJO, S. A., ARENALES, M.N. Problema de Dimensionamento de Lotes Monoestágio com Restrição de Capacidade: Modelagem, Método de Resolução e Resultados Computacionais. *Pesquisa Operacional SOBRAPO*, vol. 20, p.287-306, 2000.

- [10] BAHL H.C., RITZMAN L.P. e GUPTA J.N.D. Determining Lot Sizes and Resource Requirements: A Review, *Journal of Operational Research Society*, 35(3), 329-345, 1987.
- [11] BARANY I., VAN ROY T., WOLSEY L. Uncapacitated Lot-Sizing: The convex hull of solutions, *Mathematical Programming Study*, North Holland, 22, 32-43, 1984.
- [12] BAKER K. R., *Introduction to sequencing and scheduling*, New York: John Wiley, 1974.
- [13] BAZARRA, M.J., JARVIS, J.J. e SHERALI, H.D. Linear Programming and Network Flows, John Wiley & Sons, N.Y., 1990.
- [14] BELVAUX G. e WOLSEY L.A. Modelling practical lot-sizing problems as mixed integer programs, *Management Science*, 47, 993-1007, 2001.
- [15] BELVAUX G. e WOLSEY L.A. bc-prod: A specialized Branch and Cut system for lot-sizing Problem, *Management Science*, 46(5), 724-738, 2000.
- [16] BERTSIMAS D. e TSITSIKLIS J.N., *Introduction to Linear Optimization*, Athena Scientific, 1997.
- [17] BILLIGTON,P.J., BLACKBURN, J.D., MAES, J., MILLEN, R.A. e VAN WASSENHOVE, L. Multi-item Lotsizing in Capacitated Multi-stage Serial Systems, *IIE Transactions*, 26 (2), 12-18, 1994, *apud* em ARAÚJO e ARENALES (2000).
- [18] BITRAN G.R. e YANASSE H.H., Computational Complexity of the Lot Size Problem, *Management Science*, 28(10), 1174-1186, 1982.
- [19] BRAHIMI, N., DAUZEREPERES, S., NAJID, N.M., NORDLI, A., Single item lot sizing problems, *European Journal of Operational Research*, 168, 1-16, 2006.
- [20] BROOKE, A.; KENDRICK, D.; MEERAUS, A.: *Release 2.25 GAMS - A User's Guide*. The Scientific Press, San Francisco, 1992.
- [21] Hybrid heuristics for planning lot setups and sizes, *Computers & Industrial Engineering*, v. 45, 545-562, 2003.

- [22] CLARK, A. R. e CLARK, S. J., Rolling-horizont lot-sizing when set-up times are sequence-dependent, *International Journal of Production Research*, vol. 38, 10 ,2287-2307, 2000.
- [23] CHENG, T.C.E., DING,Q. e LIN,B.M.T., A concise survey of scheduling with time-dependent processing time, *European Journal of Operational Research*, 152, 1-13, 2004.
- [24] CONSTANTINO M. A polyhedral approach to a production planning problem, *Annals of Operations Research*, 96 , 75-95, 2000.
- [25] CONSTANTINO M. A cutting plane approach to capacitated lot-sizing with start-up costs, *Mathematical Programming*, 75 , 353-376, 1996.
- [26] COOK W.J., CUNNINGHAM W.H., PULLEYBLANK e SCHRIJVER A., *Combinatorial Optimization*, John Wiley & Sons, 1998.
- [27] CORDIER C., MARCHAND H. e LAUND R., bc-opt: A Branch and Cut code for mixed integer programs, *Mathematical Programming*, 86 , 335-354, 1999.
- [28] DANNA, E., ROTHBERG, E. e Le PAPE, C., Exploring relaxation induced neighborhoods to improve MIP solutions, *Mathematical Programming*, Ser.A 102, 71-90, 2005.
- [29] DARBY-DOWMAN, K. e RANGEL, S. The Application of Preprocessing and Cutting Planes for a Class of Production Planning Problems, *Computational Optimization and Applications*, Vol. 11, 297-318, 1998.
- [30] DASH OPTIMIZATION, *Applications of Optimization with XpressMP*, Tradução para o inglês de Programmation Linéaire de C. Guéret, C. Prins E M. Sevaux, Dash Optimization Ltda, 2000,
- [31] DILLENBERGER C., ESCUDERO L. F. e WU ZHANG A.W. On practical resource allocation for production planning and scheduling with period overlapping setups, *European Journal of Operational Research*, 75, 275-286, 1994.
- [32] DREXL A. e HAASE K. Proportional Lotsizing and Scheduling, *International Journal of Production Economics*, 40, 73-87, 1995.

- [33] DREXL A. e KIMMS A. Lot Sizing and Scheduling - Survey and Extensions, *European Journal of Operational Research*, 99, 221-235, 1997.
- [34] ESCUDERO L. F. e SALMERON J. On a Fix-and-Relax framework for a Class of Project Scheduling Problems, *Annals of Operations Research*, 140, 163-188, 2005.
- [35] FEDERGRUEN A., MEISSNER J. e TZUR M., Progressive interval heuristics for multi-item capacitated lot sizing problems, *Operations Research* (aceito), 2004.
- [36] FERREIRA, D. - *Um Modelo de Dimensionamento de Lotes Aplicado à Indústria de Bebidas*, Dissertação de Mestrado, Programa de Pós Graduação em Matemática Aplicada, IBILCE , UNESP, Campus de S.J. do Rio Preto, 111 p. , 2002.
- [37] FERREIRA C.E. e WAKABAYASHI Y. - *Combinatória Poliédrica e Planos de Corte Faciais*, ed. IMECC-UNICAMP, Campinas-SP, 1996.
- [38] FISCHETTI, M., e LODI, A., Local Branching, *Mathematical Programming*, Ser.B 98, 23-47, 2003.
- [39] FLEISCHMANN B. The Discrete Lot-sizing and Scheduling Problem, *European Journal of Operational Research*, 44, 337-348, 1990.
- [40] FLEISCHMANN B. e MEYR H. The General Lotsizing and Scheduling Problem, *OR Spektrum*, 19 , 11-21, 1997.
- [41] FLORIAN, M., LENSTRA, J.K., RINNOY KAN, A.H.G., Deterministic Production Planning Algorithms and Complexity, *Management Science*, 26 (7), p. 669-679.
- [42] FOURER, R., GAY, M.D., e KERNIGHAN, B.W., *AMPL - A Modeling Language for Mathematical Programming*, The Scientific Press, Danvers, Massachusetts, 1993.
- [43] GAMA, C., O barato que sai caro, No Olhar O poster e a política, 23 Novembro, 2004. Disponível em: <http://www.noolhar.com/colunas/posterpolitica/420936.html>.
- [44] GUAN, Y., AHMED, S., NEMHAUSER G. L. e MILLER, A. J., A branch-and-cut algorithm for the uncapacitated stochastic lot-sizing problem, *Mathematical Programming*, Ser. A 105, 55-84, 2006.

- [45] GUNLUK, O. e POCHET, Y., Mixing mixed-integer inequalities, *Mathematical Programming*, vol. 90, n. 3, 429-458, 2001.
- [46] GUPTA D., MAGNUSSON, T. The capacitated lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent setup costs and setup times, *Computers & Operations Research*, 32, 727-747, 2005.
- [47] GUTIÉRREZ, J.C., e PIZZOLATO, N.D. Desenvolvimento e aplicação de um modelo heurístico para a programação de lotes econômicos de produção (ELSP) com tempos e custos de setup dependentes da seqüência, Anais do XXXVI SBPO, São João Del Rei, MG, novembro, 2004.
- [48] HAASE K. e KIMMS A. Lot Sizing and Scheduling With Sequence-dependente Setup Costs and Times and Efficient Rescheduling Opportunities, em Int. J. Production Economics, 66, 159-169, 2000.
- [49] HAESSLER, R. W. An Improved Extended Basic Period Procedure for Solving the Economic Lot Scheduling Problem, *AIIE Transactions*, 11,4, 1979.
- [50] HANSEN, P. MLADENOVIĆ, N., e UROŠEVIĆ, Variable neighborhood search and local branching, *Computers & Operations Research*, 33, 3034-3045, 2006.
- [51] HAX, A., CANDEA, D. *Production and inventory management*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J, 1984.
- [52] HOFFMAN, K.L., Combinatorial optimization: current successes and directions for the future, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 124, 1-2, pp.341-360, 2000.
- [53] ILOG - Using the CPLEX Callable Library, Copyright, ILOG, 2001.
- [54] JONHSON, L.A., MONTGOMERY, D.C., Progress in Linear Programming-Based Algorithms for Integer Programming: An Exposition, INFORMS, Journal on Computing, Vol. 12, n.1, 2000.
- [55] JONHSON, A. E.L., NEMHAUSER, G.L. e SAVELSBERGH M.W.P. On the Polyhedral Structure of a Multi-Item Production Planning Model with Setup Times, *Mathematical Programming*, 94, 375-405, 2003.

- [56] KARIMI, B., FATEMI GHOMI, S.M.T. e WILSON, J.T. The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms, *OMEGA The International Journal of Management Science*, 31, 365-378, 2003.
- [57] KELLY, J. D. e MANN, J.L. Flowsheet decomposition heuristic for scheduling: A Relax and Fix Method, *Computers & chemical engineering*, 28, No 11, 2193 - 2200, 2004.
- [58] KIMMS A., A genetic algorithm for multi-level, multi-machine lot sizing and scheduling, *Computers & Operations Research*, 26, 829-848, 1999.
- [59] KUIK, R., SALOMON, M. e WASSENHOVE, L. Batching Decisions: Structure and Models, *European Journal of Operational Research*, 75, 234-263, 1994.
- [60] LAFIS empresa de consultoria, relatório requisitado pela Indústria de Bebidas Ipiranga Ribeirão Preto, 2003.
- [61] LINDO SYSTEMS *Lingo - The Modeling Language and Optimizer*, versão 6.0, 1999.
- [62] LUCHE, J. R., *Otimização na programação da produção de grãos eletrofundidos: um estudo de caso*, Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de produção, Universidade de São Carlos, 117 p., 2003.
- [63] LUCHE, J. R., MORABITO, R. Otimização na programação da produção de grãos eletrofundidos: Um estudo de caso, *Gestão & Produção*, v. 12, n. 1, 135-149, 2005.
- [64] MAES, J., e VAN WASSENHOVE, L.N., Capacitated Dynamic Lotsizing Heuristics for Serial Systems, *International Journal of Production Research*, 29 (6), 1235-1249, 1991.
- [65] MAES, J., McCLAIN, J. O., e VAN WASSENHOVE, L.N., Multilevel capacitated lot-sizing complexity and LP-based heuristics, *European Journal of Operational Research*, 53, 131-148, 1991.
- [66] MANNE A. S. On the job-shop scheduling problem, *Operations Research*, Vol. 8, 219-223, 1960.
- [67] MARCHAND H., MARTIN A., WEISMANTEL R., WOLSEY L., Cutting planes in integer and mixed integer programming, *Discrete Applied Mathematics*, 123 , 397-446, 2002.

- [68] MAXIMAL SYSTEM, *MPL Modeling System*, Maximal Software, versão 4.0, 1998.
- [69] MEYR H. Simultaneous lotsizing and scheduling on parallel production lines, *European Journal of Operational Research*, 39, 277-292, 2002.
- [70] MEYR H., Simultaneous Lotsizing and Scheduling by Combining Local Search with Dual Reoptimization, *European Journal of Operational Research*, 120, 311-326, 2000.
- [71] MILLER A. J., NEMHAUSER, G.L. e SAVELSBERGH M.W.P. On the Polyhedral Structure of a Multi-Item Production Planning Model with Setup Times, *Mathematical Programming*, 94, 375-405, 2003.
- [72] MILLER A. J., NEMHAUSER, G.L. e SAVELSBERGH M.W.P. Solving Multi-Item Capacitated Lot-Sizing Problems with Setup Times by Branch-and-Cut, CORE-discussion DP 2000/39, Université Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, August 2000.
- [73] MILLER A. e WOLSEY L.A., Tight formulations for some simple mixed integer programs and convex objective integer programs, *Mathematical Programming*, B 98, 73-88, 2003.
- [74] MOKOTOFF, E. and CHRÉTIENNE, P. A cutting plane algorithm for the unrelated parallel machine scheduling problem, *European Journal of Operational Research*, 141 515-525, 2002.
- [75] NAHMIAS, S., *Production an Operations Analisis*, Irwin, Hoewood, IL, 1995.
- [76] NEDER, T. *Refrigerante é remédio*, 7:51 PM, Setembro 9, 2004.
<http://www.comida.blogger.com.br>
- [77] NEIT-Núcleo de Economia Industrial e da Tecnologia, Panorama Setorial: Indústria de Bebidas, Boletim, n.4, maio de 2004.
- [78] NEMHAUSER G.L. e WOLSEY L.A. *Integer and Combinatorial Optimization*, John Wiley & Sons, 1988.
- [79] PADBERG M., Classical cuts for mixed-integer programming and branch-and-cut, *Mathematical Methods of Operations Research*, 53, 173-203, 2001.

- [80] PADBERG M. e RINALDI G., A Branch-and-Cut Algorithm for the Resolution of Large-Scale Symmetric Traveling Salesman Problems, *Society for Industrial and Applied Mathematics*, 33 (1), 60-100, 1991.
- [81] PARKER R.G. e RARDIN R. L. *Discrete Optimization*, Academic Press, New York, 1988.
- [82] PEDROSO, J. P. e KUBO, M. Hybrid Tabu Search for lot sizing problems, *Capítulo em Lecture Notes in Computer Science*, vol. 3636, Springer, Berlin, 2005.
- [83] PEDROSO, J. P. Tabu Search for mixed integer programming, Technical Report Series DCC-2004-02, LIACC, Universidade do Porto, 2004.
- [84] PINEDO, M, *Scheduling - Theory, Algorithms and Systems*. Prentice Hall, 1995.
- [85] POCHET Y., e VAN VYVE M., A general heuristic for production planning problems, *Journal on Computing*, vol. 16, n. 3, 316-327, 2004.
- [86] POCHET Y., VAN VYVE M., e WOLSEY L. A. LS-LIB: a Library of Reformulations, Cut Separation Algorithms and Primal Heuristics in a High-Level Modeling Language for Solving MIP Production Planning Problems, CORE DISCUSSION PAPER, 2005/47.
- [87] POCHET Y. e WOLSEY L. A. Solving Multi-item Lot-Sizing Problems using strong cutting planes, *Management Science*, vol 37, No 1, Janeiro, 53-67, 1991.
- [88] PUCCINI A.L. e PIZZOLATO N.D. *Programação Linear*, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., RJ, SP, 1987.
- [89] RANGEL, S. e FERREIRA, D. Um Modelo de Dimensionamento de Lotes Aplicado à Indústria de Bebidas, *TEMA - Tendências em Matemática Aplicada*, 2003.
- [90] RECALL, O brilho das pequenas marcas, ano 4, n.49, 2002. Disponível em: [http :
//www.fonte.jor.br/pagina_indice.asp?iditem = 149](http://www.fonte.jor.br/pagina_indice.asp?iditem = 149).
- [91] REEVES C. (editor) *Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems*, John Wiley & Sons, 1993.
- [92] SALKIN H.M., e MATHUR K., *Foundations of Integer Programming*, North Holland, 1989.

- [93] SALOMON M., KROON L.G., KUIK L., e VAN WASSENNHOVE L.N., Some extensions of discrete lotsizing and scheduling problem, *Management Science*, 37, 801-812, 1991.
- [94] SCHRAGE L. *Optimization Modeling with Lingo*, Lindo Systems, 2001.
- [95] SHAPIRO. J.F., Mathematical Programming Models and Methods for Production Planning and Scheduling, *Handbooks in Operational Research and Management Science*, editado por Graves, S.C. *et al.*, vol. 4, ed. Elsevier,pg. 371-443, 1993.
- [96] SIKORA, R., CHHAJED, D. e SHAW, M.J., Integrating the lot-sizing and sequencing decisions for scheduling a capacitated flow line, *Computers & Industrial Engineering*, 30 (4), 659-679, 1996.
- [97] SINGH, H. and FOSTER, J.B., Production Scheduling with Sequence Dependent Setup Costs, *IIE Transactions*, 19, 1, 1987.
- [98] STAGGEMEIER, A.T. e CLARK, A.R., A survey of lot-sizing and scheduling models, Anais do XXXIII SBPO, Campos do Jordão, SP, novembro, 938-947, 2001.
- [99] THOMAS, L. J. e McCLAIN, J.O., An Overview of Production Planning, *Handbooks in Operational Research and Management Science*, editado por Graves, S.C. *et al.*, vol. 4, ed. Elsevier,pg.333-369, 1993.
- [100] TRIGEIRO W.W., THOMAS L.J. e McCLAIN J.O. Capacitated Lot Sizing With Setup Times, *Management Science*, 35(3), 353-366, 1989.
- [103] TOLEDO, C.F.M., FRANÇA, P. M., MORABITO, R. e KIMMS, A., Um modelo de otimização para o problema integrado de dimensionamento de lotes e programação da produção em fábricas de refrigerantes, aceito para publicação, *Pesquisa Operacional*, 2006a.
- [102] TOLEDO, C.F.M., FRANÇA, P. M., MORABITO, R. e KIMMS, A., A multi-population genetic algorithm to solve the synchronized and integrated two-level lot sizing and scheduling problem, submetido para publicação, 2006b.

- [103] TOLEDO, C.F.M., Problema Conjunto de Dimensionamento de Lotes e Programação da Produção, Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade de Campinas, Campinas, Setembro, 2005.
- [104] TOSO, E. ; MORABITO, R. e CLARK A. R., Lot-Sizing and Sequencing Optimisation at an Animal-Feed Plant, submetido para publicação, 2006a.
- [105] TOSO, E.V. ; CLARK A. R., e MORABITO, R. Multi-period Production Setup-sequencing and Lot-sizing through ATSP Subtour Elimination and Patching, submetido para publicação, 2006b.
- [106] TOSO, E.V. ; MORABITO, R. . Otimização do dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção: Estudo de caso numa fábrica de rações. *Gestão & Produção*, v. 12, n. 2, 203-217,2005.
- [107] TOSO, E.V., Otimização do problema integrado de dimensionamento de lotes e programação da produção: Estudo de caso na indústria de rações, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de São Carlos, Departamento de Engenharia de Produção, São Carlos, Novembro, 2003.
- [108] VANDERBEI R.J., *Linear Programming - Formulations and Extensions*, Kluwer Academic Publishers,2a ed.,2001.
- [109] WAGNER, H.M. e WHITIN, T.M., Dynamic Version of the Economic Lot Size Model, *Management Science*, Vol.5, n.1, 89-96, 1958.
- [110] WILLIAMS H.P., *Model Building in Mathematical Programming*, John Wiley & Sons, 3a ed., 1993.
- [111] WINSTON, W., *Operations Research: Applications and algorithms*. PWS-Kent, Boston, 1991.
- [112] WOLSEY, L.A. Reunião Técnica, Deisemara Ferreira, Socorro Rangel, Cid de Souza IC/UNICAMP, Campinas, 08 de agosto de 2006.
- [113] WOLSEY, L.A. Strong formulations for mixed integer programs: valid inequalities and extended formulations, *Mathematical programming*, Series B, 423-447, 2003.

- [114] WOLSEY, L.A., Solving Multi-item Lot-Sizing Problems with an MIP Solver Using Classification and Reformulation, *Management Science*, 48, 12, 1587-1602, 2002.
- [115] WOLSEY, L.A., *Integer Programming*, John Wiley & Sons, 1998.
- [116] WOLSEY, L.A., MIP modelling of changeovers in production planning and scheduling problems, *European Journal of Operational Research*, 99, 154-165, 1997.
- [117] WOLSEY, L.A., Valid inequalities for 0-1 knapsack and MIPs with generalized upper bound constraints. *Discrete Applied Mathematics*, 29, 251-261, 1990.

A - Modelo PIDLPP

A seguir é apresentado o modelo PIDLPP, extraído de Toledo (2005) e Toledo *et al* (2006a).

Parâmetros gerais

T : Número de macro-períodos.

C : Capacidade (em unidades de tempo) dentro de um macro-período.

T^m : Número de sub-períodos por macro-períodos.

C^m : Capacidade (em unidades de tempo) dentro de um sub-período ($C = T^m C^m$).

ϵ : Um número real positivo suficientemente pequeno.

B Um número real positivo suficientemente grande.

Parâmetros para as Linhas de Produção

J : número de produtos.

L : número de linhas em paralelo.

L_j : conjunto de linhas nas quais o produto j pode ser produzido.

S : número máximo de lotes por macro-período, ou seja, número de lotes.

d_{jt} : demanda pelo produto j no final do macro-período t .

s_{ijl} : custo de troca dependente da seqüência de produção do produto i para o produto j na linha l ($s_{jjl} = 0$).

h_j : custo de estoque para cada unidade do produto j que permanece em estoque ao final de um macro-período.

v_{jl} : custo de produção de uma unidade do produto j na linha l .

p_{jl} : tempo de processamento de uma unidade do produto j na linha l (hipótese: $p_{jl} \leq C^m$)

$x_{jl0} = 1$, se a linha l está ajustada inicialmente para o produto j .

σ'_{ijl} tempo de troca (setup time) para ajustar a linha l a partir do produto i para o produto j (hipóteses: $\sigma'_{ijl} \leq C$; $\sigma'_{jjl} = 0$)

ω_{l1} tempo de troca para o primeiro lote na linha l no macro-período 1 que já foi executado antes do macro-período 1 começar (Observação: se $\omega_{l1} > 0$, então os valores x_{jl1} são conhecidos e estas variáveis devem ser ajustadas adequadamente).

I_{j0} estoque inicial do produto j .

Variáveis de decisão para as Linhas de Produção

$z_{ijls} = 1$, indica se a linha l é ajustada a partir do produto i para j no início do lote s ; 0, caso contrário (definir $z_{ijls} \geq 0$ é suficiente)

I_{jt} quantidade de produto j em estoque no final do macro-período t .

q_{jls} quantidade do produto j produzido na linha l no lote s

$x_{jls} = 1$ se o lote s na linha l pode ser usado para produzir o produto j ; 0, caso contrário.

$u_{ls} = 1$ se uma quantidade é efetivamente produzida no lote s na linha l ; 0, caso contrário.

σ_{ls} tempo de troca na linha l no início do lote s .

ω_{lt} tempo de troca gasto antes do primeiro lote na linha l no macro-período t que é programado ao final do macro-período $t - 1$.

$x_{ls\tau}^E = 1$, se o lote s na linha l termina no sub-período τ .

$x_{ls\tau}^B = 1$, se o lote s na linha l começa no macro período τ .

δ_{ls} tempo no primeiro sub-período do lote s que é reservado para tempo de troca e tempo ocioso.

q_j^0 quantidade de produto j que deixará de ser produzida, ou seja, será positiva toda vez que a demanda do produto j não for satisfeita.

Parâmetros para os Tanques

\bar{J} número de xaropes.

\bar{L} número de tanques paralelos.

\bar{L}_j Conjunto de tanques nos quais o xarope j pode ser armazenado.

\bar{S} número máximo de lotes por macro-período.

\bar{s}_{ijk} custo de troca do xarope i para o xarope j no tanque k .

\bar{h}_j custo de estoque para cada unidade do xarope j que permanece no tanque ao final de um macro-período.

\bar{v}_{jk} custo de produção para cada unidade do xarope j utilizada no tanque k .

$\bar{x}_{jk0} = 1$, se o tanque k é ajustado para o xarope j no início do horizonte de planejamento.

$\bar{\sigma}'_{ijk}$ tempo de troca do xarope i para o xarope j gasto no tanque no tanque k . (hipótese $\bar{\sigma}'_{ijk} \leq C$ e $\bar{\sigma}'_{ijk}$ é um inteiro múltiplo de C^m)

$\bar{\omega}_{k1}$ tempo de troca do primeiro lote no tanque k no macro-período 1 realizado antes do macro-período 1 começar.

(Obs: se $\bar{\omega}_{k1} > 0$ os valores \bar{x}_{jk1} são conhecidos e devem ser ajustados).

\bar{I}_{jk0} estoque inicial do xarope j no tanque k .

\bar{Q}_k capacidade máxima do tanque k .

\underline{Q}_k capacidade mínima do tanque k .

Variáveis de decisão para os Tanques

$\bar{z}_{ijk s} = 1$, indica se o tanque k é ajustado a partir do xarope i para o xarope j no início do lote s ; 0, caso contrário ($\bar{z}_{ijk s} \geq 0$ é suficiente)

$\bar{I}_{jk\tau}$ quantidade de xarope j no tanque k ao final do sub-período τ .

\bar{q}_{jks} quantidade de xarope j armazenada no tanque k no lote s .

$\bar{q}_{jks\tau}$ quantidade de xarope j armazenada no tanque k no lote s no sub-período τ .

$\bar{x}_{jks} = 1$, se o lote s pode ser usado para armazenar o xarope j no tanque k ; 0, caso contrário.

$\bar{u}_{ks} = 1$, se o lote s é usado para armazenar xarope no tanque k ; 0, caso contrário.

$\bar{\sigma}_{ks}$ tempo de troca gasto no tanque k no início do lote s .

$\bar{\omega}_{kt}$ tempo de troca programado no tanque k ao final do macro-período $t - 1$.

$\bar{x}_{ks\tau}^E = 1$, se o tempo de troca para o xarope no lote s do tanque k termina no sub-período τ .

$\bar{x}_{ks\tau}^B = 1$, se o tempo de troca para o xarope no lote s do tanque k começa no sub-período τ .

Parâmetros para ajustar Linhas de Produção e Tanques

r_{ji} fator de conversão que determina a quantidade de xarope j necessária para produzir uma unidade do produto i .

Variáveis de decisão para ajustar Linhas de Produção e Tanques

$q_{kjl_s\tau}$ quantidade de produto j produzida na linha l , sub-período τ e que pertence ao lote s que utiliza xarope do tanque k .

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^J \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L \sum_{s=1}^{T \cdot S} s_{ijl} z_{ijls} + \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T h_j I_{jt} + \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^L \sum_{s=1}^{T \cdot S} v_{jl} q_{jls} + \sum_{i=1}^{\bar{J}} \sum_{j=1}^{\bar{J}} \sum_{k=1}^{\bar{L}} \sum_{s=1}^{T \cdot \bar{S}} \bar{s}_{ijk} \bar{z}_{ijks} \\ & + \sum_{j=1}^{\bar{J}} \sum_{k=1}^{\bar{L}} \sum_{t=1}^T \bar{h}_j \bar{I}_{jk,t \cdot T^m} + \sum_{j=1}^{\bar{J}} \sum_{k=1}^{\bar{L}} \sum_{s=1}^{T \cdot \bar{S}} \bar{v}_{jk} \bar{q}_{jks} + B \sum_{j=1}^J q_j^0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{jls} = 0 \quad & j = 1, \dots, J \\ & l \in \{1, \dots, L\} \setminus L_j \\ & s = 1, \dots, T \cdot S \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^J x_{jls} = 1 \quad & l = 1, \dots, L \\ & s = 1, \dots, T \cdot S \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{aligned} p_{jl} q_{jls} \leq C x_{jls} \quad & j = 1, \dots, J \\ & l = 1, \dots, L \\ & s = 1, \dots, T \cdot S \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

$$\begin{aligned} z_{ijls} \geq x_{jls} + x_{il,s-1} - 1 \quad & i, j = 1, \dots, J \\ & l = 1, \dots, L \\ & s = 1, \dots, T \cdot S \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{aligned} \sigma_{ls} = \sum_{i=1}^J \sum_{j=1}^J \sigma'_{ijl} z_{ijls} \quad & l = 1, \dots, L \\ & s = 1, \dots, T \cdot S \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{aligned} \omega_{lt} \leq \sigma_{l,(t-1)S+1} \quad & l = 1, \dots, L \\ & t = 1, \dots, T \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{aligned} t \cdot C - \sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} C^m \tau x_{l,t \cdot S, \tau}^E \geq \omega_{l,t+1} \quad & l = 1, \dots, L \\ & t = 1, \dots, T - 1 \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

$$\sum_{s=(t-1)S+1}^{t \cdot S} (\sigma_{ls} + \sum_{j=1}^J p_{jl} q_{jls}) \leq C + \omega_{lt} \quad \begin{array}{l} l = 1, \dots, L \\ t = 1, \dots, T \end{array} \quad (\text{A.8})$$

$$I_{j1} = I_{j0} + q_j^0 + \sum_{l=1}^L \sum_{s=1}^S q_{jls} - d_{j1} \quad j = 1, \dots, J \quad (\text{A.9})$$

$$I_{jt} = I_{j,t-1} + \sum_{l=1}^L \sum_{s=(t-1)S+1}^{t \cdot S} q_{jls} - d_{jt} \quad \begin{array}{l} j = 1, \dots, J \\ t = 2, \dots, T \end{array} \quad (\text{A.10})$$

$$\begin{aligned} & \sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} C^m \tau x_{ls\tau}^E \\ - & \sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} C^m \tau x_{l,s-1,\tau}^E \geq \sigma_{ls} + \sum_{j=1}^J p_{jl} q_{jls} \end{aligned} \quad \begin{array}{l} l = 1, \dots, L \\ t = 1, \dots, T \\ s = (t-1)S + 2, \dots, t \cdot S \end{array} \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{aligned} & \sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} C^m \tau x_{l,(t-1)S+1,\tau}^E \\ \geq & (t-1)C + \sigma_{l,(t-1)S+1} - \omega_{lt} + \sum_{j=1}^J p_{jl} q_{jl,(t-1)S+1} \end{aligned} \quad \begin{array}{l} l = 1, \dots, L \\ t = 1, \dots, T \end{array} \quad (\text{A.12})$$

$$\sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} x_{ls\tau}^E = 1 \quad \begin{array}{l} l = 1, \dots, L \\ t = 1, \dots, T \\ s = (t-1)S + 1, \dots, t \cdot S \end{array} \quad (\text{A.13})$$

$$\sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} x_{ls\tau}^B = 1 \quad \begin{array}{l} l = 1, \dots, L \\ t = 1, \dots, T \\ s = (t-1)S + 1, \dots, t \cdot S \end{array} \quad (\text{A.14})$$

$$\sum_{j=1}^J p_{jl} q_{jls} \leq C u_{ls} \quad \begin{array}{l} l = 1, \dots, L \\ s = 1, \dots, T \cdot S \end{array} \quad (\text{A.15})$$

$$\epsilon u_{ls} \leq \sum_{j=1}^J q_{jls} \quad \begin{array}{l} l = 1, \dots, L \\ s = 1, \dots, T \cdot S \end{array} \quad (\text{A.16})$$

$$\sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} \tau x_{ls\tau}^E - \sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} \tau x_{ls\tau}^B \leq T^m u_{ls} \quad \begin{array}{l} l = 1, \dots, L \\ t = 1, \dots, T \\ s = (t-1)S + 1, \dots, t \cdot S \end{array} \quad (\text{A.17})$$

$$\sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} \tau x_{ls\tau}^B - \sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} \tau x_{ls\tau}^E \leq u_{ls} \quad \begin{array}{l} l = 1, \dots, L \\ t = 1, \dots, T \\ s = (t-1)S + 1, \dots, t \cdot S \end{array} \quad (\text{A.18})$$

$$\sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} \tau x_{ls\tau}^B - \sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} \tau x_{l,s-1,\tau}^E \leq T^m u_{ls} \quad \begin{array}{l} l = 1, \dots, L \\ t = 1, \dots, T \\ s = (t-1)S + 2, \dots, t \cdot S \end{array} \quad (\text{A.19})$$

$$\sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} \tau x_{l,(t-1)S+1,\tau}^B - ((t-1)T^m + 1) \leq T^m u_{l,(t-1)S+1} \quad \begin{array}{l} l = 1, \dots, L \\ t = 1, \dots, T \end{array} \quad (\text{A.20})$$

$$u_{ls} \geq u_{l,s+1}$$

$$\begin{array}{l} l = 1, \dots, L \\ t = 1, \dots, T \\ s = (t-1)S + 1, \dots, t \cdot S - 1 \end{array} \quad (\text{A.21})$$

$$\epsilon u_{ls} + \sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} C^m \tau x_{ls\tau}^E - \sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} C^m \tau x_{ls\tau}^B \leq \sum_{j=1}^J p_{jl} q_{jls} \quad \begin{array}{l} l = 1, \dots, L \\ t = 1, \dots, T \\ s = (t-1)S + 1, \dots, t \cdot S \end{array} \quad (\text{A.22})$$

$$\sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} C^m \tau x_{ls\tau}^E - \sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} C^m \tau x_{ls\tau}^B \geq \sum_{j=1}^J p_{jl} q_{jls} - C^m \quad \begin{array}{l} l = 1, \dots, L \\ t = 1, \dots, T \\ s = (t-1)S + 1, \dots, t \cdot S \end{array} \quad (\text{A.23})$$

$$q_{jls} = \sum_{k=1}^{\bar{L}} \sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} q_{kjl s \tau} \quad \begin{array}{l} j = 1, \dots, J \\ l = 1, \dots, L \\ t = 1, \dots, T \\ s = (t-1)S + 1, \dots, t \cdot S \end{array} \quad (\text{A.24})$$

$$\sum_{k=1}^{\bar{L}} \sum_{j=1}^J p_{jl} q_{kjl s \tau} \leq \sum_{\tau'=\tau}^{t \cdot T^m} C^m x_{l s \tau'}^E$$

$$\sum_{k=1}^{\bar{L}} \sum_{j=1}^J p_{jl} q_{kjl s \tau} \leq \sum_{\tau'=(t-1)T^m+1}^{\tau} C^m x_{l s \tau'}^B$$

$$\delta_{ls} = \left(\sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} \tau x_{l s \tau}^E - \sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} \tau x_{l s \tau}^B + 1 \right) C^m$$

$$- \sum_{j=1}^J p_{jl} q_{jls}$$

$$\sum_{k=1}^{\bar{L}} \sum_{j=1}^J p_{jl} q_{kjl s \tau} \leq C^m - \delta_{ls} + (1 - x_{l s \tau}^B) C^m$$

$$\bar{x}_{jks} = 0$$

$$\sum_{j=1}^{\bar{J}} \bar{x}_{jks} = 1$$

$$\bar{q}_{jks} \leq \bar{Q}_k \bar{x}_{jks}$$

$$\bar{q}_{jks} \leq \bar{Q}_k \bar{u}_{ks}$$

$$\sum_{j=1}^{\bar{J}} \bar{q}_{jks} \geq \underline{Q}_k \bar{u}_{ks}$$

$$\begin{aligned} l &= 1, \dots, L \\ t &= 1, \dots, T \\ s &= (t-1)S + 1, \dots, t \cdot S \\ \tau &= (t-1)T^m + 1, \dots, t \cdot T^m \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

$$\begin{aligned} l &= 1, \dots, L \\ t &= 1, \dots, T \\ s &= (t-1)S + 1, \dots, t \cdot S \\ \tau &= (t-1)T^m + 1, \dots, t \cdot T^m \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

$$\begin{aligned} l &= 1, \dots, L \\ t &= 1, \dots, T \\ s &= (t-1)S + 1, \dots, t \cdot S \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

$$\begin{aligned} l &= 1, \dots, L \\ t &= 1, \dots, T \\ s &= (t-1)S + 1, \dots, t \cdot S \\ \tau &= (t-1)T^m + 1, \dots, t \cdot T^m \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

$$\begin{aligned} j &= 1, \dots, \bar{J} \\ l &\in \{1, \dots, \bar{L}\} \setminus \bar{L}_j \\ s &= 1, \dots, T \cdot \bar{S} \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

$$\begin{aligned} k &= 1, \dots, \bar{L} \\ s &= 1, \dots, T \cdot \bar{S} \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

$$\begin{aligned} j &= 1, \dots, \bar{J} \\ k &= 1, \dots, \bar{L} \\ s &= 1, \dots, T \cdot \bar{S} \end{aligned} \quad (\text{A.31})$$

$$\begin{aligned} j &= 1, \dots, \bar{J} \\ k &= 1, \dots, \bar{L} \\ s &= 1, \dots, T \cdot \bar{S} \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

$$\begin{aligned} k &= 1, \dots, \bar{L} \\ s &= 1, \dots, T \cdot \bar{S} \end{aligned} \quad (\text{A.33})$$

$$\bar{z}_{ijks} \geq \bar{x}_{jks} + \bar{x}_{ik,s-1} - 2 + \bar{u}_{ks} \quad \begin{array}{l} i, j = 1, \dots, \bar{J} \\ k = 1, \dots, \bar{L} \\ s = 1, \dots, T \cdot \bar{S} \end{array} \quad (\text{A.34})$$

$$\bar{x}_{jks} - \bar{x}_{jk,s-1} \leq \bar{u}_{ks} \quad \begin{array}{l} j = 1, \dots, \bar{J} \\ k = 1, \dots, \bar{L} \\ s = 1, \dots, T \cdot \bar{S} \end{array} \quad (\text{A.35})$$

$$\bar{\sigma}_{ks} = \sum_{i=1}^{\bar{J}} \sum_{j=1}^{\bar{J}} \bar{\sigma}'_{ijk} \bar{z}_{ijks} \quad \begin{array}{l} k = 1, \dots, \bar{L} \\ s = 1, \dots, T \cdot \bar{S} \end{array} \quad (\text{A.36})$$

$$\bar{\omega}_{kt} \leq \bar{\sigma}_{k,(t-1)S+1} \quad t = 1, \dots, T \quad (\text{A.37})$$

$$\sum_{s=(t-1)\bar{S}+1}^{t \cdot \bar{S}} \bar{\sigma}_{ks} \leq C + \bar{\omega}_{kt} \quad \begin{array}{l} k = 1, \dots, \bar{L} \\ t = 1, \dots, T \end{array} \quad (\text{A.38})$$

$$\bar{q}_{jks} = \sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} \bar{q}_{jks\tau} \quad \begin{array}{l} j = 1, \dots, \bar{J} \\ k = 1, \dots, \bar{L} \\ t = 1, \dots, T \\ s = (t-1)\bar{S} + 1, \dots, t \cdot \bar{S} \end{array} \quad (\text{A.39})$$

$$\bar{I}_{jk\tau} = \bar{I}_{jk,\tau-1} + \sum_{s=(t-1)\bar{S}+1}^{t \cdot \bar{S}} \bar{q}_{jks\tau}$$

$$- \sum_{i=1}^{\bar{J}} \sum_{l=1}^{\bar{L}} \sum_{s=(t-1)S+1}^{t \cdot S} r_{ji} q_{kils\tau}$$

$$\bar{I}_{jk\tau} \geq \sum_{i=1}^{\bar{J}} \sum_{l=1}^{\bar{L}} \sum_{s=(t-1)S+1}^{t \cdot S} r_{ji} q_{kils,\tau+1}$$

$$\begin{array}{l} j = 1, \dots, \bar{J} \\ k = 1, \dots, \bar{L} \\ t = 1, \dots, T \\ \tau = (t-1)T^m + 1, \dots, t \cdot T^m \end{array} \quad (\text{A.40})$$

$$\begin{array}{l} j = 1, \dots, \bar{J} \\ k = 1, \dots, \bar{L} \\ t = 1, \dots, T \\ \tau = (t-1)T^m, \dots, t \cdot T^m - 1 \end{array} \quad (\text{A.41})$$

$$t \cdot C - \sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} C^m \tau \bar{x}_{k,t \cdot \bar{S}, \tau}^E \geq \bar{\omega}_{k,t+1} \quad k = 1, \dots, \bar{L} \quad (A.42)$$

$$t = 1, \dots, T-1$$

$$\sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} C^m \tau \bar{x}_{k s \tau}^E$$

$$- \sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} C^m \tau \bar{x}_{k, s-1, \tau}^E \geq \bar{\sigma}_{k s} \quad k = 1, \dots, \bar{L} \quad (A.43)$$

$$t = 1, \dots, T$$

$$s = (t-1)\bar{S} + 2, \dots, t \cdot \bar{S}$$

$$\sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} C^m \tau \bar{x}_{k, (t-1)\bar{S}+1, \tau}^E$$

$$\geq (t-1)C + \bar{\sigma}_{k, (t-1)\bar{S}+1} - \bar{\omega}_{k t} \quad k = 1, \dots, \bar{L} \quad (A.44)$$

$$t = 1, \dots, T$$

$$\sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} \bar{x}_{k s \tau}^E = 1 \quad k = 1, \dots, \bar{L} \quad (A.45)$$

$$t = 1, \dots, T$$

$$s = (t-1)\bar{S} + 1, \dots, t \cdot \bar{S}$$

$$\sum_{j=1}^J \bar{q}_{j k s \tau} \leq \bar{Q}_k \bar{x}_{k s \tau}^E \quad k = 1, \dots, \bar{L} \quad (A.46)$$

$$t = 1, \dots, T$$

$$s = (t-1)\bar{S} + 1, \dots, t \cdot \bar{S}$$

$$\tau = (t-1)T^m + 1, \dots, t \cdot T^m$$

$$\sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} \bar{x}_{k s \tau}^B = 1 \quad k = 1, \dots, \bar{L} \quad (A.47)$$

$$t = 1, \dots, T$$

$$s = (t-1)\bar{S} + 2, \dots, t \cdot \bar{S}$$

$$\sum_{\tau=(t-2)T^m+1}^{t \cdot T^m} \bar{x}_{k, (t-1)\bar{S}+1, \tau}^B = 1 \quad k = 1, \dots, \bar{L} \quad (A.48)$$

$$t = 2, \dots, T$$

$$\sum_{\tau=1}^{T^m} \bar{x}_{k 1 \tau}^B = 1 \quad k = 1, \dots, \bar{L} \quad (A.49)$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} \tau \bar{x}_{ks\tau}^E - \sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} \tau \bar{x}_{ks\tau}^B \\
& \leq T^m \bar{u}_{ks}
\end{aligned}
\quad
\begin{aligned}
& k = 1, \dots, \bar{L} \\
& t = 1, \dots, T \\
& s = (t-1)\bar{S} + 2, \dots, t \cdot \bar{S}
\end{aligned}
\tag{A.50}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} \tau \bar{x}_{k,(t-1)\bar{S}+1,\tau}^E \\
& - \sum_{\tau=(t-2)T^m+1}^{t \cdot T^m} \tau \bar{x}_{k,(t-1)\bar{S}+1,\tau}^B \leq T^m \bar{u}_{k,(t-1)\bar{S}+1}
\end{aligned}
\quad
\begin{aligned}
& k = 1, \dots, \bar{L} \\
& t = 2, \dots, T
\end{aligned}
\tag{A.51}$$

$$\sum_{\tau=1}^{T^m} \tau \bar{x}_{k1\tau}^E - \sum_{\tau=1}^{T^m} \tau \bar{x}_{k1\tau}^B \leq T^m \bar{u}_{k1}
\quad
k = 1, \dots, \bar{L}
\tag{A.52}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} \tau \bar{x}_{ks\tau}^B - \sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} \tau \bar{x}_{ks\tau}^E \leq \bar{u}_{ks}
\end{aligned}
\quad
\begin{aligned}
& k = 1, \dots, \bar{L} \\
& t = 1, \dots, T \\
& s = (t-1)\bar{S} + 2, \dots, t \cdot \bar{S}
\end{aligned}
\tag{A.53}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{\tau=(t-2)T^m+1}^{t \cdot T^m} \tau \bar{x}_{k,(t-1)\bar{S}+1,\tau}^B \\
& - \sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} \tau \bar{x}_{k,(t-1)\bar{S}+1,\tau}^E \leq \bar{u}_{k,(t-1)\bar{S}+1}
\end{aligned}
\quad
\begin{aligned}
& k = 1, \dots, \bar{L} \\
& t = 2, \dots, T
\end{aligned}
\tag{A.54}$$

$$\sum_{\tau=1}^{T^m} \tau \bar{x}_{k1\tau}^B - \sum_{\tau=1}^{T^m} \tau \bar{x}_{k1\tau}^E \leq \bar{u}_{k1}
\quad
k = 1, \dots, \bar{L}
\tag{A.55}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} \tau \bar{x}_{ks\tau}^B - \sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} \tau \bar{x}_{k,s-1,\tau}^E \\
& \leq T^m \bar{u}_{ks}
\end{aligned}
\quad
\begin{aligned}
& k = 1, \dots, \bar{L} \\
& t = 1, \dots, T \\
& s = (t-1)S + 2, \dots, t \cdot S
\end{aligned}
\tag{A.56}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{\tau=(t-2)T^m+1}^{t \cdot T^m} \tau \bar{x}_{k,(t-1)S+1,\tau}^B - ((t-1)T^m + 1) \\
& \leq T^m \bar{u}_{k,(t-1)S+1}
\end{aligned}
\quad
\begin{aligned}
& k = 1, \dots, \bar{L} \\
& t = 2, \dots, T
\end{aligned}
\tag{A.57}$$

$$\sum_{\tau=1}^{T^m} \tau \bar{x}_{k1\tau}^B - 1 \leq T^m \bar{u}_{k1}
\quad
k = 1, \dots, \bar{L}
\tag{A.58}$$

$$\bar{u}_{ks} \geq \bar{u}_{k,s+1}$$

$$C^m \bar{u}_{ks} + \sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} C^m \tau \bar{x}_{ks\tau}^E$$

$$- \sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} C^m \tau \bar{x}_{ks\tau}^B = \bar{\sigma}_{ks}$$

$$C^m \bar{u}_{k,(t-1)\bar{S}+1} + \sum_{\tau=(t-1)T^m+1}^{t \cdot T^m} C^m \tau \bar{x}_{k,(t-1)\bar{S}+1,\tau}^E$$

$$- \sum_{\tau=(t-2)T^m+1}^{t \cdot T^m} C^m \tau \bar{x}_{k,(t-1)\bar{S}+1,\tau}^B = \bar{\sigma}_{k,(t-1)\bar{S}+1}$$

$$C^m \bar{u}_{k1} + \sum_{\tau=1}^{T^m} C^m \tau \bar{x}_{k1\tau}^E$$

$$- \sum_{\tau=1}^{T^m} C^m \tau \bar{x}_{k1\tau}^B = \bar{\sigma}_{k1} - \bar{\omega}_{k1}$$

$$\sum_{j=1}^{\bar{J}} \bar{I}_{jk,\tau-1} \leq \bar{Q}_k ((1 - \bar{x}_{ks\tau}^B) + (1 - \bar{u}_{ks}))$$

$$\sum_{j=1}^{\bar{J}} \bar{I}_{jk,\tau-1} \leq \bar{Q}_k ((1 - \bar{x}_{ks\tau}^B) + (1 - \bar{u}_{ks}))$$

$$k = 1, \dots, \bar{L}$$

$$t = 1, \dots, T$$

$$s = (t-1)\bar{S} + 1, \dots, t \cdot \bar{S} - 1$$
(A.59)

$$k = 1, \dots, \bar{L}$$

$$t = 1, \dots, T$$

$$s = (t-1)\bar{S} + 2, \dots, t \cdot \bar{S}$$
(A.60)

$$k = 1, \dots, \bar{L}$$

$$t = 2, \dots, T$$
(A.61)

$$k = 1, \dots, \bar{L}$$
(A.62)

$$k = 1, \dots, \bar{L}$$

$$t = 1, \dots, T - 1$$

$$s = (t-1)\bar{S} + 1, \dots, t \cdot \bar{S} + 1$$

$$\tau = (t-1)T^m + 1, \dots, t \cdot T^m$$
(A.63)

$$k = 1, \dots, \bar{L}$$

$$s = (T-1)\bar{S} + 1, \dots, T \cdot \bar{S}$$

$$\tau = (T-1)T^m + 1, \dots, T \cdot T^m$$
(A.64)

B - Dados utilizados nos exemplares ilustrativos

A seguir são apresentados os dados aleatórios utilizados no exemplar ilustrativo da Seção 4.4. Para leitura do AMPL, o separador de casas decimais é o ponto “.”.

Inicialmente são declarados no AMPL os parâmetros que definem as dimensões dos modelos e dos dados. Os parâmetros são número de períodos tempo, número de bebidas *item*, número de xaropes *xarope*, e número de máquinas.

```
param tempo:=2;
param item:=4;
param xarope:=2;
param maquinas:=2;
```

Os conjuntos utilizados para definição dos índices das variáveis devem ser definidos explicitamente para leitura no AMPL. Os conjuntos utilizados para definir o modelo DEMM são: conjunto de todas as bebidas a serem envasados J , conjunto dos xaropes L , conjunto dos períodos T , conjunto das máquinas M , conjunto de todos os sub-períodos do período S , conjunto dos sub-períodos de cada um dos três períodos respectivamente $sub[1]$, $sub[2]$, conjunto das bebidas que utilizam o xarope l , $delta[1]$, $delta[2]$, conjunto das bebidas que pode ser produzidas em cada máquina m , $alfa[1]$, $alfa[2]$, conjuntos dos xaropes que podem ser preparados em cada tanque m , $beta[1]$, $beta[2]$.

```
set J:=1 2 3 4 ;
set L:=1 2 ;
set T:=1 2;
set M:=1 2;
set S:=1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12;
set sub[1]:=1 2 3 4 5 6 ;
set sub[2]:= 7 8 9 10 11 12 ;
set delta[1]:= 4 ;
set delta[2]:=1 2 3 ;
set alfa[1]:= 1 2 3 4 ;
set alfa[2]:= 1 2 3 4 ;
```

```
set beta[1]:=1 2;
```

```
set beta[2]:=1 2;
```

A matriz dos custos de troca de bebidas nas linhas, c_{ij}^{II} é uma matriz com $|J| * |J|$ que será denominada no modelo AMPL de *custos*. Esta matriz, os J custos de estoque h_j , e os J custos de atraso g_j são apresentados a seguir. A primeira linha das matrizes de parâmetros como dos custos de troca, tempos de troca na linha e tempos de troca nos tanques, indica o índice da coluna, e a primeira coluna destas matrizes indicam o índice de cada linha. Por exemplo na matriz *custos* dos custos c_{ij} , a primeira linha numerada de 1 a 4, entre a pontuação ":" e ":", indicam as 4 bebidas que variam o índice j . A primeira coluna desta matriz, também numerada de 1 a 4 indicam as 4 bebidas do índice i . Desta forma, o custo de troca da bebida 2 para 3 por exemplo, c_{23}^{II} é indicado pela interseção da linha onde o primeiro elemento é o 2, e a coluna onde se encontra o número 3. O valor de c_{23}^{II} é 9.2, indicado em negrito na matriz.

```
param custos: 1 2 3 4 :=
```

```
1 0 6.0 9.2 12.3
```

```
2 7.9 0 9.2 12.3
```

```
3 2.9 10.0 0 12.3
```

```
4 19.9 20.1 18.5 0 ;
```

Nos casos onde os custos variam apenas em um parâmetro com custo de estoque e custo de atraso, não há necessidade de numeração para coluna. Nestes casos há apenas a numeração dos respectivos índices nas linhas.

```
param h:=
```

```
1 0.007
```

```
2 0.006
```

```
3 0.007
```

```
4 0.009;
```

```
param g:=
```

```
1 15.0
```

```
2 15.0
```

```
3 16.2
```

4 18.9;

Os parâmetros relacionados a tempos nos modelos são os tempos de produção de cada bebida nas máquinas a_{mj} , denotado no modelo AMPL por $a2$; tempos de trocas de bebidas nas linhas b_{ij}^{II} , e tempos de trocas de xaropes nos tanques b_{kl}^I , denotados no modelo AMPL por $b2$ e $b1$ respectivamente.

param a2: 1 2 3 4 :=

1 0.03 0.06 0.03 0.06

2 0.03 0.06 0.03 0.06 ;

param b2: 1 2 3 4 :=

1 0 9 15 30

2 12 0 15 30

3 4 15 0 30

4 30 30 30 0;

param b1: 1 2:=

1 8 16

2 16 8 ;

A demanda d_{jt} de cada um dos 4 bebidas da nos 2 períodos é dada abaixo.

param d: 1 2 :=

1 1464 1459

2 4691 2719

3 753 746

4 12958 12666 ;

Os parâmetros $1k2$ e $1k1$ são as capacidades das máquinas para o modelo linear resolvido na Estratégia de Desagregação.

param 1k2: 1 2 :=

1 170 170

2 170 170 ;

A capacidade da máquina nos modelos DEMM, DEMMaq, MEMM são iguais e denotadas no modelo AMPL por $k2$, capacidade da linha e $k1$, capacidade do tanque.

param k2: 1 2 :=

```
1 1000 1000
```

```
2 1000 1000 ;
```

```
param k1:=1000;
```

O fator de conversão de bebida em xarope r_{jl} é uma matriz com $|J||L|$ elementos.

```
param r: 1 2 3 4 :=
```

```
1 0.29 0.29 0.237 0.29
```

```
2 0.29 0.29 0.237 0.29;
```

C - Código do modelo DEMM na linguagem de modelagem AMPL

O código apresentado a seguir, é o código do modelo DEMM implementado na linguagem de modelagem AMPL. As informações precedidas pelo símbolo “#” não são consideradas como dados pelo *software*. Maiores detalhes sobre a utilização da linguagem de modelagem AMPL podem ser encontrados em Fourer *et al* (2003).

```

param tempo integer >0;           # Número de períodos
param item integer >0;           # Número de bebidas
param xarope;                     # Número de xaropes
param maquinas;                  # Número de máquinas
set J ordered;                   # Conjunto das bebidas
set L ordered;                   # Conjunto dos xaropes
set T ordered;                   # Conjunto dos períodos
set S ordered;                   # Conjunto dos sub-períodos
set M ordered;                   # Conjunto das máquinas
set sub {T} within S ordered;    # Conjunto dos sub-períodos de cada período t em T
set alfa {M} within J;           # Conjunto das bebidas que podem ser produzidas
                                  # na máquina m em M
set delta {L} within J;          # Conjunto das bebidas que utilizam o xarope L
set gama {m in M,l in L}:= {j in alfa[m]: j in delta[l]}; # Conjunto das bebidas que podem ser produzidas
                                  # na maquina m e utilizam o xarope l
set beta {M} within L;           # Xaropes que podem ser preparados no tanque m
set lambda {j in J}:= {m in M: j in alfa[m]}; # Conjunto das máquinas que podem produzir a bebida j
param ld{J, T};                  # Demanda
param a2{M, J}>0 ;                # Tempo de produção da bebida j na linha m
param r{L,J};                    # Quantidade de xarope l necessária para produzir a bebida j
param b2{J,J};                   # Tempo de troca da bebida i para j
param b1 {L, L};                 # Tempo de troca do xarope k para l
param k2{M,T};                   # Capacidade da linha m no período t
param k1 ;                       # Capacidade maxima dos tanques
param dfutura{J};                # Demanda prevista para o primeiro período
                                  # após o horizonte de planejamento estabelecido
                                  # (define o estoque de segurança do período t)

```

```

param estini{J};                # Estoque inicial
param h{ J };                  # Custo de estoque
param g{ J };                  # Custo de atraso
param custos{J,J};            # Custo de troca
param x1C{m in M,l in beta[m],S} >=0; # Lote de xarope (calculada a posteriore)
## Declaração das variáveis.
var IpC{j in J, 0..tempo} >=0;    # Estoque
var ImC{J, 0..tempo} >=0;         # Atraso
var x2C{m in M,j in alfa[m],S} >=0; # Lote de bebida (produção)
var y1C{m in M,l in beta[m],S} binary; # set up no tanque
var y2C{m in M,j in alfa[m],S} binary; # set up na linha
var z2C{m in M,i in alfa[m],j in alfa[m],S} >=0,<=1; # Troca na linha
var z1C{m in M,l1 in beta[m],l in beta[m],S} >=0, <=1; # Troca no tanque
var Atraso2C{m in M, S} >=0;     # Tempo de espera da linha m no sub-período s
### Definição da função objetivo e das restrições. As restrições X1 à X8 são
### relativas a xaroparia, e as restrições L1 a L12 são relativas às linhas.
#####
##### FUNÇÃO OBJETIVO #####
#####
## Função Objetivo (4.14) ## Função Objetivo: minimiza custos de estoque + atraso + troca de bebida na linha.
minimize ValorC : sum{j in J, t in T}h[j]*IpC[j,t]+sum{j in J,t in T}g[j]*ImC[j,t]+
sum{m in M,i in alfa[m], j in alfa[m],s in S}z2C[m,i,j,s]*custos[i,j];

#####
##### ESTAGIO I - XAROPARIA #####
#####
## Restrição (4.15) ## Limite superior do tanque
subject to X1 {m in M, l in beta [m], t in T, s in sub[t]:l<>4}:
sum {j in gama[m,l]}r[l,j]*x2C[m,j,s]<=k1*y1C[m,l,s];
#####
## Restrição (4.16) ## Limite inferior do tanque
subject to X2 {m in M, l in beta [m], t in T, s in sub[t]:l<>4}:
sum {j in gama[m,l]}r[l,j]*x2C[m,j,s]>=(k1/8)*y1C[m,l,s];
#####
## Restrição (4.17) ## A troca de xarope no tanque no primeiro
## sub-período deve acompanhar o set up neste sub-período.
subject to X3 {m in M, l in beta[m]}: sum{l1 in beta[m]} z1C[m,l1,l1]>=y1C[m,l,1];

```

#####

‡ Restrição (4.18) ‡ Troca nos sub-períodos tanque

subject to X5 {m in M, l1 in beta[m], l in beta[m], s in S: ord(s)>1}:

$z1C[m, l1, l, s] - y1C[m, l1, prev(s)] - y1C[m, l, s] \geq -1$;

#####

‡ Restrição (4.19) ‡ Troca entre macro-períodos nos tanques.

subject to X6 {m in M, l1 in beta[m], l in beta[m], t in T, s in S: ord(s)=t*(card(S)/card(T)) and ord(t)<card(T)}:

$z1C[m, l1, l, s+1] \geq \sum\{j \text{ in } \text{gama}[m, l1]\} y2C[m, j, s] + y1C[m, l, s+1] - 1$;

#####

‡ Restrição (4.20) ‡ Garantia de haver apenas uma troca no tanque por sub-período

subject to X7 {m in M, s in S}: $\sum\{l1 \text{ in } \text{beta}[m], l \text{ in } \text{beta}[m]\} z1C[m, l1, l, s] \leq 1$;

#####

‡ Restrição (4.21) ‡ Ordenação da produção em sub-períodos consecutivos

subject to X8 {m in M, t in T, s in sub[t]: ord(s)>1 and ord(s) != (t*(card(S)/card(T))+1)}:

$\sum\{l \text{ in } \text{beta}[m]\} y1C[m, l, s-1] \geq \sum\{l \text{ in } \text{beta}[m]\} y1C[m, l, s]$;

#####

ESTAGIO II - ENVASE

#####

‡ ‡ Estoque inicial

subject to L1 {j in J}: $IpC[j, 0] = \text{estini}[j]$;

#####

‡ Restrição (4.62) ‡ Estoque de segurança

subject to L2 {j in J, t in T: ord(t)>1}: $IpC[j, t-1] \geq 1d[j, t]$;

#####

‡ ‡ Estoque de segurança do último período

subject to L3 {j in J}: $IpC[j, \text{tempo}] \geq \text{dfutura}[j]$;

#####

‡ ‡ Atraso inicial nulo

subject to L4 {j in J}: $ImC[j, 0] = 0$;

‡ Restrição (4.22) ‡ Restrição de balanceamento de estoque

subject to L5 {j in J, t in T}: $IpC[j, t-1] - ImC[j, t-1] + \sum\{m \text{ in } \text{lambda}[j], s \text{ in } \text{sub}[t]\} x2C[m, j, s] -$

$IpC[j, t] + ImC[j, t] = 1d[j, t]$;

#####

‡ Restrição (4.23) ‡ Restrição de capacidade

subject to L6 {m in M,t in T}: sum{j in alfa[m],s in sub[t]} a2[m,j]*x2C[m,j,s] +sum{i in alfa [m], j in alfa[m],
s in sub[t]}b2 [i,j]*z2C[m,i,j,s]+sum{s in sub[t]}Atraso2C[m,s]<=k2[m,t];

#####

‡ Restrição (4.24) ‡ Tempo de espera da linha pelo tanque em cada sub-período

subject to L7 {m in M, s in S}: Atraso2C[m,s]>=

sum{l1 in beta[m], l in beta[m]} b1[l1,l]*z1C[m,l1,l,s]-

sum{i in alfa [m], j in alfa[m]} b2[i,j]*z2C[m,i,j,s];

#####

‡ Restrição (4.25) ‡ set up na linha, se não há set up não há produção

subject to L8 {m in M,j in alfa[m], t in T, s in sub[t]}: x2C[m,j,s]<=(k2[m,t]/a2[m,j])*y2C[m,j,s];

#####

‡ Restrição (4.26) ‡ Restrição de preparo da máquina para alguma bebida em todos os sub-períodos.

subject to L9 {m in M, s in S}: sum{j in alfa [m] } y2C[m,j,s]=1;

#####

‡ Restrição (4.27) ‡ Troca de bebidas na linha

subject to L10 {m in M, i in alfa [m], j in alfa[m], s in S: ord(s)>1}:

z2C[m,i,j,s]-y2C[m,i,prev(s)]-y2C[m,j,s]>=-1;

#####

‡ Restrição (4.29) ‡ A troca de bebidas na linha no primeiro sub-período deve acompanhar o

‡ set up neste sub-período.

subject to L11 {m in M, j in alfa[m]}: sum{i in alfa[m]} z2C[m,i,j,1]>=y2C[m,j,1];

#####

‡ Restrição (4.28) ‡ Garantia de haver apenas uma troca na linha por sub-período

subject to L12 {m in M, s in S}:sum{i in alfa[m], j in alfa[m]} z2C[m,i ,j,s]<=1;

D - Dados da Fábrica A

A seguir são apresentados os dados utilizados nos testes da Fábrica A (veja capítulo 4) no formato de leitura do AMPL. Cabe ressaltar que, para proteger as informações fornecidas pela empresa, todos os dados foram distorcidos, mantendo-se apenas a proporcionalidade dos mesmos.

```
param tempo:=3;
```

```
param item:=23;
```

```
param xarope:=18;
```

```
param maquinas:=2;
```

```
set J:=1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23;
```

```
set L:=1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18;
```

```
set T:=1 2 3 ;
```

```
set M:=1 2 ;
```

```
set S:=1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38  
39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75;
```

```
set sub[1]:= 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25;
```

```
set sub[2]:= 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 ;
```

```
set sub[3]:= 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75;
```

```
set delta[1]:=1 9 ;
```

```
set delta[2]:=2 ;
```

```
set delta[3]:= 3 ;
```

```
set delta[4]:=4 14;
```

```
set delta[5]:= 5 ;
```

```
set delta[6]:= 6 ;
```

```
set delta[7]:= 7;
```

```
set delta[8]:= 8;
```

```
set delta[9]:= 10 11;
```

```
set delta[10]:= 12 15 ;
```

```
set delta[11]:= 17 ;
```

```
set delta[12]:= 19;
```

```
set delta[13]:= 16;
```

```
set delta[14]:= 13 20;
```

```
set delta[15]:= 18;
```

```
set delta[16]:= 21;
```

```
set delta[17]:= 22;
```

```
set delta[18]:= 23;
```

```
set alfa[1]:= 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23;
```

```
set alfa[2]:=14 15 16 17 18 19 20 21 22 23;
```

```
set beta[1]:=1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18;
```

```
set beta[2]:=4 10 11 12 13 14 15 16 17 18;
```

param custos: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23:=

1 0 6037 9282 12324 17316 17316 17316 17316 12402 8023 9750 17049 17049 32152 35100 31044 31044 31044
31044 31044 31044 31044 31044

2 7987 0 9282 12324 17316 17316 17316 17316 18603 8023 9750 17049 17049 32152 35100 31044 31044 31044
31044 31044 31044 31044 31044

3 2995 10062 0 12324 17316 17316 17316 17316 18603 8023 9750 17049 17049 32152 35100 31044 31044
31044 31044 31044 31044 31044 31044

4 19968 20124 18564 0 17316 17316 17316 17316 20670 8023 9750 10229 10229 21434 35100 31044 31044
31044 31044 31044 31044 31044 31044

5 19968 20124 18564 7394 0 8658 8658 8658 20670 8023 9750 10229 10229 35724 35100 31044 31044 31044
31044 31044 31044 31044 31044

6 19968 20124 18564 7394 8658 0 8658 8658 20670 8023 9750 10229 10229 35724 35100 31044 31044 31044
31044 31044 31044 31044 31044

7 19968 20124 18564 7394 8658 8658 0 8658 20670 8023 9750 10229 10229 35724 35100 31044 31044 31044
31044 31044 31044 31044 31044

8 19968 20124 18564 7394 8658 8658 8658 0 20670 8023 9750 10229 10229 35724 35100 31044 31044 31044
31044 31044 31044 31044 31044

9 11981 20124 18564 11092 17316 17316 17316 17316 0 8023 9750 15344 17049 32152 31590 31044 31044
31044 31044 31044 31044 31044 31044

10 11981 12074 11138 7394 10390 10390 10390 10390 12402 0 5850 341 341 21434 21060 18626 18626 18626
18626 18626 18626 18626 18626

11 11981 12074 11138 7394 10390 10390 10390 10390 12402 4814 0 10229 10229 21434 21060 18626 18626
18626 18626 18626 18626 18626 18626

12 19968 20124 18564 7394 17316 17316 17316 17316 20670 8023 9750 0 17049 1429 17550 12418 12418
12418 12418 12418 15522 15522 15522

13 19968 20124 18564 12324 17316 17316 17316 17316 20670 8023 9750 8524 0 35724 35100 31044 31044
31044 31044 31044 31044 31044 31044

14 19968 20124 18564 12324 17316 17316 17316 17316 20670 8023 9750 8524 17049 0 17550 12418 12418
12418 12418 12418 15522 31044 15522

15 19968 20124 18564 7394 17316 17316 17316 17316 20670 8023 9750 10229 17049 5359 0 12418 12418
12418 12418 12418 15522 15522 15522

16 17971 18112 18564 11092 17316 17316 17316 17316 20670 8023 9750 17049 15344 14290 17550 0 12418
31044 12418 12418 31044 4657 15522

17 19968 20124 18564 12324 17316 17316 17316 17316 20670 8023 9750 17049 17049 14290 17550 12418 0
4657 12418 12418 15522 15522 15522

18 19968 20124 18564 12324 17316 17316 17316 17316 20670 8023 9750 17049 17049 14290 17550 12418
4657 0 12418 12418 15522 15522 15522

19 19968 20124 18564 11092 17316 17316 17316 17316 20670 8023 9750 17049 17049 10717 17550 12418

12418 15522 0 12418 12418 12418 4657

20 19968 20124 18564 12324 17316 17316 17316 17316 20670 8023 9750 17049 17049 14290 17550 12418
12418 15522 12418 0 12418 15522 15522

21 19968 20124 18564 12324 17316 17316 17316 17316 20670 8023 9750 17049 10229 14290 17550 12418
12418 15522 12418 4657 0 15522 15522

22 19968 20124 18564 12324 17316 17316 17316 17316 20670 8023 9750 17049 17049 14290 17550 4657 4657
6209 12418 12418 15522 0 15522

23 19968 20124 18564 12324 17316 17316 17316 17316 20670 8023 9750 17049 17049 14290 17550 12418
12418 15522 4657 12418 15522 15522 0;

param h:=

1 0.007

2 0.007

3 0.006

4 0.009

5 0.014

6 0.014

7 0.014

8 0.014

9 0.014

10 0.007

11 0.003

12 0.009

13 0.014

14 0.013

15 0.012

16 0.011

17 0.011

18 0.011

19 0.011

20 0.011

21 0.011

22 0.011

23 0.011;

param g:=

1 5.0

2 5.0

3 4.6

4 6.2

5 10.1

6 10.1

7 10.1

23 300 300 300 300 300 300 300 300 300 300 300 300 300 120 150 120 120 150 45 120 150 150 0;

param b1: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18:=

1 85 165 165 0 225 225 225 225 195 165 165 165 165 165 195 195 195 195
 2 165 85 165 0 225 225 225 225 195 165 165 165 165 165 195 195 195 195
 3 120 120 40 0 180 180 180 180 150 120 120 120 120 120 150 150 150 150
 4 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 5 240 240 240 0 160 160 300 300 270 240 240 240 240 240 240 240 240 240
 6 240 240 240 0 300 160 300 300 270 240 240 240 240 240 270 270 270 270
 7 240 240 240 0 300 300 160 300 270 240 240 240 240 240 270 270 270 270
 8 240 240 240 0 300 300 160 160 270 240 240 240 240 240 240 240 240 240
 9 40 40 40 0 40 40 40 40 40 40 40 40 40 40 40 40 40 40
 10 165 165 165 0 225 225 225 225 195 85 165 165 165 165 165 165 165 165
 11 165 165 165 0 225 225 225 225 195 165 85 165 165 165 195 195 195 195
 12 165 165 165 0 225 225 225 225 195 165 165 85 165 165 195 195 195 195
 13 165 165 165 0 225 225 225 225 195 165 165 165 85 165 195 195 195 195
 14 165 165 165 0 225 225 225 225 195 165 165 165 165 85 195 195 195 195
 15 165 165 165 0 225 225 225 225 195 165 85 165 165 165 85 165 165 165
 16 165 165 165 0 225 225 225 225 195 165 165 165 165 85 165 85 165 165
 17 165 165 165 0 225 225 225 225 195 165 165 165 85 165 165 165 85 165
 18 165 165 165 0 225 225 225 225 195 165 165 85 165 165 165 165 165 85;

param d: 1 2 3 :=

1 14649 14596 14638
 2 46916 27199 26578
 3 5058 5027 5020
 4 7538 7468 7329
 5 2676 1800 1800
 6 5490 5481 5475
 7 4511 4544 4555
 8 2400 2200 2262
 9 4000 0 4000 10 811 794 773
 11 2086 2172 2288
 12 725 760 800
 13 4584 4551 4549
 14 129582 126669 122022
 15 12605 13343 13250
 16 21955 21378 34268
 17 6304 6435 7709
 18 1047 1504 1290
 19 8793 9171 11469
 20 13135 13210 18333
 21 4487 4636 5222
 22 2325 2527 2883
 23 2974 3115 3687 ;

param 1k2: 1 2 3 :=

1 4760 4760 4760
2 7640 7640 7640 ;

param k2: 1 2 3 :=

1 5760 5760 5760
2 8640 8640 8640;

param k1:=24000;

param r: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23:=

1 0.29 0.29 0.29 0.237 1.5 1.5 1.5 1.5 1 1.5 0.51 0.237 1.5 2 2 2 2 2 2 2 2 2
2 0.29 0.29 0.29 0.237 1.5 1.5 1.5 1.5 1 1.5 0.51 0.237 1.5 2 2 2 2 2 2 2 2 2
3 0.29 0.29 0.29 0.237 1.5 1.5 1.5 1.5 1 1.5 0.51 0.237 1.5 2 2 2 2 2 2 2 2 2
4 0.29 0.29 0.29 0.237 1.5 1.5 1.5 1.5 1 1.5 0.51 0.237 1.5 2 2 2 2 2 2 2 2 2
5 0.29 0.29 0.29 0.237 1.5 1.5 1.5 1.5 1 1.5 0.51 0.237 1.5 2 2 2 2 2 2 2 2 2
6 0.29 0.29 0.29 0.237 1.5 1.5 1.5 1.5 1 1.5 0.51 0.237 1.5 2 2 2 2 2 2 2 2 2
7 0.29 0.29 0.29 0.237 1.5 1.5 1.5 1.5 1 1.5 0.51 0.237 1.5 2 2 2 2 2 2 2 2 2
8 0.29 0.29 0.29 0.237 1.5 1.5 1.5 1.5 1 1.5 0.51 0.237 1.5 2 2 2 2 2 2 2 2 2
9 0.29 0.29 0.29 0.237 1.5 1.5 1.5 1.5 1 1.5 0.51 0.237 1.5 2 2 2 2 2 2 2 2 2
10 0.29 0.29 0.29 0.237 1.5 1.5 1.5 1.5 1 1.5 0.51 0.237 1.5 2 2 2 2 2 2 2 2 2
11 0.29 0.29 0.29 0.237 1.5 1.5 1.5 1.5 1 1.5 0.51 0.237 1.5 2 2 2 2 2 2 2 2 2
12 0.29 0.29 0.29 0.237 1.5 1.5 1.5 1.5 1 1.5 0.51 0.237 1.5 2 2 2 2 2 2 2 2 2
13 0.29 0.29 0.29 0.237 1.5 1.5 1.5 1.5 1 1.5 0.51 0.237 1.5 2 2 2 2 2 2 2 2 2
14 0.29 0.29 0.29 0.237 1.5 1.5 1.5 1.5 1 1.5 0.51 0.237 1.5 2 2 2 2 2 2 2 2 2
15 0.29 0.29 0.29 0.237 1.5 1.5 1.5 1.5 1 1.5 0.51 0.237 1.5 2 2 2 2 2 2 2 2 2
16 0.29 0.29 0.29 0.237 1.5 1.5 1.5 1.5 1 1.5 0.51 0.237 1.5 2 2 2 2 2 2 2 2 2
17 0.29 0.29 0.29 0.237 1.5 1.5 1.5 1.5 1 1.5 0.51 0.237 1.5 2 2 2 2 2 2 2 2 2
18 0.29 0.29 0.29 0.237 1.5 1.5 1.5 1.5 1 1.5 0.51 0.237 1.5 2 2 2 2 2 2 2 2 2;

O estoque inicial de bebida e a demanda do período futuro são dados a seguir e denotados respectivamente por $estini$, $dfutura$.

param estini:=

1 27072
2 62200
3 7502
4 26240
5 4701
6 10787
7 10468
8 1662
9 1518

10 1393
11 4360
12 3171
13 13132
14 190000
15 19505
16 45000
17 12450
18 2581
19 16177
20 42300
21 7000
22 4679
23 4542 ;

param dfutura:=

1 14673
2 26690
3 5036
4 7409
5 2007
6 5537
7 4566
8 1951
9 4000
10 861
11 2704
12 763
13 4517
14 129091
15 13492
16 29363
17 6957
18 1243
19 11878
20 17856
21 5198
22 2909
23 3893;

E - Tabelas da Etapa II da solução do modelo DEMM com dados da Fábrica A

São apresentados a seguir, nas Tabelas E.1, E.2 e E.3 os dados da Etapa I dos testes, TESTE 1, TESTE 2 e TESTE 3, respectivamente, realizados com as heurísticas *relax and fix* na solução do modelo DEMM, Seção 6.2.1. A primeira coluna da tabela indica o nome da estratégia testada, as próximas colunas indicam o valor da melhor solução inteira de cada exemplar, o *gap* de otimalidade é apresentado logo abaixo da valor da solução.

TESTE 1 - Etapa II

Tabela E.1: Soluções Modelo DEMM - TESTE 1 - Etapa II

Est.	Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3	Ex. 4	Ex. 5	média
G1.1	664.055,3 98,4	679.655,5 96,9	1.258.028,5 99,2	687.628,6 98,0	1.812.335,0 99,4	1.020.340,6 98,4
G1.2	569.879,3 98,2	763.466,4 97,3	1.030.681,7 99,0	697.389,8 98,0	1.779.901,9 99,4	968.263,8 98,4
G1.3	987.213,0 98,9	946.261,4 98,9	967.124,7 98,9	2.378.616,5 99,4	1.858.273,9 99,4	1.427.497,9 99,1
G1.4	533.200,2 98,0	755.150,4 97,2	1.438.215,3 99,3	1.012.236,7 98,6	1.804.570,8 99,4	1.108.674,7 98,5
G1.5	461.791,3 97,7	513.222,2 95,9	726.673,3 98,6	645.509,3 97,8	1.414.580,0 99,2	752.355,2 97,9
G2.1	552.116,8 98,1	495.159,9 95,8	594.116,9 98,2	563.097,9 97,5	930.203,5 98,8	626.939,0 97,7
G2.2	655.146,8 98,4	743.140,7 97,2	1.163.605,2 99,1	945.867,1 98,5	1.702.926,9 99,4	1.042.137,3 98,5
G2.3	550.669,9 98,1	538.523,0 96,1	782.867,7 98,7	+	+	624.020,2 97,6
G2.4	699.054,1 98,5	517.526,0 96,0	932.867,9 98,9	706.944,7 98,0	1.164.549,7 99,1	804.188,5 98,1
G2.5	889.927,2 98,8	771.435,4 97,3	898.248,8 98,8	773.004,2 98,2	*	833.153,9 98,3
G2.6	452.766,8 97,7	572.606,6 96,4	646.323,6 98,4	421.290,9 96,7	1.285.540,8 99,2	675.705,7 97,7
G2.7	384.080,8 97,3	490.303,0 95,7	445.062,5 97,7	402.984,2 96,5	603.705,8 98,2	465.227,3 97,1
G3.1	1.047.818,8 99,0	1.060.900,8 98,0	633.753,3 98,4	1.084.532,7 98,7	1.055.002,6 99,0	976.401,6 98,6
G3.2	785.803,2 98,7	*	*	*	1.584.699,3 99,3	1.185.251,3 99,0
G3.3	556.107,4 98,1	*	*	923.544,8 98,5	*	739.826,1 98,3
média	652.642,1	680.565,5	885.966,9	864.819,0	1.416.357,5	

* Não encontra uma solução inteira no limite de tempo.

+ Solução infactível.

TESTE 2 - Etapa II

Tabela E.2: Soluções Modelo DEMM - TESTE 2 - Etapa II

Est.	Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3	Ex. 4	Ex. 5	média
G1.1	717.486,3 98,5	996.050,3 97,9	712.798,9 98,5	921.856,1 98,5	2.315.672,9 99,5	1.132.772,9 98,6
G1.2	763.677,8 98,6	943.173,8 97,8	1.189.624,6 99,1	861.825,8 98,4	961.674,3 98,5	943.995,3 98,5
G1.3	763.677,8 98,6	570.044,7 96,3	1.736.396,0 99,4	796.592,7 98,2	1.543.059,8 99,3	1.081.954,2 98,4
G1.4	837.748,9 98,8	490.713,5 95,8	452.895,6 97,7	603.983,3 97,7	2.993.432,2 99,6	1.075.754,7 97,9
G1.5	620.519,3 98,3	862.997,0 97,6	601.815,1 98,3	588.628,8 97,6	3.009.668,4 99,6	1.136.725,7 98,3
G2.1	577.092,8 98,2	472.918,0 95,6	467.172,5 97,8	470.559,8 97,0	1.170.481,7 99,1	631.645,0 97,5
G2.2	603.662,2 98,3	469.236,4 95,6	991.077,5 98,9	1.379.950,9 99,0	3.009.668,4 99,6	1.290.719,1 98,3
G2.3	770.537,6 98,6	1.049.425,5 98,0	707.589,3 98,5	1.596.158,0 99,1	+	1.030.927,6 98,6
G2.4	938.392,2 98,9	650.710,6 96,8	642.754,0 98,4	902.962,1 98,4	1.426.303,8 99,2	912.224,5 98,4
G2.5	813.551,3 98,7	901.999,8 97,7	873.439,8 98,8	855.525,0 98,4	+	861.129,0 98,4
G2.6	500.231,8 97,9	542.854,4 96,2	799.535,0 98,7	772.205,2 98,2	865.892,8 98,8	696.143,8 97,9
G2.7	467.256,8 97,8	550.723,8 96,2	557.365,3 98,1	614.691,0 97,7	738.697,8 98,5	585.746,9 97,7
G3.1	670.472,2 98,4	896.934,9 97,7	684.039,7 98,5	1.123.206,9 98,8	952.892,0 98,9	865.509,1 98,4
G3.2	727.227,7 98,6	1.226.203,3 98,3	747.955,2 98,6	*	*	900.462,1 98,5
G3.3	*	*	*	*	*	
média	697.966,76	758.856,14	797.461,32	971.610,21	1.825.728,73	

* Não encontra uma solução inteira no limite de tempo.

+ Solução infactível.

TESTE 3 - Etapa II

Tabela E.3: Soluções Modelo DEMM - TESTE 3 - Etapa II

Est.	Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3	Ex. 4	Ex. 5	média
G1.1	1.103.493,7 99,1	1.071.341,0 98,1	805.064,4 98,7	739.766,2 98,1	1.187.895,0 99,1	981.512,1 98,6
G1.2	929.253,3 98,9	729.859,6 97,1	1.193.574,8 99,1	949.660,9 98,5	1.547.749,5 99,3	1.070.019,6 98,6
G1.3	1.220.845,0 99,1	852.139,7 97,6	880.787,3 98,8	814.650,7 98,3	1.713.360,9 99,4	1.096.356,7 98,6
G1.4	1.179.006,0 99,1	1.183.305,7 98,2	1.352.480,1 99,2	760.988,0 98,2	1.848.281,0 99,4	1.264.812,2 98,8
G1.5	796.006,2 98,7	1.120.130,2 98,1	1.335.960,9 99,2	1.204.707,0 98,8	1.848.281,0 99,4	1.261.017,1 98,9
G2.1	413.415,4 97,5	599.298,6 96,5	415.604,9 97,5	517.685,0 97,3	809.590,9 98,7	551.119,0 97,5
G2.2	1.041.648,5 99,0	745.767,2 97,2	1.108.850,7 99,1	685.833,2 98,0	1.914.991,9 99,4	1.099.418,3 98,5
G2.3	871.932,2 98,8	933.138,4 97,8	+	647.103,6 97,8	+	817.391,4 98,1
G2.4	526.158,9 98,0	575.739,2 96,4	971.867,2 98,9	709.427,5 98,0	896.926,0 98,8	736.023,8 98,0
G2.5	741.593,0 98,6	1.025.355,6 98,0	1.033.588,2 99,0	839.961,8 98,3	1.107.010,9 99,0	949.501,9 98,6
G2.6	557.450,1 98,1	607.017,7 96,6	697.353,7 98,5	496.267,4 97,2	762.776,6 98,6	624.173,1 97,8
G2.7	807.941,7 98,7	556.103,6 96,2	747.457,5 98,6	680.501,0 97,9	1.088.656,0 99,0	776.132,0 98,1
G3.1	1.102.916,3 99,1	1.156.606,4 98,2	1.957.483,7 99,5	869.799,3 98,4	1.060.410,2 99,0	1.229.443,2 98,8
G3.2	*	*	1.477.780,0 99,3	*	*	1.477.780,0 99,3
G3.3	958.823,0 98,9	*	*	*	*	958.823,0 98,9
média	875.034,5	858.138,7	1.075.219,5	762.796,3	1.315.494,2	

* Não encontra uma solução inteira no limite de tempo.

+ Solução infactível.

F - Tabelas da Etapa II da solução do modelo DEMMaq com dados da Fábrica A

São apresentados a seguir, nas Tabelas F.1, F.2 e F.3 os dados da Etapa I dos testes, TESTE 1, TESTE 2 e TESTE 3, respectivamente, realizados com as heurísticas *relax and fix* na solução do modelo DEMMaq, Seção6.2.2. A primeira coluna da tabela indica o nome da estratégia testada, as próximas colunas indicam o valor da melhor solução inteira de cada exemplar, o *gap* de otimalidade é apresentado logo abaixo da valor da solução.

TESTE 1 - Etapa II

Tabela F.1: Soluções Modelo DEMMaq - TESTE 1 - Etapa II

Est.	Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3	Ex. 4	Ex. 5	média
G1.1	760.162,5 98,6	525.491,4 96,0	406.363,6 97,4	427.530,8 96,7	433.657,2 97,5	510.641,1 97,3
G1.2	555.417,2 98,1	493.887,3 95,8	601.688,2 98,3	559.197,3 97,5	538.137,2 98,0	549.665,4 97,5
G1.3	481.895,8 97,8	667.318,7 96,9	613.922,0 98,3	559.197,3 97,5	873.997,1 98,8	639.266,2 97,9
G1.4	390.836,6 97,3	410.749,4 94,9	497.013,5 97,9	310.343,7 95,5	520.361,0 97,9	425.860,8 96,7
G1.5	494.651,1 97,9	450.880,6 95,4	437.907,0 97,6	340.700,8 95,9	635.208,1 98,3	471.869,5 97,0
G2.2	465.052,7 97,8	604.517,6 96,6	582.965,5 98,2	443.616,1 96,8	703.382,3 98,5	559.906,8 97,6
G2.3	872.825,5 98,8	718.540,2 97,1	730.345,3 98,6	622.533,1 97,8	696.478,5 98,4	728.144,5 98,1
G2.4	349.730,8 97,0	491.977,6 95,8	418.155,8 97,5	373.466,3 96,3	355.556,2 97,0	397.777,3 96,7
G2.5	762.655,0 98,6	684.790,0 97,0	781.029,9 98,7	611.160,0 97,7	849.955,0 98,7	737.918,0 98,1
G2.6	507.065,0 97,9	559.189,9 96,3	508.958,4 98,0	519.956,7 97,3	537.147,5 98,0	526.463,5 97,5
G2.7	434.536,5 97,6	403.200,3 94,8	492.155,1 97,9	347.782,0 96,0	502.300,1 97,8	435.994,8 96,8
G3.1	828.487,8 98,7	799.574,5 97,4	712.291,1 98,5	747.876,5 98,1	809.373,4 98,7	779.520,7 98,3
G3.2	1.360.297,8 99,2	752.208,2 97,2	427.680,6 97,6	641.651,0 97,8	371.938,0 97,1	710.755,1 97,8
G3.3	739.023,2 98,6	705.841,3 97,0	1.108.587,7 99,1	680.410,7 97,9	909.287,9 98,8	828.630,2 98,3
média	643.045,5	590.583,4	594.218,8	513.244,5	624.055,7	

* Não encontra uma solução inteira no limite de tempo.

+ Solução inactível.

TESTE 2 - Etapa II

Tabela F.2: Soluções Modelo DEMMaq - TESTE 2 - Etapa II

Est.	Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3	Ex. 4	Ex. 5	média
G1.1	525.909,7 98,0	475.201,8 95,6	424.577,0 97,5	528.695,7 97,4	540.116,0 98,0	498.900,0 97,3
G1.2	464.739,3 97,8	534.289,9 96,1	476.103,1 97,8	562.573,4 97,5	629.289,4 98,3	533.399,0 97,5
G1.3	606.701,3 98,3	864.667,2 97,6	730.734,9 98,6	536.739,1 97,4	344.219,5 96,9	616.612,4 97,7
G1.4	1.078.998,1 99,0	684.342,4 97,0	920.050,0 98,9	419.787,4 96,7	655.247,9 98,3	751.685,2 98,0
G1.5	495.304,5 97,9	*	380.315,3 97,3	809.782,1 98,3	662.700,9 98,4	587.025,7 97,9
G2.2	646.170,8 98,4	650.618,2 96,8	622.090,1 98,3	657.224,7 97,9	707.624,6 98,5	656.745,7 98,0
G2.3	518.168,6 98,0	691.792,5 97,0	743.535,0 98,6	609.606,2 97,7	1.015.918,6 98,9	715.804,2 98,0
G2.4	486.523,2 97,9	589.872,8 96,5	530.398,5 98,0	481.003,5 97,1	586.103,2 98,2	534.780,2 97,5
G2.5	556.492,8 98,1	664.867,9 96,9	684.027,8 98,5	707.712,4 98,0	*	653.275,2 97,9
G2.6	472.735,3 97,8	628.262,5 96,7	472.908,2 97,8	504.375,8 97,2	539.720,9 98,0	523.600,5 97,5
G2.7	417.940,0 97,5	428.806,0 95,1	406.877,7 97,4	541.871,8 98,1	499.957,8 97,9	459.090,7 97,2
G3.1	785.653,5 98,7	882.417,6 97,6	842.769,3 98,8	874.895,4 98,4	608.324,8 98,2	798.812,1 98,3
G3.2	520.563,5 98,0	548.986,7 96,2	582.879,0 98,2	460.692,6 97,0	516.122,1 97,9	525.848,8 97,5
G3.3	574.543,7 98,2	791.581,7 97,4	1.219.429,7 99,1	703.128,0 98,0	944.644,3 98,9	846.665,5 98,3
média	582.174,6	648.900,6	645.478,3	599.863,4	634.614,6	

* Não encontra uma solução inteira no limite de tempo.

+ Solução infactível.

TESTE 3 - Etapa II

Tabela F.3: Soluções Modelo DEMMaq - TESTE 3 - Etapa II

Est.	Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3	Ex. 4	Ex. 5	média
G1.1	604.009,3 98,3	533.337,0 96,1	638.246,0 98,4	608.940,7 97,7	485.824,6 97,8	574.071,5 97,6
G1.2	796.662,2 98,7	650.441,0 96,8	546.284,5 98,1	590.983,0 97,6	595.958,5 98,2	636.065,8 97,9
G1.3	700.240,1 98,5	664.900,5 96,9	1.106.843,1 99,1	737.780,1 98,1	743.526,6 98,5	790.658,1 98,2
G1.4	674.983,3 98,5	527.319,5 96,0	643.779,7 98,4	799.135,7 98,2	736.537,3 98,5	676.351,1 97,9
G1.5	482.339,2 97,8	638.066,0 96,7	442.499,8 97,6	426.197,1 96,7	624.723,2 98,3	522.765,1 97,4
G2.2	617.504,1 98,3	721.416,9 97,1	863.220,1 98,8	646.754,7 97,8	706.293,9 98,5	711.037,9 98,1
G2.3	722.619,1 98,6	753.963,0 97,2	760.370,6 98,6	594.592,2 97,6	*	566.309,0 78,4
G2.4	527.710,9 98,0	606.931,1 96,6	554.143,8 98,1	637.986,8 97,8	448.802,2 97,6	555.115,0 97,6
G2.5	747.010,5 98,6	711.414,5 97,1	726.012,3 98,6	598.268,8 97,7	1.114.544,0 99,0	779.450,0 98,2
G2.6	558.607,3 98,1	617.594,8 96,6	580.449,4 98,2	378.727,7 96,3	485.020,2 97,8	524.079,9 97,4
G2.7	324.496,2 96,8	434.939,3 95,2	496.986,1 97,9	442.049,4 96,8	498.172,0 97,8	439.328,6 96,9
G3.1	823.295,6 98,7	688.256,2 97,0	1.389.652,2 99,2	847.122,4 98,3	910.013,1 98,8	931.667,9 98,4
G3.2	379.628,6 97,3	442.024,1 95,3	397.975,5 97,4	450.868,2 96,9	822.886,7 98,7	498.676,6 97,1
G3.3	725.315,5 98,6	755.174,8 97,2	856.735,4 98,8	835.694,2 98,3	*	634.584,0 78,6
média	620.315,9	624.698,5	714.514,2	613.935,8	793.974,4	

* Não encontra uma solução inteira no limite de tempo.

+ Solução infactível.

G - Tabelas da Etapa I da solução do modelo MEMM com dados da Fábrica A

São apresentados a seguir, nas Tabelas G.1, G.2 e G.3 os dados da Etapa I dos testes, TESTE 1, TESTE 2 e TESTE 3, respectivamente, realizados com as heurísticas *relax and fix* na solução do modelo MEMM, Seção 6.2.2. A primeira coluna da tabela indica o nome da estratégia testada, as próximas colunas indicam o valor da melhor solução inteira de cada exemplar, o *gap* de otimalidade é apresentado logo abaixo do valor da solução. O status da solução, (+), se ela factível ou (-), caso contrário, é indicado logo abaixo do valor da solução.

TESTE 1 Etapa I

Tabela G.1: Soluções Modelo MEMM - TESTE 1

Est.	Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3	Ex. 4	Ex. 5	média
G1.1	434.437,3 (+)	605.443,0 (-)	433.492,7 (-)	452.442,7 (-)	551.832,2 (+)	495.529,6
G1.2	811.499,0 (-)	416.048,6 (+)	356.354,2 (-)	477.585,2 (-)	555.987,2 (-)	523.494,8
G1.3	356.357,2 (+)	674.772,9 (-)	663.605,5 (-)	534.725,2 (-)	1.152.189,0 (-)	676.330,0
G1.4	434.804,8 (-)	431.093,8 (-)	434.854,6 (-)	400.818,4 (-)	507.311,5 (-)	441.776,6
G1.5	387.001,1 (-)	434.608,4 (-)	346.418,3 (-)	314.710,9 (+)	382.807,2 (-)	373.109,2
G2.1	314.376,3 (-)	302.583,9 (-)	328.617,0 (-)	319.250,9 (+)	396.852,3 (-)	332.336,1
G2.8	337.453,0 (+)	301.711,9 (-)	331.859,3 (-)	323.955,0 (-)	443.282,7 (-)	347.652,4
G3.1	1.274.420,3 (-)	1.197.388,9 (-)	2.200.161,3 (+)	1.681.776,7 (-)	2.139.843,6 (-)	1.698.718,2
G3.2	1.409.654,0 (-)	1.755.516,5 (-)	4.615.886,6 (+)	1.455.859,0 (-)	2.296.138,0 (-)	2.306.610,8
G3.3	1.430.149,5 (-)	1.637.466,0 (+)	1.937.734,2 (+)	1.175.186,2 (+)	1.350.459,8 (-)	1.506.199,1
média	719.015,3	775.663,4	1.164.898,4	713.631,0	977.670,4	

TESTE 2 Etapa I

Tabela G.2: Soluções Modelo MEMM - TESTE 2 - Etapa I

Est.	Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3	Ex. 4	Ex. 5	média
G1.1	478.013,0 (-)	432.753,9 (-)	439.490,7 (-)	514.897,3 (-)	639.073,9 (-)	500.845,8
G1.2	417.074,8 (-)	379.217,4 (+)	486.769,7 (+)	398.486,8 (-)	456.467,6 (-)	427.603,3
G1.3	716.029,7 (-)	654.532,1 (-)	733.901,3 (-)	586.151,1 (-)	1.086.628,3 (-)	755.448,5
G1.4	426.720,0 (-)	453.183,8 (-)	275.088,2 (-)	424.406,5 (-)	458.971,0 (-)	407.673,9
G1.5	301.892,9 (-)	348.525,4 (-)	307.740,7 (+)	362.782,1 (+)	422.960,3 (-)	348.780,3
G2.1	322.691,2 (+)	332.432,6 (+)	284.154,2 (-)	365.792,6 (+)	354.303,0 (-)	331.874,7
G2.8	320.275,7 (-)	276.184,5 (+)	346.210,9 (-)	331.786,2 (-)	424.943,0 (-)	339.880,1
G3.1	813.793,7 (-)	1.306.006,9 (+)	3.922.091,9 (+)	2.266.514,8 (+)	2.139.843,6 (-)	2.089.650,2
G3.2	669.470,4 (+)	1.422.721,9 (-)	4.615.886,6 (+)	2.466.170,0 (+)	2.296.138,0 (+)	2.294.077,4
G3.3	1.186.644,0 (+)	1.055.479,7 (+)	4.625.728,0 (-)	2.145.553,4 (+)	2.256.042,7 (+)	2.253.889,6
média	679.319,9	768.722,5	1.714.708,7	1.101.615,6	1.194.298,2	

TESTE 3 Etapa I

Tabela G.3: Soluções Modelo MEMM - TESTE 3 - Etapa I

Est.	Ex. 1	Ex. 2	Ex. 3	Ex. 4	Ex. 5	média
G1.1	449.243,6 (-)	388.857,5 (-)	473.987,0 (-)	453.327,3 (-)	483.146,3 (-)	449.712,3
G1.2	434.454,8 (-)	437.703,3 (-)	485.093,0 (-)	563.373,4 (+)	539.099,0 (-)	491.944,7
G1.3	604.652,8 (-)	671.498,3 (-)	654.833,0 (-)	674.869,6 (-)	1.194.408,3 (-)	760.052,4
G1.4	513.060,9 (-)	497.402,7 (-)	473.471,8 (-)	398.010,2 (-)	607.650,8 (-)	497.919,3
G1.5	473.971,7 (-)	482.600,6 (-)	521.226,0 (-)	399.856,2 (-)	563.416,1 (-)	488.214,1
G2.1	335.217,6 (-)	363.131,2 (-)	382.734,4 (+)	365.405,2 (+)	307.678,0 (-)	350.833,3
G2.8	338.259,4 (+)	339.953,4 (-)	361.756,3 (-)	385.555,4 (+)	554.121,2 (-)	395.929,1
G3.1	2.199.080,1 (+)	2.116.110,9 (+)	4.288.899,8 (+)	2.160.548,7 (-)	2.089.945,3 (+)	2.570.917,0
G3.2	2.280.325,6 (+)	2.288.855,9 (+)	4.368.076,4 (+)	2.346.633,5 (+)	2.114.949,9 (+)	2.679.768,3
G3.3	2.178.142,0 (+)	1.982.818,9 (+)	3.102.266,9 (+)	1.820.588,1 (+)	1.424.027,1 (+)	2.101.568,6
média	980.640,9	956.893,3	1.511.234,5	956.816,8	987.844,2	

H - Estudos Preliminares com Planos de Corte do CPLEX - modelos Não Sincronizados

Testes com Exemplos Gerados Aleatoriamente

Afim de verificar qual o desempenho do CPLEX na solução de exemplares com as dimensões dos problemas reais, foram realizados testes com 10 exemplares do modelo Dois Estágios Multi Máquinas Não Sincronizado, e 10 exemplares do modelo Mono Estágios Multi Máquinas Não Sincronizado, MEMM. No entanto, após as visitas a empresa percebeu-se que alguns parâmetros de entrada estavam pouco realistas. Por exemplo, as capacidades disponíveis estão bem mais folgadas que na prática, os custos de atrasos e estoques estão grandes em relação aos outros custos. A sincronia entre os estágios de envase e xaroparia também não havia sido considerada, ou seja, os modelos testados são do tipo (4.14)-(4.12). Assim, os resultados abaixo devem ser analisados com cautela. Mas servem como indicativos da eficiência do CPLEX para esta classe de problemas, no modelo DEMM Não Sincronizado.

A Tabela H.1 apresenta as dimensões dos exemplares em relação ao número de itens, e a Tabela H.2 apresenta o número total de variáveis, variáveis binárias, restrições, e esparsidade da matriz de restrições dos exemplares. Nesta seção DEMM-C e MEMM-C, são os exemplares dos Modelos Dois Estágios Mono Máquinas (que está inserido na Estratégia de Desagregação) e o Modelo Mono Estágio Multi Máquinas que possuem dimensões do problema da Fábrica C, e DEMM-A e MEMM-A são, o Modelo Dois Estágios Multi Máquinas e o Modelo Mono Estágio Multi Máquinas que possuem dimensões do problema da Fábrica A.

Tabela H.1: Número de Itens

Exemplar	Bebida. (J)	Xaropes (L)	Máquinas (M)	Período (T)	Sub-per. (N)
DEMM-A	18	10	2	4	72
MEMM-A	18	10	2	4	72
DEMM-C	27	9	1	4	108
MEMM-C	27	9	1	4	108

Tabela H.2: Número de Variáveis e Restrições dos Exemplos

Exemplar	Total Variáveis	Var. Binárias	Restrições	Não Zeros
DEMM-A	69300	4032	68236	269044
MEMM-A	52060	2592	49552	201932
DEMM-C	71658	3888	70206	276075
MEMM-C	63666	2916	61485	244296

Fábrica A

Os tempos de troca variam de 30 minutos a 5 horas (300 minutos). Na xaroparia os tempos de troca mais os tempos de preparo variam de 1 hora a 2 horas. A demanda na fábrica é semanal e pode variar de 0 a 700 pacotes dependendo da bebida. A velocidade de produção varia de bebida para bebida e é dada por pacotes produzidos por hora. Tendo em vista que o modelo considera o tempo de produção em termos da velocidade de produção de 1 pacote por unidade de tempo, no caso minutos, os tempos foram adequados e variam de 0.024 minutos a 0.075 minutos. Os tempos de produção dos xaropes também foram fixados em 1 unidade de tempo, como nos dados da fábrica de menor porte.

Tabela H.3: Intervalos para geração de dados Exemplos Maiores

Dados	Notação	Intervalos
Demanda	d_{jt}	[0, 7000]
Tempo Produção bebida	a_j^{II}	[0.024, 0.075]
Tempo Produção de Xarope	a_l^I	1
Tempo de troca de bebida	b_{ij}^{II}	[30, 300]
Tempo de troca de Xarope	b_{kl}^I	[12000, 24000]
Quantidade de Xarope por bebida	r_{jl}	[0.25, 2.5]
Capacidade da Linha	K_{tm}^{II}	9005400
Capacidade do Tanque	K_{tm}^I	120000
Custos de Estoque	h_j	[5, 20]
Custos de Atraso	g_j	[20, 100]
Custos de troca de bebida	s_{ij}^{II}	$\frac{2*b_{ij}^{II}}{1000}$
Custos de troca de Xarope	s_{kl}^I	$\frac{2*b_{kl}^I}{1000}$

Para estudar o comportamento do modelo em relação ao uso de planos de corte foram testadas três estratégias. O critério de parada foi a avaliação de 10000 nós. Inicialmente os exemplos foram resolvidos com os parâmetros padrões do CPLEX 9.1. Esta é a primeira estratégia (estratégia 1). Na solução dos testes pela estratégia 1 foi observada a geração de Planos de Corte. Então a segunda estratégia (estratégia 2) utilizada é a solução dos modelos pelo padrão do CPLEX 9.0 sem a geração de qualquer

Plano de Corte.

Tendo em vista que os únicos planos de corte gerados foram os Planos de Corte de Fluxo e os Planos de Corte de Gomory, seção 3.3, a terceira estratégia utilizada na solução dos exemplares foi o padrão do CPLEX com a geração agressiva de Inequações de Fluxo. A Tabela H.4 resume as diferenças entre as estratégias adotadas.

Tabela H.4: Estratégias utilizadas na solução dos exemplares

Estratégias	Inequações de Fluxo	Outras Inequações
Estratégia 1 (Padrão CPLEX)	padrão (automático)	padrão (automático)
Estratégia 2 (Sem Planos de Corte)	desligado	desligado
Estratégia 3	geração moderada	desligado

Modelo Dois Estágios Multi Máquinas

Para a solução do Modelo Dois Estágios Multi Máquinas, os planos de corte tiveram uma boa influência. No entanto, a geração dos Cortes de Fluxo não foram tão eficazes quanto para os outros modelos, pois a estratégia 3 foi melhor em apenas 2 exemplos, enquanto a estratégia 1 foi melhor em 7.

Modelo Mono Estágio Multi Máquinas

Observa-se que para o Modelo Mono Estágio Multi Máquinas a estratégia 3 também tem um bom desempenho, melhor em 6 exemplares. E as estratégias 2 e 3 foram melhores em dois exemplares cada uma.

Tabela H.5: Resultado Modelo Dois Estágios Multi Máquinas-Fábrica A

Exemp.	Estrat.	Melhor Sol. Int.	Nó melhor Sol. Int.	Iter.	Tempo (segundos)	gap	Flow	Flow path	Gom.
DEMM-A1	Estrat. 1	58046225.7	720	1077839	19023.55	70.88%	93	1	7
	Estrat. 2	70906709.4	3330	618739	9841.51	76.16%	92		
	Estrat. 3	68362403.9	660	938756	15021.8	75.27%			
DEMM-A2	Estrat. 1	40900670.5	7510	1356514	25849.51	91.05%	116		14
	Estrat. 2	44763562.0	2000	648226	10048.60	91.82%	109		
	Estrat. 3	43438056.4	570	1264792	98414.3	91.57%			
DEMM-A3	Estrat. 1	44725139.7	8120	2186852	53142.72	88.47%	119	2	24
	Estrat. 2	47910691.7	6630	903346	22513.73	89.24%	108		
	Estrat. 3	46461747.6	31818.6	1657879	31818.6	88.90%			
DEMM-A4	Estrat. 1	43872114.3	620	1808230	31389.38	89.92%	103	2	15
	Estrat. 2	49586007.9	3871	903272	20949.6	91.08%	127		
	Estrat. 3	49993483.3	1940	1542913	31468.1	91.15%			
DEMM-A5	Estrat. 1	65953956.4	150	1080081	18090.74	58.90%	103	2	27
	Estrat. 2	71881979.9	9040	1262342	68636.6	62.29%	100		
	Estrat. 3	67707497.8	740	1598979	38520.5	59.96 %			
DEMM-A6	Estrat. 1	74735073.0	720	1462998	36787.52	58.35%	90	1	19
	Estrat. 2	78281159.9	7100	819286	15274.1	60.23%	91		
	Estrat. 3	75448162.2	480	1071806	18778.8	58.74%			
DEMM-A7	Estrat. 1	94034101.9	2190	1180763	31086.81	57.88%	81	0	31
	Estrat. 2	89548049.5	1970	663607	25791.0	55.77%	86		
	Estrat. 3	87682125.5	630	915391	15301.2	54.83%			
DEMM-A8	Estrat. 1	71759724.7	1600	1627050	33033.01	74.39%	90	2	27
	Estrat. 2	70468021.3	7850	708726	11788.3	73.92%	92		
	Estrat. 3	77456814.8	1070	1440407	24190.6	76.27%			
DEMM-A9	Estrat. 1	79093244.9	4830	702672	11731.65	45.61%	65	4	34
	Estrat. 2	80150012.0	6840	696711	11590.8	46.33%	71		
	Estrat. 3	83881127.2	490	909350	14721.0	48.72%			
DEMM-A10	Estrat. 1	57423015.8	2530	1163078	19714.22	81.97%	106		34
	Estrat. 2	59493058.5	4030	828883	12494.9	82.59%	116		
	Estrat. 3	54444104.4	770	1207613	23178.7	80.98%			

Tabela H.6: Resultado Mono Estágio Multi Máquinas - Fábrica A

Exemp.	Estrat.	Melhor Sol. Int.	Nó melhor Sol. Int.	Iter.	Tempo (segundos)	gap	Flow	Flow path	Gom.
MEMM-A1	Estrat. 1	1699.9	4861	370956	3399.75	100 %	103	0	20
	Estrat. 2	15789.8	8903	303335	2309.92	100 %			
	Estrat. 3	1275.0	4976	359862	3320.7	100 %	118		
MEMM-A2	Estrat. 1	1618.1	3989	416217	3959.97	100 %	102	0	16
	Estrat. 2	1731.5	3506	268364	2246.70	100 %			
	Estrat. 3	1687.4	4101	403649	3800.4	100 %	104		
MEMM-A3	Estrat. 1	1533.0	8345	484701	3773.46	100 %	95	0	19
	Estrat. 2	1998.9	8805	333277	2526.07	100 %			
	Estrat. 3	1494.9	5519	306074	2854.9	100 %	116		
MEMM-A4	Estrat. 1	1240.6	6125	349484	2760.17	100 %	114	0	13
	Estrat. 2	1423.9	3301	278524	2313.93	100 %			
	Estrat. 3	1530.8	4419	378506	2904.8	100 %	112		
MEMM-A5	Estrat. 1	1880.6	8037	334065	2842.87	100 %	88	0	9
	Estrat. 2	1517.7	2482	284432	2601.56	100 %			
	Estrat. 3	1591.9	5288	295533	2820.6	100 %	90		
MEMM-A6	Estrat. 1	1612.6	5194	359722	3021.92	100 %	93	0	9
	Estrat. 2	1798.1	8616	334675	2395.34	100 %			
	Estrat. 3	1542.4	3481	370931	3050.5	100 %	87		
MEMM-A7	Estrat. 1	1440.3	4040	407319	3339.44	100 %	94	0	11
	Estrat. 2	12376.1	9828	278929	2209.60	100 %			
	Estrat. 3	1405.8	4451	334811	2754.4	100 %	112		
MEMM-A8	Estrat. 1	1731.0	8396	362284	3537.27	100 %	107		19
	Estrat. 2	1653.0	2901	321287	2410.18	100 %			
	Estrat. 3	1894.6	4204	364404	3513.3	100 %	111		
MEMM-A9	Estrat. 1	1682.1	6643	528013	4050.05	100 %	117		20
	Estrat. 2	1919.3	7647	275902	2425.18	100 %			
	Estrat. 3	1490.0	9278	409679	3467.3	100 %	117		
MEMM-A10	Estrat. 1	1618.6	7584	484291	3989.3	100 %	118		28
	Estrat. 2	2067.6	8410	301374	2335.69	100 %			
	Estrat. 3	1438.0	5427	363995	2832.3	100 %	116		

Fábrica C

A fábrica menor possui 27 itens; 1 máquina; e 9 xaropes. A demanda dos itens está em um intervalo de 0 à 15000 pacotes. Os tempos de produção de bebida variam de 0.05 minutos a 0.075 minutos. Supondo que se tenha uma demanda máxima de 15000 pacotes para cada bebida se a máquina demora 0.075 minutos para fabricar um pacote então são necessários 20250 minutos de tempo disponível para fabricar os itens. Além disto há um tempo de troca de bebidas nas linhas de no máximo 150 minutos. Se todas as trocas de bebidas na linha forem de 150 minutos, serão realizadas 26 trocas que consomem 6500 minutos. Somando o tempo total de produção com o tempo total de troca tem-se 26750 minutos para realizar toda a produção em um caso de demanda e tempos de troca máximos para todos as bebida s. A capacidade da máquina é então 26750 minutos, ou seja, a capacidade é bem folgada nestes experimentos.

Os tempos de troca de bebidas na linha variam de 40 à 150 minutos, sendo que de um item para ele mesmo é nulo. O valor de M grande é estabelecido como sendo a capacidade da máquina dividida pelo menor tempo de produção que é 0.05 ($26750/0.05=535000$).

Na xaroparia, a capacidade é de 149200 litros de xarope, que o resultado da soma de todas os tanques disponíveis para preparo de xarope. A proporção de xarope, r_{jl} , varia de 0.5 a 2 litros. Os tempos de trocas de xaropes variam de 50 à 625, sendo que a unidade de medida é litros de xarope. Então pode-se interpretar b_{kl}^I como sendo a quantidade em litros de xarope que deixaram de ser produzidos no período de limpeza. Como a unidade de medida da variável x_{ls}^I é litros de xarope, que é a mesma da capacidade da xaroparia, o tempo de produção a_j^I é 1.

Os custos de troca são dados por: custo de troca de bebidas na linhas, $s_{ij}^{II} = \frac{2*b_{ij}^I}{10}$; custos de troca de xaropes no tanque $s_{kl}^I = \frac{2*b_{kl}^I}{10}$ proporcionais aos tempos de troca. Os custos de troca são proporcionais aos tempos de troca, quanto maior o tempo de troca maior o custo. Os intervalos de custos de estoque e atraso são respectivamente, [5, 20], [20, 100]. A Tabela H.7 resume os intervalos de valores para geração dos exemplares.

Modelo Dois Estágios Mono Máquinas

A Tabela H.8 apresenta os resultados obtidos na solução dos exemplares do Modelo Dois Estágios Mono Máquinas. Observando a coluna do *gap* de Otimalidade, percebe-se que a Estratégia 3 foi melhor em 6 exemplares, e a Estratégia 1 em 4 exemplares. Tanto a estratégia 1 como a estratégia 3 geram vários planos de corte para os modelos, sendo que a Estr. 3, apesar de gerar menos planos de corte, gera apenas os Planos de Cobertura de Fluxo que conseguem aproveitar melhor as características do modelo. Podemos então perceber que para estes exemplares os planos de corte, principalmente os

Tabela H.7: Intervalos para geração de dados Exemplares Menores

Dados	Notação	Intervalos
Demanda	d_{jt}	[0, 15000]
Tempo Produção Bebida	a_j^{II}	[0.05, 0.075]
Tempo Produção de Xarope	a_l^I	1
Tempo de troca de Bebida	b_{ij}^{II}	[40, 150]
Tempo de troca de Xarope	b_{kl}^I	[50, 625]
Quantidade de Xarope por Bebida	r_{jl}	[0.5, 2]
Capacidade da Linha	K_{tm}^{II}	26750
Capacidade do Tanque	K_{tm}^I	149200
Custos de Estoque	h_j	[5, 20]
Custos de Atraso	g_j	[20, 100]
Custos de troca de bebida	s_{ij}^{II}	$\frac{2*b_{ij}^{II}}{10}$
Custos de troca de Xarope	s_{kl}^I	$\frac{2*b_{kl}^I}{10}$

Planos de Corte de Fluxo, colaboram na diminuição do *gap* de otimalidade.

Em relação ao tempo necessário para a busca em 10000 nós a Estratégia 2 tem melhor desempenho. Este resultado se deve ao fato desta estratégia não consumir tempo gerando planos de corte como as outras duas estratégias.

Modelo Mono Estágio Multi Máquinas

Os resultados da solução dos exemplares do Modelo Mono Estágio Multi Máquinas com dimensões menores (vide Tabela H.9), foram similares. Em 7 exemplares a estratégia 3 foi melhor, mas a estratégia 1 foi melhor em 3 casos e a estratégia 2 em 1 caso. Em relação ao tempo a estratégia 2 foi melhor em 9 casos, e a estratégia 3 em 1 caso.

Tabela H.8: Resultado Modelo Dois Estágios Mono Máquinas-Fábrica C

Exemp.	Estrat.	Melhor Sol. Int.	Nó melhor Sol. Int.	Iter.	Tempo (segundos)	gap	Flow	Flow path	Gom.
DEMM-C1	Estrat. 1	8525633.6	4401	847683	15110.73	7.76%	113	1	25
	Estrat. 2	8734826.7	5935	482987	6559.78	9.97%	107		
	Estrat. 3	8556427.6	6211	704719	12807.8	8.09%			
DEMM-C2	Estrat. 1	11936729.6	6761	819048	14581.55	6.09%	111	0	23
	Estrat. 2	12140322.0	7966	364286	5653.25	7.67%	91		
	Estrat. 3	12318796.5	8228	789854	14200.6	9.01%			
DEMM-C3	Estrat. 1	8456437.2	9200	896033	14201.36	7.38%	114	1	48
	Estrat. 2	8538903.0	7186	500455	6279.96	8.27%	109		
	Estrat. 3	8333539.2	8209	775221	13264.9	6.01%			
DEMM-C4	Estrat. 1	7394135.0	5361	1050134	19213.26	10.95%	135	0	42
	Estrat. 2	8236381.9	9912	455003	6439.92	20.06%	133		
	Estrat. 3	7298025.3	9999	982569	20283.0	9.78%			
DEMM-C5	Estrat. 1	6437428.4	3520	1512642	25850.11	9.90%	121	1	35
	Estrat. 2	6642945.5	9463	531565	6367.27	12.69%	121		
	Estrat. 3	6350866.6	7441	1070349	19192.3	8.67%			
DEMM-C6	Estrat. 1	17392414.7	6310	622654	12260.47	5.84%	93	0	12
	Estrat. 2	17483092.9	9691	494288	6766.76	6.33%	103		
	Estrat. 3	17359799.9	8185	801510	14237.6	5.66%			
DEMM-C7	Estrat. 1	7339871.4	8050	1017478	16604.49	8.84%	128	0	32
	Estrat. 2	8141976.7	9705	551092	7028.66	17.82%	127		
	Estrat. 3	7239228.9	2420	1521433	23598.8	7.57%			
DEMM-C8	Estrat. 1	6622482.7	7580	1571914	26125.78	8.17%	133	1	47
	Estrat. 2	6936656.5	6518	420735	5878.08	12.33%	127		
	Estrat. 3	6798288.7	9846	1295427	21674.7	10.55%			
DEMM-C9	Estrat. 1	6892327.7	5597	863489	14565.54	11.74%	120	1	32
	Estrat. 2	7078978.6	7540	457283	6580.80	14.07%	124		
	Estrat. 3	6882958.6	9507	859655	15318.5	11.62%			
DEMM-C10	Estrat. 1	11516841.9	9410	1052631	16480.44	4.30%	115	2	20
	Estrat. 2	12262798.1	9534	443618	5862.17	10.12%	101		
	Estrat. 3	11728328.9	5808	856729	14786.5	6.02%			

Tabela H.9: Resultado Modelo Mono Estágio Multi Máquinas -Fábrica C

Exemp.	Estrat.	Melhor Sol. Int.	Nó melhor Sol. Int.	Iter.	Tempo (segundos)	gap	Flow	Flow path	Gom.
MEMM-C1	Estrat. 1	13912513.5	359	106878	1695.66	0.01%	77	1	16
	Estrat. 2	13912635.5	3564	387042	3327.55	0.01%			
	Estrat. 3	13912509.5	546	114503	1481.6	0.01%	75		
MEMM-C2	Estrat. 1	5612785.9	9943	1420886	17297.23	0.02%	126	1	25
	Estrat. 2	6285871.7	9216	509779	4747.87	10.72%			
	Estrat. 3	5612735.9	6078	1508457	21509.3	0.02%	130		
MEMM-C3	Estrat. 1	4669133.0	9806	1196613	15181.22	0.02%	136	1	38
	Estrat. 2	6531359.3	1164	485506	4717.8	28.52%			
	Estrat. 3	4738973.2	9798	1235782	15464.9	1.49%	127		
MEMM-C4	Estrat. 1	11669777.3	1541	433771	4563.73	0.01%	95		29
	Estrat. 2	11669829.3	6658	519550	4112.63	0.01%			
	Estrat. 3	11669661.3	1029	472391	5336.9	0.01%	97		
MEMM-C5	Estrat. 1	12700961.6	211	48348	972.42	0.01%	67		30
	Estrat. 2	12700961.6	1074	138422	1415.25	0.01%			
	Estrat. 3	12701041.6	654	147117	1762.8	0.01%	70		
MEMM-C6	Estrat. 1	17287544.0	1275	364449	4019.18	0.00%	81	1	29
	Estrat. 2	17287596.0	749	108535	1347.02	0.01%			
	Estrat. 3	17287520.0	549	166208	2597.3	0.00	86		
MEMM-C7	Estrat. 1	6604872.8	441	1221810	12626.60	0.01%	121	1	30
	Estrat. 2	6908570.8	899	539218	4552.25	4.41%			
	Estrat. 3	6604878.8	9149	1062409	11387.3	0.01%	115		
MEMM-C8	Estrat. 1	9894246.3	2296	550495	5608.92	0.01%	102	1	27
	Estrat. 2	9894268.3	2706	285585	2637.49	0.01%			
	Estrat. 3	9894164.3	519	173761	2169.0	0.01%	89		
MEMM-C9	Estrat. 1	6597645.0	6393	1475830	18381.62	0.01%	128		30
	Estrat. 2	6655298.9	3798	594891	5079.51	0.88%			
	Estrat. 3	6597591.0	9008	1617589	22215.5	0.01%	129		
MEMM-C10	Estrat. 1	5271777.8	9040	1248784	15694.47	0.02%	138	1	39
	Estrat. 2	5298424.1	9774	488862	3932.90	0.52%			
	Estrat. 3	5271729.8	8634	1909093	23359.1	0.02%	137		