

LÁSARA FABRÍCIA RODRIGUES

**ANÁLISE DOS SERVIÇOS EMERGENCIAIS DE MANUTENÇÃO
AGRÍCOLA E BORRACHARIA NA AGROINDÚSTRIA CANAVIEIRA
UTILIZANDO TEORIA DE FILAS**

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Dr. Reinaldo Morabito Neto

São Carlos

2014

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da
Biblioteca Comunitária/UFSCar**

R696as Rodrigues, Lásara Fabrícia.
Análise dos serviços emergenciais de manutenção agrícola e borracharia na agroindústria canavieira utilizando teoria de filas / Lásara Fabrícia Rodrigues. -- São Carlos : UFSCar, 2014.
209 f.

Tese (Doutorado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2014.

1. Pesquisa operacional. 2. Modelo hipercubo. 3. Simulação computacional. 4. Agroindústria canavieira. 5. Sistemas emergenciais de manutenção agrícola e borracharia. I. Título.

CDD: 658.4034 (20^a)



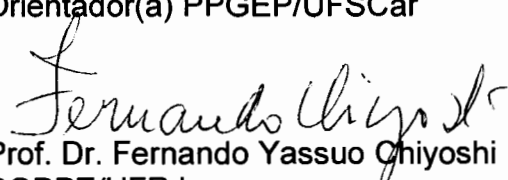
FOLHA DE APROVAÇÃO

Aluno(a): Lásara Fabrícia Rodrigues

TESE DE DOUTORADO DEFENDIDA E APROVADA EM 03/10/2014 PELA
COMISSÃO JULGADORA:



Prof. Dr. Reinaldo Morabito Neto
Orientador(a) PPGE/UFSCar



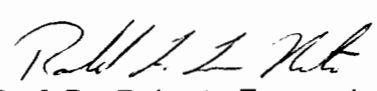
Prof. Dr. Fernando Yassuo Chiyoshi
COPPE/UFRJ



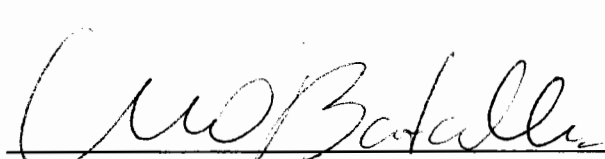
Profª Drª Vitória Maria Miranda Pureza
PPGE/UFSCar



Prof. Dr. Frederico Rodrigues Borges da Cruz
Estatística/UFMG



Prof. Dr. Roberto Fernandes Tavares Neto
PPGE/UFSCar



Prof. Dr. Mário Otávio Batalha
Coordenador do PPGE/UFSCar

Agradecimentos

Aos meus pais, Cleuza e João (*in memoriam*), por terem me apoiado nas decisões que tomei e por entender minha ausência.

Aos meus irmãos Letícia e Neto, pelo convívio, paciência e amizade.

Ao Prof. Reinaldo Morabito, pela orientação, amizade, confiança, disponibilidade e exemplo de dedicação.

Aos demais professores e funcionários do DEP-UFSCar, exemplos de profissionalismo e dedicação.

Aos colegas do Grupo de Pesquisa Operacional do DEP-UFSCar e do PPGEP-UFSCar pelas conversas e troca de experiências.

Aos professores Fernando Chyioshi, Vitória Pureza, João Alexandre Widmer, Frederico Rodrigues Borges da Cruz e Roberto Fernandes Tavares Neto, pelos comentários, sugestões e críticas construtivas nas fases de Projeto, Qualificação e Defesa, que contribuíram para melhorar o nível deste trabalho.

Ao professor Cem Saydam da *University of North Carolina at Charlotte* (UNCC) por toda a acolhida e disponibilidade durante o período de estágio no exterior.

A Dra. Ana Paula Iannoni pela amizade, estímulo, disponibilidade e colaboração nesse trabalho.

Aos colegas do DEPRO-UFOP pelo aprendizado, disponibilidade e troca de conhecimentos, em especial ao Prof. Jonas Durval Cremasco.

A todos os meus amigos, em especial às Doçuras pelos momentos de alegria, Irce, Karine e Mônica, que pessoalmente e profissionalmente me ajudaram muito nesse processo.

Ao Éder que esteve ao meu lado durante todos esses anos, pela paciência e disposição.

As empresas e funcionários que se disponibilizaram a participar desse trabalho, em especial a Christian Criscoulo, Adriano Morassuti e Gustavo Fregonez Batista.

Resumo

A agroindústria canavieira constitui um importante ramo da agroindústria brasileira, tanto considerando a experiência histórica do Brasil no cultivo da cana-de-açúcar, quanto à posição de destaque que essa indústria ocupa atualmente no cenário mundial. Essa indústria enfrenta, nos últimos anos, grandes mudanças e desafios, tornando cada vez mais necessário utilizar métodos efetivos que apoiem a tomada de decisão dentro dessas empresas, otimizando os recursos disponíveis e possibilitando análise de um conjunto cada vez maior de dados. O presente trabalho aborda os Serviços de Emergência de Manutenção e Borracharia na etapa agrícola da indústria canavieira. Para analisar e apoiar decisões no Sistema da Borracharia, foram desenvolvidos ou adaptados o Modelo Hipercubo de Filas, um Modelo de Simulação e conhecidos Modelos de Filas $M/M/m$ e $M/G/m$, utilizando os dados de um estudo de caso desenvolvido em uma usina de açúcar e álcool com servidores centralizados. Também foi analisado um cenário alternativo neste estudo com servidores descentralizados, que apresenta melhores resultados do ponto de vista de algumas medidas de desempenho em relação ao cenário original. Para analisar e apoiar decisões no Sistema de Manutenção, foram desenvolvidos extensões do Modelo Hipercubo de Filas, um Modelo Hipercubo Aproximado e Modelos de Simulação. Inicialmente utilizou-se um exemplo ilustrativo para tratar a prioridade na fila de espera e o *backup* parcial e taxas de atendimento diferenciadas entre os estados do hipercubo e os estados da cauda. Em seguida, foram realizados experimentos utilizando esses modelos e os dados coletados em um estudo de caso de um Sistema Emergencial de Manutenção em Campo. Foi também estudado um cenário alternativo que conta com mais um servidor em comparação com o cenário original e que apresenta resultados melhores que o cenário original, principalmente em relação aos tempos de viagem. Neste trabalho mostra-se que estas adaptações e extensões do modelo hipercubo de filas e os modelos de simulação desenvolvidos para tratar sistemas emergenciais de manutenção e borracharia em usinas são abordagens efetivas para análise e planejamento desses sistemas. Os resultados do estudo indicam que os modelos desenvolvidos e adaptados se mostram adequados para a aplicação no contexto da agroindústria canavieira.

Palavras-chave: Modelo Hipercubo de Filas, Simulação Discreta, Agroindústria Canavieira, Sistemas Emergenciais de Manutenção Agrícola e Borracharia.

Abstract

The sugarcane industry is an important branch of the Brazilian agroindustry considering the major role of sugarcane cultivation in the country history and the prominent position that this industry has achieved in the international scenario. In recent years, this industry has faced major changes and challenges. Therefore, the use of methods to support decision making has become increasingly necessary to optimize the available resources and enable the analysis of larger data sets. The present study addresses the Maintenance and Tire Repair Emergency Services in the agricultural stage of the sugarcane industry. In order to analyze and support decisions in the Tire Repair System, the Hypercube Model, the Simulation Model, and the known Queue Models $M/M/m$ and $M/G/m$ were developed or adapted using data from a case study conducted in a sugar and alcohol mill with centralized servers. In addition, an alternative scenario with decentralized servers was also investigated, and it showed better results in terms of performance measures compared to those of the original scenario. Extensions of the Hypercube Model, the Approximated Hypercube Model and the Simulation Models were developed to analyze and support decisions in the Maintenance Service System. At first, an illustrative example was used to address the issues of priority queue, partial backup, and differentiated service rates between the hypercube states and the states of the tail. Subsequently, experiments using these models and the case study data were conducted. An alternative scenario including one more server was also studied, and it showed better results than those of the original scenario, especially in terms of travel times. The present study shows that the adaptations and extensions of the hypercube model and the simulation models developed to treat Maintenance and Tire Repair Emergency Systems in sugarcane mills have proven to be effective approaches for these systems' planning and analysis. The results of this study indicate that the models developed and adapted are suitable for application in sugarcane industries.

Keywords: Hypercube Model, Simulation, Sugarcane Industry, Maintenance and Tire Repair Emergency Services.

Lista de Figuras

Figura 1 – Mapa do Brasil com especificação da localização das usinas.....	13
Figura 2 – Visão simplificada da produção de cana-de-açúcar	13
Figura 3 – Mapa das Fazendas para a Safra de 2012	22
Figura 4 – Estação com servidores idênticos e fila única.....	34
Figura 5 – Cubo cujos vértices representam os estados de um sistema com 3 servidores	40
Figura 6 – Vértice {110} e seus adjacentes	40
Figura 7 – Sistema com 4 átomos e 3 servidores	43
Figura 8 – Regiões (Átomos Geográficos) para o Sistema da Borracharia.....	60
Figura 9 – Pseudocódigo para o Processo de Calibração dos Tempos Médios de Serviço.....	69
Figura 10 – Representação dos Estados do Hipercubo e da Cauda.....	71
Figura 11 – Esquema do Modelo de Simulação do Sistema da Borracharia.....	75
Figura 12 – Átomos Geográficos do Exemplo Ilustrativo.....	86
Figura 13a – Representação dos Estados do Modelo Hipercubo para o Exemplo Ilustrativo (Cauda do estado {111})	90
Figura 13b – Representação dos Estados do Modelo Hipercubo para o Exemplo Ilustrativo (Caudas dos estados {101} e {011}).....	91
Figura 13c – Representação dos Estados do Modelo Hipercubo para o Exemplo Ilustrativo (Cauda do estado {001})	92
Figura 14 – Representação do estado $\{a^3b^2011\}$	97
Figura 15 – Representação dos Estados do Modelo Hipercubo Aproximado para o Exemplo Ilustrativo.....	99
Figura 16 – Representação do estado $ab011$	103
Figura 17 – Desvio Percentual entre o Modelo Hipercubo e o Modelo Hipercubo Aproximado	106
Figura 18 – Desvio Absoluto entre o Modelo Hipercubo e o Modelo Hipercubo Aproximado	107
Figura 19 – Probabilidade de ocorrência de cada estado para o Modelo Hipercubo	107
Figura 20 – Esquema do Modelo de Simulação do Exemplo Ilustrativo	122
Figura 21 – Regiões (Átomos Geográficos) do Sistema de Manutenção em Campo do período estudado.....	137
Figura 22 – Representação do estado $a111$	187
Figura 23 – Representação do estado $aa101$	190
Figura 24 – Representação do estado $aab001$	192

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Comparação entre os Sistemas Estudados	32
Tabela 2 – Lista de preferência de despacho	43
Tabela 3 – Relação entre os átomos e as fazendas para o Sistema da Borracharia	61
Tabela 4 – Dados relacionados ao processo de chegada no período de safra	62
Tabela 5 – Matriz das distâncias (Km) e tempo de viagem (horas) entre os centroides dos átomos.....	64
Tabela 6 – Dados do Processo de Atendimento da Borracharia	67
Tabela 7 – Comparação entre o Tempo Médio de Atendimento e o Tempo Médio de Viagem	68
Tabela 8 – Comparação entre o Modelo Hipercubo e de Simulação para os testes de tolerância	69
Tabela 9 – Probabilidade para o Sistema da Borracharia.....	78
Tabela 10 – Carga de Trabalho para o Sistema da Borracharia	78
Tabela 11 – Frequência de Despacho para o Sistema da Borracharia.....	79
Tabela 12 – Tempo Médio de Viagem ao Átomo no Sistema da Borracharia.....	79
Tabela 13 – Tempo Médio de Viagem do Servidor no Sistema da Borracharia.....	79
Tabela 14 – Tempo de Viagem no Sistema e para chamados em fila para o Sistema da Borracharia	80
Tabela 15 – Resultados para os Modelos $M/M/m$, $M/G/m$, Hipercubo e de Simulação	81
Tabela 16 – Lista de Preferência de Despacho do Cenário Alternativo.....	82
Tabela 17 – Carga de Trabalho para o Cenário Alternativo no Sistema da Borracharia	82
Tabela 18 – Frequência de Despacho para o Cenário Alternativo no Sistema da Borracharia	83
Tabela 19 – Tempo Médio de Viagem ao Átomo para o Cenário Alternativo no Sistema da Borracharia	83
Tabela 20 – Tempo Médio de Viagem do Servidor para o Cenário Alternativo no Sistema da Borracharia	83
Tabela 21 – Tempo de Viagem no Sistema e para chamados em fila para o Sistema da Borracharia	83
Tabela 22 – Taxa de Chegada do Exemplo Ilustrativo.....	87
Tabela 23 – Taxa de Atendimento do Exemplo Ilustrativo.....	87
Tabela 24 – Lista de Preferência de Despacho do Exemplo Ilustrativo	88
Tabela 25 – Tempo de Viagem entre os átomos do Exemplo Ilustrativo.....	88
Tabela 26 – Tempo de Atendimento do Exemplo Ilustrativo	124
Tabela 27 – Probabilidades associadas ao Exemplo Ilustrativo	125
Tabela 28 – Carga de Trabalho para o Exemplo Ilustrativo.....	126
Tabela 29 – Frequência de Despacho para o Exemplo Ilustrativo	126
Tabela 30 – Tempo Médio de Viagem ao Átomo no Exemplo Ilustrativo	127
Tabela 31 – Tempo Médio de Viagem do Servidor no Exemplo Ilustrativo	128
Tabela 32 – Tempo Médio de Viagem no Sistema e para cada classe de chamados para o Exemplo Ilustrativo	128
Tabela 33 – Tempo Médio e Número Médio de Clientes em Fila no Exemplo Ilustrativo ...	129
Tabela 34 – Carga de Trabalho para o Exemplo Ilustrativo com Taxas de Atendimento Diferenciadas.....	131
Tabela 35 – Frequência de Despacho para o Exemplo Ilustrativo com Taxas de Atendimento Diferenciadas.....	131
Tabela 36 – Tempo Médio de Viagem ao Átomo no Exemplo Ilustrativo com Taxas de Atendimento Diferenciadas	131

Tabela 37 – Tempo Médio de Viagem do Servidor no Exemplo Ilustrativo com Taxas de Atendimento Diferenciadas	132
Tabela 38 – Tempo Médio de Viagem no Sistema e para cada classe de chamados para o Exemplo Ilustrativo com Taxas de Atendimento Diferenciadas	132
Tabela 39 – Tempo Médio e Número Médio de Clientes em Fila no Exemplo Ilustrativo com Taxas de Atendimento Diferenciadas.....	133
Tabela 40 – Relação entre fazendas e átomos geográficos do Sistema de Manutenção	137
Tabela 41 – Dados do processo de chegada ao Sistema Manutenção em Campo para chamadas da classe a	138
Tabela 42 – Dados do processo de chegada ao Sistema Manutenção em Campo para chamadas da classe b	139
Tabela 43 – Matriz das distâncias e tempo de viagem entre os centroides dos átomos	140
Tabela 44 – Lista de Preferência de Despacho	142
Tabela 45 – Dados do Processo de Atendimento do Sistema de Manutenção	144
Tabela 46 – Comparação entre o Tempo Médio de Atendimento e o Tempo Médio de Viagem	144
Tabela 47 – Carga de Trabalho para o Cenário Real com Taxas de Atendimento Diferenciadas	147
Tabela 48 – Tempo Médio de Viagem ao Átomo no Cenário Real com Taxas de Atendimento Diferenciadas	148
Tabela 49 – Tempo Médio de Viagem do Servidor no Cenário Real com Taxas de Atendimento Diferenciadas	148
Tabela 50 – Tempo Médio de Viagem no Sistema e para cada classe de chamados no Cenário Real com Taxas de Atendimento Diferenciadas.....	149
Tabela 51 – Tempo Médio e Número Médio de Clientes em Fila no Cenário Real com Taxas de Atendimento Diferenciadas	149
Tabela 52 – Lista de Preferência de Despacho do Cenário Alternativo Parte1.....	150
Tabela 53 – Lista de Preferência de Despacho do Cenário Alternativo Parte2.....	150
Tabela 54 – Carga de Trabalho para o Cenário Alternativo com Taxas de Atendimento Diferenciadas	151
Tabela 55 – Tempo Médio de Viagem ao Átomo para o Cenário Alternativo com Taxas de Atendimento Diferenciadas	151
Tabela 56 – Tempo Médio de Viagem do Servidor para o Cenário Alternativo com Taxas de Atendimento Diferenciadas	152
Tabela 57 – Tempo Médio e Número Médio de Clientes em Fila para o Cenário Alternativo com Taxas de Atendimento Diferenciadas	153
Tabela 58 – Teste F para os dados de Safra e Entressafra.....	175
Tabela 59 – Relatório do Teste T para os dados de Safra e Entressafra.....	175
Tabela 60 – Teste F para o Tempo de atendimento das classes a e b	207
Tabela 61 – Relatório do Teste T para o Tempo de Atendimento das classes a e b	207
Tabela 62 – Teste F para o Tempo de atendimento do subperíodo e da safra.....	208
Tabela 63 – Relatório do Teste T para o Tempo de Atendimento do subperíodo e da safra	208

Lista de Siglas

CCT	Corte, Carregamento e Transporte
OS	Ordens de Serviço
VHP	<i>Very High Polarization</i> (Polarização Muito Alta)
APP	Área de proteção permanente
FCFS	<i>First-come first-served</i>
LCFS	<i>Last-come first-served</i>
SIRO	<i>Service in random order</i>
PIA	<i>Patrol Initiated Activities</i>
SAMU	Sistemas de atendimento médico urbano

Lista de Símbolos

L	Número médio de usuários em um sistema de filas
W	Tempo médio que um usuário permanece no sistema
λ	Número médio de usuários que chegam ao sistema por unidade de tempo
L_q	Número médio de usuários em filas
W_q	Tempo médio de um usuário na fila
ρ	Taxa de ocupação
m	Servidores idênticos e em paralelo
P_0	Probabilidade do sistema estar ocioso
P_n	Probabilidade do sistema estar no estado n
n	Estados do sistema
L_s	Número médio de usuários em atendimento
C_X^2	Coefficiente quadrático de variação da variável aleatória X
$V(X)$	Variância do intervalo de tempo entre as chegadas X
$E(X)^2$	Esperança do quadrado do intervalo de tempo entre as chegadas X
C_S^2	Coefficiente quadrático de variação da variável aleatória S
$V(S)$	Variância do tempo de serviço S
$E(S)^2$	Esperança do quadrado do tempo de serviço S
C	Capacidade do sistema no modelo $M/M/m/C$
$\bar{\lambda}$	Taxa de entrada de usuários no sistema
P_{loss}	Probabilidade de perda
W_{qk}	Tempo médio de espera em fila da classe k
L_{qk}	Número médio de usuários na fila da classe k
λ_j	Taxa de chegada ao átomo j
μ_i	Taxa de atendimento do servidor i
S_r	Estados com r chamadas no sistema
P_q	Probabilidade de Fila
P_s	Probabilidade de Saturação

ρ_i	Carga de Trabalho de cada servidor i
f_{ij}	Frequência de despacho do servidor i ao átomo j
f_{ij}^{nq}	Frequência de despacho do servidor i ao átomo j que não incorre em espera
f_{ij}^q	Frequência de despacho do servidor i ao átomo j que incorre em espera
E_{ij}	Conjunto de estados nos quais o servidor i é o primeiro servidor disponível na lista de preferência de despacho para o átomo j
t_{ij}	Tempo Médio de viagem para o servidor i , quando disponível, viajar para o átomo j
τ_{kj}	Matriz de tempos médios de viagem entre os átomos k e j
l_{ik}	Matriz de localização dos servidores
N_a	Número de átomos
T_q	Tempo médio de viagem até uma chamada que incorre em algum tempo de espera
T	Tempo médio de viagem no sistema
T_j	Tempo médio de viagem ao átomo j
TU_i	Tempo médio de viagem de cada servidor i
T_i	Variável binária que assume valor 1, quando o servidor i está desocupado, e valor 0, quando o servidor i está ocupado
P_B	Conjunto B de estados
$E\mathcal{Z}_i$	Subconjunto de estados do conjunto B nos quais o servidor i está disponível
λ_{aj}	Taxa de chegada de chamadas da classe a no átomo j
λ_{bj}	Taxa de chegada de chamadas da classe b no átomo j
λ_a	Taxa de chegada de chamadas da classe a
λ_b	Taxa de chegada de chamadas da classe b
nc	Número de classes
r	Número de classes agrupadas
ns	Número de servidores ocupados
L	Número de estados associados a cada cauda
LT	Número total de estados das caudas
P_{qa}	Probabilidade de haver pelo menos um chamado da classe a em fila
P_{qb}	Probabilidade de haver pelo menos um chamado da classe b em fila

P_{lossa}	Probabilidade de perda para a classe a
P_{lossb}	Probabilidade de perda para a classe b
$\overline{\lambda}_a$	Taxa de entrada no sistema para a classe a
$\overline{\lambda}_b$	Taxa de entrada no sistema para a classe b
f_{ija}	Frequência de despacho do servidor i ao átomo j para atender chamadas da classe a
f_{ijb}	Frequência de despacho do servidor i ao átomo j para atender chamadas da classe b
f_{ija}^{nq}	Frequência de despacho do servidor i ao átomo j para atender chamadas da classe a que não incorre em espera
f_{ijb}^{nq}	Frequência de despacho do servidor i ao átomo j para atender chamadas da classe b que não incorre em espera
f_{ija}^q	Frequência de despacho do servidor i ao átomo j para atender chamadas da classe a que incorre em espera
f_{ijb}^q	Frequência de despacho do servidor i ao átomo j para atender chamadas da classe b que incorre em espera
$E2_{ij}$	Conjunto de estados nos quais o servidor i é o primeiro servidor a ser enviado ao átomo j para atender um chamado que incorre em fila de espera
μ_j^s	Soma da taxa de atendimento dos servidores que podem atender no átomo j
t_{ij}^{nq}	Tempo Médio de viagem para o servidor i , quando disponível, viajar para o átomo j
t_{ij}^q	Tempo médio de viagem para um servidor i viajar até o átomo j para atender uma chamada em fila
Tk_k	Tempo médio de viagem em chamados da classe k
TU_{ik}	Tempo médio de viagem de cada servidor i para atender chamadas da classe k
S_t^m	Conjunto de estados, onde m representa o número de clientes na fila e t representa o número total de clientes no sistema
W_{qa}	Tempo médio de espera para a classe a
W_{qb}	Tempo médio de espera para a classe b
μ'_j	Taxa de atendimento do servidor j para os estados do hipercubo (sem fila)
μ''_j	Taxa de atendimento do servidor j para os estados das caudas (fila de espera)

Sumário

1	Introdução.....	1
1.1	Objetivos.....	4
1.2	Justificativa.....	5
1.3	Método de Pesquisa.....	7
1.4	Organização do Texto.....	8
2	Etapa Agrícola e Serviços de Emergência na Agroindústria Canavieira.....	10
2.1	Agroindústria Canavieira no Brasil.....	10
2.1.1	Agroindústria Canavieira.....	11
2.1.1.1	Etapa Agrícola da Agroindústria Canavieira.....	13
2.1.1.1.1	Preparo de Solo, Plantio e Manutenção de Canaviais.....	14
2.1.1.1.2	Colheita, Carregamento e Transporte.....	15
2.2	Características das Empresas Visitadas.....	18
2.2.1	Exemplos de Aplicação.....	21
2.3	Serviços de Emergência.....	24
2.3.1	Serviços de Emergência na Etapa Agrícola na Agroindústria Canavieira.....	25
2.3.1.1	Sistema da Borracharia.....	26
2.3.1.2	Manutenção Emergencial em Campo.....	28
2.3.1.3	Comparação entre os Sistemas Estudados.....	31
3	Teoria de Filas, Modelo Hipercubo de Filas e Simulação Discreta.....	33
3.1	Teoria de Filas.....	33
3.1.1	Fórmula de Little.....	34
3.1.2	Filas com capacidade ilimitada: os modelos $M/M/m$ e $M/G/m$	35
3.1.3	Filas com capacidade limitada: o modelo $M/M/m/C$	36
3.1.4	Modelos de Filas com múltiplas classes de usuários.....	37
3.2	Modelo Hipercubo de Filas.....	38
3.2.1	Método de Solução do Modelo Hipercubo.....	46
3.2.2	Medidas de Desempenho.....	48
3.2.2.1	Probabilidade de haver fila no sistema.....	48
3.2.2.2	Probabilidade de saturação do sistema.....	48
3.2.2.3	Carga de Trabalho de cada servidor i	49
3.2.2.4	Frequência de despacho.....	49
3.2.2.5	Tempos Médios de Viagem.....	50
3.2.2.5.1	Tempo Médio de viagem para o servidor i , quando disponível, viajar para o átomo j	50
3.2.2.5.2	Tempo médio de viagem até uma chamada que incorre em algum tempo de espera.....	50

3.2.2.5.3 Tempo médio de viagem no sistema	51
3.2.2.5.4 Tempo médio de viagem ao átomo j	51
3.2.2.5.5 Tempo médio de viagem de cada servidor i	52
3.2.3 Extensões do Modelo Hipercubo de Filas	52
3.3 Simulação Discreta	54
4 Sistema Emergencial da Borracharia	58
4.1 Modelo Hipercubo associado ao Sistema da Borracharia	58
4.1.1 Validação das hipóteses associadas ao modelo hipercubo	59
4.1.1.1 Hipótese 1: Divisão da região analisada em átomos geográficos.....	59
4.1.1.2 Hipótese 2: Processo de Chegada.....	61
4.1.1.2.1 Processo de Chegada durante o período de Safra.....	61
4.1.1.2.1.1 Teste de Aderência para os dados do período de Safra	62
4.1.1.3 Hipótese 3: Tempos Médios de Viagem Conhecidos.....	63
4.1.1.4 Hipótese 4: Servidores Espacialmente distribuídos na região.....	63
4.1.1.5 Hipótese 5: Localização dos Servidores	64
4.1.1.6 Hipótese 6: Despacho de Servidores	65
4.1.1.7 Hipótese 7: Política de Despacho dos Servidores	65
4.1.1.8 Hipótese 8: Tempo de Atendimento	66
4.1.1.9 Hipótese 9: Dependência do tempo de atendimento em relação ao tempo de viagem	68
4.1.2 Equações de Equilíbrio do Sistema da Borracharia.....	70
4.1.3 Medidas de Desempenho.....	73
4.1.3.1 Frequência de despacho que não incorre em fila de espera.....	73
4.2 Modelo de Simulação associado ao Sistema da Borracharia	74
4.3 Implementação Computacional dos Modelos Hipercubo e de Simulação	77
4.4 Resultados dos Modelos Hipercubo e de Simulação para o Sistema da Borracharia.....	77
4.5 Comparação dos Resultados dos Modelos $M/M/m$, $M/G/m$, Hipercubo e de Simulação para o Sistema da Borracharia	80
4.6 Cenário Alternativo	81
4.7 Comparação do Cenário Atual com o Cenário Alternativo.....	84
4.8 Considerações Finais do Capítulo	84
5 Extensão do Modelo hipercubo original para tratar prioridade e <i>backup</i> parcial.....	86
5.1 Extensão do Modelo hipercubo através de um exemplo ilustrativo.....	86
5.1.1 Equações de Equilíbrio associadas ao Modelo Hipercubo para o exemplo ilustrativo	89
5.1.1.1 Equações para os estados associados ao hipercubo do Modelo Hipercubo	92
5.1.1.2 Equações para os estados associados às Caudas do Modelo Hipercubo	95
5.1.1.2.1 Equações para o estado $\{a^3b^2011\}$	96

5.2 Modelo Hipercubo Aproximado.....	98
5.2.1 Equações de Equilíbrio associadas ao Modelo Hipercubo Aproximado para o exemplo ilustrativo	98
5.2.1.1 Equações para os estados associados ao hipercubo do Modelo Hipercubo Aproximado	99
5.2.1.2 Equações para os estados associados às Caudas do Modelo Hipercubo Aproximado	101
5.2.1.2.1 Equações para o estado $\{ab011\}$	102
5.3 Solução dos Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado	105
5.4 Comparação entre o Modelo Hipercubo e o Modelo Hipercubo Aproximado	105
5.5 Medidas de Desempenho para o Exemplo Ilustrativo	107
5.5.1 Probabilidade de haver fila no sistema	108
5.5.2 Probabilidade de saturação do sistema	109
5.5.3 Probabilidade de perda	110
5.5.4 Taxa de entrada no Sistema	112
5.5.5 Carga de Trabalho de cada servidor i	113
5.5.6 Frequência de despacho	113
5.5.7 Tempos Médios de Viagem	116
5.5.7.1 Tempo Médio de viagem para o servidor i , quando disponível, viajar para o átomo j	116
5.5.7.2 Tempo médio de viagem para um servidor i viajar até o átomo j para atender uma chamada em fila	117
5.5.7.3 Tempo médio de viagem no sistema	117
5.5.7.4 Tempo médio de viagem ao átomo j	118
5.5.7.5 Tempo médio de viagem em chamados da classe k	118
5.5.7.6 Tempo médio de viagem de cada servidor i	118
5.5.7.7 Tempo médio de viagem de cada servidor i para atender chamadas da classe k	119
5.5.8 Número médio de clientes na fila	119
5.5.9 Tempo médio de espera no sistema	121
5.6 Modelo de Simulação para o Exemplo Ilustrativo	121
5.7 Implementação Computacional dos Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado e do Modelo de Simulação	124
5.8 Resultados dos Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado e do Modelo de Simulação para o Exemplo Ilustrativo	125
5.9 Melhoria nos Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado considerando taxas de atendimento diferenciadas	129
5.10 Considerações Finais do Capítulo	133
6 Sistema Emergencial de Manutenção em Campo	135

6.1 Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado associados ao Sistema Emergencial de Manutenção em Campo	135
6.1.1 Validação das hipóteses do Modelo Hipercubo	136
6.1.1.1 Hipótese 1: Divisão da região analisada em átomos geográficos.....	136
6.1.1.2 Hipótese 2: Processo de Chegada.....	138
6.1.1.2.1 Teste de Aderência para os dados das Classes a e b	139
6.1.1.3 Hipótese 3: Tempos Médios de Viagem Conhecidos.....	139
6.1.1.4 Hipótese 4: Servidores Espacialmente Distribuídos na Região.....	141
6.1.1.5 Hipótese 5: Localização dos servidores.....	141
6.1.1.6 Hipótese 6: Despacho de Servidores	141
6.1.1.7 Hipótese 7: Política de Despacho dos Servidores	142
6.1.1.8 Hipótese 8: Tempo de Atendimento	142
6.1.1.8.1 Teste de Aderência dos dados do Tempo de Atendimento	144
6.1.1.9 Hipótese 9: Dependência do tempo de atendimento em relação ao tempo de viagem	144
6.1.2 Equações de Equilíbrio do Modelo Hipercubo para o Sistema Emergencial de Manutenção em Campo	145
6.1.3 Equações de Equilíbrio do Modelo Hipercubo Aproximado para o Sistema Emergencial de Manutenção em Campo	145
6.1.4 Medidas de Desempenho para o Sistema Emergencial de Manutenção em Campo	146
6.2 Modelo de Simulação para o Sistema Emergencial de Manutenção em Campo	146
6.3 Implementação Computacional dos Modelos Hipercubo e de Simulação	146
6.4 Resultados dos Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado para o Sistema de Manutenção considerando taxas de atendimento diferenciadas	147
6.5 Cenário Alternativo	149
6.7 Comparação do Cenário Atual com o Cenário Alternativo.....	153
6.8 Considerações Finais do Capítulo	154
7 Conclusões e Perspectivas Futuras	156
7.1 Conclusões.....	156
7.2 Perspectivas para Pesquisa Futura.....	158
Referências Bibliográficas.....	160
Anexo 1	174
Anexo 2	176
Anexo 3	187
Anexo 4	194
Anexo 5	206

1 Introdução

As transformações ocorridas na economia nacional e internacional têm proporcionado intensas modificações nos diversos segmentos produtivos ligados à agricultura. Essas mudanças resultaram numa nova fase de crescimento da agroindústria canavieira nacional, impulsionada por perspectivas de aumento da demanda tanto por açúcar quanto por etanol. Nesse mercado, o Brasil posiciona-se como o maior produtor e exportador de açúcar (GAUDER et al., 2011) e o segundo maior produtor e maior exportador de etanol do mundo (TRIANA, 2011). Segundo Crago et al. (2010), o etanol de milho produzido pelos Estados Unidos e o de cana-de-açúcar produzido no Brasil são as principais fontes de biocombustíveis do mundo. Entretanto, deve-se ressaltar que, mesmo sendo um grande produtor, os Estados Unidos absorvem a sua produção interna e ainda são um grande importador de biocombustíveis.

Esse crescimento da agroindústria canavieira nacional aponta para uma perspectiva favorável para as empresas que se situam em toda a cadeia produtiva do açúcar e do álcool. Entretanto, com o livre mercado, os preços da cana-de-açúcar passaram a depender de sua qualidade e da sua participação percentual nos produtos finais. Assim, o Brasil, reconhecido mundialmente por produzir a cana-de-açúcar com o menor custo no mundo (ALMEIDA et al., 2007) e com uma estrutura industrial mais flexível, com unidades que permitem produzir tanto açúcar quanto etanol (MAPA, 2013), tem importante vantagem nesse mercado.

Além disso, a concorrência que as empresas enfrentam no mercado as obriga a buscar alternativas para reduzir custos e tornarem-se mais competitivas. Nesse sentido, para operar com economias de escala, as empresas requerem matérias-primas e produtos em quantidade, qualidade e custo compatíveis. Para tanto, todos os segmentos da cadeia produtiva devem trabalhar focando esses objetivos. O segmento industrial estimula a introdução e difusão de novas tecnologias na agricultura, o que induz alterações na forma de organização da produção agrícola. Assim, as empresas do setor passaram a se reestruturar para responderem as novas regras, agora impostas pelo mercado. Essa reestruturação inclui melhorias nas técnicas e nos equipamentos utilizados.

O processo produtivo sucroalcooleiro pode ser descrito como uma sequência de operações agrícolas (etapa agrícola) e industriais (etapa industrial) (SOUZA, 2001). O resultado da etapa agrícola é a cana-de-açúcar, uma matéria-prima de grande flexibilidade utilizada na produção de vários produtos. A etapa industrial utiliza essa matéria-prima

produzida pela etapa agrícola e um sistema complexo de processos industriais para obter os produtos finais. Esses produtos finais podem ser: álcool anidro, álcool hidratado, energia natural, bebidas, cosméticos, plásticos, papéis, ração animal e uma gama de outros produtos.

Na etapa agrícola, uma das alternativas encontradas para a redução de custo é a mecanização. Além da redução dos custos, a mecanização vem sendo adotada com o objetivo de elevar a produtividade e reduzir a poluição ambiental (SOUZA, 2006). A queima da cana ainda é utilizada como método de despalha (eliminação da palha e folhas secas) na colheita manual e acarreta aumento nos níveis de poluição (emissão de CO e particulados) que impactam na saúde humana, causam danos a edifícios e perda de sacarose para a cana (BRAUNBECK et al., 1999). Em função disso, mudanças na legislação proibindo a queima da palha da cana-de-açúcar estão sendo implementadas no estado de São Paulo e já apresentam resultados, uma vez que, segundo UNICA (2013), 72,6 % da cana na safra 2012/2013 utilizou a colheita mecanizada. Além disso, a aplicação mais efetiva da legislação trabalhista incentiva a aceleração do processo de mecanização à medida que aumentam os custos relacionados à mão de obra.

Por outro lado, o aumento da mecanização da agricultura leva à necessidade de gerenciamento desses equipamentos, envolvendo a seleção de equipamentos mais adequados e garantindo um bom uso destes (CAMARENA et al., 2004). Silva et al. (2011) avaliam ainda que essas decisões não se limitam apenas à quantificação dos recursos. Uma visão sistêmica deve ser adotada para englobar, além de outros fatores, a forma de operação desses recursos, a localização das frentes de corte e o estabelecimento de turnos de trabalho.

Outra evolução na etapa agrícola se refere aos meios de transporte utilizados para garantir que a cana-de-açúcar chegue à indústria. A utilização de sistemas de transporte de grande capacidade contribui significativamente para a redução dos custos. Segundo Caixeta Filho (1998), o custo do corte, do carregamento e do transporte pode representar 30% do custo de produção da cana, e somente o transporte pode equivaler a mais de 10 % desse total. A introdução de mecanização, tanto na colheita quanto no plantio, e a utilização de sistemas de transporte cada vez mais modernos, demandam elevados investimentos. Contudo, Rosa *et al.* (1998) afirmam que as mudanças na colheita e no transporte podem provocar uma redução de 30% nos custos de produção.

Além disso, o processo produtivo sucroalcooleiro é caracterizado pela sazonalidade (SAITO, 2000; KAWAMURA et al., 2006). No período da safra, na etapa agrícola, acontece toda a colheita e transporte de cana até a usina. A usina (etapa industrial), por sua vez, trabalha com sua maior capacidade para processar toda a cana-de-açúcar vinda da

etapa agrícola. Então, nesse período de safra, na etapa agrícola, com a utilização constante dos equipamentos e os altos investimentos para aquisição dos mesmos, torna-se necessário minimizar os tempos improdutivos. Nesse sentido, otimizar a utilização desses recursos contribui significativamente para a redução do custo.

Na etapa agrícola, vários equipamentos, tais como colhedoras e plantadoras, ao necessitarem de manutenção agrícola ou de borracharia, acionam uma equipe de manutenção agrícola ou de borracheiros, que se desloca até o local, realiza a manutenção e retorna até a oficina. Devido ao alto custo e a possibilidade de parar a usina ou prejudicar de forma importante suas atividades por falta de cana-de-açúcar e a perda de sacarose da cana, os serviços prestados por essas equipes precisam responder imediatamente aos chamados em campo, minimizando o tempo que os equipamentos não estão produzindo.

Nesse sentido, a quantidade, a localização e a política de despacho dos servidores, equipes de manutenção ou borracharia, e o posicionamento da(s) oficina(s) influencia no tempo de resposta ao chamado e, por sua vez, o tempo total que a equipe permanece ocupada com aquele atendimento. O tempo de resposta é o tempo que o servidor demora para chegar ao local do chamado (GONÇALVES, 1994), ou seja, inclui os tempos de espera na fila e de deslocamento do servidor. Assim, quanto maior for o tempo gasto com deslocamento, menor será o tempo que o servidor fica disponível para atender outra chamada. E, caso alguma chamada aconteça nesse período e não exista outro servidor disponível, esta aguarda o término do atendimento anterior, formando uma fila de espera e deteriorando o nível de serviço.

Assim, ao analisar os serviços emergenciais de manutenção agrícola e borracharia de usinas, parece evidente que ao aumentar o número de servidores em cada um desses sistemas, o seu treinamento, o número de funcionários nessas equipes, ou seja, o nível de serviço, o tempo médio de resposta seria reduzido. Entretanto, esses investimentos no sistema incorrem em custos adicionais importantes. Assim, existe um conflito (*trade-off*) entre o nível de serviço oferecido pelos servidores aos usuários do sistema e o investimento requerido no sistema.

O modelo hipercubo de filas espacialmente distribuídas apresenta-se como uma importante ferramenta para a análise e o planejamento de serviços e possibilita a utilização de teoria das filas em modelos de localização probabilísticos, permitindo o cálculo de diversas medidas de desempenho importantes para um dado sistema, com base em teoria de filas espacialmente distribuídas (LARSON; ODONI, 1981; CHIYOSHI et al., 2000).

O presente trabalho pretende propor abordagens quantitativas, baseadas no modelo hipercubo de filas e outros modelos de filas e em modelos de simulação, que auxiliem na análise, planejamento e otimização dos Serviços de Emergência de Manutenção e Borracharia na etapa agrícola da agroindústria canavieira. Essas abordagens também podem ser utilizadas para análise de outros sistemas emergenciais agrícolas, como o combate a incêndio de equipamentos e canaviais. Modelos desse tipo podem ser utilizados para apoiar decisões em nível tático e estratégico durante o projeto e configuração de Serviços de Emergência (SWERSEY, 1994; GALVÃO; MORABITO, 2008), assim como também algumas decisões em nível operacional. Essas decisões referem-se em nível estratégico principalmente ao número e localização de servidores, e em nível tático a escolha de políticas de despacho e áreas de influência de cada servidor. Modelos hipercubo e de simulação também podem ser úteis para apoiar decisões em nível operacional, auxiliando ações diretas sobre a operação e o controle dos sistemas.

1.1 Objetivos

O objetivo geral deste projeto é propor abordagens quantitativas analíticas e experimentais para análise, planejamento e otimização da configuração e operação de serviços de emergência na etapa agrícola da agroindústria canavieira. Pretende-se mostrar que estas abordagens desenvolvidas para tratar sistemas emergenciais em usinas são efetivas para a análise desses sistemas. Os serviços de emergência analisados são a manutenção agrícola e a borracharia. Cada um destes sistemas é analisado separadamente neste estudo por apresentarem características particulares que os difere entre si.

Este objetivo geral pode ser desmembrado nos seguintes objetivos específicos:

- Adaptar e aplicar o modelo hipercubo de filas ao Sistema da Borracharia na etapa agrícola da agroindústria canavieira. Desenvolver também um modelo alternativo de Simulação Discreta para analisar esse sistema. Um estudo de caso é realizado para validar essa aplicação.
- Estender e aplicar o modelo hipercubo de filas para representar e analisar o Sistema Emergencial de Manutenção em Campo, incorporando políticas com prioridades no atendimento e o *backup* parcial. Desenvolver também um modelo alternativo de Simulação Discreta para analisar esse sistema. Um estudo de caso também é realizado para validar essa aplicação.
- Avaliar, para cada um dos sistemas analisados, indicadores de desempenho para o sistema, para cada região do sistema e para cada servidor do sistema,

apoiando os tomadores de decisão tanto em decisões estratégicas, como em decisões táticas e operacionais. Estes indicadores são estimados pelos modelos analíticos (modelo hipercubo) e experimentais (simulação) e comparados com os dados coletados nos estudos de caso.

- Utilizar os modelos desenvolvidos para explorar cenários alternativos, modificando a configuração e os parâmetros dos sistemas estudados, para ilustrar e analisar o potencial de análise desses modelos em situações realistas alternativas de planejamento e configuração desses sistemas.

Vale salientar que não se tem conhecimento de outros estudos na literatura que analisaram estes sistemas emergenciais de manutenção e borracharia utilizando esta linha de pesquisa.

1.2 Justificativa

O aumento da produção de cana-de-açúcar e perspectivas ainda mais animadoras para o futuro são confirmadas por dados do Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento (MAPA). Segundo o MAPA (2013), a produção projetada de etanol para 2019 é de 58,8 bilhões de litros, mais que o dobro da registrada em 2008, e a previsão da taxa média anual de aumento da produção de açúcar é de 3,25% até 2018/2019. Vinculado a esse crescimento, questões como a proibição da queima da cana-de-açúcar em algumas regiões, maior fiscalização do cumprimento da legislação trabalhista e das condições de trabalho e maior competitividade das empresas desse setor favorecem o processo de mecanização da etapa agrícola da agroindústria canavieira.

Além desses fatores, destaca-se a característica perecível da cana-de-açúcar. Segundo Silva et al. (2011), a cana se deteriora à medida que aumenta o tempo entre sua colheita e a moagem, perdendo qualidade e comprometendo a eficiência industrial. Carvalho (2009) também argumenta que a cana deve ser processada rapidamente e estabelece um prazo satisfatório entre 24 e 36 horas. Já Van den Wall Bake et al. (2009) afirmam que atrasos antes do processamento e a queima levam a perdas significantes na quantidade de sacarose por tonelada de açúcares redutíveis totais, e que perdas de 6-10 Kg por tonelada de cana nas primeiras 72 horas são comuns.

Em função da deterioração da cana, as usinas têm buscado reduzir a quantidade de cana estocada no pátio (SILVA et al., 2011; GRUNOW et al., 2007). Por outro lado, essas empresas buscam coordenar o abastecimento da usina evitando falhas de abastecimento, uma vez que os custos associados à falta nesse tipo de indústria são muito altos (SILVA et al.,

2011). Assim, é fundamental que existam confiabilidade e agilidade nas operações de corte, carregamento e transporte da cana, uma vez que ocorrem diversas interrupções entre o planejamento de cultivo e a colheita. Segundo Grunow et al. (2007), essas interrupções são causadas por condições climáticas inesperadas, falhas em equipamentos, doenças e incêndios ilegais nas plantações.

Em revisão bibliográfica, observaram-se diversas contribuições sobre a utilização de métodos quantitativos na etapa agrícola da agroindústria canavieira. Por exemplo, Grisotto (1995) e Higgins (2006) se preocuparam com o transporte da cana até a usina; Milan et al. (2006), além do transporte, também se interessaram pela minimização do custo da colheita da cana; Kawamura et al. (2006) consideraram em seu trabalho a alocação ótima de produção, a estocagem de produção final além do transporte; Colin et al. (1999) estudaram a distribuição de açúcar considerando a capacidade de estocagem dos depósitos. Iannoni e Morabito (2002, 2006c) analisaram o processo de descarga de cana; Silva et al. (2011) o sistema de turnos de trabalho dos operadores de equipamentos na usina. Paiva e Morabito (2007, 2009) desenvolveram modelos para representar o planejamento da produção em usinas de açúcar e álcool; Paiva (2009) e Paiva e Morabito (2013) aplicaram técnicas de otimização robusta no planejamento agregado de produção em usinas cooperadas; Jiao et al. (2005) modelaram o processo produtivo visando aumentar a produção de açúcar; Junqueira (2014) estudou abordagens para otimização de frentes de colheita de cana-de-açúcar.

Em relação a estudos sobre sistemas de manutenção e borracharia em usinas, poucos trabalhos foram encontrados na literatura. Mathew e Rajandram (1993) analisaram o intervalo entre paradas para manutenção em usinas de açúcar e álcool na Austrália utilizando modelos de simulação. Sørensen e Bochtis (2009) apresentaram um modelo conceitual para gerenciamento de frota na agricultura, que se preocupava com a alocação de recursos, sequenciamento, roteamento, manutenção de equipamentos e monitoramento em tempo real de veículos e materiais. Apesar dos avanços na utilização de métodos quantitativos na agroindústria canavieira, não se tem conhecimento de estudos sobre serviços de emergência e localização de servidores na etapa agrícola da agroindústria canavieira.

Em função dessa lacuna teórica, acredita-se que esse trabalho represente contribuições teóricas (extensões do modelo hipercubo clássico) e também de aplicações num contexto ainda não explorado (agroindústria canavieira). Acredita-se também que com aumento da mecanização das atividades agrícolas (ÚNICA, 2013) e das áreas agrícolas das empresas, aplicações dessas abordagens se tornem cada vez mais importantes para analisar a tomada de decisão nos sistemas emergenciais dessas empresas.

1.3 Método de Pesquisa

A escolha do método de pesquisa está diretamente ligada à abordagem de pesquisa que se deseja utilizar que, por sua vez, se relaciona aos propósitos e objetivos a serem alcançados.

O presente trabalho se baseia em uma abordagem quantitativa. Essa abordagem é caracterizada pela produção de relações de causa e efeito, pela manipulação direta de cenários por parte do pesquisador, pela observação dos efeitos sobre as variáveis dependentes de interesse e pela menor ênfase na interpretação (BRYMAN, 1989). Em relação à abordagem quantitativa, um dos métodos mais utilizados é a modelagem/simulação. A modelagem/simulação está voltada ao desenvolvimento de modelos objetivos, que podem ser teóricos ou aplicados, para auxílio ao processo de tomada de decisão, servindo para avaliar o efeito de variáveis dentro de domínios específicos (BERTRAND; FRANSOO, 2002).

O método de pesquisa utilizado nesse trabalho é a Modelagem e Simulação. De acordo com Bertrand e Fransoo (2002), esse método de pesquisa é utilizado para analisar relações causais entre variáveis independentes e dependentes através de modelos que simulam a realidade. Pretende-se utilizar como técnicas de pesquisa a modelagem matemática e a análise Markoviana em teoria de filas, para representar o sistema de equações que fornece as probabilidades de equilíbrio dos possíveis estados de cada um dos sistemas estudados (manutenção agrícola e borracharia). Planeja-se também utilizar técnicas de solução, permitindo resolver os modelos e estudar cenários, com o intuito de estabelecer abordagens e estratégias que possibilitem a obtenção da política ou solução ótima, no caso de um método exato, e de uma solução de boa qualidade, no caso de um método aproximado.

Essas características definem uma pesquisa empírica descritiva. Morabito e Pureza (2010) destacam que a pesquisa quantitativa em gestão de produção e operações geralmente se limita aos quatro tipos puros (axiomática descritiva, axiomática normativa, empírica descritiva e empírica normativa), mas que é possível encontrar na prática estudos que combinam esses tipos de pesquisa. A pesquisa empírica reporta aplicações dos resultados de pesquisa teórica em processos reais, contrastando com a pesquisa axiomática que estuda um problema idealizado. A pesquisa empírica descritiva está interessada em criar modelos que descrevam adequadamente relações causais existentes no problema real (BERTRAND; FRANSOO, 2002; MORABITO; PUREZA, 2010).

No caso desse projeto, utiliza-se uma pesquisa empírica descritiva, que parte das informações sobre os sistemas estudados, de conceitos de simulação discreta e de uma

modelagem conhecida na literatura, o modelo hipercubo clássico de filas, e desenvolvem-se adaptações e extensões neste modelo para propor alternativas de configuração e operação dos Serviços de Emergência e suas análises de aplicação. Por meio desse processo de modelagem, pretende-se mostrar que é possível analisar com precisão situações realistas e cenários alternativos importantes destes sistemas e utilizar diversos indicadores de desempenho dos sistemas, úteis para os tomadores de decisão.

1.4 Organização do Texto

Este trabalho está organizado em sete capítulos. Neste capítulo são abordados aspectos preliminares do trabalho, bem como os objetivos e as justificativas desta tese com foco na análise de Sistemas Emergenciais de Manutenção e Borracharia na etapa agrícola da agroindústria canavieira. A ênfase deste estudo é nos sistemas encontrados em usinas brasileiras.

No Capítulo 2 é resumidamente apresentada a agroindústria canavieira, em especial a etapa agrícola e suas atividades, os serviços de emergência e a usina que serviu de estudo de caso, com informações coletadas na empresa onde o estudo foi realizado. Convém salientar que esses sistemas emergenciais dessa empresa são similares aos de outras empresas do setor, como pode ser verificado em diversas visitas realizadas a outras empresas. Esse capítulo também descreve os serviços de emergência na etapa agrícola da agroindústria canavieira (manutenção agrícola e borracharia) e compara os sistemas estudados. O material desse capítulo também foi baseado em dados e informações coletadas em diversas visitas realizadas em diferentes usinas brasileiras.

O Capítulo 3 é dedicado à revisão da literatura relevante sobre teoria de filas, estabelecendo um panorama geral sobre a teoria de filas e o modelo hipercubo de filas. Em relação ao modelo hipercubo de filas, foram apresentadas suas principais características, métodos de solução, cálculos de medidas de desempenho e algumas extensões desse modelo para tratar sistemas mais gerais. Esse capítulo também apresenta uma breve revisão sobre Simulação Discreta, apontando as principais características, vantagens, desvantagens, etapas para construção de modelos e algumas aplicações.

O Capítulo 4 mostra a adaptação do Modelo Hipercubo de Filas, o Modelo de Simulação e os conhecidos Modelos de Filas $M/M/m$ e $M/G/m$ para análise dos dados do estudo de caso com servidores centralizados em um Sistema da Borracharia. Esse capítulo também analisa um cenário alternativo com servidores descentralizados para o qual também foram desenvolvidos Modelos Hipercubo e de Simulação, no qual os modelos $M/M/m$ e

$M/G/m$ não podem ser aplicados. Os resultados para os cenários original e alternativo indicam que o cenário alternativo apresenta resultados superiores que o cenário original, reduzindo os tempos de viagens.

O Capítulo 5 apresenta uma extensão do Modelo Hipercubo, um Modelo Hipercubo Aproximado e um Modelo de Simulação através de um exemplo ilustrativo baseadas em Sistema da Manutenção Emergencial em Campo. Esses modelos admitem a prioridade na fila de espera e o *backup* parcial e são contribuições para o estado da arte da literatura. Também foi desenvolvida uma extensão para os Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado utilizando taxas de atendimento diferenciadas entre os estados do hipercubo e os estados da cauda.

O Capítulo 6 apresenta os experimentos realizados utilizando os Modelos Hipercubo, Hipercubo Aproximado e de Simulação mostrados no Capítulo 5, utilizando os dados coletados em um Sistema Emergencial de Manutenção em Campo. Também foi testada uma extensão dos Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado para tratar taxas de atendimento diferenciadas. Esse capítulo também analisa um cenário alternativo que conta com mais um servidor em comparação com o cenário original e subdivide o sistema em dois subproblemas, para o qual também foram desenvolvidos Modelos Hipercubo, Hipercubo Aproximado e de Simulação. Os resultados indicam que o cenário alternativo apresenta resultados melhores que o cenário original, principalmente em relação aos tempos de viagem.

No Capítulo 7 são apresentadas as conclusões dessa tese. São discutidas considerações finais em relação aos resultados obtidos, principalmente em relação às contribuições para a geração de conhecimento, mas considerando-se também aspectos de aplicação prática. Também são apresentadas algumas perspectivas para pesquisa futura em cada um dos sistemas analisados.

2 Etapa Agrícola e Serviços de Emergência na Agroindústria Canavieira

Nesse capítulo são apresentadas resumidamente a agroindústria canavieira, a etapa agrícola dessa indústria e suas atividades, assim como são discutidos dados e informações de visitas realizadas nas empresas, o estudo de caso e os sistemas emergências nessa indústria. Esses conceitos são importantes para a fundamentação desse trabalho e as modelagens e resultados apresentados nos próximos capítulos.

2.1 Agroindústria Canavieira no Brasil

A agroindústria canavieira é um dos principais agronegócios do Brasil e, segundo Triana (2011), o Brasil é o país mais experiente no mundo na produção de cana-de-açúcar e etanol. O Brasil tem uma história de 500 anos de plantação de cana-de-açúcar para a produção de açúcar e, desde os anos de 1930, essa cana também é usada na produção de etanol para ser utilizado como combustível (ALMEIDA et al., 2007). A partir de 1975, com a criação do Proálcool, a produção de etanol para ser usado como combustível aumentou em resposta ao aumento dos preços do petróleo no mercado internacional (COELHO et al., 2006).

A partir de 2001, a produção de etanol passou por uma nova fase estimulada pelo aumento dos preços do petróleo, desenvolvimento de um mercado internacional para o etanol e recuperação do mercado no Brasil (ALMEIDA et al., 2007). Além disso, a introdução em 2003, dos veículos flex, que podem usar qualquer proporção de gasolina e etanol hidratado no mesmo tanque (FURTADO et al., 2011) rapidamente refletiu no aumento da produção de etanol hidratado no Brasil (VAN DEN WALL BAKE et al., 2009) e esse consumo vem crescendo conforme a frota desses veículos aumenta (ANFAVEA, 2012).

O Brasil posiciona-se no cenário internacional como um dos maiores produtores e exportadores de açúcar e etanol de cana. Segundo dados do Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento (MAPA, 2013), o Brasil é também o maior produtor de cana-de-açúcar do mundo, com área plantada de 8,52 milhões de hectares e uma produção de 590 milhões de toneladas de cana-de-açúcar na safra 2012/2013.

Em relação à produção de açúcar, o Brasil é o maior produtor e exportador de açúcar do mundo (GAUDER et al., 2011; PAIVA, 2009). Segundo MAPA (2013), a produção brasileira de açúcar em 2012 foi de 38,5 milhões de toneladas e desse total 24,3 milhões de toneladas foi exportado. De acordo com Gauder et al. (2011), o Brasil é capaz de exportar 68% da sua produção de açúcar e detém 45% do mercado mundial desse produto. Juntamente com o Brasil, o USDA (2010) cita como os maiores produtores de açúcar a Índia, China e

Tailândia e afirma que os quatro países detêm 52% da produção mundial e 53% das exportações de açúcar. Dados disponíveis em USDA (2013) mostram também que a maior parte da produção da Índia e, especialmente, da China é destinada ao mercado interno.

O Brasil foi o principal produtor mundial de etanol até 2005 e, a partir desse ano, os Estados Unidos assumiram a liderança na produção (COSTA, 2009; CRAGO et al., 2010). O etanol americano é produzido principalmente a partir do milho, uma matéria-prima de baixa produtividade e alto custo (ROVERE et al., 2011). A melhora no desempenho americano foi fortemente influenciada pela concessão de subsídios governamentais (COSTA, 2009; ROVERE et al., 2011). Entretanto, o Brasil continua tendo uma posição de destaque como o segundo maior produtor e o maior exportador de etanol (CRAGO et al., 2010; TRIANA, 2011), uma vez que a produção americana é absorvida pelo mercado interno. De acordo com Rovere et al. (2011), esses dois países produzem juntos cerca de 70% da produção mundial de etanol. Costa (2009) argumenta que a exportação de álcool pode representar uma grande oportunidade para o Brasil, especialmente considerando que o mercado internacional ainda é embrionário, que grande parte do volume exportado destina-se ao setor industrial e da possibilidade da adoção de biocombustíveis para substituir uma parcela dos combustíveis fósseis.

Ao se comparar o etanol brasileiro com o etanol produzido de cana-de-açúcar em outros países, todos os estudos indicam que ele é o mais competitivo e que a razão principal do baixo custo do etanol brasileiro é a matéria-prima, uma vez que o Brasil tem a maior produtividade na produção de cana-de-açúcar do mundo (ALMEIDA et al., 2007). Essa alta produtividade é fundamental para o setor, pois, segundo Neves et al. (2006) e Van den Wall Bake et al. (2009), o custo da matéria-prima, a cana-de-açúcar, representa 60 % dos custos de produção do etanol e do açúcar. Além disso, ao comparar o custo do etanol brasileiro com o do etanol produzido com outras matérias-primas como o milho, trigo e beterraba a vantagem é ainda mais importante (ALMEIDA et al., 2007).

2.1.1 Agroindústria Canavieira

O segmento agroindustrial denominado sucroalcooleiro engloba as unidades que produzem açúcar e álcool simultaneamente (usinas com destilarias anexas) e as que produzem apenas álcool, as denominadas destilarias autônomas (NASCIMENTO, 2006). Segundo dados do Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento (MAPA, 2013), o número de usinas cadastradas chegou a 401 em março de 2013 e a maioria delas, 294 são mistas, ou seja, podem produzir tanto açúcar quanto álcool. Em função dessa flexibilidade,

Rovere et al. (2011) argumentam que a quantidade de cana direcionada à produção de etanol depende do nível de preço do açúcar no mercado internacional e a OCDE (2011) afirmam que o Brasil é o único exportador que pode trocar de 5-10% da sua capacidade de moagem entre esses dois produtos dentro de um ano em resposta às mudanças em sua lucratividade.

O processo produtivo sucroalcooleiro é caracterizado pela sazonalidade: na safra, a usina trabalha com sua maior capacidade e na entressafra, faz sua manutenção e gerencia seu estoque (SAITO, 2000). O período de safra é definido por fatores relacionados ao clima (SILVA, 2006): aumento do teor de sacarose causado pela menor disponibilidade de água, menor risco de danos devido à movimentação de máquinas, interrupção do processo de colheita e transporte em períodos de chuva desabastecendo a usina e envio de impurezas minerais causando o desgaste de equipamentos e perda da eficiência industrial.

A agroindústria canavieira no Brasil é geralmente dividida em duas sub-regiões: Centro/Sul e Norte/Nordeste, conforme mostra a Figura 1. Na região Centro/Sul, o período de safra se estende geralmente de abril/maio a novembro e na região Norte/Nordeste de setembro a março, permitindo ao Brasil produzir açúcar e etanol durante todo o ano. Em 2012, segundo dados do MAPA (2013), 89,49 % da produção de cana-de-açúcar foi realizada na região Centro/Sul e 10,51 % na região Norte/Nordeste. Na região Centro/Sul, destaca-se o estado de São Paulo que destinou um total de 4,4 milhões de hectares para o cultivo da cana-de-açúcar na safra de 2012/2013, ou seja, 60 % da área da região Centro/Sul e 51,87 % da área total (MAPA, 2013). Historicamente, também existe grande diferença de produtividade entre as regiões e esta é influenciada por fatores como o relevo acidentado e menor investimento em tecnologia na região Nordeste.

O processo produtivo sucroalcooleiro divide suas atividades em etapa industrial e etapa agrícola. Essa divisão é de certa forma natural ao se observar as atividades nessas duas etapas e retrata a estrutura observada nas empresas do setor. Além disso, vários estudos encontrados na literatura dividem o processo produtivo dessa forma (YAMADA, 1999; SOUZA, 2001). Outros consideram, além das etapas citadas anteriormente, a inclusão de outras como as etapas: comercial (NASCIMENTO, 2006), Transporte entre a etapa agrícola e a indústria (TRIANA, 2011) e CCT (Corte, Carregamento e Transporte) como uma subdivisão da etapa agrícola (PAIVA, 2009).

A etapa industrial produz, além do açúcar, do álcool e do melaço, inúmeros outros subprodutos, entre eles o bagaço e a vinhaça, reutilizados como insumos no próprio desenvolvimento desse processo produtivo. Outro produto de crescente importância para o setor é a energia elétrica (bioeletricidade) gerada a partir da queima do bagaço, da palha e de

pontas nas caldeiras. O mix produtivo depende da capacidade instalada, da flexibilidade de cada empresa e do mercado para cada produto e subproduto.

Figura 1 – Mapa do Brasil com especificação da localização das usinas



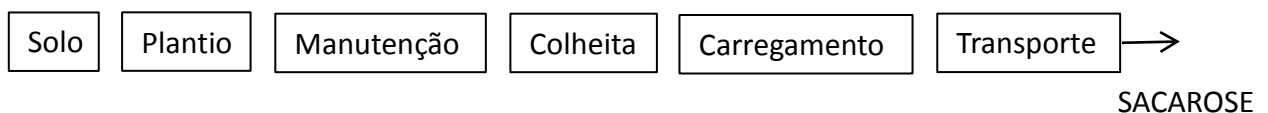
Fonte: adaptado de CONAB (2013)

A etapa agrícola é responsável pelo fornecimento de cana-de-açúcar para a etapa industrial. E, como esse estudo enfoca a etapa agrícola, esta é discutida em mais detalhes na próxima seção.

2.1.1.1 Etapa Agrícola da Agroindústria Canavieira

A etapa agrícola da agroindústria canavieira inclui todas as atividades que propiciam a disponibilidade da matéria-prima (cana-de-açúcar) para a etapa industrial, ou seja, as atividades que proporcionam o abastecimento da usina. Esse abastecimento, segundo Silva (2006), deve ser contínuo, pois os custos decorrentes da interrupção e retomada do fornecimento são muito altos. A Figura 2 apresenta uma visão simplificada da etapa agrícola e mais detalhes dessas atividades são apresentados nas próximas seções.

Figura 2 – Visão simplificada da produção de cana-de-açúcar



Fonte: adaptado de Van den Wall Bake et al. (2009)

A etapa agrícola utiliza grandes extensões de terra para produzir a cana-de-açúcar. A área utilizada por uma usina está relacionada, entre outros fatores, com a sua produção de cana, a produtividade do canavial, a capacidade de moagem da usina e ao custo e disponibilidade da terra. Segundo Coelho et al. (2006), quase 75 % da terra utilizada para a cana-de-açúcar no Brasil é de propriedade de grandes produtores e os pequenos produtores geralmente se organizam em cooperativas.

Todas as atividades da etapa agrícola envolvem a utilização de equipamentos e mão-de-obra em menor ou maior grau. As atividades mecanizadas envolvem uma maior utilização de equipamentos e menor número de funcionários que as atividades manuais e são cada vez mais utilizadas pelas usinas. De uma forma geral, o aumento da mecanização pode ser observado em todas as atividades agrícolas, entretanto, o nível de adoção varia de usina para usina. Algumas usinas realizam suas atividades de plantio e colheita de forma totalmente mecanizada e outras ainda se encontram em estágios iniciais na utilização da mecanização.

2.1.1.1.1 Preparo de Solo, Plantio e Manutenção de Canaviais

O preparo de solo acontece antes do plantio e tem por objetivo atenuar ou eliminar fatores físicos, químicos e biológicos que podem vir a prejudicar o desempenho do solo (PAIVA, 2009). Segundo a Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (EMBRAPA, 2013), o preparo deve ainda, melhorar a infiltração de água, reduzindo a enxurrada e conseqüentemente a erosão.

Paiva (2009) afirma que são geralmente executadas operações de descompactação e sistematização do solo (gradagem, homogeneização, terraplanagem, terraceamento, delimitação de talhões), correção das características químicas do solo (calagem, gessagem) e aplicação de herbicidas e fungicidas. Os equipamentos utilizados nessas operações incluem tratores e implementos agrícolas (grades, arados e subsoladores). Esses equipamentos e implementos devem ser ajustados a cada operação de modo a melhorar o seu rendimento e atender as restrições impostas.

A mecanização das atividades agrícolas e, por consequência, o aumento do tráfego agem de forma antagônica sobre o solo. As rodas e esteiras dos equipamentos provocam o adensamento e redução da porosidade do solo prejudicando o desenvolvimento da planta (CGEE, 2009).

O cultivo da cana-de-açúcar no Brasil é baseado no sistema de soqueira, no qual após o primeiro corte, a mesma planta é cortada algumas vezes numa base anual antes de

ser replantada (VAN DEN WALL BAKE et al., 2009). O primeiro corte na cana é realizado 12 ou 18 meses após o plantio em função das duas opções disponíveis para a época do plantio da cana (CGEE, 2009). Após esse primeiro corte, o canavial é colhido em média mais quatro vezes a partir da rebrota da cana cortada (TRIANA, 2011; SOUZA, 2001; CGEE, 2009; BODDEY et al., 2008) e a decisão relacionada ao número de cortes está associada com a produtividade que o canavial apresenta em cada safra.

O plantio consiste na abertura do sulco, adubação e aplicação de resíduos industriais (torta de filtro e vinhaça), distribuição das mudas (colocação dos colmos de cana no sulco) e cobertura dos sulcos. Essas operações são realizadas com o auxílio de equipamentos e implementos específicos. Dentre esses, pode-se citar as plantadoras (disponíveis em diferentes modelos e conceitos), tratores, unidades de carga e caminhões.

O plantio pode ser manual ou mecanizado. O plantio manual acontece da seguinte forma: é realizada a sulcação, ou seja, utiliza-se um trator com uma grade para abrir os sulcos (buracos onde são colocadas as mudas) e, logo após, são distribuídas as mudas (colmos) nos sulcos pelos trabalhadores. Em seguida, são aplicados os defensivos e adubos e os sulcos são cobertos. Já no plantio mecanizado são utilizadas plantadoras e apresentam como vantagem a menor utilização de mão-de-obra e como desvantagem o alto investimento necessário para a sua aquisição e manutenção. O plantio mecanizado comparado ao manual reduz várias etapas do processo. A plantadora coloca as mudas, joga os pesticidas e cobre os sulcos com a terra. As mudas de cana utilizada no plantio mecanizado são plantadas especificamente para esse fim e são cortadas na frente de colheita e transportadas para o plantio para carregar a plantadora. Existem também plantadoras semi-mecanizadas que utilizam cana inteira e trabalhadores para direcionar as mudas para o sistema de corte e distribuição da máquina.

A manutenção do canavial visa garantir a produtividade do mesmo. Essa atividade também conhecida como tratos culturais utiliza pulverizadores, adubadoras, tratores e em algumas usinas, aviões agrícolas para realizar suas atividades. A manutenção visa repor os nutrientes da área e garantir o equilíbrio químico do solo. Cada empresa deve adotar os procedimentos técnicos e operacionais específicos de acordo com a necessidade dos seus canaviais.

2.1.1.1.2 Colheita, Carregamento e Transporte

Uma frente de colheita pode ser definida como um conjunto de máquinas e pessoas que têm como objetivo carregar os caminhões que transportam a cana para a etapa

industrial (SOUZA, 2001). A quantidade de frentes é estabelecida pela gerência das usinas e depende da moagem da usina, da entrega de cana de fornecedores, da quantidade de máquinas alocadas na frente, da distribuição geográfica do canavial e da dimensão das fazendas, o que irá requerer ou não a mudança frequente de área de colheita (SILVA et al., 2011).

A colheita da cana-de-açúcar pode ser manual ou mecanizada. Atualmente, a colheita da cana-de-açúcar no Brasil passa por um processo de grande evolução passando do sistema tradicional de colheita manual para o sistema de colheita mecanizada. Em São Paulo, o maior produtor de cana do país, a colheita mecanizada já é adotada em 72,6 % dos canaviais (UNICA, 2013). Existem muitos fatores que podem explicar essa evolução, mas com certeza a criação de legislação específica para controlar as queimadas é uma das principais razões. O Estado de São Paulo criou a Lei 11.241 em 2002 que definia um cronograma de introdução progressiva da colheita mecanizada e eliminação da queimada.

A razão para não se utilizar a queima da cana é principalmente ambiental e, segundo Rovere et al. (2011), relacionada com a qualidade do ar em cidades próximas aos campos. A queima resulta na emissão de poluentes para o ambiente levando a impactos na saúde humana e em danos em edifícios (BRAUNBECK et al., 1999).

Na colheita manual, a cana é cortada manualmente pelos trabalhadores e não é picada. Nesse caso, geralmente é necessário queimar a cana para realizar a colheita, pois a queima facilita o corte manual, aumenta a produtividade do cortador, afugenta cobras e outros animais peçonhentos e remove as folhas (despalha). Boddey et al. (2008) afirmaram que um cortador de cana corta três vezes mais quando a cana foi previamente queimada.

Entretanto, a queima da cana tem consequências diretas sobre a produtividade do canavial. Segundo Braunbeck et al. (1999) e Van den Wall Bake et al. (2009), a queima também resulta em perdas de sacarose. E Gal et al. (2009) afirmaram que, após a queima, a qualidade da cana se deteriora rapidamente. Além disso, a eliminação da queima promove a redução no custo de industrialização da cana à medida que elimina a etapa de lavagem da cana crua. Já Paiva (2009) afirmou que o corte da cana crua pode ser realizado em escala menor quando não é permitido queimá-la, nem utilizar a colheita mecanizada e para a realização do plantio.

Na colheita mecanizada são utilizadas colhedoras. Existem diferentes modelos e marcas disponíveis no mercado brasileiro atualmente, mas a maioria das opções disponíveis utiliza o sistema australiano de cana picada. No Brasil, tem-se adotado a colheita da cana picada também utilizada em países como a Austrália (CGEE, 2009). Segundo o CGEE (2009), as principais restrições desse sistema de colheita adotado são a incompatibilidade com

o plantio direto, em função da compactação gerada pelo tráfego intenso, sua incapacidade de colher eficientemente o palhicho com qualidade e custo atrativos e a incapacidade das colhedoras de uma linha operarem em terrenos com inclinação superior a 12%.

Uma colhedora substitui de 80 a 100 trabalhadores (FIGUEIREDO; SCALA Jr, 2011; TRIANA, 2011). Segundo Rovere et al. (2011), como a colheita mecanizada diminui o número de trabalhadores rurais, cria uma necessidade de absorver essa mão de obra desempregada e, na maioria das vezes, desqualificada. Por outro lado, novos empregos e de melhor qualidade são criados na produção e operação de equipamentos, porém em menor quantidade. Segundo esses mesmos autores, a colheita mecanizada implica num *trade-off* entre o impacto ambiental positivo e o impacto social negativo.

Na colheita mecanizada, a cana é geralmente cortada crua sem reduzir a produtividade do equipamento. Esse talvez seja o principal motivo da adoção rápida dessa tecnologia uma vez que atende às preocupações ambientais sem aumentar o custo. Entretanto, é possível realizar a colheita mecanizada em canaviais que foram queimados também sem reduzir a produtividade do equipamento.

Após o corte, seguem-se as operações de carregamento e transporte. Segundo Carvalho (2009), é de grande importância que a cana seja processada rapidamente, estabelecendo-se como prazo satisfatório um período entre 24 e 36 horas, pois passando desse prazo as perdas podem ser significativas. Van den Wall Bake et al. (2009) também afirmam que atrasos antes do processamento como carregamento e transporte levam a significantes perdas na quantidade de sacarose por tonelada. Gal et al. (2009) também comentam que a qualidade da cana se deteriora rapidamente após o corte.

A atividade de carregamento acontece de forma diferente na colheita mecanizada e na manual. Na colheita manual, após o corte, o cortador junta fardos de cana em alguns pontos. Esses fardos são colocados nas unidades de carga com o auxílio de carregadeiras tratorizadas. Já na colheita mecanizada, a colhedora corta a cana e, simultaneamente, carrega as unidades de carga. Nos dois sistemas de colheita, tratores de tração transportam as unidades de carga carregadas até os caminhões e depois voltam para as colhedoras. Os tratores e unidades de carga são geralmente utilizados, pois os caminhões de maior capacidade não podem ser levados até o local do corte, devido às condições das estradas e acessos e para diminuir o pisoteamento do canavial.

O transporte da cana-de-açúcar do campo até a usina acontece, no Brasil, com a utilização de caminhões. De acordo com Souza (2001), alguns dos caminhões utilizados para o transporte são: o caminhão trucado (*truck*) com capacidade de 13 a 18 toneladas; o

caminhão trucado com uma unidade de carga (“Romeu e Julieta”) com capacidade de 30 a 36 toneladas; o caminhão trucado com duas unidades de carga (“Treminhão”) com capacidade de 39 a 50 toneladas e um cavalo mecânico com duas unidades de carga (“Rodotrem”) com capacidade de 30 a 36 toneladas em cada unidade de carga. Além desses modelos, podem ser encontrados em algumas usinas composições com mais de três reboques acoplados, mas existem restrições quanto aos locais onde esses veículos podem trafegar devido a sua estrutura (SILVA, 2006). Além da capacidade, segundo Silva et al. (2011), o tipo e as dimensões das carrocerias utilizadas para acomodação da carga variam em função do tipo de cana (inteira ou picada) a ser carregada e da forma de carregamento.

O transporte da cana tem evoluído muito nos últimos anos reduzindo o custo de transporte, utilizando veículos de maior capacidade, se adaptando aos sistemas de colheita adotados pelas usinas e investindo em sistemas de informação. O transporte tem cada vez mais importância, uma vez que com o aumento da capacidade de moagem das usinas é natural que seja necessário transportar cana entre distâncias cada vez maiores.

O transporte das frentes de colheita até a usina acontece da seguinte forma: o caminhão é carregado em uma frente de colheita, transporta a cana para a usina e ao chegar é descarregado. Após a descarga, é novamente despachado para uma frente de colheita. Atualmente, muitas empresas utilizam sistemas computacionais para realizar essa alocação e controlar esses despachos. Esses sistemas permitem a alocação dinâmica dos caminhões atendendo a restrições de compatibilidade entre equipamentos de carga e transporte, reduzindo as filas de espera na usina e nas frentes de colheita e atendendo o planejamento de colheita. Entretanto, existem empresas que ainda utilizam sistemas manuais ou planilhas eletrônicas e baseiam-se na experiência do operador (“*dispatcher*”) para definir a alocação do veículo à frente. Outras empresas trabalham com uma alocação praticamente fixa de caminhões às frentes de colheita.

2.2 Características das Empresas Visitadas

Foram visitadas 10 empresas do setor sucroalcooleiro localizadas no interior dos estados de São Paulo e Minas Gerais entre os anos de 2010 e 2012. Essas empresas são de diferentes portes, com áreas agrícolas compreendendo entre 8.000 e 80.000 hectares.

Em cada empresa, foram visitadas as áreas agrícolas, incluindo plantio (mecanizado e manual), colheita (mecanizada e manual), preparo de solo, a oficina responsável pela área agrícola, a borracharia, o controle de chamados (em algumas empresas

feito pela própria oficina e em outras existe uma área específica) e combate a incêndio agrícola.

As visitas visavam permitir a familiarização com o objeto estudado, conhecendo as características de funcionamento de cada empresa, os tipos de chamados emergenciais, a disponibilidade e a localização de servidores e as políticas de despacho utilizadas. E, com isso, permitir comparação dos sistemas nas diferentes empresas visitadas, percebendo as similaridades e diferenças.

Nessas visitas, percebeu-se que, independente do porte, a gestão dos sistemas emergenciais (manutenção agrícola e borracharia) funciona basicamente da mesma forma em todas as empresas visitadas, variando geralmente apenas a quantidade de servidores (caminhões oficina, bombeiro e borracharia) utilizada em cada sistema. Esperava-se variação da quantidade de servidores, pois ao se utilizar áreas de diferentes dimensões, é esperado que a necessidade de servidores varie. E, além disso, ao se utilizar áreas maiores, também é esperado que os servidores tenham que percorrer áreas mais distantes, permanecendo mais tempo em deslocamento, levando a uma maior necessidade de servidores.

Além de depender do tamanho das áreas (quantidade em hectares), o dimensionamento dos servidores também pode ser influenciado pela dispersão dessas áreas. Em algumas empresas, foram observadas áreas praticamente contínuas, enquanto em outras as áreas são mais dispersas chegando a deslocamentos de 150 km de algumas fazendas até a usina. Isso acontece devido ao relevo acidentado de algumas partes das fazendas, a existência de áreas de proteção permanente (APP's), a existência de outras usinas próximas que disputam as terras para arrendamento e/ou parceria, a grande parte das áreas não serem de propriedade da usina e ao aumento da capacidade de moagem da usina, requerendo maior quantidade de cana. Em diversos casos, proprietários de algumas áreas até mais próximas da usina não se interessam por arrendá-las ou formarem algum tipo de parceria. A usina, por sua vez, também firma contratos em áreas mais distantes devido a questões estratégicas, como introdução da cultura em uma região e contratos casados com outras áreas. Essa dispersão influencia a distância percorrida pelos servidores, aumentando o tempo em trânsito.

Outro fator importante são as estradas de acesso e internas das fazendas. Algumas fazendas dispõem de estradas de acesso e estradas internas que facilitam o acesso e escoamento da produção que, em alguns casos, são estradas asfaltadas ou de terra em boas condições. Outras fazendas não dispõem de estradas internas e de acesso em grande quantidade, fazendo com que as distâncias percorridas sejam maiores e, em períodos chuvosos, dificultando ainda mais o acesso devido a alagamento e atolamentos de veículos.

Assim, mesmo uma fazenda tendo uma área mais contínua, com a escassez de estradas de acesso os deslocamentos podem ser maiores.

As empresas contam com um conjunto de fazendas próprias e arrendadas para realizar o plantio da cana-de-açúcar utilizada pela etapa industrial e a proporção de terras próprias e arrendadas varia de empresa para empresa. Em alguns casos as áreas são mais próprias que arrendadas, chegando a casos onde as áreas são quase que na sua totalidade arrendadas. Os contratos de arrendamento são geralmente de médio ou longo prazo para justificar o investimento no plantio, mas existem também outros tipos de contratos firmados que incluem apenas a compra da cana (nesse caso, o dono da terra entrega a cana na usina) ou a compra da cana e a responsabilidade por todo o CCT. Esses contratos podem ser de curto prazo, incluindo apenas uma safra, ou de maior duração.

As empresas lidam com diferentes níveis de mecanização na etapa agrícola, ou seja, existem empresas em que suas atividades de colheita e plantio são totalmente mecanizadas e empresas com mecanização apenas em parte das atividades. Foram visitadas empresas que apresentam entre 60 e 100 % de colheita mecanizada. Entretanto, percebeu-se um menor nível de mecanização do plantio comparado com a colheita, embora uma das empresas também realize 100 % do plantio de forma mecanizada.

Observou-se também grandes investimentos na mecanização da colheita devido ao seu menor custo (informação apontada pelas empresas) e a proibição da queima da cana em algumas regiões do estado de São Paulo. Entretanto, dificuldades estão sendo vivenciadas pelas empresas. Algumas regiões onde tradicionalmente a cana é cultivada no Estado de São Paulo não permite a colheita mecanizada devido à inclinação do relevo.

Algumas empresas são proprietárias de toda a frota utilizada na etapa agrícola. Essa frota inclui tratores, colhedoras, plantadoras, caminhões, reboques, comboios, caminhão oficina, caminhão bombeiro, caminhão borracheiro, caminhonetes, carros pequenos usados no apoio e para deslocamento até o campo. A quantidade e até a preferência por determinada marca de equipamentos depende da área cultivada, do nível de mecanização e da gestão da empresa.

Outras empresas alugam parte da frota de empresas especializadas em aluguel de veículos. Essa preferência está associada às políticas gerenciais da empresa e podem ser alteradas de uma safra para outra. Os termos desses contratos variam bastante. Em alguns casos, a manutenção é feita pela empresa contratada e os custos repassados, mas na maioria dos casos é realizada pela própria empresa. Essa preferência se deve à agilidade na realização

dos serviços emergenciais de manutenção e borracharia, pois não é necessário esperar o deslocamento da contratada.

Algumas empresas também optam pela contratação de empresas terceirizadas. Nesse caso, os equipamentos, a manutenção e a mão de obra são de total responsabilidade da empresa terceirizada. Algumas usinas terceirizam, por exemplo, o preparo de solo, outras o transporte de cana do campo até a usina e outras todo o CCT. Essa terceirização pode acontecer em toda a área da empresa, em função de uma decisão gerencial ou mais frequentemente em uma parte da área devido à falta de capacidade da empresa.

Dentre as empresas visitadas, duas se interessaram por colaborar com esta pesquisa e se disponibilizaram a fornecer os dados da safra de 2012 para esse estudo. Entretanto, uma delas não dispunha de todos os dados necessários para a realização desse estudo. Essa empresa não armazena em seu sistema o horário da chegada do chamado, sendo assim difícil caracterizar o processo de chegadas dos chamados com precisão. Em função disso, foram utilizados dados de apenas uma empresa.

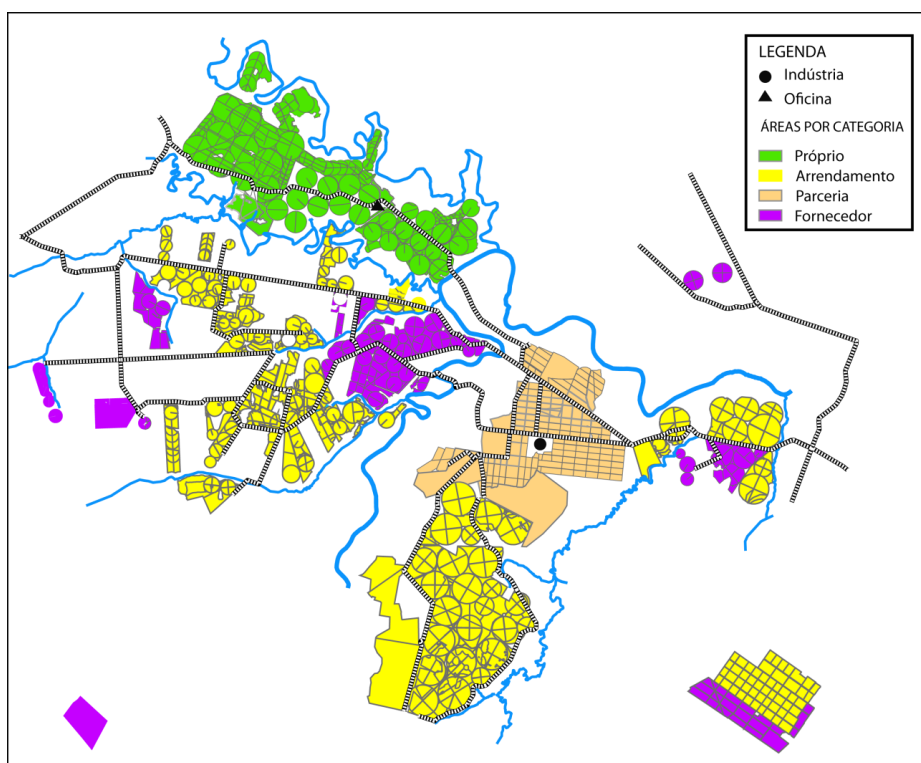
As informações obtidas na empresa onde foi realizado o estudo de caso são apresentadas nas próximas seções. Essas informações foram obtidas através de observação direta das atividades agrícolas, de manutenção, de borracharia e combate a incêndio, entrevistas com funcionários e responsáveis e mapas das áreas agrícolas. Entretanto, acredita-se que, de acordo com o observado nas empresas visitadas, com as entrevistas com especialistas na área e funcionários que realizam diretamente as atividades, e com estudos encontrados na literatura e sites de empresas, essa descrição representa bem a situação encontrada na maioria das empresas do setor, proporcionando generalidade e possibilidade de aplicação das abordagens propostas neste trabalho a outros casos. Ressalva-se que, mesmo assim, é necessário observar as peculiaridades de cada empresa em futuras aplicações.

2.2.1 Exemplos de Aplicação

A empresa na qual foi realizado o estudo de caso localiza-se no interior do estado de Minas Gerais. Essa é uma unidade recém-instalada, na qual o plantio da cana iniciou-se em 2008 e o funcionamento da usina em 2010. Em função disso e da sua localização em uma região que não é tradicional produtora de cana-de-açúcar, a empresa enfrenta dificuldades estruturais na região, como a escassez de mão de obra e fornecedores de serviços de manutenção. Também em função da instalação relativamente nova, a empresa enfrenta problemas pela falta de dados históricos, como apontado por especialistas da empresa.

No ano de 2012, a empresa cultivou aproximadamente 32.000 hectares, e contou com uma expansão de 8.000 hectares, como mostra o mapa das fazendas para a safra de 2012 apresentado na Figura 3. Nessa safra, a meta de produção diária para abastecer a usina é de 12.500 toneladas e a produção total da safra chegou a 2,7 milhões de toneladas de cana-de-açúcar. Essa área é, em sua maioria, arrendada, mas também conta com fazendas próprias com cerca de 8.500 hectares, como pode ser observado na cor verde na Figura 3. Com exceção das áreas em verde, todas as demais mostradas nesta figura são arrendadas. As áreas na cor bege denominadas de “parcerias” são áreas com contratos de longo prazo estabelecidos entre a empresa e os donos da terra. As áreas em amarelo, os chamados arrendamentos, utilizam contratos de duração menor, geralmente de médio ou curto prazo. Já as áreas na cor roxa incluem áreas arrendadas que no ano de 2012 foram gerenciadas por uma empresa terceirizada (fornecedor).

Figura 3 – Mapa das Fazendas para a Safra de 2012



A empresa vem passando por um processo de crescimento. No ano de 2010, primeiro ano de funcionamento da usina, a área cultivada era inferior a 20.000 hectares. A empresa pretende, num futuro próximo, expandir sua produção agrícola para 5 milhões de toneladas de cana-de-açúcar por safra. Na região onde a empresa está instalada, a safra geralmente acontece em dois períodos. O primeiro em um período de estiagem de meados de

janeiro até o meio de fevereiro e o segundo começando em abril e se estendendo até o fim de novembro.

Para a realização desse estudo, coletou-se dados do período de janeiro a agosto de 2012. Esse período pode ser dividido em período de safra e entressafra. Durante o período de coleta de dados, a empresa utilizou dois períodos de safra que abrangeram de 20 de janeiro a 19 de fevereiro e de 09 de abril até final de agosto.

A empresa produz açúcar cristal, açúcar cristal VHP, álcool etílico (etanol) hidratado carburante e cogeração de energia elétrica. A energia elétrica é gerada a partir da queima do bagaço gerado pela usina e da palha da cana vinda do campo. A energia produzida é suficiente para atender às necessidades da empresa e o excedente é vendido ao mercado.

Essa empresa realizou, no ano de 2012, 100% da colheita e plantio de forma mecanizada e não utilizou a queima da cana em nenhuma área. Para realizar a colheita, foram utilizadas 20 colhedoras distribuídas em 4 frentes de colheita, além de uma frente terceirizada, na qual o fornecedor é responsável por todo o CCT. Essas frentes de colheita ficam entre 5 km e 140 km de distância da usina e o raio médio percorrido no deslocamento do campo até a usina é de 25 km.

A área da empresa é totalmente irrigada, possibilitando o cultivo numa região de clima seco. Essa região conta com a disponibilidade de rios próximos para serem utilizados na irrigação, como pode ser visualizado na Figura 3. Para isso, são construídos canais e utilizados pivôs de irrigação. Aproveitando também a irrigação, a empresa pretende utilizar 7 cortes da cana.

As áreas cultivadas pela empresa são divididas em fazendas, as quais são subdivididas em áreas menores vinculadas ao pivô de irrigação. Assim, a numeração da área nos mapas agrícolas, corresponde à numeração do pivô utilizado na região.

Os equipamentos utilizados na etapa agrícola são próprios e alugados. Os carros pequenos, alguns caminhões e tratores e um caminhão oficina são alugados. Os demais equipamentos utilizados pela empresa são próprios. Também é utilizado um fornecedor terceirizado que é responsável por todo o CCT. São destinadas algumas áreas a esse fornecedor e ele gerencia seus próprios equipamentos, realiza o transporte da cana até a usina, contrata a sua mão de obra e realiza a manutenção de seus equipamentos. No ano de 2012, as áreas destinadas a esse fornecedor podem ser vistas na Figura 3 na cor roxa.

2.3 Serviços de Emergência

Em meados dos anos 60, intensificaram-se os estudos sobre Serviços de Emergência (atendimento médico, policial, bombeiros, etc.) e, desde então, um grande grupo de pesquisadores vem estudando esses serviços (SWERSEY, 1994). De acordo com Chiyoshi et al. (2011), os Serviços de Emergência prestam atendimento de emergência para incidentes, protegendo e assegurando a saúde e a segurança pública. Esses sistemas fornecem unidades móveis para responder a chamados por atendimento e/ou serviço que se originaram aleatoriamente a qualquer momento e em qualquer lugar dentro de uma região específica como uma área de uma cidade ou uma região rural (ZAKI et al., 1997).

Sistemas de Emergência são sistemas onde a eficiência do serviço normalmente é medida pelo tempo de resposta, que é o tempo que a unidade de serviço emergencial gasta para chegar ao local da chamada (GONÇALVES, 1994). Esses sistemas têm como objetivo principal proporcionar resposta imediata para chamadas emergenciais dos usuários (GALVÃO; MORABITO, 2008), uma vez que, nesses casos, atrasos são geralmente catastróficos.

Esses sistemas são caracterizados por um grau de incerteza alto (GONÇALVES, 1994). Nesses sistemas, quanto maior for o grau de incerteza e a necessidade de resposta rápida, menor deverá ser a taxa de utilização dos operadores e equipamentos do sistema, para alcançar um bom nível de serviço.

Como exemplos de sistemas emergenciais, pode-se citar sistemas de emergência médica, patrulha policial, bombeiros, hospitais, serviço social, defesa civil e reparos de redes de infraestrutura, entre outros. De acordo com Larson e Odoni (1981), Galvão e Morabito (2008) e Chiyoshi et al. (2011), esses sistemas podem ser classificados em sistemas servidor-para-cliente (*server-to-customer*) e sistemas cliente-para-servidor (*customer-to-server*). Nos sistemas servidor-para-cliente, os servidores são móveis, ou seja, viajam até o local onde acontece a emergência. Já nos sistemas cliente-para-servidor, os servidores são fixos e o cliente se descola até eles.

Larson e Odoni (1981) citam como exemplos de sistemas servidor-para-cliente sistemas de emergência médica, reparos de emergência, visitas em casa do serviço social e sistemas de entregas como pizzas e peças de carros. Esses mesmos autores citam clínicas, postos policiais e livrarias como exemplos de sistemas cliente-para-servidor.

Servidores fixos são geralmente considerados como homogêneos e servidores móveis são geralmente modelados como espacialmente distribuídos, com operação

independente, com carga de trabalho diferente e com carga de trabalho variável, dependendo da localização do servidor (GALVÃO; MORABITO, 2008; CHIYOSHI et al., 2011). Tanto em sistemas servidor-para-cliente quanto em sistemas cliente-para servidor a proximidade dos servidores é importante. Entretanto, em sistemas servidor-para-cliente, o fato de o servidor preferencial estar ocupado não significa necessariamente que o cliente vai esperar em fila (LARSON; ODONI, 1981). Esse cliente pode ser atendido pelo servidor *backup*.

Nos sistemas servidor-para-cliente, o problema primário é decidir o número e a localização de unidades de emergência, e qual ou quais unidades despachar para uma chamada por serviço (SWERSEY, 1994). Segundo Souza e Novaes (1994), os estudos relativos a otimização de serviços de emergência tem duas grandes vertentes: a localização e distribuição espacial de unidades de serviço em uma área e a expansão da capacidade destes serviços em função do crescimento da demanda. Nos problemas de localização, a utilização de modelos determinísticos pode ser realizada quando assume-se que os servidores estarão disponíveis quando solicitados. Entretanto, essa simplificação nem sempre é razoável em aplicações práticas. Nesses casos, devem ser aplicados modelos estocásticos.

Os modelos estocásticos incluem modelos descritivos e modelos de otimização. Os modelos de otimização determinam a configuração ótima para o sistema e os modelos descritivos podem proporcionar uma completa avaliação para cada configuração sugerida (GALVÃO; MORABITO, 2008). Nesse sentido, Larson (1974) desenvolveu o modelo hipercubo de filas, um modelo descritivo aplicado a sistemas servidor-para-cliente que fornece as probabilidades de equilíbrio dos possíveis estados do sistema. Esse modelo permite ainda incorporar características específicas e particularidades de despacho de cada sistema emergencial analisado (CHIYOSHI et al., 2011).

2.3.1 Serviços de Emergência na Etapa Agrícola na Agroindústria Canavieira

Sistemas emergenciais aplicados a serviços médicos, de bombeiros e de polícia, podem ser encontrados em diversos trabalhos (SWERSEY, 1994; CHELST; BARLACH, 1981; IANNONI et al., 2009). Entretanto, não se tem conhecimento de sistemas emergências no contexto da agroindústria canavieira. No contexto dessa indústria, os sistemas emergenciais analisados são a Borracharia e a Manutenção Emergencial em Campo. Para isso, a definição de emergencial nesse estudo deve ser estendida para tratar os sistemas de manutenção e borracharia.

Em relação à definição de serviços emergenciais, percebe-se nas atividades de manutenção em campo e de borracharia o fator emergencial associado ao custo de

desabastecimento da usina (SILVA et al., 2011), a perecibilidade da cana-de-açúcar (CARVALHO, 2009; GAL et al., 2009) e perda de sacarose (VAN DEN WALL BAKE et al., 2009) no caso das atividades associadas à colheita, ao curto intervalo no qual a cana deve ser plantada nas atividades relacionadas ao plantio.

A agroindústria canavieira conta tanto com sistemas servidor-para-cliente quanto com cliente-para-servidor. Por exemplo, as atividades de manutenção na etapa agrícola podem ser divididas em manutenção agrícola em campo, quando a manutenção acontece no local onde o equipamento está trabalhando por meio do deslocamento do servidor até este local, e a manutenção realizada na oficina, quando o equipamento precisa ser deslocado até a oficina. Nesse trabalho são analisados apenas os sistemas servidor-para-cliente. Nesses sistemas, as filas de espera por atendimento são formadas em pontos dispersos geograficamente, isto é, são filas espacialmente distribuídas.

Os sistemas emergenciais analisados (Borracharia e Manutenção Emergencial em Campo) operam de forma independente, ou seja, não compartilham recursos e apresentam características diferentes entre si. Em função disso, esses sistemas são discutidos separadamente nas próximas seções.

2.3.1.1 Sistema da Borracharia

As atividades realizadas na etapa agrícola utilizam veículos como tratores e caminhões que, muitas vezes, precisam de reparo nos pneus. Quando isso acontece, o veículo fica impossibilitado de se deslocar até a borracharia, sendo necessário enviar um servidor para realizar o atendimento em campo. Os furos nos pneus acontecem principalmente devido a tocos e pregos que se encontram no solo das fazendas e estradas. Além disso, características do solo como “pedras” também influenciam na frequência de reparos necessários em pneus.

Os equipamentos utilizados na etapa agrícola são colhedoras, plantadoras, tratores, carregadeiras tratorizadas, unidades de carga, tratores de tração e caminhões. Esses equipamentos podem ser próprios ou alugados e em ambos os casos a borracharia é responsável pelos serviços de reparo nos pneus. Já nas atividades terceirizadas a responsabilidade é do proprietário do equipamento. Na Figura 3, as áreas na cor roxa representam áreas de responsabilidade de empresa terceirizada e, por esse motivo, não serão incluídas na análise das atividades do Sistema da Borracharia.

As colhedoras sempre têm prioridade no atendimento em relação aos demais equipamentos devido à possibilidade de desabastecimento da usina, situação observada em todas as empresas visitadas. Entretanto, percebeu-se através das visitas realizadas que a maior

parte das colhedoras não utiliza pneus e sim material rolante. Na empresa onde o estudo de caso foi realizado, nenhuma das colhedoras utiliza pneus. Por esse motivo, não foi modelada a prioridade no atendimento às colhedoras pelo sistema da borracharia, já que esse sistema não atende as colhedoras, tendo, portanto apenas uma classe de chamados.

Entretanto, ao aplicar esse estudo ao sistema de borracharia em outras empresas podem ser encontrados sistemas que utilizam colhedoras com pneus. Nesse caso, deve-se adotar duas classes diferentes de chamados e tratar a prioridade no atendimento às colhedoras. Esses modelos teriam algumas similaridades com os apresentados na Capítulo 5 para o Sistema de Manutenção em Campo.

A estrutura de borracharia nessa empresa conta com dois caminhões borracheiro do tipo *munck*, a borracharia (anexa à oficina) e o apoio de borracharia (próximo à usina). Nesses caminhões, trabalham um borracheiro e um ajudante em cada um dos três turnos. A empresa utiliza dois funcionários por caminhão devido à dificuldade de trabalho de uma única pessoa.

Os caminhões borracheiros ficam fixos (parados) no apoio de borracharia da usina e quando há necessidade, eles se descolam até o local do chamado. Assim, esses caminhões se deslocam a todos os pontos do campo (*backup total*) para realizar atendimento e quando este é finalizado, se dirigem novamente ao apoio de borracharia quando não existe nenhum veículo aguardando atendimento. Caso existam veículos aguardando atendimento, o servidor assim que termina o atendimento do chamado se desloca diretamente para atender o novo chamado.

Quando é necessário o atendimento de borracheiro em campo, a portaria da oficina é avisada via rádio ou celular e um caminhão borracheiro é despachado. A portaria da oficina é o setor responsável pela abertura das Ordens de Serviço (OS). Quando o atendimento é finalizado, a portaria da oficina também é avisada e a Ordem de Serviço (OS) é fechada. Durante a abertura da ordem é repassado o modelo do veículo, o tipo de reparo necessário e o local onde o veículo se encontra (fazenda e o número do pivô). Essas informações são fundamentais à medida que possibilita ao servidor se encaminhar ao local do atendimento com a quantidade necessária de pneus. Vale ressaltar que não é possível “desmontar” o pneu em campo para realizar reparos. Os pneus são apenas substituídos e os retirados são encaminhados para a borracharia, para serem “desmontados”.

Em casos raros, o caminhão borracheiro realiza o atendimento ao chegar ao local do chamado, mas ainda são necessários outros serviços. Nesse caso, o outro caminhão é despachado para realizar o atendimento, ou o mesmo caminhão pode retornar à borracharia e

voltar para terminar o serviço. Entretanto, isso acontece sempre após o primeiro caminhão chegar ao local do chamado e realizar o atendimento. Quando isso acontece é aberta uma nova ordem de serviço.

Além desses chamados, a portaria também abre e fecha as Ordens de Serviço (OS) para os equipamentos que chegam diretamente à oficina, chamados estes atendidos pelos borracheiros alocados à borracharia. Todos esses chamados são registrados no sistema PIMS. O PIMS é um *software* de gestão empresarial (TOTVS, 2013). Esse *software* é utilizado por diversas empresas do setor canavieiro e possibilita a integração entre as diferentes áreas da empresa.

O controle das atividades realizadas pelo borracheiro, em cada turno, é lançado pelo próprio borracheiro no sistema da empresa nos períodos em que ele não está realizando atendimento. Para isso, ele utiliza os terminais de computadores disponíveis na borracharia e no apoio da borracharia. A empresa ainda não conta com um sistema remoto que permita a atualização desses dados em tempo real. Em função disso, observaram-se algumas discrepâncias nos dados e, em alguns casos, optou-se por descartar alguns dados duvidosos em benefício da confiabilidade das análises.

2.3.1.2 Manutenção Emergencial em Campo

A Manutenção Emergencial em Campo na etapa agrícola da agroindústria canavieira acontece nos equipamentos utilizados nas atividades realizadas em campo, como plantio, colheita, preparo de solo e transporte. A manutenção nessa empresa atende todos os equipamentos próprios e alugados que incluem caminhões, carros, caminhões pipa, comboios, tratores, caminhonetes, unidades de carga, carregadeiras tratorizadas, colhedoras e plantadoras. Além disso, realiza alguns tipos de serviços de manutenção no sistema de irrigação. No caso das atividades terceirizadas, a responsabilidade é do proprietário do equipamento e, devido a esse fato, não serão analisadas as atividades de manutenção de equipamentos de terceiros. Na Figura 3, as áreas na cor roxa são destinadas à empresa terceirizada.

De maneira geral, as empresas contam com oficinas e estruturas de campo para realizar a manutenção nos equipamentos. Nas oficinas, a quantidade de mecânicos disponível é variável de acordo com o turno e com a dificuldade de contratação de mão de obra especializada por cada empresa. Geralmente, a maior disponibilidade de mecânicos na oficina acontece durante o dia. Já as estruturas de campo geralmente trabalham com a mesma quantidade de mecânicos nos três turnos.

A manutenção agrícola na empresa estudada conta com 6 caminhões oficina (sendo cinco próprios e um alugado) para realizar o atendimento em campo. De acordo com especialistas da empresa, é necessário a aquisição ou aluguel de outro caminhão oficina, com urgência, devido ao volume de atendimentos apresentados em função da expansão da safra 2012. Os resultados obtidos, para esse sistema no Capítulo 5, através dos modelos hipercubo e de simulação, também confirmam a necessidade de disponibilizar outro caminhão oficina.

Além da estrutura de campo, a empresa conta com a oficina para atender serviços que necessitam de melhor estrutura para serem realizados, e com um ponto de apoio da oficina localizado próximo à usina. Esse ponto de apoio é utilizado devido à dificuldade de acesso a oficina em função da falta de estradas. A oficina localiza-se a 20 km da usina (Figura 3), numa estrutura pré-existente em uma das fazendas da empresa. A empresa pretende futuramente deslocar toda a estrutura de oficina para uma área próxima da usina.

Em função da distância entre as fazendas e da necessidade de veículo para realizar o transporte de equipamentos (caminhão prancha), o deslocamento de equipamentos do campo para a oficina são evitados como política da empresa, ou seja, somente são deslocados equipamentos quando não é possível realizar a manutenção em campo.

Os caminhões oficina permanecem fixos nas fazendas onde estão localizadas as frentes de colheita e de plantio, durante certos intervalos de tempo. Dos seis caminhões oficina disponíveis, quatro deles são alocados a cada uma das frentes de colheita e o quinto à frente de plantio. Esses caminhões oficina não atendem chamadas em outras áreas fora da fazenda onde ele está alocado e todas as frentes de colheita e plantio contam com um caminhão oficina. Assim, os caminhões oficina atendem exclusivamente as frentes as quais estão alocados e não se deslocam para outras fazendas.

Os demais equipamentos não contam com caminhões oficina dedicados. Nesses equipamentos, quando a manutenção é necessária, uma equipe de manutenção se desloca da oficina até o local onde o chamado aconteceu. Para isso, é utilizado o sexto caminhão oficina que fica localizado na oficina, quando não está ocupado. Esses atendimentos são evitados e acontecem principalmente quando acontece a quebra do equipamento em campo. Esse sexto caminhão oficina também é utilizado para atendimento *backup* nas fazendas que contam com os outros caminhões oficina. Nesse caso, o servidor é enviado quando o caminhão oficina da fazenda (servidor preferencial) está ocupado.

As atividades de manutenção são diferenciadas de acordo com o tipo de equipamento. As colhedoras sempre têm prioridade em relação aos demais equipamentos, ou seja, quando ocorre disputa por servidores (equipes de manutenção) entre colhedoras e outros

equipamentos, os servidores são sempre alocados à colhedora. Assim, são utilizados duas classes de chamados: colhedoras e demais equipamentos.

Em cada caminhão oficina são alocados dois mecânicos em cada um dos três turnos, peças e equipamentos para realizar a manutenção. Os mecânicos do caminhão oficina que ficam em campo realizam também a manutenção preventiva dos equipamentos, mas sempre deixam um mecânico disponível para realizar manutenções corretivas, caso elas sejam necessárias.

Alguns tipos de manutenção são realizados no próprio local pelo mecânico do caminhão, ou por uma equipe de manutenção que é deslocada da oficina. Em outros casos, os equipamentos são levados para a oficina e podem ainda esperar por manutenção externa. Essa manutenção pode ser do fabricante para os equipamentos em garantia (menor parte) e serviços específicos como, por exemplo, reparos em ar condicionados. Esses chamados não foram utilizados nessa análise por não se tratar de manutenção emergencial em campo e não utilizarem os caminhões oficina para o atendimento.

Quando é necessária manutenção em campo, a oficina é avisada através da portaria que recebe essas informações por meio de ligações via rádio ou celular. A portaria da oficina abre as Ordens de Serviço (OS). Nesse momento, é informado qual equipamento necessita reparo e o tipo de manutenção necessária. Essas informações são particularmente importantes quando o caminhão oficina se desloca até o local do chamado, pois este pode levar, por exemplo, as peças que são necessárias no reparo. Esse procedimento é realizado quando o atendimento é realizado pelo caminhão que está localizado na fazenda, ou quando é necessário o deslocamento do caminhão da oficina. Quando o reparo é concluído, a portaria da oficina também é avisada e esta providencia o fechamento da OS. Além desses chamados, a portaria também abre as OS para os equipamentos que chegam diretamente à oficina. Todos esses chamados também são registrados no sistema PIMS.

O controle das atividades realizadas pelos mecânicos em cada turno, o apontamento mecânico, é realizado em papel no caso dos atendimentos em campo e, posteriormente, esses apontamentos são encaminhados para a portaria da oficina onde são pós-processados em lotes e inseridos no sistema PIMS. A empresa ainda não conta com sistema remoto que possibilite aos mecânicos inserir essas informações em campo. Já nas atividades realizadas na oficina, os próprios mecânicos lançam os seus apontamentos no sistema. Em função disso, foram observadas algumas discrepâncias entre os dados do apontamento mecânico e abertura e fechamento de ordem. Em alguns casos, decidiu-se assim

excluir alguns dados do apontamento mecânico que visivelmente não condiziam com a realidade.

Deve-se considerar que nessa empresa todas as frentes de colheita e plantio são mecanizadas e contam com caminhão oficina. Isso representa a realidade observada nas empresas visitadas. Entretanto, outras empresas que ainda utilizam a colheita e plantio manual não alocam caminhões oficinas a essas frentes, sendo necessário o deslocamento de tais caminhões geralmente da oficina para atendimento dos equipamentos.

No sistema de manutenção em campo, a configuração dos servidores (caminhões oficina) em períodos de safra e entressafra é bastante diferente. Na entressafra, todos os caminhões oficina permanecem na oficina e na safra apenas um se localiza na oficina e os demais são distribuídos nas frentes de colheita. Além da questão da localização, os serviços realizados na safra e entressafra são bem diferentes. Na entressafra são realizados serviços preventivos, visando prolongar a vida útil dos equipamentos e aumentar a sua disponibilidade durante a safra. Esses serviços são realizados nesse período, pois a maioria dos equipamentos não está sendo utilizado pela usina.

As frentes de colheita e plantio são definidas no planejamento de safra e depende de vários fatores. De acordo com esse planejamento, as frentes se deslocam quando acaba ou pelo menos interrompe a colheita ou plantio em determinada fazenda. Essa mudança é muito frequente nas frentes de colheita e bem menos no plantio, pois a colheita envolve variáveis como maturação e variedade da cana e necessidades da usina.

Essas mudanças nas frentes levam à mudança na localização dos servidores alocados às frentes de colheita e plantio (caminhões oficinas). Assim, para analisar a configuração dos serviços de manutenção, é necessário dividir o período de safra em subperíodos, onde os servidores permanecem nas mesmas localizações. Essas subdivisões estão vinculadas às mudanças de localização das frentes de colheita e plantio.

2.3.1.3 Comparação entre os Sistemas Estudados

Em resumo, os sistemas analisados neste estudo são a Manutenção Emergencial em Campo e a Borracharia. Esses sistemas apresentam entre si similaridades e diferenças. Os servidores utilizados pelos dois sistemas não apresentam características semelhantes. A Manutenção Agrícola utiliza caminhões oficina (caminhão baú) e o Borracheiro utiliza os caminhões borracheiro (caminhão *munck*). Além disso, esses sistemas não compartilham recursos e podem ser considerados como independentes.

Em relação ao tipo de chamados, na Manutenção em Campo os chamados são classificados em dois tipos (colhedora e demais equipamentos) e admite-se a priorização das chamadas para atender colhedoras. Na Borracharia, existe apenas um tipo de chamado e em função disso a disciplina da fila é FCFS (*First Come First Served*).

As políticas de despacho dos dois sistemas apresentam algumas similaridades. Na Manutenção e Borracharia é despachado apenas um servidor para atender os chamados. Nesses dois sistemas, como mencionado anteriormente, em alguns casos um segundo servidor é despachado, mas nas abordagens a serem apresentadas esse segundo despacho é representado como um novo chamado.

Em relação às bases onde os servidores ficam localizados, os sistemas apresentam algumas características semelhantes e outras diferentes. Nos dois sistemas, os servidores permanecem fixos quando não estão realizando atendimento. Na Borracharia, os caminhões borracheiros são centralizados e localizados no ponto de apoio da borracharia. Já na Manutenção Agrícola, as bases dos servidores são descentralizadas. Na Manutenção Agrícola, os caminhões oficina permanecem nas frentes de colheita ou plantio e na oficina quando não estão ocupados.

Em relação à política de despacho, os sistemas apresentam características diferentes entre si. O Sistema da Borracharia utiliza o *backup* total e a Manutenção em Campo utiliza o *backup* parcial, uma vez que os servidores localizados nas frentes não atendem as outras fazendas.

A Tabela 1 apresenta resumidamente as características dos sistemas estudados.

Tabela 1 – Comparação entre os Sistemas Estudados

	Borracharia	Manutenção
Servidores	Caminhões Borracheiro (<i>munck</i>)	Caminhões Oficina (baú)
Localização dos Servidores	Centralizados e fixos quando não estão realizando atendimento	Descentralizados e fixos quando não estão realizando atendimento
Chamados	Um tipo	Dois tipos (colhedoras e demais equipamentos)
Disciplina da Fila	FCFS	Prioridade
Políticas de Despacho	Despacho Simples	Despacho Simples
Backup	<i>Backup</i> Total	<i>Backup</i> Parcial

3 Teoria de Filas, Modelo Hipercubo de Filas e Simulação Discreta

Nesse capítulo são descritos brevemente os referenciais teóricos que embasaram este trabalho. Inicialmente, é resumidamente apresentada a Teoria de Filas incluindo alguns de seus modelos e, em seguida, o Modelo Hipercubo de Filas e a técnica de Simulação discreta.

3.1 Teoria de Filas

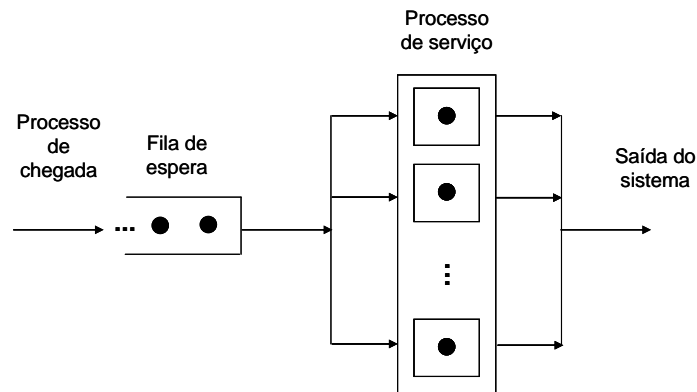
Um dos primeiros estudos de filas foi apresentado por Erlang em 1917 na área de telefonia. Após este estudo, muitos outros têm sido realizados em diversas áreas e vêm sendo amplamente utilizados na análise de desempenho de sistemas complexos, tais como rede de computadores, sistemas de comunicação e de produção; ver, por exemplo, Kleinrock (1975, 1976), Disney e König (1985), Suri et al. (1993) e Whitt (1995). A teoria de filas estuda as relações entre as demandas em um sistema e os atrasos sofridos pelos usuários do mesmo, auxiliando no projeto e operação de sistemas para encontrar um balanceamento adequado entre o custo de oferecer serviços no sistema e os custos dos atrasos sofridos pelos usuários do sistema (ARENALES et al., 2007).

Um sistema de filas é aquele em que algum produto flui, movimenta, ou é transferido através de um ou mais canais de capacidade finita para ir de um ponto para outro (GROSS; HARRIS, 1998; KLEINROCK, 1975). Outros denominam esses sistemas por rede de filas e os descrevem como uma rede de centros de serviço, que representam os recursos do sistema, e clientes, que representam os usuários (LAZOWSKA et al., 1984). Esses centros de serviços são compostos por estações (nós) e cada estação pode ser composta de um único servidor ou de vários servidores. Essas estações são caracterizadas por clientes chegando para um determinado serviço (processo de chegada), clientes sendo atendidos (processo de serviço) e clientes esperando por serviço quando necessário (fila de espera). A Figura 4 mostra um exemplo de uma estação com servidores idênticos e fila única.

O processo de chegada é descrito pelo intervalo de tempo entre chegadas de sucessivos clientes ao sistema (ARENALES et al, 2007). Já o processo de serviço ocorre em cada estação e é descrito pelo tempo de processamento do cliente. Os processos de chegada e serviço podem ser determinísticos ou probabilísticos. Entretanto, em modelos de filas em geral pelo menos o processo de chegada ou o processo de serviço são probabilísticos, resultando numa fila de espera (BITRAN; MORABITO, 1995). Esses processos podem ser

descritos por diferentes distribuições de probabilidade, como a exponencial ou markoviana (M) ou a genérica (G).

Figura 4 – Estação com servidores idênticos e fila única



A fila de espera pode ter capacidade limitada ou ilimitada, que é geralmente determinada pelo espaço físico disponível (BITRAN; MORABITO, 1996). A fila tem uma disciplina ou regra que descreve a ordem em que os clientes são retirados da fila e o atendimento é iniciado (KLEINROCK, 1975). Arenales et al. (2007) citam como exemplos de disciplina: primeiro-a-chegar primeiro-a-ser-servido (*first-come first-served* – FCFS), último-a-chegar primeiro-a-ser-servido (*last-come first-served* – LCFS), fila com prioridades e aleatório (*service in random order* – SIRO).

Muitas medidas de desempenho de um sistema de filas podem ser obtidas, tais como tempo de espera por cliente, número de clientes no sistema, duração do período ocioso e ocupado do servidor (KLEINROCK, 1975). Vale ressaltar também que as medidas de desempenho de interesse variam de sistema para sistema e podem ser obtidas de acordo com os objetivos do gestor do sistema.

Ainda em relação à Teoria de Filas, alguns conceitos e modelos utilizados nesse estudo são apresentados. A Lei de Little é utilizada nos Sistemas de Manutenção e Borracharia, os Modelos $M/M/m$ e $M/G/m$ no Sistema da Borracharia e os Modelos com Múltiplas Classes de Usuários e $M/M/m/C$ no Sistema de Manutenção.

3.1.1 Fórmula de Little

Pela Lei de Little, em condições de equilíbrio, o número médio de usuários num sistema de filas é igual à taxa média a qual estes chegam multiplicada pelo tempo médio que um usuário gasta no sistema (LITTLE; GRAVES, 2008), conforme Equação (1). Nessa equação, L representa o número médio de usuários em um sistema de filas, W o tempo médio

que um usuário permanece no sistema e λ o número médio de usuários que chegam ao sistema por unidade de tempo. A fórmula de Little também pode ser aplicada para analisar as medidas relacionadas com a fila de espera. Nesse caso, tem-se a Equação (2), onde L_q representa o número médio de usuários em filas e W_q o tempo médio de um usuário na fila.

$$L = \lambda W \quad (1)$$

$$L_q = \lambda W_q \quad (2)$$

A fórmula de Little pode ser aplicada independente da disciplina da fila (KLEINROCK, 1976; LARSON; ODONI, 1981), do número de servidores, dos processos de chegada e serviço e também quando são utilizadas classes de usuários com diferentes prioridades (ARENALES et al, 2007).

3.1.2 Filas com capacidade ilimitada: os modelos $M/M/m$ e $M/G/m$

Os modelos de filas são geralmente representados utilizando a notação de Kendall (KENDALL, 1953). Em muitos casos, é utilizada apenas a notação condensada (ex. $M/M/m$ e $M/G/m$) e assume-se que, da esquerda para a direita, tem-se a distribuição dos intervalos entre chegadas, distribuição dos tempos de serviço e número de servidores. Nessa notação, fica implícito que a disciplina dessa fila é FCFS (*First Come First Served*), que a fila tem capacidade ilimitada (infinita) e que o tamanho da população de origem é ilimitado (infinito).

No modelo $M/M/m$, tanto os intervalos entre chegadas quanto dos tempos de serviço são exponencialmente distribuídos. Nesses modelos, a chegada de usuários acontece de forma totalmente aleatória, ou seja, a chegada de um usuário não é influenciada pelo instante atual ou pelo intervalo decorrido desde a última chegada ou término de serviço e são descritos pela distribuição exponencial (ARENALES et al., 2007). Quanto ao atendimento, assume-se m servidores idênticos e em paralelo e a existência de uma única fila de espera. A distribuição de equilíbrio deste modelo é dada por (3), onde, para $\rho < 1$,

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{m-1} \frac{(\rho m)^n}{n!} + \frac{(\rho m)^m}{m!} \left(\frac{1}{1-\rho} \right)}.$$

$$P_n = \begin{cases} \frac{(\rho m)^n}{n!} P_0, & n = 1, 2, \dots, m-1 \\ \frac{\rho^n m^m}{m!} P_0, & n = m, m+1, \dots \end{cases} \quad (3)$$

O número de usuários no sistema (L) e na fila (L_q) pode ser obtido através das Equações (4) e (5). Já os tempos médios no sistema (W) e em fila (W_q) podem ser obtidos pelas Equações (4) e (5) e pela Fórmula de Little (Equações (1) e (2)).

$$L = L_s + L_q \quad (4)$$

$$L = \rho m + \frac{(\rho m)^m \rho}{m! (1 - \rho)^2} P_0 \quad (5)$$

O modelo $M/G/m$ difere do modelo $M/M/m$ uma vez que a distribuição do tempo de serviço não é exponencial. Usa-se a letra G para representar uma distribuição genérica. Em geral, de acordo com Arenales et al. (2007), sistemas que não podem ser descritos por distribuições exponenciais são mais complexos e difíceis de analisar. Existem poucos resultados desenvolvidos para modelos $M/G/m$ e, em função disso, serão utilizadas aproximações desenvolvidas para o modelo $G/G/m$, uma vez que o $M/G/m$ é um caso particular do modelo $G/G/m$. Segundo Kleinrock (1976), filas $G/G/m$ são pouco conhecidas e os resultados disponíveis para aproximar seu comportamento são extremamente úteis e a maioria dos trabalhos têm se dedicado a limitar a espera média.

A fórmula de Kraemer e Lagenbach-Belz é uma aproximação para calcular o número médio de usuários (L) em sistemas $G/G/m$ e é dada por (6) (ARENALES et al., 2007; GALVÃO; MORABITO, 2008). Nessa expressão, calcula-se o número de clientes em fila para um sistema $M/M/m$ ($L_{q M/M/m}$), o coeficiente $C_x^2 = \frac{V(X)}{E(X)^2}$, onde $V(X)$ representa a variância do intervalo de tempo entre as chegadas X e $E(X)^2$ a esperança do quadrado do intervalo de tempo entre as chegadas X e o coeficiente $C_s^2 = \frac{V(S)}{E(S)^2}$, onde $V(S)$ representa a variância do tempo de serviço S e $E(S)^2$ a esperança do quadrado do tempo de serviço S . Ainda segundo Arenales et al. (2007), essa expressão é exata quando $C_x^2 = 1$ e $C_s^2 = 1$ ou quando $\rho \rightarrow 1$.

$$L \approx \rho m + \frac{(C_x^2 + C_s^2)}{2} L_{q M/M/m} \quad (6)$$

As medidas de desempenho W e W_q também podem ser obtidas através da Fórmula de Little (Equações (1) e (2)).

3.1.3 Filas com capacidade limitada: o modelo $M/M/m/C$

Em alguns casos, pode ser necessário limitar o tamanho da fila de espera em função do espaço físico disponível (BITRAN; MORABITO, 1996) ou apenas para garantir a agilidade do atendimento caso exista um sistema *backup* disponível para atender os chamados.

O modelo $M/M/m/C$ difere do modelo $M/M/m$ apenas em função da capacidade do sistema ser limitada a C unidades. A distribuição de equilíbrio deste modelo é dada por (7).

$$P_n = \begin{cases} \frac{(\rho m)^n}{n!} P_0, & n = 1, 2, \dots, m-1 \\ \frac{\rho^n m^m}{m!} P_0, & n = m, m+1, \dots, k \end{cases} \quad (7)$$

$$\text{Onde, } P_0 = \begin{cases} \frac{1}{\sum_{n=0}^{m-1} \frac{(\rho m)^n}{n!} + \frac{(\rho m)^m}{m!} \left(\frac{1-\rho^{k-m+1}}{1-\rho} \right)}, & \rho \neq 1 \\ \frac{1}{\sum_{n=0}^{m-1} \frac{(\rho m)^n}{n!} + \frac{(\rho m)^m}{m!} (K-m+1)}, & \rho = 1 \end{cases}$$

O número de usuários na fila (L_q) e no sistema (L) pode ser obtido através das Equações (8) e (9). Já os tempos médios no sistema (W) e em fila (W_q) podem ser obtidos pelas Equações (8) e (9) e pela Fórmula de Little.

$$L_q = \begin{cases} \frac{(\rho m)^m \rho}{m! (1-\rho)^2} (1 - \rho^{K-m+1} - (K-m+1)\rho^{K-m}(1-\rho)) P_0, & \rho \neq 1 \\ \frac{(\rho m)^m (K-m)(K-m+1)}{2m!} P_0, & \rho = 1 \end{cases} \quad (8)$$

$$L = L_s + L_q = \rho m + L_q \quad (9)$$

Entretanto, deve-se atentar ao aplicar a Fórmula de Little que é necessário calcular a taxa de entrada de usuários no sistema ($\bar{\lambda}$), uma vez que quando o usuário encontra o sistema cheio ele não entrará. Essa taxa pode ser obtida através da Equação (10), onde P_{loss} é a probabilidade de perda de usuários.

$$\bar{\lambda} = \lambda(1 - P_{loss}) \quad (10)$$

3.1.4 Modelos de Filas com múltiplas classes de usuários

Em alguns sistemas faz-se necessário separar os usuários em múltiplas classes e atribuir prioridades no atendimento em determinadas classes. Por exemplo, num sistema com três classes de usuários, a classe 1 tem prioridade em relação às classes 2 e 3 e a classe 2, por sua vez, tem prioridade em relação à classe 3. Nesse caso, ao finalizar o atendimento, o próximo usuário a ser atendido é o da classe de maior prioridade e quando existem mais de um usuário dessa classe aguardando a escolha acontece segundo a disciplina da fila

(ARENALES et al., 2007), uma vez que, de acordo com Larson e Odoni (1981), as classes de usuário podem utilizar diferentes disciplinas da fila.

No caso de filas com prioridades, tem-se o caso preemptivo e o não-preemptivo (BITRAN; MORABITO, 1995; LARSON; ODONI, 1981). No caso preemptivo, o cliente com maior prioridade entra em serviço assim que chegar à fila, mesmo que outro cliente com menor prioridade já esteja em serviço. No caso não-preemptivo, um cliente já iniciado não pode ser interrompido enquanto não for completado.

No modelo $M_i/M/m$ sem interrupção, os usuários são divididos em i classes e admite-se que os processos de chegada e serviço sejam descritos por distribuições exponenciais. Nesse caso, para $\rho < 1$, o tempo médio de espera em fila da classe k (W_{qk}) pode ser obtido pela Equação (11). E, quando $r = 1$, a expressão do W_{qk} se reduz ao tempo médio de espera em fila em um sistema $M/M/m$ (ARENALES et al., 2007).

$$W_{qk} = \frac{\frac{(\rho m)^m \rho}{m\mu(1-\rho)m!} P_0}{(1 - \sum_{i=1}^{k-1} \rho_i)(1 - \sum_{i=1}^k \rho_i)}, \quad k = 1, 2, \dots, r \quad (11)$$

As medidas de desempenho número médio de usuários na fila (L_{qk}), no sistema (L), em atendimento (L_s) e tempo no sistema (W) podem ser obtidas através da Fórmula de Little (Equações (1) e (2)) e da relação (12).

$$L = L_s + \sum_{i=1}^k L_{qk} \quad (12)$$

3.2 Modelo Hipercubo de Filas

Alguns sistemas de filas não aderem à figura clássica de servidores fisicamente estacionários onde usuários (clientes) se deslocam até o servidor (LARSON; ODONI, 1981). Nesses casos, os usuários permanecem em pontos separados geograficamente, enquanto os servidores associados a esses sistemas de filas os visitam de acordo com sua prioridade (implícita ou explícita) e realizam o atendimento. Geralmente usa-se o termo filas espacialmente distribuídas para se referir a sistemas servidor-para-cliente.

O modelo hipercubo é um modelo de filas espacialmente distribuídas baseado em aproximações Markovianas utilizado para analisar a configuração e operação de sistemas servidor-para-cliente (*server-to-costumer*), em que os servidores precisam se deslocar até o local da solicitação do usuário (IANNONI; MORABITO, 2006a; IANNONI; MORABITO, 2006b).

Nesse sentido, Larson (1974) formulou o modelo hipercubo de filas, uma ferramenta específica para o planejamento e avaliação de sistemas de atendimento que possuem demanda aleatória espacialmente distribuída. Esse modelo foi desenvolvido para tratar sistemas policiais e, desde então, vem sendo aplicado aos mais diversos sistemas. Outros trabalhos relacionados ao patrulhamento policial foram desenvolvidos, por exemplo, por Chelst e Barlach (1981), Larson e McKnew (1982) e Sacks e Grief (1994).

Muitas aplicações do modelo hipercubo em sistemas de atendimento médico de emergência também são encontradas na literatura. Em relação aos sistemas de atendimento médico emergencial em cidades, podem-se citar os desenvolvidos por Brandeau e Larson (1986) em Boston, Takeda (2000) e Takeda et al. (2004, 2007) em Campinas, Souza (2010) e Souza et al. (2013, 2014) em Ribeirão Preto, Baptista e Oliveira (2012) em Lisboa e Davoudpour et al. (2014) em Teerã. Já os relacionados a sistemas de atendimento médico emergencial em rodovias, podem-se mencionar os trabalhos de Gonçalves et al. (1995) em um trecho da BR101 em Santa Catarina e os trabalhos de Mendonça (1999), Mendonça e Morabito (2000, 2001), Iannoni (2005), Iannoni e Morabito (2006a, 2006b, 2007, 2008), Iannoni et al. (2008, 2009, 2011) e Atkinson et al. (2006, 2008) na rodovia Presidente Dutra entre as cidades de São Paulo e Rio de Janeiro e/ou em trechos de rodovias no interior do estado de São Paulo.

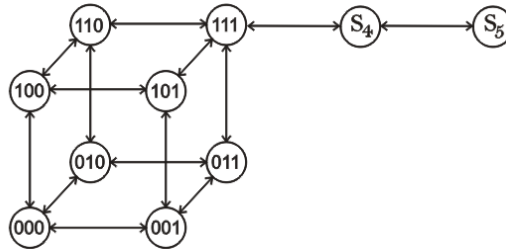
Além desses sistemas, muitos outros trabalhos podem ser encontrados em sistemas como bombeiros (COSTA, 2004), atendimento do serviço social (LARSON; ODONI, 1981), análise de interrupções na distribuição de energia elétrica (ALBINO, 1994), defesa civil e sistemas de emergência que atuam em caso de ataques terroristas e catástrofes naturais de grande escala (LARSON, 2004), sistema móvel de reparo dos ônibus urbano (GEROLIMINIS et al., 2011) e serviço de patrulha em estrada (GEROLIMINIS et al., 2009).

Outros estudos têm sido dedicados a combinar o modelo hipercubo com métodos de otimização. Como exemplos, podem ser citados os trabalhos de Iannoni (2005), Iannoni e Morabito (2006a, 2008), Iannoni et al. (2008), Iannoni et al. (2011), Batta et al. (1989), Geroliminis et al. (2009), Geroliminis et al. (2011), Saydam et al. (1994), Saydam e Aytug (2003), Rajagopalan et al. (2008) e Toro-Díaz et al. (2013).

O nome hipercubo deriva da descrição da disponibilidade dos servidores por meio do espaço de estados. A ideia básica do modelo hipercubo é expandir o espaço de estados de modelos de filas com múltiplos servidores de forma a tratar cada servidor individualmente e incorporar as complexidades das políticas de despacho (LARSON; ODONI, 1981). No modelo hipercubo clássico, cada servidor em certo instante pode estar

livre (0) ou ocupado (1) (LARSON; ODoni, 1981; CHIYOSHI et al., 2000; MENDONÇA; MORABITO, 2000). Por exemplo, em um sistema com 3 servidores, o espaço de estados é dado pelos vértices de um cubo e a fila de espera pela cauda ligada ao cubo, como representado na Figura 5. Assim, em sistemas com mais de três servidores, o espaço de estados é representado por um hipercubo.

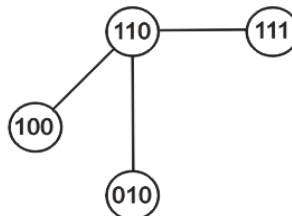
Figura 5 – Cubo cujos vértices representam os estados de um sistema com 3 servidores



As transições de estado no modelo hipercubo clássico acontecem, assim como nos demais modelos de filas, assumindo que somente uma unidade é alocada a cada solicitação, ou seja, transições de um passo são permitidas e transições multipassos não são permitidas (LARSON; ODoni, 1981). Em função disso, transições podem acontecer somente entre estados em hiperplanos adjacentes.

Assim, passar de um estado a outro do sistema corresponde a transitar de um vértice para um dos vértices adjacentes, e isto ocorre com o término do serviço (um servidor j passa de ocupado (1) à livre (0)) ou com a chegada de uma chamada (um servidor j passa de livre (0) a ocupado (1)). Por exemplo, considerando o estado $\{110\}$, as transições incluem passar para o estado $\{100\}$ quando o servidor 2 passa de ocupado a livre, para o estado $\{010\}$ quando o servidor 1 passa de ocupado a livre e para o estado $\{111\}$ quando o servidor 3 passa de livre a ocupado. Essas transições são mostradas na Figura 6.

Figura 6 – Vértice $\{110\}$ e seus adjacentes



A análise do funcionamento desses sistemas, em geral, precisa levar em conta fatores probabilísticos na distribuição espacial e temporal dos chamados e serviços (IANNONI, 2005). Assim, ao receber uma chamada, um servidor é despachado para atender o cliente. Se nenhum servidor estiver disponível, a solicitação aguarda em fila e, caso o sistema

não admita a formação de filas, o chamado é perdido. Por exemplo, na Figura 5, no estado $\{S_4\}$ existem 4 chamadas no sistema, logo uma permanece em fila.

O modelo hipercubo de filas é um método descritivo que divide a região em um conjunto de áreas de demanda ou átomos geográficos, onde cada átomo representa, ao longo do tempo, uma fonte independente solicitadora de serviços (SWERSEY, 1994).

Os servidores do sistema podem estar fixos ou em movimento ao longo da região, sendo que neste último caso suas localizações devem ser conhecidas ao menos probabilisticamente. O modelo pode ser utilizado para analisar sistemas com múltiplos servidores, considerando que os mesmos podem estar espacialmente distribuídos ao longo da região e com servidores que possuem características operacionais diferenciadas, mas podem cooperar e/ou interagir entre si.

A aplicação do modelo hipercubo clássico de filas envolve nove hipóteses básicas (LARSON; ODONI, 1981; SWERSEY, 1994; MENDONÇA; MORABITO, 2000; CHIYOSHI et al., 2000). Essas hipóteses são:

- (I) Divisão da região analisada em átomos geográficos: cada átomo corresponde a uma fonte independente de chamadas permitindo que as complexidades geográficas e temporais da região sejam incorporadas.
- (II) Processo de chegada: os processos de chegada a cada átomo são gerados conforme um processo de Poisson, independente dos demais átomos. Embora aparentemente muito restritiva, essa hipótese é comumente satisfeita em diversos sistemas reais (CHIYOSHI et al., 2000).
- (III) Tempos Médios de Viagem: são conhecidos ou podem ser estimados através de conceitos de probabilidade geométrica.
- (IV) Servidores: os servidores espacialmente distribuídos ao longo da região podem se deslocar para atender qualquer um dos átomos (*backup* total).
- (V) Localização dos Servidores: os servidores, quando livres, podem permanecer fixos em um átomo ou se mover dentro de uma área determinada, desde que sua localização seja conhecida, ao menos probabilisticamente.
- (VI) Despacho de Servidores: os servidores são despachados de acordo com uma lista fixa de preferências de despacho para cada átomo. Se o primeiro servidor desta lista estiver disponível, ele é despachado, caso contrário, o próximo servidor disponível da lista é despachado (servidor *backup*). Na maioria dos casos a lista de preferência é determinada com base nas menores distâncias,

no entanto, critérios como restrições geográficas, orientação de ruas e estradas, intensidade de tráfego na região podem ser utilizados.

- (VII) Política de Despacho: apenas um servidor é despachado para atender cada chamada e caso todos os servidores estejam ocupados, a chamada deve esperar em fila. Nos sistemas que não admitem a formação de filas, a chamada é transferida para outro sistema ou é perdida.
- (VIII) Tempo de Atendimento: o tempo de atendimento de um chamado é conhecido e inclui o tempo de preparação (*set up*), o tempo de viagem do servidor ao local da chamada, o tempo de realização do serviço (tempo em cena) e o tempo de retorno à base. Em geral, os servidores possuem tempos de atendimento distintos. O modelo também admite que o desvio-padrão dos tempos de atendimento seja aproximadamente igual à média, pois o tempo de atendimento é representado por uma distribuição exponencial negativa. Porém, desvios razoáveis desta hipótese não alteram significativamente a precisão do modelo (LARSON; ODONI, 1981). Se o sistema não admite filas, esta suposição é ainda menos necessária, pois os modelos $M/M/N/N$ e $M/G/N/N$ têm a mesma distribuição de equilíbrio (CHIYOSHI et al., 2000).
- (IX) Dependência do Tempo de Atendimento em Relação ao Tempo de Viagem: variações no tempo de atendimento devido às variações no tempo de viagem são assumidas como sendo de segunda ordem, quando comparadas com as variações dos tempos de realização do serviço e/ou preparação. Esta hipótese é mais comumente verificada em sistemas urbanos do que em sistemas rurais (CHIYOSHI et al., 2000). Assim, como nesse trabalho são abordados sistemas rurais essa hipótese deve ser verificada.

Os resultados obtidos na aplicação do modelo clássico dependem de como o sistema estudado se ajusta a estas hipóteses (SWERSEY, 1994; CHIYOSHI et al., 2000). Entretanto, nenhum sistema real adere totalmente a todas essas nove hipóteses (LARSON; ODONI, 1981; CHIYOSHI et al., 2000). Algumas das principais limitações do modelo original são: o modelo não considera as atividades que não são relacionadas com o atendimento, mas mantem os servidores ocupados para o atendimento; o modelo não permite múltiplo despacho (CHELST; BARLACH, 1981); o modelo não trata prioridades ou diferentes classes de chamadas (LARSON; ODONI, 1981).

A equação de equilíbrio para cada estado do sistema pode ser construída considerando as transições deste estado para os seus estados ou vértices adjacentes (fluxo para

fora do estado) e as transições de outros estados para este estado (fluxo para dentro do estado) (LARSON; ODoni, 1981).

Iannoni (2005) apresenta um exemplo que utiliza 3 servidores e 4 átomos geográficos (Figura 7) e uma lista de preferências de despacho (Tabela 2). Em cada um dos quatro átomos, as chamadas chegam de acordo com o processo de Poisson com taxa λ_1 , λ_2 , λ_3 e λ_4 , respectivamente. A taxa de chegada λ representa a taxa de chegada ao sistema, ou seja, corresponde a soma de λ_1 , λ_2 , λ_3 e λ_4 ($\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4$). Os três servidores são marcados pelos triângulos na Figura 7 e apresentam tempo de serviço exponencial com taxas de serviço μ_1 , μ_2 e μ_3 , respectivamente. A taxa de serviço μ representa a taxa de serviço dos 3 servidores, ou seja, corresponde a soma de μ_1 , μ_2 e μ_3 ($\mu = \mu_1 + \mu_2 + \mu_3$).

Figura 7 – Sistema com 4 átomos e 3 servidores

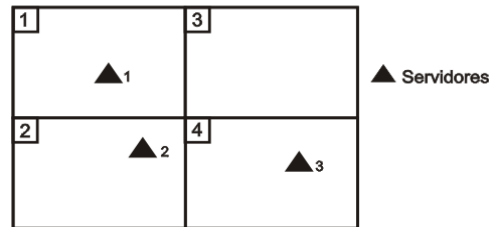


Tabela 2 – Lista de preferência de despacho

Átomo	Servidor		
1	1	2	3
2	2	1	3
3	2	3	1
4	3	2	1

Nesse caso, as equações de equilíbrio dos estados ($\{000\}$, $\{001\}$, $\{010\}$, $\{011\}$, $\{100\}$, $\{101\}$, $\{110\}$ e $\{111\}$) para esse exemplo são mostradas nas Equações (13) a (20).

$$\{000\} \rightarrow P_{000}(\lambda) = P_{100}\mu_1 + P_{010}\mu_2 + P_{001}\mu_3 \quad (13)$$

$$\{001\} \rightarrow P_{001}(\lambda + \mu_3) = P_{101}\mu_1 + P_{011}\mu_2 + P_{000}\lambda_4 \quad (14)$$

$$\{010\} \rightarrow P_{010}(\lambda + \mu_2) = P_{110}\mu_1 + P_{011}\mu_3 + P_{000}(\lambda_2 + \lambda_3) \quad (15)$$

$$\{100\} \rightarrow P_{100}(\lambda + \mu_1) = P_{110}\mu_2 + P_{101}\mu_3 + P_{000}\lambda_1 \quad (16)$$

$$\{011\} \rightarrow P_{011}(\lambda + \mu_2 + \mu_3) = P_{111}\mu_1 + P_{001}(\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4) + P_{010}(\lambda_3 + \lambda_4) \quad (17)$$

$$\{101\} \rightarrow P_{101}(\lambda + \mu_1 + \mu_3) = P_{111}\mu_2 + P_{001}\lambda_1 + P_{100}\lambda_4 \quad (18)$$

$$\{110\} \rightarrow P_{110}(\lambda + \mu_1 + \mu_2) = P_{111}\mu_3 + P_{010}(\lambda_1 + \lambda_2) + P_{100}(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) \quad (19)$$

$$\{111\} \rightarrow P_{111}(\lambda + \mu) = P_{110}\lambda + P_{011}\lambda + P_{101}\lambda \quad (20)$$

O sistema sai do estado $\{S_4\}$ quando o atendimento realizado pelo servidor 1, 2 ou 3 é encerrado, taxa $\mu = \mu_1 + \mu_2 + \mu_3$, ou quando chega uma chamada em qualquer um dos átomos, com taxa λ . Para entrar nesse estado, o sistema deve estar no estado $\{111\}$ e chegar uma chamada no sistema ou estar no estado $\{S_5\}$ e o servidor 1, 2 ou 3 terminar o atendimento, com taxas λ e μ , respectivamente, conforme mostra (21).

$$P_{S_4}(\lambda + \mu) = P_{111}\lambda + P_{S_5}\mu \quad (21)$$

Todas as demais equações da fila podem ser deduzidas de forma similar a essas equações, onde se sai de um estado com a conclusão do atendimento pelo servidor 1, 2 ou 3 (com taxa μ) ou com a chegada de um chamado em qualquer átomo do sistema, com taxa λ . Para entrar em um estado deve-se chegar uma chamada em qualquer átomo aumentando a fila de espera ou terminar o atendimento do servidor 1, 2 ou 3 diminuindo a fila de espera. Por exemplo, têm-se as Equações (22) e (23) para os estados $\{S_5\}$ e $\{S_6\}$, respectivamente.

$$P_{S_5}(\lambda + \mu) = P_{S_4}\lambda + P_{S_6}\mu \quad (22)$$

$$P_{S_6}(\lambda + \mu) = P_{S_5}\lambda + P_{S_7}\mu \quad (23)$$

Ao prosseguir com a dedução das equações de equilíbrio para os demais estados da fila, obtém-se um sistema infinito de equações lineares. Entretanto, as condições de equilíbrio do sistema requerem que as taxas de transição do estado $\{111\}$ e $\{S_4\}$ sejam iguais, ou seja, $\lambda P_{111} = \mu P_{S_4}$. Segundo Chiyoshi et al. (2000), quando isso não é observado o sistema está em fase transiente com a cauda ainda em crescimento ($\lambda P_{111} > \mu P_{S_4}$) ou com o hipercubo em fase de crescimento em termos da massa de probabilidade ($\lambda P_{111} < \mu P_{S_4}$). Em função dessa condição de equilíbrio, a Equação (20) para o estado $\{111\}$ pode ser simplificada e representada pela Equação 24. Assim, tem-se um sistema finito de equações formado pelas Equações de (13) a (19) e pela Equação (24) para os estados do hipercubo independente dos estados da cauda.

$$\{111\} \rightarrow P_{111}(\mu) = P_{110}\lambda + P_{011}\lambda + P_{101}\lambda \quad (24)$$

As probabilidades dos estados da cauda ($\{S_4\}, \{S_5\}, \dots$) podem ser obtidas após resolver o sistema de equações lineares, a partir da probabilidade do estado $\{111\}$ e da condição de equilíbrio. A condição de equilíbrio $\lambda P_{111} = \mu P_{S_4}$ também pode ser reescrita em função da taxa de ocupação do sistema e obtém-se a Equação (25). E, de acordo com

Chiyoshi et al. (2000), essa condição de equilíbrio também deve ser observada entre cada par de estados $\{S_r\}$ e $\{S_{r+1}\}$ da cauda. Assim, pode-se calcular as probabilidades dos demais estados da cauda, por exemplo, através das Equações (26) e (27) para os estados $\{S_4\}$ e $\{S_5\}$.

$$P_{S_4} = \rho P_{111} \quad (25)$$

$$P_{S_5} = \rho P_{S_4} = \rho^2 P_{111} \quad (26)$$

$$P_{S_6} = \rho P_{S_5} = \rho^3 P_{111} \quad (27)$$

Entretanto, o sistema de equações lineares formado pelas equações do hipercubo (Equações de (13) a (19) e (24)) é indeterminado (CHIYOSHI et al., 2000). Assim, faz-se necessário inserir uma equação de normalização para possibilitar a resolução desse sistema linear. Segundo Chiyoshi et al. (2011), o procedimento padrão é substituir uma das equações por uma equação de normalização. Como se trata de um sistema envolvendo probabilidades, tem-se que a soma das probabilidades dos estados associados ao hipercubo e à fila deve ser igual a 1, como pode ser visto na Equação (28).

$$P_{000} + P_{001} + P_{100} + P_{010} + P_{110} + P_{011} + P_{101} + P_{111} + P_{S_3} + P_{S_4} + P_{S_5} + \dots = 1 \quad (28)$$

Entretanto, deve-se utilizar a Equação (28) e as condições de equilíbrio para se obter uma equação que utilize as mesmas variáveis das demais equações do sistema linear. Essa equação é dada por (29).

$$P_{000} + P_{001} + P_{100} + P_{010} + P_{110} + P_{011} + P_{101} + P_{111} + \rho P_{11} + \rho^2 P_{11} + \rho^3 P_{11} + \dots = 1 \quad (29)$$

Assim, em sistemas com cauda ilimitada, pode ser utilizada a equação de normalização (30) (CHIYOSHI et al., 2000).

$$P_{000} + P_{001} + P_{100} + P_{010} + P_{110} + P_{011} + P_{101} + \frac{P_{111}}{1 - \rho} = 1 \quad (30)$$

Em sistemas que não admitem a formação de filas, a equação de normalização considera apenas os estados associados ao hipercubo, conforme mostra a Equação (31).

$$P_{000} + P_{001} + P_{100} + P_{010} + P_{110} + P_{011} + P_{101} + P_{111} = 1 \quad (31)$$

Os sistemas que admitem a formação de fila, mas limitam sua capacidade, ou seja, limitam o tamanho da cauda, utilizam a equação de normalização (32) (TAKEDA et al., 2004). Nessa equação, k representa a capacidade da fila.

$$P_{000} + P_{001} + P_{100} + P_{010} + P_{110} + P_{011} + P_{101} + \sum_{n=0}^k \rho^n P_{111} = 1 \quad (32)$$

Em resumo, deve-se resolver o sistema linear formado pelas Equações de (13) a (19) e pela Equação (24), retirando uma dessas equações e inserindo a equação de normalização para obter as probabilidades de cada estado associado ao hipercubo. Para isso, podem ser utilizados alguns métodos para resolver esses sistemas de equações lineares. E, a partir dessas probabilidades e das condições de equilíbrio, podem ser obtidas as probabilidades associadas à cauda e diversas medidas de desempenho para o sistema.

3.2.1 Método de Solução do Modelo Hipercubo

A solução do modelo hipercubo envolve resolver um sistema de equações lineares que fornece as probabilidades de equilíbrio dos possíveis estados do sistema (probabilidade de estado). Em um sistema com N servidores e considerando dois estados possíveis para cada servidor (ocioso (0) e ocupado (1)), significa resolver um sistema com 2^N equações. Existem ainda sistemas que consideram a existência de um terceiro estado possível devido a realização de atendimentos na base (IANNONI; MORABITO, 2006a; 2007), dependência entre os servidores no caso de múltiplo despacho (CHELST; BARLACH, 1981), redespacho de servidores sem que estes retornem para a base (MENDONÇA; MORABITO, 2001; IANNONI et al., 2008) e ao atendimento de chamados que não foram alocados pela central de despacho (LARSON; MCKNEW, 1982). Nesses casos, o número de equações do sistema crescerá para 3^N equações.

Como o número de equações cresce exponencialmente, mesmo para valores moderados de N é preciso assegurar a viabilidade computacional do modelo, e para certos valores limites de N é necessário utilizar métodos aproximados de solução (CHIYOSHI et al., 2000; IANNONI, 2005; LARSON; ODoni, 1981). Chiyoshi et al. (2000) utilizaram problemas testes gerados aleatoriamente com até 17 servidores e os resultados mostraram a convergência de todos os testes e apontaram que, em geral, a convergência mais rápida ocorreu entre os que possuíam taxas de utilização menores.

Métodos exatos são vantajosos quando o número de servidores (N) apresentar valores moderados, pois garantem a obtenção da solução ótima. Já os métodos aproximados chegam a soluções satisfatórias mesmo para um grande número de servidores. Entretanto, não se pode garantir a otimalidade dessas soluções.

Alguns dos métodos disponíveis para resolver o sistema linear de equações associado ao Modelo Hipercubo incluem o método de eliminação de Gauss, o método de Gauss-Jordan e os métodos iterativos de Gauss-Seidel e de Gauss-Jacobi. Como exemplos de aplicação desses métodos, pode-se citar os trabalhos de Mendonça e Morabito (2001), Takeda et al. (2004), Iannoni (2005) e Takeda (2000) utilizando o método de Gauss-Jordan e os trabalhos de Larson (1974), Chiyoshi et al. (2000, 2001), Iannoni et al. (2011) e Baptista e Oliveira (2012) utilizando o método de Gauss-Seidel.

Os métodos iterativos exigem que se estabeleça um critério de parada, baseado no erro absoluto máximo tolerável e por isso são aproximados por natureza. Por outro lado, como destacado por Chiyoshi et al. (2000, 2001), estes métodos possuem a vantagem de utilizar exclusivamente os elementos não nulos da matriz dos coeficientes, justificando sua utilização uma vez que as matrizes de coeficientes associadas ao modelo hipercubo são esparsas.

Pelas características da matriz de coeficientes, as indicações são de que, dos métodos iterativos simples mais conhecidos, o método de Gauss-Seidel é o mais apropriado para resolver o sistema de equações associado ao modelo hipercubo (CHIYOSHI et al., 2001). Entretanto, a matriz dos coeficientes do sistema de equações do modelo hipercubo não satisfaz a condição suficiente de convergência, de modo que não existe garantia de convergência do método de Gauss-Seidel (CHIYOSHI et al., 2000). Essa condição é de que a matriz seja diagonalmente dominante, isto é, que o elemento diagonal de uma linha seja, em módulo, maior que a soma dos módulos dos demais elementos da mesma linha. No entanto, Chiyoshi et al. (2000, 2001) afirmaram que em vários problemas testes, eles não encontraram nenhum que não convergisse.

Em relação aos métodos aproximados, Larson (1975) desenvolveu um método aproximado para resolução do modelo hipercubo que utiliza fatores de correção para considerar a independência dos servidores. Ao invés das probabilidades de estado, as variáveis do sistema passam a ser as taxas de ocupação dos N servidores do sistema, conseqüentemente o número de equações passa a ser N equações não lineares e não as 2^N probabilidades de estado do método exato. Os resultados mostram que os desvios dos resultados obtidos utilizando o método aproximado para sistemas com servidores homogêneos são tipicamente da ordem de 1 a 2%. Apesar do bom desempenho do método, o método pode ser aplicado somente a sistemas homogêneos e sistemas com fila de capacidade infinita. Mais detalhes desse método podem ser encontrados, por exemplo, em Larson (1975), Larson e Odoni (1981) e Chiyoshi et al. (2000).

Atkinson et al. (2006) propuseram duas heurísticas que estimam a probabilidade de perda para analisar sistemas de emergência médica em rodovias. Essas heurísticas têm complexidade computacional linear em N , ao invés de exponencial em N . Os resultados mostraram que os dois procedimentos heurísticos podem ser aplicados a sistemas de diferentes escalas, sendo que a segunda heurística desenvolvida apresentou melhores resultados em sistemas de grande escala, cujas resoluções pelos métodos exatos requerem recursos computacionais proibitivos. Iannoni et al. (2011) utilizaram esse procedimento aproximado em seu trabalho em serviços de emergência em rodovias.

3.2.2 Medidas de Desempenho

As medidas de desempenho de interesse variam conforme o sistema, mas estão geralmente associadas à avaliação deste, do ponto de vista do cliente ou usuário do mesmo e do gestor do sistema emergencial, incluindo medidas globais, para cada átomo e cada servidor desse sistema (IANNONI, 2005). Essas medidas de desempenho são calculadas a partir das probabilidades de estado obtidas pela solução do sistema linear de equações do sistema.

As expressões apresentadas a seguir são utilizadas para calcular medidas de desempenho em sistemas que podem apresentar servidores não homogêneos. Outras medidas de desempenho e o detalhamento das medidas apresentadas podem ser encontrados em Larson e Odoni (1981) e Larson (1974).

3.2.2.1 Probabilidade de haver fila no sistema

A probabilidade da existência de fila de espera (P_q) representa a porcentagem do tempo em que existem chamados aguardando em fila. Chiyoshi et al. (2000) descrevem a Equação (33) para o cálculo dessa medida para sistemas que admitem fila de espera infinita.

$$P_q = 1 - (P_{000} + P_{001} + P_{100} + P_{010} + P_{110} + P_{011} + P_{101} + P_{111}) \quad (33)$$

3.2.2.2 Probabilidade de saturação do sistema

A probabilidade de saturação (P_s) representa a porcentagem do tempo em que, caso uma chamada chegue ao sistema, ela será direcionada para a fila de espera. Larson (1974) apresentaram a Equação (34) para um sistema com fila infinita. Nesse caso, além dos estados associados à fila de espera, no estado com todos os servidores ocupados os chamados que chegam também são direcionados à fila.

$$P_s = P_q + P_{111} \quad (34)$$

3.2.2.3 Carga de Trabalho de cada servidor i

A carga de trabalho ou *workload* do servidor i (ρ_i) representa a parcela do tempo, em porcentagem, que o servidor está ocupado. Para um sistema com fila infinita, Larson (1974) apresentou a Expressão (35) para o cálculo da carga de trabalho de cada servidor. O conjunto B representa o conjunto de estados associados ao hipercubo. Para essa aplicação, a carga de trabalho de cada servidor i pode ser calculada através das expressões (36), (37) e (38).

$$\rho_i = \sum_{B:b_i=1} P_B + P_q \quad (35)$$

$$\rho_1 = P_{100} + P_{110} + P_{101} + P_{111} + P_q \quad (36)$$

$$\rho_2 = P_{010} + P_{110} + P_{011} + P_{111} + P_q \quad (37)$$

$$\rho_3 = P_{001} + P_{011} + P_{101} + P_{111} + P_q \quad (38)$$

3.2.2.4 Frequência de despacho

A frequência de despacho representa a fração de todos os despachos do servidor i ao átomo j (f_{ij}). Para sistemas que admitem a formação de filas, essa fração é composta pela fração de despachos do servidor i para o átomo j que não incorre em espera (f_{ij}^{nq}) e pela fração de despachos do servidor i para o átomo j que incorre em espera (f_{ij}^q), conforme mostra a Equação (39).

$$f_{ij} = f_{ij}^{nq} + f_{ij}^q \quad (39)$$

A fração de despachos que não incorre em fila de espera (f_{ij}^{nq}) pode ser obtida através da Equação (40) (CHIYOSHI et al., 2000).

$$f_{ij}^{nq} = \frac{\lambda_j}{\lambda} \sum_{B \in E_{ij}} P_B \quad (40)$$

O conjunto E_{ij} representa o conjunto de estados nos quais o servidor i é o primeiro servidor disponível na lista de preferência de despacho para o átomo j . Nesse exemplo, os estados em que o servidor 1 é o primeiro servidor disponível para o átomo 1 (E_{11}) são $\{000\}$, $\{001\}$, $\{010\}$ e $\{011\}$ e as sua probabilidade é dada por (41).

$$E_{11} = P_{000} + P_{001} + P_{010} + P_{011} \quad (41)$$

Segundo Chiyoshi et al. (2000), essa fração depende apenas da probabilidade da primeira chamada em fila esperando por atendimento ter origem no átomo j ($\frac{\lambda_j}{\lambda}$), da probabilidade de todos os servidores estarem ocupados (P_S) e da probabilidade de um dado servidor i ser o primeiro a completar o serviço ($\frac{\mu_i}{\mu}$) no caso de servidores heterogêneos, como mostra a Equação (42). O modelo hipercubo original proposto por Larson (1974) utilizava servidores homogêneos e o último termo da Equação (42) era originalmente $\frac{1}{N}$.

$$f_{ij}^q = \frac{\lambda_j}{\lambda} P_S \frac{\mu_i}{\mu} \quad (42)$$

3.2.2.5 Tempos Médios de Viagem

Os tempos médios de viagem são importantes medidas de desempenho para os sistemas. Esses tempos representam uma parcela do tempo em que os servidores estão ocupados, mas estes não estão efetivamente realizando atendimento. Nessa seção são apresentadas algumas medidas relacionadas a esses tempos de viagem.

3.2.2.5.1 Tempo Médio de viagem para o servidor i , quando disponível, viajar para o átomo j

O tempo médio de viagem para os chamados que não esperam em fila (t_{ij}) é calculado a partir da matriz de tempos médios de viagem entre os átomos k e j (τ_{kj}) e da matriz de localização dos servidores (l_{ik}), conforme a Equação (43). Esse tempo médio representa o tempo de deslocamento do servidor i ao átomo j quando a chamada em questão não aguardou na fila para atendimento.

$$t_{ij} = \sum_{k=1}^{N_a} l_{ik} \tau_{kj} \quad (43)$$

3.2.2.5.2 Tempo médio de viagem até uma chamada que incorre em algum tempo de espera

Segundo Larson (1974), o tempo médio de viagem para atendimento de uma chamada que incorre em fila (T_q) pode ser obtido pela Equação (44). Nessa equação, a chamada é gerada no átomo j com probabilidade p_j , cada um dos servidores ocupados tem igual probabilidade de serem despachados para atender essa chamada e a probabilidade do

servidor despachado para o chamado viajar do átomo k é p_k e o tempo médio de viagem entre os átomos k e j é dado por τ_{kj} .

$$T_q = \sum_{k=1}^{N_a} \sum_{j=1}^{N_a} p_k p_j \tau_{kj} \quad (44)$$

A probabilidade p_j pode ser calculada através da razão $\frac{\lambda_j}{\lambda}$ que corresponde à probabilidade de uma chamada que incorre em algum tempo de espera em fila ser gerada no átomo j . A probabilidade p_k está relacionada com a localização do servidor e pode ser obtida através da razão $\frac{\lambda_k}{\lambda}$ que representa a probabilidade da chamada ser atendida por um servidor localizado no átomo k . Assim, tem-se a Equação (45) (CHIYOSHI et al., 2000).

$$T_q = \sum_{k=1}^{N_a} \sum_{j=1}^{N_a} \frac{\lambda_k \lambda_j}{\lambda^2} \tau_{kj} \quad (45)$$

3.2.2.5.3 Tempo médio de viagem no sistema

O tempo médio de viagem no sistema (T) considera o tempo médio de viagem para chamadas que não incorrem em espera e para chamadas que incorrem em espera e pode ser obtido através da Equação (46) (LARSON, 1974). Segundo Takeda (2000), esse tempo representa o tempo médio de resposta independente de qual átomo foi originado o chamado ou de qual servidor foi despachado para esse atendimento, ou seja, reflete o desempenho global do sistema.

$$T = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N_a} f_{ij}^{nq} t_{ij} + P_s T_q \quad (46)$$

3.2.2.5.4 Tempo médio de viagem ao átomo j

O tempo médio de viagem ao átomo j (T_j) reflete o nível de serviço oferecido pelo sistema e é chamado de tempo de resposta em sistemas reais (TAKEDA, 2000). O tempo médio de viagem ao átomo j (T_j) pode ser calculado através da Equação (35) (LARSON, 1974). Esse cálculo considera o tempo médio de viagem ao átomo para chamados que não incorrem em fila de espera (primeira parte do lado direito da Equação (47)) e para chamados que incorrem em fila de espera (segunda parte do lado direito da Equação (47)).

$$T_j = \frac{\sum_{i=1}^N f_{ij}^{nq} t_{ij}}{\sum_{i=1}^N f_{ij}^{nq}} (1 - P_s) + \sum_{k=1}^{N_a} \frac{\lambda_k}{\lambda} \tau_{kj} P_s \quad (47)$$

3.2.2.5.5 Tempo médio de viagem de cada servidor i

O tempo médio de viagem de cada servidor i (TU_i) pode ser estimado utilizando-se a Equação (48), uma vez que não há uma expressão exata para calcular essa medida de desempenho (LARSON; ODoni, 1981). Essa aproximação superestima o tempo de viagem de chamadas que esperam em fila, o qual se torna assintoticamente exato quando a taxa de utilização do sistema tende a 1 (LARSON, 1974).

$$TU_i = \frac{\sum_{j=1}^{N_a} f_{ij}^{nq} t_{ij} + (T_q P_s) \frac{\mu_i}{\mu}}{\sum_{j=1}^{N_a} f_{ij}^{nq} + P_s \frac{\mu_i}{\mu}} \quad (48)$$

3.2.3 Extensões do Modelo Hipercubo de Filas

Muitas extensões do modelo hipercubo de filas tem sido desenvolvidas. Essas extensões envolvem relaxar algumas das hipóteses de aplicação do modelo, outras modificaram o modelo para aplicação em situações com características específicas e outras se preocupam em melhorar sua eficiência computacional.

Chelst e Jarvis (1979) modificaram o modelo hipercubo para permitir o cálculo da distribuição de probabilidade do tempo de viagem, além do tempo médio de viagem. Chelst e Barlach (1981) estenderam o modelo para lidar com múltiplos despachos em sistemas policiais nos quais são enviadas mais de uma viatura para atender um mesmo chamado (múltiplo despacho). Essa abordagem pode mostrar o efeito de despachos múltiplos na carga de trabalho das unidades, mas não estima o tempo de viagem para a primeira e segunda unidade que chega. Essas medidas são particularmente importantes em avaliar a efetividade de um oficial versus dois oficiais em unidades de patrulha. Iannoni e Morabito (2007) e Iannoni et al. (2008) também utilizaram múltiplos despachos na análise de sistemas de emergência médica em rodovias. Esses três estudos utilizaram múltiplo despacho, mas admitiram a independência entre os servidores. Caso a independência entre os servidores não possa ser considerada, deve-se considerar a existência de um terceiro estado e o número de equações do sistema passa a ser 3^N (IANNONI et al., 2008).

Larson e McKnew (1982) estenderam o hipercubo original permitindo tratar as atividades de patrulha que não são atribuídas por um despacho da central. Essas atividades

foram denominadas atividades de patrulha iniciadas (PIA - *Patrol Initiated Activities*) e incluem, por exemplo, infrações de trânsito e verificação de carros que o policial visualiza diretamente do carro de patrulha. As atividades de patrulha iniciadas funcionam como um terceiro estado para a unidade de patrulha além dos estados ocupado e ocioso.

Iannoni e Morabito (2006a, 2007) também consideraram a existência de um terceiro estado para cada ambulância, que corresponde ao estado ocupado atendendo chamadas na base. Nesse terceiro estado, não há *backup* de atendimento e nem tempo de viagem, pois as chamadas acontecem na própria base.

Atkinson et al. (2008) admitiram que uma ambulância pode estar em três estados: livre, ocupado atendendo um paciente de primeira preferência e ocupado atendendo um paciente de segunda preferência. Eles tratam das diferenças nos tempos de viagem da primeira e segunda base preferencial de ambulâncias para atender os átomos em uma rodovia. A taxa de serviço pode ser significativamente diferente quando a primeira ou a segunda base preferenciais de ambulância são utilizadas para atender os átomos em uma rodovia.

Jarvis (1985) desenvolveu um algoritmo que permite tempos de serviço diferentes por unidade, mas pode ser usado somente quando o hipercubo é visto como um sistema que não admite a formação de filas. O modelo hipercubo original assume que todas as unidades tenham o mesmo tempo de serviço (homogêneo). Chiyoshi et al. (2001) e Morabito et al. (2008) também analisaram a utilização do modelo hipercubo no caso de servidores não homogêneos e métodos de solução desses sistemas para esse caso. Já Geroliminis et al. (2009) consideraram que as taxas de serviço são não idênticas entre os servidores e que estas ainda são dependentes de certas características do incidente.

Burwell et al. (1993) desenvolveram um método de geração aleatória da política de despacho dos servidores. Esse método lida com listas de despacho onde um átomo tem mais de um servidor preferencial, diferente do modelo original que utiliza uma lista de preferência de despacho fixa. Takeda et al. (2004) e Souza (2010) utilizaram esse método em suas aplicações a sistemas médicos de emergência nas cidades de Campinas e Ribeirão Preto, respectivamente.

Mendonça e Morabito (2001) e Iannoni et al. (2009) desenvolveram procedimentos para lidar com sistemas com *backup* parcial e política de despacho específica que não admitiam a formação de fila de espera para o despacho de ambulâncias em rodovias. Nesses casos, quando uma chamada encontra os servidores ocupados, ela é perdida para o sistema e transferida para outro sistema. Takeda et al. (2007) e Souza et al. (2014) modificaram o modelo hipercubo original para admitir fila de espera de chamados com

capacidade finita ou limitada. Nesses estudos, as chamadas eram consideradas perdidas quando todos os servidores estavam ocupados e o número de chamados na fila era igual à sua capacidade.

Em alguns sistemas, servidores não atendem chamados em todos os átomos. Nesses sistemas, apenas alguns servidores podem “viajar” a certas regiões e uma chamada pode ser considerada perdida mesmo tendo servidores disponíveis. Essa situação é conhecida como *backup* parcial. Segundo Galvão e Morabito (2008), é uma situação que acontece em alguns serviços de emergência médica em rodovias. Estudos como os de Iannoni e Morabito (2006b, 2007) e Mendonça e Morabito (2000, 2001) são exemplos de utilização de *backups* parciais em sistemas médicos de emergência em rodovias. Atkinson et al. (2006, 2008) também empregaram o *backup* parcial e desenvolveram procedimentos heurísticos para resolvê-los.

Larson e Odoni (1981) adaptaram o modelo hipercubo original para tratar implicitamente prioridade nos critérios de serviço, já que o modelo original não é capaz de lidar com prioridades. O processo consiste em dividir cada átomo em dois átomos diferentes e independentes, um gerando chamadas de um tipo e outro de outro tipo. Esse procedimento foi chamado de processo de camadas (*layering*). Takeda et al. (2007) utilizaram esse processo de camadas para dividir as chamadas em cada átomo em chamadas básicas e avançadas em sistemas de atendimento médico urbano (SAMU). Esse procedimento propicia tratar de forma diferente as chamadas de baixa complexidade e as chamadas com vítimas de alta urgência.

Souza et al. (2014) propôs uma extensão do modelo hipercubo de filas espacialmente distribuídas para lidar explicitamente com políticas de prioridade no atendimento dos usuários na fila do sistema, a fim de analisar a configuração do SAMU de Ribeirão Preto. Por meio dessa extensão, pode-se obter medidas de desempenho por classes e não apenas medidas para todos os chamados agrupados.

Iannoni et al. (2013) incorporaram diferentes classes de chamados e políticas de reserva de servidores para chamadas de alta prioridade e assumiram que as chamadas de baixa prioridade podem esperar em fila até que um determinado número de ambulâncias esteja disponível.

3.3 Simulação Discreta

A simulação é o processo de projetar um modelo computacional de um sistema real e conduzir experimentos com este modelo com o objetivo de entender seu

comportamento e/ou avaliar estratégias para sua operação (PEDGEN et al., 1999; SHANNON, 1975).

Simulação é um tipo de modelagem matemática que procura retratar a dinâmica de um sistema existente ou planejado permitindo, em seguida, a avaliação das soluções viáveis do problema. A simulação propicia ainda o melhor entendimento do comportamento do sistema dado um conjunto de condições (KELTON et al., 2010).

De acordo com Hillier e Lieberman (2010), num modelo de simulação, o comportamento do sistema real é imitado usando-se distribuições de probabilidades para gerar aleatoriamente os diversos eventos que ocorrem no sistema e quando esse modelo é executado, são obtidas observações estatísticas do desempenho do sistema resultante dos diversos eventos gerados aleatoriamente. Banks et al. (2005) afirmam que simulação imita a operação de um sistema ou processo ao longo do tempo e envolve a geração de um histórico artificial do sistema e da observação desse histórico para desenvolver inferências a respeito da operação e características de um sistema real.

A simulação é uma técnica utilizada tanto para projeto e avaliação de novos sistemas, como para análise de configuração, teste de regras de operação e avaliação de alternativas de operação em sistemas existentes. As suas aplicações têm crescido em diversas áreas, auxiliando os gestores na tomada de decisão em problemas complexos e possibilitando um melhor conhecimento dos processos.

Segundo Aboueljinane et al. (2013), a simulação é uma das ferramentas mais largamente usadas em Pesquisa Operacional para identificar áreas de potenciais melhoramentos e desperdícios através da investigação de cenários alternativos em sistemas complexos. Banks et al. (2005) associaram o aumento da popularidade de modelos de simulação ao avanço nas metodologias e Law e Kelton (2000) a facilidade do uso de animação e ao aumento de credibilidade junto aos tomadores de decisão que a animação proporciona. Hillier e Lieberman (2010) afirmam ainda que por ser uma ferramenta flexível, poderosa e intuitiva, sua popularidade continua em crescimento.

A simulação envolve a construção de um modelo matemático que descreve a operação do sistema em estudo. Esse modelo de simulação deve ser rodado várias vezes de modo a determinar o seu comportamento médio. Nesse sentido, ao se deparar com a solução de um modelo de simulação, é necessário entender o significado dessa solução. Deve-se enfatizar que um modelo de simulação é uma abordagem descritiva e não resolve o problema, mas mostra como um sistema vai operar sob um dado conjunto de parâmetros. Em consequência disso, a simulação pode ser usada para obter medidas de desempenho e testar

alternativas para um sistema complexo através de experimentos de amostragem em um modelo matemático.

A simulação apresenta muitas vantagens assim como algumas desvantagens. Como vantagens citar: a relativa simplicidade de construção de modelos se comparada à modelagem matemática tradicional (modelos de otimização); a possibilidade de utilização de variáveis probabilísticas ao longo de um período determinado; permite abordar um nível de detalhe mais amplo do processo; permite analisar sistemas reais, sem as simplificações requeridas pelos modelos analíticos (IANNONI, 2005); as informações geradas pelos modelos de simulação permitem a análise de, praticamente, qualquer medida de desempenho (em modelos analíticos, as análises lidam com um número limitado de medidas de desempenho); permite a realização de testes no sistema produtivo sem interrupção no funcionamento do sistema real e análise de novas situações sobre as quais se tenha pouco conhecimento e experiência; permite análise de longos períodos em curto espaço de tempo; um mesmo modelo pode ser utilizado inúmeras vezes para avaliar projetos e políticas alternativas; mostra como um sistema opera, em oposição à maneira com que todos pensam que ele opera; melhora o entendimento das variáveis de maior relevância para o desempenho do sistema e como as mesmas interagem entre si e com os outros elementos do sistema.

Em relação às desvantagens, tem-se: o tamanho e a complexidade dos modelos (em alguns casos); a necessidade de treinamento especial; dificuldade de interpretação dos resultados; consomem muitos recursos e tempo para sua execução levando, em muitos casos, a custos elevados.

Banks et al. (2005) apresentam os passos para a construção de um modelo de simulação: (1) Formulação do Problema; (2) Estabelecimento de Objetivos e Planejamento Geral do Projeto; (3) Modelo Conceitual; (4) Coleta de Dados; (5) Construção do Modelo; (6) Verificação; (7) Validação; (8) Projeto de Experimento; (9) Execução e Análise; (10) Documentação; (11) Implementação.

Ainda segundo Banks et al. (2005), a construção do modelo de um sistema pode ser considerada tanto arte quanto ciência. A arte de modelagem requer habilidade para abstrair os fatores essenciais do problema, para selecionar e modificar pressupostos básicos que caracterizam o sistema e em seguida para enriquecer e elaborar um modelo até um resultado estimado adequado. Deve existir uma interação constante entre a construção do modelo e a coleta de dados. Banks et al. (2005) também ressaltam que para a coleta de dados deve-se destinar um tempo maior, sendo necessário começar a coleta o quanto antes, geralmente junto com as primeiras etapas citadas.

A construção do modelo consiste em transformar o modelo real em um modelo computacional, com o uso de *softwares* que utilizam a linguagem da simulação. Após a construção do modelo, verifica-se se o mesmo representa corretamente o que foi proposto e caso isso não ocorra é necessário a construção de outro modelo. A validação é realizada através da “calibração” do modelo, que é um processo iterativo de comparação do mesmo com o comportamento do sistema real, e então utilizando as discrepâncias entre os dois e o conhecimento adquirido para melhorá-lo.

Assim que o modelo for validado o próximo passo é determinar, qual será o seu tempo de inicialização, a duração de cada execução e o número de replicações de cada uma. Determinados esses valores executa-se o modelo e analisam-se seus resultados. Em alguns casos é necessária mais de uma execução, e/ou alguns ajustes para que se possa chegar o mais próximo dos objetivos, para o qual a simulação está sendo desenvolvida. Concluindo a criação do modelo, uma das últimas etapas inclui a documentação e criação de relatórios a partir dos resultados obtidos na execução do modelo. Por fim, o sucesso da implementação depende de que todas as etapas descritas anteriormente tenham sido feitas de forma correta, e para que isso ocorra o modelador deve estar envolvido de forma contínua no projeto. No entanto, a etapa crucial é a validação do modelo uma vez que um modelo inválido trará resultados errôneos e caso seja implementado poderá gerar riscos e altos custos (BANKS et al., 2005).

A simulação discreta tem sido largamente utilizada para análise de sistemas em: manufatura (NEGAHBAN; SMITH, 2014; ALDURGHAM; BARGHASH, 2008), sistemas militares (YILDIRIM et al., 2009), tráfego (HOU et al., 2014), mineração (MENA et al., 2013; RODRIGUES; PINTO, 2012), saúde (ABOUELJINANE et al., 2013; ABOHAMAD; ARISHA, 2013; HOLM et al., 2013), sistemas de estoque (PEIXOTO; PINTO, 2006; AGRAWAL; SHARDA, 2012), sistemas logísticos (LONG; ZHANG, 2014; IANNONI; MORABITO, 2002; CARVALHO et al., 2012), análise de risco financeiro (BRAMER et al., 2013), dentre outros. Nesses sistemas, tem sido aplicada tanto em decisões de nível operacional quanto em decisões de médio e longo prazo.

Segundo Iannoni (2005), a simulação também tem sido usada para validação de modelos analíticos, testando se as hipóteses e simplificações adotadas por esses modelos invalidam as análises destes sistemas. Nesse sentido, podem ser citados vários estudos que utilizaram a simulação para validação de modelos analíticos, como Kolesar e Blum (1973), Ignall et al. (1978), Iannoni e Morabito (2006a), Souza (2010) e Baptista e Oliveira (2012).

4 Sistema Emergencial da Borracharia

Esse capítulo apresenta a adaptação do modelo hipercubo clássico a Sistemas Emergenciais de Borracharia na agroindústria canavieira, os quais envolvem o deslocamento de servidores para atender chamados em campo. Nesses sistemas, os servidores podem estar descentralizados ou centralizados, dependendo das políticas da empresa e da extensão das fazendas. A análise desses sistemas tende a ser cada vez mais importante no contexto dessa agroindústria, considerando a crescente mecanização agrícola e o aumento do porte das usinas.

Nesse capítulo, inicialmente, são descritos os experimentos realizados utilizando dados coletados em uma empresa que conta com apenas dois servidores centralizados para realizar o atendimento da borracharia. Para isso, Modelos Hipercubo e de Simulação foram desenvolvidos para analisar este estudo de caso. Além disso, em função da quantidade e centralização dos servidores, também foram aplicados os conhecidos Modelos $M/M/m$ e $M/G/m$ da Teoria de Filas para os casos de servidores centralizados. Nesses modelos foram utilizados os mesmos dados relacionados a tempo de atendimento empregados no modelo hipercubo. Convém salientar que esses modelos não consideram o redespacho de servidores, enquanto o Modelo Hipercubo considera. O estudo de caso utilizado foi possível devido à colaboração dos gestores da empresa e disponibilidade dos dados necessários à pesquisa.

Em seguida, é analisado um cenário alternativo explorando a descentralização de servidores. Esse cenário foi sugerido por especialistas da empresa para o qual também foram desenvolvidos Modelos Hipercubo e de Simulação. Para o cenário alternativo com descentralização de servidores não foram desenvolvidos Modelos $M/M/m$ e $M/G/m$, uma vez que esses modelos não são representativos do problema, se comparados aos Modelos Hipercubo e de Simulação.

4.1 Modelo Hipercubo associado ao Sistema da Borracharia

Nessa Seção é descrita a adaptação e aplicação do Modelo Hipercubo de Filas ao Sistema da Borracharia, motivado principalmente pelo caso em que os servidores podem estar descentralizados. Inicialmente é descrita a validação das hipóteses do Modelo Hipercubo, seguida pelas equações de equilíbrio e medidas de desempenho que podem ser calculadas para esse sistema. Essa aplicação do modelo hipercubo envolve uma pequena extensão do modelo original (LARSON, 1974), o despacho aleatório, à medida que não utiliza

uma lista fixa de preferência de despacho. Essa extensão foi abordada, por exemplo, em Burwell et al. (1993), Takeda (2000) e Chiyoshi et al. (2011) para tratar diferentes sistemas emergenciais.

Convém salientar que ao analisar somente o cenário original do Sistema da Borracharia encontrado na usina, a rigor não se faz necessário utilizar o Modelo Hipercubo de Filas, uma vez que esse sistema com todos os servidores homogêneos e centralizados se reduz ao conhecido modelo de filas $M/G/2$. Entretanto, o modelo hipercubo torna-se importante para análise e comparação com cenários alternativos, em que os servidores podem estar descentralizados. Esses cenários foram sugeridos por um especialista da empresa como possíveis configurações a serem analisadas para possível utilização futura pela empresa.

4.1.1 Validação das hipóteses associadas ao modelo hipercubo

A aplicação do modelo hipercubo de filas envolve a validação das nove hipóteses básicas descritas na Seção 3.2, considerando as características do sistema estudado, o Sistema da Borracharia apresentado no Capítulo 2. Isso se faz necessário à medida que os resultados obtidos na aplicação do modelo dependem de como o sistema estudado se ajusta a estas hipóteses.

4.1.1.1 Hipótese 1: Divisão da região analisada em átomos geográficos

Existem diferentes maneiras de se dividir a região analisada em átomos geográficos. Inicialmente, pensou-se em utilizar a divisão adotada pela empresa. A área total e a divisão utilizada pela empresa para a safra de 2012 podem ser vistas na Figura 3.

Inicialmente, teve-se que considerar as diferentes formas de contrato de utilização da terra. Essa empresa conta com terras próprias e diferentes tipos de parcerias com fornecedores, dentre eles arrendamentos (onde a empresa é responsável por todo o processo), até contratos nos quais a empresa recebe a cana diretamente na usina. Nesse último caso, essas áreas não são consideradas no presente estudo do sistema de borracharia nem no de manutenção, pois esses sistemas não atendem chamados originados nessas áreas. As áreas onde os equipamentos utilizados no cultivo não são de propriedade da usina podem ser visualizadas na cor roxa na Figura 3.

Quando esses contratos de parceria são firmados, a fazenda ou o proprietário dessa fazenda recebe um código relacionado com esse contrato específico. Caso um mesmo proprietário venha a firmar duas parcerias em anos diferentes, mesmo que as áreas dessas duas parcerias sejam contínuas, é associado a cada contrato um código diferente. Assim,

considerando a classificação adotada pela empresa, existem fazendas de dimensões muito diferentes, por exemplo, umas com dimensões 200 vezes maior que outras. Essa heterogeneidade acarreta uma grande variação no número de chamados por fazenda.

Optou-se, então, por agrupar algumas fazendas levando em consideração as suas localizações e as condições de acesso, pois, em muitos casos, observam-se áreas muito próximas com acesso muito distante devido à escassez de estradas e existência de rios. Esse agrupamento pode ser visualizado na Figura 8. Essa figura, diferentemente da Figura 3, apresenta somente as áreas onde são utilizados equipamentos da empresa ou equipamentos alugados, ou seja, equipamentos onde a empresa é responsável pela manutenção e serviço de borracharia.

A área da empresa onde se utilizam equipamentos próprios ou alugados foi agrupada em 10 átomos geográficos. Assim, utilizou-se parcialmente a divisão adotada pela empresa, pois algumas fazendas não foram agrupadas devido ao seu tamanho ou a distância em relação às demais. A Tabela 3 mostra a relação entre átomos e as respectivas fazendas. Os átomos 2, 3 e 4 são formados por fazendas próprias e o átomo 1, por uma parceria de longo prazo. Pode-se observar que a usina fica localizada no átomo 1 (Fazenda 1002). Os demais átomos são formados por áreas alugadas ou arrendadas e algumas fazendas foram agrupadas para se formar um átomo.

Figura 8 – Regiões (Átomos Geográficos) para o Sistema da Borracharia

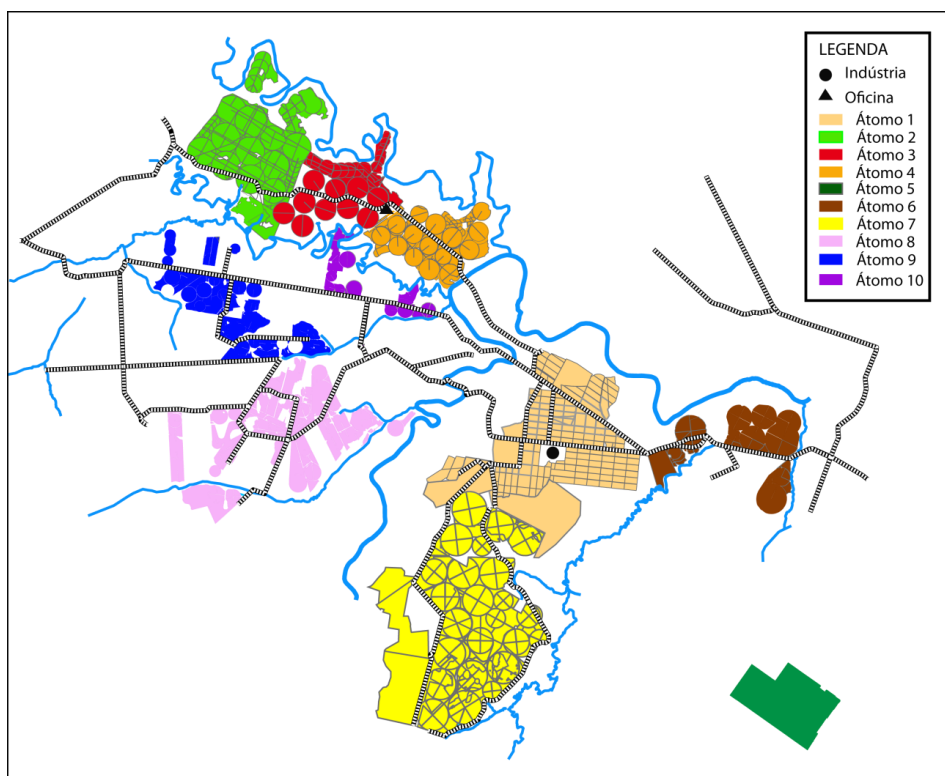


Tabela 3 – Relação entre os átomos e as fazendas para o Sistema da Borracharia

Átomo	Fazendas	Átomo	Fazendas
1	1002 e 1003	6	3011, 3018 e 3015
2	1001	7	3041
3	1004	8	3013, 3039, 3032, 3007, 3017, 3010, 3038, 3035, 3014, 3040 e 3005
4	1005	9	3002, 3025, 3003, 3024, 3027, 3021, 3028, 3049 e 3048
5	10000	10	3020 e 3027

4.1.1.2 Hipótese 2: Processo de Chegada

O processo de chegada considera a chegada em cada um dos 10 átomos de um único tipo de chamada (classe única) de acordo com processos de Poisson independentes dos outros átomos. Por se tratar de uma única classe de chamados, o sistema não utiliza prioridades e os atendimentos são realizados por ordem de chegada (disciplina FCFS). Mesmo considerando que essa hipótese é comumente satisfeita em diversos sistemas reais (CHIYOSHI et al., 2000), faz-se necessário testar a sua aderência aos dados encontrados nesse sistema. Para realizar esses testes foram utilizados os *softwares* Minitab 16.0 e a ferramenta *Input Analyzer* do *software* Arena 14.0.

Durante as visitas realizadas na empresa e análise dos dados coletados, percebeu-se grande diferença nos dados de safra e entressafra e de comportamento do sistema durante esses dois períodos. Esse fato está relacionado com a quantidade de equipamentos trabalhando em campo nos dois períodos. Na entressafra, existem menos equipamentos rodando na usina, pois a colheita, a atividade que mais os utiliza, não está acontecendo. Decidiu-se então, inicialmente, testar a hipótese dos dados de safra e entressafra serem estatisticamente iguais e, nesse caso, serem utilizados conjuntamente nesse estudo. Para isso, foi utilizado o número de chamados por dia em cada dia do período de safra e entressafra para comparar o número médio de chamados nesses dois períodos. Esse teste estatístico pode ser visualizado no Anexo 1. Os resultados indicam a rejeição da hipótese de que o número médio de chamados na safra é igual ao da entressafra. Decidiu-se então utilizar apenas os dados relacionados ao período de safra, por ser um período no qual as paradas em determinados equipamentos podem levar ao desabastecimento da usina ou à perda de matéria-prima devido a perecibilidade da cana-de-açúcar, características que remetem a um Sistema Emergencial.

4.1.1.2.1 Processo de Chegada durante o período de Safra

Os dados relacionados ao processo de chegada durante o período de safra foram divididos nos 10 átomos utilizados nesse estudo. Esses dados incluem todos os atendimentos (colheita e demais operações) realizados em campo pelo Sistema da Borracharia. A Tabela 4 apresenta, para cada um dos átomos, o número de observações, o intervalo médio entre as observações, o desvio padrão desse intervalo médio, o coeficiente de variação e a taxa de chegada de chamados.

Tabela 4 – Dados relacionados ao processo de chegada no período de safra

Átomo	Número de Observações	Intervalo Médio (horas)	Desvio padrão (horas)	Coefficiente de Variação	Taxa de Chegada (λ_j) (chamados/hora)
1	85	36,851	49,942	1,355	0,0271
2	90	32,126	44,475	1,384	0,0311
3	117	10,289	14,215	1,381	0,0971
4	203	18,419	23,312	1,265	0,0543
5	80	13,753	17,332	1,260	0,0727
6	65	54,3159	64,475	1,187	0,0184
7	46	31,939	44,542	1,394	0,0313
8	108	15,723	20,175	1,283	0,0636
9	43	11,278	15,6638	1,388	0,0886
10	30	12,245	14,976	1,223	0,0816

A taxa de chegada de chamados no sistema (λ) é de 0,5658 chamados por hora. Os coeficientes de variação são razoavelmente próximos de 1, o que sugere que a distribuição dos intervalos de chegada possa ser aproximadamente exponencial. Entretanto, faz-se necessário realizar o teste de aderência.

4.1.1.2.1.1 Teste de Aderência para os dados do período de Safra

Testes de aderência foram realizados nos dados relacionados ao processo de chegada do período de safra para cada um dos 10 átomos. Esses testes objetivavam verificar se os processos de chegada em cada átomo podem ser representados por um Processo de Poisson. Para isso, foi utilizada a ferramenta *Input Analyzer*, disponível no *software* Arena 14.0. A ferramenta *Input Analyzer* disponibiliza tanto o teste Kolmogorov-Smirnov quanto o teste Qui-quadrado para auxiliar na análise da qualidade do ajuste dos dados à distribuição. Segundo Kelton et al. (2010), quanto maior o valor p , melhor o ajuste da distribuição aos dados, e valor p menores que cerca de 0,05 indicam que a distribuição não se ajusta aos dados (com 95 % de confiança).

Os resultados obtidos nesta análise mostraram que, para todos os átomos, não se pode rejeitar a hipótese de que os intervalos entre chegadas seguem uma distribuição exponencial. Em todos os átomos, o correspondente valor p do teste estatístico foi superior a 0,05.

4.1.1.3 Hipótese 3: Tempos Médios de Viagem Conhecidos

Os tempos médios de viagem entre os átomos não estavam totalmente disponíveis no sistema da empresa. Tinham-se disponíveis alguns tempos, principalmente para o átomo 5, o mais distante, e alguns dados visivelmente tiveram problemas na coleta para os demais átomos. Segundo Larson e Odoni (1981), caso os dados disponíveis para o tempo de viagem entre os átomos não sejam suficientes, esses tempos podem ser calculados a partir de conceitos de probabilidade geométrica. Nesse caso, decidiu-se estimar os tempos baseando-se nas distâncias entre os centroides de cada átomo e na velocidade média de deslocamento dentro da empresa.

Os centroides de cada átomo foram obtidos com o auxílio do *software* Autocad e do mapa das fazendas fornecido pela empresa. Para calcular as distâncias entre os centroides, mediu-se a distância entre os mesmos considerando a disponibilidade de estradas e, quando existia mais de uma possibilidade de trajeto, a menor distância. Optou-se por calcular as distâncias dessa forma para se obter uma medida mais realista, pois a quantidade de estradas disponíveis dentro da empresa e arredores é limitada.

A velocidade máxima permitida dentro da área da empresa é de 60 Km/h. Entretanto, considerando as condições das estradas, a necessidade de deslocamento dentro do canal, o tipo de veículo utilizado (caminhão *munck*) e as informações fornecidas por funcionários da empresa, adotou-se uma velocidade média de 50 Km/h para calcular o tempo de viagem entre os centroides de cada átomo. A Tabela 5 apresenta a distância entre os centroides de cada átomo na primeira linha, em quilômetros, e o tempo de viagem, em horas, na segunda linha, considerando uma velocidade média de 50 Km/h. A distância e, por consequência, o tempo de viagem entre os átomos foram considerados iguais para todos os pares de átomos.

4.1.1.4 Hipótese 4: Servidores Espacialmente distribuídos na região

O sistema da borracharia utiliza dois caminhões *munck* para realizar os atendimentos. Os caminhões têm as mesmas características e contam com uma equipe formada pelo motorista e ajudante para realizar o serviço. No cenário original, esses

caminhões, quando disponíveis, ficam centralizados na portaria da usina (átomo 1) e podem se deslocar para qualquer um dos átomos para realizar atendimento (*backup* total). A localização dos servidores foi escolhida, segundo especialistas da empresa, por ser um local com maior disponibilidade de estradas. No cenário alternativo é considerada a descentralização dos servidores, para avaliar possíveis benefícios disso.

Tabela 5 – Matriz das distâncias (Km) e tempo de viagem (horas) entre os centroides dos átomos

Átomo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	5	27,69	21,15	16,15	73,85	10,38	13,85	20,38	24,23	15,38
	0,1	0,5538	0,432	0,323	1,477	0,2076	0,277	0,4076	0,4847	0,3076
2	27,69	2,69	6,54	11,54	101,54	38,07	41,54	39,61	40,38	31,54
	0,5538	0,0538	0,1308	0,2308	2,0308	0,7614	0,8308	0,7922	0,8076	0,6308
3	21,15	6,54	3,07	5	95	31,53	35	33,07	33,84	25
	0,432	0,1308	0,0614	0,1	1,9	0,6306	0,7	0,6607	0,678	0,5
4	16,15	11,54	5	2,69	90	26,53	30	28,07	28,84	20
	0,323	0,2308	0,1	0,0538	1,8	0,5306	0,6	0,5614	0,5768	0,4
5	73,85	101,54	95	90	2,30	63,46	87,7	94,23	98,08	89,23
	1,477	2,0308	1,9	1,8	0,046	1,2692	1,754	1,8846	1,9616	1,7846
6	10,38	38,07	31,53	26,53	63,46	5	24,23	30,76	34,61	25,76
	0,2076	0,7614	0,6306	0,5306	1,2692	0,1	0,4846	0,6152	0,6922	0,5152
7	13,85	41,54	35	30	87,7	24,23	5,38	34,23	38,08	29,23
	0,277	0,8308	0,7	0,6	1,754	0,4846	0,1076	0,6846	0,7616	0,5846
8	20,38	39,61	33,07	28,07	94,23	30,76	34,23	6,92	19,42	10,57
	0,4076	0,7922	0,6607	0,5614	1,8846	0,6152	0,6846	0,1384	0,3884	0,2114
9	24,23	40,38	33,84	28,84	98,08	34,61	38,08	19,42	5	9,61
	0,4847	0,8076	0,678	0,5768	1,9616	0,6922	0,7616	0,3884	0,1	0,1922
10	15,38	31,54	25	20	89,23	25,76	29,23	10,57	9,61	3,46
	0,3076	0,6308	0,5	0,4	1,7846	0,5152	0,5846	0,2114	0,1922	0,0692

4.1.1.5 Hipótese 5: Localização dos Servidores

O número de servidores e a sua localização permanece constante durante todo o período em análise. Esses servidores, quando desocupados, permanecem fixos no átomo 1. Para representar a localização dos servidores 1 e 2, é utilizada a matriz estocástica $\{l_{ik}\}$. Os elementos dessa matriz representam a probabilidade de um servidor i , quando disponível, estar localizado no átomo k . Como no cenário original os dois servidores permanecem fixos e localizados no átomo 1, tem-se inicialmente a matriz (49).

$$\{l_{ik}\} = \begin{bmatrix} 1000000000 \\ 1000000000 \end{bmatrix} \quad (49)$$

4.1.1.6 Hipótese 6: Despacho de Servidores

O sistema da borracharia envia um único servidor para atendimento de cada chamada (despacho simples). Em casos especiais, um segundo servidor pode ser despachado para atender uma chamada se após o primeiro servidor despachado chegar ao local de atendimento, ele verificar a necessidade de outros serviços (necessidade de mais pneus ou dificuldade de realizar o serviço). Essa situação raramente acontece, pois ao informar a necessidade do atendimento (realizar o chamado), já são repassadas as informações sobre o tipo de atendimento necessário. Quando esse segundo servidor é despachado, o operador do sistema abre uma nova ordem de serviço, ou seja, isso é contabilizado como uma nova chamada.

A formação de fila é permitida quando uma chamada chega ao sistema e encontra todos os servidores ocupados. Assim como o sistema em estudo, o modelo hipercubo vai utilizar uma fila infinita, ou seja, o modelo não limita o tamanho máximo da fila de espera. Ao encontrar os servidores ocupados, as chamadas aguardam em fila até chegar o momento de serem atendidas. O modelo não considera a existência de chamadas perdidas, ou a possibilidade de transferência da chamada para outro sistema, e o atendimento acontece na mesma ordem da chegada da chamada ao sistema (disciplina da fila FCFS).

4.1.1.7 Hipótese 7: Política de Despacho dos Servidores

Na configuração original desse sistema, os servidores compartilham a mesma base (centralizados) e não existe preferência no despacho de um servidor para atender uma chamada ou átomo. A lista de preferência de despacho não é utilizada, pois não existe preferência de determinado servidor para atender um átomo. O despacho dos servidores é feito de forma aleatória. A política de despacho de servidores nesse sistema é uma extensão da utilizada pelo modelo hipercubo original (LARSON, 1974). Chiyoshi et al. (2011) trata esses sistemas por “Modelos Centralizados com Despacho Aleatório”.

Takeda (2000) e Burwell et al. (1993) afirmam que o modelo hipercubo original pode ser adaptado para situações em que um átomo tem mais de um servidor preferencial. Segundo Takeda (2000), essa adaptação pode ser realizada de duas formas: pela introdução da distribuição de frequências de despachos de cada servidor para cada átomo nas equações de balanço do sistema, ou utilizando a abordagem proposta por Burwell et al. (1993), que considera um número suficiente de listas de preferências de despacho geradas

aleatoriamente, de forma a representar as possíveis chances dos servidores (preferencial e *backup*) de cada átomo serem despachados para atender um chamado.

Aplicações da abordagem desenvolvida por Burwell et al. (1993) podem ser encontrados, por exemplo, em Takeda (2000) e Souza (2010). Já Chiyoshi et al. (2011) incorporaram as frequências de despacho nas equações de equilíbrio do exemplo ilustrativo apresentado em seu trabalho. Nesse trabalho, preferiu-se utilizar a distribuição de frequência de despacho diretamente nas equações de equilíbrio do sistema, considerando a cada mudança de estado a probabilidade do servidor ser enviado, tendo como base os servidores disponíveis e a utilização de *backup* total pelo sistema.

4.1.1.8 Hipótese 8: Tempo de Atendimento

O processo de atendimento conta com dois servidores para a realização do atendimento. Esses servidores ficam localizados no átomo 1, mais precisamente na portaria da Usina e, a cada chamado, se deslocam para realizar o atendimento. No modelo hipercubo, o tempo de atendimento inclui: o *setup* da equipe, o deslocamento da base até o local do atendimento, o tempo em cena e a volta do local do atendimento até a base, se o servidor estava disponível no momento da chegada do chamado. Caso o servidor não esteja disponível e o chamado espere em fila, o servidor se desloca do local do último atendimento até o local do presente chamado, ao invés de se deslocar da sua base. Nesse sistema não foram consideradas taxas de atendimento diferenciadas entre os estados do hipercubo e da cauda. Já nos Capítulos 5 e 6 são consideradas taxas de atendimento diferenciadas para tornar as análises do Sistema de Manutenção mais precisas.

O tempo de *setup* nesse sistema é em média de 3 minutos. No momento da chamada é informado qual equipamento precisa de reparo no pneu e em quantos pneus. Em geral, os pneus comumente utilizados pela frota já estão no caminhão. Entretanto, em alguns casos, pode ser necessário colocar pneus no caminhão devido à grande quantidade que será utilizada ou ao modelo necessário não ser muito utilizado e, nesse caso, não estar disponível previamente no caminhão.

Nesse estudo, não foi possível analisar se os tempos de atendimento podem ser considerados homogêneos ou heterogêneos, pois no sistema da empresa somente são armazenadas o momento da chegada do chamado, a duração e a localização de cada atendimento, ou seja, não se pode identificar qual dos dois servidores realizou cada atendimento. Assim, decidiu-se por considerar os servidores homogêneos, apoiando-se na

similaridade do servidor (mesmo caminhão), na localização (mesma localização) e na regra de despacho (despacho aleatório).

Os dados relacionados ao atendimento correspondem somente ao período de safra. Nas visitas realizadas, o responsável pela gestão da manutenção e borracharia esclareceu que, durante a entressafra, o serviço prestado é bastante diferente devido ao número de chamados ser consideravelmente menor (comprovado pela análise estatística do Processo de Chegada). Por esse motivo, a entressafra é utilizada para a realização de serviços agendados e de maior duração com objetivo de melhorar a disponibilidade dos equipamentos durante a safra e, com isso, não se tem como garantir que os dois servidores estejam disponíveis para o atendimento de chamados emergenciais.

A Tabela 6 apresenta o número de observações no período, o tempo médio de atendimento, o desvio padrão, o coeficiente de variação e a taxa média de atendimento para cada um dos servidores. Durante a coleta de dados, perceberam-se algumas discrepâncias entre o tempo de atendimento registrado e o momento de abertura e fechamento da Ordem de Serviço no sistema. Devido a esse motivo, algumas observações para o tempo de atendimento foram descartadas. Assim, o número de observações mostrados na Tabela 6 não reflete o número total de atendimentos durante o período analisado.

Tabela 6 – Dados do Processo de Atendimento da Borracharia

Servidor	Número de Observações	Tempo de Atendimento (horas)	Desvio Padrão (hora)	Coefficiente de Variação	Taxa de Atendimento (μ_j) (chamados/hora)
1 e 2	375	1,5192	0,8305	0,5466	0,6582

A taxa de atendimento da Tabela 6 foi calculada para um servidor. Como o sistema conta com 2 servidores considerados homogêneos, a taxa de atendimento do sistema μ é de 1,3164 chamados por hora. Já a taxa de ocupação média do sistema pode ser calculada fazendo $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{0,5658}{1,3164} = 0,4298$. O coeficiente de variação é bem menor que 1, indicando que os tempos de atendimento não são exponencialmente distribuídos. Entretanto, faz-se necessário realizar o teste de aderência.

4.1.1.8.1 Teste de Aderência para o Processo de Atendimento

Assim como no processo de chegadas, foram realizados testes estatísticos, também utilizando a ferramenta *Input Analyzer* do *software* Arena 14.0, para verificar se a distribuição dos tempos de atendimento pode ser considerada exponencial. Os resultados obtidos mostraram que essa hipótese deve ser rejeitada. O valor p correspondente foi inferior

a 0,05. Entretanto, segundo Larson e Odoni (1981), desvios razoáveis desta hipótese não alteram significativamente a precisão do modelo. O modelo hipercubo pode ser aplicado mesmo quando o tempo de atendimento não possa ser representado por uma distribuição exponencial negativa, o que foi testado neste capítulo.

4.1.1.9 Hipótese 9: Dependência do tempo de atendimento em relação ao tempo de viagem

No modelo hipercubo original, as variações no tempo de atendimento devido às variações no tempo de viagem são assumidas como sendo de segunda ordem (LARSON; ODONI, 1981; CHIYOSHI et al., 2000). Assim, faz-se necessário analisar a relação entre os tempos de viagem e de atendimento, especialmente devido ao sistema em estudo envolver um sistema rural. Conforme mencionado anteriormente, Chiyoshi et al. (2000) e Larson e Odoni (1981) comentam que esta hipótese, que limita a aplicabilidade do modelo, é mais comumente verificada em sistemas urbanos do que em sistemas rurais.

Nos sistemas onde o tempo de viagem representa uma parcela importante do tempo de atendimento, Larson e Odoni (1981) sugerem a necessidade de calibração do tempo de atendimento (μ^{-1}). O tempo médio de atendimento e de viagem e a relação entre esses dois tempos podem ser encontrados na Tabela 7. Pode-se observar que nesse sistema a relação entre o tempo médio de viagem representa uma parcela importante do tempo de atendimento, o que sugere a necessidade de realizar o processo de calibração.

Tabela 7 – Comparação entre o Tempo Médio de Atendimento e o Tempo Médio de Viagem

Servidor	Tempo Médio de Atendimento (horas)	Tempo Médio de Viagem (horas)	Relação entre tempo médio de atendimento e tempo médio de serviço
1 e 2	1,5192	0,46	0,3028

Chiyoshi et al. (2000) descrevem o processo iterativo de calibração dos tempos médios de atendimento. Esse processo inicia-se com o cálculo de um novo tempo médio de atendimento, o qual utiliza, ao invés do dado inicialmente utilizado para o tempo de viagem, a medida de desempenho tempo médio de viagem de cada servidor. Compara-se então esse novo tempo de atendimento com o tempo de atendimento utilizado como dado de entrada para o modelo hipercubo. Esse procedimento iterativo deve ser repetido até que a diferença entre o tempo de atendimento calculado a partir da medida de desempenho seja próximo do tempo médio de serviço utilizado como dado de entrada. A Figura 9 apresenta um pseudocódigo para esse processo de calibração.

Para aplicar esse procedimento, é necessário definir a tolerância ou a diferença percentual média entre o novo tempo de atendimento e o tempo de atendimento utilizado como dado de entrada na iteração anterior ou dado inicial do modelo hipercubo. Entretanto, não foram encontradas referências para valores de tolerância a serem utilizados. Decidiu-se então realizar alguns testes e verificar a convergência dos mesmos. Os testes foram realizados considerando tolerâncias de 5% e 1%. A Tabela 8 apresenta as diferenças percentuais entre os tempos de viagem para o modelo hipercubo comparado com o modelo de simulação (apresentado na Seção 4.2). Os resultados apresentados para o tempo de viagem ao átomo e tempo de viagem do servidor constituem valores médios, respectivamente, para os 10 átomos e 2 servidores desse sistema.

Figura 9 – Pseudocódigo para o Processo de Calibração dos Tempos Médios de Serviço

```

Procedimento de Calibração
{ variáveis tolerância, calibração, incrementa, N;
  calibracao = 1;
  Enquanto (calibracao > 0){
    Resolve hipercubo;
    Calcula Medidas de Desempenho (inclusive o Tempo de Viagem do Servidor  $n - TU_n$ );
    //calcula a diferença do tempo de atendimento para cada servidor
    Para  $i=1$  até  $N$  (servidores){
      tempoatendimento[ $i$ ] =  $1/\mu[i]$ ;
      temposemviagem[ $i$ ] = tempoatendimento[ $i$ ] - viagemida[ $i$ ];
      tempoatendimentonovo[ $i$ ] = temposemviagem[ $i$ ] +  $TU[i]$ ;
      dif_tempoatendimento[ $i$ ] = (tempoatendimentonovo[ $i$ ] - tempoatendimento[ $i$ ])
        / (tempoatendimento[ $i$ ]);
    }
    //testa a diferença para todos os servidores é menor ou igual a tolerância
    incrementa = 0;
    Para  $i=1$  até  $N$  (servidores){
      Se (fabs(dif_tempoatendimento[ $i$ ]) <= tolerância) incrementa = incrementa + 1;
    }
    //testa condição de parada
    Se (incrementa =  $N$ ){
      calibracao = 0;
    } Senão {
      Para  $i=1$  até  $N$  (servidores) //atualiza o  $\mu$  para a próxima iteração
         $\mu[i] = 1/\text{tempoatendimentonovo}[i]$ ;
    }
  }
}

```

Tabela 8 – Comparação entre o Modelo Hipercubo e de Simulação para os testes de tolerância

	Hipercubo sem Calibração	Hipercubo com tolerância de 5%	Hipercubo com tolerância de 1%
Número de Iterações	-	2	2
Tempo de Viagem ao Átomo	3,68	2,53	2,53
Tempo de Viagem do Servidor	-1,83	1,58	1,58
Tempo de Viagem no Sistema	-1,83	1,57	1,57

Como Chiyoshi et al. (2000) observaram que a convergência desse processo geralmente é obtida em poucas iterações, em geral, na segunda ou terceira iterações, decidiu-se adotar uma tolerância de 1% nos resultados apresentados nas Seções 4.4 e 4.6.

4.1.2 Equações de Equilíbrio do Sistema da Borracharia

No modelo hipercubo, o número de estados (m) e, por consequência, de equações de equilíbrio, é obtido fazendo-se $m = 2^N$, onde N representa o número de servidores. Nesse sistema são utilizados apenas dois servidores. Assim, tem-se 4 estados associados ao hipercubo, os quais são $\{00\}$, $\{01\}$, $\{10\}$ e $\{11\}$. Esses estados representam as possíveis combinações dos dois possíveis estados associados a cada servidor: ocupado (1) ou ocioso (0). Além disso, nesse estudo, toda a descrição dos estados considera a ordem dos servidores da esquerda para a direita.

A esses estados associou-se uma notação relacionada ao número de chamadas no sistema. Esse número de chamadas inclui as chamadas sendo atendidas e a fila de espera. Essa notação é representada por $\{S_r\}$, onde r representa o número de chamadas no sistema. No estado $\{00\}$, nenhum dos servidores está ocupado, logo tem-se $\{S_0\}$. Nos estados $\{01\}$ e $\{10\}$, apenas um servidor está ocupado, logo esses estados pertencem ao nível $\{S_1\}$. Já no estado $\{11\}$, os dois servidores estão ocupados, logo $\{S_2\}$.

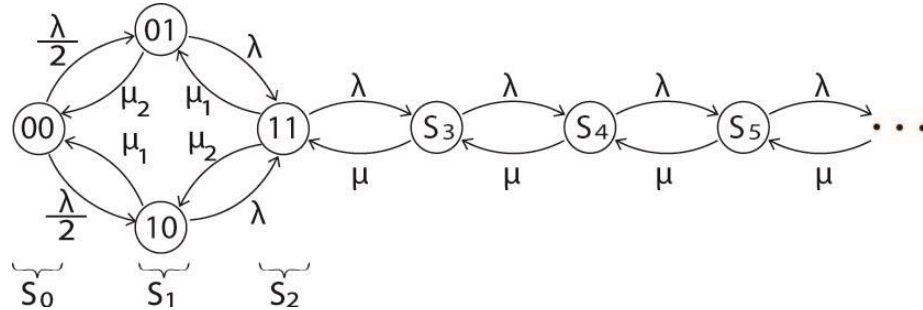
O sistema em estudo utiliza fila de espera ilimitada como um mecanismo de representação dos chamados que esperam por atendimento. Isso significa que todos os chamados que chegam a esse sistema serão atendidos, ou seja, não existe perda de chamados ou transferência de chamados para outros sistemas.

No caso do modelo hipercubo de filas, a cauda surge nos sistemas que utilizam *backup* total a partir do estado $\{11\}$, ou seja, os chamados são direcionados à fila de espera quando todos os servidores estão ocupados. Em consequência disso, além dos estados do hipercubo, existem infinitos estados na fila de espera denotados por: $\{S_3\}$, $\{S_4\}$, $\{S_5\}$, $\{S_6\}$,... Assim, o primeiro estado da cauda $\{S_3\}$ conta com um chamado em fila e dois chamados sendo atendidos, o segundo $\{S_4\}$ conta com dois chamados em fila e dois sendo atendidos, e assim por diante.

A Figura 10 apresenta uma representação dos estados do hipercubo e da fila de espera para o sistema estudado. Nesse caso, pode-se visualizar um losango (ao invés de um cubo ou hipercubo) na figura, pois o número de servidores é igual a dois. A extensão para mais de dois servidores é simples e direta e poderia ser utilizada para análise de cenários alternativos com três ou mais servidores. A taxa de chegada total (λ), a taxa de atendimento

(μ) e a taxa de utilização (ρ) para esse sistema podem ser obtidas, respectivamente, pelas equações (50), (51) e (53).

Figura 10 – Representação dos Estados do Hipercubo e da Cauda



$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6 + \lambda_7 + \lambda_8 + \lambda_9 + \lambda_{10} \quad (50)$$

$$\mu = \mu_1 + \mu_2 \quad (51)$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \quad (52)$$

Quando o sistema está em equilíbrio, o fluxo para “fora” do estado (lado esquerdo) é igual ao fluxo para “dentro” do estado (lado direito) (LARSON, 1974). Baseando-se nisso, podem ser obtidas as equações de equilíbrio para cada um dos estados associados ao hipercubo, mostradas em (53), (54), (55) e (56). Para desenvolver essas equações, considerou-se que esse é um sistema com servidores centralizados e despacho aleatório e incorporou-se as frequências de despacho diretamente nas equações de equilíbrio, baseando-se em Chiyoshi et al. (2011).

Para o estado {00}, o sistema sai desse estado com a chegada de um chamado em qualquer um dos átomos, com taxa λ , uma vez que o sistema funciona com *backup* total. Já para entrar nesse estado, o sistema tem que estar no estado {10} e o servidor 1 terminar o atendimento que ele está realizando ou estar no estado {01} e o servidor 2 terminar o atendimento que ele está realizando, com taxas μ_1 e μ_2 , respectivamente. A equação de equilíbrio para o estado {00} é mostrada em (53).

$$P_{00}(\lambda) = P_{10}\mu_1 + P_{01}\mu_2 \quad (53)$$

O sistema sai do estado {01} com a chegada de um chamado em qualquer um dos átomos (*backup* total), com taxa λ , ou com o término do atendimento do servidor 2, com taxa μ_2 . Para entrar nesse estado, o sistema deve estar no estado {11} e o servidor 1 terminar o atendimento que ele está realizando, com taxa μ_1 , ou estar no estado {00}. Como nesse

estado os dois servidores estão disponíveis, a probabilidade de o servidor enviado ser o servidor 2 é de 50 %, levando a uma taxa de transição de $\frac{\lambda}{2}$, conforme a Equação (54).

$$P_{01}(\lambda + \mu_2) = P_{11}\mu_1 + P_{00}\left(\frac{\lambda}{2}\right) \quad (54)$$

Para o estado {10}, como mostra a Equação (55), o sistema sai desse estado com a chegada de um chamado em qualquer um dos átomos devido ao *backup* total ou com o término do atendimento do servidor 1, com taxas λ e μ_1 , respectivamente. Para entrar nesse estado, o sistema deve estar no estado {11} e o servidor 2 terminar o atendimento que ele está realizando (com taxa μ_2) ou estar no estado {00} no qual os dois servidores estão disponíveis. Devido a isso, apresenta probabilidade igual a 0,5 (50 %) do servidor 1 ser enviado, levando também a uma taxa de $\frac{\lambda}{2}$.

$$P_{10}(\lambda + \mu_1) = P_{11}\mu_2 + P_{00}\left(\frac{\lambda}{2}\right) \quad (55)$$

Para o estado {11}, o sistema sai desse estado com a chegada de um chamado em qualquer um dos átomos, o qual é direcionado à fila de espera ou com o término do atendimento dos servidores 1 ou 2, com taxa λ e μ , respectivamente, como é mostrado em (56). Para entrar nesse estado o sistema tem que estar nos estados {10} ou {01} e, como em cada um desses estados existe apenas um único servidor disponível (servidor 2 e servidor 1, respectivamente) para realizar o atendimento, a probabilidade do servidor disponível ser enviado é de 1 (100%), ou seja, para ambos os estados a taxa de transição ao estado {11} é λ . Além disso, ao se considerar a existência da fila de espera, o sistema pode estar no estado $\{S_3\}$ e um dos dois servidores terminar o atendimento, com taxa μ .

$$P_{11}(\lambda + \mu) = P_{10}\lambda + P_{01}\lambda + P_{S_3}\mu \quad (56)$$

Em função dessa condição de equilíbrio, a Equação (56) pode ser simplificada e representada pela Equação (57), conforme descrito na Seção 3.2. Assim, tem-se um sistema finito de equações formado pelas equações (53), (54), (55) e (57) para os estados do hipercubo independente dos estados da cauda.

$$P_{11}(\mu) = P_{10}\lambda + P_{01}\lambda \quad (57)$$

Entretanto, como esse sistema é indeterminado, deve-se substituir uma das equações pela equação de normalização (58), como descrito na Seção 3.2.

$$P_{00} + P_{01} + P_{10} + \frac{P_{11}}{1 - \rho} = 1 \quad (58)$$

Vários métodos podem ser utilizados para resolver esse sistema de equações lineares (ver Seção 3.2.1). Nesse estudo, optou-se por utilizar o método de Gauss-Seidel.

4.1.3 Medidas de Desempenho

Muitas medidas de desempenho podem ser calculadas para o sistema em estudo. As equações para as medidas de desempenho de interesse para o sistema emergencial em estudo são apresentadas na Seção 3.2.2. A única medida de desempenho que difere destas é a frequência ou fração de despacho dos chamados que não incorrem em fila. Essa diferença acontece em função do sistema original descrito na Seção 3.2 não considerar o caráter aleatório do despacho no sistema estudado.

4.1.3.1 Frequência de despacho que não incorre em fila de espera

A fração de despachos que não incorre em fila de espera (f_{ij}^{nq}) deve considerar a natureza aleatória da política de despacho. A Equação (59) foi construída baseando-se nas frequências de despacho para sistemas centralizados e com despacho aleatório mostradas em Chiyoshi et al. (2011).

$$f_{ij}^{nq} = \frac{\lambda_j}{\lambda} \sum_{B \in E3_i} \frac{1}{\sum_{i=1}^n T_i} P_B \quad (59)$$

O termo $E3_i$ representa o subconjunto de estados do conjunto B nos quais o servidor i está disponível. Nesse sistema, os estados em que o servidor 1 está disponível são $\{00\}$ e $\{01\}$ e os estados em que o servidor 2 está disponível são $\{00\}$ e $\{10\}$. Logo, $E3_1 = \{\{00\}, \{01\}\}$ e $E3_2 = \{\{00\}, \{10\}\}$.

Para cada um dos estados membros de cada um dos subconjuntos $E3_i$, calcula-se a soma de todos os servidores desocupados no estado ($\sum_{i=1}^n T_i$). T_i é uma variável binária que assume valor 1, quando o servidor i está desocupado, e valor 0, quando o servidor i está ocupado. No sistema estudado, para o subconjunto associado ao servidor 1 ($E3_1$), no estado $\{00\}$, tem-se 2 servidores desocupados, e no estado $\{01\}$ apenas um servidor desocupado. Assim, tem-se que a fração de despacho que não incorre em fila (f_{12}^{nq}) é dada por (60).

$$f_{12}^{nq} = \frac{\lambda_2}{\lambda} \left(\frac{1}{2} P_{00} + P_{01} \right) \quad (60)$$

4.2 Modelo de Simulação associado ao Sistema da Borracharia

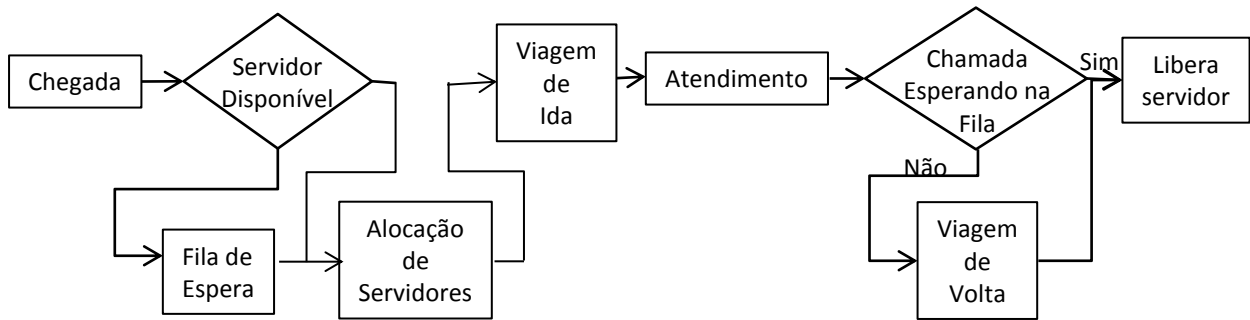
Nesse estudo também desenvolveu-se modelos de simulação para simular o Sistema de Atendimento Emergencial da Borracharia. O cenário original conta com servidores centralizados e despacho aleatório. Nesse cenário, os servidores, quando desocupados, permanecem na mesma base (Átomo 1) e não existe preferência fixa no despacho de um servidor para atender uma chamada em uma determinada região ou átomo, ou seja, não é utilizada lista de preferência de despacho. Já no cenário alternativo os servidores são descentralizados (Servidor 1 no Átomo 1 e Servidor 2 no Átomo 4) e é utilizada uma lista de preferência de despacho (Tabela 16).

Esses modelos são utilizados para comparação com os modelos hipercubo propostos para o cenário original e alternativo. O modelo de simulação é mais preciso que o modelo hipercubo para representar o sistema real porque ele não considera várias das hipóteses simplificadoras do modelo hipercubo. As hipóteses simplificadoras incluem: os tempos de viagem de ida e volta aos chamados não são incluídos no tempo de atendimento diretamente e a distribuição do tempo de serviço que melhor adere aos dados do sistema é utilizada.

O modelo de simulação desenvolvido para o cenário original também é comparado com os Modelos $M/M/m$ e $M/G/m$. Nesse caso, as comparações permitem avaliar as simplificações dos modelos de filas. Essas simplificações incluem as hipóteses simplificadoras do Modelo Hipercubo de considerar os tempos de viagem exponencialmente distribuídos e incluídos nos tempos totais de atendimento. Além disso, os Modelos $M/M/m$ e $M/G/m$ não permitem o redespacho de servidores diretamente de um atendimento para outro sem retornar à base, ao contrário do que ocorre no Modelo Hipercubo.

Nesse modelo, as entidades representam as chamadas pelo atendimento do borracheiro e os recursos, os servidores (caminhão *munck*). Além disso, em todos os casos, é enviado apenas um servidor para realizar o atendimento (despacho simples). A Figura 11 apresenta um esquema do modelo de simulação desenvolvido no *software* Arena 14.0.

Figura 11 – Esquema do Modelo de Simulação do Sistema da Borracharia



O processo de chegada considera a chegada em cada um dos 10 átomos de um único tipo de chamada (classe única), pois são processos de chegada independentes (ver “Chegada” na Figura 11). Para as distribuições do intervalo entre chegada de chamados, utilizaram-se distribuições exponenciais negativas para cada um dos átomos. A distribuição exponencial negativa foi escolhida porque os testes de aderência realizados nos dados coletados não rejeitaram a hipótese de aderência à distribuição exponencial. Os intervalos médios entre chegadas para cada átomo da Tabela 4 foram utilizados nesse modelo de simulação.

Após a chegada de uma entidade (chamado) ao sistema, verifica-se a disponibilidade de um dos dois servidores para o atendimento (“Servidor Disponível” na Figura 11). Como esse sistema utiliza *backup* total, as chamadas podem ser atendidas por qualquer um dos servidores independente do átomo de origem.

Caso os dois servidores estejam ocupados, o chamado aguarda em uma fila de espera até que um dos servidores esteja disponível (“Fila de Espera” na Figura 11). Os chamados são ordenados na fila de espera de acordo com a ordem de chegada (disciplina da fila FCFS). Os modelos não limitam a capacidade da fila de espera (fila infinita) e não considera a possibilidade de perda ou transferência de chamados para outros sistemas.

No Cenário Original, a alocação de servidores é realizada de acordo com a Política de Despacho aleatório adotada pelo sistema (“Alocação de Servidor” na Figura 11). Nesse caso, ao se escolher qual servidor será enviado para atender uma chamada, observa-se para o estado atual quantos servidores estão disponíveis (pois utiliza-se *backup* total) e que cada um desses servidores tenha a mesma probabilidade de ser enviado. Já quando apenas um dos servidores está disponível, o chamado lhe é direcionado, logicamente com probabilidade de 100%. Caso os dois servidores estejam disponíveis, é realizado um sorteio no qual os dois servidores têm igual probabilidade de serem sorteados (50 %).

No Cenário Alternativo, a alocação de servidores acontece segundo uma Lista Fixa de Preferência de Despacho (Tabela 16). Nesse caso, testa-se a disponibilidade do servidor prioritário e, caso este esteja ocupado, testa-se a disponibilidade do servidor *backup* e quando os dois servidores estão ocupados, o chamado é encaminhado para a fila de espera.

O sistema conta com dois servidores para realizar todo o atendimento. No cenário original, os dois servidores estão localizados no Átomo 1 e no cenário alternativo o servidor 1 está localizado no Átomo 1 e o servidor 2 no Átomo 4. Assim, na maioria dos casos, é necessário que os servidores se desloquem para realizar o atendimento. Os tempos de viagem entre os átomos podem ser observados na Tabela 5 (“Viagem de Ida” na Figura 11).

Deve-se considerar também que quando um chamado chega e todos os servidores estão ocupados, ele é direcionado para a fila de espera. Assim que um dos servidores fica disponível, ele se desloca diretamente do átomo onde realizava o atendimento para atender esse novo chamado, ou seja, nem sempre os deslocamentos envolvem a viagem da base para o local de atendimento devido à existência da fila de espera.

O processo de atendimento é simulado separadamente para cada um dos dois servidores (“Atendimento” na Figura 11). O tempo de atendimento nesse modelo de simulação considera o tempo de *setup* da equipe e o tempo em cena. Diferentemente do modelo hipercubo, os tempos de deslocamento, tanto de ida quanto de volta, são considerados separadamente, permitindo o cálculo de estatísticas relacionadas ao tempo de viagem. Também diferentemente do modelo hipercubo, os tempos de atendimento para os dois servidores utilizados no modelo de simulação utilizaram uma distribuição Lognormal, com média lognormal 0,591 e desvio lognormal 0,44 horas. Essa distribuição foi encontrada utilizando a ferramenta *Input Analyzer* do *software* Arena. Esse mesmo modelo de simulação também foi testado para o cenário original, usando a distribuição exponencial, uma das hipóteses do Modelo Hipercubo, com média de 0,5992 horas para verificar os resultados do modelo hipercubo. Os resultados apontam para a validade do modelo hipercubo.

Assim que o atendimento é encerrado, verifica-se a existência de chamados aguardando na fila (“Chamada Esperando na Fila” na Figura 11). Caso existam, o servidor é imediatamente liberado e o tempo de deslocamento é computado no tempo de viagem de ida para o atendimento da nova chamada (“Libera Servidor” na Figura 11). Comparando com o modelo hipercubo, o modelo de simulação considera dois tempos de atendimento diferentes: um para os estados da cauda (fila de espera) e outro para os estados do hipercubo. Essa adaptação torna o modelo de simulação mais próximo do sistema real, uma vez que o sistema real admite essa diferenciação dos tempos de atendimento. Quando não existem chamados

aguardando na fila, o servidor retorna à base, e então é liberado (“Viagem de Volta” na Figura 11).

4.3 Implementação Computacional dos Modelos Hiper-cubo e de Simulação

O modelo hiper-cubo e as medidas de desempenho apresentados na Seção 4.1 foram implementados na linguagem C++ utilizando o *software* Dev C++. O procedimento conta com um procedimento para geração das equações de equilíbrio para o sistema, outro procedimento utilizando o Método de Gauss-Seidel para a resolução do sistema de equações linear e um terceiro procedimento para computar as medidas de desempenho.

O modelo de simulação foi desenvolvido no *software* Arena 14.0. Utilizou-se um período de aquecimento de 1000 horas e 20000 horas de simulação. Nesse modelo, optou-se por adotar um período de simulação e aquecimentos longos, controlar a correlação para cada uma das variáveis e utilizar apenas uma corrida. Os dois modelos foram implementados utilizando um computador Intel Core i5, 500 GB de HD e 4GB de RAM em um sistema operacional Windows 7.

4.4 Resultados dos Modelos Hiper-cubo e de Simulação para o Sistema da Borracharia

Nessa seção são apresentados os resultados obtidos para o modelo hiper-cubo e o modelo de simulação, bem como a comparação desses resultados para cada uma das medidas de desempenho. Os resultados indicam que os modelos apresentados nessa seção se mostraram adequados, apresentando resultados bem próximos entre si.

Utilizando o modelo Hiper-cubo, foram calculadas as probabilidades de cada estado do hiper-cubo, a probabilidade de fila e de saturação, como mostra a Tabela 9. Nessa tabela, pode-se perceber que, durante a maior parte do tempo, o sistema permanece vazio (estado {00}) ou com apenas um servidor ocupado (estados {01} e {10}), como era esperado em um sistema de atendimento emergencial.

A carga de trabalho ou *workload* foi calculada para cada servidor utilizando os Modelos Hiper-cubo e de Simulação, como mostra a Tabela 10. Como descrito na Seção 4.1.1.8, os servidores foram considerados homogêneos, explicando os resultados iguais para os dois servidores no caso do Modelo Hiper-cubo. Já para o Modelo de Simulação, os resultados para as cargas de trabalho não foram exatamente iguais por causa de desvios amostrais, embora sejam muito próximos, mesmo considerando o tempo de atendimento para os servidores 1 e 2 iguais. A utilização de uma distribuição de probabilidade, no caso a

distribuição Lognormal, e a lógica do modelo de simulação, explicam a diferença, além das diferenças amostrais típicas de Simulação. O desvio percentual médio comparando o modelo hipercubo e de simulação foi de 2,05 % e o desvio absoluto de 0,0092 horas, o que pode ser considerado pequeno.

Tabela 9 – Probabilidade para o Sistema da Borracharia

Estado	Probabilidade	Estado	Probabilidade
{00}	0,3678	{11}	0,1571
{01}	0,1699	P_q	0,1350
{10}	0,1699	P_s	0,2921

Tabela 10 – Carga de Trabalho para o Sistema da Borracharia

Servidor	Carga de Trabalho		Desvio	
	Hipercubo	Simulação	Absoluto	%
1	0,4621	0,4480	0,0141	3,15
2	0,4621	0,4578	0,0043	0,95
Média	0,4621	0,4529	0,0092	2,05

A frequência de despacho (f_{ij}) do servidor i para o átomo j foi calculada para os modelos hipercubo e de simulação e os respectivos desvios absolutos (em horas) e percentuais dessas medidas, como mostra a Tabela 11. O desvio médio para o servidor 1 foi de 2,77 % ou 0,0013 horas, para o servidor 2 de 2,74 % ou - 0,0010 horas e a média para os dois servidores foi de 2,76 % ou 0,0011 horas. Observou-se também na Tabela 11, desvios percentuais superiores a 5% nas frequências nos átomos 6 e 7. Entretanto, ao observar diretamente as frequências e os desvios absolutos, percebe-se que as diferenças nesses casos são inferiores a 0,0015 horas. Como os valores dessas frequências são muito pequenos, mesmo uma pequena variação (em valor absoluto) pode resultar numa variação percentual com certa magnitude.

Os tempos de viagem também são importantes medidas de desempenho. O tempo de viagem foi calculado para cada átomo, como mostra a Tabela 12. Como os servidores foram considerados homogêneos, não foram calculados os tempos de viagem ao átomo para cada servidor. O desvio percentual médio entre os resultados obtidos para o Modelo Hipercubo e de Simulação foram de 2,53 % ou 0,0116 horas.

Os tempos médios de viagem de cada servidor, também devido à hipótese de homogeneidade, foram iguais para o modelo hipercubo e bem próximos no modelo de simulação. No modelo de simulação deve-se considerar a própria lógica do modelo como

explicação para os resultados serem bem próximos, mas não exatamente iguais. O desvio percentual médio entre os resultados dos dois modelos foi da ordem de 1,58 % ou 0,0093 horas, conforme a Tabela 13.

Tabela 11 – Frequência de Despacho para o Sistema da Borracharia

f_{ij}		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Hipercubo	0,0239	0,0274	0,0858	0,0479	0,0642	0,0162	0,0276	0,0562	0,0782	0,0721
	Simulação	0,0238	0,0274	0,0888	0,0465	0,0640	0,0154	0,0261	0,0544	0,0797	0,0692
2	Hipercubo	0,0239	0,0274	0,0858	0,0479	0,0642	0,0162	0,0276	0,0562	0,0782	0,0721
	Simulação	0,0244	0,0283	0,0866	0,0491	0,0646	0,0175	0,0262	0,0580	0,0785	0,0706
Desvio Servidor 1	Hora	$7 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-6}$	-0,0030	0,0014	0,0002	0,0008	0,0015	0,0017	-0,0014	0,0028
	%	0,33	0,01	-3,44	3,18	0,33	5,49	5,74	3,25	-1,77	4,16
Desvio Servidor 2	Hora	-0,0005	-0,0008	-0,0008	-0,0011	-0,0004	-0,0012	0,0014	-0,0018	-0,0002	0,0014
	%	-2,19	-3,09	-0,98	-2,36	-0,62	-7,22	5,38	-3,16	-0,33	2,08

Tabela 12 – Tempo Médio de Viagem ao Átomo no Sistema da Borracharia

Átomo	Tempo Médio de Viagem ao Átomo		Desvio	
	Hipercubo	Simulação	Horas	%
1	0,2222	0,2225	-0,0003	-0,14
2	0,6000	0,5990	0,0010	0,17
3	0,4821	0,4944	-0,0123	-2,48
4	0,3873	0,3969	-0,0096	-2,42
5	1,5134	1,4997	0,0137	0,91
6	0,3385	0,3616	-0,0230	-6,38
7	0,4193	0,4337	-0,0144	-3,32
8	0,4746	0,4902	-0,0155	-3,17
9	0,5309	0,5374	-0,0064	-1,20
10	0,3684	0,3882	-0,0198	5,10
Média			0,0116	2,53

Tabela 13 – Tempo Médio de Viagem do Servidor no Sistema da Borracharia

Servidor	Tempo Médio de Viagem do Servidor		Desvio	
	Hipercubo	Simulação	Horas	%
1	0,5818	0,5919	-0,0100	1,70
2	0,5818	0,5904	-0,0086	1,45
Média	0,5818	0,5912	0,0093	1,58

Os resultados dos dois modelos para o tempo médio de viagem no sistema e o tempo médio de viagem para os chamados em fila são apresentados na Tabela 14. Os desvios absolutos e percentuais para os dois tempos foram relativamente baixos, o que indica que o Modelo Hipercubo representa bem o sistema.

Tabela 14 – Tempo de Viagem no Sistema e para chamados em fila para o Sistema da Borracharia

	Hipercubo	Simulação	Desvio	
			Horas	%
Tempo Médio de Viagem no Sistema	0,5818	0,5912	-0,0093	1,57
Tempo Médio de Viagem para chamados em fila	0,7358	0,7745	-0,0386	4,99

4.5 Comparação dos Resultados dos Modelos $M/M/m$, $M/G/m$, Hipercubo e de Simulação para o Sistema da Borracharia

O Sistema da Borracharia, em sua configuração original com servidores homogêneos e centralizados, pode ser aproximado por um modelo de filas $M/G/m$. Larson e Odoni (1981) e Galvão e Morabito (2008) discutiram o redespacho em sistemas $M/G/1$ e comentaram que modelos de filas clássicos para múltiplos servidores (como o $M/M/m$ e o $M/G/m$) podem ser aplicados em situações que os servidores não apresentam características operacionais diferentes. Esse sistema pode ser aproximado por um sistema $M/G/2$, uma vez que os intervalos entre chegadas aderiram à distribuição exponencial e os tempos de atendimento aderiram a uma distribuição Lognormal.

Decidiu-se também comparar os resultados do modelo $M/G/m$ com o modelo $M/M/m$ para entender a influência da distribuição do tempo de serviço nos resultados. Comparou-se também os dois modelos com os modelos hipercubo e de simulação, para avaliar a precisão dos modelos de filas ($M/G/m$ e $M/M/m$) frente aos modelos que consideram o redespacho (Modelos Hipercubo e de simulação).

Os resultados das medidas de desempenho para os Modelos de Filas $M/M/m$ e $M/G/m$ e para os Modelos Hipercubo e de Simulação são apresentados na Tabela 15. Os resultados para os modelos $M/M/m$ e $M/G/m$ foram obtidos utilizando as equações da Seção 3.1 e os dados do sistema da Borracharia da Seção 4.1. Os resultados para o Modelo Hipercubo também foram obtidos pelas equações da Seção 3.1 além da Equação (142).

Os resultados mostraram uma diferença percentual bem pequena, sempre inferior a 0,01 % entre os modelos $M/M/m$ e $M/G/m$, sugerindo que adotar o modelo $M/M/m$ para a representação desse sistema seria uma aproximação razoável. No caso presente, em relação ao modelo de simulação, todos os resultados para ambos os modelos de filas ($M/M/m$

e $M/G/m$) apresentaram diferenças percentuais também pequenas, inferiores a 2,7 %, indicando a precisão dos modelos. Já em relação ao modelo hipercubo, os resultados para os modelos $M/M/m$ e $M/G/m$ foram inferiores a 6,28 %. Ao comparar os Modelos Hipercubo e de Simulação, as diferenças percentuais chegaram a no máximo 9,56 %.

Além das medidas de desempenho mostradas na Tabela 15, compararam-se as cargas de trabalho dos modelos $M/M/m$, $M/G/m$, Hipercubo e de simulação. A carga de trabalho média para os modelos $M/M/m$ e $M/G/m$ foi de 0,4298, para o modelo hipercubo 0,4621 e para o modelo de simulação 0,4529. Esses resultados mostram uma diferença percentual de -6,98 % entre os modelos de filas e o hipercubo e de -5,10 % entre os modelos de filas e de simulação. Vale ressaltar que essa diferença foi menor ao comparar o modelo hipercubo com a simulação (Tabela 10), pois foi utilizado o processo de calibração dos tempos de serviço descrito na Seção 4.1.1.9. A carga de trabalho calculada através do modelo hipercubo sem calibração foi exatamente igual a obtida nos modelos $M/M/m$ e $M/G/m$, como seria esperado (LARSON; ODONI, 1981).

Tabela 15 – Resultados para os Modelos $M/M/m$, $M/G/m$, Hipercubo e de Simulação

	$M/M/m$	$M/G/m$	Hipercubo	Simulação	Desvio (%)					
					$M/M/m$	$M/M/m$	$M/G/m$	$M/M/m$	$M/G/m$	Hipercubo
					$M/G/m$	Hipercubo	Hipercubo	Simulação	Simulação	Simulação
L_q	0,1947	0,1947	0,207743	0,1896	-0,0009	-6,27	-6,27	2,6898	2,6908	9,56
W_q	0,34415	0,34412	0,367166	0,3374	0,0095	-6,26	-6,27	2,0005	1,9908	8,82
L	1,0543	1,0543	1,06736	1,04605	-0,0001	-1,22	-1,22	0,7886	0,7888	2,03
W	1,8633	1,86338	1,886462	1,8474	-0,0044	-1,22	-1,22	0,8606	0,8651	2,11

4.6 Cenário Alternativo

O cenário alternativo foi inicialmente sugerido por especialista da empresa. Esse cenário descentraliza os servidores, uma vez que um deles é deslocado para a Borracharia anexa à Oficina Mecânica (Átomo 4). Assim, o servidor 1 permanece localizado no átomo 1 e o servidor 2 no átomo 4. Nesse cenário também é utilizado o *backup* total, entretanto como os servidores são descentralizados, optou-se por utilizar a lista fixa de preferência de despacho mostrada na Tabela 16. Essa lista baseou-se na distância entre os átomos e buscou também uma carga de trabalho mais homogênea entre os servidores.

Os resultados para o cenário alternativo indicam que os modelos apresentados nessa seção se mostraram adequados, apresentando resultados semelhantes entre si. Não foram aplicados Modelos de Filas $M/M/m$ e $M/G/m$ para esse cenário alternativo, uma vez que

estes não seriam apropriados porque não consideram servidores descentralizados e diferenciados, com políticas de despacho diferentes para cada servidor e átomo.

Tabela 16 – Lista de Preferência de Despacho do Cenário Alternativo

Átomo	Servidor		Átomo	Servidor	
	1	2		1	2
1	1	2	6	1	2
2	2	1	7	1	2
3	2	1	8	1	2
4	2	1	9	1	2
5	1	2	10	2	1

A carga de trabalho ou *workload* para cada servidor no cenário alternativo é apresentada na Tabela 17. O desvio percentual médio comparando o modelo hipercubo e de simulação foi de 7,88 % e o desvio absoluto de 0,0322 horas.

Tabela 17 – Carga de Trabalho para o Cenário Alternativo no Sistema da Borracharia

Servidor	Carga de Trabalho		Desvio	
	Hipercubo	Simulação	Absoluto	%
1	0,4692	0,4515	0,0177	3,92
2	0,4421	0,3952	0,0468	11,85
Média	0,4557	0,4233	0,0322	7,88

A frequência de despacho (f_{ij}) do servidor i para o átomo j e os respectivos desvios absolutos (em horas) e percentuais dessas medidas são apresentados na Tabela 18. O desvio médio para o servidor 1 foi de 3,50 % ou 0,0017 horas, para o servidor 2 de 4,30 % ou 0,0017 horas e a média para os dois servidores foi de 3,90 % ou 0,0017 horas. Também foram observados desvios percentuais superiores a 5 % para algumas das frequências, todavia, ao observar o desvio absoluto, percebe-se que as diferenças em todos os casos são inferiores a 0,0047 horas.

Os tempos médios de viagem do cenário alternativo são apresentados nas Tabelas 19, 20 e 21. Em todos os casos, pode-se perceber que os resultados dos modelos de simulação e hipercubo apresentam desvios percentuais e absolutos relativamente baixos. O desvio percentual médio para o tempo médio de viagem ao átomo foi de 2,31 % ou 0,0098 horas. Já para o tempo médio de viagem do servidor, o desvio percentual médio foi da ordem de 3,64 % ou 0,0190 horas, o que indica que o Modelo Hipercubo representa bem o sistema.

Tabela 18 – Frequência de Despacho para o Cenário Alternativo no Sistema da Borracharia

f_{ij}		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Hipercubo	0,0319	0,0161	0,0503	0,0281	0,0856	0,0216	0,0368	0,0749	0,1044	0,0422
	Simulação	0,0327	0,0159	0,0455	0,0265	0,0870	0,0218	0,0356	0,0764	0,1003	0,0410
2	Hipercubo	0,0159	0,0388	0,1212	0,0678	0,0428	0,0108	0,0184	0,0374	0,0521	0,1019
	Simulação	0,0150	0,0401	0,1237	0,0697	0,0396	0,0118	0,0190	0,0385	0,0537	0,105
Desvio Servidor 1	Hora	-0,0007	0,0001	0,0047	0,0016	-0,0013	-0,0001	0,0012	-0,0014	0,0040	0,0012
	%	-2,38	1,01	10,54	6,17	-1,59	-0,58	3,60	-1,93	4,08	3,10
Desvio Servidor 2	Hora	0,0009	-0,0012	-0,0024	-0,0019	0,0031	-0,0010	-0,0005	-0,0011	-0,0015	-0,0035
	%	6,01	-3,14	-1,98	-2,77	7,93	-8,93	-3,09	-2,92	-2,88	-3,34

Tabela 19 – Tempo Médio de Viagem ao Átomo para o Cenário Alternativo no Sistema da Borracharia

Átomo	Tempo Médio de Viagem ao Átomo		Desvio	
	Hipercubo	Simulação	Horas	%
1	0,2603	0,2677	-0,0074	-2,78
2	0,4187	0,4055	0,0131	3,25
3	0,2957	0,2856	0,0100	3,51
4	0,2356	0,2302	0,0053	2,32
5	1,5720	1,5586	0,0134	0,86
6	0,3949	0,3832	0,0116	3,04
7	0,4754	0,4960	-0,0206	-4,16
8	0,5013	0,5119	-0,0105	-2,06
9	0,5467	0,5426	0,0041	0,75
10	0,4185	0,4201	-0,0016	-0,38
Média			0,0098	2,31

Tabela 20 – Tempo Médio de Viagem do Servidor para o Cenário Alternativo no Sistema da Borracharia

Servidor	Tempo Médio de Viagem do Servidor		Desvio	
	Hipercubo	Simulação	Horas	%
1	0,6254	0,6418	-0,0163	-2,54
2	0,4813	0,4595	0,0217	4,73
Média	0,5534	0,5507	0,0190	3,64

Tabela 21 – Tempo de Viagem no Sistema e para chamados em fila para o Sistema da Borracharia

	Hipercubo	Simulação	Desvio	
			Horas	%
Tempo Médio de Viagem no Sistema	0,5523	0,5476	0,0047	0,85
Tempo Médio de Viagem para chamados em fila	0,7358	0,7562	-0,0203	-2,69

4.7 Comparação do Cenário Atual com o Cenário Alternativo

Os resultados obtidos para a carga de trabalho indicaram uma diminuição desta comparando o Cenário Atual e Alternativo, passando de uma carga média de 0,4621 (Modelo Hipercubo) e 0,4529 (Modelo de Simulação) para 0,4555 (Modelo Hipercubo) e 0,4233 (Modelo de Simulação). Essa redução de ocupação está associada à diminuição dos tempos de viagem, uma vez que os tempos de atendimento permaneceram inalterados.

A frequência de despacho reflete a política de despacho de cada um nos cenários. No cenário atual, cerca de metade da frequência de cada átomo direcionada para cada servidor em função do despacho aleatório adotado. Já no cenário alternativo, a frequência reflete a lista fixa de preferência de despacho utilizada neste cenário.

Em relação ao tempo de viagem aos átomos, pode-se observar diminuição no tempo médio de viagem aos átomos 2, 3, 4 e 10. Esses átomos são atendidos, no cenário alternativo, preferencialmente pelo servidor 2 localizado no átomo 4 e, no cenário real, por um dos servidores localizados no átomo 1, que está mais distante desses átomos. Para os demais átomos foram observados aumentos no tempo médio de viagem que podem ser associados ao deslocamento do servidor 2 para o átomo 4, aumentando o tempo de viagem a esses átomos mesmo este sendo o servidor *backup*.

O tempo médio de viagem do servidor 1 aumentou e o do servidor 2 diminuiu no cenário alternativo em relação ao cenário atual. No cenário alternativo, o servidor 1 é prioritário em um conjunto maior de átomos, inclusive no átomo 5, o átomo com maior tempo de viagem. Já o servidor 2 localizado no átomo 4 atende prioritariamente os átomos localizados nas proximidades dele, reduzindo o tempo médio de viagem deste. Pode-se observar também que o tempo médio de viagem para ambos os servidores no cenário alternativo foi inferior ao do cenário atual.

Foram observadas reduções também no tempo médio de viagem no sistema e do tempo médio de viagem para chamados em fila do cenário atual para o cenário alternativo. Assim, pode-se concluir que o cenário alternativo mostra-se mais vantajoso do que o cenário original, reduzindo principalmente os tempos de viagem e, com isso, diminuindo ocupação dos servidores.

4.8 Considerações Finais do Capítulo

Nesse capítulo foi apresentado a adaptação do Modelo Hipercubo, o Modelo de Simulação e os conhecidos Modelos de Filas ($M/M/m$ e $M/G/m$) para análise do cenário

original utilizando os dados coletados no estudo de caso. Também foi analisado um cenário alternativo, sugerido por especialistas da empresa, que descentraliza os servidores. Para análise desse cenário foram aplicados os Modelos Hiper cubo e de Simulação, uma vez que os Modelos de Filas ($M/M/m$ e $M/G/m$) não tratam servidores descentralizados e diferenciados, com políticas de despacho diferentes para cada servidor e átomo. Ao comparar esses dois cenários, o cenário alternativo mostra-se mais vantajoso que o cenário original, uma vez que proporciona considerável redução nos tempos de viagem.

Vale ressaltar que seria interessante a avaliação de outros cenários alternativos. Esses cenários incluem aumentar o número de servidores de dois para três e explorar diferentes possibilidades de descentralização desses três servidores no sistema de borracharia. Além disso, outros cenários interessantes para serem analisados seriam aqueles que separam as chamadas. Isso não é feito aqui, mas é feito para o caso da Manutenção, conforme Capítulos 5 e 6.

O Modelo Hiper cubo ainda poderia ter sido modificado para representar ainda mais precisamente a realidade, considerando-se taxas de atendimento diferenciadas (μ'_i e μ''_i) nas equações de equilíbrio, para os casos de atendimento a partir da base ou direto de uma chamada para outra sem retornar à base (chamados em fila). Essa possibilidade também é explorada nos Capítulos 5 e 6.

5 Extensão do Modelo hipercubo original para tratar prioridade e *backup* parcial

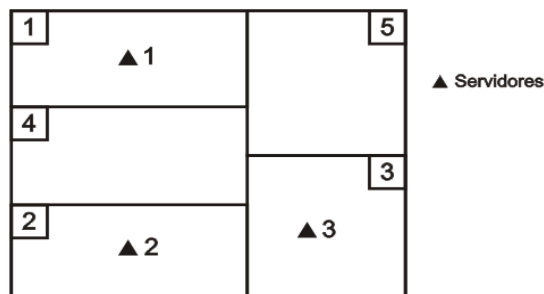
Esse capítulo utiliza um modelo ilustrativo para apresentar a extensão do Modelo hipercubo e um Modelo Hipercubo Aproximado, baseados em Larson (1974), para tratar o sistema de manutenção emergencial em campo. O exemplo ilustrativo foi inicialmente utilizado, pois sistemas reais apresentam dimensões maiores e a sua utilização dificultaria essa apresentação. Esse capítulo também apresenta um modelo de simulação desenvolvido para esse exemplo ilustrativo, o qual também admite a priorização de chamados e o *backup* parcial.

Esse capítulo estende e adapta o modelo hipercubo clássico e apresenta também um modelo aproximado para o contexto de Sistemas de Manutenção Emergencial em Campo na agroindústria canavieira, o que são contribuições para o estado da arte da literatura. Assim como no Sistema da Borracharia, as extensões e adaptações para o Sistema de Manutenção tendem a ser de grande importância para essa agroindústria, considerando a crescente mecanização agrícola e o aumento do porte das usinas.

5.1 Extensão do Modelo hipercubo através de um exemplo ilustrativo

O modelo ilustrativo apresentado nessa seção é utilizado para apresentar as características do sistema de Manutenção Emergencial em Campo, bem como a extensão do Modelo Hipercubo e o Modelo Hipercubo Aproximado para tratar prioridade na fila de espera e *backup* parcial. O sistema ilustrativo conta com 5 átomos geográficos, conforme mostra a Figura 12. Em cada um desses átomos, chegam chamadas segundo processos de Poisson independentes de duas classes: *a* e *b*. A classe *a* tem prioridade em relação à classe *b* e o sistema é não-preemptivo.

Figura 12 – Átomos Geográficos do Exemplo Ilustrativo



As taxas de chegada em cada um dos átomos para cada uma das classes de chamados é mostrada na Tabela 22. Vale observar que os átomos 4 e 5 não são frentes de

colheita ou plantio, portanto não utilizam colhedoras. Logo, a taxa de chegada nesses átomos para a classe a de chamados é nula.

Também devem ser consideradas as relações (61) e (64) para o cálculo da taxa de chegada total, as expressões (62) e (63) para o cálculo das taxas de chegada de cada uma das classes de chamados e as expressões de (65) a (69) para o cálculo das taxas de chegada em cada átomo considerando as classes a e b .

Tabela 22 – Taxa de Chegada do Exemplo Ilustrativo

Átomo j	Taxa de Chegada		
	λ_j	λ_{aj}	λ_{bj}
1	0,3	0,2	0,1
2	0,5	0,3	0,2
3	0,4	0,1	0,3
4	0,15	0	0,15
5	0,05	0	0,05

$$\lambda = \lambda_a + \lambda_b \quad (61)$$

$$\lambda_a = \lambda_{a1} + \lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5} \quad (62)$$

$$\lambda_b = \lambda_{b1} + \lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5} \quad (63)$$

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 \quad (64)$$

$$\lambda_1 = \lambda_{a1} + \lambda_{b1} \quad (65)$$

$$\lambda_2 = \lambda_{a2} + \lambda_{b2} \quad (66)$$

$$\lambda_3 = \lambda_{a3} + \lambda_{b3} \quad (67)$$

$$\lambda_4 = \lambda_{a4} + \lambda_{b4} \quad (68)$$

$$\lambda_5 = \lambda_{a5} + \lambda_{b5} \quad (69)$$

O sistema conta com três servidores para realizar o atendimento nesses átomos. Os servidores 1, 2 e 3 localizam-se, respectivamente, nos átomos 1, 2 e 3, conforme mostra a Figura 12. Esses servidores apresentam as taxas de serviço mostradas na Tabela 23 e a relação (70) é utilizada para calcular a taxa de serviço total do sistema.

Tabela 23 – Taxa de Atendimento do Exemplo Ilustrativo

Servidor i	Taxa de Serviço (μ_i)
1	0,8
2	1,0
3	0,9921

$$\mu = \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 \quad (70)$$

Além disso, quando uma chamada chega ao sistema, apenas um servidor é despachado para o atendimento, caracterizando um despacho simples. A preferência de despacho para cada átomo obedece a lista de preferência de despacho da Tabela 24. Pode-se perceber na Tabela 24 que o sistema utiliza *backup* parcial, no qual os servidores 1 e 2 não são enviados a outros átomos e o servidor 3 pode ser enviado a todos os átomos. Fazendo analogia desse exemplo ilustrativo com o Sistema de Manutenção em campo, os servidores 1 e 2 seriam localizados nas frentes e o servidor 3 na oficina.

Tabela 24 – Lista de Preferência de Despacho do Exemplo Ilustrativo

Átomo	Servidores	
1	1	3
2	2	3
3	3	-
4	3	-
5	3	-

O tempo de viagem entre os átomos nesse sistema é mostrado na Tabela 25. Por simplicidade, considerou-se que o tempo da viagem de ida é igual ao de volta.

Tabela 25 – Tempo de Viagem entre os átomos do Exemplo Ilustrativo

Átomos	1	2	3	4	5
1	0,1	0,2	0,5	0,3	0,15
2	0,2	0,1	0,3	0,15	0,2
3	0,5	0,3	0,1	0,15	0,2
4	0,3	0,15	0,15	0,1	0,15
5	0,15	0,2	0,2	0,15	0,1

Esse sistema é uma extensão do Modelo Hipercubo Original (LARSON, 1974) à medida que aborda, num mesmo sistema, o *backup* parcial e a prioridade de atendimento de usuários na fila de espera. O *backup* parcial já foi abordado, por exemplo, em Mendonça e Morabito (2001) e Iannoni et al. (2008). Quanto à existência de mais de uma classe de chamados, podem ser encontrados estudos que trataram a prioridade implicitamente por meio de procedimento de camadas de átomos (TAKEDA et al., 2007), ou utilizando explicitamente as diferentes classes de chamados nas filas (SOUZA et al., 2014). Nesse estudo, é adaptada a

abordagem proposta por Souza et al. (2014), tratando explicitamente as prioridades das classes de chamados nas filas.

Esse sistema admite que os chamados aguardem em fila. Na prática, trata-se de um sistema com fila infinita, uma vez que não conta com um sistema *backup* e não admite a perda de chamados. Entretanto, ao utilizar diferentes classes de chamados (a e b), neste exemplo ilustrativo decidiu-se, para fins de modelagem, limitar a capacidade da fila de espera em três unidades.

Ao utilizar o *backup* parcial, além da cauda associada ao estado $\{111\}$, como no modelo hipercubo original, são formadas outras caudas, nesse caso associadas a todos os estados em que o servidor 3 está ocupado, ou seja, os estados $\{111\}$, $\{001\}$, $\{011\}$ e $\{101\}$. Em termos práticos, ao adotar esse tipo de *backup*, uma chamada pode ser encaminhada para a fila de espera, ou mesmo ser perdida, sem que todos os servidores estejam ocupados.

5.1.1 Equações de Equilíbrio associadas ao Modelo Hipercubo para o exemplo ilustrativo

Essas equações de equilíbrio utilizam o mesmo princípio de conservação de fluxo mostrado na Seção 3.2, o qual considera que a taxa de fluxo para “dentro” do estado dever ser igual a taxa de fluxo para “fora” do estado.

As Figuras 13a, 13b e 13c representam o espaço de estados para esse sistema. Nessas figuras, podem ser observadas ramificações formadas a partir dos estados nos quais o servidor 3 está ocupado ($\{111\}$, $\{001\}$, $\{011\}$ e $\{101\}$), devido ao *backup* parcial. Essas ramificações são chamadas de caudas. Considerando isso, tem-se para cada uma das caudas um conjunto de estados. Por exemplo, para a cauda associada ao estado $\{001\}$, têm-se os estados $\{a^3001\}$, $\{b^3001\}$, $\{a^3a^3001\}$, $\{a^3b^3001\}$, $\{b^3b^3001\}$, $\{a^3a^3a^3001\}$, $\{a^3a^3b^3001\}$, $\{a^3b^3b^3001\}$ e $\{b^3b^3b^3001\}$. Em resumo, adotar-se-á para os estados da cauda a notação: chamados em fila e estado do hipercubo, nessa ordem. Por exemplo, no estado $\{a^1b^3101\}$, tem-se uma chamada em fila do tipo a com origem no átomo 1, e uma chamada em fila do tipo b com origem nos átomos 3, 4 ou 5, e os servidores 1 e 3 estão ocupados. Vale ressaltar que não existem, por exemplo, os estados $\{b^3a^3001\}$ e $\{b^3b^3a^3001\}$, pois a classe a de chamados tem prioridade em relação à classe b . Além disso, ao considerar um chamado que chegar ao sistema, se este estiver em um dos estados com três chamados esperando previamente na fila, esse chamado é perdido.

Figura 13a – Representação dos Estados do Modelo Hiper-cubo para o Exemplo Ilustrativo (Cauda do estado {111})

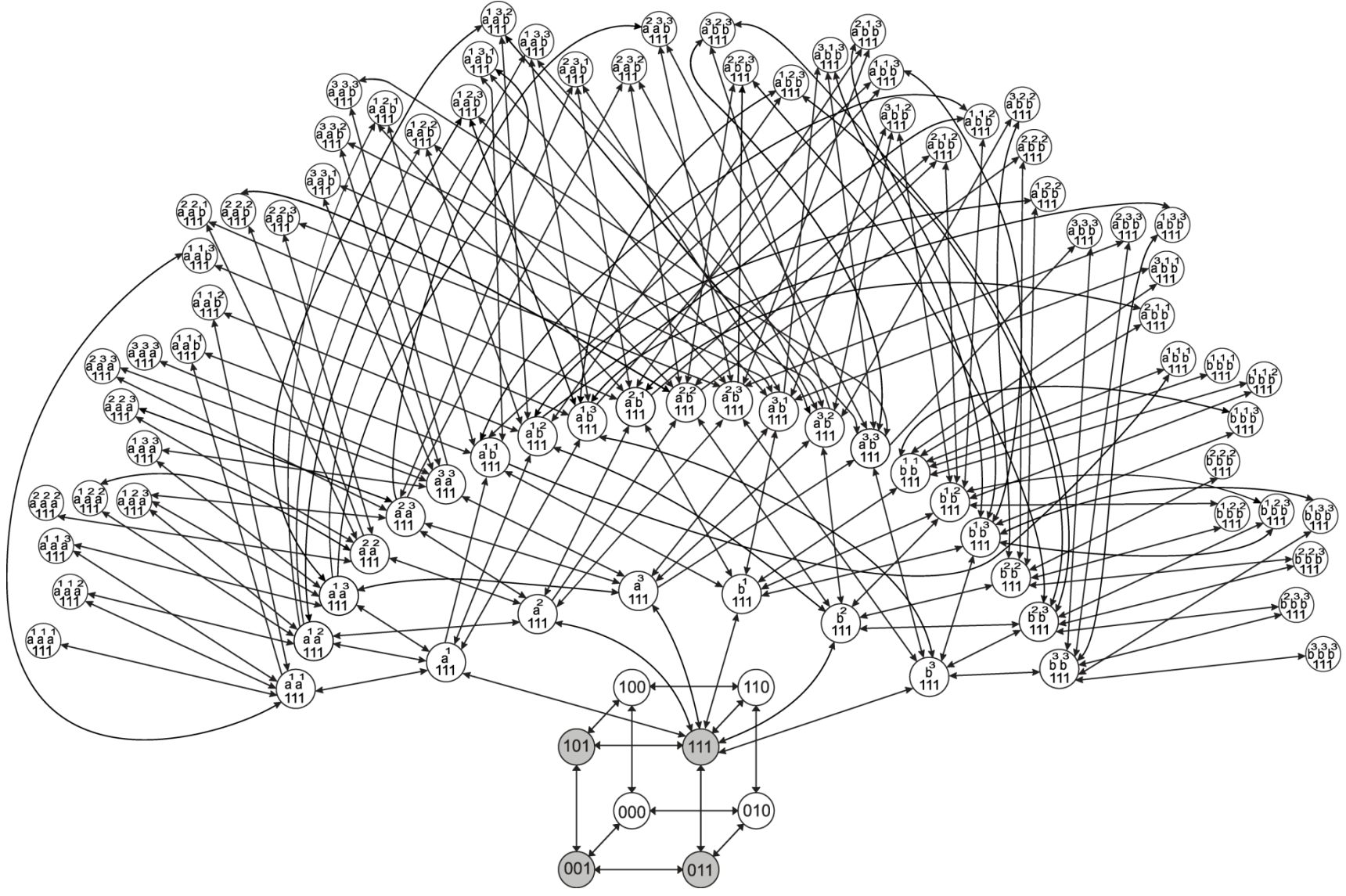


Figura 13b – Representação dos Estados do Modelo Hipercubo para o Exemplo Ilustrativo (Caudas dos estados {101} e {011})

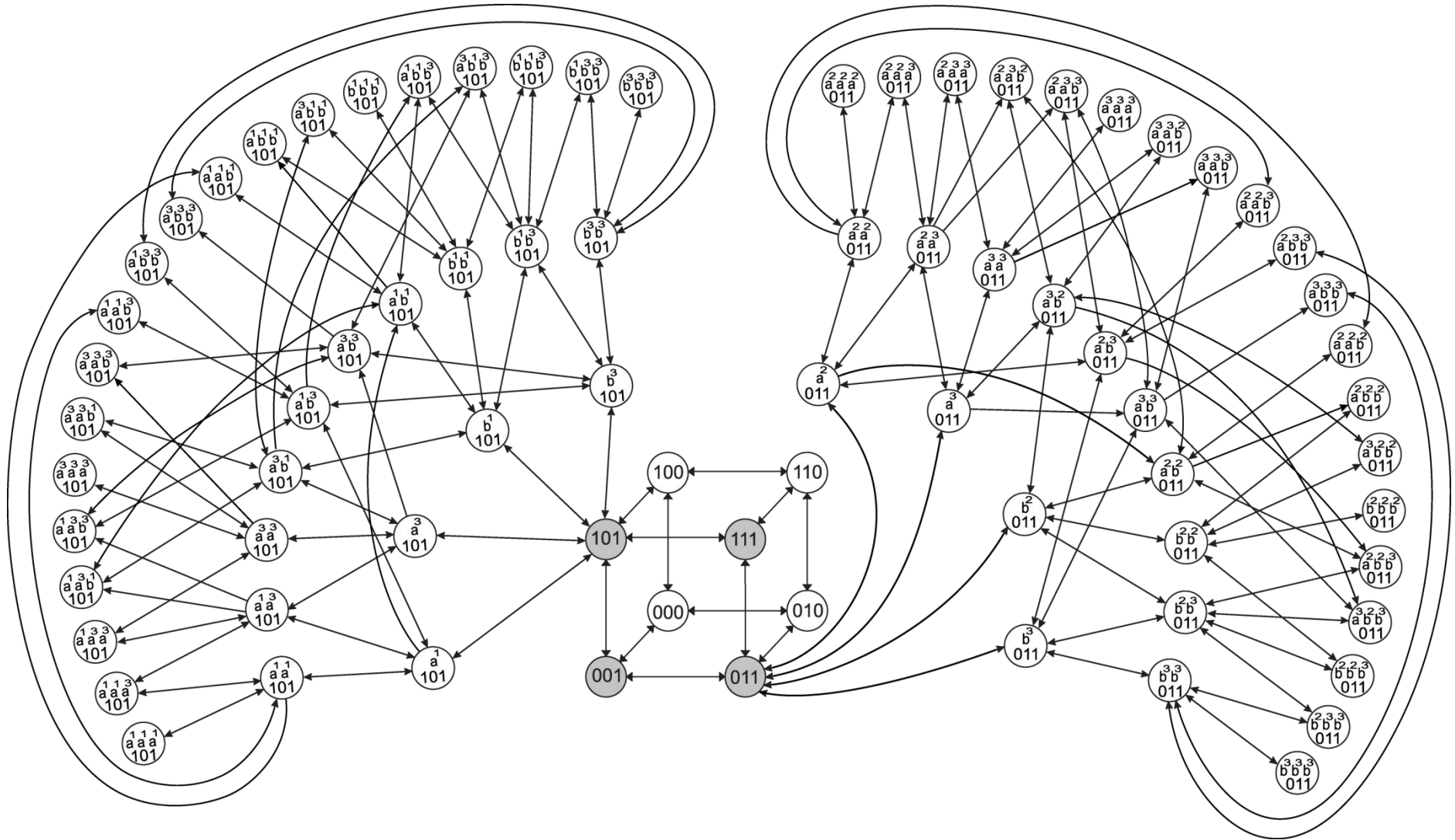
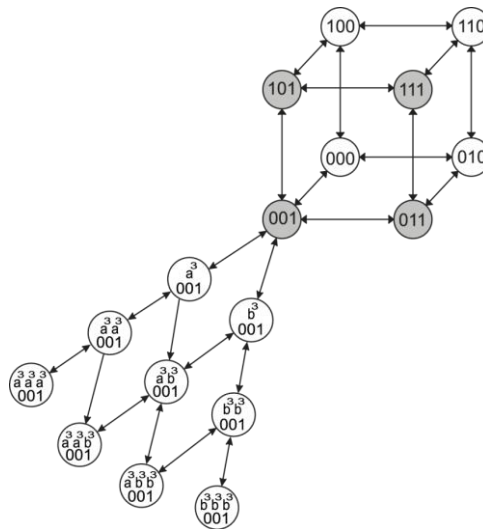


Figura 13c – Representação dos Estados do Modelo Hipercubo para o Exemplo Ilustrativo (Cauda do estado {001})



As equações de equilíbrio associadas ao modelo hipercubo desse exemplo ilustrativo são divididas a seguir em equações associadas aos estados do hipercubo e equações associadas aos estados das caudas.

5.1.1.1 Equações para os estados associados ao hipercubo do Modelo Hipercubo

O número de estados do hipercubo (m) é obtido fazendo-se $m = 2^N$, onde N é o número de servidores. Como nesse exemplo são utilizados 3 servidores, têm-se os estados {000}, {001}, {010}, {100}, {011}, {101}, {110} e {111}.

As equações para cada um dos estados desse exemplo ilustrativo são representadas pelas equações de (71) a (78). Essas equações diferem das equações do modelo hipercubo original, apresentadas na Seção 3.2, devido ao *backup* parcial e a existência de mais de uma cauda.

$$P_{000}(\lambda) = P_{100}\mu_1 + P_{010}\mu_2 + P_{001}\mu_3 \quad (71)$$

$$P_{001}(\lambda + \mu_3) = P_{101}\mu_1 + P_{011}\mu_2 + P_{000}(\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) + P_{a^3 001}\mu_3 + P_{b^3 001}\mu_3 \quad (72)$$

$$P_{010}(\lambda + \mu_2) = P_{110}\mu_1 + P_{011}\mu_3 + P_{000}\lambda_2 \quad (73)$$

$$P_{100}(\lambda + \mu_1) = P_{110}\mu_2 + P_{101}\mu_3 + P_{000}\lambda_1 \quad (74)$$

$$P_{011}(\lambda + \mu_2 + \mu_3) \quad (75)$$

$$= P_{111}\mu_1 + P_{001}\lambda_2 + P_{010}(\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) + P_{a^3 011}(\mu_3) \\ + P_{a^2 011}(\mu_2 + \mu_3) + P_{b^3 011}(\mu_3) + P_{b^2 011}(\mu_2 + \mu_3)$$

$$P_{101}(\lambda + \mu_1 + \mu_3) \quad (76)$$

$$= P_{111}\mu_2 + P_{001}\lambda_1 + P_{100}(\lambda_1 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) + P_{a^3 101}(\mu_3) + P_{a^1 101}(\mu_1 \\ + \mu_3) + P_{b^3 101}(\mu_3) + P_{b^1 101}(\mu_1 + \mu_3)$$

$$P_{110}(\lambda + \mu_1 + \mu_2) = P_{111}\mu_3 + P_{010}\lambda_1 + P_{100}\lambda_2 \quad (77)$$

$$P_{111}(\lambda + \mu) = P_{110}\lambda + P_{011}\lambda_1 + P_{101}\lambda_2 + P_{a^3111}(\mu_3) + P_{a^1111}(\mu_1 + \mu_3) \quad (78)$$

$$+ P_{a^2111}(\mu_2 + \mu_3) + P_{b^3111}(\mu_3) + P_{b^1111}(\mu_1 + \mu_3) + P_{b^2111}(\mu_2 + \mu_3)$$

As diferenças relacionadas ao *backup* parcial podem ser observadas nas transições para “dentro” do estado (lado direito):

- Equação (72) - do estado {000} para o {001} com a chegada de chamados apenas nos átomos 3, 4 ou 5 com taxa $(\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5)$;
- Equação (73) - do estado {000} para o {010} com chegada de chamados apenas no átomo 2 com taxa (λ_2) ;
- Equação (74) - do estado {000} para o {100} com a chegada de chamados apenas no átomo 1 com taxa (λ_1) ;
- Equação (75) - do estado {001} para o {011} com a chegada de chamado apenas no átomo 2 com taxa (λ_2) e do estado {010} para o {011} com a chegada de chamados nos átomos 2, 3, 4 ou 5 com taxa $(\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5)$;
- Equação (76) - do estado {001} para o {101} com a chegada de chamado somente no átomo 1 com taxa (λ_1) e do estado {100} para o {101} com a chegada de chamado nos átomos 1, 3, 4 ou 5 com taxa $(\lambda_1 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5)$;
- Equação (77) - do estado {010} para o {110} com a chegada de chamados apenas no átomo 1 com taxa (λ_1) e do estado {100} para o {110} com a chegada de chamado apenas no átomo 2 com taxa (λ_2) ;
- Equação (78) - do estado {011} para o {111} com a chegada de chamado somente no átomo 1 com taxa (λ_1) e do estado {101} para o {111} com a chegada de chamado apenas no átomo 2 com taxa (λ_2) .

Em relação à existência de mais de uma cauda nos estados nos quais o servidor 3 está ocupado, conforme mostram as Figuras 13a, 13b e 13c, faz-se necessário inserir, comparando com o modelo hipercubo original, as ligações desses estados com a respectiva cauda. Assim, têm-se as transições para “dentro” do estado (lado direito):

- Equação (72) - dos estados $\{a^3001\}$ ou $\{b^3001\}$ para o {001} com o término do atendimento pelo servidor 3 com taxa (μ_3) ;
- Equação (75) - dos estados $\{a^2011\}$ ou $\{b^2011\}$ para o {011} com o término do atendimento pelo servidor 2 ou 3, com taxa de atendimento $(\mu_2 + \mu_3)$, e dos estados $\{a^3011\}$ ou $\{b^3011\}$ para o {011} com o término do atendimento pelo servidor 3, com taxa de atendimento (μ_3) ;

- Equação (76) - dos estados $\{a^1101\}$ ou $\{b^1101\}$ para o $\{101\}$ com o término do atendimento pelo servidor 1 ou 3, com taxa de atendimento $(\mu_1 + \mu_3)$, e dos estados $\{a^3101\}$ ou $\{b^3101\}$ para o $\{101\}$ com o término do atendimento pelo servidor 3, com taxa de atendimento (μ_3) ;
- Equação (78) - dos estados $\{a^1111\}$ ou $\{b^1111\}$ para o $\{111\}$ com o término do atendimento pelo servidor 1 ou 3, com taxa de atendimento $(\mu_1 + \mu_3)$, dos estados $\{a^2111\}$ ou $\{b^2111\}$ para o $\{111\}$ com o término do atendimento pelo servidor 2 ou 3, com taxa de atendimento $(\mu_2 + \mu_3)$, e dos estados $\{a^3111\}$ ou $\{b^3111\}$ para o $\{101\}$ com o término do atendimento pelo servidor 3, com taxa de atendimento (μ_3) .

As transições para “fora” dos estados não podem ser observadas diretamente nas equações de (71) a (78). Por esse motivo, são apresentadas todas as transições para “fora” do estado (lado esquerdo):

- Equação (71) - do estado $\{000\}$ com a chegada de um chamado no átomo 1 (estado $\{100\}$), ou no átomo 2 (estado $\{010\}$) ou nos átomos 3, 4 ou 5 (estado $\{001\}$), com taxa $(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 = \lambda)$;
- Equação (72) - do estado $\{001\}$ com a chegada de chamado no átomo 1 (estado $\{101\}$), ou no átomo 2 (estado $\{011\}$), ou com a chegada de chamado do tipo a nos átomos 3, 4 ou 5 (estado $\{a^3001\}$), ou com a chegada de um chamado do tipo b nos átomos 3, 4 ou 5 (estado $\{b^3001\}$), ou com o término do atendimento pelo servidor 3 (estado $\{000\}$), com taxa $(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5} + \mu_3 = \lambda + \mu_3)$;
- Equação (73) - do estado $\{010\}$ com a chegada de um chamado no átomo 1 (estado $\{110\}$), ou nos átomos 2, 3, 4 ou 5 (estado $\{011\}$), ou com o término do atendimento pelo servidor 2 (estado $\{000\}$), com taxa $(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \mu_2 = \lambda + \mu_2)$;
- Equação (74) - do estado $\{100\}$ com a chegada de um chamado nos átomos 1, 3, 4 ou 5 (estado $\{101\}$), ou no átomo 2 (estado $\{011\}$), ou com o término do atendimento pelo servidor 1 (estado $\{000\}$), com taxa $(\lambda_1 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_2 + \mu_1 = \lambda + \mu_1)$;
- Equação (75) - do estado $\{011\}$ com a chegada de um chamado no átomo 1 (estado $\{111\}$), ou com a chegada de um chamado do tipo a no átomo 2 (estado $\{a^2011\}$) ou nos átomos 3, 4 ou 5 (estado $\{a^3011\}$), ou com a

chegada de um chamado do tipo b no átomo 2 (estado $\{b^2011\}$) ou nos átomos 3, 4 ou 5 (estado $\{b^3011\}$), ou com o término do atendimento pelo servidor 3 (estado $\{010\}$) ou com o término do atendimento pelo servidor 2 (estado $\{001\}$), com taxa $(\lambda_1 + \lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5} + \lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5} + \mu_3 + \mu_2 = \lambda + \mu_2 + \mu_3)$;

- Equação (76) - do estado $\{101\}$ com a chegada de um chamado no átomo 2 (estado $\{111\}$), ou com a chegada de um chamado do tipo a no átomo 1 (estado $\{a^1101\}$) ou nos átomos 3, 4 ou 5 (estado $\{a^3101\}$), ou com a chegada de um chamado do tipo b no átomo 1 (estado $\{b^1101\}$) ou nos átomos 3, 4 ou 5 (estado $\{b^3101\}$), ou com o término do atendimento pelo servidor 3 (estado $\{100\}$) ou com o término do atendimento pelo servidor 1 (estado $\{001\}$), com taxa $(\lambda_2 + \lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5} + \lambda_{b1} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5} + \mu_3 + \mu_1 = \lambda + \mu_1 + \mu_3)$;
- Equação (77) - do estado $\{110\}$ com a chegada de um chamado em qualquer um dos átomos (estado $\{111\}$), ou com o término do atendimento pelo servidor 1 (estado $\{010\}$) ou com o término do atendimento pelo servidor 2 (estado $\{100\}$), com taxa $(\lambda + \mu_1 + \mu_2)$;
- Equação (78) - do estado $\{111\}$ com o término do atendimento pelo servidor 1, 2 ou 3, passando, respectivamente, para os estados $\{011\}$, $\{101\}$ e $\{110\}$), ou com a chegada de chamado do tipo a no átomo 1 (estado $\{a^1111\}$) ou no átomo 2 (estado $\{a^2111\}$) ou no átomos 3, 4 ou 5 (estado $\{a^3111\}$), ou com a chegada de chamado do tipo b no átomo 1 (estado $\{b^1111\}$) ou no átomo 2 (estado $\{b^2111\}$) ou nos átomos 3, 4 ou 5 (estado $\{b^3111\}$), com taxa $(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \lambda_{a1} + \lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5} + \lambda_{b1} + \lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5} = \lambda + \mu)$.

5.1.1.2 Equações para os estados associados às Caudas do Modelo Hipercubo

O número de estados associados a cada cauda (L) está relacionado ao número de classes agrupadas, de níveis da cauda e de servidores ocupados em cada estado associado a uma cauda. Para isso, deve-se calcular o número de classes (nc) para cada cauda pelo produto do número de classes agrupadas r (nesse exemplo, tem-se duas classes agrupadas – a e b) pelo número de servidores ocupados (ns). Assim, tem-se que $nc=r*ns$.

O número de estados de cada cauda (L) pode ser obtido pela expressão (79) a seguir. Essa expressão considera a combinação com repetição das nc classes de chamados p a p , onde p é o número de usuários na fila, conforme (80). Em seguida, deve-se somar todos os estados de cada cauda (L) e obter o número total de estados das caudas (LT).

$$L = \sum_{k=1}^p f(nc, p) \quad (79)$$

$$f(nc, p) = \binom{nc + p - 1}{p} \quad (80)$$

Nesse exemplo, são utilizadas duas classes de chamados agrupados (a e b) e admitindo-se três níveis em cada fila, tem-se para a cauda associada ao estado $\{001\}$, $nc = 2*1 = 2$ classes, e $L = 9$ estados; para a cauda associada ao estado $\{011\}$, $nc = 2*2 = 4$ classes, e $L = 34$ estados; para a cauda associada ao estado $\{101\}$, $nc = 2*2 = 4$ classes, e $L = 34$ estados; e para a cauda associada ao estado $\{111\}$, $nc = 2*3 = 6$ classes, e $L = 83$ estados. Logo, tem-se $LT = 160$ estados associados às caudas.

Foi escolhido arbitrariamente o estado $\{a^3b^2011\}$ para ser aqui apresentado mais detalhadamente, com as explicações de suas equações de equilíbrio nessa seção. Para mais detalhes, o Anexo 2 apresenta as equações de equilíbrio para todos os estados desse exemplo ilustrativo.

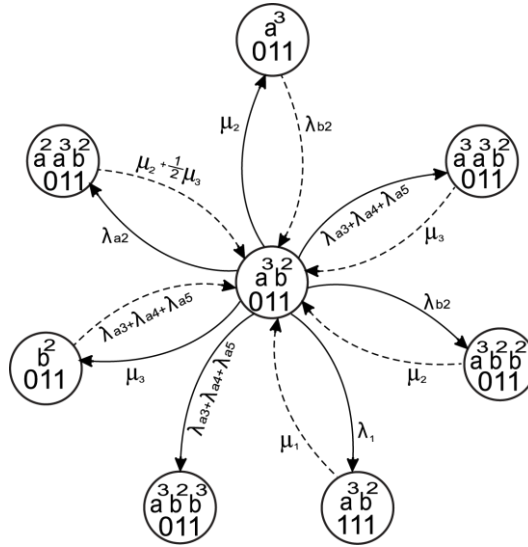
5.1.1.2.1 Equações para o estado $\{a^3b^2011\}$

A Figura 14 mostra as possíveis taxas de transição para “dentro” e para “fora” que envolvem o estado $\{a^3b^2011\}$. Nessa figura pode-se visualizar que para “entrar” no estado $\{a^3b^2011\}$, as transições possíveis são:

- do estado $\{a^3011\}$ com a chegada de chamado tipo b no átomo 2;
- do estado $\{b^2011\}$ com a chegada de chamada da classe a nos átomos 3, 4 ou 5;
- do estado $\{a^3a^3b^2011\}$ com o término do atendimento do servidor 3;
- do estado $\{a^2a^3b^2011\}$ com o término do atendimento do servidor 2 ou do servidor 3. Quando o servidor 2 termina o atendimento necessariamente atenderá a chamada tipo a com origem no átomo 2 (a^2). Já o servidor 3 pode atender tanto a chamada com origem no átomo 2 (a^2) quanto a com origem nos átomos 3, 4 ou 5 (a^3). Assim, a chance do primeiro caso é $\frac{1}{2}$ e a do segundo também é $\frac{1}{2}$.

- do estado $\{a^3b^2b^2011\}$ com o término do atendimento do servidor 2;
- do estado $\{a^3b^2111\}$ com o término do atendimento do servidor 1.

Figura 14 – Representação do estado $\{a^3b^2011\}$



As transições a partir do estado $\{a^3b^2011\}$ são consideradas nas equações dos demais estados mostrados nas Figuras 13a, 13b e 13c e são aqui apresentadas apenas para deixar o texto mais claro e didático. Essas transições são:

- para o estado $\{a^3011\}$ com o término do atendimento do servidor 2;
- para o estado $\{b^2011\}$ com o término do atendimento do servidor 3;
- para o estado $\{a^3a^3b^2011\}$ com a chegada de chamada tipo a nos átomos 3, 4 ou 5;
- para o estado $\{a^2a^3b^2011\}$ com a chegada de chamada tipo a no átomo 2;
- para o estado $\{a^3b^2b^2011\}$ com a chegada de chamada tipo b no átomo 2;
- para o estado $\{a^3b^2b^3011\}$ com a chegada de chamada tipo b nos átomos 3, 4 ou 5;
- para o estado $\{a^3b^2111\}$ com a chegada de uma chamada no átomo 1;

A Equação (81) apresenta todas as transições descritas anteriormente. O lado esquerdo da Equação 81 corresponde à soma das taxas das flechas cheias da Figura 14.

$$\begin{aligned}
 & P_{a^3b^2011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda) \\
 &= P_{a^3011}(\lambda_{b2}) + P_{b^2011}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3a^3b^2011}(\mu_3) \\
 &+ P_{a^2a^3b^2011}(\mu_2 + \frac{1}{2}\mu_3) + P_{a^3b^2b^2011}(\mu_2) + P_{a^3b^2111}(\mu_1)
 \end{aligned} \tag{81}$$

5.2 Modelo Hipercubo Aproximado

Ao estender o modelo hipercubo original conforme mostrado na Seção 5.1, observou-se uma quantidade considerável de estados e, por consequência, de equações, o que implica em dificuldades de tratamento computacional. Em função disso, optou-se por desenvolver um modelo hipercubo aproximado, no qual foi relaxada a hipótese de que é necessário conhecer a origem de cada chamada. Para isso, foram calculadas as probabilidades de transição entre os estados considerando a probabilidade condicional de o sistema estar em determinado estado.

Convém salientar que relaxar essa hipótese faz com que o Modelo Hipercubo Aproximado desenvolvido não seja mais um modelo Markoviano, uma vez que a informação a respeito da origem da chamada não está totalmente disponível. Como a origem das chamadas não é conhecida, são calculadas as probabilidades condicionais de o sistema estar em cada estado a cada transição. Por outro lado, o Modelo Hipercubo apresentado nas seções anteriores é um Modelo Markoviano, no qual todas as informações a respeito da origem do chamado são conhecidas, e com isso a probabilidade de transição de um estado depende somente desse estado, e não dos estados anteriores a esse estado, porque toda informação necessária para o cálculo dessa probabilidade já está contida nesse estado.

Vale esclarecer também que o Modelo Hipercubo Aproximado apresentado nesse texto não deve ser confundido com o método aproximado apresentado por Larson (1975).

5.2.1 Equações de Equilíbrio associadas ao Modelo Hipercubo Aproximado para o exemplo ilustrativo

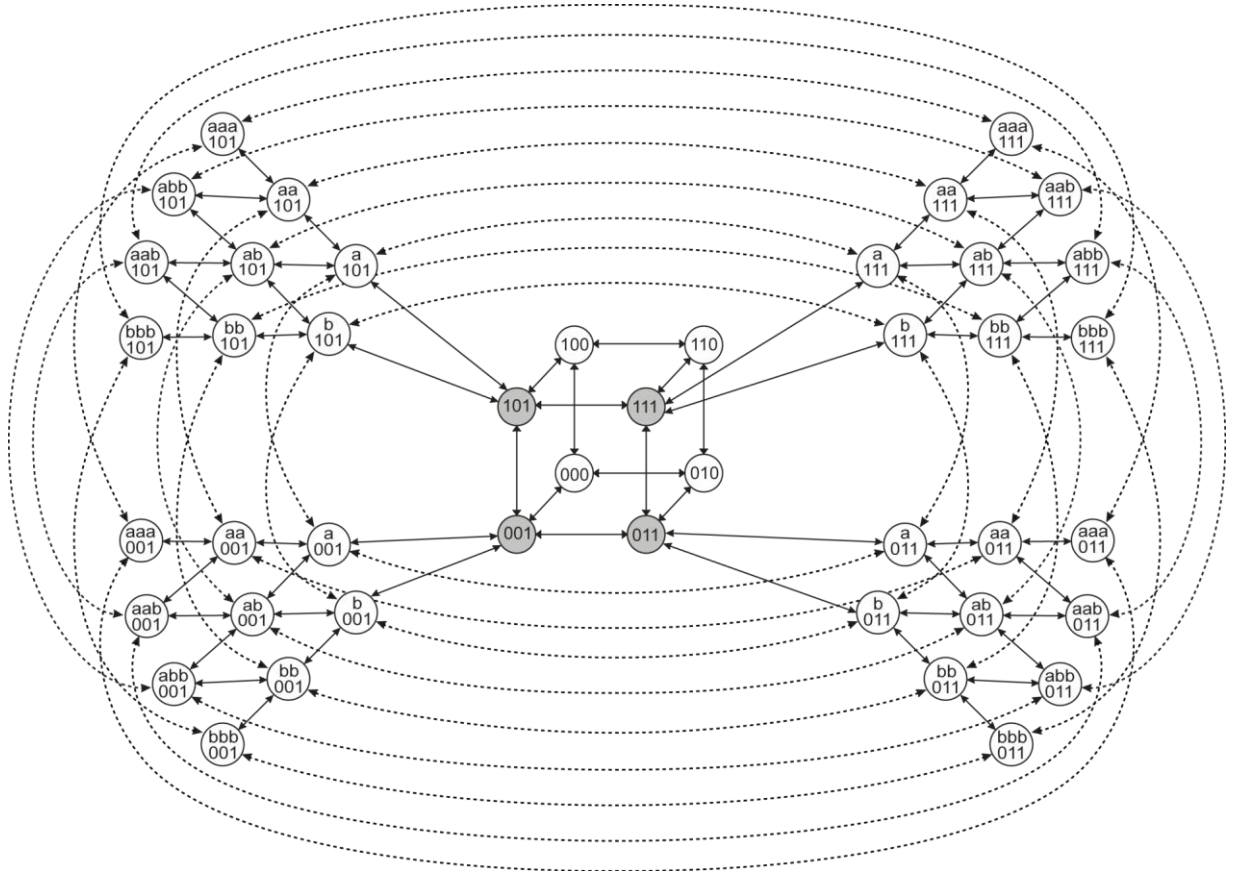
A Figura 15 apresenta a representação do espaço de estados para o modelo aproximado. Nessa figura podem ser observadas, assim como no Modelo Hipercubo da Seção 5.1.1, caudas formadas a partir dos estados nos quais o servidor 3 está ocupado ($\{111\}$, $\{001\}$, $\{011\}$ e $\{101\}$). Entretanto, ao comparar o Modelo Hipercubo Aproximado com o Modelo Hipercubo, mostrado nas Figuras 13a, 13b e 13c, observa-se redução no número de estados.

Neste modelo aproximado, tem-se para cada cauda os seguintes estados associados ao número e classe do chamado que aguarda em fila: a , b , aa , ab , bb , aaa , aab , abb , bbb . Vale ressaltar que também não existem, por exemplo, os estados ba e bba , pois a classe a de chamados tem prioridade em relação à classe b . Também adotar-se-á para os estados da cauda a notação: chamados em fila e estado do hipercubo, nessa ordem. Por

exemplo, no estado $\{ab101\}$, tem-se uma chamada tipo a e uma tipo b na fila e os servidores 1 e 3 estão ocupados. Esse modelo também limita a entrada de chamadas no sistema quando este estiver em um dos estados com três chamados esperando previamente na fila.

Assim como no Modelo Hipercubo, no Modelo Hipercubo Aproximado as equações são divididas a seguir em equações associadas aos estados do hipercubo e equações associadas aos estados das caudas.

Figura 15 – Representação dos Estados do Modelo Hipercubo Aproximado para o Exemplo Ilustrativo



5.2.1.1 Equações para os estados associados ao hipercubo do Modelo Hipercubo Aproximado

Assim como no Modelo Hipercubo, o Modelo Hipercubo Aproximado também utiliza 2^N estados associados ao hipercubo. As equações para cada um desses estados são representadas pelas equações de (82) a (89). Essas equações diferem das equações do modelo hipercubo, apresentadas na Seção 5.1.1.1, ao considerar a existência apenas dos estados agrupados para chamadas tipo a e b , desconsiderando o átomo que originou o chamado.

$$P_{000}(\lambda) = P_{100}\mu_1 + P_{010}\mu_2 + P_{001}\mu_3 \quad (82)$$

$$P_{001}(\lambda + \mu_3) = P_{101}\mu_1 + P_{011}\mu_2 + P_{000}(\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) + P_{a001}\mu_3 + P_{b001}\mu_3 \quad (83)$$

$$P_{010}(\lambda + \mu_2) = P_{110}\mu_1 + P_{011}\mu_3 + P_{000}\lambda_2 \quad (84)$$

$$P_{100}(\lambda + \mu_1) = P_{110}\mu_2 + P_{101}\mu_3 + P_{000}\lambda_1 \quad (85)$$

$$P_{011}(\lambda + \mu_2 + \mu_3) \quad (86)$$

$$= P_{111}\mu_1 + P_{001}\lambda_2 + P_{010}(\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) \\ + P_{a011}\left(\mu_2\left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}}\right) + \mu_3\right) + P_{b011}\left(\mu_2\left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}}\right) + \mu_3\right)$$

$$P_{101}(\lambda + \mu_1 + \mu_3) \quad (87)$$

$$= P_{111}\mu_2 + P_{001}\lambda_1 + P_{100}(\lambda_1 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) + P_{a101}\left(\mu_1\left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}}\right) + \mu_3\right) \\ + P_{b101}\left(\mu_1\left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b - \lambda_{b2}}\right) + \mu_3\right)$$

$$P_{110}(\lambda + \mu_1 + \mu_2) = P_{111}\mu_3 + P_{010}\lambda_1 + P_{100}\lambda_2 \quad (88)$$

$$P_{111}(\lambda + \mu) = P_{110}\lambda + P_{011}\lambda_1 + P_{101}\lambda_2 + P_{a111}\left(\mu_1\left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a}\right) + \mu_2\left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a}\right) + \mu_3\right) \quad (89)$$

$$+ P_{b111}\left(\mu_1\left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b}\right) + \mu_2\left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b}\right) + \mu_3\right)$$

Em relação ao Modelo Hipercubo (Seção 5.1) as diferenças são encontradas nas Equações (83), (86), (87) e (89) nas transições para os estados da cauda. Nestas equações foram consideradas as classes agrupadas (a e b). Assim, têm-se as transições para “dentro” do estado (lado direito):

- Equação (83) – dos estados $\{a001\}$ e $\{b001\}$ para $\{001\}$. Como nesses estados existem chamadas com origem nos átomos 3, 4 e 5 que são atendidas apenas pelo servidor 3, as transições desses estados para o estado $\{001\}$ acontecem com o término do atendimento pelo servidor 3, com taxa (μ_3);
- Equação (86) - do estado $\{a011\}$ ou $\{b011\}$ para $\{011\}$ com o término do atendimento pelo servidor 2 e a chamada da classe a ou b da respectiva fila tem origem no átomo 2 ou com o término do atendimento pelo servidor 3 independente do átomo de origem da chamada a ou b da fila, com taxas $\left(\mu_2\left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}}\right) + \mu_3\right)$ e $\left(\mu_2\left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}}\right) + \mu_3\right)$, respectivamente. Vale ressaltar que as chamadas dessas filas não têm origem no átomo 1, logo retira-se a sua taxa de chegada do denominador da probabilidade;
- Equação (87) - do estado $\{a101\}$ ou $\{b101\}$ para $\{101\}$ com o término do atendimento pelo servidor 1 e a chamada a ou b da respectiva fila tem origem no átomo 1 ou com o término do atendimento pelo servidor 3 independente do átomo de origem da chamada a ou b da fila, com taxas $\left(\mu_1\left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}}\right) + \mu_3\right)$

e $\left(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b - \lambda_{b2}}\right) + \mu_3\right)$, respetivamente. Como as chamadas dessa fila não se originam no átomo 2, retira-se a sua taxa de chegada do denominador da probabilidade;

- Equação (89) - do estado $\{a111\}$ ou $\{b111\}$ para $\{111\}$ com o término do atendimento pelo servidor 1 e a chamada a ou b da respetiva fila tem origem no átomo 1 ou com o término do atendimento pelo servidor 2 e a chamada a ou b da fila tem origem no átomo 2 ou com o término do atendimento pelo servidor 3 independente do átomo de origem da chamada a ou b da fila, com taxas $\left(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a}\right) + \mu_2 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a}\right) + \mu_3\right)$ e $\left(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b}\right) + \mu_2 \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b}\right) + \mu_3\right)$, respetivamente.

As transições para “fora” dos estados não apresentaram diferença em relação às transições apresentadas na Seção 5.1.1.1.

5.2.1.2 Equações para os estados associados às Caudas do Modelo Hipercubo Aproximado

O número de estados associados à cauda está relacionado nesse Modelo Hipercubo Aproximado ao número de classes (nesse exemplo, tem-se as classes a e b) e de níveis utilizados. O número de estados de cada cauda (L) também é obtido pela combinação com repetição das r classes de chamados p a p , onde p é o número de usuários na fila. Com isso, tem-se o mesmo número de estados em cada uma das caudas. Em seguida, deve-se somar os estados de cada cauda (L) e obter o número total de estados das caudas (LT).

Nesse exemplo, são utilizadas duas classes de chamados e admitindo-se três níveis em cada fila, tem-se $L = 9$, ou seja, cada uma das caudas associadas aos estados $\{001\}$, $\{011\}$, $\{101\}$ e $\{111\}$ conta com 9 estados. Assim, o número total de estados associados às caudas (LT) será igual a 36.

Para ilustração, foi escolhido o estado $\{ab011\}$ para ser apresentado de forma detalhada, com explicação das equações de equilíbrio nessa seção. Para mais detalhes, o Anexo 3 apresenta a explicação para os estados $\{a111\}$, $\{aa101\}$ e $\{aab001\}$ e o Anexo 4 apresenta as equações de equilíbrio para todos os estados do Modelo Hipercubo Aproximado.

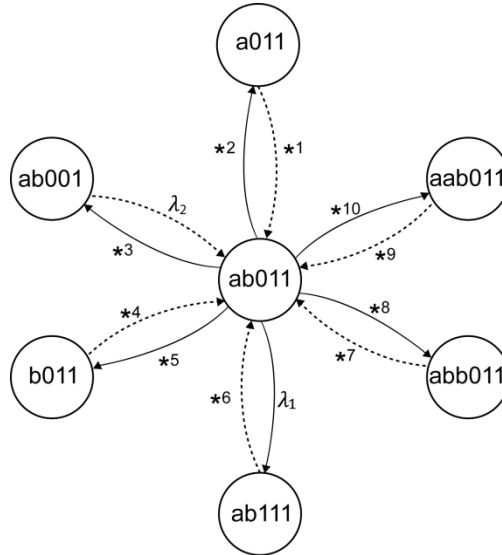
5.2.1.2.1 Equações para o estado $\{ab011\}$

A Figura 16 mostra as possíveis transições para “dentro” e para “fora” que envolvem o estado $\{ab011\}$. Nessa figura pode-se visualizar que para “entrar” no estado $\{ab011\}$, as transições possíveis são:

- do estado $\{a011\}$ com a chegada de chamada da classe b nos átomos 2, 3, 4 ou 5;
- do estado $\{b011\}$ com a chegada de chamada da classe a nos átomos 2, 3, 4 ou 5;
- do estado $\{aab011\}$ com o término do atendimento pelo servidor 2 e pelo menos uma das duas chamadas da classe a que aguardam na fila tem origem no átomo 2 (como são duas chamadas na fila, as combinações possíveis são: a primeira chamada ter origem no átomo 2 (com probabilidade $\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}}$) e a segunda não (com probabilidade $\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a1}}$) ou a primeira não ter origem no átomo 2 (com probabilidade $\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a1}}$) e a segunda ter (com probabilidade $\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}}$) ou as duas terem origem no átomo 1 (com probabilidade $(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}})^2$)) ou com o término do atendimento pelo servidor 3 independente da origem dos chamados que aguardam na fila;
- do estado $\{abb011\}$ com o término do atendimento pelo servidor 2 e a chamada da classe a que aguarda na fila não tem origem no átomo 2 (com probabilidade $\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a1}}$) e pelo menos uma das duas chamadas da classe b que aguardam na fila tem origem no átomo 2 (como são duas chamadas na fila, as combinações possíveis são: a primeira chamada ter origem no átomo 2 (com probabilidade $\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}}$) e a segunda não (com probabilidade $\frac{\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b - \lambda_{b1}}$) ou a primeira não ter origem no átomo 2 (com probabilidade $\frac{\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b - \lambda_{b1}}$) e a segunda ter (com probabilidade $\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}}$) ou as duas terem origem no átomo 1 (com probabilidade $(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}})^2$);
- do estado $\{ab001\}$ com a chegada de um chamado no átomo 2;
- do estado $\{ab111\}$ com o término do atendimento pelo servidor 1 e as duas chamadas que aguardam na fila não tem origem no átomo 1 (com

probabilidades $\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a}$ e $\frac{\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b}$ para as chamadas da classe a e b , respectivamente).

Figura 16 – Representação do estado $\{ab011\}$



$$*1 \rightarrow \lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}$$

$$*2 \rightarrow \mu_2 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right)$$

$$*3 \rightarrow \mu_2 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) \left(\frac{\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right)$$

$$*4 \rightarrow \lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}$$

$$*5 \rightarrow \mu_2 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) + \mu_3$$

$$*6 \rightarrow \mu_1 \left(\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) \left(\frac{\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b} \right)$$

$$*7 \rightarrow \mu_2 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) \left(2 \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right) \left(\frac{\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right) + \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right)^2 \right)$$

$$*8 \rightarrow \lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}$$

$$*9 \rightarrow \mu_2 \left(2 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) + \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right)^2 \right) + \mu_3$$

$$*10 \rightarrow \lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}$$

As transições a partir do estado $\{ab011\}$ são consideradas nas equações dos demais estados mostrados na Figura 15 e são apresentadas apenas para deixar o texto mais claro e didático. Essas transições são:

- para o estado $\{a011\}$ com o término do atendimento do servidor 2 e a chamada da classe a que aguarda na fila não tem origem no átomo 2 e a chamada da classe b que aguarda na fila tem origem no átomo 2;

- para o estado $\{b011\}$ com o término do atendimento do servidor 2 e a chamada da classe a que aguarda na fila tem origem no átomo 2 ou com o término do atendimento do servidor 3 independente da origem do chamado da classe a ;
- para o estado $\{aab011\}$ com a chegada de uma chamada da classe a nos átomos 2, 3, 4 ou 5;
- para o estado $\{abb011\}$ com a chegada de uma chamada da classe b nos átomos 2, 3, 4 ou 5;
- para o estado $\{ab001\}$ com o término do atendimento pelo servidor 2 e as duas chamadas que aguardam na fila não tem origem no átomo 2;
- para o estado $\{ab111\}$ com a chegada de uma chamada no átomo 1.

A Equação (90) apresenta todas as transições descritas anteriormente. A Equação (90) pode ser reescrita em função de λ_{a2} e λ_{b2} e obtém-se a Equação (91). O lado esquerdo das Equações 90 e 91 correspondem à soma das taxas das flechas cheias da Figura 16.

$$\begin{aligned}
P_{ab011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda) & \quad (90) \\
& = P_{a011}(\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{b011}(\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \\
& + P_{aab011}(\mu_2 \left(2 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) + \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right)^2 \right) + \mu_3) \\
& + P_{abb011}(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) \left(2 \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right) \left(\frac{\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right) \right. \\
& \left. + \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right)^2 \right) + P_{ab001}(\lambda_2) \\
& + P_{ab111}(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) \left(\frac{\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b} \right))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{ab011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda) & \quad (91) \\
& = P_{a011}(\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{b011}(\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \\
& + P_{aab011}(\mu_2 \left(2 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) - \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right)^2 \right) + \mu_3) \\
& + P_{abb011}(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) \left(2 \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right) - \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right)^2 \right) \\
& + P_{ab001}(\lambda_2) \\
& + P_{ab111}(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) \left(\frac{\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b} \right))
\end{aligned}$$

5.3 Solução dos Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado

Os sistemas de equações lineares formados pelas equações mostradas nos Anexo 2 e 4 são indeterminados. Assim, faz-se necessário inserir uma equação de normalização para possibilitar a resolução desses sistemas lineares. Segundo Chiyoshi et al. (2011), o procedimento padrão é substituir uma das equações por uma equação de normalização. Como tratam-se de sistemas envolvendo probabilidades e fila limitada, tem-se que a soma das probabilidades de todos os estados (estados associados ao hipercubo e a fila) deve ser igual a 1. A Equação (92) apresenta a equação de normalização para o Modelo Hipercubo e a Equação (93) para o Modelo Hipercubo Aproximado.

$$\begin{aligned}
 P_{000} + P_{001} + \dots + P_{111} + P_{a^3 001} + P_{b^3 001} + \dots + P_{b^3 b^3 b^3 001} + P_{a^2 011} + P_{a^3 011} + P_{b^2 011} & \quad (92) \\
 + P_{b^3 011} + \dots + P_{b^3 b^3 b^3 011} + P_{a^1 101} + P_{a^3 101} + P_{b^1 101} + P_{b^3 101} + \dots \\
 + P_{b^3 b^3 b^3 101} + P_{a^1 111} + P_{a^2 111} + P_{a^3 111} + P_{b^1 111} + P_{b^2 111} + P_{b^3 111} \\
 + \dots + P_{b^3 b^3 b^3 111} = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{000} + P_{001} + \dots + P_{111} + P_{a001} + P_{b001} + \dots + P_{bbb001} + P_{a011} + P_{b011} + \dots + P_{bbb011} & \quad (93) \\
 + P_{a101} + P_{b101} + \dots + P_{bbb101} + P_{a111} + P_{b111} + \dots + P_{bbb111} = 1
 \end{aligned}$$

Deve-se atentar que, em ambos os modelos, as probabilidades dos estados da cauda nesse sistema com filas limitadas são obtidas diretamente por meio da resolução do sistema de equações lineares. O modelo formado pelas equações do Anexo 2 e pela equação de normalização (92), e o modelo formado pelas equações do Anexo 4 e pela equação de normalização (93), foram resolvidos utilizando o método de Gauss-Seidel, obtendo-se as probabilidades de cada estado associado ao hipercubo e à fila de espera. E, a partir dessas probabilidades, podem ser obtidas diversas medidas de desempenho para o sistema.

5.4 Comparação entre o Modelo Hipercubo e o Modelo Hipercubo Aproximado

O Modelo Hipercubo é um Modelo Markoviano no qual todas as informações a respeito da origem do chamado são consideradas. Já o Modelo Hipercubo Aproximado calcula as probabilidades condicionais de o sistema estar em cada estado a cada transição, uma vez que a informação a respeito da origem da chamada não está totalmente disponível. Em função disso, no Modelo Hipercubo é observado um número maior de estados do que no Modelo Hipercubo Aproximado.

Por exemplo, para a cauda do estado $\{011\}$ no Modelo Hipercubo, podem ter chamadas tipo a com origem no átomo 2 (a^2) ou nos átomos 3, 4 ou 5 (a^3) e tipo b com origem no átomo 2 (b^2) ou nos átomos 3, 4 ou 5 (b^3). No Modelo Hipercubo Aproximado,

para esse mesmo estado, tem-se chamadas tipo a e b com origem nos átomos 2, 3, 4 ou 5, entretanto, a origem do chamado não é especificada no estado.

Para o exemplo ilustrativo, como mostrado nas Seções 5.1 e 5.2, o número de estados relacionados às caudas para o modelo hipercubo foi de 160 estados e para o modelo aproximado foi de 34 estados. A comparação entre as probabilidades dos estados do Modelo Hipercubo Aproximado com o Modelo Hipercubo foi realizada após o agrupamento das probabilidades dos estados do Modelo Hipercubo. Por exemplo, agrupou-se as probabilidades dos estados $\{a^2b^2011\}$, $\{a^3b^2011\}$, $\{a^2b^3011\}$ e $\{a^3b^3011\}$ no estado $\{ab011\}$, possibilitando a comparação direta com as probabilidades do Modelo Hipercubo Aproximado.

A Figura 17 mostra o desvio percentual das probabilidades para cada um dos estados do sistema ao comparar o Modelo Hipercubo e o Modelo Hipercubo Aproximado. Pode-se perceber que a diferença percentual chega a 48 % no estado $\{aaa001\}$, mas em média é de 13,77 %. Já a Figura 18 apresenta o desvio absoluto das probabilidades para cada estado ao comparar-se os dois modelos. Nessa figura observa-se um desvio absoluto máximo de 0,0116 para o estado $\{bb001\}$ e um desvio médio de 0,0021.

Figura 17 – Desvio Percentual entre o Modelo Hipercubo e o Modelo Hipercubo Aproximado

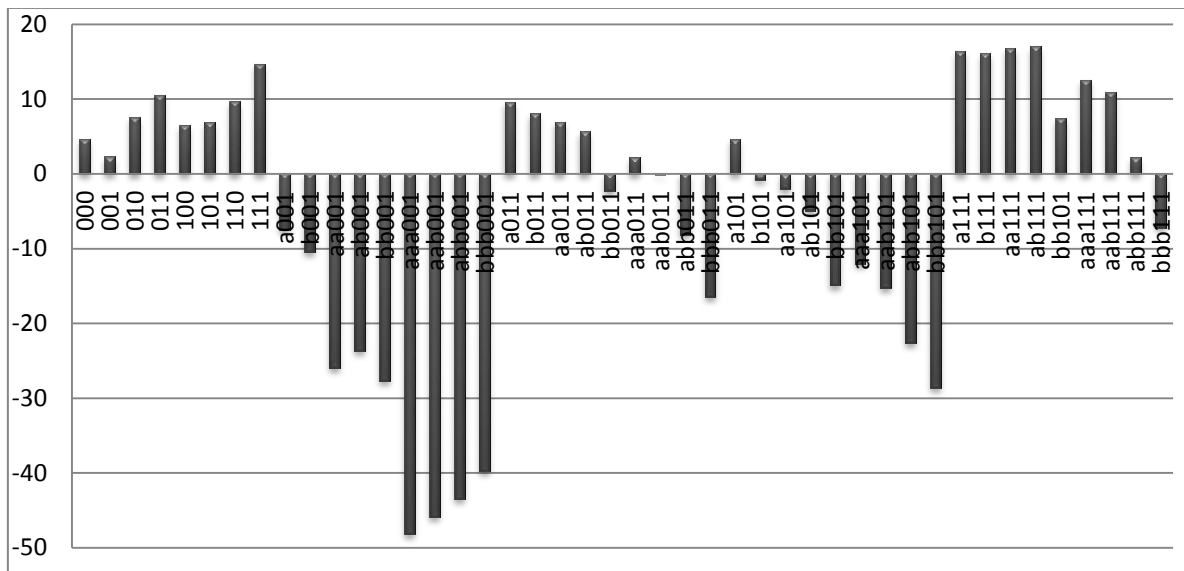
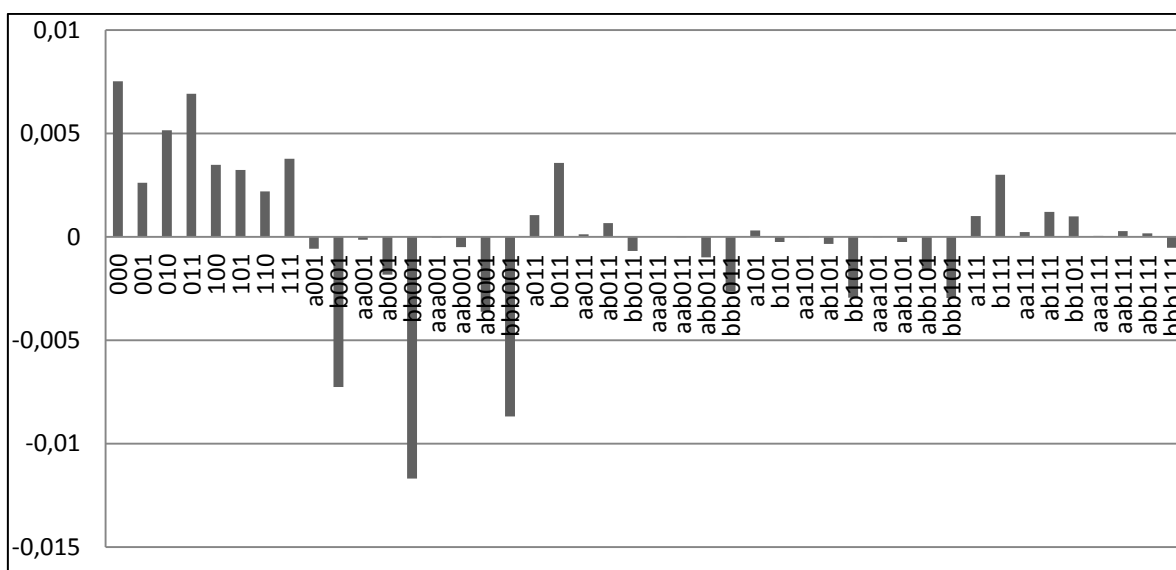
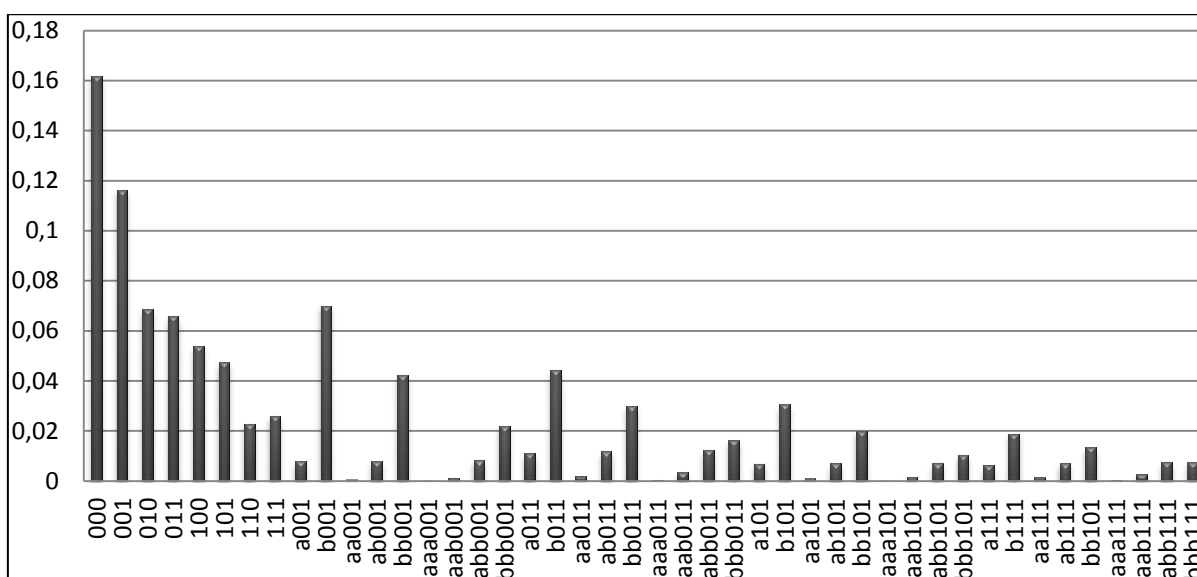


Figura 18 – Desvio Absoluto entre o Modelo Hipercubo e o Modelo Hipercubo Aproximado



Além disso, ao analisar a Figura 17 à luz das probabilidades de ocorrência de cada estado (Figura 19), pode-se perceber que os estados com diferença percentual superior a 10 % apresentam probabilidade média de ocorrência de apenas 1,03 %, o que é indicativo de que o Modelo Aproximado tem potencial para representar de forma satisfatória o sistema.

Figura 19 – Probabilidade de ocorrência de cada estado para o Modelo Hipercubo



5.5 Medidas de Desempenho para o Exemplo Ilustrativo

As medidas de desempenho incluem medidas que consideram as diferentes classes de chamados e suas prioridades, e as caudas associadas às filas formadas nesse

sistema. Nessa seção, são apresentadas algumas medidas de desempenho para o exemplo ilustrativo para os Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado.

5.5.1 Probabilidade de haver fila no sistema

A probabilidade de haver fila no sistema (P_q) é obtida considerando a diferença entre a soma das probabilidades para todos os estados, que deve ser igual a 1, e a soma das probabilidades associadas aos estados do hipercubo, conforme mostra a Equação (94).

$$P_q = 1 - \sum_{j=1}^m P_{B_j} \quad (94)$$

A probabilidade de fila no sistema, nesse exemplo, deve considerar a existência das caudas associadas aos estados nos quais o servidor 3 está ocupado ($\{001\}$, $\{011\}$, $\{101\}$ e $\{111\}$) e pode ser obtida pela expressão (95) para o Modelo Hipercubo e através da expressão (96) para o Modelo Hipercubo Aproximado.

$$\begin{aligned} P_q = & P_{a^3 001} + P_{b^3 001} + \dots + P_{b^3 b^3 b^3 001} + P_{a^2 011} + P_{a^3 011} + P_{b^2 011} + P_{b^3 011} + \dots \\ & + P_{b^3 b^3 b^3 011} + P_{a^1 101} + P_{a^3 101} + P_{b^1 101} + P_{b^3 101} + \dots + P_{b^3 b^3 b^3 101} \\ & + P_{a^1 111} + P_{a^2 111} + P_{a^3 111} + P_{b^1 111} + P_{b^2 111} + P_{b^3 111} + \dots \\ & + P_{b^3 b^3 b^3 111} \end{aligned} \quad (95)$$

$$\begin{aligned} P_q = & P_{a001} + P_{b001} + \dots + P_{bbb001} + P_{a011} + P_{b011} + \dots + P_{bbb011} + P_{a101} + P_{b101} + \dots \\ & + P_{bbb101} + P_{a111} + P_{b111} + \dots + P_{bbb111} \end{aligned} \quad (96)$$

A probabilidade de haver pelo menos um chamado da classe a em fila (P_{qa}) representa a soma dos estados da fila onde ocorre pelo menos um chamado da classe a . Essa probabilidade pode ser obtida por meio das Equações (97) e (98), respectivamente, para os Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado.

$$\begin{aligned} P_{qa} = & P_{a^3 001} + \dots + P_{a^3 b^3 b^3 001} + P_{a^2 011} + P_{a^3 011} + \dots + P_{a^3 b^3 b^3 011} + P_{a^1 101} + P_{a^3 101} \\ & + \dots + P_{a^3 b^3 b^3 101} + P_{a^1 111} + P_{a^2 111} + P_{a^3 111} + \dots + P_{a^3 b^3 b^3 111} \end{aligned} \quad (97)$$

$$\begin{aligned} P_{qa} = & P_{a001} + P_{aa001} + P_{ab001} + P_{aaa001} + P_{aab001} + P_{abb001} + P_{a011} + P_{aa011} + P_{ab011} \\ & + P_{aaa011} + P_{aab011} + P_{abb011} + P_{a101} + P_{aa101} + P_{ab101} + P_{aaa101} \\ & + P_{aab101} + P_{abb101} + P_{a111} + P_{aa111} + P_{ab111} + P_{aaa111} + P_{aab111} \\ & + P_{abb111} \end{aligned} \quad (98)$$

A probabilidade de haver pelo menos um chamado da classe b em fila (P_{qb}) representa a soma dos estados da fila onde ocorre pelo menos um chamado da classe b , mas

não tem chamados do tipo a , conforme mostra (99) e (100), respectivamente, para os Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado.

$$P_{qb} = P_{b^3 001} + \dots + P_{b^3 b^3 b^3 001} + P_{b^2 011} + P_{b^3 011} + \dots + P_{b^3 b^3 b^3 011} + P_{b^1 101} + P_{b^3 101} \quad (99)$$

$$+ \dots + P_{b^3 b^3 b^3 101} + P_{b^1 111} + P_{b^2 111} + P_{b^3 111} + \dots + P_{b^3 b^3 b^3 111}$$

$$P_{qb} = P_{b001} + P_{bb001} + P_{bbb001} + P_{b011} + P_{bb011} + P_{bbb011} + P_{b101} + P_{bb101} + P_{bbb101} \quad (100)$$

$$+ P_{b111} + P_{bb111} + P_{bbb111}$$

5.5.2 Probabilidade de saturação do sistema

A probabilidade de saturação (P_s) reflete a probabilidade (ou porcentagem do tempo) de uma chamada chegar no sistema e ter que aguardar em fila para ser atendida. A espera em fila ocorre quando uma chamada qualquer chega ao sistema enquanto todos os servidores estão ocupados (Larson, 1974). Vale lembrar que o sistema apresentado por Larson (1974) utiliza *backup* total, ou seja, chamadas somente são destinadas à fila de espera quando todos os servidores estiverem ocupados. Os estados nos quais todos os servidores estão ocupados incluem o estado com todos os servidores ocupados e todos os estados associados à fila de espera. Mais detalhes podem ser encontrados na Seção 3.2.2.

Souza (2010) estendeu a ideia apresentada por Larson (1974) ao considerar explicitamente a existência de diferentes classes de chamados e prioridades. Em Souza (2010), como o sistema utiliza *backup* total, apenas uma cauda é formada a partir do estado com todos os servidores ocupados. Essa cauda, por sua vez, apresenta mais de um estado em cada nível.

Por outro lado, o sistema em estudo utiliza o *backup* parcial e, por esse motivo, são formadas caudas a partir dos diferentes estados onde chamados podem ser encaminhados para as filas de espera. Esses estados incluem o estado com todos os servidores ocupados e estados que, mesmo com servidores desocupados ao chegar uma chamada, ela é destinada a fila de espera devido ao *backup* parcial. A representação dessas caudas pode ser encontrada nas Figuras 13a, 13b e 13c para o Modelo Hipercubo e na Figura 15 para o Modelo Hipercubo Aproximado.

Além disso, é associada a cada um desses ramos ou caudas uma probabilidade que representa a probabilidade de crescimento desse ramo. No sistema abordado por Larson (1974), essa probabilidade é igual a 1 ou 100%, pois quando todos os servidores estão ocupados, ao chegar um chamado este sempre é encaminhado para a fila de espera.

Nesse exemplo, para o ramo relacionado ao estado {101} considerou-se todas as chamadas que podem ser atendidas somente pelos servidores ocupados (servidor 1 e 3).

Observando a tabela de preferência de despacho mostrada na Tabela 24, pode-se observar que são as chamadas originadas nos átomos 1, 3, 4 e 5. Assim, tem-se $\left(\frac{\lambda_1 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5}{\lambda}\right)$, que representa a porcentagem das chamadas que, ao chegar ao sistema e este se encontrar no estado $\{101\}$, serão encaminhadas para a fila de espera.

Para o ramo $\{111\}$, da mesma forma que apresentado por Larson (1974), independente do átomo onde o chamado foi originado, o mesmo é encaminhado para a fila de espera. Logo, tem-se uma probabilidade de 1 ou 100%. A Equação (101) apresenta uma formulação para o cálculo da probabilidade de saturação considerando o *backup* parcial para o Modelo Hipercubo e a Equação (102) para o Modelo Hipercubo Aproximado.

$$P_s = \left(\frac{\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5}{\lambda}\right)(P_{001} + P_{a^3001} + \dots + P_{b^3b^3b^3001}) + \left(\frac{\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5}{\lambda}\right)(P_{011} + P_{a^2011} + \dots + P_{b^3b^3b^3011}) + \left(\frac{\lambda_1 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5}{\lambda}\right)(P_{101} + P_{a^1101} + \dots + P_{b^3b^3b^3101}) + P_{111} + P_{a^1111} + \dots + P_{b^3b^3b^3111} \quad (101)$$

$$P_s = \left(\frac{\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5}{\lambda}\right)(P_{001} + P_{a001} + P_{b001} + \dots + P_{bbb001}) + \left(\frac{\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5}{\lambda}\right)(P_{011} + P_{a011} + P_{b011} + \dots + P_{bbb011}) + \left(\frac{\lambda_1 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5}{\lambda}\right)(P_{101} + P_{a101} + P_{b101} + \dots + P_{bbb101}) + P_{111} + P_{a111} + P_{b111} + \dots + P_{bbb111} \quad (102)$$

5.5.3 Probabilidade de perda

No presente sistema, a probabilidade de perda (P_{loss}) deve considerar que o sistema utiliza prioridade e *backup* parcial. Essa probabilidade representa a chance de cada chamado ser perdido ao chegar no sistema. A probabilidade de perda é utilizada em sistemas que não admitem a formação de filas de espera (exemplo de aplicações podem ser encontrados em Iannoni et al. (2008) e Mendonça e Morabito (2001)) e em sistemas que limitam a fila de espera (como, por exemplo, em Takeda et al. (2007) e Souza (2010)). Nos sistemas que não admitem fila de espera, uma chamada é considerada perdida quando, ao chegar ao sistema, todos os servidores estiverem ocupados. Já nos sistemas que limitam a fila de espera, uma chamada é perdida quando ao chegar, não existir espaço na fila de espera para acomodá-la.

Nesse último caso, o sistema pode estar com todos os servidores ocupados, quando se utiliza *backup* total, ou no caso de *backup* parcial nem todos os servidores precisam estar ocupados. Logo, deve-se considerar também que o tipo de *backup* influencia o cálculo da probabilidade de perda. Souza (2010) calculou a probabilidade de perda para um sistema

com cauda limitada, *backup* total e prioridade. Nesse trabalho, calculou-se também a probabilidade de perda para cada classe de chamados.

Para o sistema em estudo, foi necessário estender a aplicação de Souza (2010) para considerar o *backup* parcial, baseado no trabalho de Mendonça (1999). Assim, deve-se considerar que os critérios para uma chamada ser considerada perdida depende de qual átomo ela foi originada, pois devido ao *backup* parcial, em muitos casos, chamadas são perdidas mesmo com servidores desocupados. Nesse caso, o sistema perde chamados quando todos os servidores estão ocupados e o limite da fila de espera foi excedido e quando nem todos os servidores estão ocupados e o limite da respectiva cauda foi excedido. Vale lembrar que nesse exemplo, considerou-se a fila de espera com capacidade de no máximo três chamados. As Equações (103) e (104) descrevem a probabilidade de perda (P_{loss}) para o Modelo Hipercubo e o Modelo Hipercubo Aproximado, respectivamente.

$$P_{loss} = \left(\frac{\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5}{\lambda} \right) (P_{a^3a^3a^3001} + \dots + P_{b^3b^3b^3001}) \quad (103)$$

$$+ \left(\frac{\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5}{\lambda} \right) (P_{a^2a^2a^2011} + P_{a^3a^3a^3011} + \dots + P_{b^3b^3b^3011})$$

$$+ \left(\frac{\lambda_1 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5}{\lambda} \right) (P_{a^1a^1a^1101} + P_{a^3a^3a^3101} + \dots + P_{b^3b^3b^3101})$$

$$+ P_{a^1a^1a^1111} + P_{a^2a^2a^2111} + P_{a^3a^3a^3111} + \dots + P_{b^3b^3b^3111}$$

$$P_{loss} = \left(\frac{\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5}{\lambda} \right) (P_{aaa001} + P_{aab001} + P_{abb001} + P_{bbb001}) \quad (104)$$

$$+ \left(\frac{\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5}{\lambda} \right) (P_{aaa011} + P_{aab011} + P_{abb011} + P_{bbb011})$$

$$+ \left(\frac{\lambda_1 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5}{\lambda} \right) (P_{aaa101} + P_{aab101} + P_{abb101} + P_{bbb101})$$

$$+ P_{aaa111} + P_{aab111} + P_{abb111} + P_{bbb111}$$

A probabilidade de perda também pode ser calculada para cada classe de chamado. As Equações (105) e (106) definem a probabilidade de perda para a classe a e as Equações (107) e (108) para a classe b , para o Modelo Hipercubo e Hipercubo Aproximado, respectivamente.

$$P_{lossa} = \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda} \right) (P_{a^3a^3a^3001} + \dots + P_{b^3b^3b^3001}) \quad (105)$$

$$+ \left(\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda} \right) (P_{a^2a^2a^2011} + P_{a^3a^3a^3011} + \dots + P_{b^3b^3b^3011})$$

$$+ \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda} \right) (P_{a^1a^1a^1101} + P_{a^3a^3a^3101} + \dots + P_{b^3b^3b^3101})$$

$$+ P_{a^1a^1a^1111} + P_{a^2a^2a^2111} + P_{a^3a^3a^3111} + \dots + P_{b^3b^3b^3111}$$

$$\begin{aligned}
P_{lossa} = & \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda} \right) (P_{aaa001} + P_{aab001} + P_{abb001} + P_{bbb001}) \\
& + \left(\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda} \right) (P_{aaa011} + P_{aab011} + P_{abb011} + P_{bbb011}) \\
& + \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda} \right) (P_{aaa101} + P_{aab101} + P_{abb101} + P_{bbb101}) \\
& + \left(\frac{\lambda_a}{\lambda} \right) (P_{aaa111} + P_{aab111} + P_{abb111} + P_{bbb111})
\end{aligned} \tag{106}$$

$$\begin{aligned}
P_{lossb} = & \left(\frac{\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda} \right) (P_{a^3a^3a^3001} + \dots + P_{b^3b^3b^3001}) \\
& + \left(\frac{\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda} \right) (P_{a^2a^2a^2011} + P_{a^3a^3a^3011} + \dots + P_{b^3b^3b^3011}) \\
& + \left(\frac{\lambda_{b1} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda} \right) (P_{a^1a^1a^1101} + P_{a^3a^3a^3101} + \dots + P_{b^3b^3b^3101}) \\
& + P_{a^1a^1a^1111} + P_{a^2a^2a^2111} + P_{a^3a^3a^3111} + \dots + P_{b^3b^3b^3111}
\end{aligned} \tag{107}$$

$$\begin{aligned}
P_{lossb} = & \left(\frac{\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda} \right) (P_{aaa001} + P_{aab001} + P_{abb001} + P_{bbb001}) \\
& + \left(\frac{\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda} \right) (P_{aaa011} + P_{aab011} + P_{abb011} + P_{bbb011}) \\
& + \left(\frac{\lambda_{b1} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda} \right) (P_{aaa101} + P_{aab101} + P_{abb101} + P_{bbb101}) \\
& + \left(\frac{\lambda_b}{\lambda} \right) (P_{aaa111} + P_{aab111} + P_{abb111} + P_{bbb111})
\end{aligned} \tag{108}$$

5.5.4 Taxa de entrada no Sistema

Em sistemas onde nem todas as chamadas que chegam entram efetivamente no mesmo, é necessário calcular a taxa de entrada nos mesmos. Nesses sistemas, a taxa de chegada é maior do que a taxa de entrada devido às chamadas que são perdidas. A taxa de entrada no sistema pode ser calculada pela Equação (109).

$$\bar{\lambda} = \lambda(1 - P_{loss}) \tag{109}$$

Pode-se calcular também a taxa de entrada no sistema para cada classe de chamados, considerando a respectiva perda de chamados de cada classe. As Equações (110) e (111) definem, respectivamente, a taxa de entrada no sistema de chamados com prioridade a e b .

$$\bar{\lambda}_a = \lambda_a(1 - P_{lossa}) \tag{110}$$

$$\bar{\lambda}_b = \lambda_b(1 - P_{lossb}) \tag{111}$$

5.5.5 Carga de Trabalho de cada servidor i

A carga de trabalho ou *workload* representa a parcela do tempo, em porcentagem, que o servidor está ocupado. Em sistemas, como esse exemplo, no qual é admitida a formação de filas, deve-se considerar os estados em que o servidor está ocupado e não ocorre fila de espera (associados ao hipercubo) e os estados em que o servidor está ocupado e ocorre fila (associados às filas). Nesse exemplo, deve-se considerar a existência de mais de uma cauda e a ocupação dos servidores nos estados relacionados a essas caudas.

A carga de trabalho de cada servidor i pode ser calculada baseando-se na Equação (35) proposta por Larson (1974) e considerando o *backup* parcial no cálculo da parcela associada à fila de espera. As expressões (112), (113) e (114) definem a carga de trabalho para cada um dos servidores para o Modelo Hipercubo e as expressões (115), (116) e (117), para o Modelo Hipercubo Aproximado.

$$\rho_1 = P_{100} + P_{110} + P_{101} + P_{111} + P_{a^1_{101}} + \dots + P_{b^3b^3b^3_{101}} + P_{a^1_{111}} + \dots + P_{b^3b^3b^3_{111}} \quad (112)$$

$$\rho_2 = P_{010} + P_{110} + P_{011} + P_{111} + P_{a^2_{011}} + \dots + P_{b^3b^3b^3_{011}} + P_{a^1_{111}} + \dots + P_{b^3b^3b^3_{111}} \quad (113)$$

$$\rho_3 = P_{001} + P_{101} + P_{011} + P_{111} + P_{a^3_{001}} + \dots + P_{b^3b^3b^3_{001}} + P_{a^2_{011}} + \dots + P_{b^3b^3b^3_{011}} \\ + P_{a^1_{101}} + \dots + P_{b^3b^3b^3_{101}} + P_{a^1_{111}} + \dots + P_{b^3b^3b^3_{111}} \quad (114)$$

$$\rho_1 = P_{100} + P_{110} + P_{101} + P_{111} + P_{a_{101}} + P_{b_{101}} + \dots + P_{bbb_{101}} + P_{a_{111}} + P_{b_{111}} + \dots \\ + P_{bbb_{111}} \quad (115)$$

$$\rho_2 = P_{010} + P_{110} + P_{011} + P_{111} + P_{a_{011}} + P_{b_{011}} + \dots + P_{bbb_{011}} + P_{a_{111}} + P_{b_{111}} + \dots \\ + P_{bbb_{111}} \quad (116)$$

$$\rho_3 = P_{001} + P_{101} + P_{011} + P_{111} + P_{a_{001}} + P_{b_{001}} + \dots + P_{bbb_{001}} + P_{a_{011}} + P_{b_{011}} + \dots \\ + P_{bbb_{011}} + P_{a_{101}} + P_{b_{101}} + \dots + P_{bbb_{101}} + P_{a_{111}} + P_{b_{111}} + \dots + P_{bbb_{111}} \quad (117)$$

5.5.6 Frequência de despacho

A frequência de despacho representa a fração de todos os despachos do servidor i ao átomo j (f_{ij}). De acordo com Chiyoshi et al. (2000), essa fração é composta pela fração de despachos do servidor i para o átomo j que não incorre em espera (f_{ij}^{nq}) e pela fração de despachos do servidor i para o átomo j que incorre em espera (f_{ij}^q), conforme mostra (118).

$$f_{ij} = f_{ij}^{nq} + f_{ij}^q \quad (118)$$

Nesse exemplo, são utilizados duas classes de chamados: a e b . Logo, a fração total de despachos do servidor i ao átomo j também pode ser obtida em função da fração de

chamados para atender os chamados do tipo a (f_{ija}) e da fração de despacho para atender os chamados do tipo b (f_{ijb}), como mostra a Equação (119).

$$f_{ij} = f_{ija} + f_{ijb} \quad (119)$$

Para cada tipo de chamada (tipo a ou b), um determinado chamado pode incorrer ou não em fila de espera. Assim, para chamadas do tipo a e b têm-se, respectivamente, as expressões (120) e (121).

$$f_{ija} = f_{ija}^{nq} + f_{ija}^q \quad (120)$$

$$f_{ijb} = f_{ijb}^{nq} + f_{ijb}^q \quad (121)$$

A fração de despachos que não incorre em fila de espera (f_{ij}^{nq}) pode ser obtida pela Equação (122) (IANNONI et al., 2011). Essa equação considera a existência de perda de chamados em decorrência da limitação do tamanho da fila. Além disso, a probabilidade de perda (P_{loss}) considera a existência de *backup* parcial nesse sistema.

$$f_{ij}^{nq} = \frac{\lambda_j \sum_{B \in E_{ij}} P_B}{1 - P_{loss}} \quad (122)$$

O conjunto E_{ij} representa o conjunto de estados nos quais o servidor i é o primeiro servidor disponível na lista de preferência de despacho para o átomo j . Nesse exemplo, os estados em que o servidor 1 é o primeiro servidor disponível para o átomo 1 (E_{11}) são {000}, {001}, {010} e {011} e a sua probabilidade é dada por (123). Ao se utilizar o *backup* parcial e observando a lista de preferência de despacho (Tabela 24), os conjuntos onde o servidor i não pode ser enviado ao átomo j recebem valor zero. Esses conjuntos são, para esse exemplo, E_{21} , E_{12} , E_{13} , E_{14} , E_{15} , E_{23} , E_{24} e E_{25} .

$$\sum_{B \in E_{11}} P_B = P_{000} + P_{001} + P_{010} + P_{011} \quad (123)$$

Analogamente, pode-se obter a fração de despachos de chamados que não incorrem em fila de espera para as classes a e b por meio das Equações (124) e (125), respectivamente.

$$f_{ija}^{nq} = \frac{\lambda_{ja} \sum_{B \in E_{ij}} P_B}{1 - P_{loss}} \quad (124)$$

$$f_{ijb}^{nq} = \frac{\lambda_{jb} \sum_{B \in E_{ij}} P_B}{1 - P_{loss}} \quad (125)$$

A fração de despachos que incorre em fila de espera (f_{ij}^q) pode ser obtida através da Equação (126) e também considera a perda de chamados, o *backup* parcial e a existência de servidores heterogêneos, características desse sistema.

$$f_{ij}^q = \frac{\frac{\lambda_j \mu_i}{\lambda \mu_j^s} \sum_{B \in E2_{ij}} P_B}{1 - P_{loss}} \quad (126)$$

O termo μ_j^s representa a soma da taxa de atendimento dos servidores que podem atender no átomo j , considerando a Lista de Preferência de Despacho (Tabela 24). Assim, tem-se que $\mu_1^s = \mu_1 + \mu_3$, $\mu_2^s = \mu_2 + \mu_3$, $\mu_3^s = \mu_3$, $\mu_4^s = \mu_3$ e $\mu_5^s = \mu_3$.

O conjunto $E2_{ij}$ representa o conjunto de estados nos quais o servidor i é o primeiro servidor a ser enviado ao átomo j para atender um chamado que incorre em fila de espera. Inclui os estados em que todos os servidores que pertencem à lista de despacho para o átomo j estão ocupados e há espaço disponível na fila (fila limitada). Nesse exemplo, para o átomo 1 os servidores preferencial e *backup* são, respectivamente, os servidores 1 e 3 e para o átomo 2, os servidores 2 e 3. Logo, o conjunto $E2_{11}$ inclui todos os estados em que os servidores 1 e 3 estão ocupados e o conjunto $E2_{22}$ inclui todos os estados em que os servidores 2 e 3 estão ocupados. Os conjuntos $E2_{11}$ e $E2_{22}$ podem ser observados nas expressões (127) e (128) para o Modelo Hipercubo e nas expressões (129) e (130) para o Modelo Aproximado. Analogamente ao conjunto E_{ij} , o conjunto $E2_{ij}$ associado à fila também recebe valor zero quando o servidor i não pode ser enviado ao átomo j .

$$\sum_{B \in E2_{11}} P_B = P_{111} + P_{a^1 111} + \dots + P_{b^3 b^3 b^3 111} + P_{101} + P_{a^1 101} + \dots + P_{b^3 b^3 b^3 101} \quad (127)$$

$$\sum_{B \in E2_{22}} P_B = P_{111} + P_{a^1 111} + \dots + P_{b^3 b^3 b^3 111} + P_{011} + P_{a^2 011} + \dots + P_{b^3 b^3 b^3 011} \quad (128)$$

$$\sum_{B \in E2_{11}} P_B = P_{111} + P_{a111} + P_{b111} + \dots + P_{bb111} + P_{101} + P_{a101} + P_{b101} + \dots + P_{bb101} \quad (129)$$

$$\sum_{B \in E2_{22}} P_B = P_{111} + P_{a111} + P_{b111} + \dots + P_{bb111} + P_{011} + P_{a011} + P_{b011} + \dots + P_{bb011} \quad (130)$$

As frações de despacho que incorrem em fila para a classe a e b são definidas nas expressões (131) e (132).

$$f_{ija}^q = \frac{\frac{\lambda_{ja} \mu_i}{\lambda \mu_j^s} \sum_{B \in E_{2ij}} P_B}{1 - P_{loss}} \quad (131)$$

$$f_{ijb}^q = \frac{\frac{\lambda_{jb} \mu_i}{\lambda \mu_j^s} \sum_{B \in E_{2ij}} P_B}{1 - P_{loss}} \quad (132)$$

5.5.7 Tempos Médios de Viagem

Os tempos de viagem são importantes medidas de desempenho de sistemas emergenciais. Larson (1974) introduziu expressões para o cálculo desses tempos em sistemas que admitem ou não a formação de fila de espera. Larson (1974) também introduziu a ideia de separar esses tempos em duas partes: a parte que não espera em fila, a qual já havia calculado previamente para sistemas que não admitem fila, e a parte que espera. Entretanto, a frequência de despacho que incorre em fila (f_{ij}^q) não é utilizada explicitamente no cálculo desses tempos.

Já Souza (2010) e Iannoni et al. (2013) utilizam explicitamente a frequência de despacho que incorre em fila (f_{ij}^q) e o tempo médio de viagem para atender chamadas da fila de espera (t_{ij}^{nq}). Nessa seção, utilizar-se-ão as frequências (f_{ij}^q e f_{ij}^{nq}) e os tempos de viagem (t_{ij}^q e t_{ij}^{nq}) para derivar as demais medidas de desempenho para o tempo de viagem.

5.5.7.1 Tempo Médio de viagem para o servidor i , quando disponível, viajar para o átomo j

O tempo médio de viagem para o servidor i viajar ao átomo j (t_{ij}^{nq}) é calculado considerando que o servidor está disponível e que a sua localização é conhecida. Esse tempo é calculado a partir da matriz de tempos médios de viagem entre os átomos k e j (τ_{kj}) e da matriz de localização dos servidores ($\{l_{ik}\}$). Os termos da matriz l_{ik} representam a probabilidade de um servidor i , quando disponível, estar localizado no átomo k . Nesse exemplo, os servidores 1, 2 e 3 estão localizados, respectivamente, nos átomos 1, 2 e 3. A matriz $\{l_{ik}\}$, para esse exemplo, pode ser vista em (133).

$$\{l_{ik}\} = \begin{bmatrix} 10000 \\ 01000 \\ 00100 \end{bmatrix} \quad (133)$$

O tempo médio para um servidor i se deslocar ao átomo j , para atender uma chamada que não incorreu em espera, pode ser obtido pela expressão (134).

$$t_{ij}^{nq} = \sum_{k=1}^{N_a} l_{ik} \tau_{kj} \quad (134)$$

5.5.7.2 Tempo médio de viagem para um servidor i viajar até o átomo j para atender uma chamada em fila

O tempo médio de viagem para cada servidor atender uma chamada em fila (t_{ij}^q) foi definido por Larson (1974) por meio da expressão (135). Nessa expressão, p_k está relacionada com a probabilidade de a chamada ser atendida no átomo k . Essa probabilidade coincide com a probabilidade de uma chamada ser originada no átomo k ($\frac{\lambda_k}{\lambda}$), dado que as chamadas são atendidas no local do chamado. O tempo médio de viagem entre os átomos k e j (τ_{kj}) também é utilizado no cálculo.

$$t_{ij}^q = \sum_{k=1}^{N_a} p_k \tau_{kj} = \sum_{k=1}^{N_a} \frac{\lambda_k}{\lambda} \tau_{kj} \quad (135)$$

Entretanto, a Equação (135) foi desenvolvida para sistemas que utilizam *backup* total, sendo necessário adaptar essa equação para lidar com o *backup* parcial. A Expressão (136) pode ser utilizada para calcular o tempo de viagem para chamados que aguardam em fila em sistemas com *backup* parcial. O conjunto I_i representa todos os átomos que o servidor i atende.

$$t_{ij}^q = \sum_{k=1}^{N_a} \frac{\lambda_k}{\sum_{t \in I_i} \lambda_t} \tau_{kj} \quad (136)$$

5.5.7.3 Tempo médio de viagem no sistema

O tempo médio de viagem no sistema (T) inclui todas as chamadas atendidas pelo mesmo, as que aguardam em fila e as que não aguardam. Assim, representa uma média ponderada, por considerar as frequências (f_{ij}^{nq} e f_{ij}^q), dos tempos de viagem (t_{ij}^{nq} e t_{ij}^q). Souza (2010) estendeu a formulação apresentada por Larson (1974) e Larson e Odoni (1981) (ver Seção 3.2.2.5.3) ao considerar explicitamente a frequência de despacho dos chamados que aguardam em fila (f_{ij}^q) na formulação, conforme (137).

$$T = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N_a} f_{ij}^{nq} t_{ij}^{nq} + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N_a} f_{ij}^q t_{ij}^q \quad (137)$$

Nesse caso, a vantagem adicional de se utilizar essa lógica de cálculo é que no cálculo das frequências já foram incorporadas as perdas de chamadas (P_{loss}), ou seja, computa-se o tempo médio de viagem no sistema somente em função das chamadas que efetivamente ingressaram no mesmo.

5.5.7.4 Tempo médio de viagem ao átomo j

O tempo médio de viagem ao átomo j (T_j) é uma importante medida de desempenho e também pode ser calculado pela média ponderada entre os chamados que aguardam em fila e os chamados que não aguardam em fila, como mostra a expressão (138).

$$T_j = \frac{\sum_{i=1}^N f_{ij}^{nq} t_{ij}^{nq}}{\sum_{i=1}^N f_{ij}} + \frac{\sum_{i=1}^N f_{ij}^q t_{ij}^q}{\sum_{i=1}^N f_{ij}} \quad (138)$$

5.5.7.5 Tempo médio de viagem em chamados da classe k

Em sistemas que diferenciam suas chamadas e utilizam prioridades, o tempo de viagem para cada classe de chamados k (Tk_k) pode ser utilizado para analisar as diferenças entre as classes e, através disso, aplicar diferentes níveis de controle às diferentes classes. Semelhante à expressão (138), esse tempo pode ser obtido, para cada classe, através de (139). Nesse exemplo, são utilizadas as classes de chamados a e b . Logo, tem-se Tk_a e Tk_b .

$$Tk_k = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N_a} f_{ijk}^{nq} t_{ij}^{nq}}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N_a} f_{ijk}} + \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N_a} f_{ijk}^q t_{ij}^q}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N_a} f_{ijk}} \quad (139)$$

5.5.7.6 Tempo médio de viagem de cada servidor i

O tempo médio de viagem de cada servidor i (TU_i) é calculado através de uma aproximação, conforme descrito na Seção 3.2.2.2.5.5. Essa aproximação também utiliza a ponderação entre os tempos de viagem de chamadas que incorrem ou não em fila. A expressão (140) pode ser utilizada para esse cálculo (Souza, 2010).

$$TU_i = \frac{\sum_{j=1}^{N_a} f_{ij}^{nq} t_{ij}^{nq} + \sum_{j=1}^{N_a} f_{ij}^q t_{ij}^q}{\sum_{j=1}^{N_a} f_{ij}^{nq} + \sum_{j=1}^{N_a} f_{ij}^q} \quad (140)$$

5.5.7.7 Tempo médio de viagem de cada servidor i para atender chamadas da classe k

Analogamente a expressão (142), o tempo médio de viagem do servidor pode ser calculado para cada classe de chamados k (TU_{ik}) através da aproximação mostrada na Equação (141). Nesse exemplo, para as classes a e b , tem-se, respectivamente TU_{ia} e TU_{ib} .

$$TU_{ik} = \frac{\sum_{j=1}^{N_a} f_{ijk}^{nq} t_{ijk}^{nq} + \sum_{j=1}^{N_a} f_{ijk}^q t_{ijk}^q}{\sum_{j=1}^{N_a} f_{ijk}^{nq} + \sum_{j=1}^{N_a} f_{ijk}^q} \quad (141)$$

5.5.8 Número médio de clientes na fila

Segundo Larson e Odoni (1981) e Hillier e Lieberman (2010), assumindo que o sistema está em equilíbrio, o número médio de clientes na fila (L_q) pode ser obtido pela expressão (142). Nessa expressão, n representa o número de clientes na fila e P_n a probabilidade de se ter n clientes na fila.

$$L_q = \sum_{n=0}^{\infty} n P_n \quad (142)$$

Ao se utilizar mais de uma fila devido ao *backup* parcial, decidiu-se utilizar a notação S_t^m , onde m representa o número de clientes na fila e t representa o número total de clientes no sistema. Por exemplo, S_2^1 representa o conjunto de estados em que tem-se um chamado em fila e dois chamados no sistema. Esses estados são $\{a^3001\}$ e $\{b^3001\}$ no Modelo Hipercubo e $\{a001\}$ e $\{b001\}$ no Modelo Hipercubo Aproximado.

O número médio de clientes na fila pode ser obtido, para esse exemplo, com a Equação (143). Deve-se lembrar que, nesse exemplo, limitou-se a capacidade da fila de espera (r) a três unidades e n representa o número de servidores.

$$\begin{aligned} L_q &= \sum_{t=m+1}^{r+n} \sum_{m=1}^r S_t^m P_{S_t^m} = \sum_{t=2}^{r+n} S_t^1 P_{S_t^1} + \sum_{t=3}^{r+n} S_t^2 P_{S_t^2} + \sum_{t=4}^{r+n} S_t^3 P_{S_t^3} \\ &= 1 \sum_{t=2}^{r+n} P_{S_t^1} + 2 \sum_{t=3}^{r+n} P_{S_t^2} + 3 \sum_{t=4}^{r+n} P_{S_t^3} \end{aligned} \quad (143)$$

As somas das probabilidades associadas a cada número de clientes na fila podem ser obtidas, para o Modelo Hipercubo, pelas Equações (144), (145) e (146) e para o Modelo Hipercubo Aproximado pelas Equações (147), (148) e (149).

$$\sum_{t=2}^{r+n} P_{S_t^1} = P_{a^3 001} + P_{b^3 001} + P_{a^2 011} + P_{a^3 011} + P_{b^2 011} + P_{b^3 011} + P_{a^1 101} + P_{a^3 101} \quad (144)$$

$$+ P_{b^1 101} + P_{b^3 101} + P_{a^1 111} + P_{a^2 111} + P_{a^3 111} + P_{b^1 111} + P_{b^2 111} \\ + P_{b^3 111}$$

$$\sum_{t=3}^{r+n} P_{S_t^2} = P_{a^3 a^3 001} + P_{a^3 b^3 001} + P_{b^3 b^3 001} + P_{a^2 a^2 011} + P_{a^3 a^3 011} + \dots + P_{b^2 b^2 011} \quad (145)$$

$$+ P_{b^3 b^3 011} + P_{a^1 a^1 101} + P_{a^3 a^3 101} + \dots + P_{b^1 b^1 101} + P_{b^3 b^3 101} + P_{a^1 a^1 111} \\ + P_{a^2 a^2 111} + P_{a^3 a^3 111} + \dots + P_{b^1 b^1 111} + P_{b^2 b^2 111} + P_{b^3 b^3 111}$$

$$\sum_{t=4}^{r+n} P_{S_t^3} = P_{a^3 a^3 a^3 001} + \dots + P_{b^3 b^3 b^3 001} + P_{a^2 a^2 a^2 011} + P_{a^3 a^3 a^3 011} + \dots + P_{b^2 b^2 b^2 011} \quad (146)$$

$$+ P_{b^3 b^3 b^3 011} + P_{a^1 a^1 a^1 101} + P_{a^3 a^3 a^3 101} + \dots + P_{b^1 b^1 b^1 101} + P_{b^3 b^3 b^3 101} \\ + P_{a^1 a^1 a^1 111} + P_{a^2 a^2 a^2 111} + P_{a^3 a^3 a^3 111} + \dots + P_{b^1 b^1 b^1 111} + P_{b^2 b^2 b^2 111} \\ + P_{b^3 b^3 b^3 111}$$

$$\sum_{t=2}^{r+n} P_{S_t^4} = P_{a001} + P_{b001} + P_{a011} + P_{b011} + P_{a101} + P_{b101} + P_{a111} + P_{b111} \quad (147)$$

$$\sum_{t=3}^{r+n} P_{S_t^5} = P_{aa001} + P_{ab001} + P_{bb001} + P_{aa011} + P_{ab011} + P_{bb011} + P_{aa101} + P_{ab101} \quad (148)$$

$$+ P_{bb101} + P_{aa111} + P_{ab111} + P_{bb111}$$

$$\sum_{t=4}^{r+n} P_{S_t^6} = P_{aaa001} + P_{aab001} + P_{abb001} + P_{bbb001} + P_{aaa011} + P_{aab011} + P_{abb011} \quad (149)$$

$$+ P_{bbb011} + P_{aaa101} + P_{aab101} + P_{abb101} + P_{bbb101} + P_{aaa111} + P_{aab111} \\ + P_{abb111} + P_{bbb111}$$

Reescrevendo a Equação (143) em função de (144), (145) e (146) ou de (147), (148) e (149) tem-se, respectivamente, a expressão (150) para o cálculo do número médio de chamados na fila para o Modelo Hipercubo e a expressão (151) para o Modelo Hipercubo Aproximado.

$$L_q = 1(P_{a^3 001} + P_{b^3 001} + P_{a^2 011} + P_{a^3 011} + P_{b^2 011} + P_{b^3 011} + P_{a^1 101} + P_{a^3 101} \quad (150) \\ + P_{b^1 101} + P_{b^3 101} + P_{a^1 111} + P_{a^2 111} + P_{a^3 111} + P_{b^1 111} + P_{b^2 111} \\ + P_{b^3 111}) + 2(P_{a^3 a^3 001} + P_{a^3 b^3 001} + P_{b^3 b^3 001} + P_{a^2 a^2 011} + \dots \\ + P_{b^3 b^3 011} + P_{a^1 a^1 101} + \dots + P_{b^3 b^3 101} + P_{a^1 a^1 111} + P_{a^2 a^2 111} + P_{a^3 a^3 111} \\ + \dots + P_{b^1 b^1 111} + P_{b^2 b^2 111} + P_{b^3 b^3 111}) + 3(P_{a^3 a^3 a^3 001} + \dots \\ + P_{b^3 b^3 b^3 001} + P_{a^2 a^2 a^2 011} + \dots + P_{b^3 b^3 b^3 011} + P_{a^1 a^1 a^1 101} + \dots \\ + P_{b^3 b^3 b^3 101} + P_{a^1 a^1 a^1 111} + \dots + P_{b^3 b^3 b^3 111})$$

$$\begin{aligned}
L_q = 1 & (P_{a001} + P_{b001} + P_{a011} + P_{b011} + P_{a101} + P_{b101} + P_{a111} + P_{b111}) \\
& + 2(P_{aa001} + P_{ab001} + P_{bb001} + P_{aa011} + P_{ab011} + P_{bb011} + P_{aa101} \\
& + P_{ab101} + P_{bb101} + P_{aa111} + P_{ab111} + P_{bb111}) + 3(P_{aaa001} + P_{aab001} \\
& + P_{abb001} + P_{bbb001} + P_{aaa011} + P_{aab011} + P_{abb011} + P_{bbb011} + P_{aaa101} \\
& + P_{aab101} + P_{abb101} + P_{bbb101} + P_{aaa111} + P_{aab111} + P_{abb111} \\
& + P_{bbb111})
\end{aligned} \tag{151}$$

Para calcular o número médio de clientes na fila para cada classe de chamado, pode-se adotar raciocínio análogo ao descrito para o número médio de clientes tanto para o Modelo Hipercubo e Modelo Hipercubo Aproximado.

5.5.9 Tempo médio de espera no sistema

O tempo médio de espera no sistema inclui o tempo médio de espera para todos os chamados que ingressam no sistema, ou seja, inclui os chamados que efetivamente esperam em fila e os que não esperam. O tempo médio de espera em fila pode ser obtido utilizando o número médio de clientes na fila (L_q) através da fórmula de Little ($W_q = \frac{L_q}{\lambda}$). A fórmula de Little pode ser aplicada independente da disciplina da fila (Kleinrock, 1976), que nesse exemplo, utiliza como disciplina a prioridade relacionada à classe do chamado. Além disso, nesse caso em que existe perda de chamados, deve-se utilizar a taxa de entrada ao invés da taxa de chegada ao sistema, conforme (152).

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \tag{152}$$

Também pode-se utilizar a fórmula de Little para o cálculo do tempo médio de espera para cada classe de chamados, conforme mostra as Equações (153) e (154), respectivamente para a classe a e b .

$$W_{qa} = \frac{L_{qa}}{\lambda_a} \tag{153}$$

$$W_{qb} = \frac{L_{qb}}{\lambda_b} \tag{154}$$

5.6 Modelo de Simulação para o Exemplo Ilustrativo

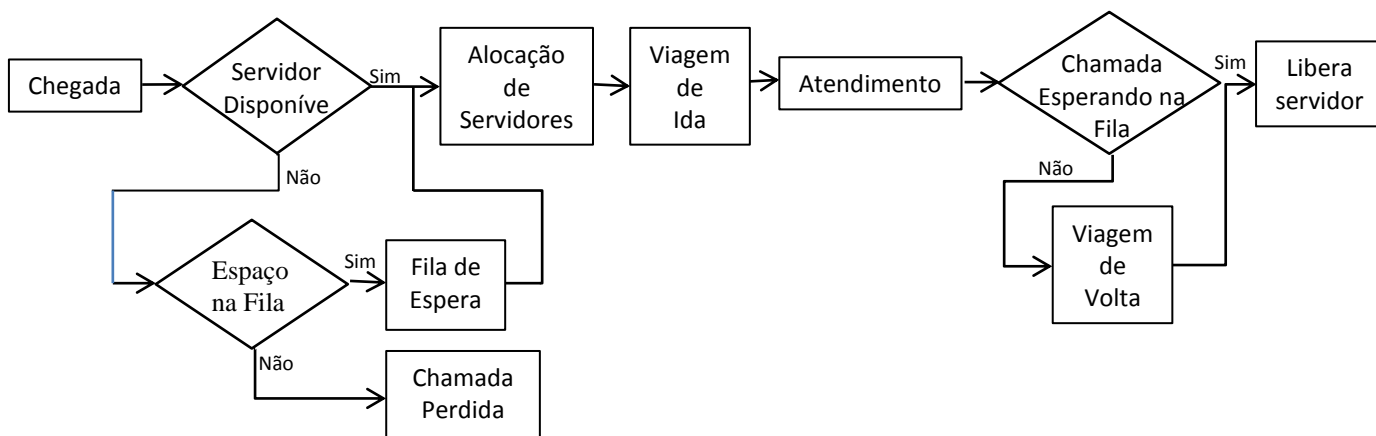
Foi desenvolvido um modelo de simulação baseado no exemplo ilustrativo apresentado na Seção 5.1, para representar de forma mais precisa o sistema e comparar os seus resultados com o do Modelo Hipercubo. Este modelo utiliza a mesma lógica do modelo de simulação apresentado na Seção 4.2, entretanto, utiliza mais de uma classe de chamados e

prioridade na fila de espera, lista fixa de preferência de despacho e servidores descentralizados. Note que o modelo de simulação é mais preciso que o modelo hipercubo para representar esse sistema, pois os processos de chegada e serviço não precisam ser de Poisson, e os tempos de viagem de ida e volta aos chamados não são incluídos no tempo de atendimento, diretamente, e não precisam ser exponencialmente distribuídos.

No exemplo ilustrativo, os recursos disponíveis são três caminhões oficina. Os servidores 1, 2 e 3, quando disponíveis ficam localizados, respectivamente nos átomos 1, 2 e 3. Esse sistema utiliza a lista de preferência de despacho da Tabela 24 para definir a ordem de preferência de despacho. Nesse modelo, as entidades representam as chamadas pelo atendimento e podem ser de dois tipos: classe *a* e classe *b*. Além disso, em todos os casos, é enviado apenas um servidor para realizar o atendimento (despacho simples).

A Figura 20 apresenta um esquema do modelo de simulação desenvolvido no *software* Arena 14.0. O processo de chegada considera a chegada em cada um dos 5 átomos de dois tipos de chamada (classe *a* e *b*), pois são processos independentes (ver “Chegada” na Figura 20). Para as distribuições do intervalo entre chegada de chamados, utilizou-se distribuições exponenciais negativas para cada classe de chamado em cada um dos átomos. Essa distribuição foi aqui escolhida simplesmente por se tratar de uma das hipóteses de aplicação do modelo hipercubo. Outras distribuições que melhor se ajustem em testes de aderência podem ser escolhidas em aplicações reais. Os intervalos médios entre chegadas para cada átomo e cada tipo de chamada foram calculados utilizando os dados da Tabela 22. O intervalo médio entre chegadas pode ser obtido fazendo-se o inverso da taxa de chegada (λ) para cada átomo e classe de chamado.

Figura 20 – Esquema do Modelo de Simulação do Exemplo Ilustrativo



Após a chegada de uma entidade ao sistema (chamado), verifica-se a disponibilidade dos servidores que compõem a lista de preferência de despacho para o átomo onde a chamada teve origem devido ao *backup* parcial (“Servidor Disponível” na Figura 20). Inicia-se verificando a disponibilidade do servidor preferencial. Caso esse esteja ocupado, verifica-se a disponibilidade do servidor *backup*. Se esse servidor também estiver ocupado, a chamada é direcionada à fila de espera (“Fila de Espera” na Figura 20).

Por exemplo, para o átomo 1, verifica-se a disponibilidade do servidor 1 e, estando este ocupado, verifica-se a disponibilidade do servidor 3. Caso os dois estejam ocupados, a chamada é encaminhada para a fila de espera. Entretanto, os átomos 3, 4 e 5 não contam com servidor *backup* para realizar o atendimento. Nesse caso, se o servidor 3 estiver ocupado, a chamada é direcionada à fila de espera.

Quando a chamada é encaminhada para a fila de espera, testa-se a existência de capacidade disponível na fila para receber essa chamada (“Espaço na Fila” na Figura 20). Nesse exemplo, limitou-se a capacidade da fila de espera em três unidades. Quando o chamado não encontra espaço na fila, a chamada sai do sistema e é considerada perdida (“Chamada Perdida” na Figura 20).

A chamada que entra na fila de espera obedece ao regime de prioridade dessa fila. As chamadas da classe *a* têm prioridade em relação aos chamados da classe *b* e dentro da mesma classe o atendimento acontece de acordo com a ordem de chegada. Por exemplo, uma chamada da classe *a*, ao chegar à fila e encontrar apenas chamadas da classe *b*, é direcionada ao início da fila. Caso encontre chamadas da classe *a*, ela será direcionada para a posição na fila imediatamente após a última chamada da classe *a*.

A alocação de servidores é realizada de acordo com a Lista de Preferência de Despacho mostrada na Tabela 24, necessariamente observando a ordem entre o servidor preferencial e o *backup* (quando estiver disponível) (“Alocação de Servidores” na Figura 20).

O sistema conta com três servidores para realizar todo o atendimento. Os servidores 1 e 2 atendem exclusivamente o átomo onde estão localizados. Já o servidor 3 pode ser enviado a qualquer átomo. Os tempos de viagem entre os átomos podem ser observados na Tabela 25.

Deve-se considerar também que quando chega um chamado e os servidores (preferencial e *backup*) para o respectivo átomo estão ocupados, ele é direcionado para a fila de espera. Assim que um desses servidores fica disponível, ele se desloca diretamente do átomo onde realizava o atendimento para atender esse novo chamado, ou seja, nem sempre os

deslocamentos envolvem a viagem diretamente da base para o local de atendimento devido à existência da fila de espera (“Viagem de Ida” na Figura 20).

O processo de atendimento é simulado separadamente para cada um dos três servidores (“Atendimento” na Figura 20). O tempo de atendimento nesse modelo de simulação considera o tempo de *setup* da equipe e o tempo em cena. Diferente do modelo hipercubo, os tempos de deslocamento, tanto de ida quanto de volta, são considerados separadamente permitindo o cálculo de estatísticas relacionadas ao tempo de viagem. O tempo de atendimento para os três servidores utilizados no modelo de simulação considerou a distribuição exponencial, uma das hipóteses do Modelo Hipercubo, como mostra a Tabela 26.

Tabela 26 – Tempo de Atendimento do Exemplo Ilustrativo

Servidor	Tempo de Atendimento (horas)
1	1,05
2	0,80
3	0,6333

Assim que o atendimento é encerrado, verifica-se a existência de chamados aguardando na fila pelo respectivo servidor (“Chamada Esperando na Fila” na Figura 20). Caso existam, o servidor é imediatamente liberado e o tempo de deslocamento é computado no tempo de viagem de ida para o atendimento da nova chamada (“Libera Servidor” na Figura 20). Comparando com o modelo hipercubo, o modelo de simulação considera dois tempos de atendimento diferentes: um para os estados da cauda (fila de espera) e outro para os estados do hipercubo. Essa adaptação torna o modelo de simulação mais próximo do sistema real, uma vez que o sistema real admite essa diferenciação dos tempos de atendimento. Quando não existem chamados aguardando na fila, o servidor retorna à base, e então é liberado (“Viagem de Volta” na Figura 20).

5.7 Implementação Computacional dos Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado e do Modelo de Simulação

Os Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado e as Medidas de Desempenho apresentados nas Seções 5.1, 5.2 e 5.5 foram implementados na linguagem C++ utilizando o *software* Dev C++. Os programas contam com procedimentos para geração das equações de equilíbrio para o sistema (geração das equações do hipercubo e equações das caudas), outro procedimento utilizando o Método de Gauss-Seidel para a resolução do sistema de equações lineares e um terceiro procedimento para computar as medidas de desempenho.

O sistema de equações lineares gerado pode ser escrito como $Ax = b$, onde x é um vetor das probabilidades de cada estado do sistema, A é uma matriz dos termos dependentes, b é o vetor de termos independentes.

Para verificar o procedimento de geração das equações de equilíbrio, antes de resolver o sistema de equações lineares ($Ax=b$), testou-se a matriz A antes de inserir a equação de normalização. Esse teste consiste em realizar o somatório dos valores de cada coluna, devendo cada um desses somatórios ser igual a zero. Em todas as colunas da matriz isso foi observado considerando uma precisão de 10^{-6} .

O modelo de simulação descrito na Seção 5.6 foi desenvolvido no *software* Arena 14.0. Utilizou-se uma corrida com período de aquecimento de 2000 horas, 12000 horas de tempo de simulação e controlou-se a correlação de cada variável do modelo. Os modelos foram implementados utilizando um computador Intel Core i5, 500 GB de HD e 4GB de RAM em um sistema operacional Windows 7.

5.8 Resultados dos Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado e do Modelo de Simulação para o Exemplo Ilustrativo

Nessa seção são apresentados os resultados obtidos para o Modelo hipercubo, Modelo Hipercubo Aproximado e o Modelo de Simulação, bem como a comparação desses resultados para cada uma das medidas de desempenho. Os resultados obtidos indicam a adequação da extensão desenvolvida para os Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado ao comparar com o Modelo de Simulação. Além disso, os resultados também indicam a proximidade dos Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado em função dos desvios percentuais e absolutos para as medidas de desempenho terem sido baixos. Utilizando o Modelo Hipercubo e o Modelo Hipercubo Aproximado foram calculadas as probabilidades de fila e de saturação, como mostra a Tabela 27. Além disso, a probabilidade de perda de chamados nesse exemplo ilustrativo foi de aproximadamente 6 %.

Tabela 27 – Probabilidades associadas ao Exemplo Ilustrativo

Probabilidade	Hipercubo	Hipercubo Aproximado	Desvio Hipercubo Aproximado – Hipercubo	
			Absoluto	%
P_q	0,4386	0,4037	-0,0349	-7,95
P_s	0,4468	0,4465	-0,0003	-0,06

A carga de trabalho ou *workload* foi calculada para cada servidor utilizando os Modelos Hipercubo, Hipercubo Aproximado e de Simulação, como mostra a Tabela 28. O desvio percentual médio comparando o Modelo Hipercubo e Hipercubo Aproximado e o

Modelo Hipercubo Aproximado e Simulação foram de cerca de 4 % e o do Modelo Hipercubo e Simulação foi de 2,42 %.

A frequência de despacho (f_{ij}) do servidor i para o átomo j foi calculada para os Modelos Hipercubo, Hipercubo Aproximado e de Simulação e os respectivos desvios absolutos e percentuais dessas medidas, como mostra a Tabela 29. Devido ao *backup* parcial, os servidores 1 e 2 não são enviados a outros átomos e, por esse motivo, apresentam apenas uma frequência e o desvio médio para estes servidores pode ser observado diretamente na Tabela 29. Já no caso do servidor 3, deve-se considerar as frequências para os cinco átomos e o desvio médio de 2,74 % ou 0,0033 comparando o Modelo Hipercubo Aproximado e o Modelo Hipercubo, 15,14 % ou 0,0105 entre o Modelo Hipercubo Aproximado e o de Simulação e 14,20 % ou 0,0105 entre o Modelo Hipercubo e de Simulação. Observou-se também na Tabela 29, desvios percentuais elevados em algumas frequências, principalmente para o Servidor 3. Entretanto, ao observar diretamente os valores das frequências e do desvio absoluto, percebe-se diferenças pequenas. Como os valores dessas frequências são muito pequenos, uma variação relativamente pequena (em valor absoluto) pode refletir numa variação percentual significativa, embora isso nem sempre implique numa imprecisão importante em medidas mais agregadas do sistema.

Tabela 28 – Carga de Trabalho para o Exemplo Ilustrativo

Servidor	Carga de Trabalho			Desvio Hipercubo Aproximado Hipercubo		Desvio Hipercubo Simulação		Desvio Hipercubo Aproximado Simulação	
	Hipercubo	Hipercubo Aproximado	Simulação	Absoluto	%	Absoluto	%	Absoluto	%
1	0,2981	0,3091	0,3022	0,0110	3,69	-0,0041	-1,37	0,0068	2,26
2	0,3775	0,4030	0,3733	0,0255	6,75	0,0041	1,10	0,0296	7,93
3	0,6932	0,6748	0,6616	-0,0183	-2,64	0,0316	4,77	0,0132	2,00
Média	0,4563	0,4623	0,4457	0,0182	4,36	0,0133	2,42	0,0165	4,06

Tabela 29 – Frequência de Despacho para o Exemplo Ilustrativo

f_{ij}	Frequência de Despacho do servidor i para o átomo j			Desvio Hipercubo Aproximado Hipercubo		Desvio Hipercubo Simulação		Desvio Hipercubo Aproximado Simulação	
	Hipercubo	Hipercubo Aproximado	Simulação	Absoluto	%	Absoluto	%	Absoluto	%
f_{11}	0,1493	0,1513	0,1736	0,0019	1,31	-0,0243	-14,00	-0,0223	-12,87
f_{22}	0,2513	0,2551	0,2789	0,0037	1,50	-0,0276	-9,91	-0,0238	-8,55
f_{31}	0,0508	0,0517	0,0419	0,0008	1,75	0,0089	21,35	0,0098	23,47
f_{32}	0,1024	0,1070	0,0803	0,0045	4,43	0,0221	27,52	0,0266	33,17
f_{33}	0,2973	0,2898	0,2811	-0,0074	-2,50	0,0161	5,75	0,0087	3,10
f_{34}	0,1114	0,1087	0,1119	-0,0027	-2,50	-0,0004	-0,35	-0,0031	-2,85
f_{35}	0,0371	0,0362	0,0320	-0,0009	-2,51	0,0051	16,02	0,0041	13,11
	Média			0,0031	2,36	0,0149	13,56	0,0141	13,87

O tempo de viagem foi calculado para cada átomo, como mostra a Tabela 30. Os tempos de viagem ao átomo apresentaram desvio médio de 0,63 % e desvio absoluto de 0,0011 horas entre os Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado e de aproximadamente 10 % e 0,015 horas entre os Modelos Hipercubo Aproximado e Simulação e entre os Modelos Hipercubo e Simulação. Pode-se observar também que os resultados dos Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado foram superiores ao do Modelo de Simulação em todos os átomos.

Tabela 30 – Tempo Médio de Viagem ao Átomo no Exemplo Ilustrativo

Átomo	Tempo Médio de Viagem ao Átomo			Desvio Hipercubo Aproximado Hipercubo		Desvio Hipercubo Simulação		Desvio Hipercubo Aproximado Simulação	
	Hipercubo	Hipercubo Aproximado	Simulação	Horas	%	Horas	%	Horas	%
1	0,1708	0,1715	0,1611	0,0006	0,39	0,0096	5,99	0,0103	6,40
2	0,1403	0,1410	0,1334	0,0007	0,54	0,0068	5,15	0,0076	5,73
3	0,1953	0,1920	0,1499	-0,0033	-1,69	0,0454	30,32	0,0421	28,11
4	0,1653	0,1648	0,1516	-0,0005	-0,32	0,0137	9,03	0,0131	8,68
5	0,1887	0,1891	0,1864	0,0003	0,20	0,0023	1,23	0,0026	1,44
Média				0,0011	0,63	0,0155	10,34	0,0151	10,07

Os tempos médios de viagem de cada servidor são mostrados na Tabela 31. Nessa tabela, pode-se perceber que todos os tempos de viagem para os servidores 1 e 2 apresentam os mesmos valores. Esses dois servidores não são enviados a outros átomos, justificando os valores no hipercubo e hipercubo aproximado, e os modelos de simulação utilizam tempos de deslocamento determinísticos, uma vez que não se têm disponíveis os tempos de viagem de cada servidor. Para o servidor 3, também pode ser observado que os resultados dos Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado são um pouco maiores do que os do Modelo de Simulação. Ao comparar os Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado, pode-se perceber que os desvios percentuais nas três medidas foram aproximadamente iguais a 0. Já ao comparar os demais modelos, os desvios percentuais chegaram ao máximo de 5,65 %.

Os resultados dos três modelos para o tempo médio de viagem no sistema e o tempo médio de viagem para as classes *a* e *b* de chamados são apresentados na Tabela 32. Os desvios percentuais foram inferiores a 1 % ao comparar os Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado. Ao comparar os Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado com o Modelo de Simulação chegaram a 16,47 %. Vale observar que os tempos nos Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado foram superiores ao do Modelo de Simulação para as três medidas.

Em relação à fila de espera, o número médio de clientes em fila e o tempo médio de espera na fila podem ser observados na Tabela 33. Os resultados para as duas

medidas de desempenho foram bem diferentes aos comparar os Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado com o Modelo de Simulação. Já em relação ao Modelo Hipercubo e Hipercubo Aproximado, os desvios foram de cerca de 10 %. Além disso, tanto para o número médio quanto para o tempo médio em fila, todos os resultados para o Modelo Hipercubo e Hipercubo Aproximado ficam maiores do que os resultados da Simulação.

Tabela 31 – Tempo Médio de Viagem do Servidor no Exemplo Ilustrativo

	Servidor	Hipercubo	Hipercubo Aproximado	Simulação
Tempo Médio de Viagem do Servidor	1	0,1	0,1	0,1
	2	0,1	0,1	0,1
	3	0,2124	0,2117	0,1873
Tempo Médio de Viagem para chamados da classe <i>a</i>	1	0,1	0,1	0,1
	2	0,1	0,1	0,1
	3	0,2478	0,2476	0,2335
Tempo Médio de Viagem para chamados da classe <i>b</i>	1	0,1	0,1	0,1
	2	0,1	0,1	0,1
	3	0,1984	0,1972	0,1696
Desvio Médio Tempo Médio de Viagem do Servidor	Hipercubo Aproximado - Hipercubo		Horas	0,0002
			%	0,10
	Hipercubo - Simulação		Horas	0,0083
			%	4,47
	Hipercubo Aproximado - Simulação		Horas	0,0081
			%	4,35
Desvio Médio Tempo Médio de Viagem para chamados da classe <i>a</i>	Hipercubo Aproximado - Hipercubo		Horas	$7 \cdot 10^{-5}$
			%	0,03
	Hipercubo - Simulação		Horas	0,0047
			%	2,04
	Hipercubo Aproximado - Simulação		Horas	0,0047
			%	2,01
Desvio Médio Tempo Médio de Viagem para chamados da classe <i>b</i>	Hipercubo Aproximado - Hipercubo		Horas	0,0003
			%	0,19
	Hipercubo - Simulação		Horas	0,0095
			%	5,65
	Hipercubo Aproximado - Simulação		Horas	0,0092
			%	5,42

Tabela 32 – Tempo Médio de Viagem no Sistema e para cada classe de chamados para o Exemplo Ilustrativo

Tempo Médio de Viagem	Hipercubo	Hipercubo Aproximado	Simulação	Desvio Hipercubo Aproximado Hipercubo		Desvio Hipercubo Simulação		Desvio Hipercubo Aproximado Simulação	
				Horas	%	Horas	%	Horas	%
Sistema	0,1673	0,1663	0,1477	-0,0010	-0,61	0,0196	13,26	0,0185	12,56
Chamados da classe <i>a</i>	0,1597	0,1594	0,1468	-0,0002	-0,18	0,0128	8,75	0,0125	8,55
Chamados da classe <i>b</i>	0,1729	0,1714	0,1484	-0,0014	-0,84	0,0244	16,47	0,0229	15,49

Tabela 33 – Tempo Médio e Número Médio de Clientes em Fila no Exemplo Ilustrativo

		Hipercubo	Hipercubo Aproximado	Simulação
Número Médio de Clientes na Fila	Total	0,7827	0,6907	0,5118
	Classe <i>a</i>	0,1292	0,1241	0,0908
	Classe <i>b</i>	0,6535	0,5665	0,4210
Tempo Médio em Fila para todos os chamados	Total	0,6003	0,5233	0,3791
	Classe <i>a</i>	0,2205	0,2112	0,1560
	Classe <i>b</i>	0,8559	0,7355	0,5480
Desvio Médio Número Médio de Clientes na Fila	Hipercubo Aproximado - Hipercubo		Quantidade	0,0613
			%	9,66
	Hipercubo - Simulação		Quantidade	0,1805
			%	50,15
	Hipercubo Aproximado - Simulação		Quantidade	0,1192
			%	35,41
Desvio Médio Tempo Médio em Fila para todos os chamados	Hipercubo Aproximado - Hipercubo		Horas	0,0689
			%	10,37
	Hipercubo - Simulação		Horas	0,1978
			%	51,94
	Hipercubo Aproximado - Simulação		Horas	0,1289
			%	35,86

5.9 Melhoria nos Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado considerando taxas de atendimento diferenciadas

Em função dos resultados apresentados na Seção 5.7, percebeu-se a necessidade de fazer modificações adicionais nos Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado para torna-los ainda mais precisos. Uma alternativa foi incorporar a possibilidade de um servidor, ao se deslocar diretamente do local onde ele encerrou o atendimento para o local do próximo atendimento, ter seu tempo de atendimento considerado sem a viagem de volta. O Modelo de Simulação já considerava essa possibilidade, observada no sistema real de manutenção emergencial, à medida que admite que os servidores possam ser despachados diretamente do local do término do atendimento para o próximo atendimento, quando existe fila de espera. Assim, espera-se que essa mudança nos Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado gere resultados mais precisos, especialmente em sistemas com tempos de viagem importantes. Vale ressaltar que isso não foi explorado no modelo hipercubo clássico em Larson (1974), nem no Modelo Hipercubo apresentado no Capítulo 4 para o caso da Borracharia, devido aos baixos desvios observados em relação aos resultados do modelo de simulação.

Para isso, a taxa de atendimento calculada nos Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado passa a ser diferente da apresentada anteriormente. Ter-se-á então uma taxa de atendimento do servidor j (μ'_j) para os estados do hipercubo (sem fila) e uma taxa de atendimento do servidor j (μ''_j) para os estados das caudas (fila de espera). A taxa de

atendimento (μ'_j) é calculada pela soma do tempo da viagem de ida, tempo de *setup*, tempo em cena e tempo da viagem de volta, enquanto a taxa de atendimento (μ''_j) é calculada pela soma do tempo da viagem de ida, tempo de *setup* e tempo em cena. Essas taxas passam agora a substituir as taxas anteriores nas equações de equilíbrio dos Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado. Por exemplo, as Equações (71) e (81) do Modelo Hipercubo passam a ser definida como (155) e (156), respectivamente, e as Equações (82) e (91) do Modelo Hipercubo Aproximado passam a ser definidas pelas Equações (155) e (157), respectivamente.

Esse procedimento desenvolvido é uma aproximação (heurística) baseada na suposição de que, em equilíbrio, a proporção de chamados em fila (usando μ''_j) e de chamados que não aguardam em fila (usando μ'_j) deve se manter. A rigor, essa análise teria que ser feita considerando um terceiro estado para cada servidor (0 = ocioso, 1 = ocupado em atendimento, 2 = ocupado voltando para a base), que tornaria o modelo dificilmente tratável computacionalmente.

$$P_{000}(\lambda) = P_{100}\mu'_1 + P_{010}\mu'_2 + P_{001}\mu'_3 \quad (155)$$

$$P_{a^3b^2011}(\mu''_2 + \mu''_3 + \lambda) \quad (156)$$

$$= P_{a^3011}(\lambda_{b2}) + P_{b^2011}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3a^3b^2011}(\mu''_3) \\ + P_{a^2a^3b^2011}(\mu''_2 + \frac{1}{2}\mu''_3) + P_{a^3b^2b^2011}(\mu''_2) + P_{a^3b^2111}(\mu''_1)$$

$$P_{ab011}(\mu''_2 + \mu''_3 + \lambda) \quad (157)$$

$$= P_{a011}(\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{b011}(\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \\ + P_{aab011}(\mu''_2 \left(2 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) - \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right)^2 \right) + \mu''_3) \\ + P_{abb011}(\mu''_2 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) \left(2 \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right) - \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right)^2 \right)) \\ + P_{ab001}(\lambda_2) \\ + P_{ab111}(\mu''_1 \left(\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) \left(\frac{\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b} \right))$$

Os resultados obtidos indicam que essa aproximação é importante e melhora os resultados do Modelo Hipercubo e Hipercubo Aproximado, especialmente para as medidas relacionadas com a fila de espera. A Tabela 34 apresenta os resultados para a carga de trabalho considerando taxas de atendimento diferenciadas. Esses resultados mostram que os desvios foram bem próximos dos encontrados na Seção 5.4. Já as frequências de despacho, mostradas na Tabela 35, apresentaram pequena redução nos desvios percentuais. Esses resultados indicam melhorias na precisão do Modelo Hipercubo e Hipercubo Aproximado.

Entretanto, em relação às frequências, ainda são observados alguns valores elevados, especialmente para o servidor 3.

Tabela 34 – Carga de Trabalho para o Exemplo Ilustrativo com Taxas de Atendimento Diferenciadas

Servidor	Carga de Trabalho			Desvio Hipercubo Aproximado Hipercubo		Desvio Hipercubo Simulação		Desvio Hipercubo Aproximado Simulação	
	Hipercubo	Hipercubo Aproximado	Simulação	Absoluto	%	Absoluto	%	Absoluto	%
1	0,2879	0,2959	0,3022	0,0080	2,79	-0,0143	-4,73	-0,0062	-2,07
2	0,3619	0,3806	0,3733	0,0187	5,18	-0,0114	-3,07	0,0072	1,95
3	0,6474	0,6354	0,6616	-0,0120	-1,85	-0,0142	-2,14	-0,0262	-3,96
Média	0,4324	0,4373	0,4457	0,0129	3,28	0,0133	3,32	0,0132	2,66

Tabela 35 – Frequência de Despacho para o Exemplo Ilustrativo com Taxas de Atendimento Diferenciadas

f_{ij}	Frequência de Despacho do servidor i para o átomo j			Desvio Hipercubo Aproximado Hipercubo		Desvio Hipercubo Simulação		Desvio Hipercubo Aproximado Simulação	
	Hipercubo	Hipercubo Aproximado	Simulação	Absoluto	%	Absoluto	%	Absoluto	%
f_{11}	0,1532	0,1565	0,1736	0,0033	2,16	-0,0204	-11,76	-0,0171	-9,85
f_{22}	0,2542	0,2601	0,2789	0,0058	2,31	-0,0247	-8,87	-0,0188	-6,75
f_{31}	0,0505	0,0501	0,0419	-0,0004	-0,83	0,0086	20,64	0,0082	19,63
f_{32}	0,1013	0,1026	0,0803	0,0013	1,32	0,0209	26,09	0,0223	27,76
f_{33}	0,2937	0,2869	0,2811	-0,0067	-2,29	0,0126	4,48	0,0058	2,08
f_{34}	0,1101	0,1076	0,1119	-0,0025	-2,29	-0,0017	-1,55	-0,0042	-3,82
f_{35}	0,0367	0,0358	0,0320	-0,0008	-2,29	0,0046	14,62	0,0038	11,99
Média				0,0030	1,93	0,0134	12,57	0,0114	11,70

Em relação aos tempos de viagem, os resultados apresentaram pequenas melhorias na maioria dessas medidas de desempenho, com exceção do Tempo Médio de Viagem do Servidor 3 para atender chamadas tipo a . Esses resultados podem ser visualizados nas Tabelas 36, 37 e 38. Pode-se observar que todas as medidas relacionadas aos tempos de viagem apresentam resultados superiores para os Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado em comparação com o Modelo de Simulação.

Tabela 36 – Tempo Médio de Viagem ao Átomo no Exemplo Ilustrativo com Taxas de Atendimento Diferenciadas

Átomo	Tempo Médio de Viagem ao Átomo			Desvio Hipercubo Aproximado Hipercubo		Desvio Hipercubo Simulação		Desvio Hipercubo Aproximado Simulação	
	Hipercubo	Hipercubo Aproximado	Simulação	Horas	%	Horas	%	Horas	%
1	0,1707	0,1702	0,1611	-0,0005	-0,32	0,0095	5,93	0,0090	5,59
2	0,1406	0,1406	0,1334	$4 \cdot 10^{-5}$	0,02	0,0072	5,40	0,0072	5,43
3	0,1903	0,1872	0,1499	-0,0031	-1,67	0,0404	27,00	0,0372	24,87
4	0,1645	0,1640	0,1516	-0,0005	-0,31	0,0128	8,50	0,0123	8,16
5	0,1893	0,1896	0,1864	0,0003	0,19	0,0128	1,54	0,0032	1,75
Média				0,0009	0,50	0,0028	9,68	0,0138	9,16

Tabela 37 – Tempo Médio de Viagem do Servidor no Exemplo Ilustrativo com Taxas de Atendimento Diferenciadas

	Servidor	Hipercubo	Hipercubo Aproximado	Simulação
Tempo Médio de Viagem do Servidor	1	0,1	0,1	0,1
	2	0,1	0,1	0,1
	3	0,2110	0,2104	0,1873
Tempo Médio de Viagem para chamados da classe <i>a</i>	1	0,1	0,1	0,1
	2	0,1	0,1	0,1
	3	0,2483	0,2486	0,2335
Tempo Médio de Viagem para chamados da classe <i>b</i>	1	0,1	0,1	0,1
	2	0,1	0,1	0,1
	3	0,1963	0,1951	0,1696
Desvio Médio Tempo Médio de Viagem do Servidor	Hipercubo Aproximado - Hipercubo		Horas	0,0002
			%	0,10
	Hipercubo - Simulação		Horas	0,0079
			%	4,23
	Hipercubo Aproximado - Simulação		Horas	0,0077
			%	4,11
Desvio Médio Tempo Médio de Viagem para chamados da classe <i>a</i>	Hipercubo Aproximado - Hipercubo		Horas	$7 \cdot 10^{-5}$
			%	0,03
	Hipercubo - Simulação		Horas	0,0049
			%	2,11
	Hipercubo Aproximado - Simulação		Horas	0,0050
			%	2,15
Desvio Médio Tempo Médio de Viagem para chamados da classe <i>b</i>	Hipercubo Aproximado - Hipercubo		Horas	0,0003
			%	0,20
	Hipercubo - Simulação		Horas	0,0088
			%	5,24
	Hipercubo Aproximado - Simulação		Horas	0,0084
			%	5,01

Tabela 38 – Tempo Médio de Viagem no Sistema e para cada classe de chamados para o Exemplo Ilustrativo com Taxas de Atendimento Diferenciadas

Tempo Médio de Viagem	Hipercubo	Hipercubo Aproximado	Simulação	Desvio Hipercubo Aproximado Hipercubo		Desvio Hipercubo Simulação		Desvio Hipercubo Aproximado Simulação	
				Horas	%	Horas	%	Horas	%
Sistema	0,1658	0,1644	0,1477	-0,0014	-0,85	0,0180	12,20	0,0166	11,24
Chamados da classe <i>a</i>	0,1589	0,1580	0,1468	-0,0009	-0,56	0,0120	8,17	0,0111	7,56
Chamados da classe <i>b</i>	0,1708	0,1691	0,1484	-0,0017	-0,99	0,0223	15,04	0,0206	13,90

Em relação à fila de espera, os resultados para o número médio de clientes em fila e o tempo médio de espera na fila melhoraram significativamente em relação aos resultados da Seção 5.8, como mostra a Tabela 39. Esses resultados indicam a adequação e importância dessa modificação dos Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado para tratar sistemas com filas de maior tamanho.

Tabela 39 – Tempo Médio e Número Médio de Clientes em Fila no Exemplo Ilustrativo com Taxas de Atendimento Diferenciadas

		Hipercubo	Hipercubo Aproximado	Simulação
Número Médio de Clientes na Fila	Total	0,5901	0,5338	0,5118
	Classe <i>a</i>	0,1044	0,1003	0,0908
	Classe <i>b</i>	0,4857	0,4334	0,4210
Tempo Médio em Fila para todos os chamados	Total	0,4403	0,3958	0,3791
	Classe <i>a</i>	0,1765	0,1694	0,1560
	Classe <i>b</i>	0,6249	0,5550	0,5480
Desvio Médio Número Médio de Clientes na Fila	Hipercubo Aproximado - Hipercubo	Quantidade		0,0375
		%		8,05
	Hipercubo - Simulação	Quantidade		0,0521
		%		15,20
	Hipercubo Aproximado - Simulação	Quantidade		0,0146
		%		5,91
Desvio Médio Tempo Médio em Fila para todos os chamados	Hipercubo Aproximado - Hipercubo	Horas		0,0405
		%		8,43
	Hipercubo - Simulação	Horas		0,0528
		%		14,42
	Hipercubo Aproximado - Simulação	Horas		0,0123
		%		4,74

5.10 Considerações Finais do Capítulo

Nesse capítulo foram apresentados a extensão do Modelo Hipercubo e um Modelo Hipercubo Aproximado utilizando um exemplo ilustrativo para tratar explicitamente a prioridade e o *backup* parcial. Esses modelos foram comparados em função do tamanho dos modelos gerados (número de equações) e dos desvios percentuais e absolutos das distribuições de equilíbrio de estados dos dois modelos. Também foi desenvolvido um Modelo de Simulação baseado nesse exemplo ilustrativo e os resultados deste modelo foram comparados com os resultados dos Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado. Essas comparações mostraram que os resultados dos três modelos estão relativamente próximos, exceto para algumas medidas de desempenho relacionadas às filas.

Em função desses resultados, também foi desenvolvida e testada uma modificação para os Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado para melhorar a precisão dos seus resultados, que considera taxas de atendimento diferenciadas, incorporando ou não no atendimento o tempo associado à viagem de volta à base quando ela é realizada e não incorporando quando ela não ocorre. Os resultados das medidas de desempenho foram próximos entre os Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado e os desvios relativos e percentuais também foram próximos ao comparar os Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado com o Modelo de Simulação. Os resultados dessa modificação mostraram-se especialmente satisfatórios ao observar as medidas de desempenho relacionadas às filas de

espera, o que indica que essa modificação é importante para ser considerada em modelos hipercubos para representar mais precisamente certos sistemas emergenciais.

Os modelos desenvolvidos nesse capítulo foram inspirados em Sistema de Manutenção Emergencial em Campo na agroindústria canavieira. A aplicação desses modelos a um sistema real é mostrada no Capítulo 6.

6 Sistema Emergencial de Manutenção em Campo

Nesse capítulo são apresentados os experimentos realizados utilizando os Modelos Hiper cubo, Hiper cubo Aproximado e de Simulação do Capítulo 5, utilizando dados coletados em um Sistema Emergencial de Manutenção em Campo. Também foi testada uma extensão dos Modelos Hiper cubo e Hiper cubo Aproximado para tratar taxas de atendimento diferenciadas. O estudo de caso utilizado foi possível devido à concordância dos gestores da empresa em colaborar com esta pesquisa e também a disponibilidade dos dados necessários à pesquisa. Para mais detalhes sobre o Sistema de Manutenção, ver Capítulo 2.

Nesse sistema, a localização de parte dos servidores, os que se deslocam juntamente com as frentes de colheita e plantio, é dinâmica, devido à mudança das frentes. Assim, faz-se necessário dividir o período de safra em subperíodos, onde os servidores permanecem nas mesmas localizações. Essas subdivisões estão vinculadas às mudanças de localização das frentes de colheita e plantio. Para realizar as análises, escolheu-se o período de 13 a 21 de junho. Esse período foi escolhido, pois a localização dos servidores não foi alterada. Para analisar os demais períodos, pode-se repetir o procedimento mostrado para o período analisado.

Também foi apresentado um cenário alternativo que conta com mais um servidor em comparação com o cenário original, sugerido por especialistas da empresa. Foram aplicados os Modelos Hiper cubo, Hiper cubo Aproximado e de Simulação para analisá-lo. Esse cenário alternativo foi subdividido em dois subproblemas, observando o tempo de deslocamento entre os átomos e a localização dos servidores.

6.1 Modelos Hiper cubo e Hiper cubo Aproximado associados ao Sistema Emergencial de Manutenção em Campo

A aplicação do Modelo Hiper cubo envolve, inicialmente, a validação das hipóteses de aplicação do mesmo. Conforme mencionado no Capítulo 5, esse Modelo Hiper cubo é uma extensão do Modelo Hiper cubo original (LARSON, 1974), por adotar mais de uma classe de chamados, explicitar a prioridade na fila de espera e empregar fila limitada e *backup* parcial.

Extensões utilizando mais de uma classe de chamado podem ser encontradas em trabalhos anteriores do grupo de pesquisa, por exemplo, Takeda et al. (2007) e Souza (2010). Já para trabalhos que explicitam a prioridade na fila de espera, pode-se citar Souza (2010), e que limitam a fila de espera, Souza (2010) e Takeda et al. (2007). O *backup* parcial

foi aplicado em Mendonça e Morabito (2000) e Iannoni et al. (2009). Entretanto, não se tem conhecimento de aplicações que envolvam a extensão dessas hipóteses conjuntamente.

6.1.1 Validação das hipóteses do Modelo Hipercubo

Nessa seção são apresentadas as hipóteses básicas de aplicação do Modelo Hipercubo ao Sistema Emergencial de Manutenção em Campo, conforme Larson e Odoni (1981). Tal validação se faz necessária à medida que essas hipóteses limitam a aplicação do modelo.

6.1.1.1 Hipótese 1: Divisão da região analisada em átomos geográficos

A divisão da região em átomos geográficos pode utilizar diferentes critérios. A área total cultivada pela empresa na safra de 2012 pode ser observada na Figura 3. Como a localização das frentes durante a safra é dinâmica, escolheu-se um período onde essa localização não se alterou para realização da análise. Durante esse período, não foram observados chamados na maioria das fazendas, devido à localização das frentes de colheita e plantio.

Em função disso, decidiu-se utilizar apenas as fazendas que tiveram chamados nesse período. Acredita-se que essa seja uma boa aproximação da situação encontrada na prática, pois a maior concentração de equipamentos e os equipamentos que mais requerem manutenção estão localizados nas frentes.

Diferente do Sistema da Borracharia, optou-se por utilizar a divisão de fazendas adotada pela empresa. Os principais motivos que levaram a essa decisão foram:

- Política de despacho adotada pela empresa - os servidores que estão nas fazendas não se deslocam para outras fazendas. Assim, ao agrupar fazendas em um mesmo átomo, esses servidores poderiam se deslocar para outras fazendas dentro do mesmo átomo, o que não acontece na prática.
- Durante o período analisado, observou-se uma grande distância entre as fazendas nas quais são observados chamados. Assim, não se justificaria o agrupamento de fazendas.
- Reflete a configuração que a empresa trabalha em cada intervalo de tempo, ou seja, agrupar fazendas diminuiria a precisão, já que é conhecida a origem da chamada.

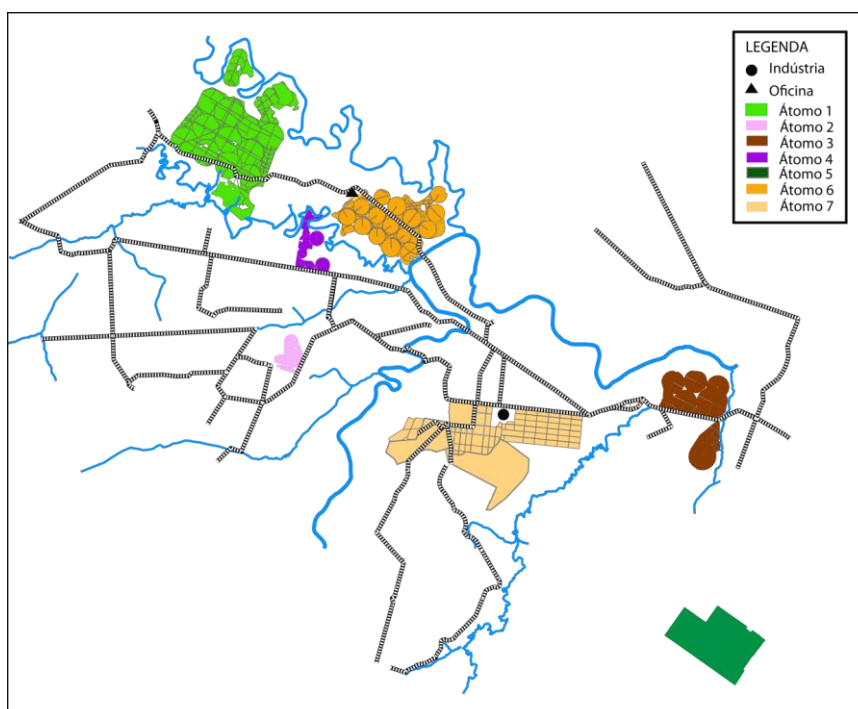
A Tabela 40 mostra a relação entre átomos e as respectivas fazendas para o período estudado. Foram utilizados os números das fazendas para fins de desidentificação e confidencialidade e para proteger o interesse da empresa.

Tabela 40 – Relação entre fazendas e átomos geográficos do Sistema de Manutenção

Átomo	Fazenda	Átomo	Fazenda
1	1001	5	10000
2	3005	6	1005
3	3011	7	1002
4	3027		

A Figura 21 ilustra a distribuição dos átomos (fazendas) para o Sistema de Manutenção em Campo no período de 13 a 21 de junho. Claramente, ao se utilizar outro período na análise, a distribuição dos átomos seria diferente e, conseqüentemente, a localização dos servidores. Além disso, em alguns desses períodos podem ser observadas duas frentes na mesma fazenda ou em fazendas vizinhas levando, respectivamente, a dois servidores estarem localizados na mesma fazenda ou muito próximos, mesmo em fazendas diferentes. Nesse último caso, pode-se analisar a possibilidade de agrupamento de fazendas. E, nos dois casos, pode ser analisada a utilização de apenas um servidor para o atendimento às duas frentes.

Figura 21 – Regiões (Átomos Geográficos) do Sistema de Manutenção em Campo do período estudado



6.1.1.2 Hipótese 2: Processo de Chegada

O processo de chegada considera a chegada em cada um dos 7 átomos de dois tipos de chamada (duas classes), pois são processos de chegada independentes. A empresa onde foi realizado o estudo de caso utiliza essa divisão para priorizar sempre o atendimento às colhedoras (classe *a*) em relação aos demais equipamentos (classe *b*). Eles justificam essa priorização pela necessidade de alimentação contínua nas moendas da Usina, indisponibilidade de colhedoras para substituir as que estão em manutenção e flexibilidade de alguns dos outros equipamentos. Além disso, conforme mencionado no Capítulo 2, essa priorização também é encontrada em outras empresas do setor.

Para as distribuições do intervalo entre chegadas de chamados, utilizou-se distribuições exponenciais negativas para cada uma das classes de chamados em cada átomo. Tal distribuição foi escolhida por se tratar de uma das hipóteses do modelo hipercubo e porque os testes de aderência não rejeitaram essa distribuição. A Tabela 41 apresenta os dados relacionados ao processo de chegada para cada um dos 7 átomos do sistema para as chamadas por colhedoras, que convencionou-se denominá-las de classe ou tipo *a*. Os átomos 6 e 7 não apresentam nenhuma observação, pois esses átomos não representam frentes de colheita ou plantio e, em função disso, não contam com nenhuma colhedora trabalhando.

Tabela 41 – Dados do processo de chegada ao Sistema Manutenção em Campo para chamadas da classe *a*

Átomo	Número de Observações	Intervalo Médio (horas)	Desvio Padrão (horas)	Coefficiente de Variação	Taxa de Chegada (λ_{aj}) (chamados/hora)
1	78	2,763	2,715	0,982	0,3618
2	20	6,284	6,335	1,008	0,1591
3	39	5,508	5,043	0,915	0,1815
4	50	4,326	4,979	1,150	0,2311
5	13	16,887	12,468	0,7383	0,0592

A taxa de chegada de chamados tipo *a* no sistema (λ_a) é de 0,9927 chamados por hora. Os coeficientes de variação são razoavelmente próximos de 1, sugerindo que a distribuição dos intervalos de chegada possa ser aproximadamente exponencial. Os dados relacionados ao processo de chegada em cada um dos 7 átomos do sistema para as chamadas de todos os outros equipamentos são mostrados na Tabela 42. Esses chamados serão denominados de classe ou tipo *b*.

A taxa de chegada de chamados tipo *b* no sistema (λ_b) é de 1,1953 chamados por hora. Os coeficientes de variação são razoavelmente próximos de 1, o que sugere que a

distribuição dos intervalos de chegada possa ser considerado exponencial. A taxa total de chegada de chamados no sistema (λ) é de 2,188 chamados por hora.

Tabela 42 – Dados do processo de chegada ao Sistema Manutenção em Campo para chamadas da classe *b*

Átomo	Número de Observações	Intervalo Médio (horas)	Desvio Padrão (horas)	Coefficiente de Variação	Taxa de Chegada (λ_j) (chamados/hora)
1	21	10,050	9,446	0,939	0,0994
2	43	4,939	6,129	1,240	0,2024
3	34	5,835	7,503	1,285	0,1713
4	38	5,713	7,316	1,280	0,1750
5	85	2,505	3,127	1,248	0,3991
6	11	19,761	18,429	0,932	0,0506
7	21	10,252	11,891	1,159	0,0975

A partir das Tabelas 41 e 42, pode-se observar que o átomo 1 apresenta a maior taxa de chegada de chamados do tipo *a* e o átomo 5, a menor taxa. Isso pode ser explicado devido a menor concentração de colhedoras no átomo 5, uma vez que esse átomo é uma frente de plantio. Já para as chamadas do tipo *b*, pode-se observar que o átomo 5, uma frente de plantio, apresenta a maior taxa de chegada de chamados. O átomo 5 representa uma fazenda em uma área de expansão, o que significa que ela estava sendo totalmente plantada. Para isso, grande quantidade de equipamentos se fazia necessário.

Os átomos 6 e 7 apresentam as menores taxa de chegadas para chamados tipo *b* e nenhum chamado tipo *a*. Esses átomos não representam frentes de colheita ou plantio. O átomo 7 representa uma fazenda onde se localiza a usina e o átomo 6 outra fazenda onde se localiza a oficina mecânica. Mesmo os coeficientes de variação mostrados nas Tabelas 41 e 42 sendo razoavelmente próximos de 1, faz-se necessário testar a aderência dos dados de chegada das classes *a* e *b*.

6.1.1.2.1 Teste de Aderência para os dados das Classes *a* e *b*

Foram realizados testes de aderência para as duas classes de chamados em cada átomo utilizando a ferramenta *Input Analyzer* do software *Arena* 14.0. Todos os resultados mostraram que não se pode rejeitar a hipótese que os intervalos entre chegadas seguem uma distribuição exponencial. Em todos os casos, os valores *p* foram superiores ao nível de significância de 0,05, como sugerido por Kelton et al. (2010).

6.1.1.3 Hipótese 3: Tempos Médios de Viagem Conhecidos

Os tempos médios de viagem entre os átomos não estavam totalmente disponíveis no sistema da empresa. E, além disso, como a quantidade disponível desses dados era pequena e ainda questionava-se alguns critérios utilizados pela empresa na sua coleta, decidiu-se estimar os tempos de viagem, conforme sugeriram Larson e Odoni (1981). Foram encontrados muitos dados com os mesmos valores e inteiros, por exemplo, tempo de viagem de duas horas em várias observações para o Átomo 5.

Para se obter a distância entre os átomos, foram utilizados os mapas das fazendas fornecido pela empresa e o *software* Autocad para calcular a distância entre os centroides de cada átomo, considerando as estradas e acessos disponíveis. Nos raros casos onde existiam mais de uma opção de estrada disponível, foi adotada a menor distância. Como mencionado para o Sistema Emergencial da borracharia, decidiu-se adotar a velocidade média de 50 Km/h, baseado na velocidade máxima permitida dentro da empresa (60 Km/h), condições das estradas e experiência de funcionários da empresa.

A Tabela 43 apresenta as distâncias, em quilômetros, entre os centroides dos átomos e o tempo de viagem entre seus centroides, em horas. Nesse caso, as distâncias e tempos de viagem entre os átomos foram considerados iguais para todos os pares de átomos. Como a localização das frentes e, por consequência, dos servidores pode ser alterada ao considerar outro subperíodo para análise, os átomos também podem se alterar. Nesse caso, deve-se obter uma nova matriz de tempos de viagem.

Tabela 43 – Matriz das distâncias e tempo de viagem entre os centroides dos átomos

Átomo	1	2	3	4	5	6	7
1	2,69 Km 0,0538 hs	40 Km 0,8 hs	38,08 Km 0,7616 hs	36,15 Km 0,723 hs	101,54 Km 2,0308 hs	11,54 Km 0,2308 hs	27,7 Km 0,554 hs
2	40 Km 0,8 hs	1,54 Km 0,0308 hs	26,92 Km 0,5383 hs	9,62 Km 0,1923 hs	90,38 Km 1,8076 hs	28,84 Km 0,5766 hs	16,54 km 0,3306 hs
3	38,08 Km 0,7616 hs	26,92 Km 0,5383 hs	2,30 Km 0,046 hs	28,08 Km 0,576 hs	63,46 Km 1,2691 hs	26,54 Km 0,5308 hs	10,38 Km 0,2075 hs
4	36,15 Km 0,723 hs	9,62 Km 0,1923 hs	28,08 Km 0,576 hs	1,54 Km 0,0308 hs	91,54 Km 1,8308 hs	24,62 Km 0,4923 hs	17,7 Km 0,354 hs
5	101,54 Km 2,0308 hs	90,38 Km 1,8076 hs	63,46 Km 1,2691 hs	91,54 Km 1,8308 hs	2,30 Km 0,046 hs	90 Km 1,8 hs	73,85 Km 1,477 hs
6	11,54 Km 0,2308 hs	28,84 Km 0,5766 hs	26,54 Km 0,5308 hs	24,62 Km 0,4923 hs	90 Km 1,8 hs	2,69 Km 0,0538 hs	16,15 Km 0,323 hs
7	27,7 Km 0,554 hs	16,54 km 0,3306 hs	10,38 Km 0,2075 hs	17,7 Km 0,354 hs	73,85 Km 1,477 hs	16,15 Km 0,323 hs	2,69 Km 0,0538 hs

6.1.1.4 Hipótese 4: Servidores Espacialmente Distribuídos na Região

O sistema de manutenção em campo conta com cinco servidores, localizados cada um em uma frente de colheita ou plantio, e um servidor situado na oficina mecânica. Esses servidores são caminhões tipo baú, com alguns equipamentos para realizar o atendimento e geralmente são chamados de caminhão oficina. Todos os caminhões têm as mesmas características e contam com uma equipe formada por dois mecânicos.

Os servidores 1, 2, 3, 4 e 5 se deslocam exclusivamente nas fazendas onde estão localizados e o servidor 6 atende os demais átomos e também funciona como servidor *backup* para os átomos 1, 2, 3, 4 e 5.

6.1.1.5 Hipótese 5: Localização dos servidores

Durante o subperíodo adotado nessa análise, o número de servidores e a sua localização permaneceram constantes. Esses servidores, quando desocupados, permaneceram localizados conforme a matriz estocástica (158). Os elementos dessa matriz representam a probabilidade do servidor i , quando disponível, estar localizado no átomo k .

$$\{l_{ik}\} = \begin{bmatrix} 1000000 \\ 0100000 \\ 0010000 \\ 0001000 \\ 0000100 \\ 0000010 \end{bmatrix} \quad (158)$$

6.1.1.6 Hipótese 6: Despacho de Servidores

O Sistema de Manutenção em Campo envia apenas um servidor para atender cada uma das chamadas, caracterizando o despacho simples. Entretanto, assim como no Sistema da Borracharia, em alguns casos, um segundo servidor pode ser despachado para atender uma chamada, mas sempre após a avaliação do primeiro servidor enviado. Quando um segundo servidor é despachado, o operador do sistema abre uma nova ordem de serviço, ou seja, funciona como uma nova chamada.

Esse sistema admite a formação de filas de espera e não limita a sua capacidade, por não contar com sistema *backup* de atendimento. Entretanto, para fins de modelagens, limitou-se a capacidade da fila de espera, estendendo Larson (1974), a 3 chamados. Essa simplificação é razoável, uma vez que a probabilidade de perda de chamados foi inferior a 0,05.

Devido ao *backup* parcial, uma chamada pode ser encaminhada para a fila quando todos os servidores estão ocupados, ou quando todos os servidores que atendem o

átomo onde essa chamada foi originada estiverem ocupados. Assim, chamadas podem ser encaminhadas para a fila mesmo quando existem servidores desocupados.

A fila de espera utiliza disciplina de prioridade para atendimento dos chamados, uma extensão do Modelo Hipercubo original (LARSON, 1974). Admite-se que as chamadas da classe *a* têm sempre prioridade em relação às da classe *b*. Além disso, entre chamadas da mesma classe, a ordem de chegada dos chamados define a ordem de atendimento.

6.1.1.7 Hipótese 7: Política de Despacho dos Servidores

A política de despacho dos servidores depende do átomo de origem do chamado, uma vez que esse sistema utiliza o *backup* parcial. Assim, chamados são encaminhados para a fila de espera mesmo em estados com servidores desocupados. A Tabela 44 apresenta a Lista Fixa de Preferências de Despacho para cada um dos átomos do sistema independente da classe do chamado. Nessa lista, percebe-se que os servidores 1, 2, 3, 4 e 5 atendem exclusivamente os átomos onde eles estão localizados. Já o servidor 6 atende os átomos 6 e 7 e é servidor *backup* para os demais átomos.

Tabela 44 – Lista de Preferência de Despacho

Átomo	Servidor Preferencial	Servidor Backup
1	1	6
2	2	6
3	3	6
4	4	6
5	5	6
6	6	-
7	6	-

6.1.1.8 Hipótese 8: Tempo de Atendimento

O processo de atendimento conta com 6 servidores para a realização do serviço. A localização e as atividades realizadas por esses servidores variam no decorrer do ano. Durante visitas realizadas, percebeu-se uma clara diferença entre o processo de atendimento nos períodos de safra e entressafra. Durante a safra, cinco dos seis caminhões oficinas acompanham as frentes de colheita e plantio e estão voltados preferencialmente para atendimentos emergenciais ou não programados. Na entressafra, apenas o caminhão oficina que acompanha a frente de plantio continua em campo. Os demais são transferidos para a

oficina, ou permanecem em campo e realizam atividades de manutenções programadas nos equipamentos, ou param suas atividades para que manutenções sejam realizadas nos próprios caminhões oficina.

Assim, decidiu-se não utilizar os dados da entressafra na análise, pois embora existam alguns dados disponíveis num volume consideravelmente menor, a quantidade de servidores disponíveis e a sua localização não é conhecida e, na maioria dos casos, as atividades realizadas não são emergenciais.

No modelo hipercubo, o tempo de atendimento considera o tempo de *setup* da equipe, o tempo de deslocamento da base até o local do atendimento, o tempo em cena e o tempo de volta do local do atendimento até a base. O tempo de *setup* nesse sistema é em média de 3 minutos. Durante a análise estatística dos dados, comprovou-se a igualdade dos tempos de atendimento de chamados das classes *a* e *b* (Anexo 5). Assim, os dados puderam ser utilizados conjuntamente. Ainda durante essa análise, comprovou-se que os dados do subperíodo analisado podem ser considerados iguais aos do restante da safra (Anexo 5). Devido a isso, além dos dados do subperíodo, foram utilizados outros dados da safra para melhorar a qualidade da análise.

No teste de homogeneidade, o tempo de atendimento do servidor 6 foi significativamente diferente dos demais servidores (Anexo 5). Em função disso, os servidores serão considerados heterogêneos.

A Tabela 45 apresenta o número de observações, o tempo de atendimento, o desvio-padrão, o coeficiente de variação e a taxa média de atendimento para cada um dos servidores. Vale ressaltar que o número de observações não representa apenas as chamadas durante o subperíodo analisado, incluindo chamadas de todo o período da safra. Entretanto, não reflete o número total de chamadas durante a safra, pois alguns dados foram descartados devido a inconsistências entre o tempo de atendimento registrado e o momento de abertura e fechamento da Ordem de Serviço no sistema.

A taxa de atendimento (μ) é de 4,6005 chamados/hora. Portanto, $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = 0,4756$. O coeficiente de variação é bem menor que 1, indicando que os tempos de atendimento não são exponencialmente distribuídos. Entretanto, faz-se necessário realizar o teste de aderência.

6.1.1.8.1 Teste de Aderência dos dados do Tempo de Atendimento

Os resultados dos testes de aderência mostraram que não se pode rejeitar a hipótese de que as distribuições dos tempos de atendimento de todos os servidores podem ser consideradas exponenciais. Em todos os casos, utilizando-se a ferramenta *Input Analyzer* do software Arena 14.0, foram obtidos valores p superiores ao nível de significância ($\alpha = 0,05$).

Tabela 45 – Dados do Processo de Atendimento do Sistema de Manutenção

Servidor	Número de Observações	Tempo de Atendimento (horas)	Desvio Padrão (horas)	Coefficiente de Variação	Taxa de Atendimento (μ_j) (chamados/hora)
1	425	1,1601	0,7684	0,6623	0,8619
2	368	1,2677	0,8161	0,6437	0,7887
3	420	0,9461	0,5634	0,5955	1,0569
4	432	1,2392	1,2913	1,0419	0,8069
5	480	1,4021	1,5777	1,1252	0,7131
6	614	2,68096	1,8637	0,6952	0,3623

6.1.1.9 Hipótese 9: Dependência do tempo de atendimento em relação ao tempo de viagem

No modelo hipercubo original, as variações no tempo de atendimento devido às variações no tempo de viagem são assumidas como sendo de segunda ordem (LARSON; ODoni, 1981; CHIYOSHI et al., 2000). E nos sistemas onde o tempo de viagem representa uma parcela importante do tempo de atendimento, Larson e Odoni (1981) sugerem a necessidade de calibração do tempo de atendimento (μ^{-1}).

O tempo médio de atendimento e de viagem e a relação entre esses tempos podem ser encontrados na Tabela 46. Pode-se observar que, no caso do servidor 6, a relação entre o tempo médio de viagem representa uma parcela importante do tempo de atendimento, o que sugere a necessidade de realizar o processo de calibração.

Tabela 46 – Comparação entre o Tempo Médio de Atendimento e o Tempo Médio de Viagem

Servidor	Tempo Médio de Atendimento (horas)	Tempo Médio de Viagem (horas)	Relação entre tempo médio de atendimento e tempo médio de serviço
1	1,1601	0,0538	0,0463
2	1,2677	0,0308	0,0242
3	0,9461	0,0460	0,0486
4	1,2392	0,0308	0,0242
5	1,4021	0,0460	0,0328
6	2,6809	0,6540	0,2439

Aplicou-se o procedimento de calibração conforme descrito na Seção 4.1.1.9. Assim como no Sistema da Borracharia, os resultados mostraram a convergência desse procedimento em duas iterações utilizando uma tolerância de 1%.

6.1.2 Equações de Equilíbrio do Modelo Hiper cubo para o Sistema Emergencial de Manutenção em Campo

O número de estados do hiper cubo (m) é obtido fazendo-se $m = 2^N$, onde N é o número de servidores. Como nesse sistema são utilizados 6 servidores, tem-se 64 estados associados ao hiper cubo: ($\{000000\}$, $\{000001\}$, $\{000010\}$, $\{000100\}$, ..., $\{111111\}$). Assim, tem-se 64 equações associadas aos estados do hiper cubo.

Além disso, tem-se que se considerar o *backup* parcial e a formação das caudas a partir dos estados nos quais o servidor 6 está ocupado. O servidor 6 é o único que pode ser enviado para atender chamada em qualquer átomo. Admitindo-se que o servidor 6 possa estar apenas nos estados ocupado (1) ou ocioso (0), tem-se que o número de caudas pode ser obtido fazendo-se $\frac{m}{2}$, resultando em 32 caudas. Essas caudas estão associadas aos estados nos quais o servidor 6 está ocupado ($\{000001\}$, $\{000011\}$, $\{000111\}$, ..., $\{111111\}$).

O cálculo do número de estados associados a cada cauda pode ser obtido conforme Seção 5.1. Como nesse sistema são utilizadas duas classes agrupadas e três níveis em cada fila, tem-se 4592 estados. Esse modelo conta então com 4592 equações de equilíbrio, 64 associadas ao hiper cubo e 4528 associadas aos estados da cauda. As equações de equilíbrio do Modelo Hiper cubo para o Sistema de Manutenção são baseadas nas equações apresentadas no Anexo 2.

6.1.3 Equações de Equilíbrio do Modelo Hiper cubo Aproximado para o Sistema Emergencial de Manutenção em Campo

O número de equações de equilíbrio associadas ao hiper cubo para o Modelo Hiper cubo Aproximado coincide com o número obtido para o Modelo Hiper cubo (Seção 6.1.2), ou seja, esse sistema conta com um total de 64 equações.

Para calcular o número de estados associados a cada cauda, deve-se basear na Seção 5.2. Nesse sistema, são utilizadas duas classes de chamados e admitindo-se três níveis em cada fila, tem-se $L = 9$, ou seja, cada uma das filas conta com 9 estados. Assim, o número total de estados associados às filas T é igual a 352 estados. Por consequência, esse sistema conta com um total de 352 equações de equilíbrio, 64 dessas associadas aos estados do hiper cubo e 288 associados aos estados das caudas, ao invés de 4528 equações, como no caso

anterior. As equações de equilíbrio para o Sistema de Manutenção são baseadas nas equações apresentadas no Anexo 4.

6.1.4 Medidas de Desempenho para o Sistema Emergencial de Manutenção em Campo

As medidas de desempenho para o Sistema de Manutenção em Campo podem ser obtidas através das expressões apresentadas na Seção 5.5 e informações sobre o Sistema de Manutenção Emergencial em campo mostrados na Seção 6.1.1. Os resultados dessas medidas de desempenho são apresentados na Seção 6.4.

6.2 Modelo de Simulação para o Sistema Emergencial de Manutenção em Campo

O modelo de simulação para o Sistema de Manutenção foi baseado no Modelo de Simulação apresentado para o exemplo ilustrativo (Seção 5.6) e nos dados apresentados na Seção 6.1.1. A lógica desse modelo é exatamente igual a do exemplo ilustrativo. Pequenas adaptações foram necessárias somente devido ao tamanho do problema (quantidade de átomos e servidores) e diferença na lista de preferência de despacho. Foram acrescentados blocos para representar chegadas (nos 7 átomos de duas classes de chamados), filas, deslocamentos e serviços.

6.3 Implementação Computacional dos Modelos Hipercubo e de Simulação

Na implementação desse modelo, utilizou-se os mesmos modelos implementado na linguagem C++ utilizando o *software* Dev C++ para o exemplo ilustrativo (Seções 5.1 e 5.2). Como a entrada de dados nesse modelo acontece através de arquivos txt, criou-se um novo teste com os dados do Sistema de Manutenção apresentados na Seção 6.1.1.

Já para o modelo de simulação desenvolvido no *software* Arena 14.0, foram necessárias várias modificações em relação ao modelo de simulação desenvolvido para o exemplo ilustrativo (Seção 5.6) para adaptar esse modelo às características do sistema de manutenção. Utilizou-se uma corrida, período de aquecimento de 2000 horas e 28000 horas de tempo de simulação e controlou-se a correlação das variáveis do modelo. Os modelos foram implementados utilizando um computador Intel Core i5, 500 GB de HD e 4GB de RAM em um sistema operacional Windows 7.

6.4 Resultados dos Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado para o Sistema de Manutenção considerando taxas de atendimento diferenciadas

Decidiu-se aplicar a extensão apresentada na Seção 5.9, que considera taxas de atendimento diferenciadas ao Sistema de Manutenção para tornar os Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado mais precisos em comparação com o Modelo de Simulação.

Os resultados obtidos indicam que essa modificação melhora os resultados do Modelo Hipercubo e Hipercubo Aproximado, especialmente para as medidas relacionadas com a fila de espera. A Tabela 47 apresenta os resultados para a carga de trabalho dos servidores considerando taxas de atendimento diferenciadas. Esses resultados mostram que os desvios foram em média de 3,61 % entre os Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado e de aproximadamente 2 % entre os Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado e o Modelo de Simulação.

Tabela 47 – Carga de Trabalho para o Cenário Real com Taxas de Atendimento Diferenciadas

Servidor	Carga de Trabalho			Desvio Hipercubo Aproximado Hipercubo		Desvio Hipercubo Simulação		Desvio Hipercubo Aproximado Simulação	
	Hipercubo	Hipercubo Aproximado	Simulação	Absoluto	%	Absoluto	%	Absoluto	%
1	0,4118	0,4213	0,4203	0,0095	2,31	-0,0085	-2,03	0,0009	0,23
2	0,3695	0,3818	0,3781	0,0122	3,32	0,0085	-2,26	0,0036	0,97
3	0,2825	0,3016	0,2870	0,0191	6,78	-0,0045	-1,59	0,0145	5,08
4	0,3973	0,4084	0,4096	0,0110	2,78	-0,0122	-2,98	-0,0011	-0,27
5	0,4807	0,4981	0,4956	0,0173	3,61	-0,0148	-3,00	0,0024	0,50
6	0,8711	0,8459	0,8884	-0,0251	-2,89	-0,0173	-1,95	-0,0425	-4,79
Média	0,4688	0,4762	0,4798	0,0157	3,61	0,0110	2,30	0,0109	1,97

Os tempos médios de viagem são mostrados nas Tabelas 48, 49 e 50. Os tempos médios de viagem ao átomo apresentaram desvios menores entre os Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado e desvios maiores entre os Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado e o Modelo de Simulação. Em relação aos tempos médios de viagem de cada servidor, pode-se perceber que todos os tempos de viagem para os servidores de 1 a 5 apresentam os mesmos valores uma vez que esses servidores não são enviados a outros átomos. Pode-se observar também que a maioria das medidas relacionadas aos tempos de viagem (Tabelas 48, 49 e 50) apresentam resultados superiores para os Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado em comparação com o Modelo de Simulação.

Tabela 48 – Tempo Médio de Viagem ao Átomo no Cenário Real com Taxas de Atendimento Diferenciadas

Átomo	Tempo Médio de Viagem ao Átomo			Desvio Hipercubo Aproximado Hipercubo		Desvio Hipercubo Simulação		Desvio Hipercubo Aproximado Simulação	
	Hipercubo	Hipercubo Aproximado	Simulação	Horas	%	Horas	%	Horas	%
1	0,1673	0,1434	0,1211	-0,0238	-14,24	0,0461	38,08	0,0223	18,41
2	0,1519	0,1345	0,1011	-0,0173	-11,43	0,0507	50,12	0,0333	32,95
3	0,1246	0,1149	0,0886	-0,0097	-7,82	0,0360	40,71	0,0263	29,69
4	0,1502	0,1317	0,1049	-0,0184	-12,29	0,0452	43,10	0,0267	25,51
5	0,4131	0,3776	0,2624	-0,0355	-8,60	0,1507	57,43	0,1151	43,89
6	0,4671	0,4087	0,4807	-0,0584	-12,50	-0,0135	-2,82	-0,0720	-14,98
7	0,4901	0,4665	0,4578	-0,0236	-4,82	0,0323	7,06	0,0087	1,90
Média				0,0267	10,24	0,0535	34,19	0,0435	23,90

Tabela 49 – Tempo Médio de Viagem do Servidor no Cenário Real com Taxas de Atendimento Diferenciadas

	Servidor	Hipercubo	Hipercubo Aproximado	Simulação
Tempo Médio de Viagem do Servidor	1	0,0538	0,0538	0,0538
	2	0,0308	0,0308	0,0308
	3	0,046	0,046	0,046
	4	0,0308	0,0308	0,0308
	5	0,046	0,046	0,046
	6	0,7953	0,7810	0,6651
Tempo Médio de Viagem para chamados da classe a	1	0,0538	0,0538	0,0538
	2	0,0308	0,0308	0,0308
	3	0,046	0,046	0,046
	4	0,0308	0,0308	0,0308
	5	0,046	0,046	0,046
	6	0,6874	0,6607	0,6118
Tempo Médio de Viagem para chamados da classe b	1	0,0538	0,0538	0,0538
	2	0,0308	0,0308	0,0308
	3	0,046	0,046	0,046
	4	0,0308	0,0308	0,0308
	5	0,046	0,046	0,046
	6	0,8588	0,8523	0,6911
Desvio Médio Tempo Médio de Viagem do Servidor	Hipercubo Aproximado - Hipercubo		Horas	0,0023
			%	0,30
	Hipercubo - Simulação		Horas	0,0217
			%	3,26
	Hipercubo Aproximado - Simulação		Horas	0,0193
			%	2,90
Desvio Médio Tempo Médio de Viagem para chamados da classe a	Hipercubo Aproximado - Hipercubo		Horas	0,0044
			%	0,64
	Hipercubo - Simulação		Horas	0,0114
			%	1,84
	Hipercubo Aproximado - Simulação		Horas	0,0069
			%	1,12
Desvio Médio Tempo Médio de Viagem para chamados da classe b	Hipercubo Aproximado - Hipercubo		Horas	0,0010
			%	0,12
	Hipercubo - Simulação		Horas	0,0279
			%	4,04
	Hipercubo Aproximado - Simulação		Horas	0,0268
			%	3,88

Tabela 50 – Tempo Médio de Viagem no Sistema e para cada classe de chamados no Cenário Real com Taxas de Atendimento Diferenciadas

Tempo Médio de Viagem	Hiper cubo	Hiper cubo Aproximado	Simulação	Desvio Hiper cubo Aproximado Hiper cubo		Desvio Hiper cubo Simulação		Desvio Hiper cubo Aproximado Simulação	
				Horas	%	Horas	%	Horas	%
Sistema	0,2246	0,1995	0,1607	-0,0250	-11,16	0,0638	39,72	0,0387	24,11
Chamados da classe a	0,1684	0,1484	0,1298	-0,0200	-11,89	0,0386	29,79	0,0186	14,34
Chamados da classe b	0,2725	0,2438	0,1866	0,028	-10,53	0,0859	46,03	0,0572	30,65

Em relação à fila de espera, o número médio de clientes em fila e o tempo médio de espera na fila podem ser observados na Tabela 51. Os resultados dessas medidas de desempenho melhoraram significativamente ao modificar os Modelos Hiper cubo e Hiper cubo Aproximado para utilizar taxas de atendimento diferenciadas. Esses resultados indicam a adequação dessa extensão do modelo, especialmente do Modelo Hiper cubo, para tratar sistemas com fila de tamanho importante.

Tabela 51 – Tempo Médio e Número Médio de Clientes em Fila no Cenário Real com Taxas de Atendimento Diferenciadas

		Hiper cubo	Hiper cubo Aproximado	Simulação
Número Médio de Clientes na Fila	Total	1,0769	0,8745	0,9917
	Classe a	0,2342	0,2487	0,2226
	Classe b	0,8426	0,6257	0,7691
Tempo Médio em Fila para todos os chamados	Total	0,5111	0,4123	0,4867
	Classe a	0,2392	0,2535	0,2397
	Classe b	0,7218	0,5336	0,6933
Desvio Médio Número Médio de Clientes na Fila	Hiper cubo Aproximado - Hiper cubo	Quantidade		0,1445
		%		16,90
	Hiper cubo - Simulação	Quantidade		0,0568
		%		7,79
	Hiper cubo Aproximado - Simulação	Quantidade		0,0955
		%		14,06
Desvio Médio Tempo Médio em Fila para todos os chamados	Hiper cubo Aproximado - Hiper cubo	Horas		0,1004
		%		17,13
	Hiper cubo - Simulação	Horas		0,0178
		%		3,11
	Hiper cubo Aproximado - Simulação	Horas		0,0826
		%		14,69

6.5 Cenário Alternativo

Ao observar os resultados da Seção 6.5, pode-se perceber a sobrecarga dos servidores, especialmente do Servidor 6. Em função disso, formulou-se um cenário alternativo

que conta com mais um servidor disponível. Esse servidor foi localizado no átomo 7 (Usina) e os demais servidores permaneceram nas mesmas localizações.

Esse cenário alternativo também foi sugerido por especialista da empresa, uma vez que a sobrecarga de trabalho era conhecida. Além disso, a empresa pretende construir a estrutura de oficina e borracharia próxima da Usina, devido a maior disponibilidade de estradas. Nesse cenário optou-se por subdividir o problema em Parte 1 e Parte 2 e tratar esses subproblemas de forma independente. A Parte 1 conta com os átomos 1, 2, 4 e 6 e os servidores 1, 2, 4 e 6. Já a Parte 2 conta com os átomos 3, 5 e 7 e os servidores 3, 5 e 7. Nessa divisão foi observada a distância entre os átomos e a divisão da carga de trabalho.

A Tabela 52 mostra a Lista de Preferência de Despacho para a Parte 1 e a Tabela 53 para a Parte 2. Pode-se perceber que os dois subproblemas também utilizam o *backup* parcial.

Tabela 52 – Lista de Preferência de Despacho do Cenário Alternativo Parte1

Átomo	Servidor	
1	1	6
2	2	6
4	4	6
6	6	-

Tabela 53 – Lista de Preferência de Despacho do Cenário Alternativo Parte2

Átomo	Servidor	
3	3	7
5	5	7
7	7	-

Para tornar os Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado mais precisos, em comparação com o Modelo de Simulação, esse cenário alternativo também foi testado utilizando taxas de atendimento diferenciadas, conforme Seção 5.5. Assim, são utilizadas duas taxas de atendimento para cada servidor: a taxa de atendimento do servidor j (μ'_j) para os estados do hipercubo e uma taxa de atendimento do servidor j (μ''_j) para os estados das caudas.

Os resultados obtidos indicam que essa extensão melhora os resultados do Modelo Hipercubo e Hipercubo Aproximado, especialmente para as medidas relacionadas com a fila de espera. A Tabela 54 apresenta os resultados para a carga de trabalho considerando taxas de atendimento diferenciadas. O desvio percentual médio comparando o

Modelo Hipercubo e Hipercubo Aproximado e o Modelo Hipercubo e Simulação foram inferiores a 2 % e o do Modelo Hipercubo Aproximado e Simulação foram de 2,64 %.

Tabela 54 – Carga de Trabalho para o Cenário Alternativo com Taxas de Atendimento Diferenciadas

Servidor	Carga de Trabalho			Desvio Hipercubo Aproximado Hipercubo		Desvio Hipercubo Simulação		Desvio Hipercubo Aproximado Simulação	
	Hipercubo	Hipercubo Aproximado	Simulação	Absoluto	%	Absoluto	%	Absoluto	%
1	0,4087	0,4124	0,4038	0,0036	0,89	0,0048	1,20	0,0085	2,11
2	0,3639	0,3697	0,3659	0,0058	1,60	-0,0004	-0,53	0,0038	1,06
3	0,2796	0,2896	0,2800	0,0100	3,59	-0,0004	-0,14	0,0096	3,44
4	0,3917	0,3964	0,3848	0,0047	1,20	0,0068	1,79	0,0116	3,01
5	0,4661	0,4733	0,4718	0,0072	1,54	-0,0057	-1,20	0,0015	0,31
6	0,6444	0,6315	0,6202	-0,0129	-2,00	0,0241	3,89	0,0112	1,80
7	0,6191	0,6000	0,6435	-0,0191	3,09	-0,0243	-3,78	-0,0435	-6,76
Média	0,4534	0,4532	0,4529	0,0090	1,99	0,0097	1,79	0,0128	2,64

Os tempos médio de viagem para o Cenário Alternativo são apresentados nas Tabelas 55, 56 e 57. Esses resultados melhoraram ao utilizar taxas de atendimento diferenciadas nos Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado. Pode-se observar também que a maioria das medidas relacionadas aos tempos de viagem apresentam resultados superiores para os Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado em comparação com o Modelo de Simulação.

Tabela 55 – Tempo Médio de Viagem ao Átomo para o Cenário Alternativo com Taxas de Atendimento Diferenciadas

Átomo	Tempo Médio de Viagem ao Átomo			Desvio Hipercubo Aproximado Hipercubo		Desvio Hipercubo Simulação		Desvio Hipercubo Aproximado Simulação	
	Hipercubo	Hipercubo Aproximado	Simulação	Horas	%	Horas	%	Horas	%
1	0,1165	0,1131	0,1044	-0,0033	-2,87	0,0120	11,58	0,0087	8,37
2	0,1301	0,1282	0,1145	-0,0019	-1,47	0,0156	13,66	0,0137	11,99
3	0,0996	0,0935	0,0841	-0,0061	-6,17	0,0155	18,41	0,0093	11,10
4	0,1208	0,1188	0,1124	-0,0019	-1,61	0,0083	7,45	0,0064	5,72
5	0,3393	0,3308	0,3041	-0,0084	-2,49	0,0351	11,56	0,0267	8,77
6	0,1976	0,1878	0,2209	-0,0098	-4,97	-0,0232	-10,51	-0,0330	-14,97
7	0,4067	0,3740	0,4247	-0,0327	-8,04	-0,0179	-4,22	-0,0506	-11,92
Média				0,0091	3,95	0,0182	11,06	0,0212	10,41

Tabela 56 – Tempo Médio de Viagem do Servidor para o Cenário Alternativo com Taxas de Atendimento Diferenciadas

	Servidor	Hipercubo	Hipercubo Aproximado	Simulação
Tempo Médio de Viagem do Servidor	1	0,0538	0,0538	0,0538
	2	0,0308	0,0308	0,0308
	3	0,046	0,046	0,046
	4	0,0308	0,0308	0,0308
	5	0,046	0,046	0,046
	6	0,3847	0,3838	0,3489
	7	0,7425	0,7449	0,7055
Tempo Médio de Viagem para chamados da classe <i>a</i>	1	0,0538	0,0538	0,0538
	2	0,0308	0,0308	0,0308
	3	0,046	0,046	0,046
	4	0,0308	0,0308	0,0308
	5	0,046	0,046	0,046
	6	0,3957	0,3947	0,3544
	7	0,6474	0,6447	0,6121
Tempo Médio de Viagem para chamados da classe <i>b</i>	1	0,0538	0,0538	0,0538
	2	0,0308	0,0308	0,0308
	3	0,046	0,046	0,046
	4	0,0308	0,0308	0,0308
	5	0,046	0,046	0,046
	6	0,3718	0,3710	0,3427
	7	0,7618	0,7655	0,7227
Desvio Médio Tempo Médio de Viagem do Servidor	Hipercubo Aproximado - Hipercubo		Horas	0,0004
			%	0,08
	Hipercubo - Simulação		Horas	0,0103
			%	2,21
	Hipercubo Aproximado - Simulação		Horas	0,0106
			%	2,22
Desvio Médio Tempo Médio de Viagem para chamados da classe <i>a</i>	Hipercubo Aproximado - Hipercubo		Horas	0,0005
			%	0,09
	Hipercubo - Simulação		Horas	0,0109
			%	2,48
	Hipercubo Aproximado - Simulação		Horas	0,0104
			%	2,38
Desvio Médio Tempo Médio de Viagem para chamados da classe <i>b</i>	Hipercubo Aproximado - Hipercubo		Horas	0,0006
			%	0,09
	Hipercubo - Simulação		Horas	0,0097
			%	1,98
	Hipercubo Aproximado - Simulação		Horas	0,0101
			%	2,02

Em relação à fila de espera, os resultados para o número médio de clientes em fila e o tempo médio de espera na fila, mostrados na Tabela 57, melhoraram significativamente em relação aos resultados para esse cenário alternativo que não considera taxas de atendimento diferenciadas.

Tabela 57 – Tempo Médio e Número Médio de Clientes em Fila para o Cenário Alternativo com Taxas de Atendimento Diferenciadas

		Hipercubo	Hipercubo Aproximado	Simulação	
Parte 1	Número Médio de Clientes na Fila	Total	0,4408	0,3913	0,3449
		Classe a	0,1807	0,1802	0,1418
		Classe b	0,2600	0,2111	0,2031
	Tempo Médio em Fila para todos os chamados	Total	0,3525	0,3121	0,2749
		Classe a	0,2435	0,2425	0,1930
		Classe b	0,4978	0,4037	0,3910
Parte 2	Número Médio de Clientes na Fila	Total	0,4028	0,3343	0,3591
		Classe a	0,0387	0,0396	0,0366
		Classe b	0,3641	0,2947	0,3224
	Tempo Médio em Fila para todos os chamados	Total	0,4537	0,3749	0,4048
		Classe a	0,1617	0,1651	0,1576
		Classe b	0,5552	0,4479	0,4925
Parte 1	Desvio Médio Número Médio de Clientes na Fila	Hipercubo Aproximado - Hipercubo		Quantidade	0,0329
				%	10,09
		Hipercubo - Simulação		Quantidade	0,0638
				%	27,73
		Hipercubo Aproximado - Simulação		Quantidade	0,0309
				%	14,82
	Desvio Médio Tempo Médio em Fila para todos os chamados	Hipercubo Aproximado - Hipercubo		Horas	0,0451
				%	10,25
		Hipercubo - Simulação		Horas	0,0783
				%	27,23
		Hipercubo Aproximado - Simulação		Horas	0,0331
				%	14,14
Parte 2	Desvio Médio Número Médio de Clientes na Fila	Hipercubo Aproximado - Hipercubo		Quantidade	0,0462
				%	12,74
		Hipercubo - Simulação		Quantidade	0,0291
				%	10,28
		Hipercubo Aproximado - Simulação		Quantidade	0,0184
				%	7,85
	Desvio Médio Tempo Médio em Fila para todos os chamados	Hipercubo Aproximado - Hipercubo		Horas	0,0631
				%	12,93
		Hipercubo - Simulação		Horas	0,0385
				%	9,13
		Hipercubo Aproximado - Simulação		Horas	0,0273
				%	7,06

6.7 Comparação do Cenário Atual com o Cenário Alternativo

Os resultados obtidos indicaram uma diminuição da carga de trabalho comparando os Cenários Atual e Alternativo para os Modelos Hipercubo, Hipercubo Aproximado e Simulação, tanto ao considerar taxas de atendimento iguais quanto ao considerar taxas de atendimento diferenciadas. Essa redução de ocupação está associada à inserção de mais um servidor no Cenário Alternativo (Servidor 7) e à diminuição dos tempos de viagem, uma vez que os tempos de atendimento permaneceram inalterados.

Em relação ao tempo de viagem aos átomos, pode-se observar diminuição no tempo médio de viagem a todos os átomos, com exceção do tempo de viagem aos átomos 4 e 5 apenas no Modelo de Simulação. A redução dos tempos de viagem pode ser explicada pela maior proximidade dos servidores *backup* aos átomos. Já o aumento do tempo de viagem aos átomos 4 e 5 pode ser explicado pela menor ocupação dos Servidores 6 e 7, *backups* para esses átomos, no Cenário Alternativo. Esses servidores podem ter se deslocado a estes átomos mais vezes que o servidor 6 no Cenário Atual.

Os tempos médios de viagem dos servidores 1, 2, 3, 4, 5 e 6 tiveram redução para os três modelos comparados. Como o Servidor 7 foi inserido no Cenário Alternativo, não foi possível realizar a comparação. O número médio de clientes em fila foi menor no Cenário Alternativo em relação ao Atual para os três modelos. Para realizar a comparação, somou-se o número médio em fila na Parte 1 e 2 no Cenário Alternativo.

Assim, pode-se concluir que o Cenário Alternativo impacta favoravelmente na carga de trabalho dos servidores e na redução dos tempos de viagem. Entretanto, deve-se considerar o *trade-off* entre a melhoria no nível de serviço do sistema e o aumento no investimento requerido ao inserir o Servidor 7.

6.8 Considerações Finais do Capítulo

Nesse capítulo foi apresentada a extensão do Modelo Hipercubo, o Modelo Hipercubo Aproximado e o Modelo de Simulação para o cenário original do Sistema de Manutenção, utilizando os dados coletados no estudo de caso. Foi utilizada a extensão dos Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado usando taxas de atendimento diferenciadas. Além disso, foi desenvolvido um cenário alternativo, sugerido por especialistas da empresa, que aumenta um servidor e subdivide o problema em dois subproblemas. Foram apresentados os resultados utilizando taxas de atendimento diferenciadas. Não foram apresentados nesse capítulo os resultados considerando a mesma taxa de atendimento, uma vez que os resultados ao considerar taxas de atendimento diferenciadas foram significativamente melhores.

A modificação dos modelos hipercubo que utiliza taxa de atendimento diferenciada mostra-se adequada para tratar filas de tamanho importante, uma vez que detalha melhor a diferenciação do tempo de atendimento ao atender chamadas na fila ou não. Ao comparar esses dois cenários, o cenário alternativo é mais vantajoso que o cenário original, uma vez que proporciona considerável redução nos tempos de viagem. Entretanto, esse cenário envolve investimento adicional no sistema e deve-se avaliar o *trade-off* entre a melhoria no nível de serviço e o investimento requerido para isso.

Vale ressaltar que seria interessante a avaliação de outros cenários alternativos. Esses cenários incluem reavaliar as configurações e compartilhamento de recursos em sistemas de manutenção em campo.

Nesse capítulo foram observadas algumas medidas de desempenho com desvios relativamente grandes, principalmente para os tempos de viagem, ao se comparar os três modelos, especialmente no Cenário Original. Decidiu-se realizar alguns testes baseados no cenário original para entender esses resultados. Esses testes pretenderam diminuir a carga de trabalho dos servidores para verificar se a sobrecarga de trabalho dos servidores (especialmente do Servidor 6) e/ou o tempo de viagem estariam influenciando na precisão dos modelos. No primeiro desses testes, diminuiu-se o tempo de atendimento dos servidores e manteve-se o tempo de viagem. Os resultados mostram uma redução na carga de trabalho de todos os servidores, que seria esperado, especialmente do Servidor 6, que chegou a uma carga de 0,577 no Modelo de Simulação. Já os desvios percentuais e absolutos foram reduzidos significativamente em todas as medidas de desempenho relacionadas aos tempos de viagem. No segundo teste, diminuiu-se o tempo de viagem entre os átomos e mantiveram-se os tempos de atendimento. Os resultados para esse teste mostraram uma redução de carga de trabalho, também esperada, especialmente do Servidor 6, que chegou a um máximo de 0,7827 no Modelo Hipercubo Aproximado. Os desvios relacionados aos tempos de viagem também foram reduzidos significativamente. Em função dos resultados desses dois testes e do Cenário Alternativo, em que os desvios percentuais foram reduzidos em relação ao cenário original, acredita-se que as medidas de desempenho dos Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado relacionadas a tempos de viagem devam ser utilizadas com certa cautela em cenários com cargas de trabalhos elevadas e tempos de viagem grandes em relação aos tempos de atendimento.

7 Conclusões e Perspectivas Futuras

7.1 Conclusões

Essa tese propõe abordagens quantitativas analíticas e experimentais para análise, planejamento e otimização da configuração das operações de Borracharia e Manutenção na etapa agrícola da agroindústria canavieira. Para analisar Sistemas da Borracharia, foi adaptado o modelo hipercubo de filas e desenvolvido um modelo de simulação discreta. Para Sistemas de Manutenção, foi estendido o modelo hipercubo para tratar prioridades entre as diferentes classes de chamados e o *backup* parcial. Também foi desenvolvido um modelo hipercubo aproximado, que utiliza um menor número de estados ao desconsiderar informação sobre a origem do chamado em fila, e também adota prioridades e *backup* parcial. Para analisar Sistemas de Manutenção, também foi desenvolvido um modelo de simulação discreta. Tanto para a Manutenção quanto para a Borracharia, foram utilizados estudos de caso para avaliar os sistemas analisados e estimar indicadores de desempenho para esses sistemas. Também foram investigados cenários alternativos para ambos os sistemas, explorando o potencial de análise desses modelos.

A agroindústria canavieira vem passando por muitas transformações. Mudanças na legislação ambiental, na aplicação de leis trabalhistas, aumento da concorrência entre as empresas, aumento do consumo de produtos derivados da cana-de-açúcar e, principalmente, maior mecanização das atividades agrícolas, que aumentam a importância do uso de métodos quantitativos para auxiliar na tomada de decisões nos serviços de emergência da etapa agrícola da agroindústria canavieira, como manutenção, borracharia, combate a incêndio, entre outros.

Assim, com esse trabalho, espera-se contribuir para análise desses sistemas de borracharia e manutenção e avançar no desenvolvimento e utilização de abordagens quantitativas no contexto da agroindústria canavieira, já que não é de nosso conhecimento estudos anteriores sobre serviços de emergência e localização de servidores na etapa agrícola da agroindústria canavieira nesta linha de pesquisa. Nestas análises, considerou-se as especificidades de cada um dos sistemas modelados incorporando-as adequadamente nos modelos, e tornando-os mais realistas.

Para o Sistema Emergencial da Borracharia, foram modelados o Cenário Original, com servidores centralizados, e um Cenário Alternativo com servidores descentralizados, sugerido pelo gestor da empresa. Os resultados mostram a adequação e o potencial de análise dos Modelos Hipercubo e de Simulação e indicam que o Cenário

Alternativo reduz o tempo de viagem e, por consequência, a carga de trabalho dos servidores. Desta maneira, esse cenário pode ser considerado como uma alternativa viável e vantajosa para implantação na empresa.

Em relação ao Sistema de Manutenção, foram desenvolvidos três modelos: o Modelo Hipercubo, o Modelo Hipercubo Aproximado e o Modelo de Simulação. O Modelo Hipercubo desenvolvido apresenta uma extensão do Modelo Hipercubo Original (LARSON, 1974) que adota o *backup* parcial e explicita a prioridade na fila de espera. O Modelo Hipercubo Aproximado foi desenvolvido também estendendo o modelo original quanto ao *backup* parcial e a prioridade na fila, mas adotando simplificações que reduziram significativamente o número de estados no sistema. Esse modelo mostrou-se adequado ao avaliar o custo (número de equações) em relação à precisão (desvio). Ambos os modelos são contribuições para o estado da arte da literatura de filas. O Modelo de Simulação incorpora as características do sistema estudado como o redespacho de servidores diretamente ao chamado, a prioridade entre as classes de chamados e o *backup* parcial.

Em relação ao Sistema de Manutenção em Campo, os resultados dos testes realizados confirmaram as informações do gestor do sistema sobre a necessidade de mais um servidor. Nesse caso, foi analisado um Cenário Alternativo que envolve outro servidor e o localiza na Usina. Os resultados desse cenário mostraram uma redução na carga de trabalho dos servidores e nos tempos de viagem, além de benefícios em outras medidas de desempenho. Dessa maneira, esse cenário pode ser considerado uma alternativa vantajosa, do ponto de vista do nível de serviço para implantação na empresa. Entretanto, deve-se avaliar o *trade-off* entre a melhoria no nível de serviço e o investimento requerido no sistema para isso.

Para o Sistema da Manutenção, testou-se também a mudança no cálculo do tempo de atendimento utilizado nos Modelos Hipercubo e Hipercubo Aproximado para os estados da fila de espera, para tornar os modelos mais precisos. Nesse caso, foram adotadas taxas de atendimento diferenciadas para os chamados que aguardam em fila e para os chamados que não aguardam em fila, que foram incorporadas nas equações de equilíbrio dos modelos hipercubo. Essa alternativa reflete melhor a lógica do sistema real, uma vez que quando existem chamadas aguardando em fila, o servidor não se desloca até a base para realizar o atendimento, mas é redespachado diretamente do último local de atendimento. Os resultados apresentaram melhoria nas medidas de desempenho do sistema, especialmente em relação às medidas relacionadas à fila de espera. Esse procedimento de considerar taxas de atendimento diferenciadas é uma alternativa simplificadora e heurística em relação a considerar um terceiro estado para cada servidor, uma vez que considerar esse terceiro estado

aumentaria significativamente o esforço computacional. Esse procedimento é outra contribuição dessa tese para a literatura de modelos hipercubos, que também poderia ter sido aplicado no modelo hipercubo da borracharia, especialmente em sistemas que admitam mais de uma classe de chamados.

7.2 Perspectivas para Pesquisa Futura

Várias perspectivas interessantes para pesquisa futura foram levantadas ao longo do desenvolvimento dessa tese e poderão ser realizadas em próximos trabalhos de pesquisa.

Por exemplo, seria interessante testar configurações que considerem aumento na demanda atual nos Sistemas da Borracharia e Manutenção, em virtude da perspectiva de crescimento das empresas. Deve-se atentar que no caso da empresa estudada, não se trata simplesmente de aumentar as taxas de chegada em cada átomo. Para que esse aumento na demanda ocorra, acredita-se que seja necessário aumentar a área plantada da empresa, formando outros átomos ou aumentando os átomos existentes e, possivelmente, aumentar a quantidade de servidores.

Também seria interessante testar mudanças na estrutura da oficina mecânica e borracharia da empresa. No caso dessa usina, a oficina utiliza instalações pré-existentes, mas a empresa pretende construir uma estrutura mais adequada para a localização da oficina. Os gestores acreditam que essa seja uma mudança de grande impacto, uma vez que, como pode ser visualizado na Figura 3, a região da oficina não conta com grande disponibilidade de estradas.

Para o Sistema de Manutenção, poder-se-ia também testar configurações que compartilhem recursos com fazendas próximas ou com frentes dentro das mesmas fazendas, especialmente quando estas se localizarem próximas da base. Essas configurações alternativas poderiam ser implementadas em alguns subperíodos de modo a diminuir os servidores fixos nas frentes e aumentar a disponibilidade de servidores que podem se deslocar para atender chamados em todas as áreas.

Para aumentar a precisão dos modelos hipercubos desenvolvidos, também seria interessante desenvolver modificações nesses modelos para torná-los ainda mais precisos e reduzir ainda mais os desvios dos seus resultados com relação aos resultados dos modelos de simulação e de medidas amostradas de sistemas reais. Também seria interessante avaliar cenários, mesmo que utilizando exemplos ilustrativos, para testar o impacto nas medidas de desempenho de cargas de trabalhos elevadas e tempos de viagem importantes.

Uma outra linha de pesquisa interessante seria estender e aplicar o modelo hipercubo de filas e modelos de simulação para analisar outros sistemas emergenciais encontrados na agroindústria canavieira, caso, por exemplo, dos sistemas de combate a incêndio agrícola. Esses sistemas funcionam de forma semelhante ao Sistema de Manutenção em campo, uma vez que utilizam prioridades e *backup* parcial. Entretanto, os Sistemas de Combate a Incêndio ainda adotam múltiplos despachos dos servidores, dependendo do tipo de chamados. Salienta-se que uma dificuldade para essa pesquisa seria encontrar empresas que disponibilizassem seus dados para análise desses sistemas, uma vez que notamos essa dificuldade nas empresas visitadas.

Outra pesquisa futura interessante seria, além de propor configurações alternativas para os sistemas emergenciais das empresas, ter condições de acompanhar suas possíveis implantações nas empresas, e desta maneira, acompanhar em campo as mudanças nas medidas de desempenho para verificar se os benefícios esperados nos níveis de serviço são de fato observados após implantação nos sistemas. Essas análises permitiriam também entender melhor as vantagens e desvantagens dessas soluções em comparação com as soluções das empresas.

Referências Bibliográficas

- ABO-HAMAD, W.; ARISHA, A. Simulation-based framework to improve patient experience in an emergency department. **European Journal of Operational Research**, v. 224, n. 1, p. 154–166, 2013.
- ABOUELJINANE, L.; SAHIN, E.; JEMAI, Z. A review on simulation models applied to emergency medical service operations. **Computers & Industrial Engineering**, v. 66, p. 734–750, 2013.
- AGRAWAL, P. M.; SHARDA, R. Impact of frequency of alignment of physical and information system inventories on out of stocks: A simulation study. **International Journal of Production Economics**, v. 136, n. 1, p. 45-55, 2012.
- ALBINO, J. C. C. **Qualificação e locação de unidades móveis de atendimento de emergência e interrupções em redes de distribuição de energia elétrica: aplicação do Modelo Hipercubo**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1994.
- ALDURGHAM, M. M., BARGHASH, M. A. A generalized framework for simulation-based decision support for manufacturing. **Production Planning & Control: The Management of Operations**, v. 19, n. 5, p. 518-534, 2008.
- ALMEIDA, E. F.; BOMTEMPO, J. V.; SILVA, C. M. S. The Performance of Brazilian Biofuels: An Economic, Environmental and Social Analysis. In: **International Transport Forum**. Federal University of Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.
- ANFAVEA. Anuário da Indústria Automobilística Brasileira Edição 2012. Disponível em: <<http://www.anfavea.com.br/anuario.html>>. Acesso em: 15 nov 2012.
- ARENALES, M.; ARMENTANO, V.; MORABITO, R.; YANASSE, H. **Pesquisa Operacional para Cursos de Engenharia**. 1. ed. São Paulo: Campus, 2007.
- ATKINSON, J. B.; KOVALENKO, I. N.; KUZNETSOV, N.; MYKHALEVYCK, K. V. Heuristic solution methods for hypercube queuing model of the deployment of emergency systems. **Cybernetics and Systems Analysis**, v. 42, p. 379-391, 2006.

ATKINSON, J. B.; KOVALENKO, I. N.; KUZNETSOV, N.; MYKHALEVYCK, K. V. A hypercube queuing loss model with customer-dependent service rates. **European Journal of Operational Research**, v. 191, p. 223-239, 2008.

BAPTISTA, S.; OLIVEIRA, R. C. A case study on the application of an approximated hypercube model to emergency medical systems management. **CEJOR**, v. 20, p. 559-581, 2012.

BANKS, J., CARSON II, J. S. e NELSON, B. L.; NICOL, D. M., **Discrete-Event System Simulation**, 3. ed. New Jersey: Prentice Hall, 2005.

BATTA, R.; DOLAN, J. M.; KRISHNAMURTHY, N. N. The maximal expected covering location problem: revisited. **Transportation Science**, v. 23, pp. 277-287, 1989.

BERTRAND, J. W. M.; FRANSOO, J. C. Operations management research methodologies using quantitative modeling. **International Journal of Operations & Production Management**, v. 22, n.2, p. 241-264, 2002.

BITRAN, G.; MORABITO, R. Um exame dos modelos de redes de filas abertas Aplicadas a sistemas de manufatura discretos - Parte I. **Gestão & Produção**, v. 2, n. 2, p. 192-219, 1995.

BITRAN, G.; MORABITO, R. Open Queueing Networks: Optimization and Performance Evaluation Models for Discrete Manufacturing Systems. **Production and Operations Management**, v. 5, n. 2, p 163-193, 1996.

BODDEY, R.M.; SOARES, L.H. DE B.; ALVES, B.J.R.; URQUIAGA, S. Bio-ethanol production in Brazil. Chapter 13. In: Pimentel, D., (ed.), **Biofuels, Solar and Wind as Renewable Energy Systems: Benefits and Risks**. New York: Springer, 2008. p 321-356.

BRAMER, P.; GISCHER, H.; LUCKE, C. A simulation approach to evaluate systemic risk. **European Journal of Political Economy**, disponível online em 19 de julho de 2013.

BRAUNBECK, O.; BAUEN, A.; ROSILLO-CALLE, F.; CORTEZ, L. Prospects for green cane harvesting and cane residue use in Brazil. **Biomass and Bioenergy**, v. 17, p. 495-506, 1999.

BRANDEAU, M.; LARSON, R. C. Extending and applying the hypercube queuing model to deploy ambulances in Boston. In: SWERESY, A. J.; INGNLL, E., J. (eds). *Delivery of Urban Services*. **TIMS Studies in the Management Science** 22, Elsevier, 1986, p. 121-153.

BRYMAN, A. *Research methods and organization studies*. London: Unwin Hyman, 1989. (caps. 1 e 5)

BURWELL, T. H.; JARVIS, J. P.; MCKNEW, M. A. Modeling co-located servers and dispatch ties in the hypercube model. **Computers and Operations Research**. v. 20, p. 113-119, 1993.

CAIXETA FILHO, J. V. *Competitividade do Agrobusiness: a questão do transporte em um contexto logístico*. ESALQ, Departamento de Economia Rural, 1998.

CAMARENA, E. A.; GRACIA, C.; CABRERA SIXTO, J. M. A Mixed Integer Linear Programming Machinery Selection Model for Multifarm Systems. **Biosystems Engineering**, v. 87, n. 2, p. 145-154, 2004.

CARVALHO, M. D. **Proposta de um modelo de planejamento agregado da produção numa usina de açúcar e álcool vinculado à flutuação de preços em mercados à vista e no mercado futuro**. Mestrado em Engenharia de Produção, USP, São Paulo, 2009.

CARVALHO, H.; BARROSO, A. P.; MACHADO, V. H.; AZEVEDO, S.; CRUZ-MACHADO, V. Supply chain redesign for resilience using simulation. **Computers & Industrial Engineering**, v. 62, n. 1, p. 329–341, 2012.

CHIYOSHI, F.; GALVÃO, R. D.; MORABITO, R. O uso do modelo hipercubo na solução de problemas de localização probabilísticos. **Gestão & Produção**, v. 7, n. 2, p. 146-174, 2000.

CHIYOSHI, F.; GALVÃO, R. D.; MORABITO, R. Modelo hipercubo: análise e resultados para o caso de servidores não-homogêneos. **Pesquisa Operacional**, v. 21, n. 2, p. 199-218, 2001.

CHIYOSHI, F.; IANNONI, A. P.; MORABITO, R. A tutorial on hypercube queueing models and some practical applications in emergency service systems. **Pesquisa Operacional**, v. 31, n. 2, p. 271-299, 2011.

CHELST, K. R.; JARVIS, J. P. Estimating the probability distribution of travel times for urban emergency service systems. **Operations Research**, v. 27, n. 1, p. 199-204, 1979.

CHELST, K. R.; BARLACH, Z. Multiple unit dispatches in emergency services: models to estimate system performance. **Management Science**. v. 27, n. 12, p. 1390-1409, 1981.

COLIN, E. C.; CIPPARONE, F. A. M.; SHIMIZU, T. Otimização do Custo de Transporte na Distribuição-Armazenagem de Açúcar. **Produção**, v. 9, n. 1, p. 23-30, 1999.

COELHO, S. T.; GOLDEMBERG, J.; LUCON, O.; GUARDABASSI, P. Brazilian sugarcane ethanol: lessons learned. **Energy for Sustainable Development**, v. 10, n. 2, p. 26-39, 2006.

COSTA, D. M. B. **Uma metodologia iterativa para determinação de zonas de atendimento de serviços emergenciais**. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2004.

COSTA, R. C. Mitigação de riscos e ampliação de retornos: aplicação dos conceitos de fronteira eficiente de markowitz e de carteira alavancada ao setor sucroalcooleiro. **BNDES Setorial**, n. 29, p. 37-76, 2009

CRAGO, C. L.; KHANNA, M.; BARTON, J.; GIULIANI, E.; AMARAL, W. Competitiveness of Brazilian sugar cane ethanol compared to US corn ethanol. **Energy Policy**, v. 38, p. 7404-7415, 2010.

CGEE (Centro de Gestão e Estudos Estratégicos). Bioetanol Combustível: uma oportunidade para o Brasil. 2009. Disponível em: <http://www.cgee.org.br/publicacoes/bioetanol2_2009.php>. Acesso em: 05 fev 2013.

CONAB. Mapa. Disponível em: <www.conab.gov.br>. Acesso em: 15 jan. 2013.

DAVOUDPOUR, H.; MORTAZ, E.; HOSSEINIJOU, S. A. A new probabilistic coverage model for ambulances deployment with hypercube queuing approach. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 70, p. 1157-1168, 2014.

DISNEY, R.L.; KONIG, D. Queueing networks: a survey of their random processes. **SIAM Review**. v. 27, n. 3, p. 335-403, 1985.

FIGUEIREDO, E. B.; SCALA Jr., N. Greenhouse gas balance due to the conversion of sugarcane areas from burned to green harvest in Brazil. **Agriculture, Ecosystems and Environment**, v. 141, p.77-85, 2011.

GAL, P. Y.; MASSON, J. L.; BEZUIDENHOUT, C. N.; LAGRANGE, L. F. Coupled modelling of sugarcane supply planning and logistics as a management tool. **Computers and Electronics in Agriculture**, v. 68, p. 168–177, 2009.

GALVÃO, R. D.; MORABITO, R. Emergency service systems: the use of the hypercube queuing model in the solution of probabilistic location problems. **International Transactions in Operational Research**, v. 15, p. 525-549, 2008.

GAUDER, M.; GRAEFF-HÖNNINGER, S.; CLAUPEIN, W. The impact of a growing bioethanol industry on food production in Brazil. **Applied Energy**, v. 88, p. 672–679, 2011.

GEROLIMINIS, N.; KARLAFTIS, M. G.; SKABARDONIS, A. A spatial queuing model for the emergency vehicle districting and location problem. **Transportation Research Part B**, v. 43, p. 789-811, 2009.

GEROLIMINIS, N.; KEPAPTSOGLU, K.; KARLAFTIS, M. G. A hybrid hypercube – Genetic algorithm approach for deploying many emergency response mobile units in an urban network. **European Journal of Operational Research**, v. 210, p. 287-300, 2011.

GONÇALVES, M. B. Métodos de Pesquisa Operacional em Serviços Emergenciais. In: Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Florianópolis, SC, 1994. **Anais...** Florianópolis, 1994, p. 597-601.

GONÇALVES, M. B.; NOVAES, A. G.; SCHMITZ, R. Um modelo de otimização para localizar unidades de serviço emergenciais em rodovias. In: Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes, São Carlos, SP, 1995. **Anais...** São Carlos, 1995, p. 962-972.

GRISOTTO, M. E. **Otimização do transporte de cana-de-açúcar por caminhões**. Tese de Doutorado, UNICAMP, Campinas, 1995.

GRUNOW, M.; GÜNTHER, H.O.; WESTINNER, R. Supply optimization for the production of raw sugar. **International Journal of Production Economics**, v. 110, p. 224-239, 2007.

GROSS, D.; HARRIS, C. M. **Fundamentals of Queuing Theory**. 3. Ed. New York: John Wiley & Sons, 1998.

EMBRAPA (Empresa Brasileira de Pesquisas Agropecuárias) Disponível em: <<http://www.agencia.cnptia.embrapa.br>>. Acesso em: 01 fev 2013.

FURTADO, A. T.; SCANDIFFIO, M. I. G; CORTEZ, L. A. B. The Brazilian sugarcane innovation system. **Energy Policy**, v. 39, p. 156-166, 2011.

HIGGINS, A. Scheduling of road vehicles in sugarcane transport: a case study at an Australian sugar mil. **European Journal of Operational Research**, v. 170, p. 987-1000, 2006.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução à Pesquisa Operacional**. 8. ed. Porto Alegre: Bookman, 2010.

HOLM, L. B.; LURAS, H.; DAHL, F. A. Improving hospital bed utilisation through simulation and optimisation: With application to a 40% increase in patient volume in a Norwegian general hospital. **International Journal of Medical Informatics**, v. 82, n. 2, p. 80–89, 2013.

HOU, Y.; ZHAO, Y.; HUME, K. F.; HUANG, S.; YANG, Y.; SADEK, A. W.; QIAO, C. An integrated traffic-driving simulation framework: Design, implementation, and validation. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, Disponível *online* em 11 de março de 2014.

IANNONI A. P.; MORABITO R. Análise do sistema logístico de recepção de cana-de-açúcar: um estudo de caso utilizando simulação discreta. **Gestão & Produção**, v. 9, n. 2, p. 107-128, 2002.

IANNONI, A. P. **Otimização da configuração e operação de sistemas médico emergenciais em rodovias utilizando o modelo hipercubo**. Tese de Doutorado, PPGE/UFSCar, São Carlos, 2005.

IANNONI A. P.; MORABITO R. Modelo hipercubo integrado a um algoritmo genético para análise de sistemas médicos emergenciais em rodovias. **Gestão & Produção**, v. 13, n. 1, p.93-104, 2006a.

IANNONI A. P.; MORABITO R. Modelo de fila hipercubo com múltiplo despacho e backup parcial para análise de sistemas de atendimento médico emergenciais em rodovias. **Pesquisa Operacional**, v. 26, n. 3, p. 493-519, 2006b.

IANNONI, A. P.; MORBITO, R. A discrete simulation analysis of a logistics supply system. **Transportation Research Parte E: Logistics and Transportation Review**, v. 42, n. 3, p. 191-210, 2006c.

IANNONI, A. P.; MORABITO, R. A multiple dispatch and partial backup hypercube queuing model to analyze emergency medical systems on highways. **Transportation Research**, v. 43, p. 755-771, 2007.

IANNONI, A. P.; MORABITO, R. Otimização da localização das bases de ambulâncias e do dimensionamento das suas regiões de cobertura em rodovias. **Produção**, v. 18, n. 1, p. 47-63, 2008.

IANNONI, A. P.; MORABITO, R.; SAYDAM, C. A hypercube queueing model embedded into a genetic algorithm for ambulance deployment on highways. **Annals of Operations Research**, v. 157, p. 207-224, 2008.

IANNONI, A. P.; MORABITO, R.; SAYDAM, C. An optimization approach for ambulance location and the districting of the response segments on highways. **European Journal of Operational Research**, v. 195, p. 528–542, 2009

IANNONI, A. P.; MORABITO, R.; SAYDAM, C. Optimizing large-scale emergency medical system operations on highway using the hypercube queuing model. **Socio-Economic Planning Sciences**, v. 45, p. 105-117, 2011.

IANNONI, A. P.; CHIYOSHI, F.; MORABITO, R. A spatially distributed queuing model considering dispatching policies with server reservation. Submetido para Publicação em 2013.

IGNALL, E.; KOLESAR, A.; WALKER, W. Using simulation to develop and validate analytic models: some case studies. **Operations Research**, v. 26, p. 237-253, 1978.

JARVIS, J. P. Approximating the equilibrium behavior of multi-server loss systems. **Management Science**, v. 31, p. 235-239, 1985.

JIAO, Z.; HIGGINS, A. J.; PRESTWIDGE, D. B. An integrated statistical and optimization approach to increasing sugar production within a mill region. **Computers and Electronics in Agriculture**. v. 48, p. 170-181, 2005.

JUNQUEIRA, R. **Programação de frentes de colheita de cana-de-açúcar: uma modelagem visando o equilíbrio das capacidades de colheita e transporte**. Tese de Doutorado, PPGEP/UFSCar, São Carlos, 2014.

KAWAMURA, M. S.; RONCONI, D. P.; YOSHIZAKI, H. Optimizing transportation and storage of final products in the sugar and ethanol industry: a case study. **International Transactions in Operational Research**, v. 13, n. 5, p. 425-439, 2006.

KELTON, W.; SADOWSKI, R., SWETS, N. **Simulation with Arena**. 5. ed. New York: McGraw-Hill, 2010.

KOLESAR, P.; BLUM, E. Square root laws for fire engines response distances. **Management Science**, v. 19, n. 12, p. 1368-1378, 1973.

KENDALL, D. G. Stochastic processes occurring in the theory of queues and their analysis by the method of the imbedded markov chain. **The Annals of Mathematical Statistics**, v. 24, n. 3, p. 338-354, 1953.

KLEINROCK, L. **Queueing Systems – Volume I: Theory**, 1. ed. New York: John Wiley & Sons, 1975.

KLEINROCK, L. **Queueing Systems – Volume II: Computer Applications**, 1. ed. New York: John Wiley & Sons, 1976.

LARSON, R. C. Hypercube queuing model for facility location and redistricting in urban emergency services. **Computers and Operations Research**, v. 1, p. 67-95, 1974.

LARSON, R. C. Approximating the performance of urban emergency service systems. **Operations Research**, v. 23, p. 845-868, 1975.

LARSON, R. C.; ODONI, A. R. **Urban Operations Research**. 1. ed. New Jersey: Prentice Hall, 1981.

LARSON, R. C.; MCKNEW, M. A. Police patrol-initiated activities within a systems queuing model. **Management Science**, v. 28, n. 7, p. 759-774, 1982.

LARSON, R. C. OR models for homeland security. **OR/MS Today**, v. 31, p. 22-29, 2004.

LAZOWSKA, E. D.; ZAHORJAN, J.; GRAHAM, G. S.; SEVCIK, K. C. **Quantitative System Performance – Computer System Analysis Using Queueing Network Models**. New Jersey: Prentice-Hall, 1984.

LAW, A. M.; KELTON, W. D., **Simulation Modeling and Analysis**, 3. ed. Singapore: McGraw-Hill, 2000.

LITTLE; J. D. C.; GRAVES, S. C. Little's Law. Disponível em: <<http://web.mit.edu/sgraves/www/papers/Little's%20Law-Published.pdf> > Acesso em: 25 set. 2013.

LONG, Q.; ZHANG, W. An integrated framework for agent based inventory–production–transportation modeling and distributed simulation of supply chains. **Information Sciences**, Disponível *online* em 11 de março de 2014.

MATHEW; J; RAJENDRAM, C. Scheduling of maintenance in a sugar industry using simulation. **Computers in Industry**, v. 21, n. 3, p. 331-334, 1993.

MAPA (Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento). Cana-de-açúcar. Disponível em: <<http://www.agricultura.gov.br/portal/page/portal/Internet-MAPA/pagina-inicial/vegetal/culturas/cana-de-acucar>>. Acesso em: 18 jul. 2013.

MENA, R.; ZIO, E.; KRISTJANPOLLER, F.; ARATA, A. Availability-based simulation and optimization modeling framework for open-pit mine truck allocation under dynamic constraints. **International Journal of Mining Science and Technology**, v. 23, n. 1, p. 113-119, 2013.

MENDONÇA, F. C. **Aplicação do modelo hipercubo, baseado em teoria das filas, para análise de um sistema médico-emergencial em rodovia**. Dissertação de Mestrado, PPGE/UFSCar, São Carlos, 1999.

MENDONÇA, F. C.; MORABITO, R. Aplicação do modelo hipercubo para análise de um sistema médico-emergencial em rodovia. **Gestão & Produção**, v. 7, n. 1, p. 73-91, 2000.

MENDONÇA, F. C.; MORABITO, R. Analyzing emergency service ambulance deployment on a Brazilian highway using the hypercube model. **Journal of the Operation Research Society**, v. 52, p. 261-268, 2001.

MILAN, E. L.; FERNNADEZ, S. M.; ARAGONES, L. M. P. Sugar cane transportation in Cuba, a case study. **European Journal of Operational Research**, v. 174, n. 1, p. 374-386, 2006.

MORABITO, R.; CHIYOSHI, F.; GALVÃO, R. D. Non-homogeneous servers in emergency medical system: practical applications using the hypercube queuing model. **Socio-Economic Planning Sciences**, v. 42, p. 255-270, 2008.

MORABITO, R.; PUREZA, V. M. Modelagem e Simulação. In: **Metodologia de Pesquisa em Engenharia de Produção**, São Paulo: Campus, 2010, p. 165-194, 2010.

NASCIMENTO, A. N. **Otimização da capacidade de instalações sucro-alcooleiras**. Tese de Doutorado, UNICAMP, Campinas, 2006.

NEGAHBAN, A.; SMITH, J. S. Simulation for manufacturing system design and operation: literature review and analysis. **Journal of Manufacturing Systems**, v.33, n. 2, p. 241-261, 2014.

NEVES, J. L. M.; MAGALHÃES, P. S. G.; MORAES, E. E.; ARAÚJO, F. V. M. Avaliação de perdas invisíveis na colheita mecanizada em dois fluxos de massa de cana-de-açúcar. **Eng. Agrícola**, v.26, n.3, p.787-794, 2006.

PAIVA, R. P. O.; MORABITO, R. Um modelo de otimização para o planejamento agregado da produção em usinas de açúcar e álcool. **Gestão & Produção**, v. 14, n. 1, p. 25-41, 2007.

PAIVA, R. P. O.; MORABITO, R. An optimization model for the aggregate production planning of a Brazilian sugar and ethanol milling company. **Annals of Operations Research**, v. 169, p. 117-130, 2009.

PAIVA, R. P. O. **Modelagem do planejamento agregado da produção em usinas cooperadas do setor sucroenergético utilizando programação matemática e otimização robusta**. Tese de Doutorado, PPGEP/UFSCar, São Carlos, 2009.

PAIVA, R. P. O.; MORABITO, R. Otimização do planejamento hierárquico da produção em usinas cooperadas do setor sucroenergético. **Produção**, v. 23, n. 3, p. 449-467, 2013.

PEDGEN, C. D., SHANNON, R. E. e SADOWSKI, R. P., **Introduction to Simulation Using SIMAN**, New York: McGraw-Hill, 1999.

PEIXOTO, E. C.; PINTO, L. R. Gerenciamento de estoques via previsão de vendas agregadas utilizando simulação. **Produção**, v. 16, n. 3, p. 569-581, 2006.

RAJAGOPALAN, H. K.; SAYDAM, C.; XIAO, J. A multiperiod set covering location model for dynamic redeployment of ambulance. **Computers & Operations Research**, v. 35, p. 814-826, 2008.

RODRIGUES, L. F.; PINTO, L. R. Análise comparativa de metodologias utilizadas no despacho de caminhões em minas a céu aberto. **REM: Revista da Escola de Minas**, v. 65, n. 3, p. 377-384, 2012.

ROSA, L. P.; TOLMASQUIM, M. T.; AROUCA, M. C. Potential for reduction of alcohol production costs in Brazil. **Energy**, v. 23, n. 11, p. 987-995, 1998.

ROVERE, E. L.; PEREIRA, A. S.; SIMÕES, A. F. Biofuels and Sustainable Energy Development in Brazil. **World Development**, v. 39, n. 6, p. 1026-1036, 2011.

SACKS, S. R.; GRIEF, S. Orlando Police Department uses OR/MS methodology, new softwares to design patrol districts. **OR/MS Today**, p. 30-42, 1994.

SAITO, J. R. **Análise das cadeias agroindustriais utilizando simulação computacional baseada na metodologia System Dynamics: um estudo de caso**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2000.

SÃO PAULO (Estado). Lei sobre a queima da cana no estado de São Paulo. Lei n.º 11.241, 19 de setembro de 2002.

SAYDAM, C.; REPEDE, J.; BURWELL, T. Accurate estimation of expected coverage: a comparative study. **Socio-Economic Planning Sciences**, v. 28, n. 2, p. 113-120, 1994.

SAYDAM, C.; AYTUG, H. Accurate estimation of expected coverage: revisited. **Socio-Economic Planning Sciences**, v. 37, p. 69-80, 2003.

SHANNON, R. E. **Systems Simulation: The Art and the Science**. New Jersey: Prentice-Hall, 1975.

SILVA, J. E. A. R. **Desenvolvimento de um modelo de simulação para auxiliar o gerenciamento de sistemas de corte, carregamento e transporte de cana de açúcar**. Dissertação de Mestrado, UFSCar, São Carlos, 2006.

SILVA, J. E. A. R.; ASSUMPCÃO, M. R. P.; COSTA, M. A. B. Planejamento de turnos de trabalho: uma abordagem no setor sucroalcooleiro com uso de simulação discreta. **Gestão & Produção**, v. 18, n. 1, p. 73-90, 2011.

SOUZA, J. C.; NOVAES, A. G. N. Dimensionamento, localização e escalonamento temporal de serviços de emergência. In: Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Florianópolis, SC, 1994. **Anais...** Florianópolis, 1994, p. 332-337.

SOUZA, R. J. **A logística como instrumento de reestruturação, redução de custos e melhorias na qualidade em agroindústrias: uma aplicação ao setor sucroalcooleiro**. Dissertação de Mestrado, UNICAMP, Campinas, 2001.

SOUZA, R. R. **Panorama, oportunidades e desafios para o mercado mundial de álcool automotivo**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.

SOUZA, R. M. **Análise da configuração de SAMU utilizando modelo hipercubo com prioridade na fila e múltiplas alternativas de localização de ambulâncias**. Tese de Doutorado, UFSCar, São Carlos, 2010.

SOUZA, R. M.; MORABITO, R.; CHIYOSHI, F. Y.; IANNONI, A. P. Análise da configuração de SAMU utilizando múltiplas alternativas de localização de ambulâncias. **Gestão & Produção**, v. 20, n. 2, p. 287-302, 2013.

SOUZA, R. M.; MORABITO, R.; CHIYOSHI, F. Y.; IANNONI, A. P. Extensão do modelo hipercubo para análise de sistemas de atendimento médio emergencial com prioridade na fila. **Produção**, v. 24, n. 1, p. 1-12, 2014

SØRENSEN, C. G.; BOCHTIS, D. D. Conceptual model of fleet management in agriculture. **Biosystems Engineering**, v. 105, p. 41-50, 2010.

STEVENSON, W. J. **Estatística aplicada à Administração**. 1. ed. São Paulo: HARBRA, 2001.

SURI, R.; SANDERS, J.L; KAMATH, M., Performance evaluation of production network. In: **Handbooks in Operational Research and Management Science** Vol 4, Amsterdam: Elsevier Science Publishers B.V., 1993. p.199-286.

SWERSEY, A. J. The deployment of police, fire and emergency medical units. In **Handbooks in OR & MS**, v. 6 (ed. POLLOCK, S. M. et al.), Amsterdam: Elsevier Science B. V., 1994, p. 151-200.

TAKEDA, R. A. **Uma contribuição para avaliar o desempenho de sistemas de transporte emergencial de saúde**. Tese de Doutorado, EESC/Universidade de São Paulo, São Carlos, 2000.

TAKEDA, R. A.; WIDMER, J. A.; MORABITO, R. Aplicação do modelo hipercubo de filas para avaliar a descentralização de ambulâncias em um sistema urbano de atendimento médico de urgência. **Pesquisa Operacional**, v. 24, n. 1, p. 39-72, 2004.

TAKEDA, R. A.; WIDMER, J. A.; MORABITO, R. Analysis of ambulance decentralization in an urban medical emergency service using the hypercube queueing model. **Computers and Operations Research**, v. 34, n. 3, p. 727-741, 2007.

TORO-DÍAZ, H.; MAYORGA, M. E.; CHANTA, S.; MCLAY, L. A. Joint location and dispatching decisions for Emergency Medical Services. **Computers & Industrial Engineering**, v. 64, p. 917–928, 2013.

TOTVS. Disponível em: <www.totvs.com>. Acesso em: 20 fev. 2013

TRIANA, C. A. R. Energetics of Brazilian ethanol: Comparison between assessment approaches. **Energy Policy**, v. 39, p. 4605-4613, 2011.

ÚNICA. Indústria da cana do Centro-Sul intensifica investimentos em Mecanização <<http://unica.com.br/noticia/40728229920315173097/industria-da-cana-do-centro-sul-intensifica-investimentos-em-mecanizacao/>>. Acesso em: 24 out. 2013.

USDA (United State Department of Agriculture). Economic Research Service Disponível em: <<http://www.ers.usda.gov>>. Acesso em 07 jan. 2013.

USDA (United State Department of Agriculture). Sugar: world production supply and distribution. <<http://www.usda.gov>>. 2010. Acesso em 07 jan. 2013.

VAN DEN WALL BAKE, J. D.; JUNGINGER, M; FAAIJ, A.; POOT, T.; WALTER, A. Explaining the experience curve: Cost reductions of Brazilian ethanol from sugarcane. **Biomass and Bioenergy**, v. 33, p. 644-658, 2009.

ZAKI, A. S.; CHENG, H. K.; PARKER, B. R. A Simulation Model for the Analysis and Management of an Emergency Service System. **Socio-Economic Planning Sciences**, v. 31, n. 3, p. 173-189, 1997.

WHITT, W. Variability functions for parametric-decomposition approximations of queuing networks. **Management Science**, v. 41, p. 1704-1715, 1995.

YAMADA, M. C. **Modelagem das cadeias de atividades produtivas da indústria sucroalcooleira visando à aplicação em estudos de simulação**. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, 1999.

YILDIRIM, U. Z.; TANSEL, B. Ç; SABUNCUOGLU, I. A multi-modal discrete-event simulation model for military deployment Original Research. **Simulation Modelling Practice and Theory**, v. 17, n. 4, p. 597-611, 2009.

Anexo 1

Análise da igualdade do número médio de chamados na safra e entressafra

O Teste T foi realizado com o auxílio do *software* Minitab 16.0. Esse teste verifica se as médias de duas populações são diferentes (STEVENSON, 2001), nesse caso, se a média do número de chamados por dia é igual na safra e na entressafra. Para isso, usou-se o teste de hipótese (159) com hipótese nula (H_0), de igualdade das médias, e com hipótese 1 (H_1), de diferença das médias.

$$\begin{cases} H_0: \mu_{safra} = \mu_{entressafra} \\ H_1: \mu_{safra} \neq \mu_{entressafra} \end{cases} \quad (159)$$

Para realizar o Teste T, é necessário inicialmente testar se as variâncias podem ser assumidas iguais ou não. Os cálculos do Teste T dependem se os desvios padrões podem ser assumidos iguais ou diferentes. O desvio padrão é avaliado para determinar se os dados de um período variam mais do que de outros (safra e entressafra). Para isso, testou-se a hipótese de igualdade dos desvios dos dados da safra e entressafra, mostrada em (160).

$$\begin{cases} H_0: \sigma_{safra}/\sigma_{entressafra} = 1 \\ H_1: \sigma_{safra}/\sigma_{entressafra} \neq 1 \end{cases} \quad (160)$$

Os resultados obtidos nessa análise são mostrados na Tabela 58. Como o valor p , para ambos os testes (Teste F e Levene), foi menor do que $\alpha = 0,05$ (nível de significância), rejeita-se H_0 , ou seja, não se pode assumir que as variâncias são iguais. Assim, no Teste T partir-se-á do princípio que não se pode assumir que as variâncias são iguais. Os resultados obtidos para o Teste T também com nível de significância $\alpha = 0,05$ são mostrados na Tabela 59.

Os resultados do Teste T indicam a rejeição da hipótese nula (H_0), pois o valor p é menor que o nível de significância (α). Assim, conclui-se que não se pode assumir que o número médio de chamados na safra é igual ao da entressafra.

Tabela 58 – Teste F para os dados de Safra e Entressafra

Variável	N	Desvio Padrão	Variância
Safra	165	5,130	26,315
Entressafra	68	2,011	4,045
Razão do desvio padrão = 2,551			
Razão da variância = 6,506			
Distribuição dos Dados	Intervalo de Confiança para a razão do Desvio Padrão		Intervalo de Confiança para a razão da Variância
Normal	(2,066; 3,096)		(4,266; 9,583)
Qualquer distribuição contínua	(1,993; 3,643)		(3,972; 13,275)
Testes			
Método		Teste Estatístico	Valor <i>P</i>
Teste F (Normal)		6,51	0,000
Teste Levene (qualquer distribuição contínua)		25,34	0,000

Fonte: adaptado de relatório do *software* Minitab 16.0

Tabela 59 – Relatório do Teste T para os dados de Safra e Entressafra

Variável	N	Média	Desvio Padrão	Erro Padrão
Safra	165	5,35	5,13	0,40
Entressafra	68	1,49	2,01	0,24
Estimativa da diferença = 3,866				
Intervalo de Confiança da diferença: (2,944; 4,788)				
Teste T da diferença		Valor <i>t</i> = 8.26	Valor <i>p</i> = 0.000	

Fonte: adaptado de relatório do *software* Minitab 16.0

Anexo 2

As equações de equilíbrio de equilíbrio associadas ao Modelo Hipercubo do exemplo ilustrativo do Capítulo 5 são apresentadas nesse anexo. Essas equações são divididas em equações associadas aos estados do hipercubo e equações associadas aos estados das caudas.

Equações de Equilíbrio associadas ao hipercubo

$$P_{000}(\lambda) = P_{100}\mu_1 + P_{010}\mu_2 + P_{001}\mu_3 \quad (161)$$

$$P_{001}(\lambda + \mu_3) = P_{101}\mu_1 + P_{011}\mu_2 + P_{000}(\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) + P_{a^3 001}\mu_3 + P_{b^3 001}\mu_3 \quad (162)$$

$$P_{010}(\lambda + \mu_2) = P_{110}\mu_1 + P_{011}\mu_3 + P_{000}\lambda_2 \quad (163)$$

$$P_{100}(\lambda + \mu_1) = P_{110}\mu_2 + P_{101}\mu_3 + P_{000}\lambda_1 \quad (163)$$

$$P_{011}(\lambda + \mu_2 + \mu_3) \quad (165)$$

$$= P_{111}\mu_1 + P_{001}\lambda_2 + P_{010}(\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) + P_{a^3 011}(\mu_3) \\ + P_{a^2 011}(\mu_2 + \mu_3) + P_{b^3 011}(\mu_3) + P_{b^2 011}(\mu_2 + \mu_3)$$

$$P_{101}(\lambda + \mu_1 + \mu_3) \quad (166)$$

$$= P_{111}\mu_2 + P_{001}\lambda_1 + P_{100}(\lambda_1 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) + P_{a^3 101}(\mu_3) + P_{a^1 101}(\mu_1 \\ + \mu_3) + P_{b^3 101}(\mu_3) + P_{b^1 101}(\mu_1 + \mu_3)$$

$$P_{110}(\lambda + \mu_1 + \mu_2) = P_{111}\mu_3 + P_{010}\lambda_1 + P_{100}\lambda_2 \quad (167)$$

$$P_{111}(\lambda + \mu) = P_{110}\lambda + P_{011}\lambda_1 + P_{101}\lambda_2 + P_{a^3 111}(\mu_3) + P_{a^1 111}(\mu_1 + \mu_3) \quad (168)$$

$$+ P_{a^2 111}(\mu_2 + \mu_3) + P_{b^3 111}(\mu_3) + P_{b^1 111}(\mu_1 + \mu_3) + P_{b^2 111}(\mu_2 + \mu_3)$$

Estados associados à cauda do estado 001

As equações de equilíbrio associadas aos estados da cauda {011} podem ser descritas pelas equações de 169 a 177.

$$P_{a^3 001}(\mu_3 + \lambda) = P_{001}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3 a^3 001}\mu_3 + P_{a^3 011}(\mu_2) + P_{a^3 101}(\mu_1) \quad (169)$$

$$P_{b^3 001}(\mu_3 + \lambda) = P_{001}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{b^3 b^3 001}\mu_3 + P_{a^3 b^3 001}\mu_3 + P_{b^3 011}(\mu_2) \\ + P_{b^3 101}(\mu_1) \quad (170)$$

$$P_{a^3 a^3 001}(\mu_3 + \lambda) = P_{a^3 001}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3 a^3 a^3 001}\mu_3 + P_{a^3 a^3 011}(\mu_2) + P_{a^3 a^3 101}(\mu_1) \quad (171)$$

$$P_{a^3 b^3 001}(\mu_3 + \lambda) = P_{a^3 001}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{b^3 001}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3 a^3 b^3 001}\mu_3 \\ + P_{a^3 b^3 011}(\mu_2) + P_{a^3 b^3 101}(\mu_1) \quad (172)$$

$$P_{b^3 b^3 001}(\mu_3 + \lambda) = P_{b^3 001}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{a^3 b^3 b^3 001}\mu_3 + P_{b^3 b^3 b^3 001}\mu_3 + P_{b^3 b^3 011}(\mu_2) \\ + P_{b^3 b^3 101}(\mu_1) \quad (173)$$

$$P_{a^3 a^3 a^3 001}(\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2) = P_{a^3 a^3 001}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3 a^3 a^3 011}(\mu_2) + P_{a^3 a^3 a^3 101}(\mu_1) \quad (174)$$

$$\begin{aligned}
P_{a^3 a^3 b^3 001}(\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2) & \quad (175) \\
& = P_{a^3 a^3 001}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{a^3 b^3 001}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3 a^3 b^3 011}(\mu_2) \\
& \quad + P_{a^3 a^3 b^3 101}(\mu_1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{a^3 b^3 b^3 001}(\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2) & \quad (176) \\
& = P_{a^3 b^3 001}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{b^3 b^3 001}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3 b^3 b^3 011}(\mu_2) \\
& \quad + P_{a^3 b^3 b^3 101}(\mu_1)
\end{aligned}$$

$$P_{b^3 b^3 b^3 001}(\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2) = P_{b^3 b^3 001}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{b^3 b^3 b^3 011}(\mu_2) + P_{b^3 b^3 b^3 101}(\mu_1) \quad (177)$$

Estados associados à cauda do estado 101

As equações de equilíbrio associadas aos estados da cauda {011} podem ser descritas pelas equações de 178 a 211.

$$\begin{aligned}
P_{a^3 101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda) & \quad (178) \\
& = P_{101}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3 a^3 101}(\mu_3) + P_{a^3 b^1 101}(\mu_1) \\
& \quad + P_{a^1 a^3 101}(\mu_1 + \frac{1}{2}\mu_3) + P_{a^3 001}(\lambda_1) + P_{a^3 111}(\mu_2)
\end{aligned}$$

$$P_{a^1 101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda) = P_{101}(\lambda_{a1}) + P_{a^1 a^1 101}(\mu_1 + \mu_3) + P_{a^1 a^3 101}(\frac{1}{2}\mu_3) + P_{a^1 111}(\mu_2) \quad (179)$$

$$\begin{aligned}
P_{b^3 101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda) & \quad (180) \\
& = P_{101}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{b^3 b^3 101}(\mu_3) + P_{b^1 b^3 101}(\mu_1 + \frac{1}{2}\mu_3) \\
& \quad + P_{a^3 b^3 101}(\mu_3) + P_{a^1 b^3 101}(\mu_1 + \mu_3) + P_{b^3 001}(\lambda_1) + P_{b^3 111}(\mu_2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{b^1 101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda) & \quad (181) \\
& = P_{101}(\lambda_{b1}) + P_{b^1 b^1 101}(\mu_1 + \mu_3) + P_{b^1 b^3 101}(\frac{1}{2}\mu_3) + P_{a^3 b^1 101}(\mu_3) \\
& \quad + P_{a^1 b^1 101}(\mu_1 + \mu_3) + P_{b^1 111}(\mu_2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{a^3 a^3 101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda) & \quad (182) \\
& = P_{a^3 101}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3 a^3 a^3 101}(\mu_3) + P_{a^1 a^3 a^3 101}(\mu_1 + \frac{1}{3}\mu_3) \\
& \quad + P_{a^3 a^3 b^1 101}(\mu_1) + P_{a^3 a^3 001}(\lambda_1) + P_{a^3 a^3 111}(\mu_2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{a^1 a^3 101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda) & \quad (183) \\
& = P_{a^3 101}(\lambda_{a1}) + P_{a^1 101}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^1 a^3 a^3 101}(\frac{2}{3}\mu_3) \\
& \quad + P_{a^1 a^1 a^3 101}(\mu_1 + \frac{2}{3}\mu_3) + P_{a^1 a^3 111}(\mu_2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{a^1 a^1 101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda) & \quad (184) \\
& = P_{a^1 101}(\lambda_{a1}) + P_{a^1 a^1 a^1 101}(\mu_1 + \mu_3) + P_{a^1 a^1 a^3 101}(\frac{1}{3}\mu_3) + P_{a^1 a^1 111}(\mu_2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{a^3 b^3 101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda) & \quad (185) \\
& = P_{a^3 101}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{b^3 101}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3 a^3 b^3 101}(\mu_3) \\
& \quad + P_{a^1 a^3 b^3 101}(\mu_1 + \frac{1}{2}\mu_3) + P_{a^3 b^1 b^3 101}(\mu_1) + P_{a^3 b^3 001}(\lambda_1) + P_{a^3 b^3 111}(\mu_2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{a^3b^1101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda) & \quad (186) \\
& = P_{a^3101}(\lambda_{b1}) + P_{b^1101}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3a^3b^1101}(\mu_3) + P_{a^1a^3b^1101}(\mu_1 \\
& \quad + \frac{1}{2}\mu_3) + P_{a^3b^1b^1101}(\mu_1) + P_{a^3b^1111}(\mu_2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{a^1b^3101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda) & \quad (187) \\
& = P_{a^1101}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{b^3101}(\lambda_{a1}) + P_{a^1a^3b^3101}(\frac{1}{2}\mu_3) \\
& \quad + P_{a^1a^1b^3101}(\mu_1 + \mu_3) + P_{a^1b^3111}(\mu_2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{a^1b^1101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda) & \quad (188) \\
& = P_{a^1101}(\lambda_{b1}) + P_{b^1101}(\lambda_{a1}) + P_{a^1a^3b^1101}(\frac{1}{2}\mu_3) + P_{a^1a^1b^1101}(\mu_1 + \mu_3) \\
& \quad + P_{a^1b^1111}(\mu_2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{b^3b^3101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda) & \quad (189) \\
& = P_{b^3101}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{a^1b^3b^3101}(\mu_1 + \mu_3) + P_{a^3b^3b^3101}(\mu_3) \\
& \quad + P_{b^3b^3b^3101}(\mu_3) + P_{b^1b^3b^3101}(\mu_1 + \frac{1}{3}\mu_3) + P_{b^3b^3001}(\lambda_1) + P_{b^3b^3111}(\mu_2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{b^1b^3101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda) & \quad (190) \\
& = P_{b^3101}(\lambda_{b1}) + P_{b^1101}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{a^1b^1b^3101}(\mu_1 + \mu_3) \\
& \quad + P_{a^3b^1b^3101}(\mu_3) + P_{b^1b^3b^3101}(\frac{2}{3}\mu_3) + P_{b^1b^1b^3101}(\mu_1 + \frac{2}{3}\mu_3) + P_{b^1b^3111}(\mu_2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{b^1b^1101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda) & \quad (191) \\
& = P_{b^1101}(\lambda_{b1}) + P_{a^3b^1b^1101}(\mu_3) + P_{b^1b^1b^3101}(\frac{1}{3}\mu_3) + P_{b^1b^1b^1101}(\mu_1 + \mu_3) \\
& \quad + P_{a^1b^1b^1101}(\mu_1 + \mu_3) + P_{b^1b^1111}(\mu_2)
\end{aligned}$$

$$P_{a^3a^3a^3101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda_2) = P_{a^3a^3101}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3a^3a^3001}(\lambda_1) + P_{a^3a^3a^3111}(\mu_2) \quad (192)$$

$$P_{a^1a^3a^3101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda_2) = P_{a^3a^3101}(\lambda_{a1}) + P_{a^1a^3101}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^1a^3a^3111}(\mu_2) \quad (193)$$

$$P_{a^1a^1a^3101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda_2) = P_{a^1a^3101}(\lambda_{a1}) + P_{a^1a^1101}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^1a^1a^3111}(\mu_2) \quad (194)$$

$$P_{a^1a^1a^1101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda_2) = P_{a^1a^1101}(\lambda_{a1}) + P_{a^1a^1a^1111}(\mu_2) \quad (195)$$

$$\begin{aligned}
P_{a^3a^3b^3101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda_2) & \quad (196) \\
& = P_{a^3a^3101}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{a^3b^3101}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3a^3b^3001}(\lambda_1) \\
& \quad + P_{a^3a^3b^3111}(\mu_2)
\end{aligned}$$

$$P_{a^3a^3b^1101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda_2) = P_{a^3a^3101}(\lambda_{b1}) + P_{a^3b^1101}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3a^3b^1111}(\mu_2) \quad (197)$$

$$\begin{aligned}
P_{a^1a^3b^3101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda_2) & \quad (198) \\
& = P_{a^1a^3101}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{a^3b^3101}(\lambda_{a1}) + P_{a^1b^3101}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \\
& \quad + P_{a^1a^3b^3111}(\mu_2)
\end{aligned}$$

$$P_{a^1a^1b^3101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda_2) = P_{a^1a^1101}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{a^1b^3101}(\lambda_{a1}) + P_{a^1a^1b^3111}(\mu_2) \quad (199)$$

$$\begin{aligned}
P_{a^1a^3b^1101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda_2) & \quad (200) \\
& = P_{a^1a^3101}(\lambda_{b1}) + P_{a^3b^1101}(\lambda_{a1}) + P_{a^1b^1101}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \\
& \quad + P_{a^1a^3b^1111}(\mu_2)
\end{aligned}$$

$$P_{a^1a^1b^1101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda_2) = P_{a^1a^1101}(\lambda_{b1}) + P_{a^1b^1101}(\lambda_{a1}) + P_{a^1a^1b^1111}(\mu_2) \quad (201)$$

$$P_{a^3b^3b^3_{101}}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda_2) \quad (202)$$

$$= P_{a^3b^3_{101}}(\lambda_{b_3} + \lambda_{b_4} + \lambda_{b_5}) + P_{b^3b^3_{101}}(\lambda_{a_3} + \lambda_{a_4} + \lambda_{a_5}) + P_{a^3b^3b^3_{001}}(\lambda_1) \\ + P_{a^3b^3b^3_{111}}(\mu_2)$$

$$P_{a^3b^1b^3_{101}}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda_2) \quad (203)$$

$$= P_{a^3b^3_{101}}(\lambda_{b_1}) + P_{a^3b^1_{101}}(\lambda_{b_3} + \lambda_{b_4} + \lambda_{b_5}) + P_{b^1b^3_{101}}(\lambda_{a_3} + \lambda_{a_4} + \lambda_{a_5}) \\ + P_{a^3b^1b^3_{111}}(\mu_2)$$

$$P_{a^1b^1b^3_{101}}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda_2) \quad (204)$$

$$= P_{a^1b^1_{101}}(\lambda_{b_3} + \lambda_{b_4} + \lambda_{b_5}) + P_{b^1b^3_{101}}(\lambda_{a_1}) + P_{a^1b^3_{101}}(\lambda_{b_1}) \\ + P_{a^1b^1b^3_{111}}(\mu_2)$$

$$P_{a^1b^3b^3_{101}}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda_2) = P_{b^3b^3_{101}}(\lambda_{a_1}) + P_{a^1b^3_{101}}(\lambda_{b_3} + \lambda_{b_4} + \lambda_{b_5}) + P_{a^1b^3b^3_{111}}(\mu_2) \quad (205)$$

$$P_{a^3b^1b^1_{101}}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda_2) = P_{a^3b^1_{101}}(\lambda_{b_1}) + P_{b^1b^1_{101}}(\lambda_{a_3} + \lambda_{a_4} + \lambda_{a_5}) + P_{a^3b^1b^1_{111}}(\mu_2) \quad (206)$$

$$P_{a^1b^1b^1_{101}}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda_2) = P_{b^1b^1_{101}}(\lambda_{a_1}) + P_{a^1b^1_{101}}(\lambda_{b_1}) + P_{a^1b^1b^1_{111}}(\mu_2) \quad (207)$$

$$P_{b^3b^3b^3_{101}}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda_2) = P_{b^3b^3_{101}}(\lambda_{b_3} + \lambda_{b_4} + \lambda_{b_5}) + P_{b^3b^3b^3_{001}}(\lambda_1) + P_{b^3b^3b^3_{111}}(\mu_2) \quad (208)$$

$$P_{b^1b^3b^3_{101}}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda_2) = P_{b^3b^3_{101}}(\lambda_{b_1}) + P_{b^1b^3_{101}}(\lambda_{b_3} + \lambda_{b_4} + \lambda_{b_5}) + P_{b^1b^3b^3_{111}}(\mu_2) \quad (209)$$

$$P_{b^1b^1b^3_{101}}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda_2) = P_{b^1b^3_{101}}(\lambda_{b_1}) + P_{b^1b^1_{101}}(\lambda_{b_3} + \lambda_{b_4} + \lambda_{b_5}) + P_{b^1b^1b^3_{111}}(\mu_2) \quad (210)$$

$$P_{b^1b^1b^1_{101}}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda_2) = P_{b^1b^1_{101}}(\lambda_{b_1}) + P_{b^1b^1b^1_{111}}(\mu_2) \quad (211)$$

Estados associados à cauda do estado 011

As equações de equilíbrio associadas aos estados da cauda {011} podem ser descritas pelas equações de 212 a 245.

$$P_{a^3_{011}}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda) \quad (212)$$

$$= P_{011}(\lambda_{a_3} + \lambda_{a_4} + \lambda_{a_5}) + P_{a^3a^3_{011}}(\mu_3) + P_{a^3b^2_{011}}(\mu_2) \\ + P_{a^2a^3_{011}}\left(\mu_2 + \frac{1}{2}\mu_3\right) + P_{a^3_{001}}(\lambda_2) + P_{a^3_{111}}(\mu_1)$$

$$P_{a^2_{011}}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda) = P_{011}(\lambda_{a_2}) + P_{a^2a^2_{011}}(\mu_2 + \mu_3) + P_{a^2a^3_{011}}\left(\frac{1}{2}\mu_3\right) + P_{a^2_{111}}(\mu_1) \quad (213)$$

$$P_{b^3_{011}}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda) \quad (214)$$

$$= P_{011}(\lambda_{b_3} + \lambda_{b_4} + \lambda_{b_5}) + P_{b^3b^3_{011}}(\mu_3) + P_{b^2b^3_{011}}\left(\mu_2 + \frac{1}{2}\mu_3\right) \\ + P_{a^3b^3_{011}}(\mu_3) + P_{a^2b^3_{011}}(\mu_2 + \mu_3) + P_{b^3_{001}}(\lambda_2) + P_{b^3_{111}}(\mu_1)$$

$$P_{b^2_{011}}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda) \quad (215)$$

$$= P_{011}(\lambda_{b_2}) + P_{b^2b^2_{011}}(\mu_2 + \mu_3) + P_{b^2b^3_{011}}\left(\frac{1}{2}\mu_3\right) + P_{a^3b^2_{011}}(\mu_3) \\ + P_{a^2b^2_{011}}(\mu_2 + \mu_3) + P_{b^2_{111}}(\mu_1)$$

$$P_{a^3a^3_{011}}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda) \quad (216)$$

$$= P_{a^3_{011}}(\lambda_{a_3} + \lambda_{a_4} + \lambda_{a_5}) + P_{a^3a^3a^3_{011}}(\mu_3) + P_{a^2a^3a^3_{011}}\left(\mu_2 + \frac{1}{3}\mu_3\right) \\ + P_{a^3a^3b^2_{011}}(\mu_2) + P_{a^3a^3_{001}}(\lambda_2) + P_{a^3a^3_{111}}(\mu_1)$$

$$P_{a^2a^3011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda) = P_{a^3011}(\lambda_{a2}) + P_{a^2011}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^2a^3a^3011}\left(\frac{2}{3}\mu_3\right) \quad (217)$$

$$+ P_{a^2a^2a^3011}\left(\mu_2 + \frac{2}{3}\mu_3\right) + P_{a^2a^3111}(\mu_1)$$

$$P_{a^2a^2011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda) = P_{a^2011}(\lambda_{a2}) + P_{a^2a^2a^2011}(\mu_2 + \mu_3) + P_{a^2a^2a^3011}\left(\frac{1}{3}\mu_3\right) + P_{a^2a^2111}(\mu_1) \quad (218)$$

$$P_{a^3b^3011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda) = P_{a^3011}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{b^3011}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3a^3b^3011}(\mu_3) \quad (219)$$

$$+ P_{a^2a^3b^3011}\left(\mu_2 + \frac{1}{2}\mu_3\right) + P_{a^3b^2b^3011}(\mu_2) + P_{a^3b^3001}(\lambda_2) + P_{a^3b^3111}(\mu_1)$$

$$P_{a^3b^2011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda) = P_{a^3011}(\lambda_{b2}) + P_{b^2011}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3a^3b^2011}(\mu_3) + P_{a^2a^3b^2011}\left(\mu_2 + \frac{1}{2}\mu_3\right) + P_{a^3b^2b^2011}(\mu_2) + P_{a^3b^2111}(\mu_1) \quad (220)$$

$$P_{a^2b^3011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda) = P_{a^2011}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{b^3101}(\lambda_{a2}) + P_{a^2a^3b^3011}\left(\frac{1}{2}\mu_3\right) + P_{a^2a^2b^3011}(\mu_2 + \mu_3) + P_{a^2b^3111}(\mu_1) \quad (221)$$

$$P_{a^2b^2011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda) = P_{a^2011}(\lambda_{b2}) + P_{b^2011}(\lambda_{a2}) + P_{a^2a^3b^2011}\left(\frac{1}{2}\mu_3\right) + P_{a^2a^2b^2011}(\mu_2 + \mu_3) + P_{a^2b^2111}(\mu_1) \quad (222)$$

$$P_{b^3b^3011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda) = P_{b^3011}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{a^2b^3b^3011}(\mu_2 + \mu_3) + P_{a^3b^3b^3011}(\mu_3) + P_{b^3b^3b^3011}(\mu_3) + P_{b^2b^3b^3101}\left(\mu_2 + \frac{1}{3}\mu_3\right) + P_{b^3b^3001}(\lambda_2) + P_{b^3b^3111}(\mu_1) \quad (223)$$

$$P_{b^2b^3011}(\mu_1 + \mu_2 + \lambda) = P_{b^3011}(\lambda_{b2}) + P_{b^2011}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{a^2b^2b^3011}(\mu_2 + \mu_3) + P_{a^3b^2b^3011}(\mu_3) + P_{b^2b^3b^3011}\left(\frac{2}{3}\mu_3\right) + P_{b^2b^2b^3011}\left(\mu_2 + \frac{2}{3}\mu_3\right) + P_{b^2b^3111}(\mu_1) \quad (224)$$

$$P_{b^2b^2011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda) = P_{b^2011}(\lambda_{b2}) + P_{a^3b^2b^2011}(\mu_3) + P_{b^2b^2b^3011}\left(\frac{1}{3}\mu_3\right) + P_{b^2b^2b^2011}(\mu_2 + \mu_3) + P_{a^2b^2b^2011}(\mu_2 + \mu_3) + P_{b^2b^2111}(\mu_1) \quad (225)$$

$$P_{a^3a^3a^3011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda_1) = P_{a^3a^3011}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3a^3a^3001}(\lambda_2) + P_{a^3a^3a^3111}(\mu_1) \quad (226)$$

$$P_{a^2a^3a^3011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda_1) = P_{a^3a^3011}(\lambda_{a2}) + P_{a^2a^3011}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^2a^3a^3111}(\mu_1) \quad (227)$$

$$P_{a^2a^2a^3011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda_1) = P_{a^2a^3011}(\lambda_{a2}) + P_{a^2a^2011}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^2a^2a^3111}(\mu_1) \quad (228)$$

$$P_{a^2a^2a^2011}(\mu_1 + \mu_2 + \lambda_1) = P_{a^2a^2011}(\lambda_{a2}) + P_{a^2a^2a^2111}(\mu_1) \quad (229)$$

$$P_{a^3 a^3 b^3 011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda_1) \quad (230)$$

$$= P_{a^3 a^3 011}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{a^3 b^3 011}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3 a^3 b^3 001}(\lambda_2) \\ + P_{a^3 a^3 b^3 111}(\mu_1)$$

$$P_{a^3 a^3 b^2 011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda_1) = P_{a^3 a^3 011}(\lambda_{b2}) + P_{a^3 b^2 011}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3 a^3 b^2 111}(\mu_1) \quad (231)$$

$$P_{a^2 a^3 b^3 011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda_1) \quad (232)$$

$$= P_{a^2 a^3 011}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{a^3 b^3 011}(\lambda_{a2}) + P_{a^2 b^3 011}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \\ + P_{a^2 a^3 b^3 111}(\mu_1)$$

$$P_{a^2 a^2 b^3 011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda_1) = P_{a^2 a^2 011}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{a^2 b^3 011}(\lambda_{a2}) + P_{a^2 a^2 b^3 111}(\mu_1) \quad (233)$$

$$P_{a^2 a^3 b^2 011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda_1) \quad (234)$$

$$= P_{a^2 a^3 011}(\lambda_{b2}) + P_{a^3 b^2 011}(\lambda_{a2}) + P_{a^2 b^2 011}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \\ + P_{a^2 a^3 b^2 111}(\mu_1)$$

$$P_{a^2 a^2 b^2 011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda_1) = P_{a^2 a^2 011}(\lambda_{b2}) + P_{a^2 b^2 011}(\lambda_{a2}) + P_{a^2 a^2 b^2 111}(\mu_1) \quad (235)$$

$$P_{a^3 b^3 b^3 011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda_1) \quad (236)$$

$$= P_{a^3 b^3 011}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{b^3 b^3 011}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3 b^3 b^3 001}(\lambda_2) \\ + P_{a^3 b^3 b^3 111}(\mu_1)$$

$$P_{a^3 b^2 b^3 011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda_1) \quad (237)$$

$$= P_{a^3 b^3 011}(\lambda_{b2}) + P_{a^3 b^2 011}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{b^2 b^3 011}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \\ + P_{a^3 b^2 b^3 111}(\mu_1)$$

$$P_{a^2 b^2 b^3 011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda_1) \quad (238)$$

$$= P_{a^2 b^2 011}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{b^2 b^3 011}(\lambda_{a2}) + P_{a^2 b^3 011}(\lambda_{b2}) \\ + P_{a^2 b^2 b^3 111}(\mu_1)$$

$$P_{a^2 b^3 b^3 011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda_1) = P_{b^3 b^3 011}(\lambda_{a2}) + P_{a^2 b^3 011}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{a^2 b^3 b^3 111}(\mu_1) \quad (239)$$

$$P_{a^3 b^2 b^2 011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda_1) = P_{a^3 b^2 011}(\lambda_{b2}) + P_{b^2 b^2 011}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3 b^2 b^2 111}(\mu_1) \quad (240)$$

$$P_{a^2 b^2 b^2 011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda_1) = P_{b^2 b^2 011}(\lambda_{a2}) + P_{a^2 b^2 101}(\lambda_{b2}) + P_{a^2 b^2 b^2 111}(\mu_1) \quad (241)$$

$$P_{b^3 b^3 b^3 011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda_1) = P_{b^3 b^3 011}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{b^3 b^3 b^3 001}(\lambda_2) + P_{b^3 b^3 b^3 111}(\mu_1) \quad (242)$$

$$P_{b^2 b^3 b^3 011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda_1) = P_{b^3 b^3 011}(\lambda_{b2}) + P_{b^2 b^3 011}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{b^2 b^3 b^3 111}(\mu_1) \quad (243)$$

$$P_{b^2 b^2 b^3 011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda_1) = P_{b^2 b^3 011}(\lambda_{b2}) + P_{b^2 b^2 011}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{b^2 b^2 b^3 111}(\mu_1) \quad (244)$$

$$P_{b^2 b^2 b^2 011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda_1) = P_{b^2 b^2 011}(\lambda_{b2}) + P_{b^2 b^2 b^2 111}(\mu_1) \quad (245)$$

Estados associados à cauda do estado 111

As equações de equilíbrio associadas aos estados da cauda $\{111\}$ podem ser descritas pelas equações de 246 a 328.

$$\begin{aligned}
P_{a^3 111}(\mu + \lambda) &= P_{111}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3 a^3 111}(\mu_3) + P_{a^1 a^3 111}\left(\mu_1 + \frac{1}{2}\mu_3\right) \\
&\quad + P_{a^2 a^3 111}\left(\mu_2 + \frac{1}{2}\mu_3\right) + P_{a^3 b^1 111}(\mu_1) + P_{a^3 b^2 111}(\mu_2) + P_{a^3 101}(\lambda_2) \\
&\quad + P_{a^3 011}(\lambda_1)
\end{aligned} \tag{246}$$

$$\begin{aligned}
P_{a^1 111}(\mu + \lambda) &= P_{111}(\lambda_{a1}) + P_{a^1 a^3 111}\left(\frac{1}{2}\mu_3\right) + P_{a^1 a^2 111}\left(\mu_2 + \frac{1}{2}\mu_3\right) + P_{a^1 a^1 111}(\mu_1 + \mu_3) \\
&\quad + P_{a^1 b^2 111}(\mu_2) + P_{a^1 101}(\lambda_2)
\end{aligned} \tag{247}$$

$$\begin{aligned}
P_{a^2 111}(\mu + \lambda) &= P_{111}(\lambda_{a2}) + P_{a^2 a^3 111}\left(\frac{1}{2}\mu_3\right) + P_{a^1 a^2 111}\left(\mu_1 + \frac{1}{2}\mu_3\right) + P_{a^2 a^2 111}(\mu_2 + \mu_3) \\
&\quad + P_{a^2 b^1 111}(\mu_1) + P_{a^2 011}(\lambda_1)
\end{aligned} \tag{248}$$

$$\begin{aligned}
P_{b^3 111}(\mu + \lambda) &= P_{111}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{b^3 b^3 111}(\mu_3) + P_{a^3 b^3 111}(\mu_3) \\
&\quad + P_{b^1 b^3 111}\left(\mu_1 + \frac{1}{2}\mu_3\right) + P_{a^1 b^3 111}(\mu_1 + \mu_3) + P_{b^2 b^3 111}\left(\mu_2 + \frac{1}{2}\mu_3\right) \\
&\quad + P_{a^2 b^3 111}(\mu_2 + \mu_3) + P_{b^3 101}(\lambda_2) + P_{b^3 011}(\lambda_1)
\end{aligned} \tag{249}$$

$$\begin{aligned}
P_{b^1 111}(\mu + \lambda) &= P_{111}(\lambda_{b1}) + P_{b^1 b^3 111}\left(\frac{1}{2}\mu_3\right) + P_{b^1 b^2 111}\left(\mu_2 + \frac{1}{2}\mu_3\right) + P_{b^1 b^1 111}(\mu_1 + \mu_3) \\
&\quad + P_{a^3 b^1 111}(\mu_3) + P_{a^1 b^1 111}(\mu_1 + \mu_3) + P_{a^2 b^1 111}(\mu_2 + \mu_3) + P_{b^1 101}(\lambda_2)
\end{aligned} \tag{250}$$

$$\begin{aligned}
P_{b^2 111}(\mu + \lambda) &= P_{111}(\lambda_{b2}) + P_{b^2 b^3 111}\left(\frac{1}{2}\mu_3\right) + P_{b^1 b^2 111}\left(\mu_1 + \frac{1}{2}\mu_3\right) + P_{b^2 b^2 111}(\mu_2 + \mu_3) \\
&\quad + P_{a^3 b^2 111}(\mu_3) + P_{a^1 b^2 111}(\mu_1 + \mu_3) + P_{a^2 b^2 111}(\mu_2 + \mu_3) + P_{b^2 011}(\lambda_1)
\end{aligned} \tag{251}$$

$$\begin{aligned}
P_{a^3 a^3 111}(\mu + \lambda) &= P_{a^3 111}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3 a^3 a^3 111}(\mu_3) + P_{a^1 a^3 a^3 111}\left(\mu_1 + \frac{1}{3}\mu_3\right) \\
&\quad + P_{a^2 a^3 a^3 111}\left(\mu_2 + \frac{1}{3}\mu_3\right) + P_{a^3 a^3 b^1 111}(\mu_1) + P_{a^3 a^3 b^2 111}(\mu_2) \\
&\quad + P_{a^3 a^3 101}(\lambda_2) + P_{a^3 a^3 011}(\lambda_1)
\end{aligned} \tag{252}$$

$$\begin{aligned}
P_{a^1 a^3 111}(\mu + \lambda) &= P_{a^1 111}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3 111}(\lambda_{a1}) + P_{a^1 a^3 a^3 111}\left(\frac{2}{3}\mu_3\right) \\
&\quad + P_{a^1 a^2 a^3 111}\left(\mu_2 + \frac{1}{3}\mu_3\right) + P_{a^1 a^1 a^3 111}\left(\mu_1 + \frac{2}{3}\mu_3\right) + P_{a^1 a^3 b^2 111}(\mu_2) \\
&\quad + P_{a^1 a^3 101}(\lambda_2)
\end{aligned} \tag{253}$$

$$\begin{aligned}
P_{a^2 a^3 111}(\mu + \lambda) &= P_{a^2 111}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3 111}(\lambda_{a2}) + P_{a^2 a^3 a^3 111}\left(\frac{2}{3}\mu_3\right) \\
&\quad + P_{a^1 a^2 a^3 111}\left(\mu_1 + \frac{1}{3}\mu_3\right) + P_{a^2 a^2 a^3 111}\left(\mu_2 + \frac{2}{3}\mu_3\right) + P_{a^2 a^3 b^1 111}(\mu_1) \\
&\quad + P_{a^2 a^3 011}(\lambda_1)
\end{aligned} \tag{254}$$

$$\begin{aligned}
P_{a^1 a^1 111}(\mu + \lambda) &= P_{a^1 111}(\lambda_{a1}) + P_{a^1 a^1 a^3 111}\left(\frac{1}{3}\mu_3\right) + P_{a^1 a^1 a^2 111}\left(\mu_2 + \frac{1}{3}\mu_3\right) \\
&\quad + P_{a^1 a^1 a^1 111}(\mu_1 + \mu_3) + P_{a^1 a^1 b^2 111}(\mu_2) + P_{a^1 a^1 101}(\lambda_2)
\end{aligned} \tag{255}$$

$$\begin{aligned}
P_{a^2 a^2 111}(\mu + \lambda) &= P_{a^2 111}(\lambda_{a2}) + P_{a^2 a^2 a^3 111}\left(\frac{1}{3}\mu_3\right) + P_{a^1 a^2 a^2 111}\left(\mu_1 + \frac{1}{3}\mu_3\right) \\
&\quad + P_{a^2 a^2 a^2 111}(\mu_2 + \mu_3) + P_{a^2 a^2 b^1 111}(\mu_1) + P_{a^2 a^2 011}(\lambda_1)
\end{aligned} \tag{256}$$

$$P_{a^1a^2111}(\mu + \lambda) = P_{a^2111}(\lambda_{a1}) + P_{a^1111}(\lambda_{a2}) + P_{a^1a^2a^3111}\left(\frac{1}{3}\mu_3\right) \quad (257)$$

$$+ P_{a^1a^1a^2111}\left(\mu_1 + \frac{2}{3}\mu_3\right) + P_{a^1a^2a^2111}\left(\mu_2 + \frac{2}{3}\mu_3\right)$$

$$P_{a^3b^3111}(\mu + \lambda) = P_{b^3111}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3111}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{a^3a^3b^3111}(\mu_3) \quad (258)$$

$$+ P_{a^1a^3b^3111}\left(\mu_1 + \frac{1}{2}\mu_3\right) + P_{a^2a^3b^3111}\left(\mu_2 + \frac{1}{2}\mu_3\right) + P_{a^3b^1b^3111}(\mu_1)$$

$$+ P_{a^3b^2b^3111}(\mu_2) + P_{a^3b^3101}(\lambda_2) + P_{a^3b^3011}(\lambda_1)$$

$$P_{a^3b^1111}(\mu + \lambda) = P_{b^1111}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3111}(\lambda_{b1}) + P_{a^3a^3b^1111}(\mu_3) \quad (259)$$

$$+ P_{a^1a^3b^1111}\left(\mu_1 + \frac{1}{2}\mu_3\right) + P_{a^2a^3b^1111}\left(\mu_2 + \frac{1}{2}\mu_3\right) + P_{a^3b^1b^2111}(\mu_2)$$

$$+ P_{a^3b^1b^1111}(\mu_1) + P_{a^3b^1101}(\lambda_2)$$

$$P_{a^3b^2111}(\mu + \lambda) = P_{b^2111}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3111}(\lambda_{b2}) + P_{a^3a^3b^2111}(\mu_3) \quad (260)$$

$$+ P_{a^2a^3b^2111}\left(\mu_2 + \frac{1}{2}\mu_3\right) + P_{a^1a^3b^2111}\left(\mu_1 + \frac{1}{2}\mu_3\right) + P_{a^3b^1b^2111}(\mu_1)$$

$$+ P_{a^3b^2b^2111}(\mu_2) + P_{a^3b^2011}(\lambda_1)$$

$$P_{a^1b^3111}(\mu + \lambda) = P_{b^3111}(\lambda_{a1}) + P_{a^1111}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{a^1a^3b^3111}\left(\frac{1}{2}\mu_3\right) \quad (261)$$

$$+ P_{a^1a^1b^3111}(\mu_1 + \mu_3) + P_{a^1a^2b^3111}\left(\mu_2 + \frac{1}{2}\mu_3\right) + P_{a^1b^2b^3111}(\mu_2)$$

$$+ P_{a^1b^3101}(\lambda_2)$$

$$P_{a^2b^3111}(\mu + \lambda) = P_{b^3111}(\lambda_{a2}) + P_{a^2111}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{a^2a^3b^3111}\left(\frac{1}{2}\mu_3\right) \quad (262)$$

$$+ P_{a^2a^2b^3111}(\mu_2 + \mu_3) + P_{a^1a^2b^3111}\left(\mu_1 + \frac{1}{2}\mu_3\right) + P_{a^2b^1b^3111}(\mu_1)$$

$$+ P_{a^2b^3011}(\lambda_1)$$

$$P_{a^1b^1111}(\mu + \lambda) = P_{b^1111}(\lambda_{a1}) + P_{a^1111}(\lambda_{b1}) + P_{a^1a^3b^1111}\left(\frac{1}{2}\mu_3\right) + P_{a^1a^1b^1111}(\mu_1 + \mu_3) \quad (263)$$

$$+ P_{a^1a^2b^1111}\left(\mu_2 + \frac{1}{2}\mu_3\right) + P_{a^1b^1b^2111}(\mu_2) + P_{a^1b^1101}(\lambda_2)$$

$$P_{a^2b^2111}(\mu + \lambda) = P_{b^2111}(\lambda_{a2}) + P_{a^2111}(\lambda_{b2}) + P_{a^2a^3b^2111}\left(\frac{1}{2}\mu_3\right) \quad (264)$$

$$+ P_{a^1a^2b^2111}\left(\mu_1 + \frac{1}{2}\mu_3\right) + P_{a^2a^2b^2111}(\mu_2 + \mu_3) + P_{a^2b^1b^2111}(\mu_1)$$

$$+ P_{a^2b^2011}(\lambda_1)$$

$$P_{a^1b^2111}(\mu + \lambda) = P_{b^2111}(\lambda_{a1}) + P_{a^1111}(\lambda_{b2}) + P_{a^1a^3b^2111}\left(\frac{1}{2}\mu_3\right) \quad (265)$$

$$+ P_{a^1a^2b^2111}\left(\mu_2 + \frac{1}{2}\mu_3\right) + P_{a^1a^1b^2111}(\mu_1 + \mu_3) + P_{a^1b^2b^2111}(\mu_2)$$

$$P_{a^2b^1111}(\mu + \lambda) = P_{b^1111}(\lambda_{a2}) + P_{a^2111}(\lambda_{b1}) + P_{a^2a^3b^1111}\left(\frac{1}{2}\mu_3\right) \quad (266)$$

$$+ P_{a^1a^2b^1111}\left(\mu_1 + \frac{1}{2}\mu_3\right) + P_{a^2a^2b^1111}(\mu_2 + \mu_3) + P_{a^2b^1b^1111}(\mu_1)$$

$$P_{b^3b^3111}(\mu + \lambda) = P_{b^3111}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{b^3b^3b^3111}(\mu_3) + P_{b^1b^3b^3111}\left(\mu_1 + \frac{1}{3}\mu_3\right) \quad (267)$$

$$+ P_{b^2b^3b^3111}\left(\mu_2 + \frac{1}{3}\mu_3\right) + P_{a^3b^3b^3111}(\mu_3) + P_{a^1b^3b^3111}(\mu_1 + \mu_3) \\ + P_{a^2b^3b^3111}(\mu_2 + \mu_3) + P_{b^3b^3101}(\lambda_2) + P_{b^3b^3011}(\lambda_1)$$

$$P_{b^1b^3111}(\mu + \lambda) = P_{b^1111}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{b^3111}(\lambda_{b1}) + P_{b^1b^3b^3111}\left(\frac{2}{3}\mu_3\right) \quad (268)$$

$$+ P_{b^1b^2b^3111}\left(\mu_2 + \frac{1}{3}\mu_3\right) + P_{b^1b^1b^3111}\left(\mu_1 + \frac{2}{3}\mu_3\right) + P_{a^3b^1b^3111}(\mu_3) \\ + P_{a^1b^1b^3111}(\mu_1 + \mu_3) + P_{a^2b^1b^3111}(\mu_2 + \mu_3) + P_{b^1b^3101}(\lambda_2)$$

$$P_{b^2b^3111}(\mu + \lambda) = P_{b^2111}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{b^3111}(\lambda_{b2}) + P_{b^2b^3b^3111}\left(\frac{2}{3}\mu_3\right) \quad (269)$$

$$+ P_{b^1b^2b^3111}\left(\mu_1 + \frac{1}{3}\mu_3\right) + P_{b^2b^2b^3111}\left(\mu_2 + \frac{2}{3}\mu_3\right) + P_{a^3b^2b^3111}(\mu_3) \\ + P_{a^1b^2b^3111}(\mu_1 + \mu_3) + P_{a^2b^2b^3111}(\mu_2 + \mu_3) + P_{b^2b^3011}(\lambda_1)$$

$$P_{b^1b^1111}(\mu + \lambda) = P_{b^1111}(\lambda_{b1}) + P_{b^1b^1b^3111}\left(\frac{1}{3}\mu_3\right) + P_{b^1b^1b^2111}\left(\mu_2 + \frac{1}{3}\mu_3\right) \quad (270)$$

$$+ P_{b^1b^1b^1111}(\mu_1 + \mu_3) + P_{a^3b^1b^1111}(\mu_3) + P_{a^1b^1b^1111}(\mu_1 + \mu_3) \\ + P_{a^2b^1b^1111}(\mu_2 + \mu_3) + P_{b^1b^1101}(\lambda_2)$$

$$P_{b^2b^2111}(\mu + \lambda) = P_{b^2111}(\lambda_{b2}) + P_{b^2b^2b^3111}\left(\frac{1}{3}\mu_3\right) + P_{b^1b^2b^2111}\left(\mu_1 + \frac{1}{3}\mu_3\right) \quad (271)$$

$$+ P_{b^2b^2b^2111}(\mu_2 + \mu_3) + P_{a^3b^2b^2111}(\mu_3) + P_{a^1b^2b^2111}(\mu_1 + \mu_3) \\ + P_{a^2b^2b^2111}(\mu_2 + \mu_3) + P_{b^2b^2011}(\lambda_1)$$

$$P_{b^1b^2111}(\mu + \lambda) = P_{b^2111}(\lambda_{b1}) + P_{b^1111}(\lambda_{b2}) + P_{b^1b^2b^3111}\left(\frac{1}{3}\mu_3\right) + P_{b^1b^1b^2111}\left(\mu_1 + \frac{2}{3}\mu_3\right) \quad (272)$$

$$+ P_{b^1b^2b^2111}\left(\mu_2 + \frac{2}{3}\mu_3\right) + P_{a^3b^1b^2111}(\mu_3) + P_{a^1b^1b^2111}(\mu_1 + \mu_3) \\ + P_{a^2b^1b^2111}(\mu_2 + \mu_3)$$

$$P_{a^3a^3a^3111}(\mu) = P_{a^3a^3111}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3a^3a^3101}(\lambda_2) + P_{a^3a^3a^3011}(\lambda_1) \quad (273)$$

$$P_{a^1a^3a^3111}(\mu) = P_{a^3a^3111}(\lambda_{a1}) + P_{a^1a^3111}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^1a^3a^3101}(\lambda_2) \quad (274)$$

$$P_{a^2a^3a^3111}(\mu) = P_{a^3a^3111}(\lambda_{a2}) + P_{a^2a^3111}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^2a^3a^3011}(\lambda_1) \quad (275)$$

$$P_{a^1a^1a^3111}(\mu) = P_{a^1a^3111}(\lambda_{a1}) + P_{a^1a^1111}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^1a^1a^3101}(\lambda_2) \quad (276)$$

$$P_{a^2a^2a^3111}(\mu) = P_{a^2a^3111}(\lambda_{a2}) + P_{a^2a^2111}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^2a^2a^3011}(\lambda_1) \quad (277)$$

$$P_{a^1a^2a^3111}(\mu) = P_{a^1a^3111}(\lambda_{a2}) + P_{a^2a^3111}(\lambda_{a1}) + P_{a^1a^2111}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \quad (278)$$

$$P_{a^1a^1a^1111}(\mu) = P_{a^1a^1111}(\lambda_{a1}) + P_{a^1a^1a^1101}(\lambda_2) \quad (279)$$

$$P_{a^2a^2a^2111}(\mu) = P_{a^2a^2111}(\lambda_{a2}) + P_{a^2a^2a^2011}(\lambda_1) \quad (280)$$

$$P_{a^1a^1a^2111}(\mu) = P_{a^1a^1111}(\lambda_{a2}) + P_{a^1a^2111}(\lambda_{a1}) \quad (281)$$

$$P_{a^1a^2a^2111}(\mu) = P_{a^1a^2111}(\lambda_{a2}) + P_{a^2a^2111}(\lambda_{a1}) \quad (282)$$

$$P_{a^3a^3b^3111}(\mu) = P_{a^3b^3111}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3a^3111}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{a^3a^3b^3101}(\lambda_2) \\ + P_{a^3a^3b^3011}(\lambda_1) \quad (283)$$

$$P_{a^3a^3b^1111}(\mu) = P_{a^3b^1111}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3a^3111}(\lambda_{b1}) + P_{a^3a^3b^1101}(\lambda_2) \quad (284)$$

$$P_{a^1 a^3 b^3 111}(\mu) = P_{a^1 a^3 111}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{a^3 b^3 111}(\lambda_{a1}) + P_{a^1 b^3 111}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^1 a^3 b^3 101}(\lambda_2) \quad (285)$$

$$P_{a^3 a^3 b^2 111}(\mu) = P_{a^3 b^2 111}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3 a^3 111}(\lambda_{b2}) + P_{a^3 a^3 b^2 011}(\lambda_1) \quad (286)$$

$$P_{a^2 a^3 b^3 111}(\mu) = P_{a^2 a^3 111}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{a^3 b^3 111}(\lambda_{a2}) + P_{a^2 b^3 111}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^2 a^3 b^3 011}(\lambda_1) \quad (287)$$

$$P_{a^1 a^3 b^1 111}(\mu) = P_{a^3 b^1 111}(\lambda_{a1}) + P_{a^1 a^3 111}(\lambda_{b1}) + P_{a^1 b^1 111}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^1 a^3 b^1 101}(\lambda_2) \quad (288)$$

$$P_{a^2 a^3 b^2 111}(\mu) = P_{a^3 b^2 111}(\lambda_{a2}) + P_{a^2 a^3 111}(\lambda_{b2}) + P_{a^2 b^2 111}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^2 a^3 b^2 011}(\lambda_1) \quad (289)$$

$$P_{a^1 a^3 b^2 111}(\mu) = P_{a^3 b^2 111}(\lambda_{a1}) + P_{a^1 a^3 111}(\lambda_{b2}) + P_{a^1 b^2 111}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \quad (290)$$

$$P_{a^2 a^3 b^1 111}(\mu) = P_{a^3 b^1 111}(\lambda_{a2}) + P_{a^2 a^3 111}(\lambda_{b1}) + P_{a^2 b^1 111}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \quad (291)$$

$$P_{a^1 a^1 b^1 111}(\mu) = P_{a^1 b^1 111}(\lambda_{a1}) + P_{a^1 a^1 111}(\lambda_{b1}) + P_{a^1 a^1 b^1 101}(\lambda_2) \quad (292)$$

$$P_{a^2 a^2 b^2 111}(\mu) = P_{a^2 b^2 111}(\lambda_{a2}) + P_{a^2 a^2 111}(\lambda_{b2}) + P_{a^2 a^2 b^2 011}(\lambda_1) \quad (293)$$

$$P_{a^1 a^1 b^2 111}(\mu) = P_{a^1 b^2 111}(\lambda_{a1}) + P_{a^1 a^1 111}(\lambda_{b2}) \quad (294)$$

$$P_{a^1 a^2 b^2 111}(\mu) = P_{a^1 b^2 111}(\lambda_{a2}) + P_{a^1 a^2 111}(\lambda_{b2}) + P_{a^2 b^2 111}(\lambda_{a1}) \quad (295)$$

$$P_{a^1 a^2 b^1 111}(\mu) = P_{a^1 b^1 111}(\lambda_{a2}) + P_{a^1 a^2 111}(\lambda_{b1}) + P_{a^2 b^1 111}(\lambda_{a1}) \quad (296)$$

$$P_{a^2 a^2 b^3 111}(\mu) = P_{a^2 b^3 111}(\lambda_{a2}) + P_{a^2 a^2 111}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{a^2 a^2 b^3 011}(\lambda_1) \quad (297)$$

$$P_{a^1 a^1 b^3 111}(\mu) = P_{a^1 b^3 111}(\lambda_{a1}) + P_{a^1 a^1 111}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{a^1 a^1 b^3 101}(\lambda_2) \quad (298)$$

$$P_{a^1 a^2 b^3 111}(\mu) = P_{a^1 b^3 111}(\lambda_{a2}) + P_{a^1 a^2 111}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{a^2 b^3 111}(\lambda_{a1}) \quad (299)$$

$$P_{a^2 a^2 b^1 111}(\mu) = P_{a^2 b^1 111}(\lambda_{a2}) + P_{a^2 a^2 111}(\lambda_{b1}) \quad (300)$$

$$P_{a^3 b^3 b^3 111}(\mu) = P_{b^3 b^3 111}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3 b^3 111}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{a^3 b^3 b^3 101}(\lambda_2) + P_{a^3 b^3 b^3 011}(\lambda_1) \quad (301)$$

$$P_{a^3 b^1 b^3 111}(\mu) = P_{a^3 b^1 111}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{a^3 b^3 111}(\lambda_{b1}) + P_{b^1 b^3 111}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3 b^1 b^3 101}(\lambda_2) \quad (302)$$

$$P_{a^3 b^2 b^3 111}(\mu) = P_{a^3 b^2 111}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{a^3 b^3 111}(\lambda_{b2}) + P_{b^2 b^3 111}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3 b^2 b^3 011}(\lambda_1) \quad (303)$$

$$P_{a^3 b^1 b^1 111}(\mu) = P_{a^3 b^1 111}(\lambda_{b1}) + P_{b^1 b^1 111}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3 b^1 b^1 101}(\lambda_2) \quad (304)$$

$$P_{a^3 b^2 b^2 111}(\mu) = P_{a^3 b^2 111}(\lambda_{b2}) + P_{b^2 b^2 111}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{a^3 b^2 b^2 011}(\lambda_1) \quad (305)$$

$$P_{a^3 b^1 b^2 111}(\mu) = P_{a^3 b^2 111}(\lambda_{b1}) + P_{a^3 b^1 111}(\lambda_{b2}) + P_{b^1 b^2 111}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \quad (306)$$

$$P_{a^1 b^1 b^1 111}(\mu) = P_{a^1 b^1 111}(\lambda_{b1}) + P_{b^1 b^1 111}(\lambda_{a1}) + P_{a^1 b^1 b^1 101}(\lambda_2) \quad (307)$$

$$P_{a^2 b^2 b^2 111}(\mu) = P_{a^2 b^2 111}(\lambda_{b2}) + P_{b^2 b^2 111}(\lambda_{a2}) + P_{a^2 b^2 b^2 011}(\lambda_1) \quad (308)$$

$$P_{a^1 b^1 b^2 111}(\mu) = P_{a^1 b^2 111}(\lambda_{b1}) + P_{a^1 b^1 111}(\lambda_{b2}) + P_{b^1 b^2 111}(\lambda_{a1}) \quad (309)$$

$$P_{a^1 b^2 b^2 111}(\mu) = P_{a^1 b^2 111}(\lambda_{b2}) + P_{b^2 b^2 111}(\lambda_{a1}) \quad (310)$$

$$P_{a^2 b^2 b^3 111}(\mu) = P_{a^2 b^2 111}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{b^2 b^3 111}(\lambda_{a2}) + P_{a^2 b^3 111}(\lambda_{b2}) + P_{a^2 b^2 b^3 011}(\lambda_1) \quad (311)$$

$$P_{a^2b^3b^3_{111}}(\mu) = P_{a^2b^3_{111}}(\lambda_{b_3} + \lambda_{b_4} + \lambda_{b_5}) + P_{b^3b^3_{111}}(\lambda_{a_2}) + P_{a^2b^3b^3_{011}}(\lambda_1) \quad (312)$$

$$P_{a^1b^1b^3_{111}}(\mu) = P_{a^1b^1_{111}}(\lambda_{b_3} + \lambda_{b_4} + \lambda_{b_5}) + P_{b^1b^3_{111}}(\lambda_{a_1}) + P_{a^1b^3_{111}}(\lambda_{b_1}) \\ + P_{a^1b^1b^3_{101}}(\lambda_2) \quad (313)$$

$$P_{a^1b^3b^3_{111}}(\mu) = P_{a^1b^3_{111}}(\lambda_{b_3} + \lambda_{b_4} + \lambda_{b_5}) + P_{b^3b^3_{111}}(\lambda_{a_1}) + P_{a^1b^3b^3_{101}}(\lambda_2) \quad (314)$$

$$P_{a^2b^1b^1_{111}}(\mu) = P_{a^2b^1_{111}}(\lambda_{b_1}) + P_{b^1b^1_{111}}(\lambda_{a_2}) \quad (315)$$

$$P_{a^2b^1b^2_{111}}(\mu) = P_{a^2b^1_{111}}(\lambda_{b_2}) + P_{b^1b^2_{111}}(\lambda_{a_2}) + P_{a^2b^2_{111}}(\lambda_{b_1}) \quad (316)$$

$$P_{a^1b^2b^3_{111}}(\mu) = P_{a^1b^2_{111}}(\lambda_{b_3} + \lambda_{b_4} + \lambda_{b_5}) + P_{b^2b^3_{111}}(\lambda_{a_1}) + P_{a^1b^3_{111}}(\lambda_{b_2}) \quad (317)$$

$$P_{a^2b^1b^3_{111}}(\mu) = P_{a^2b^1_{111}}(\lambda_{b_3} + \lambda_{b_4} + \lambda_{b_5}) + P_{b^1b^3_{111}}(\lambda_{a_2}) + P_{a^2b^3_{111}}(\lambda_{b_1}) \quad (318)$$

$$P_{b^3b^3b^3_{111}}(\mu) = P_{b^3b^3_{111}}(\lambda_{b_3} + \lambda_{b_4} + \lambda_{b_5}) + P_{b^3b^3b^3_{101}}(\lambda_2) + P_{b^3b^3b^3_{011}}(\lambda_1) \quad (319)$$

$$P_{b^1b^3b^3_{111}}(\mu) = P_{b^3b^3_{111}}(\lambda_{b_1}) + P_{b^1b^3_{111}}(\lambda_{b_3} + \lambda_{b_4} + \lambda_{b_5}) + P_{b^1b^3b^3_{101}}(\lambda_2) \quad (320)$$

$$P_{b^2b^3b^3_{111}}(\mu) = P_{b^3b^3_{111}}(\lambda_{b_2}) + P_{b^2b^3_{111}}(\lambda_{b_3} + \lambda_{b_4} + \lambda_{b_5}) + P_{b^2b^3b^3_{011}}(\lambda_1) \quad (321)$$

$$P_{b^1b^1b^3_{111}}(\mu) = P_{b^1b^3_{111}}(\lambda_{b_1}) + P_{b^1b^1_{111}}(\lambda_{b_3} + \lambda_{b_4} + \lambda_{b_5}) + P_{b^1b^1b^3_{101}}(\lambda_2) \quad (322)$$

$$P_{b^2b^2b^3_{111}}(\mu) = P_{b^2b^3_{111}}(\lambda_{b_2}) + P_{b^2b^2_{111}}(\lambda_{b_3} + \lambda_{b_4} + \lambda_{b_5}) + P_{b^2b^2b^3_{011}}(\lambda_1) \quad (323)$$

$$P_{b^1b^2b^3_{111}}(\mu) = P_{b^1b^3_{111}}(\lambda_{b_2}) + P_{b^2b^3_{111}}(\lambda_{b_1}) + P_{b^1b^2_{111}}(\lambda_{b_3} + \lambda_{b_4} + \lambda_{b_5}) \quad (324)$$

$$P_{b^1b^1b^1_{111}}(\mu) = P_{b^1b^1_{111}}(\lambda_{b_1}) + P_{b^1b^1b^1_{101}}(\lambda_2) \quad (325)$$

$$P_{b^2b^2b^2_{111}}(\mu) = P_{b^2b^2_{111}}(\lambda_{b_2}) + P_{b^2b^2b^2_{011}}(\lambda_1) \quad (326)$$

$$P_{b^1b^1b^2_{111}}(\mu) = P_{b^1b^1_{111}}(\lambda_{b_2}) + P_{b^1b^2_{111}}(\lambda_{b_1}) \quad (327)$$

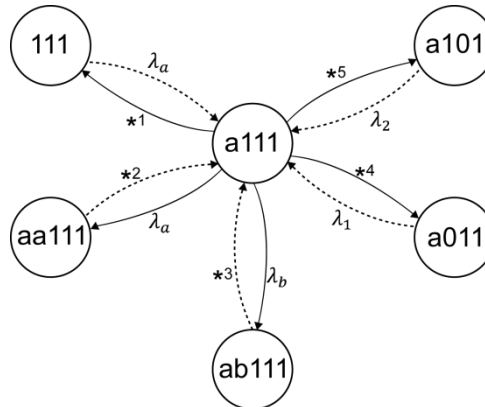
$$P_{b^1b^2b^2_{111}}(\mu) = P_{b^1b^2_{111}}(\lambda_{b_2}) + P_{b^2b^2_{111}}(\lambda_{b_1}) \quad (328)$$

Anexo 3

Equações para o estado {a111}

A Figura 22 representa as possíveis transições para “dentro” e para “fora” do estado {a111}.

Figura 22 – Representação do estado {a111}



$$*1 \rightarrow \mu_1 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a} \right) + \mu_2 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a} \right) + \mu_3$$

$$*2 \rightarrow \mu_1 \left(2 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a} \right) \left(\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) + \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a} \right)^2 \right) \\ + \mu_2 \left(2 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a} \right) \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) + \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a} \right)^2 \right) + \mu_3$$

$$*3 \rightarrow \mu_1 \left(\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b} \right) + \mu_2 \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b} \right)$$

$$*4 \rightarrow \mu_1 \left(\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right)$$

$$*5 \rightarrow \mu_2 \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right)$$

Na Figura 22, pode-se visualizar que para “entrar” no estado {a111} as transições possíveis são:

- a partir do estado {111} com a chegada de uma chamada da classe a em qualquer átomo;
- a partir do estado {aa111} com o término do atendimento pelo servidor 1 e pelo menos uma das duas chamadas que aguardam na fila tiverem origem no átomo 1 (como são duas chamadas na fila, as combinações possíveis são: a primeira chamada ter origem no átomo 1 (com probabilidade $\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a}$) e a

segunda não (com probabilidade $\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a}$) ou a primeira não ter origem no átomo 1 (com probabilidade $\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a}$) e a segunda ter (com probabilidade $\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a}$) ou as duas terem origem no átomo 1 (com probabilidade $(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a})^2$) ou com o término do atendimento pelo servidor 2 e pelo menos uma das duas chamadas que aguardam na fila tem origem no átomo 2 (como são duas chamadas na fila, as combinações possíveis são: a primeira chamada ter origem no átomo 2 (com probabilidade $\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a}$) e a segunda não (com probabilidade $\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a}$) ou a primeira não ter origem no átomo 2 (com probabilidade $\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a}$) e a segunda ter (com probabilidade $\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a}$) ou as duas terem origem no átomo 1 (com probabilidade $(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a})^2$) ou com o término do atendimento pelo servidor 3 independente da origem dos chamados que aguardam na fila;

- a partir do estado $\{ab111\}$ com o término do atendimento pelo servidor 1 e a chamada da classe a que aguarda na fila não tem origem no átomo 1 e a chamada da classe b que aguarda na fila tem origem no átomo 1 (com probabilidades, respectivamente, $\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a}$ e $\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b}$) ou com o término do atendimento pelo servidor 2 e a chamada da classe a que aguarda na fila não tem origem no átomo 2 e a chamada da classe b que aguarda na fila tem origem no átomo 2 (com probabilidades, respectivamente, $\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a}$ e $\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b}$);
- a partir do estado $\{a101\}$ com a chegada de um chamado no átomo 2;
- a partir do estado $\{a011\}$ com a chegada de um chamado no átomo 1.

Para “sair” do estado $\{a111\}$, as transições possíveis acontecem para os mesmos estados onde ocorreram as transições para “dentro” do estado. Essas transições são:

- para o estado $\{111\}$ com o término do atendimento do servidor 1 ou 2 e chamada da classe a que aguarda na fila ter origem no átomo 1 ou 2, respectivamente, ou com o término do atendimento pelo servidor 3 independente da origem do chamado, com taxa $(\mu_1 (\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a}) + \mu_2 (\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a}) + \mu_3)$;

- para o estado $\{aa111\}$ com a chegada de uma chamada da classe a em qualquer átomo, com taxa (λ_a) ;
- para o estado $\{ab111\}$ com a chegada de uma chamada da classe b em qualquer átomo, com taxa (λ_b) ;
- para o estado $\{a101\}$ com o término do atendimento pelo servidor 2 e a chamada da classe a que aguarda na fila não ter origem no átomo 2, com taxa $(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right))$;
- para o estado $\{a011\}$ com o término do atendimento pelo servidor 1 e a chamada da classe a que aguarda na fila não ter origem no átomo 1, com taxa $(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right))$.

A Equação 329 mostra todas as transições explicadas anteriormente.

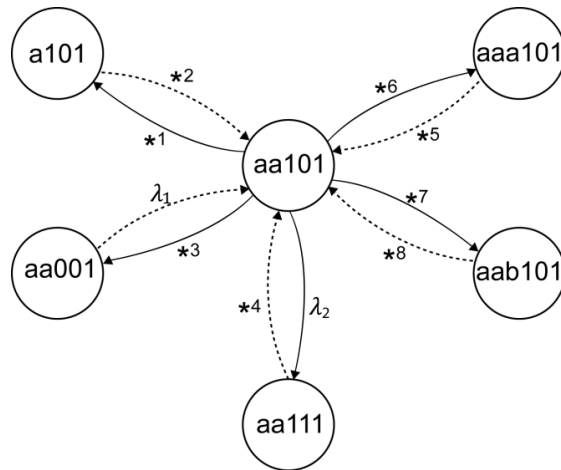
$$\begin{aligned}
 P_{a111}(\mu + \lambda) = & P_{111}(\lambda_a) \\
 & + P_{aa111} \left(\mu_1 \left(2 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a} \right) \left(\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) + \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a} \right)^2 \right) \right. \\
 & + \mu_2 \left(2 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a} \right) \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) + \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a} \right)^2 \right) + \mu_3 \left. \right) \\
 & + P_{ab111} \left(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b} \right) \right. \\
 & + \mu_2 \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b} \right) \left. \right) + P_{a101}(\lambda_2) + P_{a011}(\lambda_1)
 \end{aligned} \tag{329}$$

A Equação 329 pode ser reescrita em função de λ_{a1} e λ_{a2} e obtém-se a Equação 330.

$$\begin{aligned}
 P_{a111}(\mu + \lambda) = & P_{111}(\lambda_a) \\
 & + P_{aa111} \left(\mu_1 \left(2 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a} \right) - \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a} \right)^2 \right) + \mu_2 \left(2 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a} \right) - \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a} \right)^2 \right) + \mu_3 \right) \\
 & + P_{ab111} \left(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b} \right) \right. \\
 & + \mu_2 \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b} \right) \left. \right) + P_{a101}(\lambda_2) + P_{a011}(\lambda_1)
 \end{aligned} \tag{330}$$

Equações para o estado $\{aa101\}$

As transições que envolvem o estado $\{aa101\}$ podem ser visualizadas na Figura 23.

Figura 23 – Representação do estado $\{aa101\}$ 

$$*1 \rightarrow \mu_1 \left(2 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right) \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right) + \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right)^2 \right) + \mu_3$$

$$*2 \rightarrow \lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}$$

$$*3 \rightarrow \mu_1 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right)$$

$$*4 \rightarrow \mu_2 \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right)^2$$

$$*5 \rightarrow \mu_1 \left(3 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right) \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right)^2 + 3 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right)^2 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right) + \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right)^3 \right) + \mu_3$$

$$*6 \rightarrow \lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}$$

$$*7 \rightarrow \lambda_{b1} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}$$

$$*8 \rightarrow \mu_1 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right)^2 \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b - \lambda_{b2}} \right)$$

Nessa figura, pode-se visualizar que para “entrar” no estado $\{aa101\}$ as transições possíveis são:

- a partir do estado $\{a101\}$ com a chegada de uma chamada da classe a no átomo 1, 3, 4 ou 5;
- a partir do estado $\{aaa101\}$ com o término do atendimento pelo servidor 1 e pelo menos uma das três chamadas da classe a que aguardam na fila tem origem no átomo 1 (como são três chamadas na fila, as combinações possíveis são: três combinações envolvendo a ordem nas quais uma chamada tem origem no átomo 1 (com probabilidade $\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}}$) e as outras duas não (com probabilidade $\left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a2}}\right)^2$) ou três combinações envolvendo a ordem nas quais duas chamadas tem origem no átomo 1 (com probabilidade $\left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}}\right)^2$) e a outra não (com probabilidade $\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a2}}$) ou as três

chamadas que aguardam na fila tem origem no átomo 1 (com probabilidade $\left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}}\right)^3$) ou com o término do atendimento pelo servidor 3 independente da origem dos chamados que aguardam na fila;

- a partir do estado $\{aab101\}$ com o término do atendimento pelo servidor 1 e nenhuma das duas chamadas da classe a que aguardam na fila tem origem no átomo 1 (com probabilidade $\left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a2}}\right)^2$) e a chamada da classe b que aguarda na fila tem origem no átomo 1 (com probabilidade $\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b - \lambda_{b2}}$);
- a partir do estado $\{aa001\}$ com a chegada de um chamado no átomo 1;
- a partir do estado $\{aa111\}$ com o término do atendimento pelo servidor 2 e as duas chamadas da classe a que aguardam na fila não tem origem no átomo 1 (com probabilidades $\left(\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a}\right)^2$).

Para “sair” do estado $\{aa101\}$, as transições possíveis acontecem para os mesmos estados onde ocorreram as transições para “dentro” do estado. Essas transições são:

- para o estado $\{a101\}$ com o término do atendimento do servidor 1 e pelo menos uma das chamadas da classe a que aguardam na fila tem origem no átomo 1 (como são duas chamadas na fila, as combinações possíveis são: a primeira chamada ter origem no átomo 1 (com probabilidade $\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}}$) e a segunda não (com probabilidade $\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a2}}$) ou a primeira não ter origem no átomo 1 (com probabilidade $\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a2}}$) e a segunda ter (com probabilidade $\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}}$) ou as duas terem origem no átomo 1 (com probabilidade $\left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}}\right)^2$)) ou com o término do atendimento do servidor 3 independente da origem dos chamados que aguardam na fila;
- para o estado $\{aaa101\}$ com a chegada de uma chamada da classe a nos átomos 1, 3, 4 ou 5;
- para o estado $\{aa001\}$ com o término do atendimento do servidor 1 e nenhuma das chamadas que aguardam na fila tem origem no átomo 1;
- para o estado $\{aa111\}$ com a chegada de uma chamada no átomo 2;
- para o estado $\{aab101\}$ com a chegada de uma chamada da classe b nos átomos 1, 3, 4 ou 5.

Todas as transições apresentadas anteriormente podem ser visualizadas na Equação 331.

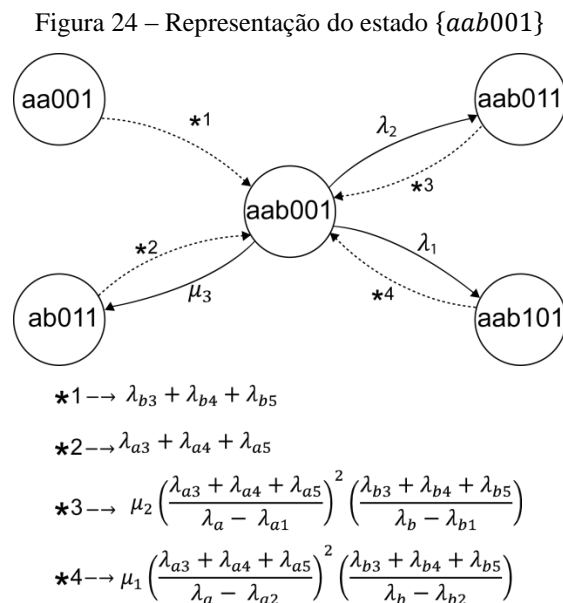
$$\begin{aligned}
 P_{aa101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda) & \quad (331) \\
 &= P_{a101}(\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \\
 &+ P_{aaa101} \left(\mu_1 \left(3 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right) \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right)^2 \right. \right. \\
 &+ \left. \left. 3 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right)^2 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right) + \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right)^3 \right) + \mu_3 \right) \\
 &+ P_{aab101} \left(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right)^2 \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b - \lambda_{b2}} \right) \right) + P_{aa001}(\lambda_1) \\
 &+ P_{aa111} \left(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right)^2 \right)
 \end{aligned}$$

A Equação 331 pode ser reescrita em função de λ_{a1} e obtém-se a Equação 332.

$$\begin{aligned}
 P_{aa101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda) & \quad (332) \\
 &= P_{a101}(\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \\
 &+ P_{aaa101} \left(\mu_1 \left(3 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right) - 3 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right)^2 + \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right)^3 \right) + \mu_3 \right) \\
 &+ P_{aab101} \left(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right)^2 \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b - \lambda_{b2}} \right) \right) + P_{aa001}(\lambda_1) \\
 &+ P_{aa111} \left(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right)^2 \right)
 \end{aligned}$$

Equações para o estado $\{aab001\}$

A Figura 24 mostra as possíveis transições para o estado $\{aab001\}$.



Na Figura 24, pode-se visualizar que para “entrar” no estado $\{aab001\}$ as transições são:

- a partir do estado $\{aa001\}$ com a chegada de uma chamada da classe b nos átomos 3, 4 ou 5;
- a partir do estado $\{ab001\}$ com a chegada de uma chamada da classe a nos átomos 3, 4 ou 5;
- a partir do estado $\{aab011\}$ com o término do atendimento pelo servidor 2 e as duas chamadas da classe a que aguardam na fila não tem origem no átomo 2 (com probabilidades $\left(\frac{\lambda_{a3}+\lambda_{a4}+\lambda_{a5}}{\lambda_a-\lambda_{a1}}\right)^2$) e a chamada da classe b que aguarda na fila também não tem origem no átomo 2 (com probabilidade $\frac{\lambda_{b3}+\lambda_{b4}+\lambda_{b5}}{\lambda_b-\lambda_{b1}}$);
- a partir do estado $\{aab101\}$ com o término do atendimento pelo servidor 1 e as duas chamadas da classe a que aguardam na fila não têm origem no átomo 1 (com probabilidades $\left(\frac{\lambda_{a3}+\lambda_{a4}+\lambda_{a5}}{\lambda_a-\lambda_{a2}}\right)^2$) e a chamada da classe b que aguarda na fila também não tem origem no átomo 1 (com probabilidade $\frac{\lambda_{b3}+\lambda_{b4}+\lambda_{b5}}{\lambda_b-\lambda_{b2}}$).

Para “sair” do estado $\{aab001\}$, as transições possíveis acontecem para os estados onde ocorreram as transações para “dentro” do estado, com exceção do estado $\{aa001\}$. Nesse caso, o sistema não passa do estado $\{aab001\}$ para o $\{aa001\}$, pois quando o servidor 3 termina um atendimento, necessariamente ele atenderá a chamada que está em primeiro lugar na fila (chamada da classe a). As transições possíveis são:

- para o estado $\{ab001\}$ com o término do atendimento pelo servidor 3 independente da origem dos chamados;
- para o estado $\{aab011\}$ com a chegada de uma chamada no átomo 2;
- para o estado $\{aab101\}$ com a chegada de uma chamada no átomo 1.

As transições descritas anteriormente são mostradas na Equação 333.

$$\begin{aligned}
 P_{aab001}(\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2) & \qquad \qquad \qquad (333) \\
 &= P_{aa001}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{ab001}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \\
 &+ P_{aab011}(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a1}}\right)^2 \left(\frac{\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b - \lambda_{b1}}\right)) \\
 &+ P_{aab101}(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a2}}\right)^2 \left(\frac{\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b - \lambda_{b2}}\right))
 \end{aligned}$$

Anexo 4

As equações de equilíbrio de equilíbrio associadas ao Modelo Hipercubo Aproximado do exemplo ilustrativo do Capítulo 5 são apresentadas nesse anexo. Essas equações são divididas em equações associadas aos estados do hipercubo e equações associadas aos estados das caudas.

Equações de Equilíbrio associadas ao hipercubo

$$P_{000}(\lambda) = P_{100}\mu_1 + P_{010}\mu_2 + P_{001}\mu_3 \quad (334)$$

$$P_{001}(\lambda + \mu_3) = P_{101}\mu_1 + P_{011}\mu_2 + P_{000}(\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) + P_{a001}\mu_3 + P_{b001}\mu_3 \quad (335)$$

$$P_{010}(\lambda + \mu_2) = P_{110}\mu_1 + P_{011}\mu_3 + P_{000}\lambda_2 \quad (336)$$

$$P_{100}(\lambda + \mu_1) = P_{110}\mu_2 + P_{101}\mu_3 + P_{000}\lambda_1 \quad (337)$$

$$P_{011}(\lambda + \mu_2 + \mu_3) \quad (338)$$

$$= P_{111}\mu_1 + P_{001}\lambda_2 + P_{010}(\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5)$$

$$+ P_{a011}\left(\mu_2\left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}}\right) + \mu_3\right) + P_{b011}\left(\mu_2\left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}}\right) + \mu_3\right)$$

$$P_{101}(\lambda + \mu_1 + \mu_3) \quad (339)$$

$$= P_{111}\mu_2 + P_{001}\lambda_1 + P_{100}(\lambda_1 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) + P_{a101}\left(\mu_1\left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}}\right)\right)$$

$$+ \mu_3) + P_{b101}\left(\mu_1\left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b - \lambda_{b2}}\right) + \mu_3\right)$$

$$P_{110}(\lambda + \mu_1 + \mu_2) = P_{111}\mu_3 + P_{010}\lambda_1 + P_{100}\lambda_2 \quad (340)$$

$$P_{111}(\lambda + \mu) = P_{110}\lambda + P_{011}\lambda_1 + P_{101}\lambda_2 + P_{a111}\left(\mu_1\left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a}\right) + \mu_2\left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a}\right) + \mu_3\right) \quad (341)$$

$$+ P_{b111}\left(\mu_1\left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b}\right) + \mu_2\left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b}\right) + \mu_3\right)$$

Equações de Equilíbrio associadas às Caudas

Esse exemplo ilustrativo conta com 4 caudas associadas aos estados nos quais o servidor 3 está ocupado ($\{111\}$, $\{011\}$, $\{101\}$ e $\{001\}$). As equações de equilíbrio para cada uma dessas causas são apresentadas nesse anexo.

Nos estados associados a essas caudas, utilizam-se as relações 342 e 343 para realizar simplificações nas equações.

$$\lambda_a = \lambda_{a1} + \lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5} \quad (342)$$

$$\lambda_b = \lambda_{b1} + \lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5} \quad (343)$$

Estados associados à cauda do estado 111

As equações de equilíbrio associadas aos estados da cauda {111} podem ser descritas pelas equações de 344 a 357.

$$\begin{aligned}
P_{a111}(\mu + \lambda) = & P_{111}(\lambda_a) \\
& + P_{aa111} \left(\mu_1 \left(2 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a} \right) \left(\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) + \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a} \right)^2 \right) \right. \\
& + \mu_2 \left(2 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a} \right) \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) + \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a} \right)^2 \right) + \mu_3 \\
& + P_{ab111} \left(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b} \right) \right. \\
& + \mu_2 \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b} \right) \left. \right) + P_{a101}(\lambda_{a2} + \lambda_{b2}) + P_{a011}(\lambda_{a1} \\
& + \lambda_{b1})
\end{aligned} \tag{344}$$

Substituindo na relação 344, tem-se para a equação 345 para o estado {a111}.

$$\begin{aligned}
P_{a111}(\mu + \lambda) = & P_{111}(\lambda_a) \\
& + P_{aa111} \left(\mu_1 \left(2 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a} \right) - \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a} \right)^2 \right) + \mu_2 \left(2 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a} \right) - \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a} \right)^2 \right) + \mu_3 \right) \\
& + P_{ab111} \left(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b} \right) \right. \\
& + \mu_2 \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b} \right) \left. \right) + P_{a101}(\lambda_{a2} + \lambda_{b2}) \\
& + P_{a011}(\lambda_{a1} + \lambda_{b1})
\end{aligned} \tag{345}$$

$$\begin{aligned}
P_{b111}(\mu + \lambda) = & P_{111}(\lambda_b) + P_{bb111} \left(\mu_1 \left(2 \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b} \right) \left(\frac{\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b} \right) + \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b} \right)^2 \right) \right. \\
& + \mu_2 \left(2 \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b} \right) \left(\frac{\lambda_{b1} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b} \right) + \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b} \right)^2 \right) + \mu_3 \\
& + P_{ab111} \left(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a} \right) + \mu_2 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a} \right) + \mu_3 \right) + P_{b101}(\lambda_{a2} + \lambda_{b2}) + P_{b011}(\lambda_{a1} \\
& + \lambda_{b1})
\end{aligned} \tag{346}$$

Substituindo na relação 346, tem-se para a equação 347 para o estado {b111}.

$$\begin{aligned}
P_{b111}(\mu + \lambda) = & P_{111}(\lambda_b) + P_{bb111} \left(\mu_1 \left(2 \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b} \right) - \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b} \right)^2 \right) + \mu_2 \left(2 \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b} \right) - \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b} \right)^2 \right) + \mu_3 \right) \\
& + P_{ab111} \left(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a} \right) + \mu_2 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a} \right) + \mu_3 \right) + P_{b101}(\lambda_{a2} + \lambda_{b2}) + P_{b011}(\lambda_{a1} + \lambda_{b1})
\end{aligned} \tag{347}$$

$$\begin{aligned}
P_{aa111}(\mu + \lambda) &= P_{a111}(\lambda_a) \\
&+ P_{aaa111} \left(\mu_1 \left(3 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a} \right) \left(\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right)^2 \right. \right. \\
&+ \left. \left. 3 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a} \right)^2 \left(\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) + \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a} \right)^3 \right) \right) \\
&+ \mu_2 \left(3 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a} \right) \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right)^2 + 3 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a} \right)^2 \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) \right. \\
&+ \left. \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a} \right)^3 \right) + \mu_3 + P_{aab111} \left(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right)^2 \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b} \right) \right. \\
&+ \left. \mu_2 \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right)^2 \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b} \right) \right) + P_{aa101}(\lambda_{a2} + \lambda_{b2}) + P_{aa011}(\lambda_{a1} \\
&+ \lambda_{b1})
\end{aligned} \tag{348}$$

Substituindo na relação 348, tem-se para a equação 349 para o estado $\{aa111\}$.

$$\begin{aligned}
P_{aa111}(\mu + \lambda) &= P_{a111}(\lambda_a) \\
&+ P_{aaa111} \left(\mu_1 \left(3 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a} \right) - 3 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a} \right)^2 + \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a} \right)^3 \right) \right. \\
&+ \left. \mu_2 \left(3 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a} \right) - 3 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a} \right)^2 + \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a} \right)^3 \right) + \mu_3 \right) \\
&+ P_{aab111} \left(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right)^2 \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b} \right) \right. \\
&+ \left. \mu_2 \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right)^2 \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b} \right) \right) + P_{aa101}(\lambda_{a2} + \lambda_{b2}) + P_{aa011}(\lambda_{a1} \\
&+ \lambda_{b1})
\end{aligned} \tag{349}$$

$$\begin{aligned}
P_{ab111}(\mu + \lambda) &= P_{a111}(\lambda_b) + P_{b111}(\lambda_a) \\
&+ P_{aab111} \left(\mu_1 \left(2 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a} \right) \left(\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) + \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a} \right)^2 \right) \right. \\
&+ \left. \mu_2 \left(2 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a} \right) \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) + \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a} \right)^2 \right) + \mu_3 \right) \\
&+ P_{abb111} \left(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) \left(2 \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b} \right) \left(\frac{\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b} \right) \right. \right. \\
&+ \left. \left. \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b} \right)^2 \right) \right) \\
&+ \mu_2 \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) \left(2 \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b} \right) \left(\frac{\lambda_{b1} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b} \right) + \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b} \right)^2 \right) \\
&+ P_{ab101}(\lambda_{a2} + \lambda_{b2}) + P_{ab011}(\lambda_{a1} + \lambda_{b1})
\end{aligned} \tag{350}$$

Substituindo na relação 350, tem-se para a equação 351 para o estado $\{ab111\}$.

$$P_{ab111}(\mu + \lambda) = P_{a111}(\lambda_b) + P_{b111}(\lambda_a) \quad (351)$$

$$\begin{aligned} &+ P_{aab111} \left(\mu_1 \left(2 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a} \right) - \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a} \right)^2 \right) + \mu_2 \left(2 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a} \right) - \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a} \right)^2 \right) + \mu_3 \right) \\ &+ P_{abb111} \left(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) \left(2 \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b} \right) - \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b} \right)^2 \right) \right. \\ &\left. + \mu_2 \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) \left(2 \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b} \right) - \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b} \right)^2 \right) \right) + P_{ab101}(\lambda_{a2} + \lambda_{b2}) \\ &+ P_{ab011}(\lambda_{a1} + \lambda_{b1}) \end{aligned}$$

$$P_{bb111}(\mu + \lambda) = P_{b111}(\lambda_b) + P_{abb111} \left(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a} \right) + \mu_2 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a} \right) + \mu_3 \right) \quad (352)$$

$$\begin{aligned} &+ P_{bbb111} \left(\mu_1 \left(3 \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b} \right) \left(\frac{\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b} \right)^2 \right. \right. \\ &\left. \left. + 3 \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b} \right)^2 \left(\frac{\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b} \right) + \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b} \right)^3 \right) \right) \\ &+ \mu_2 \left(3 \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b} \right) \left(\frac{\lambda_{b1} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b} \right)^2 + 3 \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b} \right)^2 \left(\frac{\lambda_{b1} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b} \right) \right. \\ &\left. + \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b} \right)^3 \right) + \mu_3 + P_{bb101}(\lambda_{a2} + \lambda_{b2}) + P_{bb011}(\lambda_{a1} + \lambda_{b1}) \end{aligned}$$

Substituindo na relação 352, tem-se para a equação 353 para o estado $\{bb111\}$.

$$P_{bb111}(\mu + \lambda) = P_{b111}(\lambda_b) + P_{abb111} \left(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a} \right) + \mu_2 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a} \right) + \mu_3 \right) \quad (353)$$

$$\begin{aligned} &+ P_{bbb111} \left(\mu_1 \left(3 \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b} \right) - 3 \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b} \right)^2 + \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b} \right)^3 \right) \right. \\ &\left. + \mu_2 \left(3 \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b} \right) - 3 \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b} \right)^2 + \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b} \right)^3 \right) + \mu_3 \right) + P_{bb101}(\lambda_{a2} + \lambda_{b2}) \\ &+ P_{bb011}(\lambda_{a1} + \lambda_{b1}) \end{aligned}$$

$$P_{aaa111}(\mu) = P_{aa111}(\lambda_a) + P_{aaa101}(\lambda_{a2} + \lambda_{b2}) + P_{aaa011}(\lambda_{a1} + \lambda_{b1}) \quad (354)$$

$$P_{aab111}(\mu) = P_{aa111}(\lambda_b) + P_{ab111}(\lambda_a) + P_{aab101}(\lambda_{a2} + \lambda_{b2}) + P_{aab011}(\lambda_{a1} + \lambda_{b1}) \quad (355)$$

$$P_{abb111}(\mu) = P_{ab111}(\lambda_b) + P_{bb111}(\lambda_a) + P_{abb101}(\lambda_{a2} + \lambda_{b2}) + P_{abb011}(\lambda_{a1} + \lambda_{b1}) \quad (356)$$

$$P_{bbb111}(\mu) = P_{bb111}(\lambda_b) + P_{bbb101}(\lambda_{a2} + \lambda_{b2}) + P_{bbb011}(\lambda_{a1} + \lambda_{b1}) \quad (357)$$

Estados associados à cauda do estado 011

As equações de equilíbrio associadas aos estados da cauda 011 podem ser descritas pelas equações de 358 a 371.

$$\begin{aligned}
P_{a011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda) & \quad (358) \\
&= P_{011}(\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \\
&+ P_{aa011} \left(\mu_2 \left(2 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) + \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right)^2 \right) + \mu_3 \right) \\
&+ P_{ab011} \left(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right) \right) + P_{a001}(\lambda_{a2} + \lambda_{b2}) \\
&+ P_{a111} \left(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) \right)
\end{aligned}$$

Substituindo a relação 358, tem-se para a equação 359 para o estado $\{a011\}$.

$$\begin{aligned}
P_{a011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda) & \quad (359) \\
&= P_{011}(\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \\
&+ P_{aa011} \left(\mu_2 \left(2 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) - \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right)^2 \right) + \mu_3 \right) \\
&+ P_{ab011} \left(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right) \right) + P_{a001}(\lambda_{a2} + \lambda_{b2}) \\
&+ P_{a111} \left(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{b011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda) & \quad (360) \\
&= P_{011}(\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) \\
&+ P_{bb011} \left(\mu_2 \left(2 \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right) \left(\frac{\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right) + \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right)^2 \right) + \mu_3 \right) \\
&+ P_{ab011} \left(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) + \mu_3 \right) + P_{b001}(\lambda_{a2} + \lambda_{b2}) \\
&+ P_{b111} \left(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b} \right) \right)
\end{aligned}$$

Substituindo a relação 360, tem-se para a equação 361 para o estado $\{b011\}$.

$$\begin{aligned}
P_{b011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda) & \quad (361) \\
&= P_{011}(\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{bb011} \left(\mu_2 \left(2 \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right) - \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right)^2 \right) \right) \\
&+ \mu_3 + P_{ab011} \left(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) + \mu_3 \right) + P_{b001}(\lambda_{a2} + \lambda_{b2}) \\
&+ P_{b111} \left(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b} \right) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{aa011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda) & \quad (362) \\
& = P_{a011}(\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \\
& + P_{aaa011} \left(\mu_2 \left(3 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right)^2 \right. \right. \\
& \left. \left. + 3 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right)^2 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) + \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right)^3 \right) + \mu_3 \right) \\
& + P_{aab011} \left(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right)^2 \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right) \right) + P_{aa001}(\lambda_{a2} + \lambda_{b2}) \\
& + P_{aa111} \left(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right)^2 \right)
\end{aligned}$$

Substituindo a relação 362, tem-se para a equação 363 para o estado $\{aa011\}$.

$$\begin{aligned}
P_{aa011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda) & \quad (363) \\
& = P_{a011}(\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \\
& + P_{aaa011} \left(\mu_2 \left(3 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) - 3 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right)^2 + \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right)^3 \right) + \mu_3 \right) \\
& + P_{aab011} \left(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right)^2 \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right) \right) + P_{aa001}(\lambda_{a2} + \lambda_{b2}) \\
& + P_{aa111} \left(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right)^2 \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{ab011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda) & \quad (364) \\
& = P_{a011}(\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{b011}(\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \\
& + P_{aab011} \left(\mu_2 \left(2 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) + \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right)^2 \right) + \mu_3 \right) \\
& + P_{abb011} \left(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) \left(2 \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right) \left(\frac{\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right) \right. \right. \\
& \left. \left. + \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right)^2 \right) \right) + P_{ab001}(\lambda_{a2} + \lambda_{b2}) \\
& + P_{ab111} \left(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) \left(\frac{\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b} \right) \right)
\end{aligned}$$

Substituindo na relação 364, tem-se para a equação 365 para o estado $\{ab011\}$.

$$P_{ab011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda) \quad (365)$$

$$\begin{aligned} &= P_{a011}(\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{b011}(\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \\ &+ P_{aab011}(\mu_2 \left(2 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) - \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right)^2 \right) + \mu_3) \\ &+ P_{abb011}(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) \left(2 \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right) - \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right)^2 \right)) \\ &+ P_{ab001}(\lambda_{a2} + \lambda_{b2}) \\ &+ P_{ab111}(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) \left(\frac{\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b} \right)) \end{aligned}$$

$$P_{bb011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda) \quad (366)$$

$$\begin{aligned} &= P_{b011}(\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{abb011}(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) + \mu_3) \\ &+ P_{bbb011}(\mu_2 \left(3 \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right) \left(\frac{\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right)^2 \right. \\ &+ 3 \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right)^2 \left(\frac{\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right) + \left. \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right)^3 \right) + \mu_3) + P_{bb001}(\lambda_{a2} \\ &+ \lambda_{b2}) + P_{bb111}(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b} \right)^2) \end{aligned}$$

Substituindo a relação 366, tem-se para a equação 367 para o estado $\{bb011\}$.

$$P_{bb011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda) \quad (367)$$

$$\begin{aligned} &= P_{b011}(\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{abb011}(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{a2}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) + \mu_3) \\ &+ P_{bbb011}(\mu_2 \left(3 \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right) - 3 \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right)^2 + \left(\frac{\lambda_{b2}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right)^3 \right) + \mu_3) \\ &+ P_{bb001}(\lambda_{a2} + \lambda_{b2}) + P_{bb111}(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b} \right)^2) \end{aligned}$$

$$P_{aaa011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda_1) \quad (368)$$

$$\begin{aligned} &= P_{aa011}(\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{aaa001}(\lambda_{a2} + \lambda_{b2}) \\ &+ P_{aaa111}(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right)^3) \end{aligned}$$

$$P_{aab011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda_1) \quad (369)$$

$$\begin{aligned} &= P_{aa011}(\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{ab011}(\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \\ &+ P_{aab001}(\lambda_{a2} + \lambda_{b2}) \\ &+ P_{aab111}(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right)^2 \left(\frac{\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b} \right)) \end{aligned}$$

$$P_{abb011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda_1) \quad (370)$$

$$\begin{aligned} &= P_{ab011}(\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{bb011}(\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \\ &+ P_{abb001}(\lambda_{a2} + \lambda_{b2}) \\ &+ P_{abb111}(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a2} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) \left(\frac{\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b} \right)^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{bbb011}(\mu_2 + \mu_3 + \lambda_1) & \quad (371) \\
&= P_{bb011}(\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{bbb001}(\lambda_{a2} + \lambda_{b2}) \\
&\quad + P_{bbb111}\left(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{b2} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b}\right)^3\right)
\end{aligned}$$

Estados associados à cauda do estado 101

As equações de equilíbrio associadas aos estados da cauda 101 podem ser descritas pelas equações de 372 a 385.

$$\begin{aligned}
P_{a101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda) & \quad (372) \\
&= P_{101}(\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \\
&\quad + P_{aa101}\left(\mu_1 \left(2 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}}\right) \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a2}}\right) + \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}}\right)^2\right) + \mu_3\right) \\
&\quad + P_{ab101}\left(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a2}}\right) \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b - \lambda_{b2}}\right)\right) + P_{a001}(\lambda_{a1} + \lambda_{b1}) \\
&\quad + P_{a111}\left(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a}\right)\right)
\end{aligned}$$

Substituindo na relação 372, tem-se para a equação 373 para o estado $\{a101\}$.

$$\begin{aligned}
P_{a101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda) & \quad (373) \\
&= P_{101}(\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \\
&\quad + P_{aa101}\left(\mu_1 \left(2 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}}\right) - \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}}\right)^2\right) + \mu_3\right) \\
&\quad + P_{ab101}\left(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a2}}\right) \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b - \lambda_{b2}}\right)\right) + P_{a001}(\lambda_{a1} + \lambda_{b1}) \\
&\quad + P_{a111}\left(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a}\right)\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{b101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda) & \quad (374) \\
&= P_{101}(\lambda_{b1} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) \\
&\quad + P_{bb101}\left(\mu_1 \left(2 \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b - \lambda_{b2}}\right) \left(\frac{\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b - \lambda_{b2}}\right) + \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b - \lambda_{b2}}\right)^2\right) + \mu_3\right) \\
&\quad + P_{ab101}\left(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}}\right) + \mu_3\right) + P_{b001}(\lambda_{a1} + \lambda_{b1}) \\
&\quad + P_{b111}\left(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{b1} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b}\right)\right)
\end{aligned}$$

Substituindo na relação 374, tem-se para a equação 375 para o estado $\{b101\}$.

$$P_{b101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda) \quad (375)$$

$$\begin{aligned} &= P_{101}(\lambda_{b1} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{bb101}(\mu_1 \left(2 \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b - \lambda_{b2}} \right) - \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b - \lambda_{b2}} \right)^2 \right) \\ &+ \mu_3) + P_{ab101}(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right) + \mu_3) + P_{b001}(\lambda_{a1} + \lambda_{b1}) \\ &+ P_{b111}(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{b1} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b} \right)) \end{aligned}$$

$$P_{aa101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda) \quad (376)$$

$$\begin{aligned} &= P_{a101}(\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \\ &+ P_{aaa101} \left(\mu_1 \left(3 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right) \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right)^2 \right. \right. \\ &+ \left. \left. 3 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right)^2 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right) + \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right)^3 \right) + \mu_3 \right) \\ &+ P_{aab101}(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right)^2 \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b - \lambda_{b2}} \right)) + P_{aa001}(\lambda_{a1} + \lambda_{b1}) \\ &+ P_{aa111} \left(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right)^2 \right) \end{aligned}$$

Substituindo a relação 376, tem-se para a equação 377 para o estado $\{aa101\}$.

$$P_{aa101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda) \quad (377)$$

$$\begin{aligned} &= P_{a101}(\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \\ &+ P_{aaa101} \left(\mu_1 \left(3 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right) - 3 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right)^2 + \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right)^3 \right) + \mu_3 \right) \\ &+ P_{aab101}(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right)^2 \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b - \lambda_{b2}} \right)) + P_{aa001}(\lambda_{a1} + \lambda_{b1}) \\ &+ P_{aa111} \left(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right)^2 \right) \end{aligned}$$

$$P_{ab101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda) \quad (378)$$

$$\begin{aligned} &= P_{a101}(\lambda_{b1} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{b101}(\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \\ &+ P_{aab101}(\mu_1 \left(2 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right) \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right) + \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right)^2 \right) + \mu_3) \\ &+ P_{abb101}(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right) \left(2 \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b - \lambda_{b2}} \right) \left(\frac{\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b - \lambda_{b2}} \right) \right. \\ &+ \left. \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b - \lambda_{b2}} \right)^2 \right)) + P_{ab001}(\lambda_{a1} + \lambda_{b1}) \\ &+ P_{ab111}(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) \left(\frac{\lambda_{b1} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b} \right)) \end{aligned}$$

Substituindo na relação 378, tem-se para a equação 379 para o estado $\{ab101\}$.

$$P_{ab101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda) \quad (379)$$

$$\begin{aligned} &= P_{a101}(\lambda_{b1} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{b101}(\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \\ &+ P_{aab101}(\mu_1 \left(2 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right) - \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right)^2 \right) + \mu_3) \\ &+ P_{abb101}(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right) \left(2 \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b - \lambda_{b2}} \right) - \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b - \lambda_{b2}} \right)^2 \right)) \\ &+ P_{ab001}(\lambda_{a1} + \lambda_{b1}) \\ &+ P_{ab111}(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) \left(\frac{\lambda_{b1} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b} \right)) \end{aligned}$$

$$P_{bb101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda) \quad (380)$$

$$\begin{aligned} &= P_{b101}(\lambda_{b1} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{abb101}(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right) + \mu_3) \\ &+ P_{bbb101}(\mu_1 \left(3 \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b - \lambda_{b2}} \right) \left(\frac{\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b - \lambda_{b2}} \right)^2 \right. \\ &+ 3 \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b - \lambda_{b2}} \right)^2 \left(\frac{\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b - \lambda_{b2}} \right) + \left. \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b - \lambda_{b2}} \right)^3 \right) + \mu_3) + P_{bb001}(\lambda_{a1} \\ &+ \lambda_{b1}) + P_{bb111}(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{b1} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b} \right)^2) \end{aligned}$$

Substituindo na relação 380, tem-se para a equação 381 para o estado $\{bb101\}$.

$$P_{bb101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda) \quad (381)$$

$$\begin{aligned} &= P_{b101}(\lambda_{b1} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{abb101}(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a1}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right) + \mu_3) \\ &+ P_{bbb101}(\mu_1 \left(3 \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b - \lambda_{b2}} \right) - 3 \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b - \lambda_{b2}} \right)^2 + \left(\frac{\lambda_{b1}}{\lambda_b - \lambda_{b2}} \right)^3 \right) + \mu_3) \\ &+ P_{bb001}(\lambda_{a1} + \lambda_{b1}) + P_{bb111}(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{b1} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b} \right)^2) \end{aligned}$$

$$P_{aaa101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda_2) \quad (382)$$

$$\begin{aligned} &= P_{aa101}(\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{aaa001}(\lambda_{a1} + \lambda_{b1}) \\ &+ P_{aaa111}(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right)^3) \end{aligned}$$

$$P_{aab101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda_2) \quad (383)$$

$$\begin{aligned} &= P_{aa101}(\lambda_{b1} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{ab101}(\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \\ &+ P_{aab001}(\lambda_{a1} + \lambda_{b1}) \\ &+ P_{aab111}(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right)^2 \left(\frac{\lambda_{b1} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b} \right)) \end{aligned}$$

$$P_{abb101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda_2) \quad (384)$$

$$\begin{aligned} &= P_{ab101}(\lambda_{b1} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{bb101}(\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \\ &+ P_{abb001}(\lambda_{a1} + \lambda_{b1}) \\ &+ P_{abb111}(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{a1} + \lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a} \right) \left(\frac{\lambda_{b1} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b} \right)^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{bbb101}(\mu_1 + \mu_3 + \lambda_2) & \quad (385) \\
& = P_{bb101}(\lambda_{b1} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{bbb001}(\lambda_{a1} + \lambda_{b1}) \\
& \quad + P_{bbb111}(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{b1} + \lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b} \right)^3)
\end{aligned}$$

Estados associados à cauda do estado 001

As equações de equilíbrio associadas aos estados da cauda 001 podem ser descritas pelas equações de 386 a 394.

$$\begin{aligned}
P_{a001}(\mu_3 + \lambda) & = P_{001}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{aa001}\mu_3 + P_{a011}(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right)) \quad (386) \\
& \quad + P_{a101}(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{b001}(\mu_3 + \lambda) & = P_{001}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{bb001}\mu_3 + P_{ab001}\mu_3 + P_{b011}(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right)) \quad (387) \\
& \quad + P_{b101}(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b - \lambda_{b2}} \right))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{aa001}(\mu_3 + \lambda) & = P_{a001}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{aaa001}\mu_3 + P_{aa011}(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right)^2) \quad (388) \\
& \quad + P_{aa101}(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right)^2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{ab001}(\mu_3 + \lambda) & = P_{a001}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{b001}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{aab001}\mu_3 \quad (389) \\
& \quad + P_{ab011}(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) \left(\frac{\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right)) \\
& \quad + P_{ab101}(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right) \left(\frac{\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b - \lambda_{b2}} \right))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{bb001}(\mu_3 + \lambda) & = P_{b001}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{abb001}\mu_3 + P_{bbb001}\mu_3 \quad (390) \\
& \quad + P_{bb011}(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right)^2) + P_{bb101}(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b - \lambda_{b2}} \right)^2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{aaa001}(\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2) & \quad (391) \\
& = P_{aa001}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) + P_{aaa011}(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right)^3) \\
& \quad + P_{aaa101}(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right)^3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{aab001}(\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2) & \quad (392) \\
& = P_{aa001}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{ab001}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \\
& \quad + P_{aab011}(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right)^2 \left(\frac{\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right)) \\
& \quad + P_{aab101}(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right)^2 \left(\frac{\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b - \lambda_{b2}} \right))
\end{aligned}$$

$$P_{abb001}(\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2) \tag{393}$$

$$\begin{aligned} &= P_{ab001}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{bb001}(\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}) \\ &+ P_{abb011}(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a1}} \right) \left(\frac{\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right)^2) \\ &+ P_{abb101}(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{a3} + \lambda_{a4} + \lambda_{a5}}{\lambda_a - \lambda_{a2}} \right) \left(\frac{\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b - \lambda_{b2}} \right)^2) \end{aligned}$$

$$P_{bbb001}(\mu_3 + \lambda_1 + \lambda_2) \tag{394}$$

$$\begin{aligned} &= P_{bb001}(\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}) + P_{bbb011}(\mu_2 \left(\frac{\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b - \lambda_{b1}} \right)^3) \\ &+ P_{bbb101}(\mu_1 \left(\frac{\lambda_{b3} + \lambda_{b4} + \lambda_{b5}}{\lambda_b - \lambda_{b2}} \right)^3) \end{aligned}$$

Anexo 5

Análise da igualdade do tempo de atendimento a chamados da classe a e b

Para essa análise, foram utilizados todos os dados de tempo de atendimento disponível, incluindo dados fora do subperíodo analisado. Entretanto, não foram utilizados dados do período de entressafra, pois os serviços realizados e a disponibilidade de servidores são diferentes.

Foi utilizado o Teste T com o auxílio do *software* Minitab 16.0. Esse teste ajuda a determinar se as médias do tempo de atendimento da classe a é igual à da classe b . Para isso, usou-se um teste de hipótese com hipótese nula (H_0), de igualdade das médias, e com hipótese 1 (H_1), de diferença das médias, mostrado em (395).

$$\begin{cases} H_0: \mu_a = \mu_b \\ H_1: \mu_a \neq \mu_b \end{cases} \quad (395)$$

Para realizar o Teste T no Minitab 16.0, é necessário inicialmente testar se as variâncias podem ser assumidas iguais. Para isso, testou-se a hipótese de igualdade dos desvios dos tempos de atendimento das classes a e b , conforme (396).

$$\begin{cases} H_0: \sigma_a/\sigma_b = 1 \\ H_1: \sigma_a/\sigma_b \neq 1 \end{cases} \quad (396)$$

Os resultados obtidos nessa análise utilizando o *software* Minitab 16.0, com nível de significância $\alpha = 0,05$, são mostrados na Tabela 60. Como o valor p do teste F foi menor que o nível de significância, testou-se a normalidade das distribuições do tempo de atendimento dos dados (classe a e b) utilizando o Teste Anderson Darling e Kolmogorov-Smirnov disponíveis no *software* Minitab 16.0. Como os valores p para ambos os testes foram menores que o nível de significância para os dois tempos de atendimento, rejeitou-se a hipótese de normalidade.

Como para o Teste Levene, o valor p é maior que o nível de significância ($\alpha = 0,05$), não se pode rejeitar H_0 , ou seja, não se pode rejeitar a hipótese de que as variâncias são iguais. Assim, no Teste T partir-se-á do princípio que as variâncias são iguais.

Os resultados obtidos no Teste T utilizando o *software* Minitab 16.0, com nível de significância $\alpha = 0,05$, são mostrados na Tabela 61.

Tabela 60 – Teste F para o Tempo de atendimento das classes *a* e *b*

Variável	N	Desvio Padrão	Variância
Colhedora	785	2,377	5,649
Resto	1954	5,245	27,513
Razão do desvio padrão = 0,453			
Razão da variância = 0,205			
Distribuição dos Dados	Intervalo de Confiança para a razão do Desvio Padrão		Intervalo de Confiança para a razão da Variância
Normal	(0,428;0,481)		(0,183;0,231)
Qualquer distribuição contínua	(0,662;1,211)		(0,439;1,466)
Testes			
Método	Teste Estatístico		Valor <i>p</i>
Teste F (Normal)	0,21		0,000
Teste Levene (qualquer distribuição contínua)	0,86		0,355

Fonte: adaptado de relatório do *software* Minitab 16.0

Tabela 61 – Relatório do Teste T para o Tempo de Atendimento das classes *a* e *b*

Variável	N	Média	Desvio Padrão	Erro Padrão
Colhedora	785	1,79	2,38	0,085
Resto	1954	1,87	5,25	0,12
Estimativa da diferença = -0,086				
Intervalo de Confiança da diferença: (-0,468;0,296)				
Teste T da diferença		Valor <i>t</i> = -0,44		Valor <i>p</i> = 0.658

Fonte: adaptado de relatório do *software* Minitab 16.0

Os resultados do Teste T indicam que não se pode rejeitar a hipótese nula (H_0), pois o valor *p* é maior que o nível de significância. Assim, pode-se assumir que o tempo de atendimento da classe *a* é igual ao da classe *b*. E, em função disso, não se diferenciará o tempo de atendimento de cada classe de chamado.

Análise da igualdade do tempo de atendimento durante o subperíodo de 13 a 21 de junho e da safra

Decidiu-se testar se o tempo de atendimento do subperíodo (13 a 21 de junho) é igual ao tempo de atendimento durante toda a safra. Essa análise foi necessária devido à quantidade de dados de tempo de atendimento disponíveis durante o subperíodo analisado ser pequena. Nesse caso, também foi utilizado o Teste T com o auxílio do *software* Minitab 16.0, para testar se a média do tempo de atendimento durante o subperíodo analisado é igual à da safra. Para isso, usou-se um teste de hipótese com hipótese nula (H_0), de igualdade das médias, e com hipótese 1 (H_1), de diferença das médias, conforme mostrado em 397.

$$\begin{cases} H_0: \mu_{\text{subperíodo}} = \mu_{\text{safra}} \\ H_1: \mu_{\text{subperíodo}} \neq \mu_{\text{safra}} \end{cases} \quad (397)$$

Para realizar o Teste T no Minitab 16.0, é necessário inicialmente testar as variâncias. Para isso, testou-se a hipótese de igualdade dos desvios dos tempos de atendimento durante o subperíodo e da safra, como apresentado em 398.

$$\begin{cases} H_0: \sigma_{\text{subperíodo}}/\sigma_{\text{safra}} = 1 \\ H_1: \sigma_{\text{subperíodo}}/\sigma_{\text{safra}} \neq 1 \end{cases} \quad (398)$$

Os resultados obtidos nessa análise utilizando o *software* Minitab 16.0, com nível de significância $\alpha = 0,05$, são mostrados na Tabela 62.

Tabela 62 – Teste F para o Tempo de atendimento do subperíodo e da safra

Variável	N	Desvio Padrão	Variância
Subperíodo (13 a 21 de junho)	188	1,517	2,302
Safra	2739	4,609	21,244
Razão do desvio padrão = 0,329			
Razão da variância = 0,108			
Distribuição dos Dados	Intervalo de Confiança para a razão do Desvio Padrão		Intervalo de Confiança para a razão da Variância
Normal	(0,298;0,367)		(0,089;0,135)
Qualquer distribuição contínua	(0,508;1,609)		(0,258;2,589)
Testes			
Método	Teste Estatístico		Valor <i>p</i>
Teste F (Normal)	0,11		0,000
Teste Levene (qualquer distribuição contínua)	0,72		0,395

Fonte: adaptado de relatório do *software* Minitab 16.0

Como o valor *p* do teste F foi menor que o nível de significância, testou-se a normalidade das distribuições do tempo de atendimento do subperíodo e da safra utilizando o Teste Anderson Darling e Kolmogorov-Smirnov disponíveis no Minitab 16.0. Como os valores *p* para ambos os testes foram menores que o nível de significância para os dois tempos de atendimento, rejeita-se a hipótese de normalidade.

Como para o Teste Levene, o valor *p* é maior que o nível de significância adotado, não se pode rejeitar H_0 , ou seja, não se pode rejeitar a hipótese de que as variâncias são iguais. Assim, no Teste T assumiu-se a igualdade das variâncias. Os resultados obtidos para o Teste T utilizando o *software* Minitab 16.0, com nível de significância $\alpha = 0,05$, são mostrados na Tabela 63.

Tabela 63 – Relatório do Teste T para o Tempo de Atendimento do subperíodo e da safra

Variável	N	Média	Desvio Padrão	Erro Padrão
Subperíodo (13 a 21 de junho)	188	1,56	1,52	0,11
Safra	2739	1,85	4,61	0,088
Estimativa da diferença = -0,284				
Intervalo de Confiança da diferença: (-0,946;0,377)				
Teste T da diferença		Valor <i>t</i> = -0,84		Valor <i>p</i> = 0.399

Fonte: adaptado de relatório do *software* Minitab 16.0

Os resultados do Teste T indicam que não se pode rejeitar a hipótese nula (H_0), pois o valor p é maior que o nível de significância (α). Assim, conclui-se que se pode assumir que o tempo de atendimento durante o subperíodo (13 a 21 de junho) é igual ao de toda a safra. Assim, pode-se utilizar os dados de tempo de atendimento da safra nesse subperíodo.

Analisando se os Servidores são Homogêneos ou Heterogêneos

Para testar a homogeneidade dos servidores, foi realizada a análise de variância ANOVA *One-Way* utilizando também o *software* Minitab 16.0 com nível de significância igual 0,05. Nessa análise, tem-se como H_0 a hipótese de igualdade entre os tempos de atendimento dos servidores, conforme 399.

$$\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = \mu_6 \\ H_1: \text{pelo menos uma média é diferente} \end{cases} \quad (399)$$

Os resultados mostraram que existe diferença entre as médias dos tempos de atendimento dos servidores. O valor p para esse teste foi igual a zero, valor este menor que o nível de significância.

Nessa análise foi utilizado o Método de Tukey, também com nível de significância de 0,05, para verificar quais servidores apresentavam médias diferentes. Esse teste mostrou que a diferença entre a média do tempo de atendimento do servidor 6 em relação aos demais é significativa. Já as médias do tempo de atendimento dos servidores 1, 2, 3, 4 e 5, não podem ser consideradas significativamente diferentes. Vale lembrar que o servidor 6 precisa se deslocar da oficina (base) até o local de atendimento.

Decidiu-se, então, analisar se as médias dos tempos de serviço ou em cena dos 6 servidores poderiam ser consideradas iguais. Para isso, repetiu-se o mesmo procedimento descrito acima (ANOVA *One-Way*). Os resultados mostraram que não existe diferença significativa entre as médias dos tempos de serviço dos servidores. O valor p para esse teste foi de 0,687. Esse resultado aponta que o deslocamento influencia o resultado.