

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS  
EXATAS**

**JAYME ALVES DE OLIVEIRA NETO**

**OFICINA DE MÁQUINAS:  
UMA MANEIRA DE ENSINAR MATEMÁTICA PARA ALUNOS  
DO ENSINO MÉDIO**

**SÃO CARLOS  
2010**

**OFICINA DE MÁQUINAS:  
UMA MANEIRA DE ENSINAR MATEMÁTICA PARA ALUNOS  
DO ENSINO MÉDIO**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS  
EXATAS**

**JAYME ALVES DE OLIVEIRA NETO**

**OFICINA DE MÁQUINAS:  
UMA MANEIRA DE ENSINAR MATEMÁTICA PARA ALUNOS  
DO ENSINO MÉDIO**

**Dissertação de Mestrado elaborada  
junto ao Programa de Pós-Graduação  
em Ensino de Ciências Exatas para  
obtenção do título de Mestre em  
Ensino de Matemática.**

*Orientação: Prof. Dr. Pedro Luiz  
Aparecido Malagutti*

**SÃO CARLOS  
2010**

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da  
Biblioteca Comunitária da UFSCar**

O48om

Oliveira Neto, Jayme Alves de.

Oficina de máquinas : uma maneira de ensinar matemática para alunos do ensino médio / Jayme Alves de Oliveira Neto. -- São Carlos : UFSCar, 2010.

239 f.

Acompanha DVD

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2010.

1. Construtivismo (Educação). 2. Máquinas - projetos. 3. Geometria. 4. Aprendizagem significativa. I. Título.

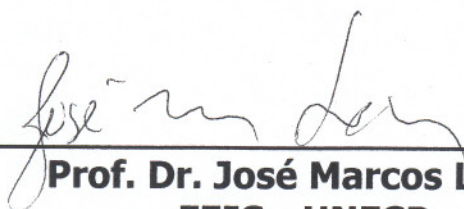
CDD: 370.152 (20ª)

**Banca Examinadora:**



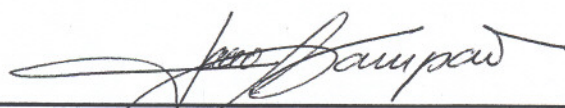
---

**Prof. Dr. Pedro Luiz Aparecido Malagutti  
DM - UFSCar**



---

**Prof. Dr. José Marcos Lopes  
FEIS - UNESP**



---

**Prof. Dr. João Carlos Vieira Sampaio  
DM - UFSCar**

Dedico este trabalho ao meu avô Jayme Alves de Oliveira que foi o principal responsável por me incentivar na realização de um curso de mestrado, a meus pais que criaram o ambiente propício para uma formação pessoal correta e saudável e a minha querida esposa que tem um papel enorme na realização dessa tão importante etapa de minha vida, que desejo que seja apenas uma entre tantas que passaremos juntos.

## **AGRADECIMENTOS**

Ao professor Pedro Luiz Aparecido Malagutti pela orientação.

Ao professor Juliano Nicolau Mattos pela importante contribuição durante os encontros desenvolvidos.

Ao professor José Hermano Ramalho por gentilmente permitir a utilização de uma de suas bicicletas como objeto de estudo.

À professora Louise Maria Marson pelo auxílio na revisão da parte textual.

Ao Departamento de Referência da Biblioteca Comunitária da UFSCar pela revisão das citações e das referências bibliográficas.

Ao Colégio Integral de São João da Boa Vista, por acreditar na qualidade de meu trabalho e permitir a realização do mesmo em sua Unidade.

Aos alunos envolvidos no projeto que se dedicaram ao máximo para a realização de um projeto tão prazeroso.

Aos meus colegas de mestrado que estiveram sempre incentivando e enaltecendo o meu projeto.

“Descobri que grande professor não é quem mata a curiosidade ou sufoca a dúvida, mas quem com ternura e paciência mostra caminhos e ensina a pescar.”

(Celso Antunes)



## RESUMO

Atualmente os alunos estão acomodados com a forma que lhes é transmitida a informação; as aulas têm um formato pré-estabelecido sendo feita a explicação teórica e em seguida é feita a realização de exercícios cuja resolução está intimamente relacionada à teoria devendo o aluno apenas aplicar o conhecimento adquirido e na maioria das vezes requer pouco ou nenhum raciocínio por parte do mesmo se tornando apenas um processo mecânico. Propõe-se a implantação de um laboratório de ensino de matemática nas escolas de nível médio chamado de “Oficina de máquinas” que é uma iniciativa para retomar em sala de aula a curiosidade e os esforços do aluno para resolver certos problemas que lhes são apresentados de forma que seja necessário certo nível de raciocínio matemático que possibilite a resolução dos mesmos. Durante a execução do projeto são trabalhados conceitos fornecidos pelo professor e os experimentos são realizados e relatados por cada grupo com suas devidas conclusões. As oficinas já foram realizadas, em um projeto piloto, em uma escola do ensino médio com alunos das três séries de modo que os alunos conheçam mecanismos da vida real. Assim, foram preparadas aulas em que os alunos levaram bicicletas, entre outros, para serem estudados. A cada encontro, cada um desses grupos realizou uma atividade diferente, entre atividades virtuais, construções com régua e compasso, construção de mecanismos com materiais industrializados, análise de mecanismos da vida real. Esses grupos, em cada encontro, utilizaram seus conhecimentos adquiridos para a elaboração de um mecanismo articulado construído com materiais de baixo custo e estudaram suas propriedades matemáticas. As atividades foram documentadas por vídeos para análise e foram feitas gravações de áudio para possibilitar a transcrição de eventos importantes revelando assim os pontos fortes e fracos de cada experimento. Foi utilizada a câmera fotográfica para capturar imagens no decorrer dos encontros, além de relatórios das atividades realizados pelos grupos com suas observações sobre os encontros e questionamentos que surgiram. A finalização do projeto realizou-se com um evento realizado na própria escola onde os grupos puderam apresentar seus projetos desenvolvidos e mostrar os mecanismos produzidos pelos mesmos aos demais alunos e professores do colégio. A avaliação dos estudantes é um processo contínuo, onde a evolução dos alunos é percebida em função de seu envolvimento no projeto.

Palavras-chave: Máquinas Mecânicas, Construtivismo, Oficina, Aprendizagem Significativa.

## **ABSTRACT**

Currently students are accommodated with the way that they are receiving information, the classes which have a predetermined format being made to theoretical explanation and then is made to exercises whose resolution is closely related to the theory that students should only apply the knowledge acquired and in most cases requires little or no reasoning part of it becoming just a mechanical process. It is proposed to implement a laboratory for teaching mathematics in high schools called " Machinery workshop " which is an initiative to resume in the classroom curiosity and efforts of the student to solve certain problems that are presented in so that necessary degree of mathematical reasoning that enables the resolution. During the execution of the project are worked concepts provided by the teacher and the experiments are conducted and reported by each group with their conclusions. The workshops have been held in a pilot project in a school with high school students from three grades so that the students learn the mechanics of real life. So were prepared classes where students took bicycles, among others, to be studied. At each meeting, each group performed a different activity between virtual activities, constructions with ruler and compass, building mechanisms with industrial materials, analysis of mechanisms of real life. These groups, in each meeting, used their knowledge to the development of a linkage constructed with low cost materials and studied its mathematical properties. The activities were documented on video for analysis and were made audio recordings to allow the transcription of important events thus revealing the strengths and weaknesses of each experiment. We used a camera to capture images during the meetings, and reports of activities carried out by groups with their comments on the meetings and questions that arose. The completion of the project was carried out with an event held at the school where the groups could present their projects developed and show the mechanisms produced by the same to the other students and teachers of the college. The assessment of students is an ongoing process, where the progress of students is perceived in terms of their involvement.

**Keywords:** Mechanical machinery, Constructivism, Workshop, Meaningful Learning.

## LISTA DE FIGURAS

<b>FIGURA 1.</b>	Relação entre os diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de dificuldade e de abertura.....	37
<b>FIGURA 2.</b>	Plataforma virtual Moodle ambiente do projeto “Oficina de Máquinas”.....	40
<b>FIGURA 3.</b>	Tela do de edição do software GeoGebra feito por um dos alunos do projeto.....	41
<b>FIGURA 4.</b>	Mecanismo construído com o GeoGebra que amplia o desenho em 6 vezes o desenho realizado.....	45
<b>FIGURA 5.</b>	Transmissão por movimento de rotação do motor de uma “gaiola” de corrida.....	46
<b>FIGURA 6.</b>	Mecanismo de uma máquina fiandeira e sua representação esquemática.....	46
<b>FIGURA 7.</b>	Exemplo de um sistema de polias e correias inversas.....	47
<b>FIGURA 8.</b>	Na esquerda temos uma foto do ventilador produzido por alunos e na direita pode-se ver com detalhes o mecanismo de polias e correias que possibilita seu movimento.....	48
<b>FIGURA 9.</b>	Na esquerda temos uma foto de um ventilador produzido pelos alunos com a utilização do kit K'nex acoplado a um sistema de polias diretas e inversas que trabalham solidários ao mesmo e na direita pode-se ver a representação desse sistema de polias.....	48
<b>FIGURA 10.</b>	Roldana grande (60 cm) ligada a outra pequena (4 cm).....	49
<b>FIGURA 11.</b>	Sistema de polias com roldanas solidárias. O fator de transmissão de B para C é 1.....	49
<b>FIGURA 12.</b>	Bicicleta de exercício projetada por Leonardo da Vinci.....	50
<b>FIGURA 13.</b>	Representação da bicicleta de exercício projetada por Leonardo da Vinci ao fazer uma curva.....	50
<b>FIGURA 14.</b>	Modelo do celerífero.....	51
<b>FIGURA 15.</b>	Modelo da draisiana.....	51
<b>FIGURA 16.</b>	Velocípede: adaptação de pedais para a draisiana.....	52
<b>FIGURA 17.</b>	Biciclo: grande propulsão devido ao tamanho da roda dianteira.....	52
<b>FIGURA 18.</b>	A diminuição brusca na velocidade do biciclo provocava vários acidentes.....	53
<b>FIGURA 19.</b>	Um dos primeiros modelos de bicicleta de segurança, ainda com rodas de tamanhos diferentes.....	53
<b>FIGURA 20.</b>	Representação de uma roda pedaleira e um pinhão ligados por corrente.....	53
<b>FIGURA 21.</b>	Alunos estudam uma bicicleta com uma roda pedaleira de 28 dentes e um pinhão livre de 16 dentes.....	54

<b>FIGURA 22.</b>	Foto de uma bicicleta de 18 marchas.....	55
<b>FIGURA 23.</b>	Detalhes das rodas pedaleiras e dos pinhões.....	55
<b>FIGURA 24.</b>	Exemplo de rodas de engrenagens.....	56
<b>FIGURA 25.</b>	Sistema com duas engrenagens.....	56
<b>FIGURA 26.</b>	Sistema com quatro engrenagens.....	57
<b>FIGURA 27.</b>	As rodas dentadas B e C solidárias de 8 dentes e 32 dentes giram no mesmo sentido e com fator de transmissão +1.....	58
<b>FIGURA 28.</b>	As rodas dentadas B e C solidárias de 8 dentes e 32 dentes giram no mesmo sentido e com fator de transmissão +1.....	58
<b>FIGURA 29.</b>	Duas polias A e C de raios distintos $R_1$ e $R_2$ .....	59
<b>FIGURA 30.</b>	Segmento AC unindo os centros das circunferências.....	59
<b>FIGURA 31.</b>	O ponto E é o ponto médio do segmento AC.....	59
<b>FIGURA 32.</b>	Traçado da circunferência com centro em E e raio EA.....	59
<b>FIGURA 33.</b>	A circunferência com centro em A e raio $R_2 - R_1$ determina com a circunferência maior um ponto J que é vértice de um triângulo retângulo de hipotenusa AC.....	59
<b>FIGURA 34.</b>	A reta que passa por A e J determina na circunferência de raio $R_2$ um ponto L que é o ponto de tangência desejado (ponto L).....	59
<b>FIGURA 35.</b>	Pelo ponto L traça-se uma reta perpendicular a reta que passa pelos pontos A e J determinando o outro ponto de tangência M.....	60
<b>FIGURA 36.</b>	Traça-se duas retas perpendiculares a reta AC passando pelos pontos de tangência M e L determinando seus simétricos em N e P.....	60
<b>FIGURA 37.</b>	Traça-se o segmento NP finalizando a construção desejada.....	60
<b>FIGURA 38.</b>	Reta tangente a uma circunferência de raio AB passando por B.....	60
<b>FIGURA 39.</b>	Reta tangente a uma circunferência passando por um ponto P exterior a ela.....	61
<b>FIGURA 40.</b>	Ângulo inscrito em uma circunferência.....	61
<b>FIGURA 41.</b>	Dois triângulos isósceles formados a partir dos vértices do ângulo inscrito e do centro da circunferência.....	61
<b>FIGURA 42.</b>	Triângulo retângulo inscrito na circunferência.....	62
<b>FIGURA 43.</b>	A circunferência de centro em A e raio AO determina o ponto de tangência T por determinar um triângulo retângulo PTO.....	62
<b>FIGURA 44.</b>	Ligando o ponto P aos pontos de tangência determinados T e C têm-se a construção de retas tangentes a uma circunferência passando por um ponto P exterior a ela. (a circunferência de centro em A e raio AO foi ocultada da construção).....	63
<b>FIGURA 45.</b>	Construção de um sistema de polias diretas.....	63

<b>FIGURA 46.</b>	Construção de um sistema de polias inversas.....	<b>64</b>
<b>FIGURA 47.</b>	As retas perpendiculares a reta que passa pelos centros A e C determinam com as circunferências os pontos de tangência e seus simétricos.....	<b>64</b>
<b>FIGURA 48.</b>	A quantidade de correia de um sistema de polias diretas pode ser calculada desmembrando-a em quatro partes: dois arcos de circunferência de raios R1 e R2 e dois segmentos congruentes.....	<b>65</b>
<b>FIGURA 49.</b>	A quantidade de correia de um sistema de polias inversas pode ser calculada desmembrando-a em quatro partes: dois arcos de circunferência de raios R1 e R2 e dois segmentos congruentes.....	<b>66</b>
<b>FIGURA 50.</b>	Peças do kit industrializado MARKLIN.....	<b>70</b>
<b>FIGURA 51.</b>	Peças do kit industrializado K'NEX.....	<b>71</b>
<b>FIGURA 52.</b>	Exemplos de materiais de baixo custo.....	<b>72</b>
<b>FIGURA 53.</b>	Relatórios elaborados pelos alunos durante a execução do projeto.....	<b>74</b>
<b>FIGURA 54.</b>	Folhas para resolução de exercícios e elaboração dos relatórios.....	<b>75</b>
<b>FIGURA 55.</b>	Alunos conhecendo o ambiente virtual de aprendizagem acompanhando as orientações projetadas na tela de apresentação instalada na frente da sala.....	<b>77</b>
<b>FIGURA 56.</b>	Elementos do grupo 1.....	<b>78</b>
<b>FIGURA 57.</b>	Elementos do grupo 2.....	<b>78</b>
<b>FIGURA 58.</b>	Elementos do grupo 3.....	<b>79</b>
<b>FIGURA 59.</b>	Elementos do grupo 4.....	<b>79</b>
<b>FIGURA 60.</b>	Elementos do grupo 5.....	<b>79</b>
<b>FIGURA 61.</b>	Exemplo de um trem de engrenagem utilizado para introduzir conceitos.....	<b>80</b>
<b>FIGURA 62.</b>	Representação de um carro com duas marchas em ponto morto.....	<b>80</b>
<b>FIGURA 63.</b>	Representação de um carro com duas marchas engatado na primeira marcha.....	<b>81</b>
<b>FIGURA 64.</b>	Representação de um carro com duas marchas engatado na segunda marcha.....	<b>81</b>
<b>FIGURA 65.</b>	Representação de um carro com duas marchas engatado na marcha ré.....	<b>82</b>
<b>FIGURA 66.</b>	Exemplos de construções com os kits Marklin e K'nex.....	<b>82</b>
<b>FIGURA 67.</b>	Sistemas de polias diretas e inversas estudados durante o primeiro encontro.....	<b>83</b>

<b>FIGURA 68.</b>	Bicicletas de tipos variados como objeto de estudo.....	83
<b>FIGURA 69.</b>	Modelos de sistemas de polias diretas e inversas construídos com a utilização do software GeoGebra e com régua e compasso.....	84
<b>FIGURA 70.</b>	Vídeos estudados pelos alunos mostrando exemplos de aplicação dos mecanismos no cotidiano.....	84
<b>FIGURA 71.</b>	Tela de cadastramento dos alunos no site Escola na net.....	85
<b>FIGURA 72.</b>	Tela de abertura da plataforma virtual “Oficina de Máquinas”.....	85
<b>FIGURA 73.</b>	Início da atividade: ao clicar na figura apresentada o arquivo interativo abre em outra janela.....	86
<b>FIGURA 74.</b>	Representação da sala ambiente do projeto “oficina de máquinas” e as posições ocupadas por cada uma das oficinas.....	89
<b>FIGURA 75.</b>	Professor explica o funcionamento do mecanismo de um corretivo escolar.....	90
<b>FIGURA 76.</b>	Mecanismo de polias diretas e inversas construído com E.V.A. e a direita sua representação gráfica.....	90
<b>FIGURA 77.</b>	Moinho de vento construído com o kit Marklin.....	91
<b>FIGURA 78.</b>	A manivela gira a roda dentada engrenada a uma segunda roda dentada perpendicular a primeira.....	91
<b>FIGURA 79.</b>	Parte superior do moinho de vento :transmissão de movimento de duas engrenagens perpendiculares de tamanho igual movimentando as hélices do moinho.....	92
<b>FIGURA 80.</b>	Professor explica o funcionamento do moinho de vento aos alunos.....	92
<b>FIGURA 81.</b>	Professor explica o funcionamento do relógio movido a engrenagens.....	92
<b>FIGURA 82.</b>	Professor de física explica aos alunos o enfoque físico do funcionamento do relógio de pesos.....	93
<b>FIGURA 83.</b>	Alunos construindo o ventilador e um sistema de polias diretas e inversas com o kit K'nex.....	94
<b>FIGURA 84.</b>	Sistema de polias diretas e inversas acoplados ao ventilador e sua representação gráfica na folha de desenho.....	94
<b>FIGURA 85.</b>	Alunos manuseiam o kit Marklin e discutem a resolução dos exercícios ....	95
<b>FIGURA 86.</b>	Representação gráfica das roldanas do kit Marklin.....	96
<b>FIGURA 87.</b>	Representação de um sistema de polias com fator de transmissão +4.....	96
<b>FIGURA 88.</b>	Representação de um sistema de polias com fator de transmissão -6.....	97
<b>FIGURA 89.</b>	Representação de um sistema de polias com fator de transmissão +1/3.....	97
<b>FIGURA 90.</b>	Sistema de correntes e rodas dentadas representando uma máquina de cortar grama.....	97

<b>FIGURA 91.</b>	Encaminhamento do raciocínio para a resolução do exercício descrito.....	98
<b>FIGURA 92.</b>	Figura ilustrativa do mecanismo e a construção realizada pelo grupo.....	98
<b>FIGURA 93.</b>	Alunos aprendem a manusear os instrumentos de desenho geométrico.....	99
<b>FIGURA 94.</b>	Esboço gráfico de um sistema de polias diretas com raios de mesma medida.....	100
<b>FIGURA 95.</b>	Esboço gráfico para a construção de um sistema de polias diretas com raios diferentes e de um sistema de polias inversas.....	101
<b>FIGURA 96.</b>	Correia contornando quatro circunferências tangentes duas a duas.....	102
<b>FIGURA 97.</b>	Correia envolvendo um sistema de duas roldanas de medidas diferentes.....	103
<b>FIGURA 98.</b>	Incoerência do exercício: A figura mostra um trem de engrenagens, mas o número de dentes não respeita a relação entre as engrenagens. Os raios devem ser considerados.....	103
<b>FIGURA 99.</b>	Corte vertical de uma máquina.....	104
<b>FIGURA 100.</b>	Posição inicial das bandeirinhas inseridas nas engrenagens.....	104
<b>FIGURA 101.</b>	Alternativas fornecidas pelo exercício para o sistema após girar as engrenagens.....	104
<b>FIGURA 102.</b>	Alunos discutindo os exercícios propostos e discutindo o projeto final.....	105
<b>FIGURA 103.</b>	Alunos realizam análise da bicicleta. Na figura da esquerda percebe-se a utilização da calculadora científica para a realização dos cálculos.....	105
<b>FIGURA 104.</b>	Esboço de um velocípede com rendimento equivalente ao obtido pelo grupo.....	107
<b>FIGURA 105.</b>	Alunos realizam atividade exploratória da bicicleta. Na figura da direita percebe-se a utilização da calculadora científica para a realização dos cálculos.....	110
<b>FIGURA 106.</b>	Representação de um velocípede com rendimento equivalente ao da bicicleta levada pelos alunos.....	111
<b>FIGURA 107.</b>	Sistema com correntes e engrenagens proposto pelos alunos utilizando-se das engrenagens do kit Marklin.....	112
<b>FIGURA 108.</b>	Sistema de polias diretas cujos diâmetros valem respectivamente 3 cm e 18 cm.....	113
<b>FIGURA 109.</b>	Sistema de polias inversas cujos diâmetros valem respectivamente 6 cm e 9 cm.....	113
<b>FIGURA 110.</b>	Alunos construindo um sistema que reproduz o mecanismo do vidro de um carro – Grupo 2.....	114

<b>FIGURA 111.</b>	Sistema de polias acopladas apresentado no exercício.....	115
<b>FIGURA 112.</b>	Sugestão de construção com a utilização do kit Marklin.....	115
<b>FIGURA 113.</b>	Alunos construindo a gangorra com a utilização do kit Marklin – Grupo 3..	115
<b>FIGURA 114.</b>	Gangorra construída com o kit Marklin.....	116
<b>FIGURA 115.</b>	Sistema de polias apresentado e sua representação feita com a utilização de régua e compasso.....	118
<b>FIGURA 116.</b>	Representação gráfica do enunciado fornecido.....	120
<b>FIGURA 117.</b>	Representação gráfica da pista de atletismo.....	120
<b>FIGURA 118.</b>	Tela de entrada da seção fórum criada na plataforma à distância.....	122
<b>FIGURA 119.</b>	Régua de engrenagens e os desenhos que podem ser feitos com a utilização da mesma.....	123
<b>FIGURA 120.</b>	Alunos discutindo os exercícios propostos – Grupo 1.....	124
<b>FIGURA 121.</b>	Correias envolvendo um sistema de quatro círculos tangentes.....	124
<b>FIGURA 122.</b>	Sistema de polias envolvidas por correia.....	124
<b>FIGURA 123.</b>	Sistema de polias envolvido por correias.....	125
<b>FIGURA 124.</b>	Reta tangenciando duas circunferências.....	125
<b>FIGURA 125.</b>	Mecanismo rural movido a polias e correias.....	126
<b>FIGURA 126.</b>	Alunos realizam atividade exploratória da bicicleta de 21 marchas.....	126
<b>FIGURA 127.</b>	Mecanismo construído com o kit K'nex que simula o lançamento de uma bola de basquete no cesto.....	128
<b>FIGURA 128.</b>	Construção de um ventilador e exploração do projeto de um moinho de vento.....	128
<b>FIGURA 129.</b>	Sistema de polias formadas por seis polias acopladas ou solidárias.....	129
<b>FIGURA 130.</b>	Diagrama apresentado pelos alunos classificando as engrenagens do kit Marklin e calculando alguns dos fatores de transmissão possíveis.....	130
<b>FIGURA 131.</b>	Máquina de costura movida a pedal.....	130
<b>FIGURA 132.</b>	Sugestões de construção com o kit Marklin: um mecanismo de transmissão de movimento por roldanas e uma bicicleta.....	131
<b>FIGURA 133.</b>	Processo de construção do triciclo utilizando as peças do kit industrial Marklin.....	131
<b>FIGURA 134.</b>	Alunos realizando a atividade com os instrumentos de desenho geométrico – Grupo 5.....	132
<b>FIGURA 135.</b>	Sistema de polias apresentado e sua representação feita com a utilização de régua e compasso.....	134
<b>FIGURA 136.</b>	Esboço do projeto elaborado pelo grupo 1: o percurso de um trem.....	135
<b>FIGURA 137.</b>	"Strandbeest": Mecanismo criado pelo artista holandês Theo Jansen.....	136



<b>FIGURA 138.</b>	Mecanismos articulados nos brinquedos do parque de diversões.....	<b>136</b>
<b>FIGURA 139.</b>	Na esquerda temos a “Gaiola” de corrida e na direita o detalhe do motor.....	<b>137</b>
<b>FIGURA 140.</b>	Abridor de latas movido a engrenagens.....	<b>137</b>
<b>FIGURA 141.</b>	Alunos realizam a atividade de construção com o uso dos instrumentos de desenho geométrico.....	<b>137</b>
<b>FIGURA 142.</b>	Construção com régua e compasso de um sistema de polias de mesma medida envolto por uma correia.....	<b>138</b>
<b>FIGURA 143.</b>	Construção com régua e compasso de um sistema de polias com tamanhos diferentes envoltos por uma correia.....	<b>138</b>
<b>FIGURA 144.</b>	Alunos discutindo os exercícios propostos e estruturando o seu projeto da construção do elevador.....	<b>140</b>
<b>FIGURA 145.</b>	Figura ilustrativa do trajeto da formiga dentro da circunferência e o gráfico que representa a solução do exercício.....	<b>140</b>
<b>FIGURA 146.</b>	Representação da bicicleta de marchas. A roda traseira dá o maior número de voltas quando se consegue o maior fator de transmissão.....	<b>141</b>
<b>FIGURA 147.</b>	Duas circunferências tangentes a uma reta r.....	<b>141</b>
<b>FIGURA 148.</b>	Gráfico que representa a resposta correta do exercício da formiga.....	<b>143</b>
<b>FIGURA 149.</b>	Alunos participam da atividade exploratória da bicicleta. Detalhe para a utilização da calculadora científica para a realização dos cálculos.....	<b>144</b>
<b>FIGURA 150.</b>	Alunos resolvendo os exercícios propostos na atividade com o K’nex.....	<b>145</b>
<b>FIGURA 151.</b>	Sistema de polias proposto pelos alunos com a utilização das peças do kit K’nex.....	<b>145</b>
<b>FIGURA 152.</b>	Sistema de correias e polias diretas e inversas.....	<b>145</b>
<b>FIGURA 153.</b>	Representação ilustrativa de uma fita cassete.....	<b>146</b>
<b>FIGURA 154.</b>	Solução apresentada pelos alunos para o exercício da fita cassete.....	<b>146</b>
<b>FIGURA 155.</b>	Alunos montam o ventilador e a roda gigante com o kit K’nex.....	<b>147</b>
<b>FIGURA 156.</b>	Estudo dos fatores de transmissão em situações variadas do ventilador....	<b>147</b>
<b>FIGURA 157.</b>	Representação do mecanismo de um motor de carro.....	<b>148</b>
<b>FIGURA 158.</b>	Figura ilustrativa do mecanismo de uma fita cassete.....	<b>148</b>
<b>FIGURA 159.</b>	Alunos construindo a base do guindaste com o kit Marklin.....	<b>148</b>
<b>FIGURA 160.</b>	Guindaste construído com as peças do kit Marklin.....	<b>149</b>
<b>FIGURA 161.</b>	Esboço do moinho de vento pretendido por um dos grupos.....	<b>150</b>
<b>FIGURA 162.</b>	Ajuste da posição das circunferências e os seletores.....	<b>150</b>
<b>FIGURA 163.</b>	Construção da circunferência de raio $R_2 - R_1$ e centro em B.....	<b>151</b>
<b>FIGURA 164.</b>	Acesso a função tangentes.....	<b>151</b>

<b>FIGURA 165.</b>	Traçando retas paralelas as retas tangentes a circunferência menor, teremos as retas tangentes as circunferências de raios R1 e R2.....	<b>151</b>
<b>FIGURA 166.</b>	Escondendo os objetos da construção a tela ficará com os seletores, as circunferências e os pontos de tangência.....	<b>152</b>
<b>FIGURA 167.</b>	Na esquerda temos a construção finalizada e na direita essa mesma construção após tratamento de formatação.....	<b>152</b>
<b>FIGURA 168.</b>	Modelo de fiandeira levado aos alunos.....	<b>154</b>
<b>FIGURA 169.</b>	Aluno realizando a exploração da fiandeira.....	<b>155</b>
<b>FIGURA 170.</b>	Sistemas de correias e polias direta e inversa para a obtenção do fator de transmissão.....	<b>155</b>
<b>FIGURA 171.</b>	Trem de engrenagens do relógio hipotético.....	<b>155</b>
<b>FIGURA 172.</b>	Alunos realizando a atividade com o kit industrial Marklin.....	<b>156</b>
<b>FIGURA 173.</b>	Modelo proposto para construção e a construção realizada pelos alunos.....	<b>156</b>
<b>FIGURA 174.</b>	Esboço do modelo construído realizado pelos alunos.....	<b>157</b>
<b>FIGURA 175.</b>	Alunos realizam a atividade com os instrumentos de desenho geométrico.....	<b>157</b>
<b>FIGURA 176.</b>	Construção de um sistema de polias diretas com raios de mesma medida e os cálculos efetuados.....	<b>157</b>
<b>FIGURA 177.</b>	Construção de um sistema de polias diretas com raios de medidas diferentes.....	<b>158</b>
<b>FIGURA 178.</b>	Calculo da distância entre os pontos de tangência da construção realizada.....	<b>158</b>
<b>FIGURA 179.</b>	Os alunos erroneamente assumiram que os arcos de circunferência valem $180^\circ$ e dessa forma não chegaram ao resultado correto.....	<b>158</b>
<b>FIGURA 180.</b>	Construção de um sistema de polias inversas com raios de mesma medida.....	<b>159</b>
<b>FIGURA 181.</b>	Sistema de polias diretas fornecido e sua representação construída com instrumentos de desenho geométrico.....	<b>159</b>
<b>FIGURA 182.</b>	Alunos discutem a resolução dos exercícios propostos.....	<b>160</b>
<b>FIGURA 183.</b>	Sistema de polias diretas fornecido no exercício.....	<b>160</b>
<b>FIGURA 184.</b>	Esboço gráfico do exercício e sua devida resolução.....	<b>160</b>
<b>FIGURA 185.</b>	Esboço de uma bicicleta fornecendo os diâmetros da pedaleira, do pinhão e da roda traseira.....	<b>161</b>
<b>FIGURA 186.</b>	Resolução do exercício proposto.....	<b>161</b>
<b>FIGURA 187.</b>	Representação gráfica da bicicleta e tabela trigonométrica fornecida no exercício.....	<b>162</b>

<b>FIGURA 188.</b>	Resolução do grupo: apesar do triângulo maior estar com as medidas representadas em posição incorreta, os alunos conseguiram resolver o exercício. Percebem-se também problemas de notação em relação ao ângulo alfa.....	162
<b>FIGURA 189.</b>	Representação gráfica da situação descrita no enunciado.....	163
<b>FIGURA 190.</b>	Resolução do exercício realizado pelos alunos.....	163
<b>FIGURA 191.</b>	Alunos participam da atividade de resolução de exercícios de vestibulares.....	164
<b>FIGURA 192.</b>	Alunos realizam a atividade exploratória para as bicicletas utilizadas em sala de aula.....	164
<b>FIGURA 193.</b>	Esboço gráfico de uma bicicleta com apenas uma marcha.....	165
<b>FIGURA 194.</b>	Ilustração de uma bicicleta BMX.....	165
<b>FIGURA 195.</b>	Resolução dos alunos.....	166
<b>FIGURA 196.</b>	Resolução do exercício pelos alunos.....	166
<b>FIGURA 197.</b>	Estudo realizado com a construção do ventilador.....	167
<b>FIGURA 198.</b>	Professor de Física auxilia os alunos na construção da cabine do elevador.....	167
<b>FIGURA 199.</b>	Esboços realizados para tentar solucionar o problema de como rotacionar a parte superior do moinho de vento.....	168
<b>FIGURA 200.</b>	Esboços realizados para o estudo de como seria feita a parte inferior do moinho de vento.....	168
<b>FIGURA 201.</b>	Alunos desmontam uma fita de VHS para aproveitar suas roldanas.....	168
<b>FIGURA 202.</b>	Alunos constroem as laterais da roda gigante utilizando palitos de sorvete e CDs.....	169
<b>FIGURA 203.</b>	Retas tangentes a uma circunferência com centro em A e raio $R_1+R_2$ passando pelo ponto exterior B.....	169
<b>FIGURA 204.</b>	Traçado da reta paralela as circunferências de raios $R_1$ e $R_2$ .....	170
<b>FIGURA 205.</b>	Duas retas tangentes as circunferências de raios $R_1$ e $R_2$ .....	170
<b>FIGURA 206.</b>	Ocultando partes da construção na figura temos os seletores, as circunferências de raios $R_1$ e $R_2$ e os pontos de tangência obtidos.....	170
<b>FIGURA 207.</b>	A construção do sistema de polias inversas terminada e sua formatação finalizando a construção.....	171
<b>FIGURA 208.</b>	Imagens do filme mostrado aos alunos sobre a produção de salgadinhos a base de batata.....	173
<b>FIGURA 209.</b>	Alunos discutem sobre o trajeto que o trem irá realizar, determinando a posição dos carretéis.....	174
<b>FIGURA 210.</b>	Processo de elaboração do prédio e da cabine do elevador utilizando os materiais MDF e palitos de sorvete.....	174
<b>FIGURA 211.</b>	Esboço de um mecanismo responsável pelo registro do movimento de um oscilatório de pêndulo: gráfico de seno.....	175

<b>FIGURA 212.</b>	Alunos discutem uma forma de viabilizar o mecanismo responsável por girar a parte superior do moinho de vento.....	175
<b>FIGURA 213.</b>	Tentativa de produção de engrenagens com o uso de caixas de papelão..	175
<b>FIGURA 214.</b>	Tentativa de produção de engrenagens com a confecção em crochê.....	176
<b>FIGURA 215.</b>	Estrutura do moinho de vento produzida com isopor e palitos de dente.....	176
<b>FIGURA 216.</b>	Processo de confecção da roda gigante com os materiais palito de sorvete e CDs.....	176
<b>FIGURA 217.</b>	Discussão dos detalhes para a elaboração do projeto de um mecanismo que iria produzir energia.....	177
<b>FIGURA 218.</b>	Construção do mecanismo que se move com a variação do seletor $\alpha$ e a figura da direita as retas perpendiculares foram ocultadas.....	178
<b>FIGURA 219.</b>	Os alunos posicionaram as carteiras em círculo para a discussão ocorrida nesse encontro.....	179
<b>FIGURA 220.</b>	Modelo construído com isopor, palitos de churrasco e carretéis de linha. Na figura da direita é possível ver que os carretéis estão envolvidos por uma camada de velcro e é o responsável [elo contato com a correia, também de velcro.....	180
<b>FIGURA 221.</b>	Professor analisando o modelo apresentado pelos alunos.....	180
<b>FIGURA 222.</b>	Modelo do moinho de vento construído com isopor, palitos de churrasco e engrenagens de biscoito.....	181
<b>FIGURA 223.</b>	O professor Pedro Malagutti analisa o mecanismo que realiza o movimento de uma roda gigante.....	182
<b>FIGURA 224.</b>	Roda gigante e os detalhes de sua construção.....	182
<b>FIGURA 225.</b>	Ventilador construído com uma caixa de sapatos, palitos de sorvete e duas polias ligadas por um elástico.....	183
<b>FIGURA 226.</b>	Ferramenta utilizada para transmitir o movimento para o dínamo e os materiais utilizados para a elaboração do projeto da usina elétrica.....	183
<b>FIGURA 227.</b>	Construção do mecanismo que se move com a variação do seletor $\alpha$ e a figura da direita as retas perpendiculares foram ocultadas.....	186
<b>FIGURA 228.</b>	Alunos dos dois primeiros colegiais reunidos na sala para assistir a apresentação dos projetos finais.....	187
<b>FIGURA 229.</b>	Apresentação inicial feita pelo professor e os projetos dos alunos dispostos em uma mesa na sala de apresentação.....	188
<b>FIGURA 230.</b>	Partes do filme de curta duração apresentado aos alunos mostrando alguns dos momentos dos encontros realizados.....	189
<b>FIGURA 231.</b>	No telão pode-se perceber que ao mesmo tempo em que o professor conversa com a sala, sua imagem aparece no telão.....	189
<b>FIGURA 232.</b>	Os alunos explicando o processo de construção, o sistema de linhas e carretéis movimentando o sistema e o projeto final com o trem em E.V.A.....	190

<b>FIGURA 233.</b>	Uma breve explicação sobre os gráficos de funções trigonométricas preparando os alunos para a apresentação realizada pelo grupo 2.....	<b>190</b>
<b>FIGURA 234.</b>	Alunos explicam o funcionamento do mecanismo, fotos mostrando detalhes do projeto e comentários adicionais feitos pelo professor.....	<b>191</b>
<b>FIGURA 235.</b>	Cronograma elaborado pelos alunos na lousa da sala dos encontros da oficina para a elaboração do moinho de vento.....	<b>192</b>
<b>FIGURA 236.</b>	Fotos do projeto do moinho de vento, e detalhes das engrenagens.....	<b>192</b>
<b>FIGURA 237.</b>	Alunos apresentando o mecanismo da roda gigante e fotos detalhando o mecanismo.....	<b>194</b>
<b>FIGURA 238.</b>	PowerPoint apresentado pelo grupo para explicar o alto fator de transmissão existente na manivela impulsora.....	<b>194</b>
<b>FIGURA 239.</b>	Alunos explicam o funcionamento do mecanismo da usina elétrica.....	<b>194</b>
<b>FIGURA 240.</b>	Vista superior do mecanismo construído.....	<b>194</b>
<b>FIGURA 241.</b>	Detalhes do mecanismo: correia que transmite o movimento da manivela para o dínamo, na figura inferior à esquerda a lâmpada esta apagada e na figura da direita a lâmpada esta acesa, ou seja, o sistema esta em movimento.....	<b>195</b>
<b>FIGURA 242.</b>	Qual é a quantidade de correia necessária para construirmos o mecanismo a seguir? Explique sua resposta.....	<b>196</b>
<b>FIGURA 243.</b>	Esboço feito pela aluna Jennifer com o software GeoGebra.....	<b>197</b>
<b>FIGURA 244.</b>	No protótipo antigo de uma bicicleta, conforme a figura abaixo (acima), a maior roda tem 55 cm de raio e a roda menor tem 35 cm de raio. O número mínimo de voltas completas da roda maior para que a roda menor gire um número inteiro de vezes, sem deslizamento, é:.....	<b>198</b>
<b>FIGURA 245.</b>	Duas rodas gigantes começam a girar num mesmo instante, com uma pessoa na posição mais baixa em cada uma. A primeira dá uma volta em 30 s e a segunda dá uma volta em 35 s. As duas pessoas estarão na posição mais baixa após quanto tempo?.....	<b>198</b>
<b>FIGURA 246.</b>	Determine o fator de transmissão em cada um dos casos a seguir. As medidas indicadas representam os diâmetros.....	<b>199</b>
<b>FIGURA 247.</b>	Uma roda de 10 cm de diâmetro gira em linha reta, sem escorregar, sobre uma superfície lisa e horizontal. Determine o menor número de voltas completas para a roda percorrer uma distância maior que 10 m.....	<b>199</b>
<b>FIGURA 248.</b>	Grupo de alunos integrantes do projeto oficina de máquinas.....	<b>213</b>
<b>FIGURA 249.</b>	As relações entre as atividades realizadas levam o aluno a utilizar-se de conhecimentos anteriormente vistos para possibilitar a solução de novos desafios culminando assim na desejada aprendizagem significativa.....	<b>215</b>

## LISTA DE GRÁFICOS

<b>GRÁFICO 1.</b>	Representação gráfica da escolha da resposta dos 20 alunos na primeira questão da avaliação inicial.....	86
<b>GRÁFICO 2.</b>	Representação gráfica da escolha da resposta dos 20 alunos na segunda questão da avaliação inicial.....	87
<b>GRÁFICO 3.</b>	Representação gráfica da escolha da resposta dos 20 alunos na terceira questão da avaliação inicial.....	87
<b>GRÁFICO 4.</b>	Representação gráfica da escolha da resposta dos 20 alunos na quarta questão da avaliação inicial.....	88
<b>GRÁFICO 5.</b>	Representação gráfica da escolha da resposta dos 20 alunos na quinta questão da avaliação inicial.....	88
<b>GRÁFICO 6.</b>	70% dos alunos realizaram essa atividade.....	153
<b>GRÁFICO 7.</b>	80% dos alunos entregaram a tarefa corretamente.....	154
<b>GRÁFICO 8.</b>	75% dos alunos realizaram atividade.....	172
<b>GRÁFICO 9.</b>	80% dos alunos realizaram a construção de forma correta.....	172
<b>GRÁFICO 10.</b>	60% dos alunos realizaram a atividade virtual.....	178
<b>GRÁFICO 11.</b>	60% dos alunos enviaram o arquivo construído corretamente.....	179
<b>GRÁFICO 12.</b>	65% dos alunos participaram da atividade.....	186
<b>GRÁFICO 13.</b>	55% dos alunos realizaram a construção com o GeoGebra.....	187
<b>GRÁFICO 14.</b>	Gráfico de barras indicando a quantidade total de exercícios trabalhados pelos cinco grupos divididos por assunto.....	203
<b>GRÁFICO 15.</b>	Gráfico comparativo entre as lições virtuais realizadas na plataforma e suas devidas construções no GeoGebra.....	205
<b>GRÁFICO 16.</b>	Gráfico comparativo do rendimento dos alunos em relação às atividades inicial e final em porcentagem.....	205

## LISTA DE TABELAS

<b>TABELA 1.</b>	Descrição das roldanas do kit Marklin.....	<b>96</b>
<b>TABELA 2.</b>	Sistema de polias diretas com os raios com a mesma medida – Grupo 3.....	<b>100</b>
<b>TABELA 3.</b>	Sistema de polias inversas com os raios com a mesma medida – Grupo 3.....	<b>101</b>
<b>TABELA 4.</b>	Fatores de transmissão possíveis para a bicicleta de 21 marchas levada pelos alunos – Grupo 5.....	<b>106</b>
<b>TABELA 5.</b>	Rendimentos possíveis para a bicicleta de 21 marchas levada pelos alunos – Grupo 5.....	<b>106</b>
<b>TABELA 6.</b>	Fatores de transmissão possíveis para a bicicleta “todo terreno” – Grupo 5.....	<b>106</b>
<b>TABELA 7.</b>	Rendimentos possíveis para a bicicleta “todo terreno” – Grupo 5.....	<b>107</b>
<b>TABELA 8.</b>	Fatores de transmissão possíveis para a bicicleta de 18 marchas levada pelos alunos – Grupo 1.....	<b>111</b>
<b>TABELA 9.</b>	Rendimentos possíveis para a bicicleta de 18 marchas levada pelos alunos. Utilizando uma roda de diâmetro 62 cm – Grupo 1.....	<b>111</b>
<b>TABELA 10.</b>	Sistema de polias diretas com os raios com a mesma medida.....	<b>116</b>
<b>TABELA 11.</b>	Sistema de polias inversas com os raios com a mesma medida.....	<b>117</b>
<b>TABELA 12.</b>	Sistema de polias diretas com os raios com medidas diferentes.....	<b>117</b>
<b>TABELA 13.</b>	Sistema de polias inversas com os raios com medidas diferentes.....	<b>118</b>
<b>TABELA 14.</b>	Determinação do comprimento da correia utilizada no sistema de polias acima.....	<b>119</b>
<b>TABELA 15.</b>	Fatores de transmissão do pedal para o pinhão de uma bicicleta de 21 marchas.....	<b>127</b>
<b>TABELA 16.</b>	Sistema de polias diretas com os raios com a mesma medida.....	<b>132</b>
<b>TABELA 17.</b>	Sistema de polias diretas com os raios de medidas diferentes.....	<b>133</b>
<b>TABELA 18.</b>	Determinação do comprimento da correia utilizada no sistema de polias acima.....	<b>134</b>
<b>TABELA 19.</b>	Fatores de transmissão de uma bicicleta de 10 marchas.....	<b>144</b>
<b>TABELA 20.</b>	Fatores de transmissão possíveis para a bicicleta de 18 marchas levada pelos alunos – Grupo 3.....	<b>144</b>
<b>TABELA 21.</b>	Fatores de transmissão de uma bicicleta de 21 marchas.....	<b>165</b>
<b>TABELA 22.</b>	Rendimentos de uma bicicleta de 21 marchas utilizando rodas com 64 cm de diâmetro.....	<b>165</b>
<b>TABELA 23.</b>	Notas relativas à avaliação virtual da plataforma à distância.....	<b>200</b>
<b>TABELA 24.</b>	Evolução dos temas dos projetos finais durante o decorrer dos encontros.....	<b>206</b>

## **LISTA DE ABREVIATURAS**

BMX	Bicycle MotoX ou bicycle MotoCross
C.A.R.	Compass and Rule (Régua e compasso)
CD	Compact Disc
DVD	Digital Video Disc
EaD	Educação a distância
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
EVA	Etil Vinil Acetato
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais
LDB	Lei de diretrizes e bases
MDF	Medium density fiberboard ou placa de fibra de madeira de média densidade
Moodle	Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment
OCDE	Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico.
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCN+	Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
PDF	Portable Document Format
RPM	Rotações por minuto
RPS	Rotações por segundo
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
TIC	Tecnologias de Informação e Comunicação
UFSCar	Universidade Federal de São Carlos



## SUMÁRIO

<b>Introdução.....</b>	<b>28</b>
<b>1. Referencial teórico.....</b>	<b>32</b>
1.1 A aprendizagem significativa e o construtivismo.....	32
1.2 Como implantar nas escolas a aprendizagem significativa?.....	34
1.3 O Construcionismo.....	35
1.4 A espiral da aprendizagem e a valorização do erro como objeto de aprendizagem.....	36
1.5 Como promover aprendizagem significativa em Geometria.....	37
1.6 Materiais concretos.....	38
1.7 A Plataforma educacional de aprendizagem à distância Moodle e o software livre GeoGebra.....	39
1.8 O trabalho por projetos.....	42
1.9 Competências e Habilidades.....	43
<b>2. Fundamentação Matemática.....</b>	<b>45</b>
2.1 Transmissão por movimento de rotação.....	46
2.1.1 Sistemas equivalentes.....	49
2.2 Mecanismos movidos a rodas dentadas e correntes.....	50
2.2.1 Uma invenção muito útil: A bicicleta.....	50
2.2.2 Trens de engrenagens.....	56
2.3 Construção de correias de transmissão.....	59
2.4 Calculando a quantidade de correia de um sistema de polias.....	65
2.4.1 Sistema de polias diretas.....	65
2.4.2 Sistema de polias inversas.....	66
<b>3. Relato dos experimentos.....</b>	<b>68</b>
3.1 O projeto “Oficina de Máquinas”.....	68
3.1.1 Inquietações.....	68
3.1.2 A estrutura do projeto.....	68
3.1.2.1 O ambiente de trabalho.....	69
3.1.3 As Oficinas.....	69

3.1.3.1 Resolução de exercícios de vestibulares.....	69
3.1.3.2 Construção com instrumentos de desenho.....	70
3.1.3.3 Estudo de mecanismo do dia a dia (bicicleta) .....	70
3.1.3.4 Utilização do kit industrializado MARKLIN.....	70
3.1.3.5 Utilização de material industrializado K'nex.....	71
3.1.4 O projeto final de cada grupo.....	71
3.1.4.1 Discussão dos projetos.....	72
3.1.4.2 Materiais de baixo custo.....	72
3.1.5 Atividades virtuais.....	72
3.1.5.1 Plataforma Moodle.....	73
3.1.5.2 GeoGebra.....	73
3.1.5.3 Lições virtuais.....	73
3.1.6 Documentação das atividades.....	74
3.1.6.1 Relatórios.....	74
3.1.6.2 Folhas de exercícios e de desenho.....	75
3.1.6.3 Vídeos e fotografias.....	75
3.1.7 Os grupos.....	75
3.1.7.1 Os alunos envolvidos.....	75
3.2 Os encontros.....	76
3.2.1 Primeiro encontro.....	77
3.2.1.1 Conceitos Iniciais e formação dos grupos.....	77
3.2.1.2 Avaliação inicial realizada em ambiente virtual.....	84
3.2.2 Segundo encontro.....	89
3.2.2.1 Exemplos de mecanismos.....	89
3.2.2.2 Atividade de oficinas.....	93
Grupo 1 – Utilização de material industrializado K'nex.....	93
Grupo 2 – Utilização do kit industrializado MARKLIN.....	95
Grupo 3 – Construção com instrumentos de desenho.....	99
Grupo 4 – Resolução de exercícios de vestibulares.....	102
Grupo 5 – Estudo de mecanismo do dia a dia (bicicleta).....	105

3.2.2.3 Discussão do projeto final.....	107
3.2.2.4 Atividade virtual – Conhecendo os elementos do GeoGebra.....	108
3.2.3 Terceiro encontro.....	109
3.2.3.1 Atividade de oficinas.....	109
Grupo 1 – Estudo de mecanismo do dia a dia (bicicleta) .....	109
Grupo 2 – Utilização de material industrializado K'nex.....	112
Grupo 3 – Utilização do kit industrializado MARKLIN.....	114
Grupo 4 – Construção com instrumentos de desenho.....	116
Grupo 5 – Resolução de exercícios de vestibulares.....	120
3.2.3.2 Discussão do projeto final.....	121
3.2.3.3 Atividade virtual – Fóruns de discussão.....	121
3.2.4 Quarto encontro.....	123
3.2.4.1 Atividade de oficinas.....	123
Grupo 1 – Resolução de exercícios de vestibulares.....	123
Grupo 2 – Estudo de mecanismo do dia a dia (bicicleta).....	126
Grupo 3 – Utilização de material industrializado K'nex.....	128
Grupo 4 – Utilização do kit industrializado MARKLIN.....	129
Grupo 5 – Construção com instrumentos de desenho.....	132
3.2.4.2 Discussão do projeto final.....	135
3.2.4.3 Atividade virtual – Fóruns de discussão.....	136
3.2.5 Quinto encontro.....	137
3.2.5.1 Atividade de oficinas.....	137
Grupo 1 – Construção com instrumentos de desenho.....	137
Grupo 2 – Resolução de exercícios de vestibulares.....	139
Grupo 3 – Estudo de mecanismo do dia a dia (bicicleta).....	143
Grupo 4 – Utilização de material industrializado K'nex.....	145
Grupo 5 – Utilização do kit industrializado MARKLIN.....	147
3.2.5.2 Discussão do projeto final.....	149
3.2.5.3 Atividade Virtual – Construindo um sistema de polias diretas.....	150
3.2.6 Sexto encontro.....	154

3.2.6.1 Atividade de oficinas.....	155
Grupo 1 – Utilização do kit industrializado MARKLIN.....	155
Grupo 2 – Construção com instrumentos de desenho.....	157
Grupo 3 – Resolução de exercícios de vestibulares.....	159
Grupo 4 – Estudo de mecanismo do dia a dia (bicicleta).....	164
Grupo 5 – Utilização de material industrializado K'nex.....	166
3.2.6.2 Discussão do projeto final.....	167
3.2.6.3 Atividade Virtual – Construindo um sistema de polias inversas.....	169
3.2.7 Sétimo encontro.....	173
3.2.7.1 Elaboração dos projetos finais.....	173
3.2.7.2 Atividade Virtual – Movimentando um sistema de polias diretas.....	177
3.2.8 Oitavo encontro.....	179
3.2.8.1 Discussão do projeto final.....	180
3.2.8.2 Impressões dos alunos sobre o projeto “Oficina de Máquinas”.....	184
3.2.8.3 Atividade virtual – Movimentando um sistema de polias inversas.....	185
3.2.9 Nono encontro.....	187
3.2.9.1 Apresentações dos projetos finais.....	188
3.2.9.2 Atividade virtual – avaliação final realizada em ambiente virtual.....	195
<b>4. Análise de dados.....</b>	<b>201</b>
4.1 Sala de informática.....	201
4.2 A sala ambiente.....	201
4.3 Discussão dos projetos e relatórios.....	202
4.4 Mecanismos complementares às aulas.....	202
4.5 Os grupos formados por alunos de séries diferentes.....	202
4.6 Atividades.....	203
4.6.1 Resolução de exercícios de vestibulares.....	203
4.6.2 Atividades virtuais.....	204
4.6.3 GeoGebra.....	206

4.6.4 Os temas escolhidos como projetos finais.....	206
4.6.5 Oficina de construção com instrumentos de desenho.....	209
4.6.6 Oficina de estudo de mecanismos do dia a dia (bicicleta).....	210
4.6.7 Oficina com a utilização dos materiais industrializados Marklin e K'nex.....	210
4.6.8 Apresentação dos projetos finais.....	212
4.7 Calculadora científica, transferidor e tabela trigonométrica.....	213
<b>5. Considerações finais.....</b>	<b>215</b>
<b>Referências .....</b>	<b>217</b>
<b>Bibliografia.....</b>	<b>220</b>
<b>Apêndice.....</b>	<b>223</b>

## Introdução

### Uma pequena descrição de minha trajetória profissional:

No decorrer da presente dissertação foi possível perceber que minha trajetória profissional tem início na infância e juventude, pois sempre tive o incentivo por parte de meus pais e avós a brincar com kits de construção, entre eles o LEGO<sup>1</sup> e o MARLKIN<sup>2</sup>. Tive também acesso a um conjunto de livros intitulado “O Tesouro da Juventude” onde se podia encontrar instruções para a construção uma variedade de mecanismos. Em minha casa também existia uma excelente oficina com ferramentas local em que pude presenciar a construção e o conserto de uma diversidade de instrumentos práticos ao dia a dia. Na década de 90 tive contato com uma coleção chamada “Descobrir”, de publicação semanal, onde em cada edição da mesma estava incluso um projeto para ser construído. Sua elaboração exigia o manuseio de tesoura, cola e necessitava muita atenção para o entendimento dos procedimentos de construção. Eram projetos muito bem elaborados e resultavam em moinhos de vento, tanques de guerra, navios e caças riquíssimos em detalhes.

Esse incentivo foi primordial para a construção de minha personalidade e dessa forma sempre tive interesse por atividades que requeriam concentração e minúcia.

Recentemente tive a oportunidade de adquirir uma coleção de jogos produzidos em madeira que priorizam o raciocínio matemático e atenção, exigindo muita coordenação para que sejam construídos.

Cursando a Licenciatura em Matemática, surgiu o interesse nas disciplinas de Desenho Geométrico e Geometria Descritiva; foi desse interesse e da preparação pessoal para ministrar disciplinas relacionadas a esses temas que ocorreu o convite, em 2001, para desenvolver um curso de Desenho Geométrico para alunos do Ensino Médio. As aulas deste curso sempre estiveram apoiadas em muita análise das propriedades geométricas das construções esperadas, fortalecendo meu embasamento nas áreas de Geometria. Nesse mesmo ano iniciei minha atuação como professor de Matemática no colégio Integral de São João da Boa Vista, escola em que a “Oficina de Máquinas” foi aplicada e resultou na presente dissertação.

Nessa época tive o prazer de conhecer e trabalhar com o professor Jorge Shoji Sagawa, um incentivador da exploração do raciocínio geométrico e exímio docente, que generosamente compartilhou seu vasto conhecimento nas construções com os instrumentos de desenho geométrico. E isso impulsionou a elaboração de meu próprio curso preparatório para as provas de habilidade específica para arquitetura, o qual pude constantemente enriquecê-lo com os cursos que me inscrevi como aluno, entre eles o curso de Geometria Projetiva, em escolas onde a equipe de Desenho Geométrico se encontrava muito bem estruturada.

O curso elaborado por mim pôde ser ministrado em várias cidades, durante vários anos, e em 2006 decidi conhecer o trabalho do Paulo Renan Mamede, um arquiteto que também tem um curso preparatório para as provas de habilidade específica na cidade de São João da Boa Vista. Seu trabalho me chamou a atenção, pois meu enfoque era o desenho geométrico e o dele era a parte de linguagem arquitetônica, desenho de criação

---

<sup>1</sup> O sistema LEGO é um brinquedo cujo conceito se baseia em partes que se encaixam permitindo inúmeras combinações. Seu criador Ole Kirk Christiansen escolheu o nome Lego que significa do dinamarquês "brinca bem".

<sup>2</sup> Fábrica Alemã fundada por Theodor Friedrich Wilhelm Marklin em 1859. Apesar de hoje ser conhecida pela produção de trens, de 1914 até 1999 foi responsável pela produção de kits de construção mecânicos similares ao Meccano e Erector.

e de observação. Inscrevi-me em seu curso e aprimorei minhas habilidades em desenho de observação, utilizando traços livres. Não foi tão simples desenvolver essas novas habilidades devido a minha familiaridade com o uso da régua e compasso, sendo necessário o enfoque de detalhes de luz, sombra e profundidade.

Entre os cursos feitos com o intuito de aprimorar minhas habilidades como professor de Desenho Geométrico, conheci e trabalhei com alguns softwares de geometria dinâmica, entre eles o Cabri Géomètre<sup>3</sup> e o software livre C.A.R.<sup>4</sup> que foram muito utilizados para a elaboração de figuras geométricas em provas e textos, assim como ferramentas para auxiliar as explicações teóricas em sala de aula.

Mais recentemente, já no Mestrado Profissional, ao cursar a disciplina Tecnologias da Informação para o Ensino de Ciências e Matemática, pude conhecer o *software* livre de geometria dinâmica GeoGebra<sup>5</sup>, o qual tive extrema facilidade devido à experiência com os *softwares* anteriormente citados. Seu uso enriqueceu muito a minha prática de aula e sua abrangência com o uso dos seletores (recursos do GeoGebra) foi extremamente importante para o projeto “Oficinas de Máquinas”, que serviu de base para a presente dissertação.

Outro fato importante nessa disciplina foi a possibilidade da construção de ambientes virtuais de aprendizagem na plataforma Moodle<sup>6</sup>, que também tive facilidade de realizar, pois em meu trabalho de graduação – orientado pelo professor José Antonio Salvador - desenvolvi um projeto com a finalidade de divulgação de tópicos de Cálculo no Ensino, utilizando ambientes virtuais de aprendizagem (vide [www.jaymeprof.com.br](http://www.jaymeprof.com.br)), cujo *site* está no ar desde 2000.

Já no início do mestrado, a convite do professor Pedro Luiz Aparecido Malagutti, conheci o livro Matemáquinas de Brian Bolt (1994), livro este que embasaria a presente dissertação. A proposta apresentada pelo livro era a de construir máquinas mecânicas e, a partir delas, introduzir conceitos matemáticos do ensino fundamental e médio. A ideia me chamou a atenção e então comecei a amadurecer a sugestão e incorporar recursos que considere importantes para enriquecer o projeto.

Na busca de como seria o formato do projeto para o Mestrado, tomei conhecimento de um kit de construção, o K'nex<sup>7</sup>, que continha engrenagens e polias em seu conjunto de peças e decidi que o utilizaria como material para que os alunos pudessem visualizar concretamente o que eles iriam estudar. Decidi pela utilização do kit MARKLIN, que foi citado no início desse texto, por ser uma oportunidade única de apresentá-lo aos alunos envolvidos no projeto, pois esse kit foi adquirido por minha família em 1952 e continua em ótimo estado de conservação.

Ainda na intenção de que os alunos percebessem a utilidade do projeto em seu cotidiano, decidi que seriam utilizadas bicicletas, triciclos, velocípedes e outros

---

<sup>3</sup> O Cabri-Géomètre é um software que permite construir todas as figuras da geometria elementar que podem ser traçadas com a ajuda de uma régua e de um compasso. Uma vez construídas, as figuras podem ser movimentar conservando as propriedades que lhes haviam sido atribuídas.

<sup>4</sup> O aplicativo “Régua e Compasso” (C.a.R.), desenvolvido pelo professor René Grothmann da Universidade Católica de Berlim, na Alemanha, é um *software* de geometria dinâmica plana gratuito.

<sup>5</sup> GeoGebra é um software livre de matemática dinâmica para ser utilizado em ambiente de sala de aula, que reúne GEOMETRIA, ÁLGEBRA e cálculo.

<sup>6</sup> O Moodle é um software livre, de apoio à aprendizagem, executado num ambiente virtual. O conceito foi criado em 2001 pelo educador e cientista computacional Martin Dougiamas. Voltado para programadores e acadêmicos da educação, constitui-se em um sistema de administração de atividades educacionais destinado à criação de comunidades on-line, em ambientes virtuais voltados para a aprendizagem colaborativa.

<sup>7</sup> O K'nex é um brinquedo elaborado para desenvolver a imaginação de adultos. Por exemplo, através de construção de guindastes e outros. Ele é bastante maleável e possui um alto grau de dificuldade.

mecanismos que eles estão acostumados a utilizar mas nunca pensaram em como estes funcionam.

Nas escolas de Ensino Médio em que atuo o foco dos alunos é a preparação para os vestibulares, assim foi resolvido que seria realizada uma busca por questões relacionadas com o projeto, as quais seriam resolvidas pelos alunos no decorrer do projeto.

Considerei que seria importante para os alunos que eles tivessem contato com instrumentos de Desenho Geométrico e, dessa forma, seria possível reproduzir seus projetos com certa precisão.

Decidiu-se pela criação de uma plataforma Moodle, para a comunicação com os alunos em momentos assíncronos e para a disponibilização das atividades com o GeoGebra.

No livro citado acima existia a sugestão de que o professor de Matemática trabalhasse conjuntamente com um professor de Física; aproveito assim para agradecer ao professor Juliano Nicolau Mattos docente do colégio Integral São João da Boa Vista, que esteve presente nos encontros realizados com os alunos e foi um parceiro muito importante na tutoria, auxiliando com o conhecimento específico de Física enquanto fiquei responsável pelo enfoque matemático dos mecanismos.

O conjunto das atividades descritas acima se tornaria um grande laboratório de ensino de matemática, com o objetivo de estudar mecanismos articulados elaborados e produzidos pelos alunos, utilizando materiais de baixo custo.

Percebi então que o projeto “Oficina de Máquinas” é a composição das características que moldaram o profissional ao qual me transformei e esse fato me torna muito satisfeito por ter tido a oportunidade de realizá-lo e saber que este trabalho será continuado nos anos seguintes em outras escolas que não puderam participar durante o ano de aplicação do projeto piloto.

## **Organização da Dissertação**

Este trabalho está inteiramente baseado na implementação de um laboratório de ensino de matemática nas escolas de nível médio chamado de “Oficina de Máquinas” que é uma iniciativa de promover em sala de aula a curiosidade dos alunos e valorizar seus esforços quando são expostos a certos problemas de investigação que lhes são apresentados de forma que seja necessário um bom nível de raciocínio matemático, apresentando assim uma alternativa complementar ao ensino tradicional.

Surge então a questão norteadora desta dissertação:

**“O estudo de máquinas mecânicas pode colaborar para uma aprendizagem significativa dos conceitos matemáticos trabalhados com os alunos do ensino médio?”**

A presente dissertação inicia-se com a Introdução, seguida pelos capítulos que abordam o Referencial Teórico, Fundamentação Matemática, Relato do Experimento, Análise dos Dados e Considerações Finais, seguidas das Referências Bibliográficas e Apêndices.



O capítulo Referencial Teórico irá abordar a importância da concepção construtivista da aprendizagem, em particular a construcionista, por valorizar o trabalho por projetos, permitindo a internalização dos significados de maneira coerente por parte dos alunos. Será abordada ainda a importância do erro para a espiral de aprendizagem. Na revisão literária discute-se a utilização de material concreto como instrumentos de aprendizagem, a utilização de plataformas educacionais virtuais, os *softwares* de geometria dinâmica, além das competências e habilidades elencadas pelos documentos oficiais como fundamentais ao exercício pleno da cidadania.

No capítulo de Fundamentação Matemática introduz-se os conceitos de impulsor e seguidor de um mecanismo articulado, o conceito de fator de transmissão e seu tratamento para sistemas de polias e trens de engrenagens. Será abordado um breve histórico da bicicleta para estudar os mecanismos de transmissão à corrente e realizar a comparação com velocípedes de mesmo rendimento. Ainda nesse capítulo, serão realizados cálculos matemáticos para a determinação da quantidade de correia de um sistema de polias diretas e inversas.

No capítulo Relato do Experimento estão descritas as atividades realizadas durante a aplicação da “Oficina de Máquinas” realizada no colégio Integral de São João da Boa Vista, tendo em vista a abordagem construcionista do ensino e o trabalho por projetos. Como recursos para a obtenção de dados para a elaboração desse capítulo foram utilizados os arquivos de áudio gravados em todos os encontros, as fotografias e os vídeos realizados no decorrer dos mesmos, além dos relatórios dos alunos e das resoluções dos exercícios entregues por eles.

O capítulo Análise dos Dados complementa o anterior; nele estão presentes as observações relevantes de cada uma das atividades realizadas, a fim de avaliar o desempenho dos alunos, as dificuldades encontradas, os fracassos, e propondo novas melhorias e outras abordagens para a continuidade do projeto.

No capítulo Considerações Finais será feita a relação entre o referencial teórico e a experiência vivenciada durante a aplicação do projeto com o intuito de responder a pergunta norteadora dessa pesquisa.

Nesta dissertação, optou-se por apresentar a Bibliografia discriminando assim os vídeos disponibilizados na plataforma de educação a distância e os livros utilizados pelos alunos durante o desenvolvimento do projeto “Oficina de Máquinas”.

Nos Apêndices encontram-se disponíveis algumas das atividades aplicadas durante a execução do projeto. As atividades em sua totalidade foram compiladas no DVD que acompanha a presente dissertação.

## 1 Referencial Teórico

Neste capítulo discutiremos os referenciais necessários para entender como os alunos desenvolvem o processo de aquisição de significados, sejam individuais ou coletivos, dos conceitos matemáticos. Para isso, utilizaremos a abordagem construtivista de ensino, em especial o construcionismo aliado à espiral de aprendizagem.

Abordaremos também a utilização de materiais concretos para incentivar o pensamento geométrico e conseqüentemente a construção de significados em Geometria.

A seguir, elencaremos algumas das competências e habilidades associadas aos conteúdos trabalhados na aplicação da “Oficina de Máquinas”, que estão em sintonia com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs).

Finalmente exploraremos as possíveis abordagens de educação a distância e o *software* de geometria dinâmica GeoGebra, que incrementa as potencialidades da plataforma de educação a distância Moodle, concebida nos moldes do construtivismo.

### 1.1 A aprendizagem significativa e o construtivismo

Durante a prática do professor, ocorre o surgimento de várias questões relacionadas às suas próprias aulas; a busca por reformulações em suas explicações ou a decisão de sua maneira de avaliar os alunos são questionamentos que levam o professor a retomar o planejamento de suas aulas e conseqüentemente realizar as devidas alterações. Por isso, para orientar este percurso de aprimoramento profissional, devemos nos apoiar em teorias que sejam coerentes com nossa prática e que sirvam de referencial para este processo.

Coll e Solé (2001, p. 13) enfatizam a importância de fundamentar a prática com referenciais teóricos fornecendo assim instrumentos de análise e reflexão:

As teorias, nossos marcos referenciais, se mostrarão adequadas na medida em que possam dar alguma explicação sobre as interrogações às quais aludíamos e sobre muitas outras que possam ampliar a lista, mas também na medida em que essa explicação permita articular as diversas respostas em um referencial coerente, tanto em nível interno quanto externo.

Na escolha de um referencial teórico, deve-se levar em conta não apenas os conteúdos da aprendizagem, mas os conteúdos do professor e os conteúdos do próprio aluno. Esses três fatores devem ser entendidos da seguinte forma: os conteúdos como produtos sociais e culturais, o professor como mediador entre o indivíduo e a sociedade, e por fim o aluno como aprendiz social.

A influência das práticas educativas de natureza social no crescimento das pessoas é um fator que também deve ser explorado. Segundo Vygotsky *apud* Coll e Solé (2001, p. 13), o desenvolvimento humano é um desenvolvimento cultural contextualizado. Nesse cenário, o professor não é apenas o responsável por transferir o conteúdo a seus alunos, mas tem a função de planejar suas atividades no âmbito coletivo, pois deve levar em conta todo o contexto escolar durante a preparação das mesmas e estas devem ser vistas de forma construtivista.

Coll e Solé (2001, p. 14) destacam que os referenciais explicativos de que precisamos devem considerar simultaneamente o caráter socializador do ensino e sua função no desenvolvimento individual:

[...] a dimensão formadora da função do professor (em oposição ao que é afirmado freqüentemente) não é uma dimensão individual, estritamente autogestionada. Pelo contrário, um bom desempenho individual costuma encontrar parte de suas condições e de sua justificação no âmbito de finalidades e tarefas compartilhadas, de decisões tomadas coletivamente, de compromissos e implicações mútuas e de acordos consensuais respeitados. A participação e a colegialidade em si não são o propósito que se persegue; mas são os meios indispensáveis para garantir que o ensino recebido pelos alunos seja presidido por coerência e qualidade.

No desejo de uma educação de qualidade, sentimos a necessidade de definir o real significado dessa expressão. Segundo Wilson *apud* Coll e Solé (2001, p. 15), a educação de qualidade é o ato de planejar, proporcionar e avaliar o currículo indicado a cada aluno, ajudando-o a progredir de forma individualizada, respeitando, assim, a diversidade dos mesmos.

O relatório da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico destaca que uma escola de qualidade não se apoia apenas em seus professores, mas também no trabalho em equipe do corpo docente e estabilidade do mesmo, na flexibilidade do currículo, nas oportunidades de formação permanente oferecidas pela escola e pelo apoio dos pais, das autoridades educativas responsáveis e da direção (OCDE, 1991). Esses fatores permitem uma atmosfera favorável à aprendizagem, e ao mesmo tempo um melhor aproveitamento do tempo de aprendizagem, articulando as sequências didáticas e evitando eventuais repetições desnecessárias de conteúdo, pois todos estarão trabalhando por um mesmo objetivo.

É nesse ambiente escolar que irá ocorrer o desenvolvimento do aluno a partir da atividade mental construtiva do mesmo; tornando-o, assim, um indivíduo único no seu grupo social.

Moran (2005, p. 148) argumenta sobre como deve ser um curso de qualidade:

Um bom curso é aquele que nos entristece quando está terminando e nos motiva para encontrarmos formas de manter os vínculos criados. É aquele que termina academicamente, mas continua na lista de discussão, com trocas posteriores, colegas se ajudando, enviando novos materiais, informações, apoios. É aquele que guardamos no coração e na memória como tesouro precioso.

No cenário apresentado, Coll e Solé (2001) propõem a concepção construtivista da aprendizagem e do ensino. Nesta concepção, a escola é local onde os alunos aprendem e se desenvolvem na medida em que podem construir significados em torno de conteúdos do currículo escolar e o professor é o mediador entre o aluno e esse conteúdo. Esses significados não precisam ser necessariamente novos, apesar de parecerem, mas podem ser os significados que possuíamos anteriormente interpretados de uma nova maneira, e assim, com base nesta (re-)significação, estaremos aptos a compreensão de novos conteúdos.

Ainda sobre estes novos significados, Coll e Solé (2001, p. 20) afirmam:

[...] Quando ocorre este processo, dizemos que estamos *aprendendo significativamente*, construindo um significado próprio e pessoal para cada um objeto de conhecimento que existe objetivamente.

De acordo com o que descrevemos, fica claro que não é um processo que conduz à acumulação de novos conhecimentos, mas à integração, modificação, estabelecimento de relações e coordenação entre esquemas de conhecimentos que já possuíamos, dotados de uma certa estrutura e organização que varia, em vínculos e relações, a cada aprendizagem que realizamos.

Novak (1981, p. 62-63) diferencia aprendizagem mecânica e a aprendizagem significativa proposta por Ausubel (1969):

[...] a aprendizagem mecânica ocorre quando não é feito um esforço consciente para relacionar o novo conhecimento à estrutura de conceitos ou elementos de conhecimento já existentes na estrutura cognitiva. Portanto até que ponto a aprendizagem é mecânica ou significativa é, em parte, função da predisposição do aprendiz em relação à tarefa de aprendizagem; é também, como já foi dito antes, função do grau de desenvolvimento de conceitos relevantes na estrutura cognitiva e da gama de possíveis ligações que podem ser feitas entre novas informações e a estrutura cognitiva existente.

## 1.2 Como implantar nas escolas a aprendizagem significativa?

Macedo (1994, p. 9) destaca que para que ocorra a aprendizagem significativa deve-se utilizar estratégias diferenciadas e motivacionais para a apresentação de conteúdos, possibilitando assim a assimilação do novo:

Em síntese, para construir algo como uma forma, é necessário que os conteúdos da ação diferenciem-se, multipliquem-se criativamente, tornando, assim, possível sua assimilação como algo novo. Para tanto, as transformações das ações estão subordinadas às suas correspondências com o objeto, cuja forma trata-se de fixar como imagem, gesto, utensílio, texto, obra de arte, etc.

Os conteúdos aparecem na concepção construtivista como um elemento que possibilita analisar e inovar a prática docente. Assim, a construção dos conhecimentos por parte do aluno é, na realidade, uma atribuição de significado pessoal aos mesmos, e cabe ao professor certificar-se de que o aluno está internalizando esses significados de maneira coerente.

Coll e Solé (2001, p. 22-23) argumentam sobre a importância do professor na aquisição de significados por parte do aluno:

[...] , a concepção construtivista, assume todo um conjunto de postulados em torno de considerações do ensino como um processo conjunto, compartilhado, no qual o aluno, graças à ajuda que recebe do professor, pode mostrar-se progressivamente competente e autônomo na resolução de tarefas,

na utilização de conceitos, na prática de determinadas atitudes e em numerosas questões.

É uma ajuda porque é o aluno que realiza a construção; mas é imprescindível, porque essa ajuda varia de qualidade e quantidade, que é contínua e transitória e que se traduz em coisas muito diversas – do desafio à demonstração minuciosa, da demonstração de afeto à correção – que se ajustam à necessidade do aluno, é que permite explicar que este, partindo de suas possibilidades, possa progredir no sentido apontado pelas finalidades educativas, isto é, no sentido de progredir em suas capacidades.

Lima (2003, p. 19) questiona a massificação do ensino e a quantidade de alunos por sala em detrimento à construção de significado próprio do conhecimento. Sob esta análise, o ensino tradicional torna-se uma abordagem inviável em que os alunos não assumem um papel analítico e questionador:

Se o conhecimento é uma construção singular como pode ser massificado, igualado, em salas de aula com enormes contingentes de alunos? Não seria por definição um contra-senso imaginar o ensino tradicional capaz de conduzir alunos ao processo de conhecimento compreendido nessa nova dimensão?

Segundo Lima (2003, p. 27-28), para viabilizar uma mudança na visão de educação, onde o conhecimento deixa de ser transmissível e passa a ser construído pelo sujeito, devem-se planejar os conteúdos que serão ensinados de acordo com o interesse dos alunos, assim como os métodos a serem aplicados de forma a suprir suas demandas. O professor seria então um facilitador e o aluno o principal agente desse processo:

Conceber uma mudança na educação em que o conhecimento não é transmissível, mas construído pelo sujeito (e sujeito singular), nos leva à compreensão de uma mudança de paradigma, uma vez que se terá de rever todo o “conteúdo” a ser ensinado e os métodos empregados.

### **1.3 O Construcionismo**

Uma teoria condizente com o construtivismo é o construcionismo em que os alunos são inseridos em um contexto educacional que os leva a participar de maneira efetiva das atividades propostas e o professor deixa de ser o principal elemento do processo. Cabe ao professor intervir sempre que achar necessário, mas é importante que o aluno tenha autonomia de investigar e discutir sobre os projetos em andamento.

Podemos verificar as semelhanças entre o construtivismo e o construcionismo na definição de Maltempo apud Azevedo (2008). Segundo ele, o construcionismo é ao mesmo tempo uma teoria de aprendizagem e uma estratégia de educação onde o desenvolvimento cognitivo é um processo ativo de construção e reconstrução de estruturas mentais. Nele o aprendizado é um processo ativo onde os alunos aprendem trabalhando em seus projetos, ao invés de aulas expositivas.

Na construção de um ambiente de aprendizagem construcionista, Papert *apud* Azevedo (2008) descreve cinco dimensões para embasar esse ambiente:

- A primeira delas, a **pragmática**, se utiliza das construções concretas, a partir de observações e discussões para desenvolver as construções mentais, podendo assim incrementar seus projetos.
- A base **sintônica** valoriza projetos contextualizados e do interesse dos alunos, pois estes têm autonomia de escolher o tema de seus projetos e decidir sobre o decorrer do mesmo. O professor age como mediador desse processo.
- A base **sintática** ressalta que o ambiente de aprendizagem deve ser acessível ao aluno e ser projetado de tal modo que exista uma progressão na manipulação dos elementos que levará o mesmo a um desenvolvimento cognitivo pessoal.
- A base **semântica** destaca que os materiais utilizados devem oferecer uma diversidade de significados e assim possibilitar ao aluno, a partir da manipulação e construção, a descoberta de novos conceitos.
- Por último temos a base **social**. Nela é importante a criação de ambientes de aprendizagem utilizando materiais valorizados culturalmente. Um bom exemplo é a utilização das TIC's (tecnologias de informação e comunicação) como recurso educacional.

Especificamente no ensino de Matemática, Azevedo (2008, p. 32) reforça a definição de um ambiente construcionista como:

[...] as cinco dimensões que permeiam o ambiente construcionista, o qual, ao nosso entender, não é estático, pois tem como característica privilegiar o desenvolvimento de projetos de maneira contextualizada, oferecendo a oportunidade de se desenvolver ações que dificilmente aconteceriam em outro ambiente, com os alunos podendo realizar discussões/reflexões entre si, com as construções mentais apoiadas em discussões concretas, associando os conceitos matemáticos decorrentes dos Projetos ao dia-a-dia dos alunos e sua cultura, de maneira fácil e eficiente. No conjunto dessas ações aparecem as interações entre professor, aluno, *software*, livros didáticos, ou outros recursos que se fizerem necessários para o desenvolvimento dos Projetos.

#### 1.4 A espiral da aprendizagem e a valorização do erro como objeto de aprendizagem

Aliados a essas cinco dimensões, Valente *apud* Azevedo (2008) destaca a teoria da espiral de aprendizagem, em que, a partir das ações de descrição, execução, reflexão e depuração o aluno é levado a desenvolver projetos que utilizam conceitos matemáticos para construir novos conhecimentos. Isso é possível de ser realizado integrando o aluno com materiais e ambientes de ensino e aprendizagem, previamente preparados pelo professor.

Para a espiral de aprendizagem, é o erro que proporciona ao aluno inquietações ao perceber alguma incoerência na solução de uma situação apresentada; esta fase é seguida por outra, conhecida como a fase de depuração, sendo este o momento em que ele tem a oportunidade de refletir sobre a situação-problema a partir de uma nova abordagem e, juntamente com as devidas orientações do professor, possibilita a construção de novos conhecimentos.

Segundo Cury apud Azevedo (2008) o erro é um conhecimento que o aluno possui e é necessária a elaboração de intervenções didáticas que desestabilizem as certezas desse aluno, levando-o ao questionamento de suas respostas.

### 1.5 Como promover a aprendizagem significativa em Geometria

Nas escolas de ensino tradicional, o ensino de Geometria baseia-se em exemplos estáticos, o que gera apatia nos alunos; em contrapartida, ao estudar modelos dinâmicos, através da observação e manuseio de mecanismos articulados, os alunos desenvolvem uma postura questionadora, realizando observações e suposições próprias, possibilitando meios para a aprendizagem significativa.

Segundo Bolt (1994, p. 9), é possível tornar o ensino de Geometria mais significativo ao explorarmos o funcionamento de mecanismos corriqueiros ao dia a dia, pois são interessantes aos alunos e fornecem uma variedade de assuntos geométricos possíveis de serem estudados:

Em minha opinião, foi esta passagem, de uma visão estática do espaço para uma visão dinâmica, proporcionada pela geometria das transformações, que lançou a semente que daria origem a uma nova abordagem do conhecimento do espaço. Na busca de vias que tornassem inteligível e significativa a “geometria do movimento, como foi vulgarmente designada, explorei o funcionamento de mecanismos correntes, como macacos de automóvel, máquinas de costura, bicicletas e máquinas de lavar, e descobri que, além de interessarem os estudantes, proporcionavam um abundante caudal de idéias geométricas.”

Ao trabalhar com exemplos não estáticos, o aluno pode verificar se suas concepções são válidas para todas as variações possíveis da situação apresentada e, em caso negativo, este poderá reconstruir seu significado, realizando uma exploração/investigação por novas propriedades geométricas relacionadas com a situação-problema apresentada.

Ponte (2003) sugere um diagrama relacionando o grau de dificuldade de um exercício (fácil ou difícil) com o grau de estrutura do mesmo (exercício aberto ou fechado).



**Figura 1:** Relação entre os diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de dificuldade e de abertura.

As tarefas situadas no 4º quadrante (abertas e difíceis) são as tarefas de investigação e o estudo de geometria dinâmica através de modelos reais são exemplos de tarefas de investigação.

## 1.6 Materiais concretos

A discussão sobre a influência do uso de materiais concretos na aprendizagem matemática surgiu no início do século XX, com a tendência empírico-ativista. Fiorentini *apud* Nacarato (2005, p. 1) destaca que nela o foco da aprendizagem deixa de ser o professor, contrapondo assim o ensino tradicional.

Na concepção empírico-ativista o aluno passa a ser considerado o centro do processo, e os métodos de ensino – tendo como pressupostos a descoberta e o princípio de que ‘aprende-se fazendo’ – se pautavam em atividades, valorizando a ação, a manipulação e a experimentação. O ensino seria baseado em atividades desencadeadas pelo uso de jogos, materiais manipuláveis e situações lúdicas e experimentais.

Nacarato (2005, p. 2) enfatiza que as pesquisas em educação matemática têm se distanciado da discussão sobre a utilização do material concreto, apesar do material estar cada vez mais presente na prática docente.

A ampliação da comunidade de educadores matemáticos e as produções na área vêm apontando outras tendências para o ensino de Matemática e, provavelmente, em decorrência disso, a discussão sobre a importância ou não da utilização de materiais manipuláveis tenha ficado em um plano secundário.

Nacarato afirma ainda que:

[...] No entanto, o professor em sua prática de sala de aula, na maioria das vezes, contando apenas com o livro didático como suporte para o seu trabalho depara, cada vez mais, com livros repletos de desenhos de materiais manipuláveis – a maioria deles não disponíveis nas escolas ou quando existentes, não são utilizados ou por desconhecimento em como lidar com eles ou por falta de condições de trabalho (classes superlotadas, principalmente).

Matos e Serrazina *apud* Nacarato (2005, p. 3) ressaltam que o fato de trabalhar com materiais manipuláveis não garante a associação aos conceitos matemáticos que se desejam ser apreendidos por parte do aluno. Segundo eles, na maioria das vezes, o material concreto é utilizado para se introduzir um conceito novo, mas assim que esse conceito é introduzido, passa-se a trabalhar apenas no abstrato e o contexto em que o material foi introduzido se torna dispensável:



É como se a situação que serviu para os introduzir funcionasse como um andaime que se retira quando se acaba o prédio. Não queremos com isso dizer que se tenha que estar sempre a trabalhar com materiais, mas que as concretizações que serviram para elaborar as noções matemáticas podem ser situações importantes para os alunos verificarem algumas propriedades ou compreenderem outras. Isto só se consegue se, desde o início, houver uma verdadeira ação por parte da criança e não uma simples reprodução do que foi dito pelo professor.

Nacarato (2005) ressalta que o problema não está na utilização de materiais concretos, mas na maneira como utilizá-los. Destaca também a importância dos materiais concretos no ensino de Geometria, auxiliando na construção de imagens mentais, que será amplamente trabalhada no projeto “Oficina de Máquinas”.

Pais *apud* Nacarato (2005) destaca quatro elementos essenciais do pensamento geométrico. Objetos reais, que funcionam como uma representação dos conceitos geométricos no mundo real; desenhos, que são mais complexos que os objetos reais pois exigem a interpretação para o significado; as imagens mentais que estão baseadas nos dois anteriores e estão mais próximas da abstração e os conceitos de natureza abstrata. No projeto “Oficinas de Máquinas” os alunos construirão mecanismos articulados e, durante o processo de elaboração, eles realizarão atividades em que esses elementos estarão presentes.

## **1.7 A Plataforma educacional de aprendizagem a distância Moodle e o software livre GeoGebra**

Entende-se a modalidade de educação a distância (EaD) como o processo de ensino/aprendizagem no qual professores e estudantes não estão fisicamente juntos, isto é, estão separados espacial e/ou temporalmente, embora possam estar conectados, interligados por tecnologias, principalmente as telemáticas, como a Internet, mas também pode ser utilizado o correio, o rádio, a televisão, o fax e tecnologias semelhantes.

A EaD caracteriza-se pelo estabelecimento de comunicação de múltiplas vias. Suas possibilidades ampliaram-se em meio às mudanças tecnológicas como uma modalidade alternativa para superar limites de tempo e espaço. Assim, a educação deixa de ser concebida como mera transferência de informações, pois permite uma abordagem com recursos audiovisuais, que, quando corretamente utilizados, possibilita contextualizar os conhecimentos ensinados aos alunos.

Valente (2003) divide em três as possíveis abordagens em educação a distância: a abordagem ampla, a virtualização da aula tradicional e o “estar junto virtual”. Essas abordagens foram definidas em função do grau de interação entre o professor e o aluno em ambientes virtuais.

Na primeira abordagem, a ampla, o professor apenas envia arquivos aos alunos e assim não ocorre interação entre os elementos do processo. Nela não é possível ao professor acompanhar a aprendizagem do aluno.

Na segunda abordagem, a virtualização da aula tradicional, a interação entre o professor e o aluno é pequena, semelhante à interação que ocorre em uma aula presencial. Nela o professor solicita tarefas e os alunos as enviam ao mesmo, aguardando que elas sejam avaliadas. O professor não tem clareza sobre o fato de suas atividades terem ou não contribuído para novos conhecimentos por parte do aluno.

Na terceira abordagem, o “estar junto virtual”, ocorrem constantemente interações necessárias à aprendizagem do aluno e tem como objetivo o estabelecimento da espiral de aprendizagem.

Valente (2003, p. 31) define o “estar junto virtual” como:

[...] é uma abordagem que possibilita as interações necessárias à aprendizagem do aluno, com acompanhamento constante das respostas das atividades propostas, com o professor entendendo os caminhos percorridos pelo aluno no seu processo de construção da aprendizagem e sempre com proposição de novos desafios. Essa interação recíproca permite ao aluno avançar no seu conhecimento já que lhe possibilita aplicar, transformar e buscar novas informações.

O computador é uma valiosa ferramenta a favor da construção do conhecimento, mas deve ser utilizado com a orientação do professor, para que essa construção não ocorra de forma errônea. O desejado então é que o professor consiga fazer com que o aluno mantenha a espiral de aprendizagem em ação.

Uma plataforma que viabiliza de forma interessante a abordagem de “estar junto virtual” é a plataforma Moodle (Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment), que é um software livre desenvolvido para produzir e gerenciar atividades educacionais na Internet ou em redes locais. Este *software* foi projetado com o propósito de pôr em prática a aprendizagem social construtivista. A expressão Moodle tem como significado navegar despreziosamente por algo num desenvolvimento agradável e conduzido com perspicácia e criatividade.

Figura 2: Plataforma virtual Moodle ambiente do projeto “Oficina de Máquinas”.

Segundo Dougiamas (2003), um dos responsáveis pelo desenvolvimento do ambiente Moodle, as principais teorias em pesquisas de aprendizagens virtuais estão relacionadas ao construtivismo social, pois estas privilegiam o processo colaborativo e o

desenvolvimento individual de significados (aprendizagem significativa), através da construção e difusão de informações.

Moran (2006) comenta sobre as possibilidades de avaliação existentes em um ambiente virtual, elencando a elaboração de atividades relacionadas ao conteúdo, a pesquisa sobre temas próximos à vida e interesse do aluno e a avaliação da qualidade da participação do aluno no ambiente virtual.

Um *software* que pode ser utilizado em conjunto com a plataforma Moodle e traz uma imensa contribuição ao mesmo é o software de geometria dinâmica GeoGebra. Um *software* desse tipo permite que o usuário possa alterar as construções geométricas iniciais e os objetos se atualizam automaticamente adequando-se às novas posições, ou seja, é um ambiente que permite simular construções geométricas no computador.

Diferentemente do que ocorre com a régua e o compasso tradicionais, as construções feitas com este tipo de *software* são dinâmicas e interativas, o que faz do programa um excelente laboratório de aprendizagem da Geometria. Esses *softwares* possuem um recurso que possibilita a transformação contínua, em tempo real, ocasionado pela ferramenta “arrastar”.

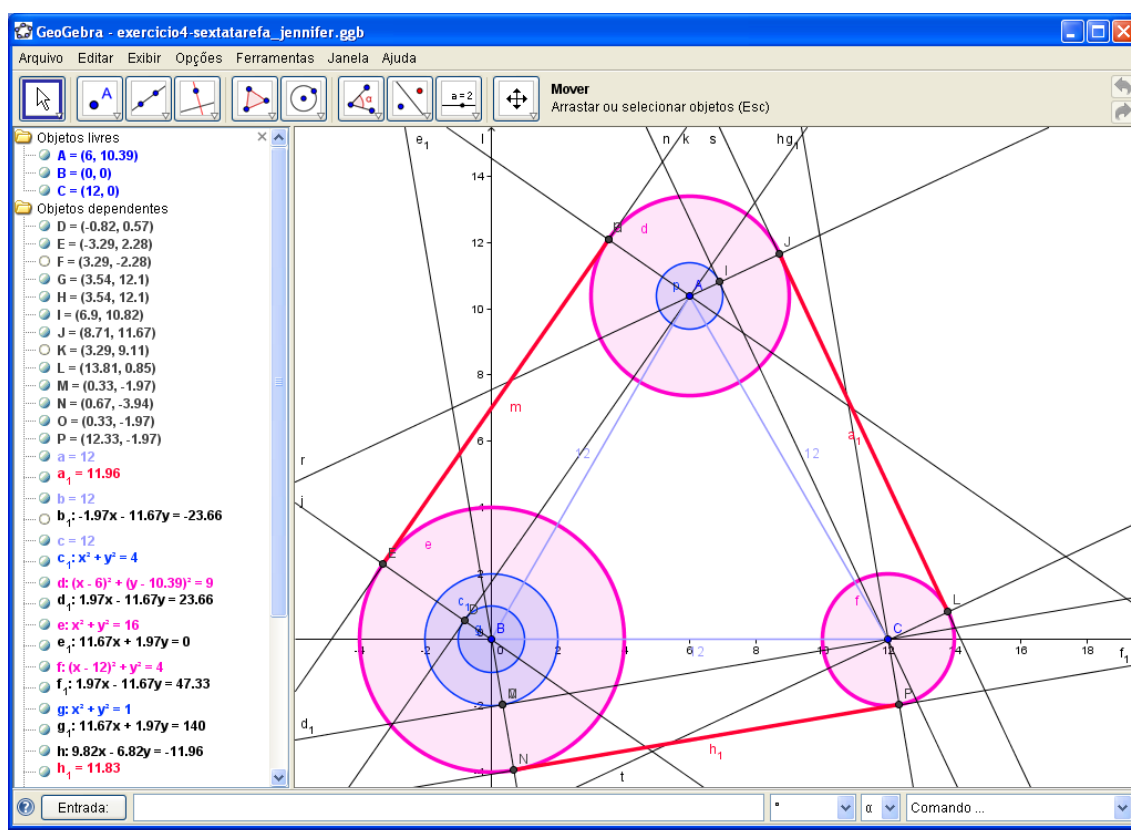


Figura 3: Tela do de edição do software GeoGebra feito por um dos alunos do projeto.

O GeoGebra é um *software* gratuito de geometria dinâmica, criado por Markus Hohenwarter em 2001, para ser utilizado em ambiente de sala de aula e reúne recursos de geometria, álgebra e cálculo.

O GeoGebra possui todas as ferramentas tradicionais de um *software* de geometria dinâmica (pontos, segmentos, retas e seções cônicas) além do fato de que equações e coordenadas podem ser inseridas diretamente. Assim, o GeoGebra tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: sua representação geométrica e sua representação algébrica.

### 1.8 O trabalho por projetos

Projetos são propostas que modificam situações existentes e representam aberturas que devem ser pensadas e planejadas coletivamente, visando assim objetivos comuns.

O trabalho por projetos exige ação para a concretização de um produto previamente idealizado. Porém, Machado (2001, p. 30) ressalta que

O compromisso com a ação, que distingue decisivamente os projetos de sonhos, ilusões de utopias, não deve, no entanto, contribuir minimamente para que se confundam projetos com meros planos, com instrumentos técnicos para a implementação das ações projetadas.

Segundo ele, uma das características mais relevantes dos seres humanos é a capacidade de projetar mentalmente, podendo, assim, ao terminar efetivamente um projeto, compará-lo com a versão criada em sua mente.

Para Machado (2001, p. 28) “... a idéia de projeto é a de permanente abertura para o novo, para o não determinado, para o universo das possibilidades, da imaginação, da criação” exigindo tanto flexibilidade quanto adaptação dos participantes.

O trabalho por projetos faz com que o indivíduo fixe metas a serem cumpridas, coopere nas tarefas que lhes são destinadas, trabalhe coletivamente com seus companheiros, buscando assim soluções para problemas e obstáculos que possivelmente venham enfrentar.

A metodologia por projetos possibilita a construção do conhecimento por parte dos alunos e viabiliza relações entre teoria e prática. O evento gerador de um projeto deve ser uma pergunta ou um problema, permitindo que os alunos formulem hipóteses, deem sugestões, coloquem questões e manifestem seus conhecimentos sobre o problema em questão. O professor deve ser o mediador desse processo estimulando situações de aprendizagem.

Trabalhando dessa forma, no projeto “Oficina de Máquinas” foi possível abordar conteúdos integrando disciplinas, contribuindo para uma formação global do aluno.

De acordo com Araújo (2003, p. 69), “O trabalho com projetos permite dar um sentido ao conhecimento baseado na busca de relações entre os fenômenos naturais, sociais e pessoais, bem como planejar estratégias que vão além da compartimentalização disciplinar”, evidenciando a ocorrência da interdisciplinaridade ao se trabalhar dessa forma.

O trabalho por meio de projetos abrange a escola como um todo, orientando os envolvidos no direcionamento das tarefas, possibilitando clareza no percurso, agilidade e motivação; estimulando o crescimento individual e coletivo; buscando soluções para problemas e alternativas para novos desafios; exigindo constante atualização; possibilitando coletar, selecionar e processar as informações, sendo esse o caminho para a construção do próprio conhecimento; propiciando a melhoria da qualidade pedagógica e administrativa da escola e, como consequência, a avaliação passa a fazer parte do processo de aprendizagem.

Lima (2003, p. 28) destaca a necessidade da mudança dos métodos de avaliação no trabalho por meio de projetos, pois estes devem ser parte de um processo, ao invés de apenas uma verificação de aprendizagem.

Quanto à avaliação, podemos dizer que se o conhecimento é construção, não é possível uma avaliação nos moldes clássicos, pois ele não é estado, mas processo; ele não é monolítico, mas flexibiliza-se segundo o desenvolvimento do educando. É preciso, pois, criar-se novos mecanismos de avaliação e, quem sabe, aboli-los. É necessário perceber a estrutura, o grau e amplitude dessa mudança de paradigmas.

Finalmente Maltempi apud Azevedo (2008, p. 31) destaca a importância de registrar a evolução dos trabalhos e atentar para a reflexão de cada etapa desenvolvida, a fim de se obter subsídios seguros para avaliação.

[...] elaboração de relatórios e diagramas que acompanhem todo o processo de construção do projeto em questão, estimulando o planejamento e a explicitação do aprendiz. Para enriquecer a fase de execução apostamos na realização de apresentações do projeto em desenvolvimento a outros aprendizes da turma, a toda comunidade escolar e as pessoas que tenham noção das idéias que norteiam o ambiente de aprendizagem e que, assim, possam contribuir como um *feedback* pertinente.

### **1.9 Competências e Habilidades**

O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) tem como objetivo fundamental avaliar o desempenho do aluno ao término da escolaridade básica, para aferir o desenvolvimento de competências fundamentais ao exercício pleno da cidadania. Para estruturar o exame, concebeu-se uma matriz com a indicação de competências e habilidades associadas aos conteúdos do ensino fundamental e médio que são próprias ao sujeito na fase de desenvolvimento cognitivo, correspondente ao término da escolaridade básica. Tem como referência a LDB, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), a Reforma do Ensino Médio, bem como os textos que sustentam sua organização curricular em Áreas de Conhecimento, e, ainda, as Matrizes Curriculares de Referência para o SAEB.

A concepção de conhecimento subjacente a essa matriz pressupõe colaboração, complementaridade e integração entre os conteúdos das diversas áreas do conhecimento presentes nas propostas curriculares das escolas brasileiras de ensino fundamental e médio e considera que conhecer é construir e reconstruir significados continuamente, mediante o estabelecimento de relações de múltipla natureza, individuais e sociais.

Entre as cinco grandes competências nas quais se baseiam a prova do ENEM: dominar linguagens, compreender fenômenos, enfrentar situações-problema, construir argumentação e elaborar propostas, todas elas estão presentes na metodologia de trabalho por projetos, destacando-se as três intermediárias.

Na competência “compreender fenômenos”, os alunos foram instigados a explorar o funcionamento de certas máquinas assim como suas partes, visando à construção de máquinas produzidas pelos mesmos.

Na competência “enfrentar situações-problema”, deseja-se que o aluno seja capaz de selecionar, organizar, relacionar informações, representadas em diferentes formas, e conhecimentos disponíveis em situações concretas, para construir argumentação consistente. Essa competência foi uma constante nessa pesquisa, pois, ao resolverem problemas contextualizados, os alunos enfrentaram situações em que foi necessário decidir como proceder para possibilitar a construção de certos mecanismos.

Na competência “construir argumentação”, devem-se relacionar informações, representadas em diferentes formas, e conhecimentos disponíveis em situações concretas, para construir argumentação consistente. Os alunos desenvolveram esta competência no trabalho em grupo, nas discussões ocorridas em sala e na elaboração dos relatórios de aula.

Por outro lado, os PCNEM explicitam três conjuntos de competências: comunicar e representar; investigar e compreender; contextualizar social ou historicamente os conhecimentos.

Na primeira competência “comunicar e representar”, espera-se que o aluno seja capaz de ler, interpretar e representar informações de conteúdo matemático. Isto é abordado na presente pesquisa, com as ações de analisar, argumentar e posicionar-se criticamente em relação a temas de ciência e tecnologia, além de como utilizar corretamente instrumentos de medição, de desenho e de informática.

Na competência “investigar e compreender”, espera-se que o aluno desenvolva estratégias para enfrentamento de situações-problema. A presente pesquisa procurou promover esta competência, incentivando atividades tais como: a utilização de escalas, conjecturas de estimativas, elaboração de hipóteses, interpretação de resultados, proposição de modelos explicativos para fenômenos e interdisciplinaridade com as ciências naturais.

Na competência “contextualizar social ou historicamente os conhecimentos”, espera-se que apliquem o conhecimento e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento. Exatamente foi este o objetivo do presente projeto.

## 2. Fundamentação Matemática

Neste capítulo iremos descrever as experiências matemáticas que foram realizadas durante a aplicação do projeto. Para isso introduziremos os conceitos de impulsor e seguidor de um mecanismo articulado, o conceito de fator de transmissão, para entender sistemas de polias diretas e inversas e trens de engrenagens. Esses conceitos serão aplicados no estudo de mecanismos de bicicletas, entre outros, e faremos um breve histórico da mesma, explorando seus aspectos matemáticos.

Todos os mecanismos envolvem partes móveis, que interagem com outras peças com a função de converter movimentos de certos tipos em movimentos distintos. Em geral existe uma peça que dá início ao movimento e outra peça que executará a tarefa desejada. A nomenclatura que será adotada nesta dissertação é, respectivamente, a de mecanismo impulsor e seguidor (BOLT, 1994).

Um exemplo análogo em matemática é o conceito de variável independente e a variável dependente em uma função matemática. Para cada valor da variável independente (impulsor) que aplicamos a uma dada função, ela retornará uma variável (seguidor) que depende diretamente da primeira.

É possível relacionar, em certos mecanismos, o impulsor e o seguidor através de uma razão chamada de fator de transmissão. Em movimentos circulares, o fator de transmissão será a razão entre o ângulo de rotação do seguidor e o valor correspondente do movimento do impulsor. Em movimentos lineares, o fator de transmissão é obtido pela razão entre a distância percorrida pelo seguidor e a distância percorrida pelo impulsor.

Bolt (1994) relaciona o fator de transmissão ao conceito conhecido como relação de multiplicação (ou desmultiplicação) que é muito utilizado em sistemas de correias ou engrenagens. Este fator é um número que é acompanhado por um sinal que indica o sentido da rotação.

Na figura 4, o mecanismo impulsor é o ponto A e o mecanismo seguidor o ponto D. O mecanismo realiza a função de ampliar a figura que for desenhada com ponteiro A. O mecanismo mostrado acima tem dois pontos fixos que são P e Q e as retas AB e CD são paralelas. Assim AB, BC e CD podem se mover livremente em torno de P e Q.

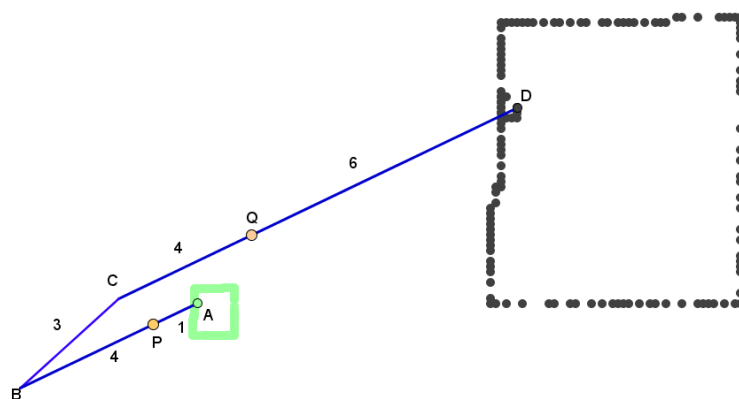


Figura 4: Mecanismo construído com o GeoGebra que amplia o desenho em 6 vezes o tamanho realizado.

É possível calcular o fator de transmissão desse mecanismo. Suponha que o ponto A se move  $d$  cm, então o ponto B se deslocará  $4d$  cm, pois  $BP = 4AP$ . Podemos dizer que o fator de transmissão de A para B é 4, ou seja,  $t(AB) = 4$ . Como PBCQ é um paralelogramo, o deslocamento de B é o mesmo que de C. Assim,  $t(BC) = 1$ . Como  $\frac{DQ}{CQ} = \frac{6}{4} = 1,5$ , o fator de transmissão  $t(CD) = 1,5$ .

O fator de transmissão de A para D é o produto dos fatores de transmissão individuais.

$t(AD) = t(AB) \cdot t(BC) \cdot t(CD) = \frac{4}{1} \cdot 1 \cdot \frac{6}{4} = 6$ , assim as imagens desenhadas utilizando-se do ponteiro A são ampliadas sobre um fator de transmissão 6.

## 2.1 Transmissão por movimento de rotação

Em muitas máquinas o mecanismo impulsor é um motor elétrico que faz um eixo se mover a uma velocidade constante enquanto o mecanismo seguidor pode ser uma peça giratória que também gira a uma outra velocidade constante, que pode ou não ser a mesma.



Figura 5: Transmissão por movimento de rotação do motor de uma “gaiola” de corrida.

Na Figura 6 têm-se uma máquina fiandeira, que assim como as máquinas de costura antigas, são movidas a pedal. A transmissão ocorre por uma correia que une as duas roldanas fazendo-as funcionar. Atualmente esse pedal foi substituído por um motor elétrico mantendo-se o restante do mecanismo.

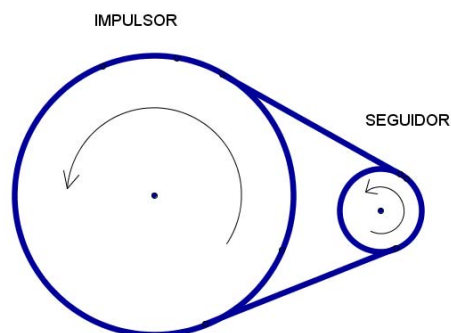


Figura 6: Mecanismo de uma máquina fiandeira e sua representação esquemática.



É importante conhecer a relação entre o ângulo de rotação do *seguidor* e o ângulo de rotação do *impulsor*, além da relação entre os raios das roldanas.

Seja  $r_1$  o raio da polia impulsora e  $r_2$  o raio da polia seguidora. Se a polia impulsora girar um ângulo  $\theta_1$ , ela deslocará a correia um comprimento  $L$ . Sendo assim a polia seguidora também girará, no mesmo sentido, deslocando a correia um comprimento  $L$ , mas girando um ângulo  $\theta_2$ .

Podemos então relacionar o deslocamento  $L$  com os raios  $r_1$  e  $r_2$  e os ângulos  $\theta_1$  e  $\theta_2$ .

Como as duas polias deslocam a correia um comprimento  $L$  temos:

$$\begin{array}{ccc} 360^\circ & \rightarrow & 2\pi r_1 \\ \theta_1 & \rightarrow & L \end{array} \quad \text{e} \quad \begin{array}{ccc} 360^\circ & \rightarrow & 2\pi r_2 \\ \theta_2 & \rightarrow & L \end{array}$$

$$L = \frac{\theta_1 2\pi r_1}{360^\circ} \quad \text{e} \quad L = \frac{\theta_2 2\pi r_2}{360^\circ}$$

Igualando as duas expressões:

$$\frac{\theta_1 2\pi r_1}{360^\circ} = \frac{\theta_2 2\pi r_2}{360^\circ}$$

Simplificando a igualdade:

$$\theta_1 r_1 = \theta_2 r_2$$

E é possível então relacionar os raios das polias com os ângulos de rotação:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\theta_2}{\theta_1} \quad \text{ou} \quad \frac{\text{raio}_1}{\text{raio}_2} = \frac{\text{ângulo de rotação}_2}{\text{ângulo de rotação}_1}$$

Temos então que os raios e os ângulos de rotação são inversamente proporcionais.

Dessa forma se o raio do impulsor for maior que o seguidor, o seguidor rodará mais que o impulsor. Caso contrário o impulsor rodará mais que o seguidor.

Se o sistema de polias cruzar as correias de maneira invertida, a razão entre os ângulos rodados pelas polias será a mesma calculada anteriormente, mas nesse caso o seguidor girará em sentido contrário ao do impulsor.

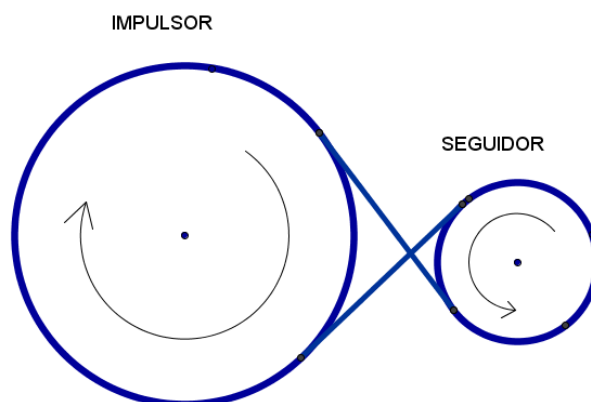


Figura 7: Exemplo de um sistema de polias e correias inversas.

Assim, a razão entre os ângulos é chamada de fator de transmissão do impulsor para o seguidor. O fator de transmissão é positivo quando os eixos giram no mesmo sentido e negativo quando os eixos giram em sentido contrário.

Outra questão pertinente é a seguinte: Qual é a relação entre o número de voltas do impulsor e do seguidor, quando o primeiro realiza uma volta completa?

Podemos determinar o fator de transmissão do impulsor para o seguidor pela razão  $t = \frac{\text{ângulo rodado pelo seguidor}}{\text{ângulo rodado pelo impulsor}}$  ou  $t = \frac{\text{Raio do impulsor}}{\text{Raio do seguidor}}$ .

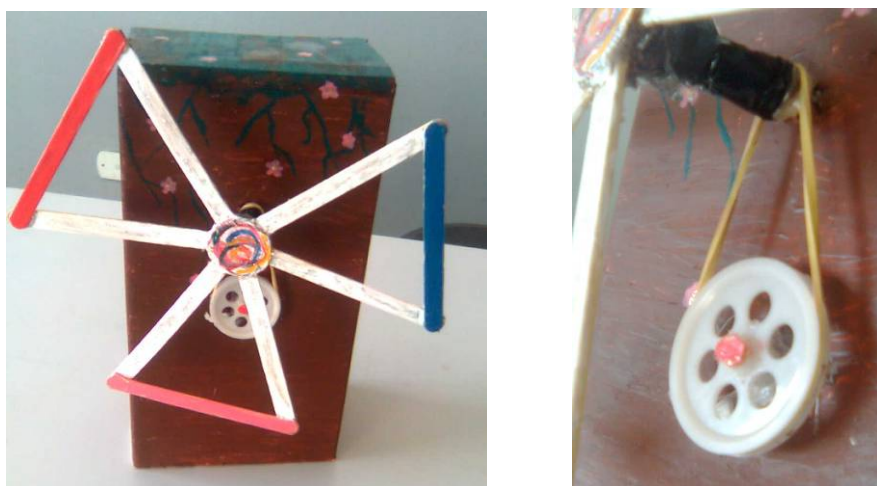


Figura 8: Na esquerda temos uma foto do ventilador produzido por alunos e na direita pode-se ver com detalhes o mecanismo de polias e correias que possibilita seu movimento.

No mecanismo do ventilador acima, tem-se como impulsor uma polia de 1,5 cm de raio e seguidor uma polia de 0,5 cm de raio ligada a uma hélice. Nesse mecanismo o fator de transmissão é  $t = \frac{1,5}{0,5} = 3$ , ou seja, para cada volta do impulsor o seguidor dá três voltas no mesmo sentido.

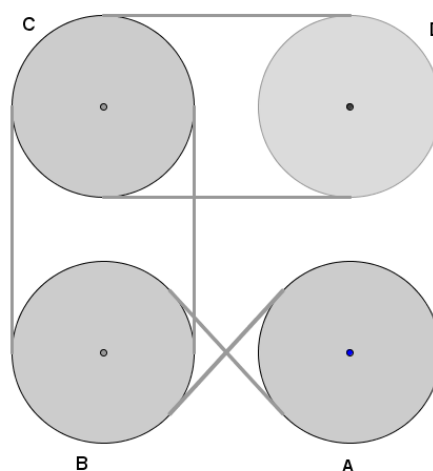


Figura 9: Na esquerda temos uma foto de um ventilador produzido pelos alunos com a utilização do kit K'Nex acoplado a um sistema de polias diretas e inversas que trabalham solidários ao mesmo e na direita pode-se ver a representação desse sistema de polias.

Na figura 9, o ventilador está acoplado a um sistema de polias ligados de maneira direta e inversa. Seja A o mecanismo impulsor e sejam B, C e D os mecanismos seguidores, como na figura. O fator de transmissão será:

$$t(AD) = t(AB) \cdot t(BC) \cdot t(CD)$$

Como as polias têm o mesmo raio o fator de transmissão é 1, mas a cada ligação da correia inversa o sentido do movimento inverte e assim o fator de transmissão muda de sinal. Temos  $t(AB) = -1$ ,  $t(BC) = 1$  e  $t(CD) = 1$ . Assim,  $t(AD) = (-1) \cdot (1) \cdot (1) = -1$ .

### 2.1.1 Sistemas equivalentes

Com o uso de roldanas é possível conseguir que o fator de transmissão seja um número real não nulo dado, tão grande ou tão pequeno quanto se queira. Isso é verdadeiro apenas em teoria, pois se for usada uma roldana muito pequena a correia tende a patinar e se ela for muito grande ocupará muito espaço tornando o mecanismo inviável de ser construído.

Por exemplo, para conseguir um fator de transmissão +15 pode-se utilizar uma roldana impulsora de 60 cm e uma seguidora de 4 cm. Desta forma  $t = \frac{60}{4} = +15$ .

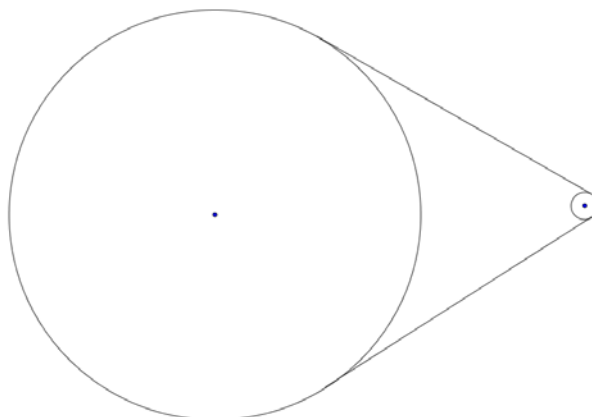


Figura 10: Roldana grande (60 cm) ligada a outra pequena (4 cm).

Uma outra forma de conseguir esse mesmo fator de transmissão é utilizar roldanas solidárias, como na figura 11, viabilizando sua construção.

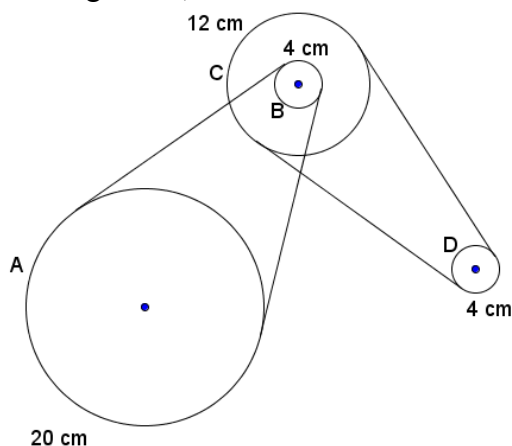


Figura 11: Sistema de polias com roldanas solidárias. O fator de transmissão de B para C é 1.

$$t(AD) = t(AB) \cdot t(BC) \cdot t(CD)$$

Temos  $t(AB) = \frac{20}{4}$ ,  $t(BC) = 1$  e  $t(CD) = \frac{12}{4}$ . E Assim  $t(AD) = \frac{20}{4} \cdot 1 \cdot \frac{12}{4} = +15$ .

Pode-se perceber que a álgebra dos fatores de transmissão é idêntica a da multiplicação de números reais sendo assim uma abordagem interessante para a sala de aula.

## 2.2 Mecanismos movidos a rodas dentadas e correntes

### 2.2.1 Uma invenção muito útil: A bicicleta

Nesta seção, faremos, a título de aplicação, uma exploração do fator de transmissão entre as marchas de bicicletas; para isto iniciaremos com uma breve descrição histórica de sua invenção.

Um dos primeiros projetos de bicicletas apareceu no século XV com Leonardo da Vinci (A HISTÓRIA..., 2009), como ilustra a figura 12. Em seu projeto, pode-se observar as duas rodas, os sistemas de direção e propulsão por corrente, além de um selim.



Figura 12: Bicicleta de exercício projetada por Leonardo da Vinci.

Essa bicicleta não era funcional e sua utilização restringia-se ao uso ergométrico (sem sair do lugar). Como mostra figura 13, ela possuía uma dobradiça unindo a parte dianteira e traseira e, como o eixo de direção está na parte da dianteira, ao fazer uma curva a bicicleta dobrava-se ao meio, dificultando assim o equilíbrio.

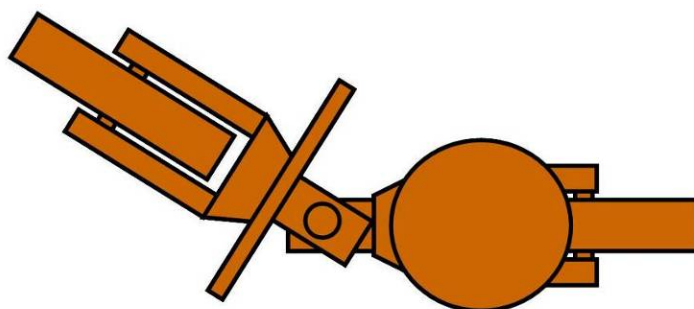


Figura 13: Representação da bicicleta de exercício projetada por Leonardo da Vinci ao fazer uma curva.

Um dos primeiros protótipos do que viria a se tornar a bicicleta foi projetado pelo Conde de Sivrac ao construir o celerífero (um brinquedo que era feito todo em madeira e formado por duas rodas alinhadas unidas por uma viga onde podia se sentar). O celerífero não tinha um sistema de direção, apenas uma barra transversal fixada na viga usada para apoiar as mãos. Era usado em descidas tomando assim velocidade e a pessoa tentaria manter-se equilibrado por algum tempo. O brinquedo também não tinha freios ocasionando vários tombos ou colisões por parte do condutor.



**Figura 14: Modelo do celerífero.**

O Barão Karl von Drais, em 1817 fez algumas adaptações em um celerífero adicionando um sistema de direção, o que possibilitou fazer curvas e, dessa forma, manter o equilíbrio sobre a mesma. Ele incluiu ainda um sistema de freios e um ajuste de altura do selim. O modelo chamado “draisiana” foi o responsável por dar a sensação de conforto e segurança que o celerífero não permitia.



**Figura 15: Modelo da draisiana.**

Para movimentar a draisiana era necessário sentar-se no selim e sair andando ou correndo até conseguir equilibrar-se na mesma e assim manter os pés levantados enquanto não for necessário mais impulso, devido à ausência de pedais.

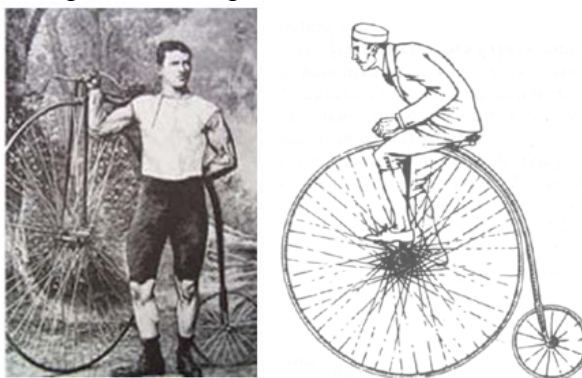
Com o uso da draisiana surgiu o desejo de projetar um sistema de propulsão em que não fosse necessário que o condutor andasse ou corresse. Uma adaptação com pedais proposta por Kirkpatrick Macmillan em 1839; ele redesenhou a viga central que liga as duas rodas e adaptou um sistema de propulsão por pedais. Este modelo permitia ao ciclista se movimentar para frente e para trás, mas apesar de funcionar bem este modelo não se popularizou.

Pierre Michaux, na França, adaptou o projeto original da draisiana criando um quadro de ferro e um sistema de propulsão por alavancas e pedais na roda dianteira, conforme a figura 16.



**Figura 16: Velocípede: adaptação de pedais para a draisiana.**

Em 1868 foi levado para a Inglaterra um velocípede Michaux. James Starley, um apaixonado por máquinas, decidiu adaptar este modelo construindo um novo em aço, chamado biciclo, com roda raiada, pneus de borracha maciça e um sistema de freios inovador. Sua grande roda dianteira, de 50 polegadas (aproximadamente 125 cm), fazia dela a máquina de propulsão humana mais rápida até então fabricada. Como os pedais são fixos ao eixo da roda, quanto maior o diâmetro da roda, maior é a distância percorrida em cada giro desta. As rodas, a partir de então, seriam fabricadas com medidas que atendiam ao comprimento da perna do ciclista.



**Figura 17: Biciclo: grande propulsão devido ao tamanho da roda dianteira.**

Em pedais ligados diretamente a roda motriz, a cada volta completa dos pedais, teremos uma volta completa da roda. A cada volta a bicicleta avança uma distância igual ao comprimento da circunferência da roda e o rendimento depende inteiramente do tamanho da roda. Mesmo em uma roda motriz grande, o rendimento é baixo em comparação ao de uma bicicleta moderna.

No biciclo de Starley, por exemplo, a cada volta dos pedais desloca-se aproximadamente 4 metros:

$$\text{diâmetro} = 125 \text{ cm}$$

$$\text{comprimento} = 125\pi \cong 392,5 \text{ cm}$$

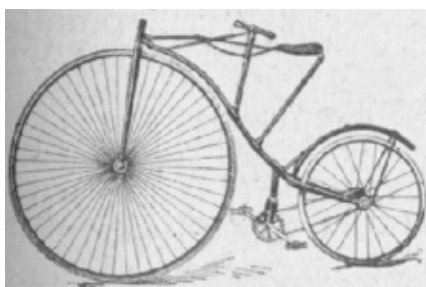
$$\text{comprimento} = 3,9 \text{ m}$$

Em 1885, Starley desenvolveu um novo modelo que utilizava transmissão a corrente, a chamada bicicleta de segurança (safety bike). Ocorreu a diminuição da fabricação dos bicislos de roda dianteira grande e um considerável aumento na quantidade das bicicletas de segurança. Isso se deveu à insegurança que o bicislo provocava, pois como o condutor sentava sobre o eixo da roda dianteira, ao diminuir bruscamente a velocidade o mesmo era arremessado para frente ocasionando grande queda.



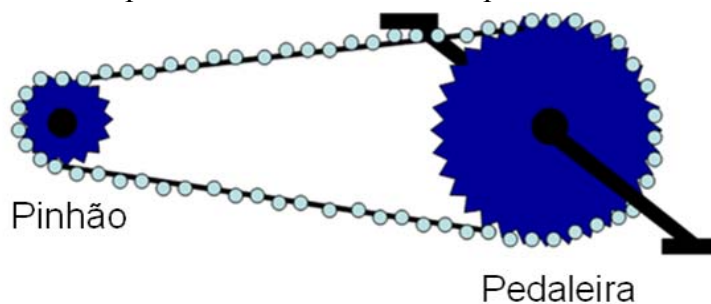
**Figura 18:** A diminuição brusca na velocidade do bicislo provocava vários acidentes.

As bicicletas de segurança eram parecidas com as bicicletas de hoje; suas rodas passaram a ter tamanho padrão. A segurança dada ao condutor, aliada à padronização dos tamanhos das peças, facilitou a produção e popularização da mesma (A HISTÓRIA..., 2009).



**Figura 19:** Um dos primeiros modelos de bicicleta de segurança, ainda com rodas de tamanhos diferentes.

Na ilustração a seguir temos uma pedaleira de 42 dentes e um pinhão livre de 14 dentes, para cada volta da pedaleira temos 3 voltas do pinhão livre.



**Figura 20:** Representação de uma roda pedaleira e um pinhão ligados por corrente.

Essa relação entre os dentes da pedaleira e do pinhão é o fator de transmissão correspondente a dois eixos ligados por uma corrente e rodas dentadas.

$$t(AB) = \frac{\text{número de dentes de A}}{\text{número de dentes de B}} = \frac{42}{14} = +3$$

Percebe-se que uma volta completa de A faz avançar 42 elos da corrente, o que faz girar a roda dentada B exatamente 3 voltas pois ela tem 14 dentes.

Na bicicleta com transmissão a corrente (figura 21), têm-se uma pedaleira de 28 dentes e um pinhão livre de 16 dentes, para cada volta da pedaleira temos  $\frac{28}{16} = 1,75$  voltas do pinhão livre.



**Figura 21:** Alunos estudam uma bicicleta com uma roda pedaleira de 28 dentes e um pinhão livre de 16 dentes.

Bicicletas normais geralmente são constituídas por um grupo de cinco rodas dentadas de diâmetros crescentes (pinhões), solidários com a roda traseira e duas rodas pedaleiras. A corrente liga uma das rodas pedaleiras a um dos pinhões e o ciclista dispõe de um mecanismo que possibilita combinar a roda pedaleira e o pinhão aumentando ou diminuindo o fator de transmissão a partir da necessidade do condutor. Cada combinação entre a roda pedaleira e o pinhão é normalmente chamada de marcha da bicicleta. A marcha permite ao ciclista escolher a velocidade e a força que quer transmitir à roda traseira e adaptar a marcha ao tipo de terreno.

Uma marcha baixa tem um fator de transmissão pequeno e pode ser obtida pela combinação de uma roda pedaleira pequena e um pinhão grande. Esse tipo de marcha é usado em ladeiras.

Uma marcha alta tem um fator de transmissão grande e pode ser obtida pela combinação de uma roda pedaleira grande e um pinhão pequeno. Esse tipo de marcha é usado para terrenos planos.

A bicicleta mostrada na figura 22 possui 18 marchas; elas são obtidas a partir da combinação das três rodas pedaleiras com os seis pinhões. As pedaleiras têm 28, 38 e 48 dentes e os pinhões têm 14, 16, 18, 20, 22 e 24 dentes.





Figura 22: Foto de uma bicicleta de 18 marchas.



Figura 23: Detalhes das rodas pedaleiras e dos pinhões.

O maior fator de transmissão pode ser obtido combinando-se a pedaleira de 48 dentes com o pinhão de 14 dentes. Esse fator de transmissão é  $t(\text{máximo}) = \frac{48}{14} \cong 3,43$ .

O menor fator de transmissão pode ser obtido combinando-se a pedaleira de 28 dentes com o pinhão de 24 dentes. O fator de transmissão é  $t(\text{mínimo}) = \frac{28}{24} \cong 1,17$ .

Em bicicletas profissionais a classificação da eficiência de cada fator de transmissão é feita pelo rendimento da bicicleta. O rendimento é obtido pelo produto do fator de transmissão pelo diâmetro da roda traseira. Ciclistas profissionais utilizam-se da polegada como unidade de medida.

$$\text{Rendimento da bicicleta} = \left( \frac{\text{fator de transmissão entre os pedais e roda traseira}}{\text{os pedais e roda traseira}} \right) \cdot \left( \frac{\text{diâmetro da roda traseira}}{\text{roda traseira}} \right)$$

Assumindo que a roda traseira tem um diâmetro de 27 polegadas (62,4 cm) teremos um rendimento máximo de 92,6 polegadas (222,3 cm) e um rendimento mínimo de 31,6 polegadas (75,8 cm).

Assim, se fossemos construir um velocípede para cada um desses rendimentos, para o de menor rendimento, teríamos uma roda dianteira com 75,8 cm de diâmetro, que é possível de ser construído e utilizado, entretanto para o maior rendimento teríamos

que construí-lo com uma roda dianteira de 222,3 cm de diâmetro, o que seria inviável para uso.

### 2.2.2 Trens de engrenagens

As rodas de engrenagens são dois cilindros com dentes que vão se encaixando à medida que elas giram em torno de seus eixos, transmitindo assim o movimento de rotação. A roda dentada seguidora irá girar sempre no sentido contrário da roda impulsora quando elas estiverem engrenadas.



Figura 24: Exemplo de rodas de engrenagens.

No mecanismo descrito na figura 25, a roda dentada impulsora tem 24 dentes e a roda seguidora tem 12 dentes. Quando a roda impulsora dá uma volta completa no sentido horário teremos a rotação completa dos 24 dentes, e assim a roda dentada seguidora irá rotacionar 24 dentes que equivale a duas voltas da roda seguidora no sentido anti-horário.

Pode-se determinar o fator de transmissão pela razão entre o número de dentes da roda impulsora e o número de dentes da roda seguidora. Como o sentido de rotação das rodas dentadas é invertido, tem-se um fator de transmissão negativo:

$$t(AB) = -\frac{\text{número de dentes de A}}{\text{número de dentes de B}}$$

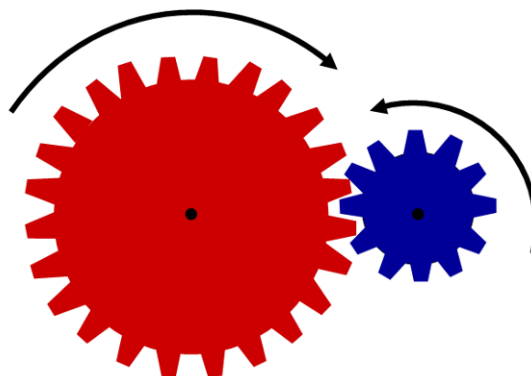


Figura 25: Sistema com duas engrenagens.

$$t(AB) = -\frac{24}{12} = -2$$

Quando duas ou mais rodas dentadas estão engrenadas, têm-se um trem de engrenagens. No trem de engrenagens da figura 26, A é o impulsor e D o seguidor pode-se calcular o fator de transmissão de A para D.

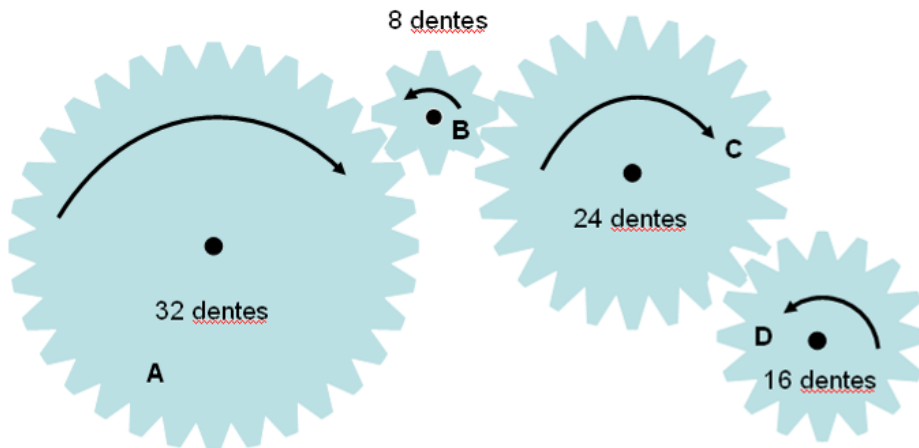


Figura 26: Sistema com quatro engrenagens.

$$t(AD) = \frac{-32}{8} \cdot \frac{-8}{24} \cdot \frac{-24}{16}$$

$$t(AD) = \frac{-32}{\cancel{8}} \cdot \frac{\cancel{-8}}{\cancel{24}} \cdot \frac{-24}{16}$$

$$t(AD) = \frac{-32}{16} = -2$$

Observe os cancelamentos acima, percebe-se que nesse trem de engrenagens as engrenagens B e C não influenciam no fator de transmissão entre A e D pois eles se cancelam.

A quantidade de rodas dentadas no trem de engrenagens será importante para determinar o sentido do movimento do seguidor. Se tivermos um número ímpar de rodas dentadas, teremos uma roda seguidora que girará no mesmo sentido da impulsora. Isso pode ser afirmado pois nesse caso existe um número par de fatores de transmissão e dessa forma um número par de sinais negativos, resultando, então, um produto positivo.

No caso de um número par de rodas dentadas no trem de engrenagens, teremos um número ímpar de fatores de transmissão e portanto um número ímpar de sinais negativos, resultando assim um produto negativo. Dessa forma o seguidor rodará no sentido inverso do impulsor.

Determinado o sentido de rotação da roda seguidora, pode-se dizer que o fator de transmissão depende exclusivamente do número de dentes do impulsor e do seguidor.

Para a obtenção de fatores de transmissão muito altos ou muito baixos sem precisar engrenar rodas dentadas muito grandes com outras muito pequenas, é possível montar duas rodas dentadas sobre um mesmo eixo (análogo ao apresentado anteriormente com polias solidárias). Quando isso é feito, as engrenagens solidárias girarão no mesmo sentido e o fator de transmissão entre estas duas rodas dentadas é portanto +1.

Nas ilustrações a seguir A é o impulsor e D o seguidor. As rodas dentadas B e C estão montadas sobre um mesmo eixo.

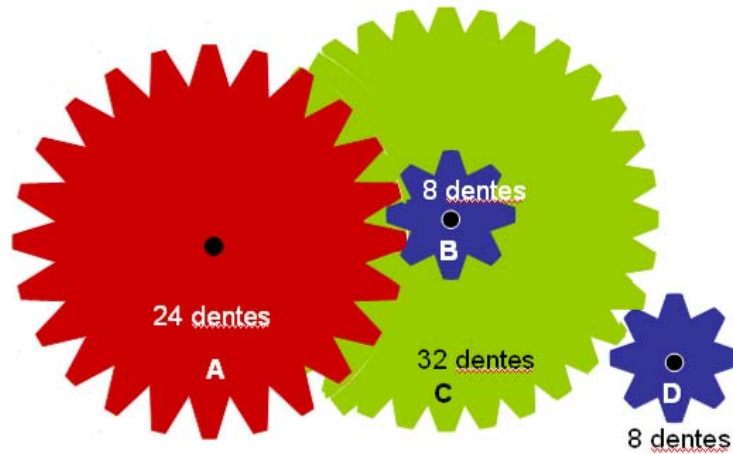


Figura 27: As rodas dentadas B e C solidárias de 8 dentes e 32 dentes giram no mesmo sentido e com fator de transmissão +1.

$$t(AD) = t(AB) \cdot t(BC) \cdot t(CD)$$

$$t(AD) = \frac{-24}{8} \cdot 1 \cdot \frac{-32}{8}$$

$$t(AD) = (-3) \cdot 1 \cdot (-4) = +12$$

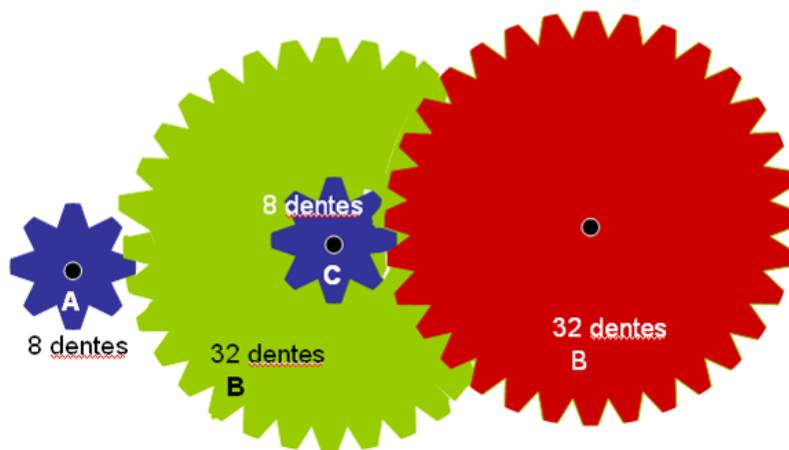


Figura 28: As rodas dentadas B e C solidárias de 8 dentes e 32 dentes giram no mesmo sentido e com fator de transmissão +1.

$$t(AD) = t(AB) \cdot t(BC) \cdot t(CD)$$

$$t(AD) = \frac{-8}{32} \cdot 1 \cdot \frac{-8}{32}$$

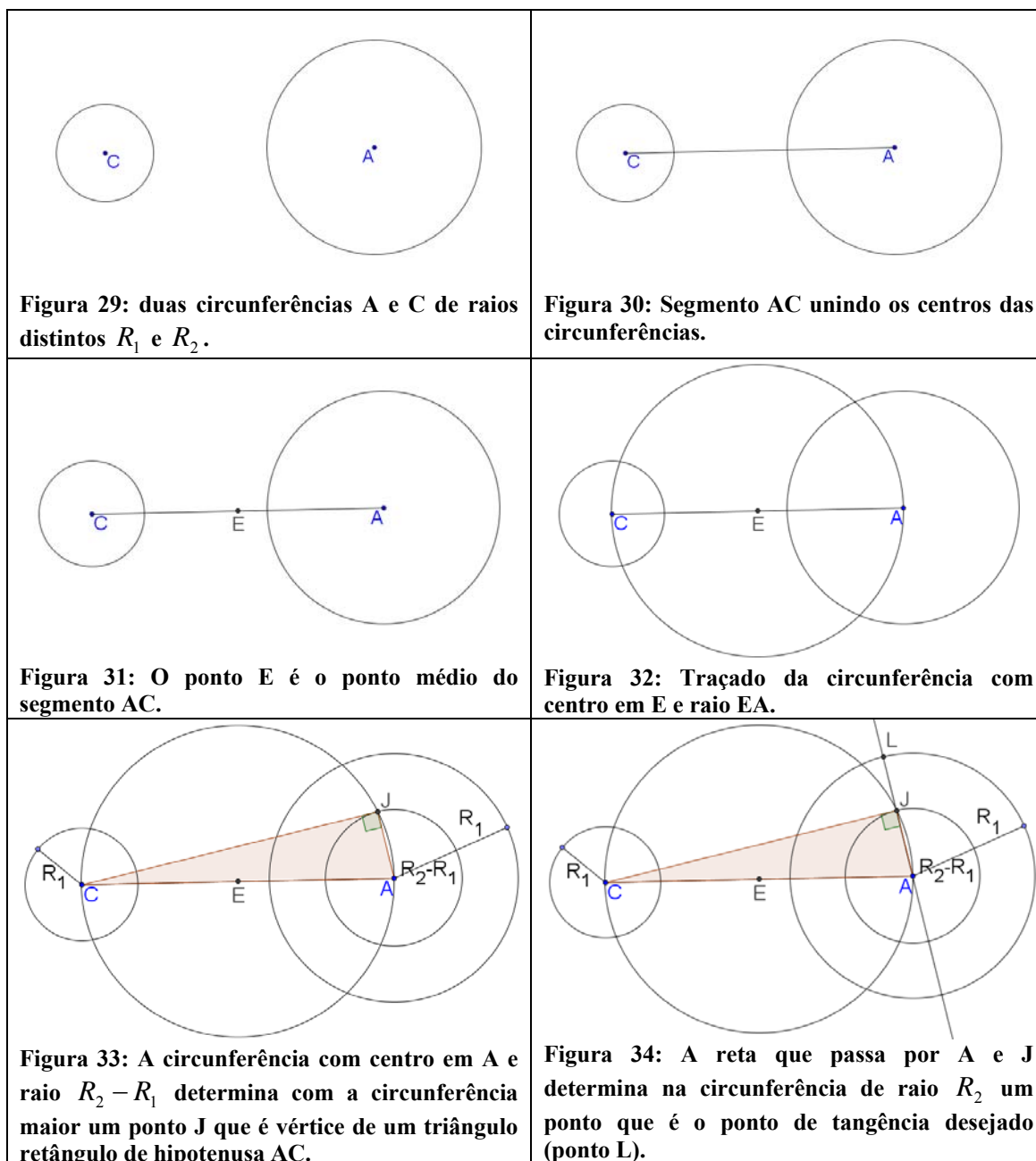
$$t(AD) = \frac{-1}{4} \cdot 1 \cdot \frac{-1}{4} = +\frac{1}{16}$$

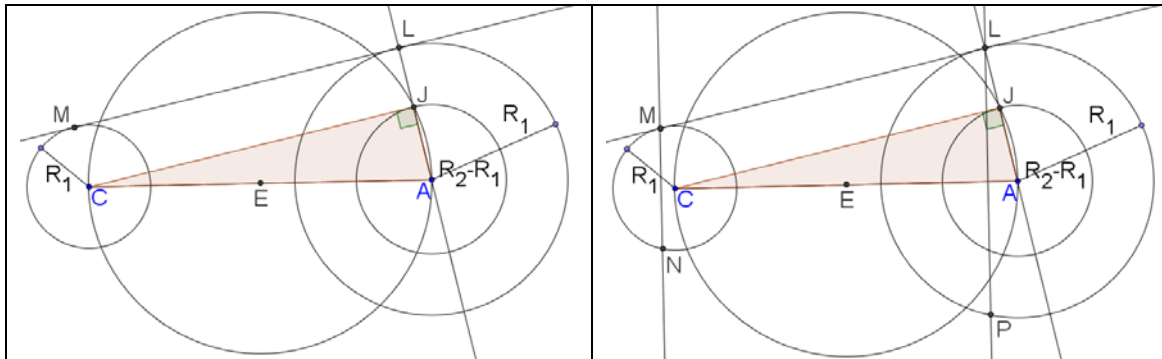
### 2.3 Construção de correias de transmissão

O estudo de polias e correias admite um tratamento geométrico utilizando os instrumentos usuais de desenho: régua, compasso, jogo de esquadros e transferidor.

Usando esses instrumentos pode-se construir sistemas de polias e correias de transmissão direta e inversa.

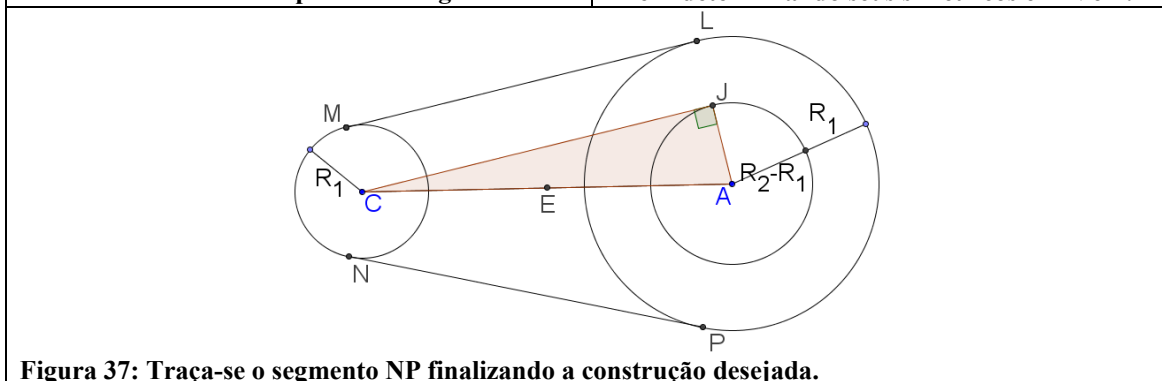
Os passos da construção de um sistema de polias diretas estão representados a seguir; essa é uma construção extremamente rica em propriedades matemáticas e que serão justificadas na sequência.





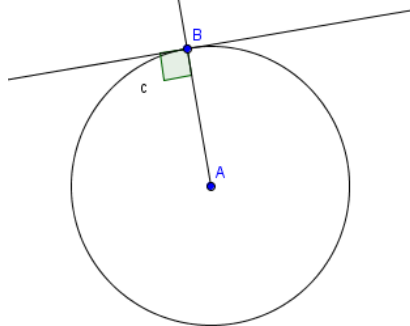
**Figura 35:** Pelo ponto  $L$  traça-se uma reta perpendicular a reta que passa pelos pontos  $A$  e  $J$  determinando o outro ponto de tangência  $M$ .

**Figura 36:** Traça-se duas retas perpendiculares a reta  $AC$  passando pelos pontos de tangência  $M$  e  $L$  determinando seus simétricos em  $N$  e  $P$ .



**Figura 37:** Traça-se o segmento  $NP$  finalizando a construção desejada.

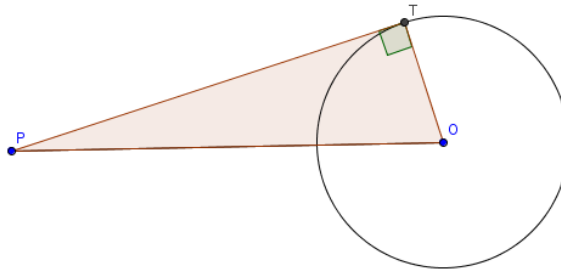
Quando estudamos tangência entre circunferências e retas, temos que uma reta é tangente a uma circunferência quando ela toca essa circunferência em apenas um ponto. Dada uma circunferência e um ponto sobre ela é possível obter a tangente neste ponto traçando a reta perpendicular ao raio no ponto.



**Figura 38:** Reta tangente a uma circunferência de raio  $AB$  passando por  $B$ .

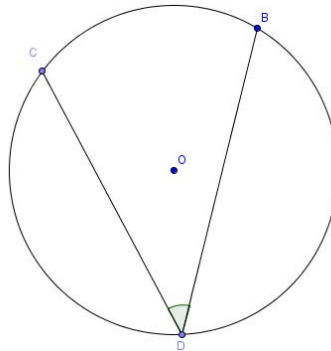
Caso a reta tocasse a circunferência em mais de um ponto teríamos a formação de um triângulo isósceles (com vértices nos pontos de intersecção e o centro da circunferência) e os ângulos da base seriam menores que  $90^\circ$ .

Se uma reta passa por um ponto  $P$  exterior a circunferência de centro  $O$  e tangencia a mesma num ponto de tangência  $T$ , devemos ter a formação de um triângulo  $PTO$  retângulo em  $T$ .



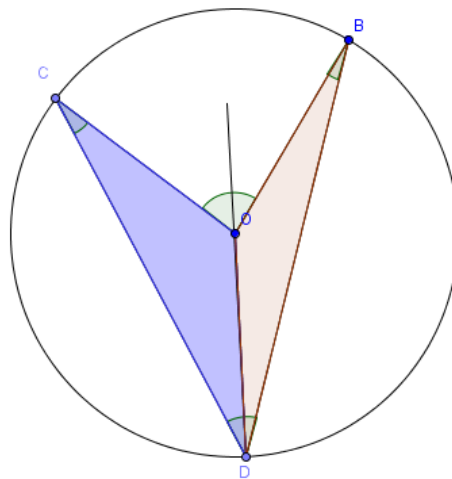
**Figura 39: Reta tangente a uma circunferência passando por um ponto P exterior a ela.**

Para essa construção devemos lembrar o conceito de arcos e ângulos, isto é, quando em uma circunferência temos um ângulo formado por três pontos da mesma, esse ângulo é chamado de ângulo inscrito à circunferência.



**Figura 40: Ângulo inscrito em uma circunferência.**

Temos que a medida do ângulo inscrito é a metade do ângulo com vértice no centro da circunferência (ângulo central) que determina o mesmo arco. Isso é válido pois se ligarmos o centro da circunferência aos três pontos que determinam o ângulo inscrito teremos a formação de dois triângulos isósceles (DOB e DOC) e podemos então relacionar o ângulo central com o ângulo inscrito:



**Figura 41: Dois triângulos isósceles formados a partir dos vértices do ângulo inscrito e do centro da circunferência.**

Sejam  $\widehat{CDO}$  e  $\widehat{DCO}$  os ângulos congruentes do triângulo CDO tal que  $\widehat{CDO} = \widehat{DCO} = \alpha$ .

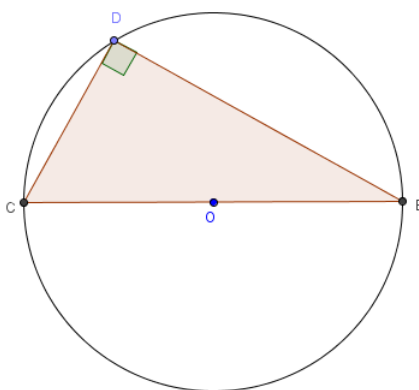
Seja  $\widehat{BDO}$  e  $\widehat{DBO}$  os ângulos congruentes do triângulo BDO tal que  $\widehat{BDO} = \widehat{DBO} = \beta$ .

Temos que o ângulo  $\widehat{C\hat{O}D} = 180^\circ - 2\alpha$  e que  $\widehat{D\hat{O}B} = 180^\circ - 2\beta$ .

Sabemos que  $\widehat{C\hat{O}D} + \widehat{D\hat{O}B} + \widehat{C\hat{O}B} = 360^\circ$ , assim  $180^\circ - 2\alpha + 180^\circ - 2\beta + \widehat{C\hat{O}B} = 360^\circ$  e portanto  $\widehat{C\hat{O}B} = 2\alpha + 2\beta$ .

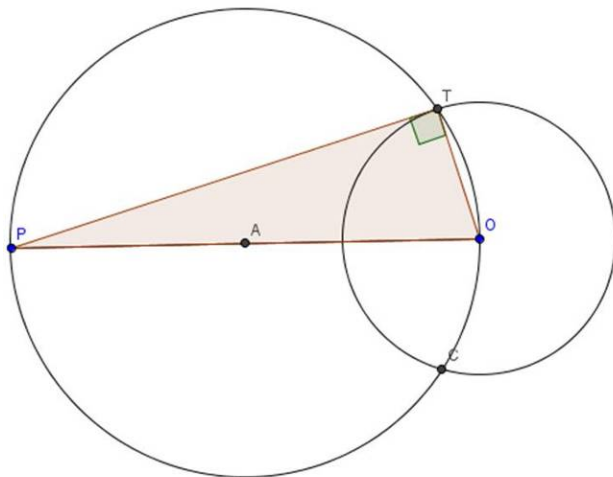
Como o  $\alpha + \beta$  é o ângulo inscrito  $\widehat{C\hat{D}B}$ , temos que o ângulo central  $\widehat{C\hat{O}B}$  mede o dobro do ângulo inscrito  $\widehat{C\hat{D}B}$  que determina o mesmo arco.

É importante percebermos que se o ângulo central  $\widehat{C\hat{O}B}$  mede  $180^\circ$ , ou seja, é o diâmetro, seu ângulo inscrito medirá  $90^\circ$ . Concluimos então que se quisermos construir um triângulo retângulo basta construirmos um triângulo inscrito em uma circunferência onde um de seus lados é o diâmetro.



**Figura 42: Triângulo retângulo inscrito na circunferência.**

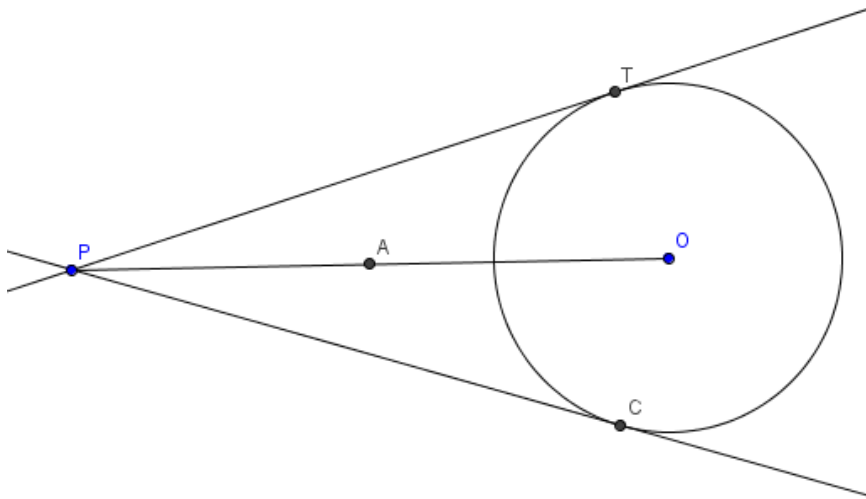
Voltando então a construção de uma reta tangente a circunferência passando por um ponto exterior a mesma, podemos construir um triângulo retângulo inscrito num círculo de diâmetro OP, onde o ângulo reto é a intersecção entre as duas circunferências.



**Figura 43: A circunferência de centro em A e raio AO determina o ponto de tangencia T por determinar um triângulo retângulo PTO.**

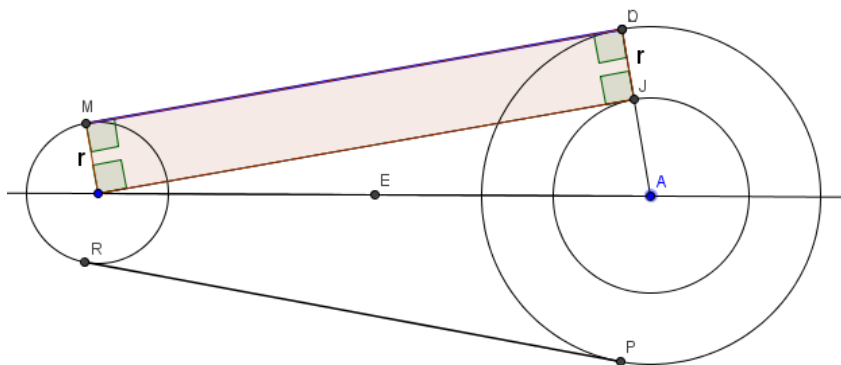
Como temos duas intersecções entre as circunferências, concluimos que temos duas retas que respeitam a condição inicial do enunciado.





**Figura 44:** Ligando o ponto P aos pontos de tangência determinados T e C tem-se a construção de retas tangentes a uma circunferência passando por um ponto P exterior a ela. (a circunferência de centro em A e raio AO foi ocultada da construção).

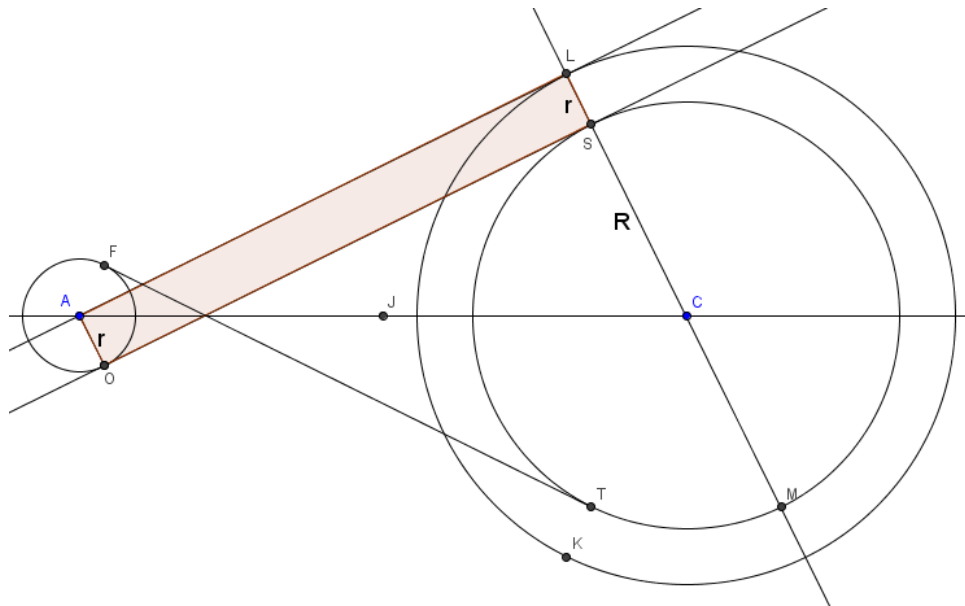
A construção desejada (sistema de polias diretas) é muito parecida com a construção anterior, pois a reta que tangencia as circunferências é paralela a reta que passa pelo centro da circunferência menor e tangencia uma circunferência concêntrica a circunferência maior e interior a ela.



**Figura 45:** Construção de um sistema de polias diretas.

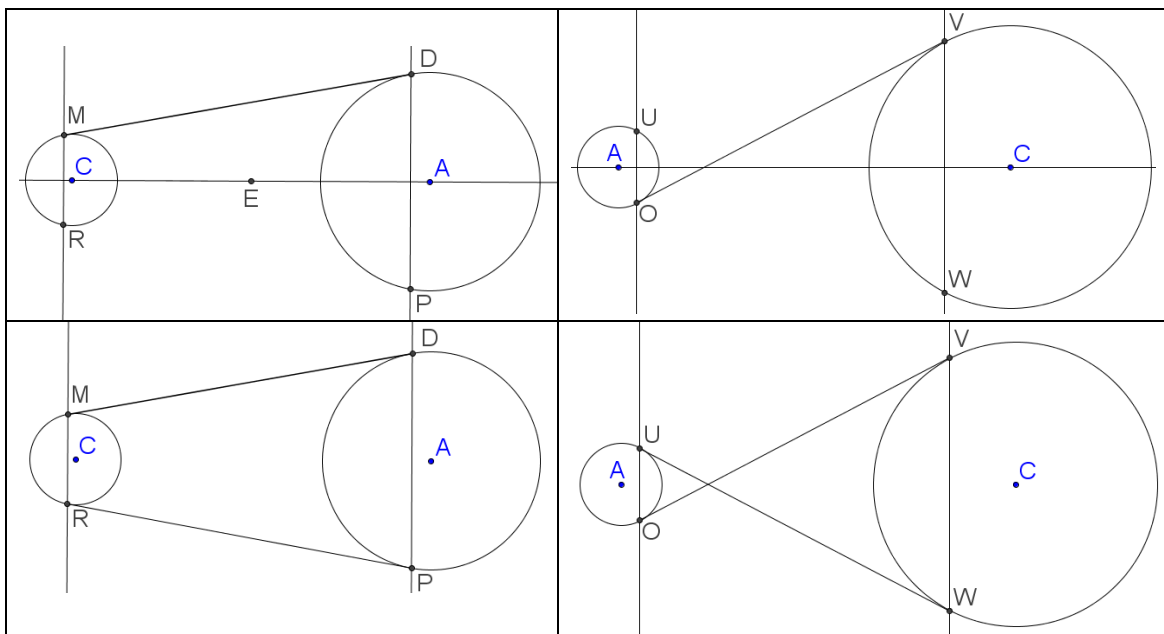
Sendo  $r$  o raio da circunferência menor e  $R$  o raio da circunferência maior, temos que a circunferência interior a circunferência maior deverá ter raio  $(R-r)$  para que a reta tangente a ela que passe pelo centro da circunferência menor seja paralela a reta que tangencie as duas circunferências.

No caso do sistema de polias inversas, o processo é praticamente o mesmo; a diferença é que construímos uma reta que passa pelo centro da circunferência menor que tangencia uma circunferência de raio  $(R+r)$  e, em seguida, construímos uma reta que seja paralela a essa reta e tangencie as circunferências de raio  $r$  e  $R$ .



**Figura 46: Construção de um sistema de polias inversas.**

Nos dois casos vemos que existem duas retas que tangenciam as duas circunferências. Assim, uma maneira de determinar a segunda tangente é considerar a reta que liga os dois centros como eixo de simetria e determinar o simétrico aos pontos de tangência em relação a esse eixo.

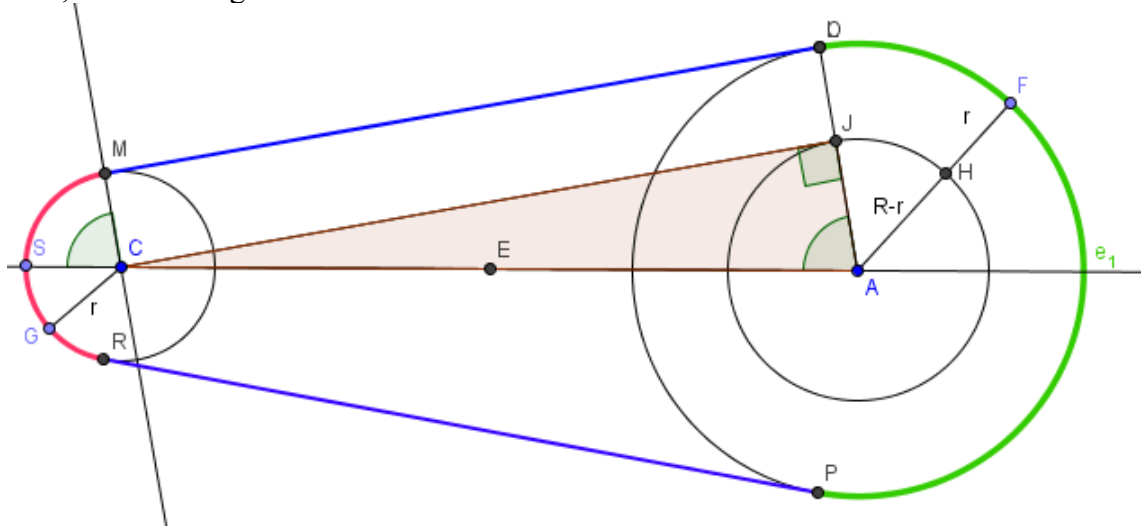


**Figura 47: As retas perpendiculares a reta que passa pelos centros A e C determinam com as circunferências os pontos de tangência e seus simétricos.**

## 2.4 Calculando a quantidade de correia de um sistema de polias

### 2.4.1 Sistema de polias diretas

A quantidade de correia que envolve estas polias pode ser obtida pela soma dos arcos RGM, DFP e os segmentos MD e PR.



**Figura 48:** A quantidade de correia de um sistema de polias diretas pode ser calculada desmembrando-a em quatro partes: dois arcos de circunferência de raios  $R$  e  $r$  e dois segmentos congruentes.

Para obtermos os comprimentos dos arcos, podemos determinar o ângulo através das razões trigonométricas. Por exemplo, se tivermos a distância entre os centros  $AC$  e o valor de  $R-r$ , podemos determinar o valor do cosseno do ângulo  $\hat{J}ÂC$ . Utilizando uma tabela de valores trigonométricos é possível determinar o valor aproximado do ângulo  $\hat{J}ÂC$  (para uma maior precisão pode-se utilizar uma calculadora científica).

O ângulo que determina o arco  $D\hat{F}P$  vale  $360^\circ - 2(\hat{J}ÂC)$  e conhecendo o raio  $R$  é possível determinar o valor do arco  $D\hat{F}P$ :

$$\begin{aligned} 360^\circ &\rightarrow 2\pi R \\ 360^\circ - 2(\hat{J}ÂC) &\rightarrow D\hat{F}P \end{aligned}$$

Como as retas  $CM$  e  $AJ$  são paralelas, temos que os ângulos  $\hat{J}ÂE$  e  $\hat{M}ĈS$  são ângulos correspondentes, e assim congruentes.

O ângulo que determina o arco  $M\hat{S}R$  vale  $2(\hat{J}ÂC)$  e conhecendo o raio  $r$  é possível determinar o valor do arco  $M\hat{S}R$ :

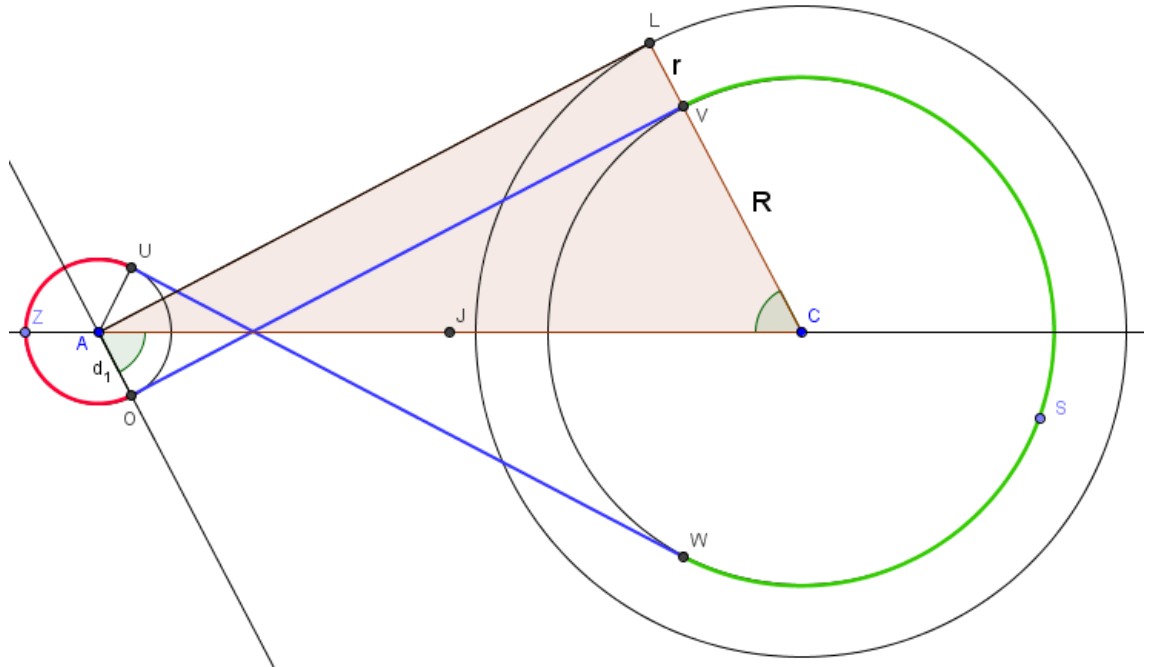
$$\begin{aligned} 360^\circ &\rightarrow 2\pi r \\ 2(\hat{J}ÂC) &\rightarrow M\hat{S}R \end{aligned}$$

Os segmentos  $MD$  e  $PR$  são congruentes ao segmento  $CJ$  que é o cateto de um triângulo retângulo em  $J$ , o outro cateto de medida  $R-r$  e hipotenusa  $AC$ .

$$\text{Assim } AC^2 = (R-r)^2 + CJ^2.$$

### 2.4.2 Sistema de polias inversas

A quantidade de correia que envolve estas polias pode ser obtida pela soma dos arcos  $\widehat{OZU}$ ,  $\widehat{WSV}$  e os segmentos VO e UW.



**Figura 49:** A quantidade de correia de um sistema de polias inversas pode ser calculada desmembrando-a em quatro partes: dois arcos de circunferência de raios R e r e dois segmentos congruentes.

Para obtermos os comprimentos dos arcos, podemos determinar o ângulo através das razões trigonométricas. Por exemplo, se tivermos a distância entre os centros AC e o valor de  $R+r$ , podemos determinar o valor do cosseno do ângulo  $\widehat{ACV}$ . Utilizando uma tabela de valores trigonométricos é possível determinar o valor aproximado do ângulo  $\widehat{ACV}$  (para uma maior precisão pode-se utilizar uma calculadora científica).

O ângulo que determina o arco  $\widehat{WSV}$  vale  $360^\circ - 2(\widehat{ACV})$  e conhecendo o raio R é possível determinar o valor do arco  $\widehat{WSV}$ :

$$\begin{aligned} 360^\circ &\rightarrow 2\pi R \\ 360^\circ - 2(\widehat{ACV}) &\rightarrow \widehat{WSV} \end{aligned}$$

Como as retas CV e OA são paralelas, temos que os ângulos  $\widehat{ACV}$  e  $\widehat{CAO}$  são ângulos alternos internos, e assim congruentes.

O ângulo que determina o arco  $\widehat{OZU}$  vale  $360^\circ - 2(\widehat{ACV})$  e conhecendo o raio r é possível determinar o valor do arco  $\widehat{OZU}$ :

$$\begin{aligned} 360^\circ &\rightarrow 2\pi r \\ 360^\circ - 2(\widehat{ACV}) &\rightarrow \widehat{OZU} \end{aligned}$$

Os segmentos  $OV$  e  $UW$  são congruentes ao segmento  $AL$  que é o cateto de um triângulo retângulo em  $L$ , o outro cateto de medida  $R+r$  e hipotenusa  $AC$ .

$$\text{Assim } AC^2 = (R + r)^2 + AL^2.$$

Observe que a justificativa das construções apresentadas neste capítulo baseia-se nos conceitos elementares da Geometria Plana: retas paralelas cortadas por transversal, comprimento da circunferência e o teorema de Pitágoras. Estes tópicos estão detalhados no Apêndice.

### **3. Relato dos experimentos**

Neste capítulo conheceremos os elementos que compõem o projeto “Oficina de Máquinas”, seu formato de aplicação, além do relato dos nove encontros realizados com alunos no Colégio Integral da cidade de São João da Boa Vista (SP).

#### **3.1 O projeto “Oficina de Máquinas”**

##### **3.1.1 Inquietações**

É cada vez mais notório uma certa acomodação por parte dos alunos em relação à forma que eles utilizam a informação que é obtida em sala de aula. As aulas tradicionais geralmente seguem um formato préestabelecido em que primeiramente é feita a explicação teórica e, a seguir, é realizada a resolução de exercícios. Na maioria das vezes, esta metodologia exige pouco ou nenhum raciocínio por parte do aluno, tornando-se assim apenas um processo mecânico. Esta também é a realidade do colégio onde foi aplicado o projeto.

Na tentativa de contornar a situação apresentada, propomos a implantação de um laboratório de ensino de matemática chamado “Oficina de Máquinas”, que é uma iniciativa de retomar em sala de aula a curiosidade e os esforços do aluno para resolver problemas de investigação, os quais requerem certo nível de raciocínio matemático para a obtenção das soluções.

Estes problemas foram apresentados aos alunos a partir da análise de mecanismos construídos por eles mesmos. Para esta análise, foi necessário estabelecer relações entre a experiência vivenciada e os conteúdos que estavam sendo apresentados durante as aulas regulares, provendo aos alunos exemplos concretos dos conteúdos de sala de aula na vida cotidiana.

Os mecanismos que permitiram a exploração de conteúdos matemáticos foram basicamente os sistemas de polias diretas e inversas e os trens de engrenagens. A partir deles, foram abordados: o teorema de Pitágoras, o comprimento de uma circunferência, as grandezas direta e inversamente proporcionais e outros conteúdos que surgiram na seqüência das discussões realizadas.

##### **3.1.2 A estrutura do projeto**

O projeto “Oficina de Máquinas”, realizado do colégio Integral de São João da Boa Vista, contou com a participação de 20 alunos do ensino médio que foram divididos em cinco grupos de quatro alunos. Cada grupo era formado por elementos de séries diferentes, o que possibilitou a integração dos conteúdos aprendidos durante as aulas regulares.

Esses grupos participaram de nove encontros sendo que o primeiro foi realizado na sala de informática do colégio; do segundo ao sexto encontro, os alunos participaram a cada semana de uma das oficinas programadas e, na segunda parte desses encontros, discutiram detalhes da elaboração de seus projetos finais. O sétimo encontro foi inteiramente dedicado à confecção de seus projetos.

No oitavo encontro, os alunos tiveram a oportunidade de expor suas impressões a respeito do projeto em uma mesa redonda que contou com a presença do professor orientador e, no último encontro, foi realizado um evento no qual os alunos apresentaram para a comunidade escolar os projetos que eles construíram.

Durante esses encontros as atividades apresentaram-se essencialmente práticas; os alunos foram agentes ativos no processo de construção do conhecimento, trabalhando com atividades em grupo, com a leitura de livros e realizando experimentos práticos, tais como o manuseio de instrumentos de desenho geométrico e a construção e análise de mecanismos produzidos pelos integrantes.

### **3.1.2.1 O ambiente de trabalho**

A sala de aula utilizada era um ambiente diferente do que os alunos estavam acostumados, ou seja, as carteiras não se encontravam enfileiradas, mas dispostas em forma de grupos de maneira que os alunos tivessem espaço para participar ativamente de cada oficina que era vivenciada. Os grupos mudavam de posição a cada semana, mas o local de cada uma das oficinas era mantido e, dessa forma, ocorria a mudança da visão do aluno em relação ao ambiente de sala de aula a cada novo encontro.

### **3.1.3 As Oficinas**

Seguindo um calendário que foi apresentado aos grupos no momento de sua formação, a cada semana havia um rodízio de temas entre os grupos. Cada grupo participava de uma oficina diferente durante a primeira metade do encontro e, na segunda metade, eles realizavam a discussão sobre a elaboração de um projeto específico proposto por eles mesmos, o qual seria apresentado na finalização dos encontros do projeto “Oficina de Máquinas”.

Esse calendário foi elaborado de forma que todas as oficinas pudessem ser realizadas durante um mesmo encontro, mas cada uma delas por um grupo diferente. A cada semana essa ordem de atribuição de oficinas aos grupos era permutada de forma que, após realização de cinco encontros nesse formato, todos os grupos passariam por cinco oficinas envolvendo o estudo de polias e engrenagens:

- Resolução de exercícios de vestibulares;
- Construção com instrumentos de desenho;
- Estudo de mecanismo do dia a dia (bicicleta);
- Utilização do kit industrializado MARKLIN;
- Utilização de material industrializado K'nex.

#### **3.1.3.1 Resolução de exercícios de vestibulares**

Essa oficina direcionava-se à resolução de exercícios de vestibulares contendo questões de diferentes níveis de dificuldade e diferentes níveis de estrutura (aberto ou fechado). Nela privilegiava-se a discussão dos exercícios e a contribuição que o conhecimento de cada elemento das diferentes séries agregou ao grupo.

Durante o período de aplicação do projeto, os assuntos abordados nas aulas regulares foram: Geometria Plana (1ª série), Trigonometria (2ª série) e Geometria Analítica (3ª série) e, dessa forma, ocorreu o surgimento de diferentes estratégias para a resolução dos exercícios enriquecendo a qualidade das discussões dos mesmos.

Os exercícios presentes nessas listas não eram triviais, e os conceitos matemáticos que deveriam ser utilizados para a sua resolução não estavam explícitos no enunciado, valorizando assim o espírito investigativo dos estudantes e incentivando o raciocínio lógico e não a simples aplicação de fórmulas e os exercícios de repetição.

### 3.1.3.2 Construção com instrumentos de desenho

Na atividade de construção com instrumentos de desenho geométrico, os alunos utilizaram régua, compasso, jogo de esquadros e transferidor. Nela eles aprenderam a manusear esses instrumentos e a explorar matematicamente um esboço gráfico.

Os alunos estudaram casos de tangência para a construção de sistemas de polias diretas e inversas e realizaram o cálculo da quantidade de correia que compõem tais sistemas.

### 3.1.3.3 Estudo de mecanismo do dia a dia (bicicleta)

A bicicleta é uma ferramenta muito interessante para o estudo do fator de transmissão de sistemas ligados por uma corrente e rodas dentadas.

Cada grupo levou sua própria bicicleta como elemento de estudo. O grupo determinou o número de marchas da bicicleta a partir da combinação entre a pedaleira e o pinhão, determinou os fatores de transmissão possíveis e os seus respectivos rendimentos. Para os extremos, ou seja, para o melhor e o pior rendimento, eles determinaram qual seria o tamanho de uma roda motriz equivalente para um velocípede com o mesmo rendimento.

### 3.1.3.4 Utilização do kit industrializado MARKLIN

O Marklin é um kit pedagógico industrializado, produzido na Alemanha, constituído de peças de metal entre elas polias e engrenagens. Por ser um produto muito antigo (o utilizado na presente pesquisa foi adquirido em 1952), teve de ser utilizado com muita cautela e com o auxílio de chaves de fenda e alicates em seu manuseio.



Figura 50: Peças do kit industrializado MARKLIN.

Existe uma infinidade de mecanismos que podem ser construídos com o Marklin, mas foi priorizado nessa oficina mecanismos que puderam ser inicializados e finalizados durante o tempo de duração da oficina. A construção com o kit Marklin foi feita a partir da observação da imagem (gravura) do objeto construído e essa análise



necessitou muita discussão e atenção por parte dos envolvidos que, em alguns casos, precisaram fazer adaptações para tornar possível essa construção.

### 3.1.3.5 Utilização de material industrializado K'nex

O kit industrializado (de origem americana) foi adquirido para a sua aplicação no presente projeto. Esse kit pedagógico tem entre suas peças várias polias e engrenagens e as peças se encaixam de maneira bem simples sendo essa uma vantagem em relação ao kit Marklin.



Figura 51: Peças do kit industrializado K'nex.

As construções dos mecanismos com o K'nex eram acompanhadas de um roteiro de construção. Após a construção do mecanismo, os alunos interagem com o mesmo realizando um estudo sobre os fatores de transmissão, os mecanismos impulsor e seguidor e os efeitos do movimento. Em alguns casos essas variáveis puderam ser alteradas, através de adaptações na construção inicial.

### 3.1.4 O projeto final de cada grupo

Cada grupo foi responsável pela confecção de um mecanismo articulado, no qual tiveram autonomia para escolher o tema desejado, desde que utilizasse os conceitos trabalhados durante o decorrer das oficinas. Para poder acompanhar as etapas da criação de seus projetos, na segunda parte de cada encontro os grupos se reuniam para realizar discussões a respeito dos detalhes de cada tema e, dessa forma, foi possível ter ciência da evolução dos grupos.

A cada encontro, pode ser percebido um incremento no vocabulário matemático dos alunos, assim como um amadurecimento na qualidade das discussões. Outro fator a ser destacado foram as interações realizadas entre o professor e os alunos e a importante contribuição do professor de Física presente em praticamente todos os encontros. A interação entre as disciplinas acarretou com que os alunos entendessem o projeto de maneira interdisciplinar, favorecendo o crescimento intelectual dos estudantes.

Para a realização de tal objetivo, os alunos precisaram conhecer o funcionamento dos elementos que permitisse a sua construção, assim como a relação do fator de transmissão e seus efeitos matemáticos. Durante o processo, o professor

realizou atividades que auxiliaram os alunos a formalizar os conhecimentos teóricos, visando a elaboração do mecanismo por eles planejado.

#### 3.1.4.1 Discussão dos projetos

Nessa parte do encontro, o professor atuou como um moderador das discussões, avaliando as ideias quanto a sua viabilidade, verificando se as discussões eram produtivas, sugerindo leituras e temas, e acompanhando o processo de produção de cada grupo.

Os alunos procuraram por ideias para seus projetos específicos em livros e revistas que foram disponibilizadas na sala em que o projeto foi realizado. Com os temas definidos, eles precisaram definir quais deveriam ser os materiais que eles utilizariam e quais os detalhes para a produção do mecanismo idealizado.

#### 3.1.4.2 Materiais de baixo custo

A proposta apresentada aos alunos foi a de que eles construíssem mecanismos funcionais e, principalmente, que pudessem ser construídos com materiais de baixo custo, acessíveis a outras escolas que quisessem realizar experimentos análogos e que serviriam como apoio teórico para aulas regulares.

Entre os materiais de baixo custo que foram utilizados destaca-se o EVA (pois tem fácil manuseio, limpeza e durabilidade), cola para EVA, tesoura, percevejos, tachinhas, canudos, palitos de madeira, barbante, fio dental (pois é fino e resistente) e materiais de desenho geométrico: régua, compasso e jogo de esquadros.



Figura 52: Exemplos de materiais de baixo custo.

#### 3.1.5 Atividades virtuais

Complementando as atividades presenciais, algumas atividades assíncronas foram realizadas pelos alunos durante as semanas em que o projeto se desenvolvia. Essas atividades destinavam-se a complementar os assuntos tratados nos encontros, através de fóruns de discussão, lições virtuais com as devidas orientações do professor, disponibilização de material teórico utilizado em sala de aula e troca de mensagens, encurtando assim a distância geográfica entre os elementos envolvidos.

### 3.1.5.1 Plataforma Moodle

A plataforma de educação a distância “Oficina de Máquinas” foi hospedada no site [www.escolananet.com](http://www.escolananet.com). Esta plataforma de educação a distância é rica de recursos que foram amplamente utilizados:

- os materiais usados pelos grupos encontravam-se disponibilizados na plataforma de educação a distância (folhas de atividades);
- o cronograma das atividades presenciais;
- leituras que complementaríamos as discussões de sala de aula ampliando as opções de sugestão de temas aos grupos;
- vídeos mostrando o funcionamento de cada mecanismo abordado durante as oficinas realizadas para futura análise;
- fóruns de discussões onde os elementos puderam conhecer aplicações dos mecanismos em seu cotidiano e realizar comentários sobre os mesmos. Seus temas surgiam a partir do desenvolvimento das discussões em sala de aula;
- lições virtuais em que os alunos, utilizando-se da orientação do professor, construíam simulações de certos mecanismos onde podiam interagir com os mesmos e fazer inferências sobre as construções. Essas lições estavam fundamentadas nas atividades desenvolvidas na oficina de construção com instrumentos de desenho geométrico (GeoGebra).

### 3.1.5.2 GeoGebra

Exceto pela atividade inicial, as atividades individuais realizadas com o uso do *software* GeoGebra foram realizadas em momentos não presenciais. A atividade inicial foi realizada durante o primeiro encontro, no qual foi apresentada a plataforma de educação a distância, o *software* GeoGebra e suas ferramentas.

Essas atividades foram planejadas para que os alunos pudessem realizá-las individualmente e a distância através de um roteiro didático com explicações passo a passo disponibilizadas na plataforma Moodle.

As atividades consistiram na construção de um sistema de polias diretas e um sistema de polias inversas onde o aluno pôde variar os raios e analisar o que ocorre quando essas polias eram colocadas em movimento.

### 3.1.5.3 Lições virtuais

Na plataforma “Oficina de Máquinas” foram desenvolvidas sete lições virtuais, disponibilizadas gradualmente, durante o desenvolvimento do projeto.

Essas lições continham orientações de utilização do *software* GeoGebra para possibilitar a construção de sistemas de polias diretas e inversas dotadas de movimento e coerentes com os mecanismos reais. A vantagem da utilização desse *software* para as construções descritas é a utilização da geometria dinâmica como elemento de estudo, pois ele permite realizar alterações nas medidas utilizadas, respeitando-se as propriedades do mecanismo.

A cada lição abordada era criado um novo arquivo relacionado na construção anterior e, a partir dele, foram realizados melhoramentos na mesma.

As lições realizadas abordaram os seguintes assuntos:

- Avaliação inicial dos conceitos utilizando o ambiente virtual;

- Primeira utilização do *software* livre GeoGebra: Conhecendo a ferramenta seletor;
- Construção de um sistema de polias diretas;
- Movimentando o sistema de polias diretas;
- Construção de um sistema de polias inversas;
- Movimentando o sistema de polias inversas;
- Avaliação final dos conceitos utilizando o ambiente virtual.

Em todas as lições, a responsabilidade pela inserção do arquivo na plataforma Moodle era do aluno para futura avaliação, além de postar comentários sobre suas impressões em relação à atividade virtual.

### 3.1.6 Documentação das atividades

Devido à grande quantidade de encontros realizados, ocorreram situações importantes em várias delas e a documentação dos encontros permitiu que esses fatos fossem descritos com certo grau de detalhe. Os instrumentos para documentar os encontros foram: relatórios feitos pelos alunos, gravações de vídeo realizadas durante os encontros, gravações de áudio realizadas após cada encontro e fotografias tiradas.

#### 3.1.6.1 Relatórios

Durante os encontros as oficinas realizadas foram relatadas por cada grupo com suas devidas conclusões. O grupo elegia semanalmente um relator e esse era responsável por descrever os acontecimentos e discussões de seu grupo, assim como o andamento de seu projeto. Dessa forma, todos os elementos do grupo puderam treinar a produção de textos e com isso expor suas impressões com suas próprias palavras. Este relato era feito em uma folha padronizada. No decorrer deste capítulo, os relatórios dos grupos em cada encontro encontram-se transcritos na íntegra, podendo assim verificar os diferentes estilos de redação e maturidade na produção de texto a cada relatório.

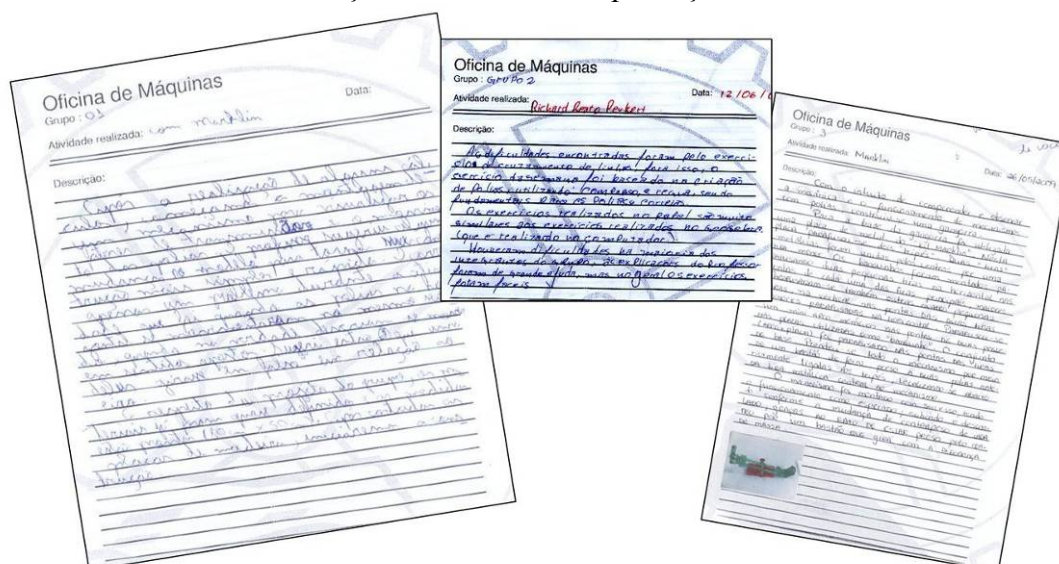


Figura 53: Relatórios elaborados pelos alunos durante a execução do projeto.

### 3.1.6.2 Folhas de exercícios e de desenho

Essas folhas, também padronizadas, foram utilizadas para a resolução de exercícios e para a representação de elementos gráficos. Optamos por essa padronização aumentando assim o comprometimento com o projeto, valorizando-o visualmente e enfatizando aos alunos que seus trabalhos não deveriam ser entregues de qualquer forma.

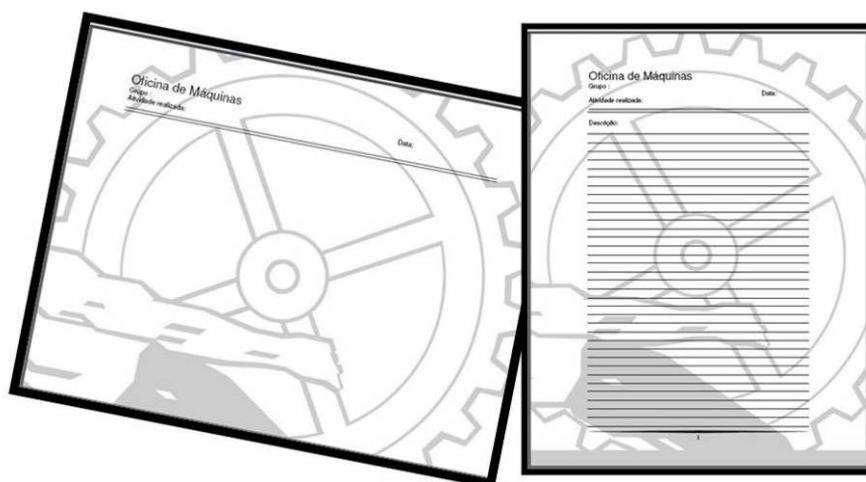


Figura 54: Folhas para resolução de exercícios e elaboração dos relatórios.

### 3.1.6.3 Vídeos e fotografias

A filmagem dos vídeos e as fotografias tiradas ficaram sobre a responsabilidade de um aluno da terceira série, colaborador do projeto. Ele esteve presente em todos os encontros e desempenhou brilhantemente a função a qual foi designado. Esse tipo de documentação auxiliou a organizar cronologicamente os eventos ocorridos e, em casos necessários, os vídeos foram utilizados para ouvir trechos de conversas entre os elementos envolvidos.

### 3.1.7 Os grupos

Os cinco grupos formados pelos participantes do projeto foram constituídos por quatro alunos, das diferentes séries do ensino médio. Essa opção foi feita para que houvesse cooperação e integração entre os elementos dos grupos. A opção pelo tamanho de cada grupo facilitou a observação, por parte do professor, do trabalho que estava sendo realizado. Com esse formato, todos os alunos participaram ativamente, sem que houvesse desigualdade nos esforços.

#### 3.1.7.1 Os alunos envolvidos

A partir de uma breve apresentação dos objetivos do projeto nas salas de aula do colégio Integral de São João da Boa Vista, obtivemos uma adesão de 69 alunos, dos quais, como combinado, foram sorteados 20 alunos que participaram do projeto.

Os alunos sorteados serão identificados de acordo com a seguinte listagem:  
Alunos da primeira série:

- Ana B. (1ª série)
- Ana M. (1ª série)
- Bárbara (1ª série)
- João N. (1ª série)
- Lucas (1ª série)
- Marcelo (1ª série)

Alunos da segunda série:

- Alfredo (2ª série)
- Augusto (2ª série)
- João P. (2ª série)
- Nathalia (2ª série)
- Pedro (2ª série)
- Renata (2ª série)
- Richard (2ª série)

Alunos da terceira série:

- Alan (3ª série)
- Eliane (3ª série)
- Jennifer (3ª série)
- João G. (3ª série)
- João R. (3ª série)
- Matheus (3ª série)
- Raphaela (3ª série)

O aluno João M. (3ª série) também participou do projeto como colaborador, auxiliando na documentação em vídeo e nas fotografias dos encontros.

### 3.2 Os encontros

Os encontros foram realizados semanalmente às quartas-feiras durante os meses de maio e junho de 2009 e sua finalização ocorreu no início de outubro do mesmo ano, com uma apresentação dos trabalhos produzidos pelos grupos, totalizando assim nove encontros presenciais.

O professor de Física Juliano Nicolau Matos esteve presente em todos os encontros e sua participação foi muito importante para o projeto.

Será feita agora a descrição detalhada de cada encontro, seguindo a seguinte estrutura:

- Início do encontro com explicações comuns a todos os participantes;
- Descrição das atividades realizadas durante a primeira parte do encontro por cada um dos grupos incluindo seus relatórios da atividade;
- Breve comentário da segunda parte do encontro localizando a discussão e a elaboração do projeto final.
- Lição virtual realizada após o final do encontro em momento não presencial.

Em alguns momentos dessa descrição destacaremos os comentários realizados pelos alunos na plataforma de educação a distância, assim como uma análise dos mesmos. Optamos nesta pesquisa por apresentar apenas os comentários que evidenciaram a aquisição de significado dos conteúdos de matemática por parte do aluno.

### 3.2.1 Primeiro encontro

O início das atividades da “Oficina de Máquinas” ocorreu no dia 6 de maio de 2009 e, nesse encontro, os alunos puderam conhecer alguns elementos teóricos para iniciar o estudo dos mecanismos articulados. De comum acordo foram definidos os grupos e estabelecidas a postura que os alunos precisaram ter durante os encontros subsequentes.

Durante esse encontro os alunos tiveram seu primeiro contato com a plataforma Moodle e com o *software* GeoGebra, realizaram uma avaliação inicial dos principais conceitos e, ao final desse encontro, foi disponibilizada a primeira tarefa virtual para que os alunos pudessem realizá-la na plataforma virtual, em momento não presencial.

#### 3.2.1.1 Conceitos Iniciais e formação dos grupos

Esse encontro ocorreu no laboratório de informática do colégio, sala esta equipada com computadores em número suficiente para todos os vinte participantes. A sala era equipada com *data show* e uma tela de apresentação onde foi possível projetar as informações desejadas para que todos pudessem visualizá-las. Em todos os computadores encontrava-se devidamente funcionando o *software* GeoGebra e estes estavam com conexão de acesso a internet.



**Figura 55: Alunos conhecendo o ambiente virtual de aprendizagem acompanhando as orientações projetadas na tela de apresentação instalada na frente da sala.**

Durante a primeira parte do encontro, foi feita uma explicação aos alunos da importância do projeto, da seriedade de como ele deveria ser tratado por eles e os compromissos que eles estariam assumindo ao participarem do projeto. Cada aluno recebeu uma cópia de um termo de responsabilidade que foi assinado pelos mesmos e devolvido ao professor. Sempre que o aluno desejasse ter acesso às informações relevantes ao projeto disponíveis nesse documento, eles poderiam acessá-lo na plataforma virtual onde o mesmo encontrava-se disponível.

Fizemos a leitura do termo de responsabilidade que especificava que o aluno se comprometeria a frequentar assiduamente aos encontros que ocorreriam às quartas-feiras, num total de oito encontros com duração de duas horas semanais.

Neste termo de compromisso discriminava-se que os alunos deveriam elaborar um projeto de sua autoria, que fizesse utilização dos conhecimentos matemáticos adquiridos e que estivesse relacionado com as atividades vivenciadas durante as oficinas, e que fosse elaborado com materiais de baixo custo.

Foi bem frisado durante esse encontro a importância da assiduidade nos encontros, pois a cada semana sua experiência seria única e não seria repetida, assim caso ocorresse a ausência de algum aluno, esse fato seria prejudicial a ele e ao seu

grupo. Além da assiduidade, seria de responsabilidade do aluno a conservação dos materiais utilizados e manutenção do ambiente de estudo organizado durante os encontros. Eles também deveriam realizar as atividades disponibilizadas no site [www.escolananet.com](http://www.escolananet.com), respeitando rigorosamente suas datas de entrega.

Este documento especificava que os encontros seriam vídeo documentados e solicitava que os alunos não se incomodassem com a câmera e nem interferissem prejudicialmente na mesma, agindo com naturalidade.

Sendo parte integrante de um dos grupos, o aluno deveria se comportar como tal, participando ativamente do mesmo, colaborando na elaboração dos relatórios, na execução das atividades e na discussão do projeto final.

O projeto final deveria conter os relatórios dos encontros, as construções realizadas com os instrumentos de desenho geométrico, as soluções dos exercícios propostos, as atividades virtuais realizadas e uma descrição do mecanismo construído por eles contendo esboços, dimensões, a razão de sua construção e a descrição do processo de elaboração do projeto. Juntamente com essas atividades, cada grupo deveria entregar o mecanismo construído e realizar uma apresentação expositiva do mesmo.

Através do termo de compromisso os alunos também puderam acompanhar a programação dos encontros com suas respectivas datas e qual oficina cada grupo iria realizar a cada semana.

Finalizada a leitura fizemos a divisão dos alunos em grupos de forma que cada grupo fosse necessariamente composto por elementos de séries diferentes, que um dos elementos possuísse uma bicicleta, que pudesse trazê-la no dia previamente determinado, lembrando que o número de elementos por grupo limitava-se a quatro.

Seguindo essas condições, surgiram assim os seguintes grupos:

O grupo 1 formado pelos alunos Lucas (1ª série), João P. (2ª série), Eliane (3ª série) e João G. (3ª série).



**Figura 56: Elementos do grupo 1.**

O grupo 2 formado pelos alunos Ana M. (1ª série), Nathalia (2ª série), Richard (2ª série) e Raphaela (3ª série).



**Figura 57: Elementos do grupo 2.**



O grupo 3 formado pelos alunos Marcelo (1ª série), Renata (2ª série), Pedro (2ª série) e Alan (3ª série).



**Figura 58: Elementos do grupo 3.**

O grupo 4 formado pelos alunos Bárbara (1ª série), João N. (1ª série), Augusto (2ª série) e Matheus (3ª série).



**Figura 59: Elementos do grupo 4.**

O grupo 5 formado pelos alunos Ana B. (1ª série), Alfredo (2ª série), Jennifer (3ª série) e João R. (3ª série).



**Figura 60: Elementos do grupo 5.**

A seguir, iniciamos uma apresentação expositiva para introduzir aos grupos os conceitos principais relacionados a correias, engrenagens e fator de transmissão.

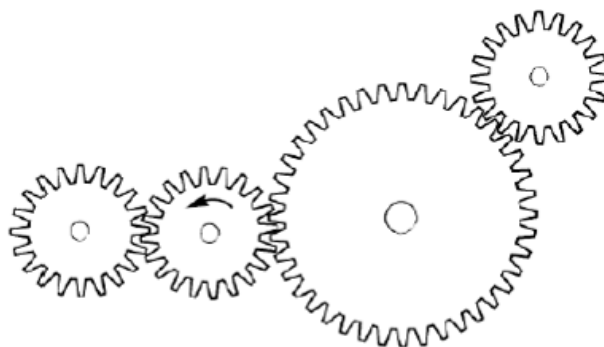
A primeira tela da apresentação ressaltava os materiais que eles deveriam trazer durante os encontros (régua, compasso, tesoura, bicicleta). Depois foi feito um panorama das atividades que iriam realizar, entre elas: leituras relacionadas e construção de mecanismo com a utilização de material de baixo custo, destacando que este deveria utilizar-se de conceitos estudados durante os encontros.

Tivemos então uma breve apresentação das oficinas que seriam feitas durante cada encontro e, neste momento, as oficinas foram subdivididas em seis temas:

- Resolução de exercícios de vestibulares;
- Construção com instrumentos de desenho;
- Estudo de mecanismo do dia a dia (bicicleta);

- Utilização do kit industrializado MARKLIN;
- Utilização de material industrializado K'nex;
- Exploração dos recursos em ambiente virtual.

Continuando com a exposição inicial, foi projetado um sistema de engrenagens e assim alguns conceitos foram introduzidos aos alunos; o conceito de fator de transmissão, o sentido de rotação das engrenagens e os fatores que interferem no aumento ou redução do movimento em função das engrenagens.

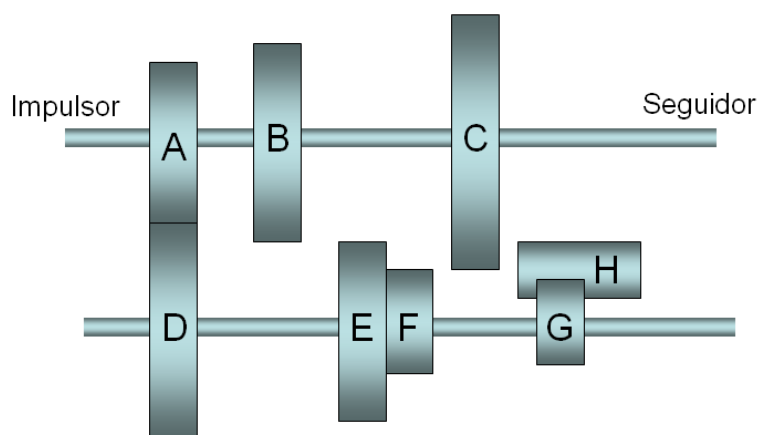


**Figura 61:** Exemplo de um trem de engrenagem utilizado para introduzir conceitos.

A seguir, a partir de um exemplo de um mecanismo controlado por uma alavanca que causava a inversão do movimento, formalizando o conceito de mecanismo impulsor e seguidor.

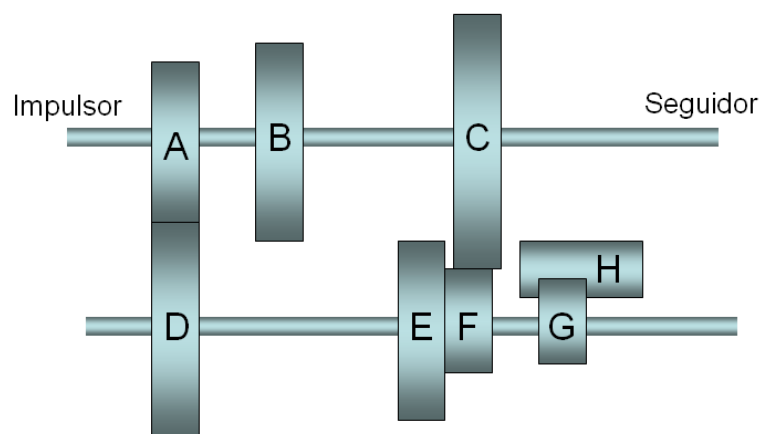
Estudamos então maneiras de se conseguir um fator de transmissão muito alto e um fator de transmissão muito baixo, assim como as situações que são inviáveis em exemplos reais e como poderíamos contornar esse problema utilizando-se de um sistema que contivesse polias solidárias.

Com um exemplo simplificado do motor de um carro, foi possível entender o funcionamento da primeira marcha, a segunda marcha e a marcha ré (Figuras 62 a 64). Sendo a engrenagem A o impulsor, a engrenagem D girará no sentido contrário a A, mas o carro não andará, pois as engrenagens E, F e G giram sem estar engrenadas em nenhuma outra que produziria o movimento do carro.



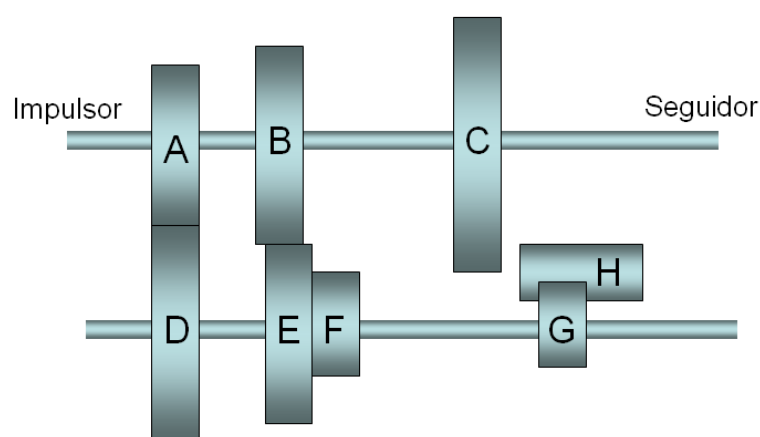
**Figura 62:** Representação de um carro com duas marchas em ponto morto.

Na primeira marcha, a engrenagem A gira em um sentido, digamos o horário, enquanto as engrenagens D e F, por estarem no mesmo eixo, giram no sentido anti-horário (Figura 63). Como C está engrenado em F, C girará no sentido horário, fazendo o carro se movimentar para frente. Como F é menor que C, o fator de transmissão é baixo.



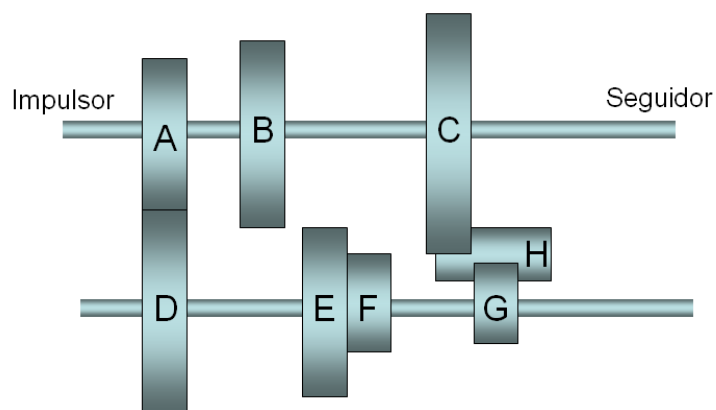
**Figura 63: Representação de um carro com duas marchas engatado na primeira marcha.**

Na segunda marcha, a engrenagem A gira em sentido horário enquanto as engrenagens D e E, por estarem no mesmo eixo, giram no sentido anti-horário (Figura 64). Como B está engrenado em E, B girará no sentido horário fazendo o carro se movimentar para frente. Sendo E quase do tamanho de B, o fator de transmissão é maior do que o da primeira marcha, facilitando o movimento.



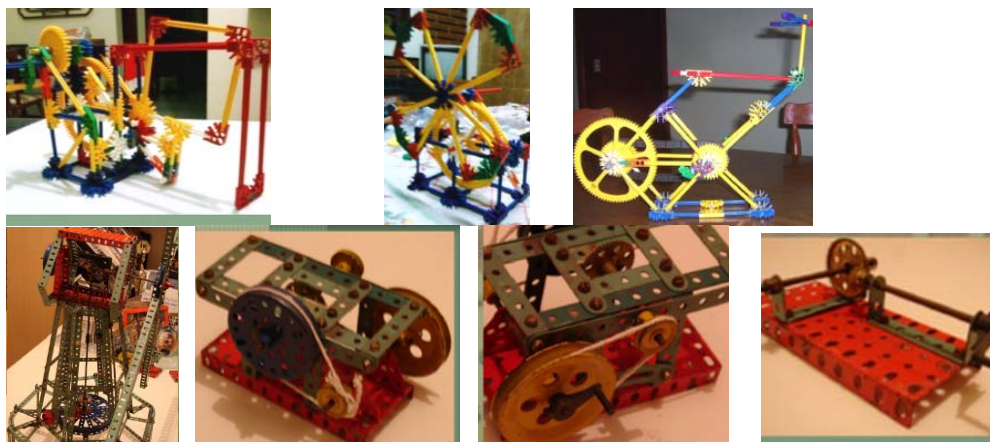
**Figura 64: Representação de um carro com duas marchas engatado na segunda marcha.**

Na marcha ré, a engrenagem A gira em sentido horário enquanto as engrenagens D e G por estarem no mesmo eixo, giram no sentido anti-horário (Figura 65). Como G está engrenado em H, H girará no sentido horário e estando H engrenado em C, C girará no sentido anti-horário fazendo o carro se movimentar para trás. Como G e H são menores que C o fator de transmissão é baixo o que requer certo esforço para o seu movimento.



**Figura 65:** Representação de um carro com duas marchas engatado na marcha ré.

Na sequência dos *slides*, assistimos a alguns vídeos das construções que seriam feitas durante as oficinas com os kits Marklin e K'nex. A intenção era descobrir quais seriam os impulsores e os seguidores de cada um deles e se o mecanismo iria aumentar ou reduzir o movimento.



**Gráfico 1:** Exemplos de construções com os kits Marklin e K'nex.

Vimos que o fator de transmissão por um sistema de polias e correias pode ser obtido pela razão entre os ângulos rodados pelas duas polias, e que essa razão é inversamente proporcional aos seus raios. A partir de uma variedade de sistema de polias diretas e inversas determinamos os seus fatores de transmissão, os sentidos de rotação e decidimos se essas relações representavam um aumento ou diminuição no movimento.

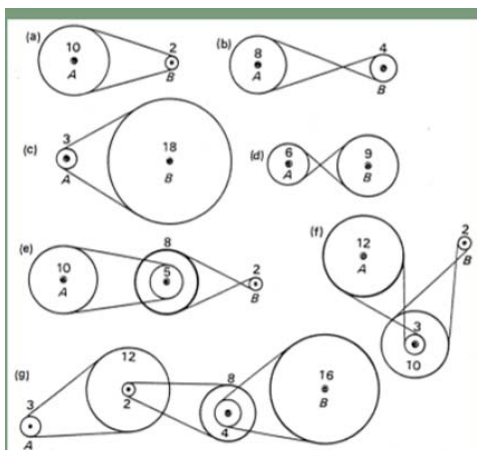


Figura 67: Sistemas de polias diretas e inversas estudados durante o primeiro encontro.

Para introduzir o conceito de rendimento de uma bicicleta, conhecemos alguns diferentes tipos de bicicletas e de que forma estudaríamos os mesmos.



Figura 68: Bicicletas de tipos variados como objeto de estudo.

A partir da visualização de mecanismos construídos com o GeoGebra e interagindo com os mesmos os alunos puderam ter idéia do que eles poderiam fazer com a utilização desse tipo de *software* e perceberam que para conseguir utilizá-lo de forma correta é importante conhecer as o procedimento para realizar essas construções, daí a utilização dos instrumentos de régua e compasso.

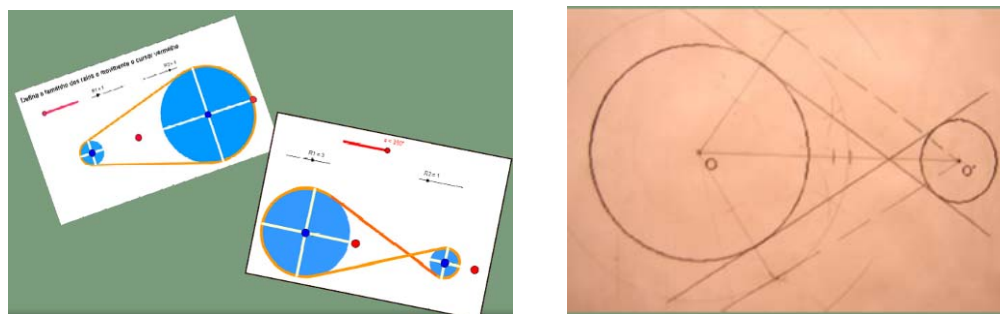


Figura 69: Modelos de sistemas de polias diretas e inversas construídos com a utilização do software GeoGebra e com régua e compasso.

Finalizando a apresentação expositiva estudamos alguns vídeos de mecanismos articulados por sistemas de correias. O primeiro deles foi feito na cidade de Bento Gonçalves em um barracão movido por uma roda d'água que moía grãos e com eles era produzido macarrão. Os outros vídeos eram de mecanismos em miniatura que foram gravados em um museu chamado Mundo a vapor na cidade de Gramado.



Figura 70: Vídeos estudados pelos alunos mostrando exemplos de aplicação dos mecanismos no cotidiano.

### 3.2.1.2 Avaliação inicial realizada em ambiente virtual

A atividade virtual foi realizada em sala de aula durante o encontro. Os alunos fizeram o cadastro na plataforma “Oficina de Máquinas”, hospedada no site [www.escolananet.com](http://www.escolananet.com), e a seguir realizaram a primeira atividade virtual que consistia em uma avaliação prévia dos conceitos apreendidos pelos alunos. Nessa avaliação os alunos puderam interagir com uma construção do GeoGebra disponível na plataforma e responderam aos questionamentos relacionados ao fator de transmissão do mecanismo analisado.

Os alunos foram instruídos a acessar o site “Escola na net” ([www.escolananet.com](http://www.escolananet.com)) e, feito isto, eles precisaram realizar um cadastro para que fosse permitida sua entrada no site, pois o mesmo requer nome de usuário e senha. O cadastro é extremamente simples e após seu término é permitida a sua entrada no site.

Figura 71: Tela de cadastramento dos alunos no site Escola na net.

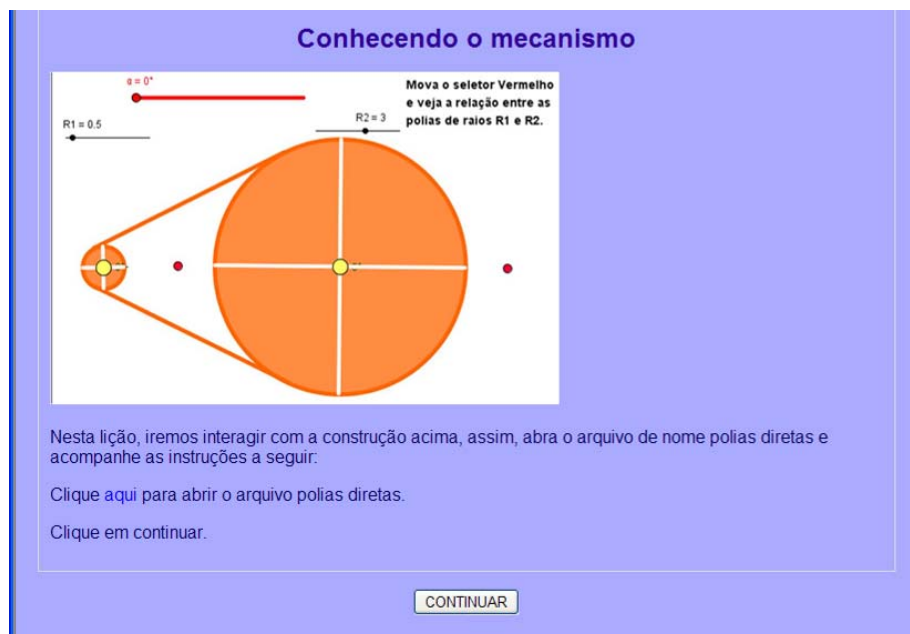
Assim que realizaram o acesso a plataforma, os alunos procuraram a seção “*categoria de cursos*” e clicaram no link “*Prof. Jayme Alves*”. Feito isso, eles foram direcionados a uma tela com os nomes de cursos existentes na mesma e localizando o link “*Oficina de máquinas*”, realizaram a inscrição no curso, cuja senha requisitada apenas no primeiro acesso é OFICINA.

Figura 72: Tela de abertura da plataforma virtual “Oficina de Máquinas”.

Nesse primeiro acesso, os alunos puderam se familiarizar com a plataforma e conhecer os arquivos disponíveis a eles até o momento. Entre os arquivos acessados pelos alunos, estavam um arquivo PDF contendo a apresentação realizada na primeira parte do encontro, o regulamento de participação, as fichas de relatório e de desenho, os vídeos de alguns mecanismos, algumas das leituras sugeridas e a atividade de avaliação inicial dos conceitos.

Clicaram então na atividade chamada “Atividade inicial – Sistema de polias diretas”. Com a atividade iniciada, os alunos tiveram vinte minutos para a realização da mesma e caso o tempo para a realização da atividade fosse superior ao tempo citado, eles deveriam realizar uma nova tentativa. Os alunos realizaram essa atividade com sucesso na primeira tentativa utilizando-se de um tempo que variou entre 12 minutos e 19 minutos do tempo disponível.

Na atividade era apresentada uma figura obtida a partir do *software* GeoGebra representando um sistema de polias diretas e devido a limitações da plataforma a interação com o arquivo do GeoGebra na mesma tela não era possível, e dessa forma o aluno era requisitado a clicar na figura para que o aplicativo em que se pudesse interagir fosse aberto em uma outra janela.



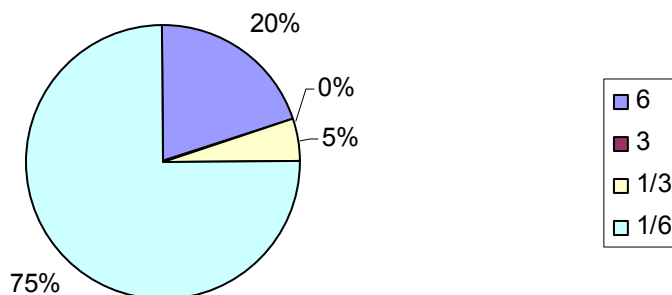
**Figura 73:** Início da atividade: ao clicar na figura apresentada o arquivo interativo abre em outra janela.

Alguns alunos ficaram um pouco confusos nesta parte, pois tentavam interagir diretamente na imagem e reclamavam que o mecanismo não estava funcionando, instruí-los assim a maneira correta para habilitar o mecanismo.

Com o arquivo aberto o aluno acompanhou as instruções fornecidas pela plataforma. Neste arquivo existiam três seletores, barras onde o aluno pôde alterar os valores de algumas informações do mecanismo, que podiam variar os raios R1 (raio da polia da esquerda que variava de 0,1 até 5), R2 (raio da polia da direita que variava de 0,1 até 5) e o ângulo  $\alpha$  (responsável por rotacionar as polias e variava de  $0^\circ$  até  $360^\circ$ ).

A primeira questão os instruiu a modificar os valores de R1 e R2 para 0,5 e 3 respectivamente, variar o seletor  $\alpha$  e verificar qual era o fator de transmissão de R1 para R2. Existiam quatro opções de resposta onde a correta era  $1/6$ .

Dos vinte alunos, quinze responderam a questão corretamente, quatro colocaram 6 como resposta e apenas um respondeu  $1/3$ .

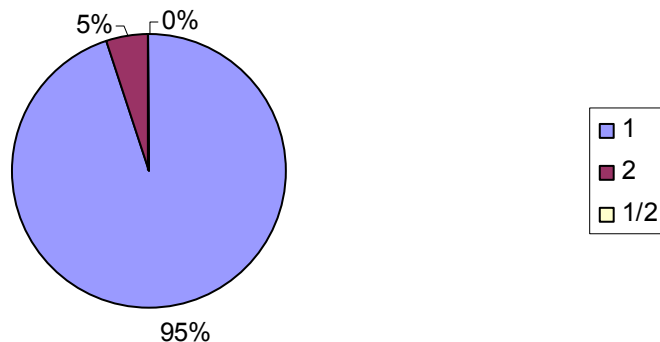


**Gráfico 1:** Representação gráfica da escolha da resposta dos 20 alunos na primeira questão da avaliação inicial.



A segunda questão os instruí a modificar ambos os valores de R1 e R2 para 2, variar o seletor  $\alpha$  e verificar qual seria o fator de transmissão de R1 para R2. Existiam três opções de resposta onde a correta era 1.

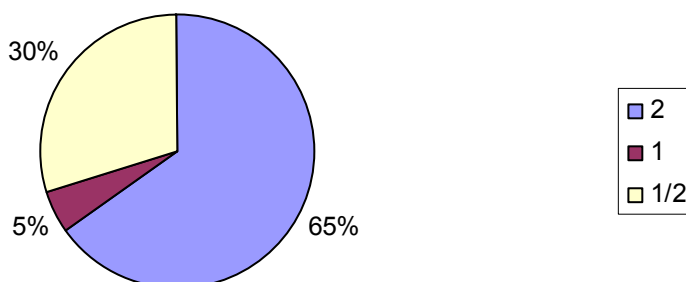
Nesta questão dezenove alunos a responderam de forma correta e apenas um aluno respondeu 2.



**Gráfico 2: Representação gráfica da escolha da resposta dos 20 alunos na segunda questão da avaliação inicial.**

A terceira questão os instruí a modificar os valores de R1 e R2 para 5 e 2,5 respectivamente, variar o seletor  $\alpha$  e verificar qual seria o fator de transmissão de R1 para R2. Existiam três opções de resposta sendo 2 a correta.

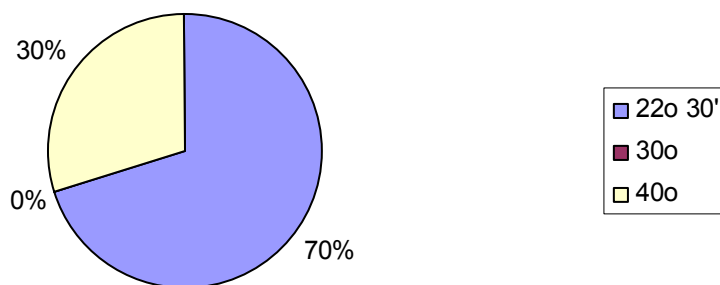
Nesta questão, treze a responderam de forma correta, seis colocaram 1/2 como resposta e apenas um respondeu 1.



**Gráfico 3: Representação gráfica da escolha da resposta dos 20 alunos na terceira questão da avaliação inicial.**

A quarta questão explicava aos alunos que a relação entre os raios e os ângulos de rotação das polias são inversamente proporcionais e os instruí a modificar os valores de R1 e R2 para 1,5 e 2 respectivamente, e perguntava quantos graus giraria a segunda polia se a primeira girasse  $30^\circ$ . Existiam três opções de resposta entre elas a correta que era  $22^\circ 30'$ .

Dos vinte alunos quatorze responderam a questão corretamente, seis colocaram  $40^\circ$  como resposta.



**Gráfico 4:** Representação gráfica da escolha da resposta dos 20 alunos na quarta questão da avaliação inicial.

A última questão, dissertativa, explicava que nos exercícios anteriores a fator de transmissão calculado foi sempre de R1 para R2, assim R1 seria o impulsor e R2 o seguidor e os alunos eram questionados sobre o que ocorreria se fosse invertido o impulsor e o seguidor. Serão apresentadas algumas das respostas enviadas pelos alunos:

**Alfredo (2ª série):** Se invertêssemos o impulsor e o seguidor, dependendo do caso, se o fator de transmissão fosse  $1/6$  iria para  $6/1$  ou seja a R1 daria 6 voltas para que o R2 desse 1 volta, ou inversamente.

**Jennifer (3ª série):** A fração seria invertida. Por exemplo: se a razão R1 para R2 era 4, a razão R2 para R1 é um quarto.

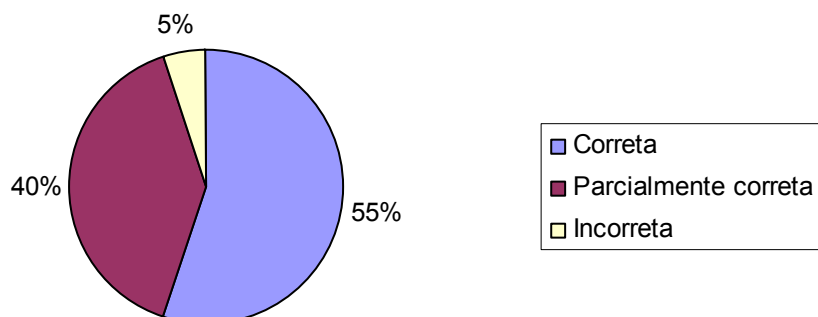
**João G. (3ª série):** Em todos os casos, a razão se inverteria, já que R2 seria o impulsor e R1 o seguidor.

**Marcelo (1ª série):** Em cada caso dependendo da proporção do impulsor e do seguidor, se o raio foi menor ou maior ele irá aumentar ou diminuir o número de rotações invertendo os resultados para r1 e r2

**Nathalia (2ª série):** Nos casos em que a polia "impulsora" tem raio maior, e a "seguidora" raio menor, ao invertê-las, sua velocidade diminuiria, já que o fator de transmissão depende da razão do impulsor pelo seguidor; já se, fosse ao contrário, o impulsor com raio menor e o seguidor com raio maior, ao inverter, aumentaríamos suas velocidades.

**Eliane (3ª série):** No primeiro caso, em que a roldana 1 era menor que a roldana 2, percebemos que o valor era pequeno, menor que 1. No segundo caso as roldanas eram do mesmo tamanho, então, se invertêssemos elas o valor não mudaria. No último caso a roldana 1 era maior que a roldana 2, se invertêssemos a posição do impulsor para a segunda roldana o valor seria grande, maior que 1.

Das soluções apresentadas, 11 alunos responderam corretamente ao questionamento, 8 alunos responderam de forma que sua resposta estivesse correta em uma situação específica e apenas um aluno não conseguiu responder a pergunta corretamente.

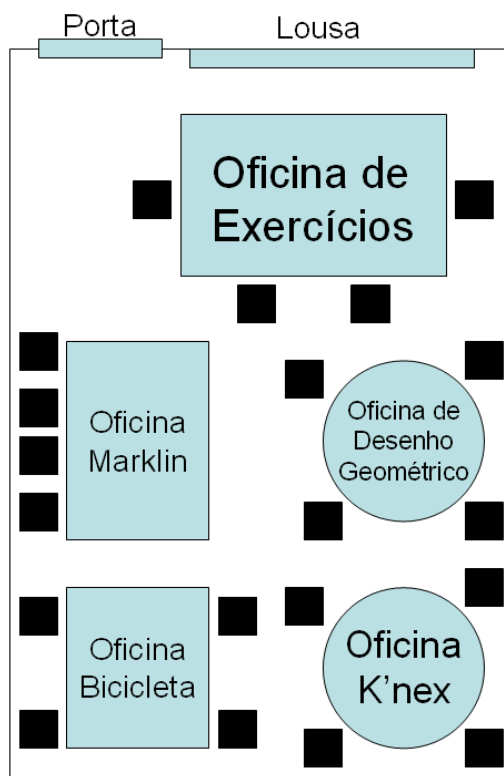


**Gráfico 5:** Representação gráfica da escolha da resposta dos 20 alunos na quinta questão da avaliação inicial.

Para cada um dos comentários realizados pelos alunos foi feito um comentário em resposta e neste aproveitou-se para corrigir as confusões feitas nas questões anteriores.

### 3.2.2 Segundo encontro

Este encontro ocorreu no dia 14 de maio de 2009, e nele iniciou-se a permutação dos grupos pelas oficinas. A partir desse encontro, os alunos freqüentaram a sala destinada ao projeto, uma sala de aula diferente da tradicionalmente usada em suas aulas regulares. Nessa sala existiam cinco grandes mesas com cadeiras em número suficiente para os elementos dos grupos onde cada uma dessas mesas representava uma oficina. A cada semana, os alunos ocupavam uma nova posição, pois eles mudavam de oficina.



**Figura 74:** Representação da sala ambiente do projeto “Oficina de Máquinas” e as posições ocupadas por cada uma das oficinas.

Com os alunos ocupando sua devida posição, foi distribuído aos grupos um texto contendo algumas informações sobre transmissão por movimento de rotação. Juntamente com esse texto cada aluno recebeu o texto referente à oficina que eles estavam participando contendo os exercícios e as instruções da atividade. Esses textos não eram os mesmos entre os grupos.

#### 3.2.2.1 Exemplos de mecanismos

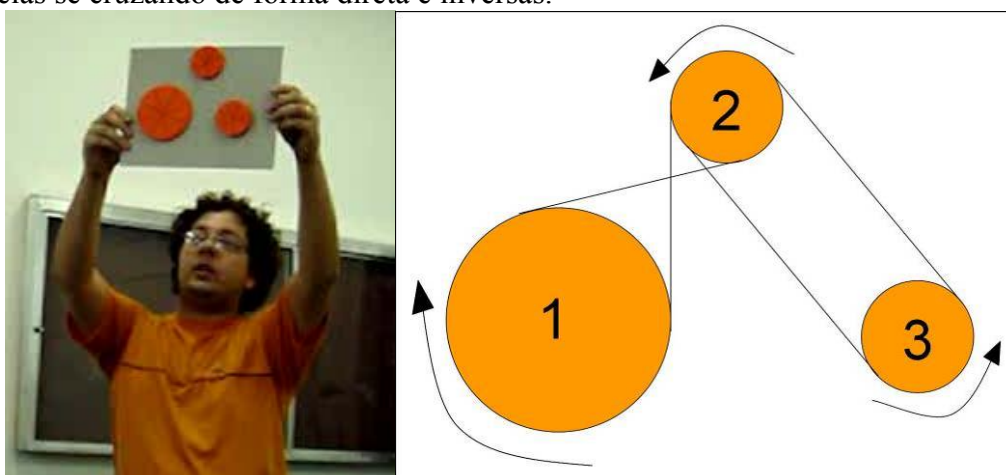
Alguns mecanismos articulados foram explorados antes que as oficinas se iniciassem:

Primeiramente foi apresentado aos alunos um tipo de corretivo escolar que funcionava por um sistema de duas engrenagens de tamanhos diferentes sendo a menor o impulsor e a maior a responsável por enrolar a fita que já foi utilizada.



**Figura 75: Professor explica o funcionamento do mecanismo de um corretivo escolar.**

A seguir conheceram um sistema de polias feito com cartolina e EVA onde uma das polias tinha o dobro do diâmetro das outras duas e mostrava nesse sistema as correias se cruzando de forma direta e inversas.



**Figura 76: Mecanismo de polias diretas e inversas construído com E.V.A. e a direita sua representação gráfica.**

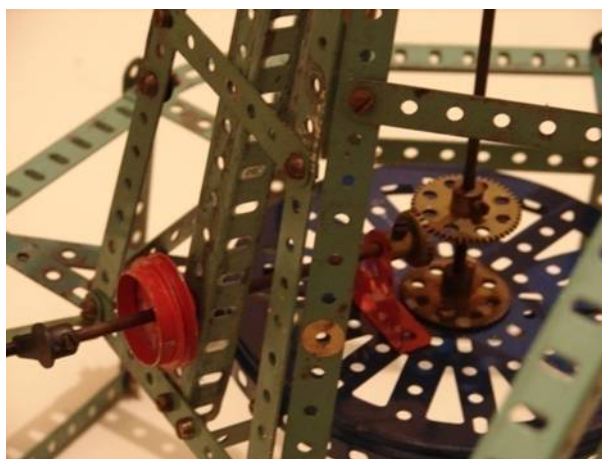
Se a polia 1 fosse a impulsora, para cada volta sua, a polia 2 giraria duas voltas, mas no sentido inverso e a polia 3 giraria na mesma velocidade que a polia dois pois elas tinham o mesmo tamanho. Caso a polia 3 fosse a impulsora os sentidos de rotação seriam iguais aos da situação anterior, mas a polia 1 giraria mais devagar que as outras duas, ou seja, para cada volta da polia 3, a polia 1 giraria meia volta no sentido inverso.

A seguir foi apresentado um moinho de vento construído com o kit Marklin explicando seu funcionamento e disse que se o grupo que fosse trabalhar com esse kit precisasse das peças utilizadas no mesmo, poderia desmontá-lo. Nas oficinas não seriam construídos mecanismos grandes como esses, pois demandariam muito tempo para a sua construção e talvez não fosse possível construí-los a tempo.



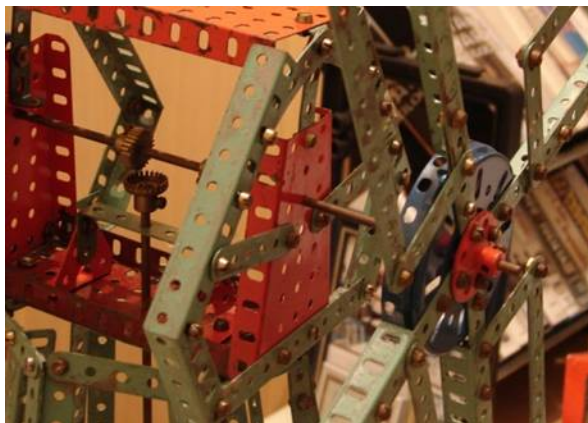
**Figura 77: Moinho de vento construído com o kit Marklin.**

Este mecanismo funcionava com um sistema de rodas dentadas onde o impulsor era uma manivela que girava solidária a uma roda dentada pequena engrenada a uma roda dentada de tamanho maior e perpendicular a primeira, ocasionando assim uma redução no movimento, ou seja, um fator de transmissão baixo.



**Figura 78: A manivela gira a roda dentada engrenada a uma segunda roda dentada perpendicular a primeira.**

Esta roda dentada girava solidária a uma roda dentada de tamanho igual a roda inicial engrenada a uma outra roda dentada de mesmo tamanho. Assim o fator de transmissão continuaria o mesmo e, como a hélice do moinho de vento estava solidária a essa última roda dentada ocorria seu movimento.



**Figura 79:** Parte superior do moinho de vento :transmissão de movimento de duas engrenagens perpendiculares de tamanho igual movimentando as hélices do moinho.

Devido ao tamanho do sistema de engrenagens e a necessidade de precisão da posição das mesmas, seu movimento ocorreu com certa dificuldade, mas foi o suficiente para que os alunos entendessem o que ocorria no sistema.



**Figura 80:** Professor explica o funcionamento do moinho de vento aos alunos.

Vimos então um relógio antigo que funciona com um sistema de pesos e engrenagens, onde os pesos são os responsáveis pela movimentação das engrenagens colocando assim o ponteiro em movimento.

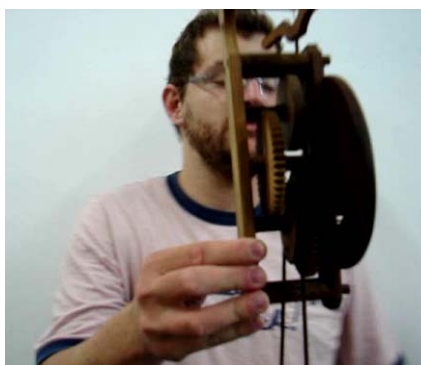


**Figura 81:** Professor explica o funcionamento do relógio movido a engrenagens.

Neste momento houve a seguinte explicação:

**Professor:** Esse é um relógio bem antigo, eu o trouxe devido as perguntas sobre o funcionamento de um relógio que foram feitas na semana passada ... é mais para dar uma idéia para vocês, eu não conheço muito bem a parte física mas vejo que temos dois pesos diferentes nas extremidades das cordas e assim podemos fazer o relógio funcionar deixando o peso maior em um nível superior em relação ao outro. Esse peso começa a descer e faz com que a o bastão acima do relógio fique oscilando, cada oscilação dessa faz girar uma roldana com pregos nas extremidades e essa roldana esta solidária a uma engrenagem pequena e assim ela faz girar uma engrenagem maior que está solidária a uma engrenagem menor que por sua vez faz girar o mecanismo responsável pelo ponteiro do relógio. Posteriormente se vocês quiserem analisar, é possível calcular o fator de transmissão do mecanismo. Eu não calculei, apenas trouxe para que vocês vissem. Mas sabendo que esse ponteiro é o ponteiro das horas e conhecendo como ele funciona em relação aos minutos você pode ter uma idéia do funcionamento desse relógio.

O professor de Física Juliano explicará melhor a parte do peso pois não saberia falar para vocês a parte física.



**Figura 82:** Professor de física explica aos alunos o enfoque físico do funcionamento do relógio de pesos.

O professor Juliano passou por cada um dos grupos complementando a explicação e enquanto isso as atividades das oficinas se iniciaram. O professor então explicou:

**Professor de Física:** O peso de cá irá fazer uma força para que ele suba, a força que vai subir vai fazer essa peça se movimentar e essa peça faz essa roldana girar. Cada vez que essa roldana gira, representa o tempo de um segundo e o fator de transmissão em relação a outra engrenagem será de 1/60, sendo a segunda engrenagem a responsável pelo minuto. Cada vez que essa segunda roldana gira, o fator de transmissão é de 1/60 e assim temos o movimento do ponteiro das horas.

### 3.2.2.2 Atividade de oficinas

Iniciou-se então as atividades das oficinas e pelo fato de ser o primeiro encontro com essa dinâmica, existiu a necessidade de em cada um dos grupos, dedicar certo tempo para explicar o funcionamento das mesmas.

#### Grupo 1 – Utilização de material industrializado K'nex

Esse grupo recebeu a lista com os exercícios que eles resolveram além de uma folha com os procedimentos para a montagem de um ventilador utilizando-se do kit industrial K'nex.

Essa lista era composta de três questões, onde as duas primeiras relacionadas com o kit K'nex e a terceira questão enunciava uma máquina de lavar composta de um sistema de polias diretas onde o impulsor tinha um diâmetro de 2 cm e o seguidor 36 cm. Eles deveriam responder qual seria a velocidade do seguidor se o impulsor girasse a 3000 rpm.

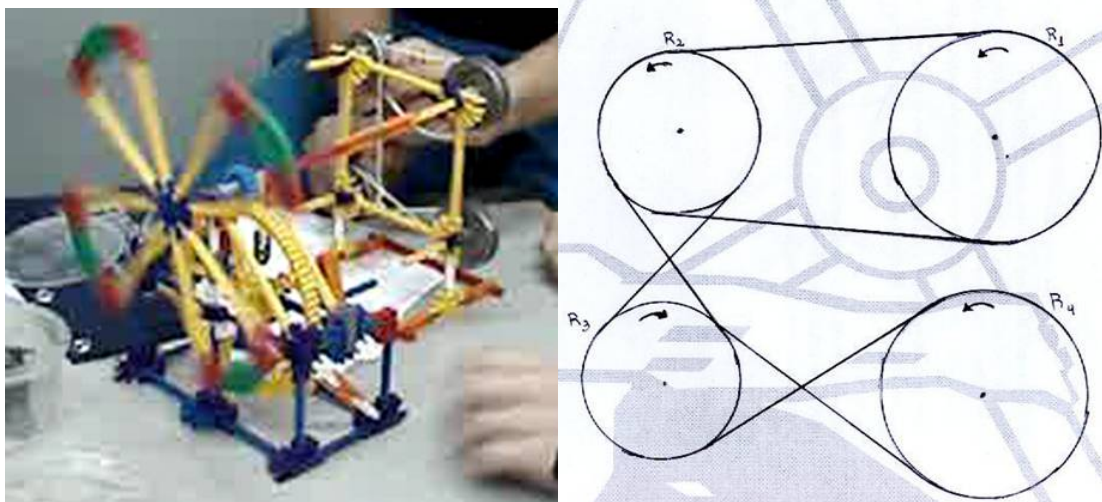
Sabendo que o fator de transmissão do impulsor para o seguidor é de 2/36 ou seja 1/18, temos que  $3000 \cdot \frac{1}{18} = 166,7rpm$ .

Os alunos não entregaram a resolução desse exercício, alegando que o tempo que tiveram foi utilizado para as análises feitas a partir da construção do ventilador.



**Figura 83:** Alunos construindo o ventilador e um sistema de polias diretas e inversas com o kit K'nex.

A primeira questão pedia que eles catalogassem as roldanas existentes no kit K'nex e a segunda questão que criassem um molde de cada uma dessas roldanas indicando suas dimensões. Eles optaram por reproduzir um sistema criado pelos mesmos utilizando-se dessas roldanas que foi acoplado ao ventilador e como haviam apenas duas roldanas de medidas diferentes (raios  $R_1=2,5$  cm e  $R_2=1,9$  cm) eles conseguiram responder as duas questões em apenas uma resposta. Em sua solução, faltou inserir os fatores de transmissão que poderiam ser obtidos com as roldanas e um exemplo de fator de transmissão que não poderiam ser obtidos utilizando-se das mesmas. Apesar de não ter as resoluções por escrito, pude presenciar a discussão das mesmas durante o encontro.



**Figura 84:** Sistema de polias diretas e inversas acoplados ao ventilador e sua representação gráfica na folha de desenho.

A discussão ocorrida durante a construção do ventilador foi interessante pois os alunos puderam responder a questionamentos e verificar na prática sobre a relação entre o impulsor e o seguidor em três casos distintos: quando o impulsor é maior que o seguidor, quando o impulsor e o seguidor tem a mesma medida e quando o impulsor é menor que o seguidor.

Em sua construção eles acoplaram o mecanismo construído de forma solidária ao mecanismo seguidor do ventilador, ou seja, a hélice, e puderam assim verificar que



quando as polias estão conectadas por correias de forma inversa elas giram em sentidos opostos.

No relato realizado por um dos membros do grupo podemos verificar a riqueza dessa discussão:

Essa atividade com a medida dos raios das roldanas e a discussão das relações entre as roldanas e os fatores de transmissão.

Enquanto dois desenhavam um molde das roldanas ligadas por correias no mesmo sentido e em sentidos opostos nas folhas, os outros dois tentavam fazer o mesmo molde, só que usando as peças do K'nex e barbante, como correia.

Nesse momento, falou-se sobre as alterações provocadas pelo mecanismo impulsor quando uma certa roldana deixa de ser seguidora para ser impulsora.

Enquanto isso, um dos que estavam desenhando começou a resolver o exercício proposto na folha da atividade sobre frequência e raios de roldanas.

Surgiu então a primeira dificuldade na montagem do sistema de roldanas com o K'nex, pois não havia atrito suficiente para evitar que a roldana patinasse e o nó do barbante enroscava além de deixar a correia um pouco frouxa.

Depois de resolver o problema, deixando o nó menor e apertando um pouco mais a correia, foi proposta a construção de um ventilador usando as peças do K'nex e um manual para a construção.

Enquanto dois construíam a base, os outros dois faziam a parte de cima, que consistia nas hélices e na parte traseira. Juntou-se as duas partes, acertou-se algumas peças que estavam desencaixadas e terminou a montagem.

Analisando as duas engrenagens, de mesmo raio, o fator de transmissão foi 1, pois a roldana impulsora e a seguidora eram iguais. Foi pedido que trocássemos as engrenagens por uma pequena e uma grande, sendo a pequena a impulsora. Isso deixou o fator de transmissão pequeno, deixando a velocidade do ventilador bem baixa.

Trocou-se a ordem, colocando a grande como impulsora, aumentando o fator de transmissão, aumentando também a velocidade. Isso deixou o ventilador desestabilizado. Tentou-se estabilizá-lo e depois de uma melhora na estabilidade do ventilador, concluiu-se a atividade.

Chegou-se a conclusão de que a atividade foi muito interessante, pois ficou evidente a importância do fator de transmissão na velocidade do sistema.

Questionamentos durante a discussão:

- 1 – Como aumentar o atrito entre a roldana e o barbante?
- 2 – Como estabilizar o ventilador?

## Grupo 2 – Utilização do kit industrializado MARKLIN

Esse grupo recebeu uma lista contendo três exercícios e duas sugestões de construção com o kit MARKLIN. Devido a idade do kit, as peças deveriam ser manuseadas com cautela e tomando o devido cuidado com as ferramentas (chave de fenda e alicate) para que não se machucassem.



Figura 85: Alunos manuseiam o kit Marklin e discutem a resolução dos exercícios.

O primeiro exercício pedia que os alunos catalogassem as roldanas existentes no kit que estavam trabalhando, inserindo suas dimensões.

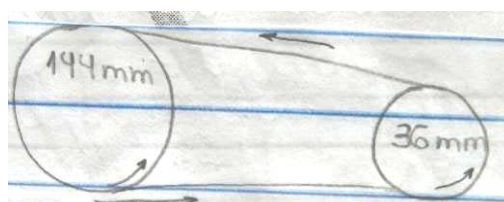
Os alunos descreveram sete peças que poderiam ser utilizadas como roldanas e as representaram a partir da seguinte tabela:

**Tabela 1: Descrição das roldanas do kit Marklin.**

RAIO	DESCRIÇÃO
3,2 cm	Azul com pino
1,3 cm	Vermelha com pino
3,0 cm	Amarela com pino
1,26 cm	Amarela com pino
1,5 cm	Amarela com pino
1,5 cm	Vermelha com pino
1,7 cm	Vermelha com pino

**Figura 86: Representação gráfica das roldanas do kit Marklin.**

A segunda questão sugeria um kit de construção com roldanas com 12 mm, 36 mm, 72 mm e 144 mm e pedia para conseguir os fatores de transmissão +4, -6 e +1/3 utilizando-se delas. Os alunos conseguiram o fator de transmissão +4 acoplando-se a roldana de 144 mm como impulsora e a de 36 mm como seguidora.

**Figura 87: Representação de um sistema de polias com fator de transmissão +4.**

O fator de transmissão -6 foi conseguido acoplando as roldanas de 72 mm (impulsora) com a de 12 mm (seguidora) ressaltando que os eixos deveriam girar no sentido contrário.

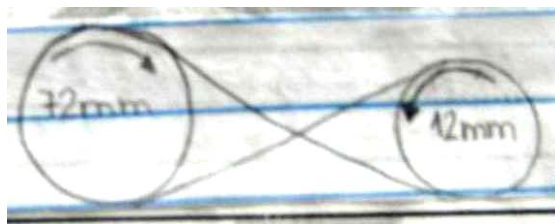


Figura 88: Representação de um sistema de polias com fator de transmissão -6.

Para o fator de transmissão  $+1/3$  acoplaram as roldanas de 36 mm com a de 12 mm, sendo a menor delas a impulsora.

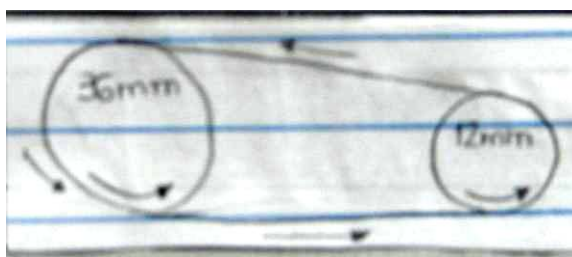


Figura 89: Representação de um sistema de polias com fator de transmissão  $+1/3$ .

A terceira questão representava um sistema de correntes e rodas dentadas que interligam as partes moveis de uma máquina de cortar grama. Pedia-se o fator de transmissão de A para B e o fator de transmissão de A para C.

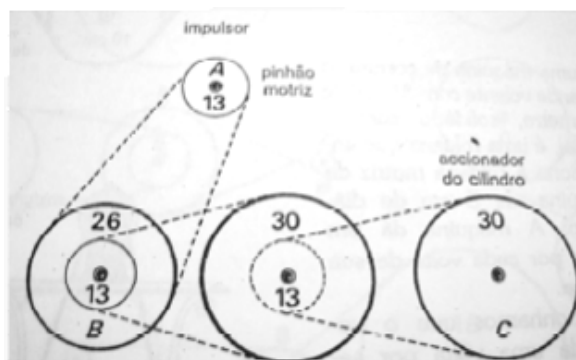


Figura 90: Sistema de correntes e rodas dentadas representando uma máquina de cortar grama.

Os alunos calcularam corretamente o fator de transmissão  $t(AB)=13/26$  ou  $1/2$  e para calcular o fator de transmissão de A para C realizaram a seguinte operação:

$$t(AC) = t(AB) \cdot t(BB') \cdot t(B'D) \cdot t(DD') \cdot t(D'C)$$

$$t(AC) = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{13}{30} \cdot 1 \cdot \frac{13}{30} = \frac{169}{1800} \cong 0,094$$

O exercício também perguntava qual seria a velocidade do motor quando a máquina avança a uma velocidade de 1 m/s e pedia para apresentar o resultado em rotações por minuto. Sabia-se que o mecanismo seguidor estava solidário a roldana C e tinha diâmetro de 20 cm.

Os alunos não souberam responder esse item e me perguntaram no encontro da semana seguinte onde expliquei da seguinte forma:

1 m/s equivale a 60m/60s ou seja, 60 m/min.

Ao motor foi aplicada uma velocidade  $v$  para que o cilindro andasse a uma velocidade de 60m/min.

Sendo 0,2 m o diâmetro do cilindro, em uma volta teremos  $0,2\pi$  m

Aplicando a regra de três:

$$1 \text{ volta} \rightarrow 0,2\pi \text{ m}$$

$$x \text{ volta} \rightarrow 60 \text{ m}$$

$$\text{Assim } x = \frac{60}{0,2\pi} \text{ volta} = 95,5 \text{ voltas}$$

Dessa forma pode-se dizer que a velocidade do cilindro era de 95,5 voltas/min ou seja 95,5 rpm.

Como  $t(AC)=0,094$  temos que  $v \cdot 0,094 = 95,5$  e assim  $v = 1016$  rpm aproximadamente.

Durante essa explicação não realizei os cálculos, mas expliquei como eles deveriam fazer para realizá-las.

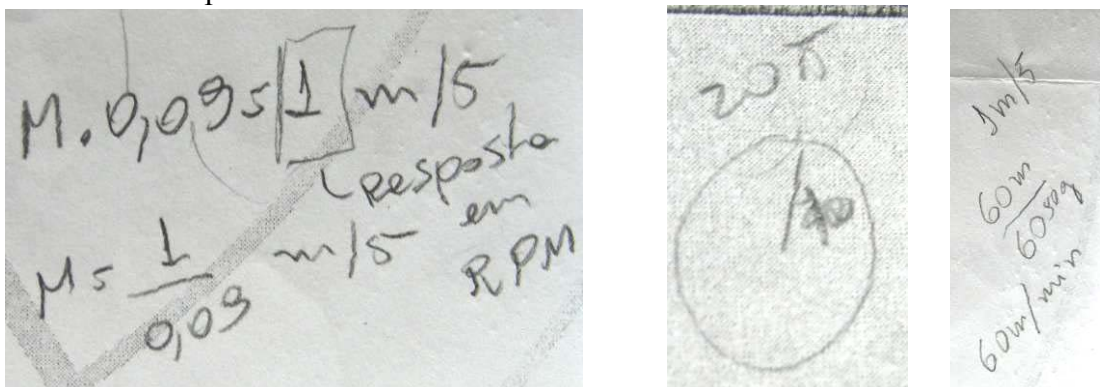


Figura 91: Encaminhamento do raciocínio para a resolução do exercício descrito.

Enquanto alguns dos alunos resolviam os exercícios, os outros integrantes realizavam a construção do mecanismo escolhido por eles utilizando o kit MARKLIN. Eles escolheram a construção de um tipo de martelo movido a manivela. Para essa construção foi necessário muita observação e atenção por parte dos alunos. Eles tinham como referência apenas a figura pronta e assim precisaram realizar certas adaptações para a construção do projeto.

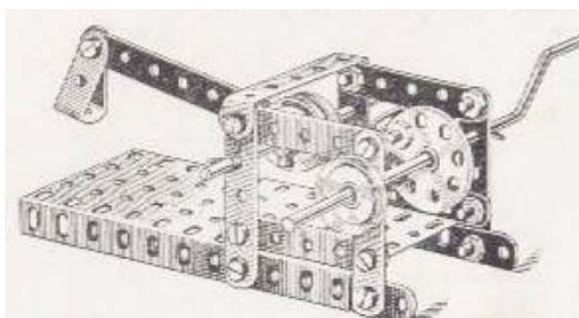


Figura 92: Figura ilustrativa do mecanismo e a construção realizada pelo grupo.

No relato das atividades realizado pelos alunos (descrito a seguir), percebe-se que o mesmo direciona-se aos problemas encontrados na construção do kit industrial Marklin que foram solucionados durante o próprio encontro. Em relação ao projeto final escolhido, o uso do Lego como parte do projeto pode ter sido influenciado pela atividade realizada com o kit de montagem e a percepção de seu potencial. Apesar do grupo não ter conseguido resolver um dos itens dos exercícios propostos, a iniciativa de perguntar como eles resolveriam tal questionamento partiu do próprio grupo.

Selecionamos qual projeto o grupo iria realizar com as peças do Marklin. Decidimos que o projeto seria a reprodução do movimento de um martelo através de uma manivela. Observamos através do desenho que tínhamos como base, como deveríamos montá-lo.

Analisando o modelo do desenho e as peças decidimos começar usando uma ferramenta elétrica para desparafusar algumas peças e iniciar a base.

Concluída a etapa de construção da base, surgiram algumas questões, como por exemplo: “Como fazer o martelo ficar fixo a estrutura sem se afrouxar?” e “Como fazer a manivela se mover fazendo com que o martelo se mova também verticalmente?”.

Conseguimos resolver essas questões, colocando um suporte fixo ao martelo fazendo-o ficar imóvel e ligamos a manivela ao martelo através de um fio de barbante que passava de uma roldana a outra.

Concluimos o projeto com sucesso após algumas ajudas e momentos de reflexão.

#### Decisão do projeto final

Decidimos fazer no projeto final um modelo de um elevador. Utilizaremos Lego para construir a estrutura do prédio, caixa de creme de leite para construir o elevador, mas ainda não concluímos todos os detalhes. Sabemos que utilizaremos roldanas para movimentar o elevador e possivelmente colocaremos luzes nos andares para dar um aspecto mais real ao projeto.

### Grupo 3 – Construção com instrumentos de desenho

Esse grupo necessitou de explicações sobre os instrumentos de desenho geométrico que seriam usados: régua, compasso, jogo de esquadros e transferidor.



Figura 93: Alunos aprendem a manusear os instrumentos de desenho geométrico.

A atividade era composta de três exercícios relacionados com as construções com os instrumentos de desenho, juntamente com a lista era fornecida uma tabela de seno, cosseno e tangente dos valores inteiros de  $0^\circ$  até  $90^\circ$ .

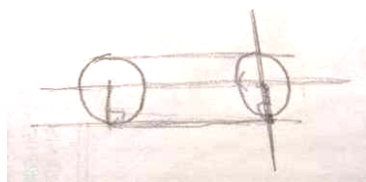
O primeiro exercício pedia que construíssem utilizando os materiais de desenho fornecidos sistemas de polias diretas e inversas com as seguintes condições: quando os raios são iguais e quando o raio da primeira for o dobro da segunda.

Para cada uma dessas construções era necessário indicar: o valor dos raios escolhidos, o comprimento das polias, a distância entre elas, o impulsor e o seguidor, o fator de transmissão e a quantidade de correia necessária para colocar o sistema em funcionamento.

Devido ao tempo necessário para que os alunos entendessem como trabalhariam para cada item e a quantidade de informações requisitadas para esse exercício, eles não tiveram tempo de trabalhar os outros dois exercícios, apesar do trabalho realizado ter sido realizado com muito empenho.

Primeiramente aprenderam como proceder para traçar retas paralelas e perpendiculares com o uso do jogo de esquadros. Não é tão simples fazer com que os alunos utilizem esse método de construção por falta de utilizar esses materiais em suas aulas regulares.

Na seqüência, utilizando um esboço gráfico, foi explicado os procedimentos para construir um sistema de polias diretas com os raios de mesma medida. Não houve interferência do professor nas decisões sobre o valor dos raios ou a distância entre as polias, deixando essa decisão ao próprio grupo, ocasionando uma variedade de soluções caso não optassem por padronizar as informações utilizadas para a construção.



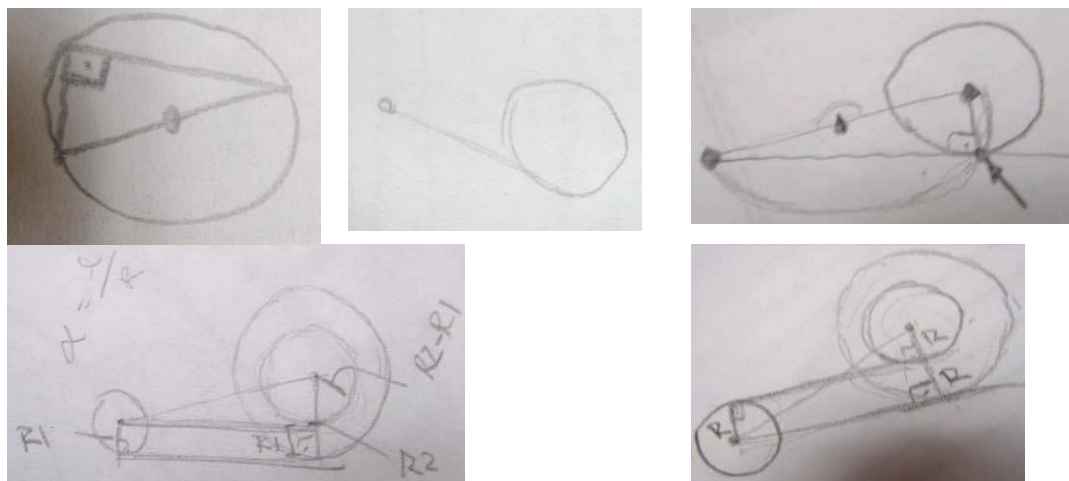
**Figura 94: Esboço gráfico de um sistema de polias diretas com raios de mesma medida.**

Os alunos optaram por padronizar os raios (3 cm) mas esqueceram-se de padronizar a distância entre os centros das circunferências, o que acarretou em medidas diferentes, como pode-se ver a seguir:

**Tabela 2: Sistema de polias diretas com os raios com a mesma medida – Grupo 3.**

	Solução 1	Solução 2
Raio do Impulsor	3 cm	3 cm
Raio do Seguidor	3 cm	3 cm
Distância entre as polias	12,1 cm (distância entre os centros)	13,8 cm (distância entre os centros)
Fator de transmissão	Faltou colocar essa informação	1
Comprimento de cada polia	$2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 = 18,84 \text{ cm}$	$2\pi r = 6 \cdot \pi \cong 18,84 \text{ cm}$
Comprimento da correia	$18,84 + 12,1 = 30,94 \text{ cm}$ (o aluno esqueceu-se de somar mais 12,1 cm)	$13,8 \cdot 2 + 18,84 = 46,44 \text{ cm}$

Passamos então para a próxima construção: quando as correias se cruzam de forma inversa. Para isso, foi lembrado as propriedades de ângulo central e inscrito à circunferência, as propriedades de quando um triângulo retângulo esta inscrito na circunferência e a construção de uma reta tangente a uma circunferência passando por um ponto exterior a ela. Essas informações possibilitaram explicar os passos da construção desejada assim como a construção de um sistema de polias diretas com raios diferentes.

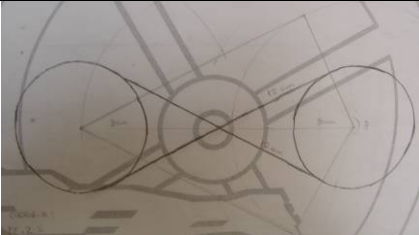
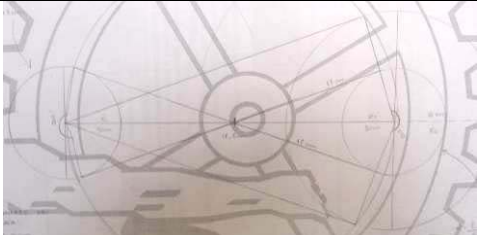


**Figura 95:** Esboço gráfico para a construção de um sistema de polias diretas com raios diferentes e de um sistema de polias inversas.

Um fato interessante que se percebe na construção do sistema de polias inversas ocorreu na tentativa dos alunos calcularem a quantidade de correia utilizada. A seguir temos duas resoluções, onde a primeira é de um aluno de primeira série e a segunda de um aluno de segunda série que estão trabalhando em conjunto. O conceito utilizado por eles (o ângulo em radianos) é um conteúdo que eles aprendem na segunda série, e dessa forma percebe-se nitidamente a interação entre alunos de séries diferentes.

Os ângulos foram determinados com a utilização de um transferidor e o segmento que liga os pontos de tangência das polias foram determinados com a utilização de régua.

**Tabela 3:** Sistema de polias inversas com os raios com a mesma medida – Grupo 3.

	1ª série	2ª série
Construção		
Raios	3 cm	3 cm
Cálculos efetuados	$\alpha = \frac{l}{R}$ $\frac{235\pi}{180} = \frac{l}{3}$ $l = 12,2$	<p>Arco que tangencia o impulsor</p> $180^\circ \rightarrow \pi$ $212^\circ \rightarrow x$ $x = \frac{212\pi}{180} \quad \alpha = \frac{l}{R}$ $\frac{212\pi}{180} = \frac{l}{3}$ <p><math>l \cong 11</math> cm (comprimento do arco que tangencia o impulsor)</p> $\alpha = \frac{l}{R} \quad \frac{207\pi}{180} = \frac{l}{3}$ <p><math>l \cong 10,8</math> cm (comprimento do arco</p>

		que tangencia o seguidor)
Distância entre os pontos de tangência	12 cm (medido com régua)	17 cm (medido com régua)
Quantidade de correia	$12,2 \cdot 2 + 12 \cdot 2 = 48,4 \text{ cm}$	$17 \cdot 2 + 10,8 + 11 = 55,8 \text{ cm}$ (Não percebeu que os dois arcos teriam a mesma medida)
Fator de transmissão	-1	1 (esqueceu que o sinal inverte)

A intenção era que os alunos utilizassem as razões trigonométricas ou o teorema de Pitágoras para obter algumas dessas informações, mesmo assim os alunos contornaram satisfatoriamente o problema. Mesmo tendo se confundido na obtenção do ângulo, a aluna da segunda série conseguiu respondê-la com um erro de 0,2 cm.

Os alunos acharam essa oficina um pouco complicada, isso ocorre devido ao fato do aprendizado no manuseio desses materiais e a dependência do auxílio do professor para a inserção de informações sobre a construção como se percebe no relato do grupo.

Aos 13 dias do mês de maio do ano de 2009, na realização do projeto Oficina de máquinas pelo professor Jayme A. de O. Neto, nós do grupo III realizamos a construção do sistema de polias (2 polias) contendo o mesmo raio (3 cm), obtendo assim, fator de transmissão 1:1. Os sistemas de polias foram realizados com as correias normais e cruzadas. Para deixar a correia esticada ao máximo, sem prejudicar o sistema, foi necessário utilizar trigonometria para o cálculo do ângulo. O uso de régua, transferidor, compasso e esquadro, nos ajudaram a confeccionar um desenho bem feito. Círculos, retas (segmentos), as tangentes entre os círculos e as retas, etc.

Os participantes acharam meio confuso, o processo de confecção, necessitando várias vezes a ajuda do professor (Jayme) para concluir os exercícios e confeccioná-los, também achou meio cansativo e complicado, pois tem que fazer várias vezes o mesmo processo. Entretanto as expectativas do projeto são boas, todos acharam interessante e animador, pois souberam como ocorre um processo de polias para obter resultados satisfatórios.

#### Grupo 4 – Resolução de exercícios de vestibulares

A lista que os alunos receberam continha cinco exercícios com suas respectivas respostas, onde o primeiro pedia que calculassem o comprimento de correia necessária para contornar quatro circunferências de raio  $r$  tangentes duas a duas. O desenho fornecido segue abaixo.

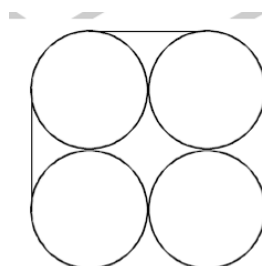


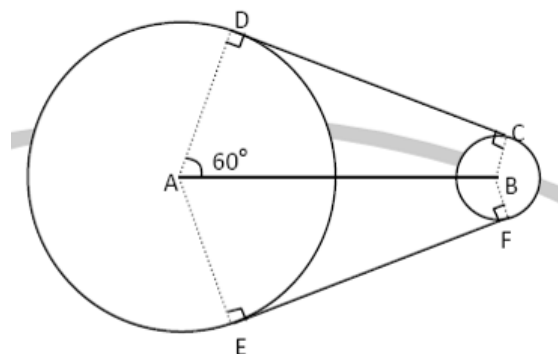
Figura 96: Correia contornando quatro circunferências tangentes duas a duas.

Eles responderam corretamente a questão explicando a sua resposta separando o exercício em duas partes, a parte da correia que toca na roldana e a parte da correia que não toca na roldana, chegando então a seguinte solução:

$$\frac{2\pi R}{4} + 2R + \frac{2\pi R}{4} + 2R + \frac{2\pi R}{4} + 2R + \frac{2\pi R}{4} + 2R = 2\pi R + 8R$$



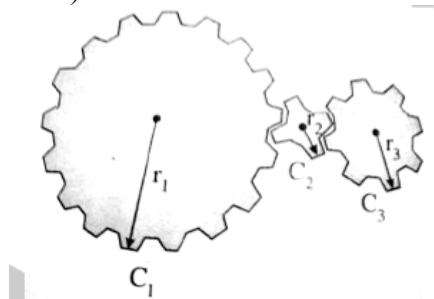
O segundo exercício fornecia algumas medidas de um sistema de roldanas circulares de centros A e B e pedia o comprimento da correia que envolve o sistema ( $AD=13$  cm,  $CB=3$  cm e  $AB=20$  cm ainda  $CD \perp BC \perp AD$  e  $EF \perp AE \perp BF$ ).



**Figura 97:** Correia envolvendo um sistema de duas roldanas de medidas diferentes.

Os alunos resolveram o exercício de forma correta separando-o em algumas partes. Calcularam o comprimento do arco maior DE de raio 13 cm e medida  $240^\circ$ . Calcularam o comprimento do arco menor CF de raio 3 cm e medida  $120^\circ$ . Determinaram o comprimento de EF que é a mesma de CD utilizando-se do teorema de Pitágoras com hipotenusa 20 cm e um cateto sendo a diferença entre os raios das duas circunferências e determinaram assim a resposta desejada.

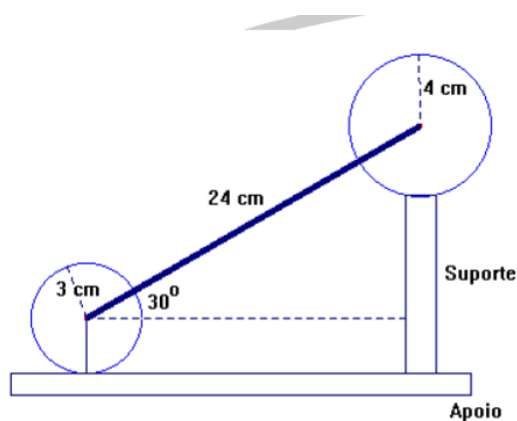
O terceiro exercício, apesar de mostrar três coroas dentadas ( $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$ ), fornecia o raio das mesmas, assim senti a necessidade de informar aos alunos que não utilizassem o número de dentes pois era apenas um esboço e deveriam levar em consideração os seus raios. A pergunta era quantos graus giraria  $C_3$  se  $C_1$  girasse  $41^\circ$  ( $r_1=10$  cm,  $r_2=2$  cm e  $r_3=5$  cm).



**Figura 98:** Incoerência do exercício: A figura mostra um trem de engrenagens mas o número de dentes não respeita a relação entre as engrenagens. Os raios devem ser considerados.

Os alunos dividiram esse exercício em duas partes, descobrindo primeiramente quanto giraria  $C_2$  se  $C_1$  girasse  $41^\circ$  chegando à resposta  $205^\circ$  e a seguir quanto giraria  $C_3$  se  $C_2$  girasse  $205^\circ$ . Utilizaram para isso o fato de que a razão entre os raios é inversamente proporcional a razão entre os ângulos de rotação entre elas.

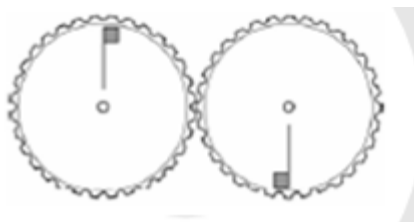
O quarto exercício mostrava um corte vertical de uma peça usada em um certo tipo de máquina e pedia a altura do suporte. Eles resolveram utilizando o seno de  $30^\circ$  e a hipotenusa 24 cm chegando a resposta 12.



**Figura 99: Corte vertical de uma máquina.**

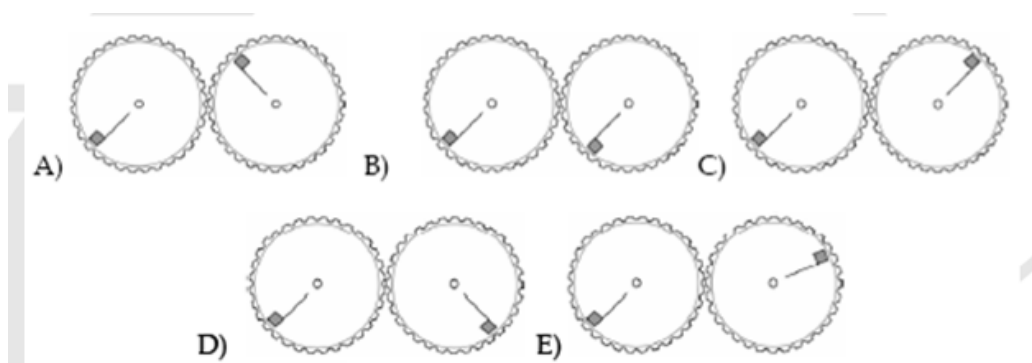
Para chegar a resposta correta eles retiraram os 4 cm referentes ao raio da circunferência de cima e adicionaram 3 cm que é a distância do suporte até a base que não havia sido contabilizada chegando então a resposta correta 11 cm.

O quinto exercício fornecia um desenho com duas engrenagens idênticas engrenadas com uma bandeirinha desenhada em cada uma delas e pedia que eles indicassem qual seria a figura que representaria as engrenagens após certo movimento realizado.



**Figura 100: Posição inicial das bandeirinhas inseridas nas engrenagens.**

A resposta dada foi: A nova posição só pode ser a indicada na figura C, pois a proporção dos raios é 1:1 e elas giram em sentidos contrários.



**Figura 101: Alternativas fornecidas pelo exercício para o sistema após girar as engrenagens.**

Os alunos conseguiram terminar os exercícios antes do tempo estipulado partindo então para a discussão do tema de seu projeto final. O aluno do terceiro colegial foi importante nessa oficina pois ajudou aos outros elementos do grupo em várias ocasiões promovendo a interação entre as séries envolvidas.



Figura 102: Alunos discutindo os exercícios propostos e discutindo o projeto final.

Os alunos relataram posteriormente as atividades realizadas, e percebe-se que existiu interação entre os conhecimentos das diferentes séries para a resolução dos exercícios. O interessante é o fato da atividade realizada influenciar na escolha do tema do projeto.

Neste encontro, nós trabalhamos com exercícios que envolviam polias, na maior parte deles tivemos que calcular o comprimento das correias utilizadas; isso foi fácil a não ser pelo exercício 2 pois nele demoramos para entender que deveríamos achar o valor do cateto, mas feito isto se tornou simples. O grupo achou a quinta questão a mais interessante já que nela não era preciso fazer nenhuma conta e sim explicar por meio de teoria para que lado as bandeirinhas rodariam ao girar a engrenagem. De maneira geral os exercícios são facilmente resolvidos quando damos uma atenção especial para cada um, claro que o conhecimento matemático e físico ajuda, mas o mais importante é a concentração. Ao completar a lista começamos a ter idéia sobre o nosso projeto final, por enquanto pensamos em fazer um liquidificador que se baseia nas roldanas do segundo e do terceiro exercício onde uma roldana maior gira uma roldana menor para termos uma velocidade alta da hélice. Com tudo isso chegamos a conclusão de que como estamos aprendendo primeiro a teoria a parte prática será ainda mais divertida pois saberemos melhor como funciona os sistemas de polias, para que consigamos ter um melhor aproveitamento do nosso trabalho.

### Grupo 5 – Estudo de mecanismo do dia a dia (bicicleta);

O grupo levou uma bicicleta de 21 marchas para estudar a atividade exploratória. Na lista contendo as indicações para a realização da atividade havia um exercício relacionado ao assunto.

Esse exercício enunciava a bicicleta conhecida como “todo terreno” com rodas de 26 polegadas e 18 marchas onde as três rodas pedaleiras têm 32, 40 e 48 dentes e os seis pinhões têm 16, 20, 24, 28, 32 e 36 dentes e pedia que fosse criada uma tabela com os possíveis fatores de transmissão e os seus respectivos rendimentos.

Feito isso eles iniciariam seu estudo com a bicicleta que levaram e além de tabelar seus valores de transmissão e rendimentos eles sugeriram um velocípede hipotético que tinha rendimento igual ao obtido pelo grupo.



Figura 103: Alunos realizam análise da bicicleta. Na figura da esquerda percebe-se a utilização da calculadora científica para a realização dos cálculos.

Os alunos utilizaram-se de marcações com um corretivo escolar para determinar a quantidade de dentes dos pinhões e das pedaleiras e observaram que ao trocar de marcha existiam outras engrenagens que serviam para manter o sistema de corrente esticado. Para efetuar esses cálculos, os grupos tinham a liberdade de usar as calculadoras disponíveis na sala de aula.

Os alunos realizaram com sucesso essa atividade e suas respostas foram inseridas em seu relato:

**Primeiramente colocamos uma marcha baixa e verificamos uma relação de 1:1.**

**Em seguida colocamos uma marcha alta e verificamos uma relação 4,8:1.**

**Com a marcha baixa para cada 1 volta do pedal a roda gira 1 vez, mas na marcha alta a cada volta do pedal a roda gira 4,8 vezes.**

**Podemos observar os resultados na tabela:**

**Tabela 4: Fatores de transmissão possíveis para a bicicleta de 21 marchas levada pelos alunos – Grupo 5.**

		Pedaleira		
		28 dentes	38 dentes	48 dentes
Pinhão	10 dentes	2,8:1	3,8:1	4,8:1
	13 dentes	2,14:1	2,92:1	3,6:1
	16 dentes	1,75:1	2,37:1	3:1
	19 dentes	1,47:1	2:1	2,52:1
	22 dentes	1,27:1	1,72:1	2,18:1
	25 dentes	1,12:1	1,52:1	1,92:1
	28 dentes	1:1	1,35:1	1,71:1

**Analisando o rendimento temos: ( fator de transmissão · diâmetro(polegadas))**

**Tabela 5: Rendimentos possíveis para a bicicleta de 21 marchas levada pelos alunos – Grupo 5.**

		Pedaleira		
		28 dentes	38 dentes	48 dentes
Pinhão	10 dentes	70	95	120
	13 dentes	53,75	73	90
	16 dentes	43,75	59,25	75
	19 dentes	36,75	50	63
	22 dentes	31,75	43	54,5
	25 dentes	28	38	48
	28 dentes	25	33,75	42,75

**Diâmetro da roda utilizada = 25 polegadas**

**Utilizando uma bicicleta de 26 polegadas, 3 rodas pedaleiras (32, 40 e 48 dentes) e 6 pinhões (16, 20, 24, 28, 32 e 36 dentes) obteremos os diferentes resultados como mostra a tabela a seguir:**

**Tabela 6: Fatores de transmissão possíveis para a bicicleta “todo terreno” – Grupo 5.**

		Pedaleira		
		32 dentes	40 dentes	48 dentes
Pinhão	16 dentes	2:1	2,5:1	3:1
	20 dentes	1,6:1	2:1	2,4:1
	24 dentes	1,3:1	1,6:1	2:1
	28 dentes	1,14:1	1,4:1	1,7:1
	32 dentes	1:1	1,25:1	1,5:1
	36 dentes	0,8:1	1,11:1	1,33:1

Com os seguintes rendimentos:

Tabela 7: Rendimentos possíveis para a bicicleta “todo terreno” – Grupo 5.

		Pedaleira		
		32 dentes	40 dentes	48 dentes
Pinhão	16 dentes	52	65	78
	20 dentes	41,6	52	62,4
	24 dentes	53,8	41,6	52
	28 dentes	29,64	36,4	44,2
	32 dentes	26	32,5	39
	36 dentes	20,8	28,86	34,58

Imaginando um velocípede, com o melhor rendimento da bicicleta do nosso grupo, a roda teria 120 polegadas (aproximadamente 288 cm), o que seria difícil de andar. Com o pior rendimento a roda teria 25 polegadas de diâmetro (aproximadamente 60 cm).

Uma bicicleta desse tipo teria que ter 50 polegadas de diâmetro (120 cm) para alcançar um bom rendimento (50) e ao mesmo tempo, ser acessível ao tamanho das pessoas.

A roda traseira não interfere no rendimento, apenas dá equilíbrio para a bicicleta.

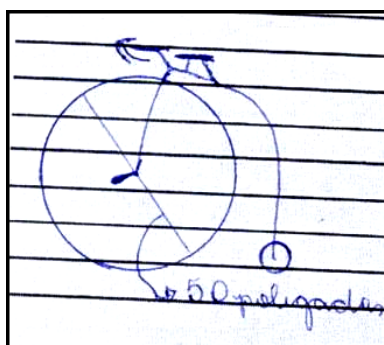


Figura 104: Esboço de um velocípede com rendimento equivalente ao obtido pelo grupo.

### 3.2.2.3 Discussão do projeto final

Os grupos foram cada um a seu tempo finalizando suas atividades nas oficinas e passando assim para o segundo momento do encontro que consistia na discussão sobre o projeto final de cada grupo. Foi apresentado aos grupos algumas ideias contidas nos livros disponíveis na sala<sup>8</sup> para auxiliá-los na escolha dos temas de sua autoria. Percebe-se que o fato de cada grupo ter começado por uma atividade diferente direcionou os grupos para ideias também diferentes. A partir das discussões realizadas nessa parte do encontro, as ideias sobre o projeto final dos grupos podem ser vistas a seguir:

O grupo 1 não havia definido ainda o tema de seu trabalho, foi sugerido um tipo de sistema onde bonecos (palhaços, trapezistas e bailarinas) giravam por polias que estariam anexadas nos mesmos. Havia um exemplo da ideia em um dos livros e foi sugerido que pensassem no tema durante a semana.

O grupo 2 comentou de construir um elevador, foi sugerido que conhecessem os projetos de grua disponíveis nos livros e no kit Marklin.

O grupo 3 comentou sobre um tipo de elevador, utilizaram-se de termos técnicos (energia potencial) mas ainda não tinham definido um tema para seu projeto.

O grupo 4 sugeriu a construção de um liquidificador que funcionaria com um sistema de polias. Assim, o próximo passo desse grupo seria a descoberta de quais materiais eles irão utilizar para tornar sua ideia viável. As próximas atividades que

<sup>8</sup> As Máquinas; Matemáquinas; Tecnologia 1.

realizariam seriam então direcionadas a auxiliá-los a construção de um projeto como este.

O grupo 5 pensou em construir um carrinho de rolimã ou um tipo de skate movido a pedal, comentaram também que eles tinham uma bicicleta que não era mais utilizada e que suas peças poderiam ser utilizadas. Não houve objeção contra a ideia, apesar da preocupação com a construção de um projeto de baixo custo.

#### **3.2.2.4 Atividade virtual – Conhecendo os elementos do GeoGebra.**

A primeira atividade com o uso do GeoGebra chama-se “Construindo o primeiro mecanismo”, em que os alunos construiriam os seletores que iriam permitir o movimento de seu sistema de polias diretas e inversas que voltariam a utilizar nas atividades subseqüentes.

Essa atividade foi direcionada por um roteiro disponível na plataforma e cada aluno poderia executá-la respeitando seu próprio desenvolvimento individual.

A primeira tela indicava o link para que o aluno pudesse baixar e instalar o software GeoGebra e caso necessário a atualização do Java em seu computador.

A segunda tela instruía aos alunos como inserir os seletores R1 e R2 que seriam responsáveis pelos raios das roldanas e os ensinava como fariam para alterar esses valores. Os raios variavam de 0,1 até 5 unidades e essa variação ocorreria em intervalos de 0,1.

A seguir os alunos criaram duas circunferências sendo a primeira de raio R1 e a segunda de raio R2, assim quando variassem cada um desses seletores, as circunferências também variariam seu tamanho.

Os alunos moveram os seletores e analisaram o que ocorreu com as construções e dessa análise deixaram um breve comentário relacionado a atividade realizada. O término da primeira lição virtual ocorreu com o salvamento do arquivo criado por eles com o nome *modelo\_nomealuno.ggb* e o envio ao professor para verificação.

Alguns alunos tiveram problemas com esse envio, pois enviaram um arquivo corrompido ou enviaram o arquivo errado e precisaram reenviá-lo.

Todos os alunos realizaram essa tarefa com sucesso e alguns de seus comentários seguem abaixo:

**Bárbara (1ª série):** a atividade é bem interessante para termos uma idéia mais clara sobre a relação entre o raio e o tamanho de uma circunferência. Conforme modificamos os valores do setor o tamanho da circunferência muda proporcionalmente.

**Ana B. (1ª série):** Foi uma ótima lição e eu aprendi a usar um novo programa. Conforme movia o tamanho de R1 ou de R2 o tamanho das circunferências se alteravam também, para direita aumenta e para esquerda diminui.

**João G. (3ª série):** Ao mover os pontos nos segmentos R1 e R2, os raios das circunferências também aumentam ou diminuem de acordo com os valores escolhidos nos pontos R1 e R2. Eu achei o software bem interessante e até divertido, sendo de fácil manuseio e auto explicativo. As possibilidades são infinitas...

**João N. (1ª série):** Muito interessante, gostei muito dos vídeos e imagens que o Jayme passou. Também me interessou o programa GeoGebra, pois consigo montar algumas roldanas e modificá-las conforme eu necessitar. Se eu aumentasse o numero no seletor de R1 o tamanho de R1 também aumenta e o mesmo acontece com o seletor de R2 e sua respectiva circunferência.

**João R. (3ª série):** A atividade estava ótima. Muito bem explicada e detalhada. Gostei muito! Ao modificarmos os valores do seletor o raio da circunferência altera proporcionalmente com os valores desejados.

**Marcelo (1ª série):** Achei a atividade interessante, pois assim aprendemos e observamos mais sobre uma circunferência, sendo que elas aumentaram ou diminuíram de acordo com os valores digitados nos campos ou na barra de rolagem do aplicativo.

**Pedro (2ª série):** A primeira lição mostra o básico das relações entre duas polias (ângulos e raios). Achei bem explicativa e clara para obtermos bons resultados na prática. Elas modificaram os ângulos e os pares ordenados.

**Renata (2ª série):** Achei muito divertido, mas o programa é tenso demais. Vai demorar um pouco pra eu me acostumar com o programa. As circunferências têm seus raios modificados de acordo com os valores do seletor.

Dos comentários citados os alunos destacaram as seguintes informações:

- 19 alunos relacionaram a variação dos seletores com a variação dos raios das circunferências (95%)
- 1 aluno relacionou a possibilidade da variação dos raios com a transposição para exemplos práticos (5%)
- 3 alunos relacionaram a variação dos seletores com o conceito de proporcionalidade (15%)
- 12 alunos consideraram que a atividade foi interessante (60%)
- 5 alunos consideraram a atividade divertida (25%)
- 5 alunos disseram que foi uma ótima lição/bem explicada (25%)
- 5 alunos elogiaram o software GeoGebra (25%)
- 1 aluno teve certa dificuldade com o software (5%)
- 1 aluno elogiou a apresentação inicial e os vídeos apresentados (5%)

### 3.2.3 Terceiro encontro

No início do encontro do dia 20 de maio de 2009, os alunos rapidamente direcionaram-se a oficina destinada ao seu grupo, ocupando assim um lugar diferente do encontro anterior.

Foi entregue aos grupos uma pasta devidamente classificada por grupo para que eles pudessem arquivar em um mesmo local todas as atividades e relatórios realizados. Ao final de todas as aulas essas pastas eram devolvidas ao professor para que fossem feitas as devidas observações. Os alunos receberam um texto com explicações relacionadas a *bicicletas* e *velocípedes* que discutia sobre o *fator de transmissão e o rendimento*, complementando assim as listas que os grupos teriam acesso ao participarem de estudo de mecanismo do dia a dia (bicicleta).

#### 3.2.3.1 Atividade de oficinas

##### Grupo 1 – Estudo de mecanismo do dia a dia (bicicleta)

Além do estudo que o grupo realizou com a bicicleta de 18 marchas levada por eles, os alunos resolveram um exercício proposto. Esse exercício comentava sobre o motor traseiro de um kart e exemplificava um dos fatores de transmissão possíveis entre os dentes da roda dentada do eixo traseiro e o pinhão de saída do motor. No exemplo fornecido o eixo traseiro tem 64 dentes e o pinhão tem 9 dentes. Perguntava-se a velocidade do eixo traseiro quando o motor estivesse a 5120 rpm.

Os alunos argumentaram da seguinte forma:

$$\text{fator de transmissão} = \frac{9}{64} \cong 0,14$$

O produto da velocidade do motor pelo fator de transmissão será a velocidade do eixo traseiro.

$$v = 0,14 \cdot 5120 = 716,8 \text{ rpm}$$

A resposta esperada era 720 rpm. Os alunos chegaram a essa resposta aproximada devido ao arredondamento da razão 9/64.

A questão pedia também a velocidade do kart quando as rodas motrizes tiverem um diâmetro de 30 cm.

Primeiramente eles determinaram o comprimento de uma volta da roda motriz:

$$C = 2 \cdot \pi \cdot 15 \cong 94,2 \text{ cm}$$

E sendo a velocidade de 716,8 rpm, onde cada rotação ele anda 94,2 cm, temos:

$$1 \text{ rotação} \rightarrow 94,2 \text{ cm} \text{ e } 716,8 \text{ rotações} \rightarrow 1 \text{ minuto}$$

$$94,2 \cdot 716,8 = 67522,56 \text{ cm/min}$$

Assim temos 675,22 m/min (resposta apresentada pelos alunos)

Se tomarmos essa resposta e a convertermos para m/s, teremos 11,25 m/s, que é muito próximo da resposta correta.



**Figura 105:** Alunos realizam atividade exploratória da bicicleta. Na figura da direita percebe-se a utilização da calculadora científica para a realização dos cálculos.

Os alunos estudaram uma bicicleta de 18 marchas e suas tabelas foram entregues juntamente com o relato do experimento feito pelo grupo.

Nessa atividade utilizamos uma bicicleta para estudar o fator de transmissão entre dois eixos medindo as combinações possíveis de marcha para os maiores e menores fatores e como isso influi no desempenho da bicicleta (ou de qualquer veículo que se utiliza deste princípio).

Depois do processo de medição e dos cálculos, utilizamos a tabela de transmissões (que relaciona o número de dentes de cada engrenagem (vide tabelas 8 e 9) para determinar os rendimentos da bicicleta. A partir daí, surgiram dúvidas quanto aos cálculos que seriam realizados quando o professor apresentou uma proposta de calcular o raio da roda da bicicleta se esta fosse a roda motriz (se os pedais estivessem afixados nela, sem correntes). Depois de algum debate, concluímos que o diâmetro da roda deveria ser maior para atingir o mesmo desempenho, já que o fator de transmissão agora é de 1:1.

A atividade foi interessante e curiosa, mostrando por exemplo como é fácil aumentar e diminuir a força necessária para pedalar com as marchas, que regulam o fator de transmissão dos eixos.

Quanto ao projeto do grupo, depois de algumas sugestões do professor, decidimos montar o percurso de um trem sobre um conjunto de correias e polias, montados sobre uma base retangular.”



**Tabela 8: Fatores de transmissão possíveis para a bicicleta de 18 marchas levada pelos alunos – Grupo 1.**

		Número de dentes do pinhão					
		14	16	18	20	22	24
Número de dentes da pedaleira	28	2	1,75	1,55	1,4	1,27	1,16 (piores fator de transmissão)
	38	2,71	2,37	2,11	1,9	1,72	1,59
	48	3,42 (melhor fator de transmissão)	3	2,6	2,4	2,18	2

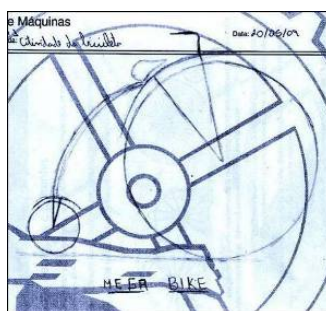
**Tabela 9: Rendimentos possíveis para a bicicleta de 18 marchas levada pelos alunos. Utilizando uma roda de diâmetro 62 cm – Grupo 1.**

Fator de transmissão	Rendimento
1,16	71,92 Pior rendimento
1,27	78,74
1,4	86,8
1,55	96,1
1,75	108,5
2	124
1,58	85,56
1,72	106,64
1,9	117,8
2,11	130,82
2,37	146,94
2,71	168,02
2	124
2,18	135,16
2,4	148,8
2,6	161,2
3	186
3,42	212,04 Melhor rendimento

Calculando o raio de um velocípede com rendimento de 212,04 cm:

$$212,04 = 2 \cdot \pi \cdot R \quad 106,02 = \pi \cdot R$$

$R = 33,76$  cm e o diâmetro deve ser de 67,52 cm.



**Figura 106: Representação de um velocípede com rendimento equivalente ao da bicicleta levada pelos alunos.**

Um fato interessante observado é que o diâmetro da roda motriz não se alterou tanto quanto o obtido pelo grupo do encontro anterior (segundo encontro), pois as bicicletas eram diferentes. Isso ocorreu devido ao fato de que o maior fator de transmissão do grupo anterior era 4,8, e o desse grupo era 3,42, influenciando muito no resultado final.

### Grupo 2 – Utilização de material industrializado K'nex

A lista desse grupo era composta por três exercícios em que o primeiro pedia para que catalogassem o número de dentes das engrenagens existentes no kit e que dessem um exemplo de fator de transmissão que pode ser obtido com o uso das mesmas.

Sua resposta foi dada da seguinte forma:

- Engrenagem amarela grande: 82 dentes
- Engrenagem amarela pequena: 34 dentes
- Engrenagem azul: 14 dentes

O exemplo proposto foi um sistema de engrenagens e correntes com uma engrenagem de cada tipo:

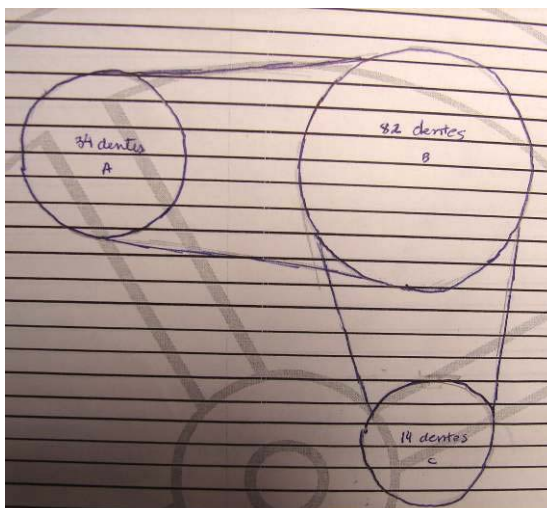


Figura 107: Sistema com correntes e engrenagens proposto pelos alunos utilizando-se das engrenagens do kit Marklin.

E seus fatores de transmissão foram calculados a seguir:

$$t(AB) = \frac{34}{82} = \frac{17}{41} \qquad t(BC) = \frac{82}{14} = \frac{41}{7}$$

$$t(AC) = \frac{17}{41} \cdot \frac{41}{7} = \frac{17}{7} \cong 2,42$$

Assim, 2,42 é o fator de transmissão obtido do sistema de correias e engrenagens proposto.

A segunda questão pedia os fatores de transmissão de A para B em duas situações e fornecia os diâmetros de cada polia.

Os alunos desenharam um esboço dos exemplos fornecidos e os solucionaram na sequência.

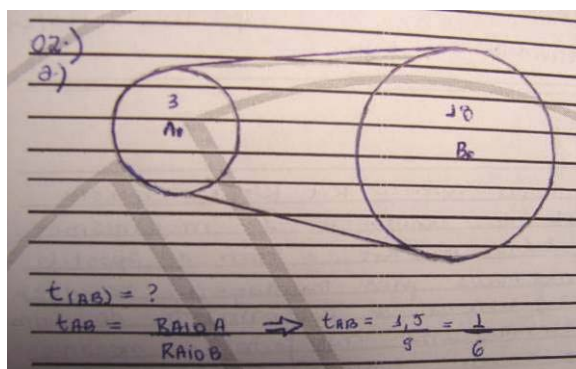


Figura 108: Sistema de polias diretas cujos diâmetros valem respectivamente 3 cm e 18 cm.

$$t(AB) = ? \qquad t(AB) = \frac{\text{Raio A}}{\text{Raio B}} = \frac{1,5}{9} = \frac{1}{6}$$

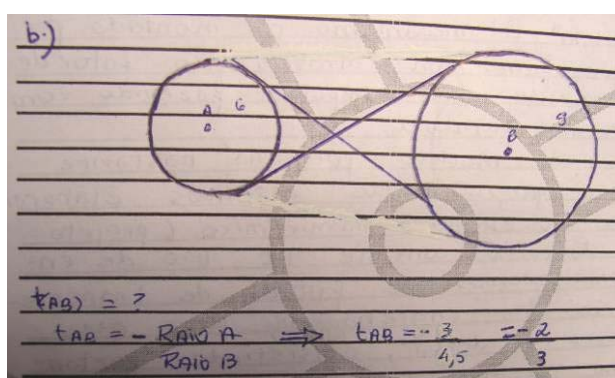


Figura 109: Sistema de polias inversas cujos diâmetros valem respectivamente 6 cm e 9 cm.

$$t(AB) = ? \qquad t(AB) = -\frac{\text{Raio A}}{\text{Raio B}} = -\frac{3}{4,5} = -\frac{2}{3}$$

O terceiro exercício enunciava um sistema de polias ligadas por uma correia de forma direta, a primeira com 40 cm de raio e girando a 120 voltas por segundo. Perguntava-se quantas voltas por segundo a segunda daria sendo que ela tem 60 cm de raio.

Eles apresentaram a seguinte solução:

$$40 \text{ cm} \rightarrow 120 \text{ voltas/s}$$

$$60 \text{ cm} \rightarrow x \text{ voltas/s}$$

$$40x = 60 \cdot 120$$

$$x = 180 \text{ voltas/s}$$

A polia de 60 cm de raio realizará 180 voltas/s

Apesar de terem respondido a questão, eles esqueceram-se do fator de transmissão, pois o fator de transmissão é 40/60, ou seja, 2/3. Assim o número de voltas é 2/3 de 120 voltas que resulta em 80 voltas por segundo.

Na atividade com o kit K'nex, sugeri que construíssem um mecanismo que simula o funcionamento de subir o vidro de um carro, ajudando-os assim com sua idéia da construção do elevador.



**Figura 110:** Alunos construindo um sistema que reproduz o mecanismo do vidro de um carro – Grupo 2.

Segundo comentários dos alunos e o professor de física presente no encontro, o mecanismo funcionou corretamente, mas não foi possível verificar o mecanismo em funcionamento; alguma peça deve ter se soltado e tiveram que tentar localizar o problema, sem êxito.

Segue o relato do grupo:

A atividade realizada com o kit K'nex consiste em uma atividade de montagem de mecanismos. Com as peças dadas no kit e com a apostila de modelos mecânicos para montagem, resolvemos montar o sistema de funcionamento de vidro de carro; mostramos como era feito o mecanismo para que o vidro subisse e descesse através da “manivela”. O mecanismo é montado por engrenagens que funcionam através do fator de transmissão emitido pelo impulsor fazendo com que o mecanismo funcione.

Escolhemos esse modelo, pois há bastante ligação com o projeto que estamos elaborando, visto que, o elevador panorâmico (projeto que estamos trabalhando) consiste no uso de engrenagens; precisaremos de fatores de transmissão por meio de engrenagens, para que o elevador “suba e desça”, consistindo portanto no mesmo mecanismo feito para fazer com que o vidro do carro funcione.

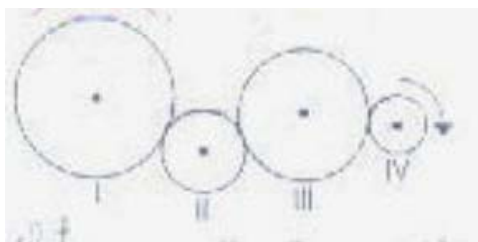
Nosso projeto do elevador panorâmico já foi discutido; faremos uma maquete simulando uma parte de uma cidade. Montaremos o prédio com lego, e por fora deste, ligaremos o elevador; o material utilizado para a montagem do elevador será o mais leve possível, pois para que este possa subir e descer com facilidade; o mais será discutido no próximo encontro.

### **Grupo 3 – Utilização do kit industrializado MARKLIN**

A lista que esse grupo recebeu era composta de três exercícios onde o primeiro deles pretendia catalogar as roldanas existentes no kit MARKIN e com elas dar exemplos de fatores de transmissão que podem ser obtidos utilizando-se das mesmas.

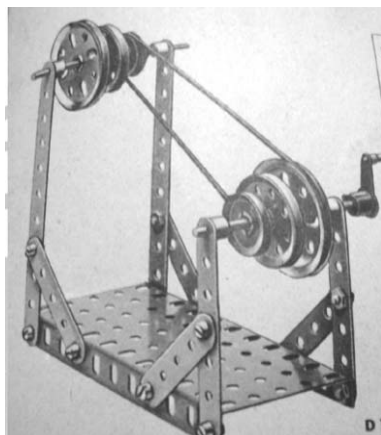
A segunda questão pedia para que os alunos indicassem de qual forma poderiam ser utilizadas as roldanas de 12 mm, 36 mm, 72 mm e 144 mm para conseguir os fatores de transmissão  $-2/3$ ,  $+72$  e  $+1/6$ .

A terceira questão apresentava um sistema de quatro polias acopladas com respectivamente 20 cm, 10 cm, 15 cm e 8 cm de raio e considerando a primeira como o impulsor eles deveriam determinar o fator de transmissão do sistema.



**Figura 111: Sistema de polias acopladas apresentado no exercício.**

A sugestão de construção com o kit MARKLIN era de um sistema de polias e correias que simulava o movimento dos pedais e pedaleiras de uma bicicleta de marchas.



**Figura 112: Sugestão de construção com a utilização do kit Marklin.**

Os alunos pediram para ver outras sugestões de construção e optaram pela construção de uma gangorra. A construção escolhida se distanciou um pouco do assunto de engrenagens e polias, mas como surgiu o interesse do grupo, não houve interferência na decisão do grupo.



**Figura 113: Alunos construindo a gangorra com a utilização do kit Marklin – Grupo 3.**

O grupo não soube se organizar para construir o modelo e solucionar os exercícios, assim, quando a atividade foi encerrada, para que pudessem iniciar a discussão sobre o projeto final, eles ainda não haviam resolvido os exercícios. Mesmo assim foi iniciada a parte de discussão; dessa forma, não foi possível constatar se o grupo solucionou ou não as questões propostas.

O relato feito pelos mesmos concentra-se na construção da gangorra como podemos ver a seguir:

**Com o intuito de compreender e observar a mecânica e o funcionamento de mecanismos com polias, construiu-se uma gangorra.**

Para a base da gangorra foi utilizada uma placa de metal do “kit MARKLIN”. Nesta placa parafusou-se dois “tripés”. Duas “tiras” metálicas foram unidas pelos centros por uma tira menor. Os

banquinhos foram montados parafusando duas pequenas tiras na horizontal nas pontas de cada uma das tiras principais, maiores.

Parafusaram-se também outras quatro pequenas tiras, na vertical nas pontas das duas tiras menores parafusadas na horizontal. Parafusou-se um mini arco metálico nas pontas de duas pequenas placas utilizadas como “banquinho”. O conjunto (arco e placa) foi parafusado nas pontas das tiras de base. Prendeu-se todo o mecanismo por meio de um bastão de ferro preso a duas polias anteriormente ligadas aos tripés, localizando-se abaixo da tira metálica central ao mecanismo.

O mecanismo foi montado com sucesso, tendo o funcionamento como esperado; subindo e descendo conforme a mudança de contrapeso de cada lado, graças ao fato de estar preso pelo centro por um bastão que gira com a diferença da massa.

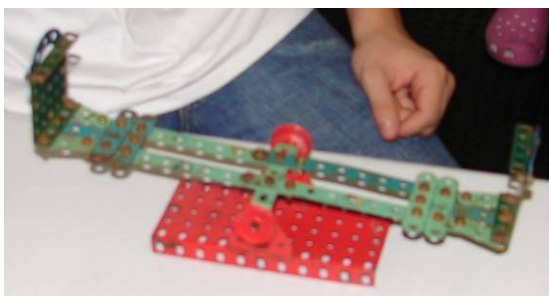


Figura 114: Gangorra construída com o kit Marklin.

#### Grupo 4 – Construção com instrumentos de desenho

A necessidade de uma explicação prévia da forma de utilização dos instrumentos de desenho geométrico ocorreu com esse grupo também, mas eles souberam administrar melhor seu tempo e conseguiram realizar a todas as atividades programadas.

Os alunos apresentaram corretamente as seguintes construções: sistema de polias diretas e inversas quando os raios são iguais e quando um dos raios vale o dobro do outro.

As contas realizadas para cada uma das construções são apresentadas a seguir:

Tabela 10: Sistema de polias diretas com os raios com a mesma medida.

Raio	4 cm
Distância entre as polias	14 cm (distância entre os centros)
Fator de transmissão	1:1
Impulsor	R1
Seguidor	R2
Comprimento de cada polia	$C = 2 \cdot \pi \cdot 4 = 25,12$ cm
Comprimento da correia	$C = 2 \cdot \pi \cdot 4 + 2 \cdot 14 = 53,12$ cm

Tabela 11: Sistema de polias inversas com os raios com a mesma medida.

Raio	4 cm
Distância entre as polias	15 cm (distância entre os centros)
Comprimento de cada polia	$C = 2 \cdot \pi \cdot 4 = 25,12$ cm
Distância entre os pontos de tangência (auxiliei o aluno na visualização do triângulo retângulo)	$15^2 = 8^2 + d^2$ $225 = 64 + d^2$ $d^2 = 161$ $d = 13,7$
Medida do ângulo do arco comum a polia e a correia	245° (medido com transferidor)
Comprimento da correia	$360^\circ \rightarrow 25,12$ cm $245^\circ \rightarrow x$ $x \cong 17,1$ cm Comprimento = $17,1 + 17,1 + 13,7 + 13,7$ Comprimento = 61,6 cm

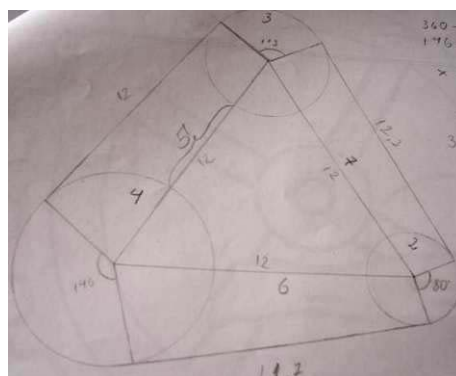
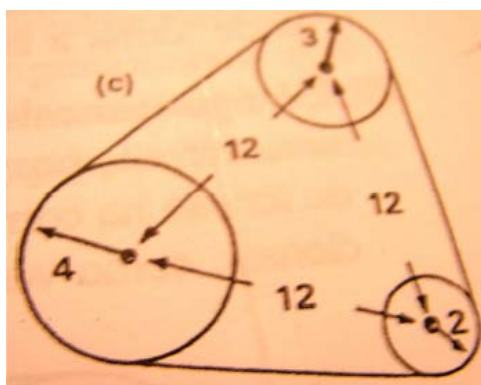
Tabela 12: Sistema de polias diretas com os raios com medidas diferentes.

Raio do impulsor	4 cm
Raio do seguidor	2 cm
Comprimento da polia 1	$C_1 = 2 \cdot \pi \cdot R$ $C_1 = 2 \cdot \pi \cdot 4$ $C_1 = 8\pi$
Comprimento da polia 2	$C_2 = 2 \cdot \pi \cdot R$ $C_2 = 2 \cdot \pi \cdot 2$ $C_2 = 4\pi$
Distância entre as polias	14 cm (distância entre os centros)
Fator de transmissão	2:1
Medida do ângulo do arco comum a polia 1 e a correia	199° (medido com transferidor)
Comprimento do arco comum a polia 1 e a correia	$360^\circ \rightarrow 25,12$ cm $199^\circ \rightarrow x$ $x = 14,04$ cm
Medida do ângulo do arco comum a polia 2 e a correia	161° (medido com transferidor)
Comprimento do arco comum a polia 2 e a correia	$360^\circ \rightarrow 12,56$ cm $161^\circ \rightarrow y$ $y = 5,52$ cm
Distância entre os pontos de tangência (foi feita a medição com régua apesar de ter apresentado no desenho o esboço do triângulo retângulo)	13 cm
Comprimento da correia	Comprimento = $13 + 13 + 5,52 + 14,04$ Comprimento = 45,56 cm

**Tabela 13: Sistema de polias inversas com os raios com medidas diferentes.**

Raio do impulsor	4 cm
Raio do seguidor	2 cm
Distância entre as polias	14 cm (distância entre os centros)
Medida do ângulo do arco comum a polia 1 e a correia	218° (medido com transferidor)
Comprimento do arco comum a polia 1 e a correia	360° → 25,12 cm 218° → $x$ $x \cong 15,21$ cm
Medida do ângulo do arco comum a polia 2 e a correia	237° (medido com transferidor)
Comprimento do arco comum a polia 2 e a correia	360° → 12,56 cm 237° → $y$ $y \cong 8,26$ cm
Distância entre os pontos de tangência (foi feita a medição com régua)	12 cm
Comprimento da correia	Comprimento = 12 + 12 + 15,21 + 8,26 Comprimento = 47,47 cm

Finalizadas as construções, eles estudaram um sistema de polias e tentaram calcular quantidade de correia utilizada para o sistema.



**Figura 115: Sistema de polias apresentado e sua representação feita com a utilização de régua e compasso.**

Os alunos decidiram por realizar a construção desse mecanismo com os instrumentos de desenho e assim realizar as operações necessárias para conseguir a resposta desejada.



**Tabela 14: Determinação do comprimento da correia utilizada no sistema de polias acima.**

Raio da polia 1	4 cm
Medida do ângulo do arco comum a polia 1 e a correia	146° (medido com transferidor)
Comprimento do arco comum a polia 1 e a correia	360° → 25,12 cm 146° → $x$ $x = 10,18$ cm
Raio da polia 2	3 cm
Medida do ângulo do arco comum a polia 2 e a correia	113° (medido com transferidor)
Comprimento do arco comum a polia 2 e a correia	360° → 25,12 cm 113° → $y$ $y = 5,51$ cm
Raio da polia 3	2 cm
Medida do ângulo do arco comum a polia 3 e a correia	80° (medido com transferidor)
Comprimento do arco comum a polia 3 e a correia	360° → 25,12 cm 80° → $z$ $z = 2,79$ cm
Distância entre os pontos de tangência da polia 1 para a polia 2 (foi feita a medição com régua)	12 cm
Distância entre os pontos de tangência da polia 2 para a polia 3 (foi feita a medição com régua)	12,3 cm
Distância entre os pontos de tangência da polia 3 para a polia 1 (foi feita a medição com régua)	11,7 cm
Comprimento da correia	Comprimento=10,18+5,51+2,79+12+12,3+11,7 Comprimento=54,48 cm

Percebe-se que apesar de existir alguns erros na resolução (distância entre os pontos de tangência), o aluno conseguiu desenvolver uma boa estratégia para a resolução do problema.

No relato do grupo nota-se que eles tiveram mais facilidade que o grupo anterior, talvez pelo fato da tarefa virtual ter sido um facilitador para esta atividade:

Nós trabalhamos com uma folha de exercícios, que continham três exercícios de desenho. Foi bem interessante desenhar os sistemas com o compasso e as régua, pois tudo deveria ser exato, para que o sistema ficasse simétrico.

Nós dividimos o trabalho e conseguimos completar dois dos exercícios, pois o terceiro não deu tempo. Após o término do exercício veio a discussão sobre o nosso projeto final que mudou, imaginávamos que seria um liquidificador movido por um sistema de polia grande e uma pequena que aumentaria o número de rotações da primeira, deixando-a bem rápida a ponto de a hélice ligada na roda pequena triturar algo. Porém achamos que seria muito simples e vamos pensar talvez em algo mais elaborado no decorrer da semana com reuniões nos intervalos de aulas.

## Grupo 5 – Resolução de exercícios de vestibulares

Esse grupo recebeu uma lista com quatro exercícios que foram resolvidos durante o encontro. Eles não entregaram as resoluções mas em seu relato eles comentam sobre os mesmos.

O primeiro exercício dizia que um veículo com rodas de 60 cm girava a 600 rpm e pedia sua velocidade em km/h.

Sendo o comprimento da circunferência  $\pi \cdot d$ , sendo  $d$  o diâmetro, temos que em uma volta o carro anda  $60\pi$  cm ou  $0,6\pi$  m que equivale a 1,9 m.

Se esse carro dá 600 voltas em um minuto, temos que ele anda a  $600 \cdot 1,9 = 1140$  metros a cada minuto.

Em sessenta minutos (uma hora) esse carro anda  $60 \cdot 1140 = 68400$  metros a cada hora. Assim a velocidade será de 68,4 km/h. (os alunos chegaram a resposta  $21,6\pi$  km/h que são respostas próximas).

O segundo exercício pedia qual o número de voltas completas uma roda de 10 cm de diâmetro deveria girar sobre uma linha reta para que sua distância percorrida fosse maior que 10 m.



Figura 116: Representação gráfica do enunciado fornecido.

Como em uma volta a roda gira  $10\pi$  cm, teremos a aproximação 0,314 m a cada volta, assim se dividirmos 10 metros por 0,314 metros, teremos 31,8 voltas e portanto com 32 voltas essa roda girará uma distância maior que 10 metros.

O terceiro exercício utilizava duas rodas dentadas engrenadas onde a primeira tem 12 dentes e a segunda, 54 dentes. Eles eram questionados de quantas voltas daria a primeira se a segunda der 8 voltas.

O fator de transmissão da segunda para a primeira é de  $\frac{54}{12} = 4,5$ , ou seja, para cada volta da segunda, a primeira dará 4,5 voltas. Assim  $4,5 \cdot 8 = 36$  voltas.

O quarto exercício exemplificava uma pista de atletismo construída a partir de um retângulo de dimensões  $4R$  e  $2R$  com uma semicircunferência em cada extremidade.

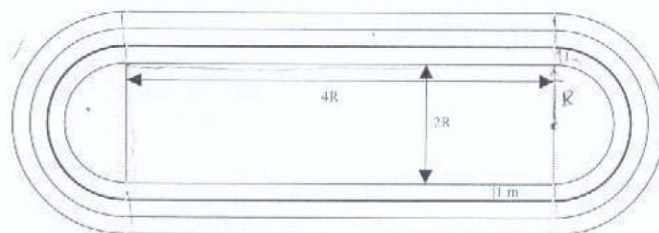


Figura 117: Representação gráfica da pista de atletismo.

Pedia-se o valor de  $R$  (intervalo) para que a pista mais escura (formada a partir da semicircunferência de raio  $R+1$ ) tivesse 600 metros de comprimento.

O comprimento em função de  $R$  é dado por  $2\pi(R+1) + 8R$  e igualando essa medida a 600 metros teremos:

$$2\pi(R+1) + 8R = 600$$

$$2\pi R + 2\pi + 8R = 600$$

$$6,28R + 6,28 + 8R = 600$$

$$14,28R = 600 - 6,28$$

$$14,28R = 593,72$$

$$R = 41,57m \text{ (pertencendo assim ao intervalo entre 40 e 41)}$$

No relatório dos alunos pode-se perceber que o exercício quatro por não ser trivial foi o que exigiu mais atenção por parte deles:

**A atividade do dia foi a resolução de exercícios.**

O exercício número um, apesar de parecer simples exigiu um pouco de raciocínio. O primeiro passo a ser realizado foi de calcular quantos metros a roda andava em uma volta. A seguir calculamos quantos metros ela andava em seiscentas voltas (tudo na unidade de centímetros). Achado isso, constatamos que em sessenta minutos ela estava com uma velocidade de  $21,6\pi$  km/h ( $2160000\pi$  cm/min).

No exercício número dois usamos  $\pi$  com o valor de três (3). Encontramos a distância percorrida pela roda em uma volta, logo encontramos que em 33 voltas ela percorreria os 1000 cm.

No exercício número três, calculamos o fator de transmissão que é de 4,5 (fator de transmissão da grande para a pequena). Com esses valores é possível encontrar quantas voltas a pequena dá quando a grande gira 8 vezes.

O exercício 4 foi o que mais exigiu raciocínio, interação do grupo para com ele e com os professores. Nesse exercício tivemos que adotar  $600 = 8R + 2\pi(R + 1)$ , no qual somamos 1 m ao  $2R$  pois ele está medindo o raio mediano. Após tentativa e discussões chegamos a resposta final.

### 3.2.3.2 Discussão do projeto final

Finalizadas as oficinas, passamos a etapa das discussões sobre o projeto final onde os alunos continuaram aprimorando as sugestões de projetos dadas no primeiro encontro:

O grupo 1 decidiu pela construção de uma estrutura com polias que é responsável pelo percurso de um trem feito de pano ou de EVA e essas polias seriam as próprias estações desse trem.

O grupo 2 manteve a idéia do elevador panorâmico e destacou a preocupação no peso da cabine do elevador que estaria na parte externa do prédio pois esta deveria ser o mais leve possível.

O Grupo 3 ao construir a gangorra durante a oficina me levou a sugerir a construção de uma balança de precisão, mas pela discussão do grupo uma outra idéia que surgiu foi a da construção de um tipo de moinho de vento.

O grupo 4 abandonou a idéia do liquidificador por argumentarem que seria uma construção muito simples, e disse trabalhariam em um projeto mais elaborado, mas ainda sem um tema definido.

O grupo 5 persistiu com a idéia do kart, mas pedi ao grupo que pensassem em construir uma miniatura desse projeto devido a dificuldade que teriam em trabalhar com ferro e soldas.

### 3.2.3.3 Atividade virtual – Fóruns de discussão

Com a finalização desse encontro, os alunos deveriam, durante a semana, acessar a plataforma e visualizar os vídeos e fóruns inseridos na mesma e, caso desejassem, realizar comentários sobre os mesmos. Um convite para a participação dessas atividades foi enviado aos alunos:

**Professor:** Olá pessoal, estou acompanhando as suas respostas e vocês receberão em breve os meus comentários.

Gostaria que vocês entrassem durante essa semana no fórum que eu criei, assistam aos vídeos indicados e deixem os devidos comentários.

Os livros e a apresentação inicial também já estão funcionando corretamente, assim vocês podem consultá-los.

O fórum criado para os alunos foi habilitado na plataforma e sugeria que os alunos assistissem a alguns vídeos disponibilizados no YouTube que mostravam mecanismos articulados que existem em um museu na cidade de Canela-RS chamado “mundo a vapor” e pedia que comentassem os vídeos relacionando-os com os fatores de transmissão.

4

L



Mini Mundo / Mundo a Vapor



 [Deixe aqui seu comentário - Assistindo aos vídeos](#)

**Figura 118:** Tela de entrada da seção fórum criada na plataforma de educação a distância.

A mensagem que os alunos visualizavam ao entrar na seção fórum era a seguinte:

**Olá alunos, assistam aos vídeos:**

**Produção de Macarrão – Bento Gonçalves – YouTube**

**Mundo a vapor 1 – YouTube**

**Mundo a vapor 2 – YouTube**

**Mundo a vapor 3 – YouTube**

Comentem o que vocês acharam dos vídeos em relação aos fatores de transmissão e/ou a aplicação prática do mecanismo apresentado.

Visitem o site do museu chamado “Mundo a vapor” na cidade de Canela-RS <http://www.mundoavapor.com.br/>, interajam com ele, conheçam as máquinas que existem no museu e assista ao vídeo que esta no site.

Procurem na internet (YouTube) outros vídeos que pessoas tenham filmado do museu, destacando o vídeo que você se interessou mais. Coloque juntamente com seu comentário o link para que também possamos assisti-lo.

Algumas das participações dos alunos no fórum podem ser vistas a seguir:

**Pedro (2ª série):** Os fatores de transmissão são importantíssimos, já que nos vídeos podemos notar que as polias trabalham a partir de uma força aplicada em uma primeira roldana e a partir dessa roldana as outras giram de acordo com seu fator de transmissão. Nos vídeos há também uma melhor visualização do funcionamento prático dos mecanismos, mas fica a dúvida de que se materiais simples realmente terão longa vida, ou seja, força suficiente para trabalharem entre si de forma ordenada, sem serem deformadas por agentes climáticos, como o frio ou altas temperaturas, além da própria estrutura do material, se será forte o suficiente. Mas no quesito construção os vídeos mostram claramente a importância dos tamanhos das correntes, ângulos e fator de transmissão na construção de polias.

**Alan (3ª série):** Os vídeos são bastante interessantes, principalmente para aquelas pessoas que curtem saber como funcionam as coisas, e principalmente por serem em miniatura! Não sei se você já ouviu falar do mundo em miniatura construído num shopping, acho que na Alemanha, ou Inglaterra, todos os bonequinhos são movidos através de mais de cem computadores, e eles se movimentam e tal, na reportagem eles dizem que usaram muitas polias e engrenagens para construir aquilo tudo. Vou tentar achar alguma coisa sobre ele e se achar eu deixo um comentário aqui com o site.

**Professor:** Será que é esse site aqui? <http://www.miniatureworld.com/>  
O mini-mundo que eu conheço é em Canela, e é bem como você descreveu. O site é esse aqui: <http://www.minimundo.com.br/minimundo/index.htm>

**Jennifer (3ª série) :** Os vídeos são bem legais, é interessante ver como engrenagens e polias podem movimentar e fazer funcionar várias coisas. O vídeo que mais gostei foi: "Mundo a vapor 3". Achei bem legal.

Percebe-se nos comentários dos alunos uma certa preocupação com a durabilidade e a resistência dos mecanismos que serão construídos por eles, além da percepção da importância do mecanismo impulsor nos mecanismos visualizados.

### 3.2.4 Quarto encontro

No encontro do dia 27 de maio de 2009, levei aos alunos uma régua contendo engrenagens que ao utilizar-se delas era possível realizar vários tipos de desenhos cíclicos. Deixei a régua circular por entre os grupos e pedi para que eles tentassem estudar o seu funcionamento.



Figura 119: Régua de engrenagens e os desenhos que podem ser feitos com a utilização da mesma.

#### 3.2.4.1 Atividade de oficinas

##### Grupo 1 – Resolução de exercícios de vestibulares

A lista que os alunos receberam era composta por cinco exercícios e sua resolução foi entregue juntamente com o relato da atividade.



**Figura 120: Alunos discutindo os exercícios propostos – Grupo 1.**

O primeiro exercício apresentava um velocípede onde os raios da roda dianteira e traseira valem respectivamente 55 cm e 35 cm. Perguntava-se qual o número mínimo de voltas completas da roda maior para que a roda menor gire um número inteiro de vezes.

Pelos raios temos que o fator de transmissão é de  $\frac{55}{35} = \frac{11}{7}$ , assim para que a menor dê 11 voltas, a maior deve dar 7 voltas.

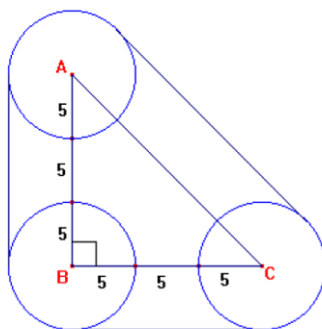
O segundo exercício apresentava quatro círculos tangentes onde seus centros são os vértices de um quadrado de lado 4 cm e o objetivo era descobrir o comprimento da correia.



**Figura 121: Correias envolvendo um sistema de quatro círculos tangentes.**

Sendo 4 cm o lado do quadrado formado pelos centros das circunferências, tem-se que o raio de cada uma delas é 2 cm. O percurso da correia é composto por duas partes com o comprimento de um quarto de circunferência e duas partes com o comprimento de três quartos de circunferência, ou seja, o comprimento de duas circunferências de raio 2.

O terceiro exercício pedia o comprimento da correia que envolve o sistema de três polias de raio 5 cm.



**Figura 122: Sistema de polias envolvidas por correia.**

O sistema apresentava um triângulo retângulo e isósceles cujos lados congruentes medem 15 cm. Pelo teorema de Pitágoras descobre-se que essa hipotenusa mede  $15\sqrt{2}$  e os ângulos dos arcos de circunferência comuns com a correia são  $90^\circ$ ,  $135^\circ$  e  $135^\circ$ . Assim o comprimento da correia será  $15+15+15\sqrt{2} + \left(\frac{135+135+90}{360}\right) \cdot 2\pi \cdot 5$  realizando os cálculos teremos a solução  $30+15\sqrt{2}+10\pi$ .

O quarto exercício também pedia o comprimento da correia de um sistema mais simples formado por apenas duas polias de raio 10 cm cuja distância entre os seus centros é de 30 cm. O comprimento dessa circunferência pode ser obtido simplesmente adicionando-se o comprimento de duas semicircunferências ao dobro da distância entre os centros que representam a parte da correia que não intercepta a polia obtendo a resposta 122,8 cm.

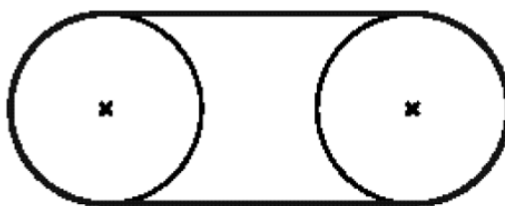


Figura 123: Sistema de polias envolvido por correias.

O quinto exercício pedia a distância entre os centros das circunferências  $C_1$  e  $C_2$  conhecendo-se a área da primeira ( $9\pi \text{ cm}^2$ ) e o comprimento da segunda ( $30\pi \text{ cm}$ ) e a distância entre os pontos de tangência das circunferências (16 cm).

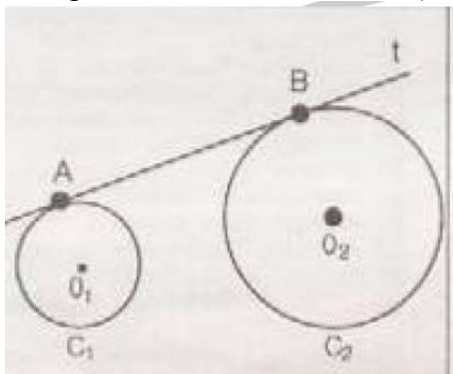


Figura 124: Reta tangenciando duas circunferências.

Temos que os raios valem respectivamente 3 cm e 15 cm. A diferença entre os raios vale 12 cm e representa um dos catetos de um triângulo retângulo onde o outro cateto é a distância entre os pontos de tangência (16 cm). A hipotenusa vale então 20 cm.

No relato dos alunos é possível ver os caminhos que eles utilizaram para a resolução de cada um dos exercícios:

Nessa atividade o grupo resolveu exercícios sobre polias, engrenagens, correias, fatores de transmissão e comprimentos de correias. Foram 5 exercícios de diferentes níveis de dificuldade.

Nesse exercício da UFRN, deveríamos calcular o número mínimo de voltas para que a roda de 55 cm de raio deveria dar para que a roda de 35 cm gire um número inteiro de vezes.

Primeiro nós pegamos os dois raios e tiramos o MDC entre eles, o resultado deu 7 e 11 portanto, a cada 7 voltas que a roda maior der, a menor dará 11 voltas, esses são os mínimos valores para voltas completas.

$$\begin{array}{r} 35,55 \overline{)5} \\ 7,11 \end{array}$$

A segunda questão pedia o comprimento, em centímetros da figura dada. Depois de analisarmos o exercício, percebemos que se juntarmos os pedaços da correia, formamos dois círculos iguais ao da figura e depois calculamos o comprimento e multiplicamos por dois.

O terceiro exercício pediu para calcular o comprimento da correia que envolve as polias. Somamos os valores 15 cm das duas partes da correia que são paralelas e tem o mesmo comprimento do lado do triângulo. A outra parte é paralela e do mesmo comprimento da hipotenusa do triângulo e a última parte tem o mesmo valor que o comprimento do círculo.

O quarto exercício pediu o comprimento da correia. Somamos os valores das duas partes da correia de mesmo comprimento e paralela a distância entre os centros das polias. Depois somamos o valor de uma circunferência.

A quinta questão pediu a distância entre os centros O1 e O2 que pode ser obtido pelo triângulo retângulo de catetos 16 cm e 12 cm (R1-R2).

## Grupo 2 – Estudo de mecanismo do dia a dia (bicicleta)

Além da atividade exploratória da bicicleta, eles realizaram um exercício sobre um mecanismo rural que consistia em uma roldana de 150 cm de diâmetro e estava ligado a um grupo de roldanas cujos diâmetros são 10 cm e 25 cm (como a pedaleira de uma bicicleta) através de uma correia. Perguntava-se quais os fatores de transmissão possíveis de se obter com esse sistema. A figura auxiliava ao aluno no melhor entendimento do sistema:

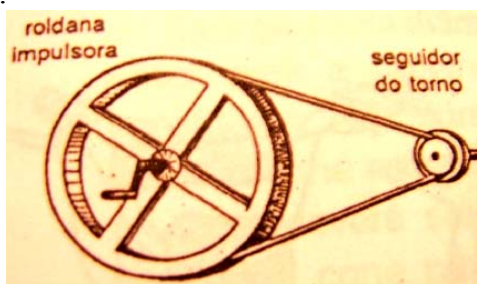


Figura 125: Mecanismo rural movido a polias e correias.

Se o seguidor for a roldana de 10 cm, o fator de transmissão será  $t = \frac{150}{10} = 15$  e

se o seguidor for a roldana de 25 cm teremos o fator de transmissão  $t = \frac{150}{25} = 6$ .

Na atividade realizada com a bicicleta, os alunos puderam realizar a comparação dos rendimentos da bicicleta de 21 marchas levada por eles com uma bicicleta de marcha única que a partir desse encontro estaria disponível na sala para os alunos trabalharem.



Figura 126: Alunos realizam atividade exploratória da bicicleta de 21 marchas.



As tabelas que os alunos produziram e a comparação dos rendimentos das duas bicicletas podem ser vistas no relatório:

Na atividade com a bicicleta o grupo utilizou dois modelos para realizar a tarefa. A primeira analisada foi a de tamanho menor.

As seguintes observações foram feitas:

- pedaleira – 28 dentes
- pinhão – 16 dentes
- Diâmetro da roda – 16 cm

Rendimento = (fator de transmissão).(diâmetro da roda)

$$R = \frac{28}{16} \cdot 16 = 28 \text{ cm}$$

Em seguida repetimos o procedimento com a outra bicicleta maior do que a primeira utilizada e com marchas. Chegamos as seguintes conclusões:

**Pedaleira**

- 1ª – 48 dentes
- 2ª – 38 dentes
- 3ª – 28 dentes

**Pinhão**

- 1ª – 28 dentes
- 2ª – 24 dentes
- 3ª – 22 dentes
- 4ª – 20 dentes
- 5ª – 18 dentes
- 6ª – 16 dentes
- 7ª – 14 dentes

Obtivemos a seguinte tabela com os possíveis fatores de transmissão.

Tabela 15: Fatores de transmissão do pedal para o pinhão de uma bicicleta de 21 marchas.

		Pinhão						
		28	24	22	20	18	16	14
Pedal	48	1,7	2	2,1	2,4	2,6	3	3,4
	38	1,3	1,5	1,7	1,9	2,1	2,3	2,7
	28	1	1,1	1,2	1,4	1,5	1,7	2

A partir da tabela descobrimos os rendimentos com a menor e a maior marcha. (diâmetro da roda = 22 cm)

$$\text{Rendimento 1} = 1 \cdot 22 = 22 \text{ cm}$$

$$\text{Rendimento 2} = 3,4 \cdot 22 = 74,8 \text{ cm}$$

**Conclusão:**

Chegamos a conclusão de que se fosse disputada uma corrida entre as duas bicicletas e desconsiderando o preparo físico de cada ciclista, haveria a possibilidade da segunda bicicleta perder para a primeira, caso seja colocada a sua menor marcha.

**Exercício 1:**

$$t = \frac{150}{10} \rightarrow \text{fator de transmissão} = 15$$

$$t = \frac{150}{25} \rightarrow \text{fator de transmissão} = 6$$

Os possíveis valores de transmissão são 15 e 6.

**Discussão do projeto:**

O grupo iniciou um esboço do projeto e em seguida discutimos sobre os possíveis tipos de engrenagens para confeccionar o elevador, outros detalhes em relação a maquete também foram observados.

Como a bicicleta que eles utilizaram era similar a usada pelos outros grupos, percebe-se que ocorreu algum problema na medição do diâmetro da roda, pois eles determinaram 22 cm e o tamanho real deve ser próximo a 60 cm. Essa medição incorreta levou o grupo a chegar a conclusão errônea que a bicicleta menor poderia ter o rendimento maior que a outra bicicleta em uma situação específica.

### Grupo 3 – Utilização de material industrializado K'nex

Devido ao interesse que o grupo teve em relação a construção da gangorra, sugeri a eles que construíssem utilizando-se do kit K'nex um tipo de alavanca que tinha a função de lançar uma bola em um cesto (equivalente ao do jogo de basquete) e essa alavanca era ativada fazendo-se peso na outra extremidade.

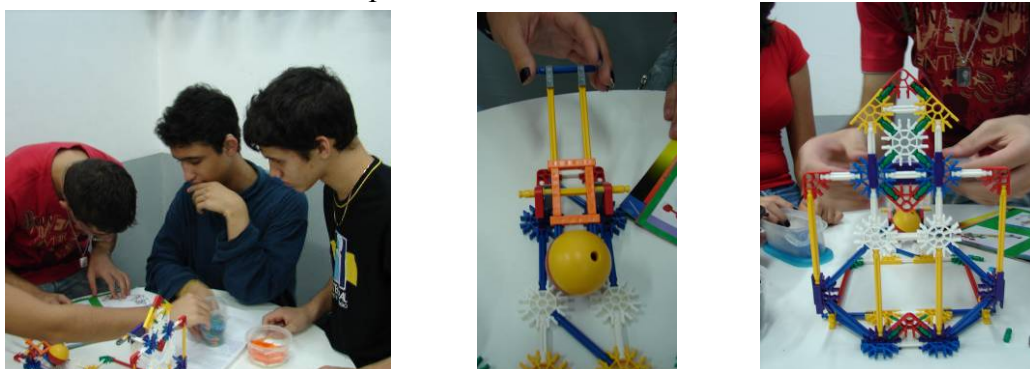


Figura 127: Mecanismo construído com o kit K'nex que simula o lançamento de uma bola de basquete no cesto.

Em seguida, o grupo construiu um modelo de ventilador e fazendo algumas alterações no modelo original, a partir dessa construção, eles estudaram a idéia da construção de um moinho de vento cuja parte superior girasse, e assim o movimento seguidor fosse responsável por duas funções, a de girar a hélice e a de girar o mecanismo superior.

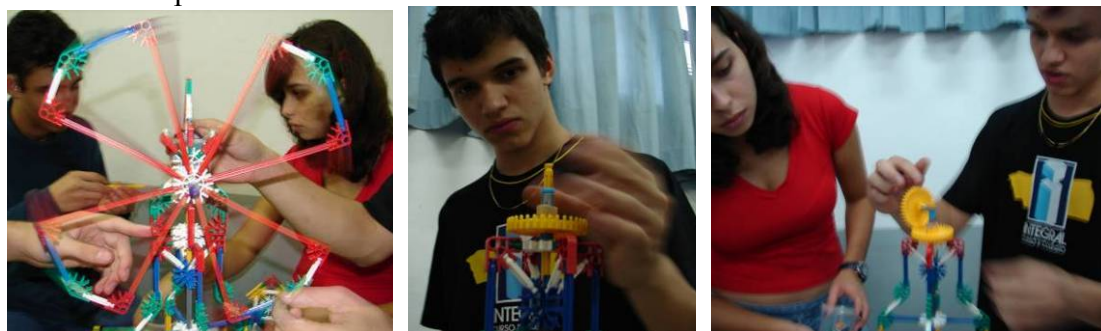


Figura 128: Construção de um ventilador e exploração do projeto de um moinho de vento.

Além da construção, a lista de exercícios que os alunos receberam era composta de três exercícios, onde os dois primeiros estavam relacionados com as engrenagens do kit K'nex. Pedia-se nestes exercícios para que o grupo classificasse as engrenagens existentes no kit e sugerisse alguns fatores de transmissão que poderiam ser obtidos com o uso das mesmas.

O terceiro exercício fornecia um sistema de polias composto por seis polias acopladas ou solidárias de diâmetros fornecidos e pedia o fator de transmissão do impulsor para o seguidor.

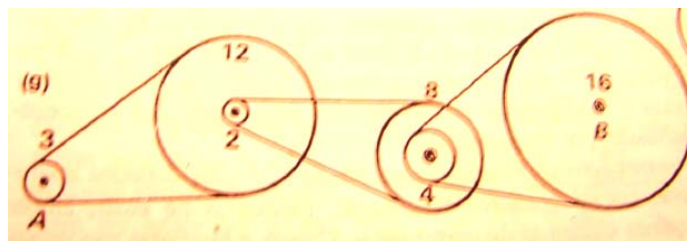


Figura 129: Sistema de polias formado por seis polias acopladas ou solidárias.

O fator de transmissão de A para B no sistema de polias mostrado acima será

$$\frac{3}{12} \cdot 1 \cdot \frac{2}{8} \cdot 1 \cdot \frac{4}{16} = \frac{1}{64}$$

Os alunos realizaram com sucesso as atividades, mas infelizmente as resoluções não foram entregues para futura verificação.

O relato do grupo concentrou-se na atividade de construção com o kit industrial.

A atividade com K'nex previa a construção de mecanismos com roldanas a fim de que aprendamos na prática o uso de roldanas, a construção de objetos utilizando conceitos de ângulo, disposição das peças e também com possibilidades de adaptação, a fim de conseguirmos movimentar uma roldana.

O primeiro projeto foi a construção de catapulta para basquete, na qual, embora não utilizássemos roldanas, utilizamos a noção de que o espaçamento correto entre as peças contribui para um melhor resultado e um dos pontos em que a colocação das peças foi colocada em cheque, foi a base em que ficava a bola, já que apenas uma única vez conseguimos marcar cesta.

O segundo projeto foi proposto a fim de utilizarmos um motor e roldanas para que o objeto se movesse sozinho. A construção foi um ventilador que girava através de um motor que era impulsionado por uma roda atrás dele.

No segundo projeto fizemos uma adaptação sob o motor para que a base girasse o apoio do ventilador e as hélices girassem através do motor (como se fosse o movimento de rotação e translação juntos).

A adaptação consistia em duas roldanas sendo que uma era impulsionada manualmente e girava a outra, que por sua vez fazia girar o motor ou a base em que ele estava.

E foi a partir do segundo projeto que tivemos a idéia de como será o nosso trabalho, um ventilador construído a partir de materiais simples: papelão, cartolina, cola, tesoura e outros materiais recicláveis.

No caso do motor, pensamos em adaptar uma pilha que seria ligado a um fio na parte positiva e outra na parte negativa e isso impulsionaria as hélices do ventilador, e o mesmo protótipo seria usado para movimentar a base.

A base seria composta por caixinhas de leite, a hélice por palitos de sorvete e a estrutura que liga a base até a hélice seria composta por roldanas feitas de papelão ou pneus de carrinhos.

O trabalho com o K'nex foi bem mais pedagógico e divertido, já que chama a atenção e os resultados são muito satisfatórios.

Embora o uso de roldanas faça uma importante movimentação, achamos que motores são bem mais eficientes.

Discussão:

O que fazer para que a bola saísse da catapulta e fizesse cesta?

#### Grupo 4 – Utilização do kit industrializado MARKLIN

O grupo recebeu uma lista com três exercícios além das propostas de construção com o kit industrial Marklin. O primeiro exercício relacionava-se com as engrenagens contidas no kit e pedia que eles quantificassem cada uma delas pelo número de dentes e sugerissem fatores de transmissão possíveis de ser obtidos com o uso das mesmas.

A classificação obtida está descrita a seguir mas os alunos a realizaram em um diagrama:

- Amarela grande (A): 25 dentes
- Azul grande (B): 57 dentes
- Amarela pequena (C): 18 dentes
- Azul pequena (D): 40 dentes

Os fatores de transmissão sugeridos foram:

$$t(AB) = \frac{25}{57} = 0,438$$

$$t(DA) = \frac{40}{25} = 1,6$$

$$t(CD) = \frac{18}{40} = 0,45$$

$$t(BC) = \frac{57}{18} = 3,16$$

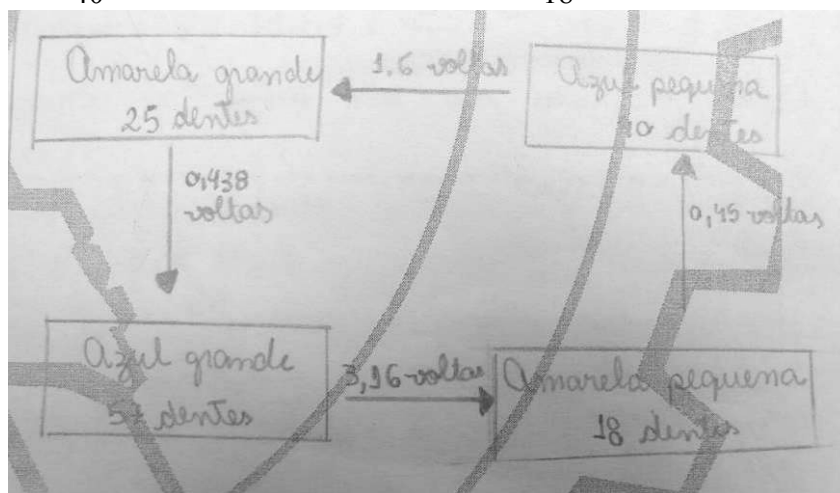


Figura 130: Diagrama apresentado pelos alunos classificando as engrenagens do kit Marklin e calculando alguns dos fatores de transmissão possíveis.

O segundo exercício citava uma máquina de costura que funcionava a pedal onde esse pedal girava um volante de 35 cm de diâmetro e transmitia o movimento para uma roldana de 5 cm de diâmetro. Assumindo que o volante gira a uma volta por segundo perguntava-se quantos pontos dará a máquina de costura em um minuto.

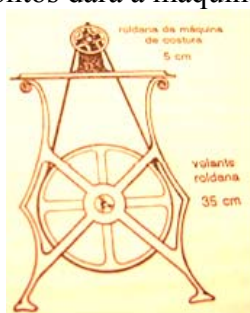


Figura 131: Máquina de costura movida a pedal.

Segundo resposta do grupo a relação entre o volante e a máquina é de 7 voltas da máquina para 1 do volante. Se o volante der 60 voltas por minuto, a máquina dará  $7 \cdot 60 = 420$  voltas por minuto.

Esse mesmo exercício propunha a modernização da máquina de costura trocando o volante por um motor cuja roldana teria 1,25 cm de diâmetro e perguntava-se qual seria a velocidade do motor para que a máquina continua a dar os mesmos 420 pontos por minuto.

O fator de transmissão agora é de  $\frac{1,25}{5} = \frac{1}{4}$ , assim a velocidade do impulsor deverá ser quatro vezes a do seguidor. Teremos então que o motor deverá girar a  $4 \cdot 420 = 1680$  rpm.

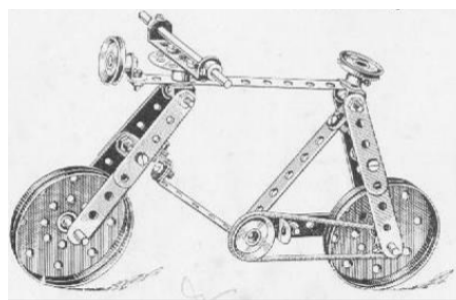
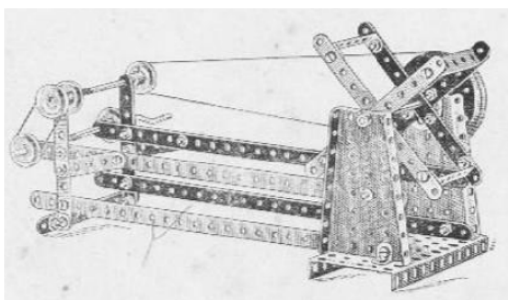
O terceiro exercício apresentava duas rodas gigantes que começam a girar no mesmo instante, sendo que a primeira dá uma volta em 30 s e a segunda dá uma volta em 35 s. Ao iniciar o movimento, cada uma das cadeiras das duas rodas gigantes estaria

na posição mais baixa e perguntava-se após quanto tempo essas cadeiras estariam na mesma posição novamente.

Na realidade a pergunta é equivalente a existência de instantes de tempo em comum entre as duas rodas gigantes, nos quais suas cadeiras estão na posição mais baixa e entre estes instantes qual será o menor, ou seja, entre os múltiplos de 30 e 35 qual é o menor múltiplo comum. O mínimo múltiplo comum entre esses dois tempos será então 210 s.

$$\begin{array}{r|l} 30,35 & 5 \\ 6,7 & 2 \\ 3,7 & 3 \\ 1,7 & 7 \\ 1,1 & / 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 210 \end{array}$$

Finalizada a parte de exercícios, os alunos analisaram as sugestões de construção com o uso do kit industrial, e entre um mecanismo de transmissão de movimento realizado por várias roldanas e correias e uma bicicleta, o grupo decidiu pela construção da bicicleta.



**Figura 132:** Sugestões de construção com o kit Marklin: um mecanismo de transmissão de movimento por roldanas e uma bicicleta.

Após analisar as peças do kit e realizar algumas tentativas, o grupo resolveu adaptar o projeto e construir um triciclo dotado de um sistema de pedal e pinhão.



**Figura 133:** Processo de construção do triciclo utilizando as peças do kit industrial Marklin.

O relato elaborado pelo grupo descreve a atividade com o Marklin e a discussão sobre o projeto final.

Neste encontro nosso grupo fez a atividade com o Marklin, que é um conjunto de peças e parafusos que permite que uma infinidade de objetos seja criada. No início decidimos montar uma bicicleta com o Marklin e logo mudamos de idéia para um triciclo ao analisarmos melhor as peças que estavam a nossa

disposição. Com a ajuda do professor Juliano e a chave de fenda elétrica o grupo pôde construir a miniatura rapidamente. Com alguns materiais a mais, o triciclo poderia ter ficado melhor, pois a parte traseira ficou frouxa e o elástico não funcionou bem como correia. Apesar disso completamos a atividade com sucesso e resolvemos os exercícios que nos foram entregues. Desse modo guardamos o Markin na caixa e começamos a discutir sobre nosso projeto final.

Até este encontro nosso projeto não estava definido e não tínhamos entrado num acordo, mas agora discutimos muito e nossa idéia já é bem clara.

O grupo decidiu construir um pequeno parque de diversões que seria movimentado por uma única manivela. Decidimos que essa manivela movimentará uma roda gigante e alguns dançarinos e ainda faltam alguns detalhes para serem definidos. Nossa maior dúvida é como fazer os dançarinos dançarem em torno de si e em torno de um eixo simultaneamente, mas alguns livros do professor Jayme falam sobre isso e provavelmente resolveremos este problema.

Agora que nosso projeto já está bem direcionado começaremos a construção e provavelmente terminaremos antes do final do curso.

## Grupo 5 – Construção com instrumentos de desenho

Esse grupo levou mais tempo que os grupos anteriores utilizaram para a realização dessa atividade e assim conseguiram construir apenas os dois sistemas de polias diretas. Nesse encontro o grupo contou apenas com três elementos devido a ausência de um de seus componentes.



Figura 134: Alunos realizando a atividade com os instrumentos de desenho geométrico – Grupo 5.

Primeiramente os alunos construíram o sistema de polias diretas com raios de mesma medida. Em seu relato eles utilizaram a medida de 3 cm para os raios e 16 cm para a distância entre os centros das circunferências, mas ao verificar as construções percebe-se que não ocorreu essa uniformidade de medidas e assim cada aluno obteve uma resposta diferente, apesar de todas estarem corretas.

Tabela 16: Sistema de polias diretas com os raios com a mesma medida.

	Resolução 1	Resolução 2	Resolução 3
Raio	3 cm	3 cm	3 cm
Distância entre as polias	16 cm	16,6 cm	13 cm
Comprimento de cada polia	$C = 2 \cdot \pi \cdot 3$ $C = 18,84\text{cm}$	$C = 2 \cdot \pi \cdot 3$ $C = 18,84\text{cm}$	$C = 2 \cdot \pi \cdot 3$ $C = 18,84\text{cm}$
Comprimento da correia	$C = 18,84 + 32$ $C = 50,84\text{cm}$	$C = 18,84 + 33,2$ $C = 52,04\text{cm}$	$C = 18,84 + 26$ $C = 44,84\text{cm}$

A seguir construíram um sistema de polias diretas onde um dos raios valia o dobro do outro e novamente podemos ver diferenças nas respostas, o que significa que cada aluno realizou sua própria construção.

Tabela 17: Sistema de polias diretas com os raios de medidas diferentes.

	Resolução 1	Resolução 2
Raio 1	3 cm	3 cm
Raio 2	6 cm	6 cm
Distância entre as polias	16 cm	-
Medida do ângulo do arco comum a polia 1 e a correia	157° (medido com transferidor)	153° (medido com transferidor)
Comprimento do arco 1	360° → 18,84 cm 157° → $x$ $x = 8,21\text{cm}$	360° → 18,84 cm 153° → $x$ $x = 8,007\text{cm}$
Medida do ângulo do arco comum a polia 2 e a correia	203° (medido com transferidor)	207° (medido com transferidor)
Comprimento do arco 2	360° → 37,68 cm 203° → $w$ $w = 21,25\text{cm}$	360° → 37,68 cm 207° → $w$ $w = 21,6\text{cm}$
Distância entre os pontos de tangência	$16^2 = 3^2 + y^2$ $256 = 9 + y^2$ $y = \sqrt{247}$ $y = 15,7\text{cm}$	17,3 cm (medido com régua)
Comprimento da correia	$C = x + w + 2y$ $C = 8,21 + 21,25 + 31,4$ $C = 60,86\text{cm}$	$C = x + w + y + y$ $C = 21,6 + 8,007 + 17,3 + 17,3$ $C = 54,207\text{cm}$

A outra atividade realizada a análise de um sistema de polias fornecido por uma figura e o cálculo do comprimento da correia que envolve esse sistema.

Os alunos redesenharam essa figura, conseguiram realizar os cálculos para determinar as distâncias entre os pontos de tangência, mas não conseguiram calcular as medidas dos arcos de circunferência em comum com as polias e correias por falta da obtenção dos ângulos.

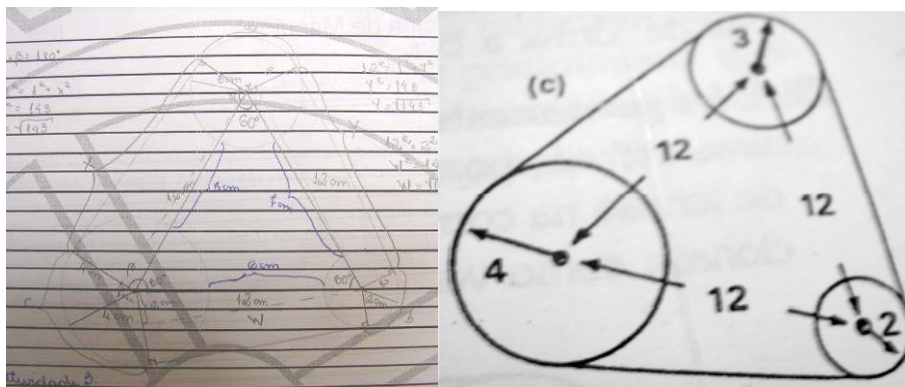


Figura 135: Sistema de polias apresentado e sua representação feita com a utilização de régua e compasso.

Tabela 18: Determinação do comprimento da correia utilizada no sistema de polias acima.

Raio da polia 1	3 cm
Medida do ângulo do arco comum a polia 1 e a correia	-
Comprimento do arco comum a polia 1 e a correia	a
Raio da polia 2	2 cm
Medida do ângulo do arco comum a polia 2 e a correia	-
Comprimento do arco comum a polia 2 e a correia	b
Raio da polia 3	4 cm
Medida do ângulo do arco comum a polia 3 e a correia	-
Comprimento do arco comum a polia 3 e a correia	c
Distância entre os pontos de tangência da polia 1 para a polia 2	$12^2 = 1^2 + y^2$ $y^2 = 143$ $y = \sqrt{143}$
Distância entre os pontos de tangência da polia 2 para a polia 3	$12^2 = 2^2 + w^2$ $w^2 = 140$ $w = \sqrt{140}$
Distância entre os pontos de tangência da polia 3 para a polia 1	$12^2 = 1^2 + y^2$ $y^2 = 143$ $y = \sqrt{143}$
Comprimento da correia	Comprimento = $\sqrt{143} + \sqrt{143} + \sqrt{140} + a + b + c$

O relato desse grupo foi apresentado conjuntamente com as resoluções as cujas já foram comentadas anteriormente.

Nesta atividade utilizamos transferidor, compasso e esquadros. Aprendemos traçar retas paralelas e perpendiculares com os esquadros.

Atividade 1 – Utilizando os esquadros e compasso fizemos os seguintes desenhos: um sistema de polias diretas onde as polias tinham o mesmo raio e quando uma das polias tinha o dobro do raio da primeira.



Atividades 2 e 3 – Analisamos as propriedades geométricas de um sistema de polias dado e tentamos calcular a quantidade de correia contornando o sistema.

OBS: não conseguimos calcular o valor dos arcos de circunferência.

### 3.2.4.2 Discussão do projeto final

Encerrada as oficinas, os alunos voltaram a discutir sobre os temas e os materiais que utilizariam em seus projetos finais, e nesse encontro temos o seguinte panorama:

O grupo 1 ampliou a discussão do percurso do trem que se moveria pelas estações utilizando-se de polias realizando alguns esboços para entender melhor como construí-lo.

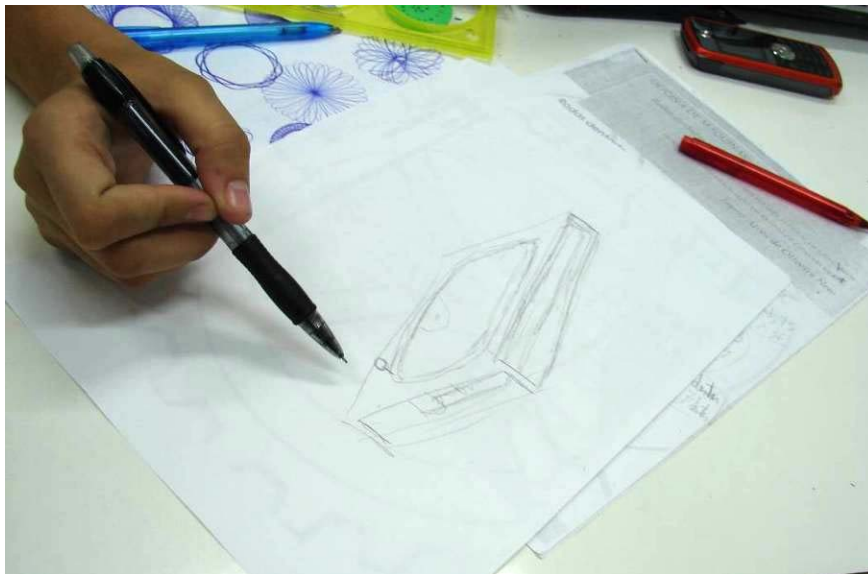


Figura 136: Esboço do projeto elaborado pelo grupo 1 : o percurso de um trem.

O grupo 2 levou para a sala de aula um kit de peças do Lego para iniciar a construção do elevador panorâmico e realizaram alguns esboços feitos em papel, mas ainda não discutiram sobre como será feito o mecanismo para movimentar a cabine do elevador. O professor de Física auxiliou a discussão desse grupo explicando a eles como poderiam fazer para diminuir o esforço feito para movimentar o elevador usando-se de um sistema de polias.

O grupo 3 confirmou que seu projeto seria a construção de um moinho de vento, mas devido ao seu trabalho realizado com o K'nex no presente encontro eles decidiram que esse moinho de vento iria além de girar a hélice iria girar também a parte superior da estrutura e a discussão foi a de como fariam para tornar isso possível.

O grupo 4 resolveu construir um parque de diversões onde várias coisas funcionassem através de um mecanismo impulsor. Devido a dificuldade que eles possivelmente tivessem para tornar isso tangível, foi sugerido que eles construíssem uma estrutura que utilizasse mais de um mecanismo impulsor e assim conseguiriam aumentar os movimentos que desejassem. Cada um dos elementos do grupo seria responsável por um dos mecanismos impulsores.

O grupo 5 relatou que haviam mudado o tema novamente e que iriam construir um mecanismo que funcionaria como uma centrífuga que ao mover o impulsor ele aumentaria uma chama que estaria no interior da mesma. Essa ideia não era viável pelo fato de estar sendo desenvolvida dentro de uma escola e que poderia ser perigoso. Uma sugestão para contornar o problema foi a de substituir a chama por bolas de isopor que seriam submetidas ao efeito do vento.

### 3.2.4.3 Atividade virtual – Fórum de discussão

A plataforma recebeu nova atualização, sendo inseridos uma seção chamada “grupos” onde os alunos poderiam acessar as listas que os outros grupos trabalharam nos encontro, um novo fórum contendo temas abordados em sala de aula e novas leituras direcionadas aos temas dos projetos finais.

Três temas foram adicionados na seção fórum. O primeiro deles, apresentava aos alunos o trabalho do artista holandês Theo Jansen, que constrói vários mecanismos articulados interessantes.



Figura 137: “Strandbeest“ : Mecanismo criado pelo artista holandês Theo Jansen.

A seguir temos o comentário realizado por um dos alunos ao visitar o fórum:

Pedro (2ª série): “Realmente o trabalho dele, com um complexo conjunto de roldanas e polias é tão surreal que de longe dá a impressão de que são pernas humanas pintadas de amarelo andando. Acredito que ele possa ter uma boa base para a construção de próteses para seres humanos, já que os movimentos são perfeitamente simétricos. No nosso projeto, esperamos construir algo bem mais simples, mas que demonstre os princípios fundamentais do movimento para que se chegue ao patamar do Theo Jansen.”

O segundo tema criado foi discutido em sala de aula e mostra mecanismos que podem ser visualizados em uma visita ao parque de diversões Hopi Hari.



Figura 138: Mecanismos articulados nos brinquedos do parque de diversões.

O terceiro tema mostrava fotos de uma gaiola de corrida cujas fotos foram cedidas por um aluno colaborador do projeto e assim foi possível verificar o mecanismo do seu motor.



Figura 139: Na esquerda temos a “Gaiola” de corrida e na direita o detalhe do motor.

Apesar da falta de interação dos alunos com os temas do fórum, eles assistiram aos vídeos propostos aumentando assim a quantidade de exemplos de mecanismos da vida real em que tiveram acesso.

### 3.2.5 Quinto encontro

No encontro do dia 3 de junho de 2009, os alunos manusearam um abridor de latas que funcionava com um sistema e engrenagens. Eles quiseram vê-lo em funcionamento e assim compraram uma lata de leite condensado para abri-lo utilizando com a utilização da ferramenta.



Figura 140: Abridor de latas movido a engrenagens.

#### 3.2.5.1 Atividade de oficinas

##### Grupo 1 – Construção com instrumentos de desenho

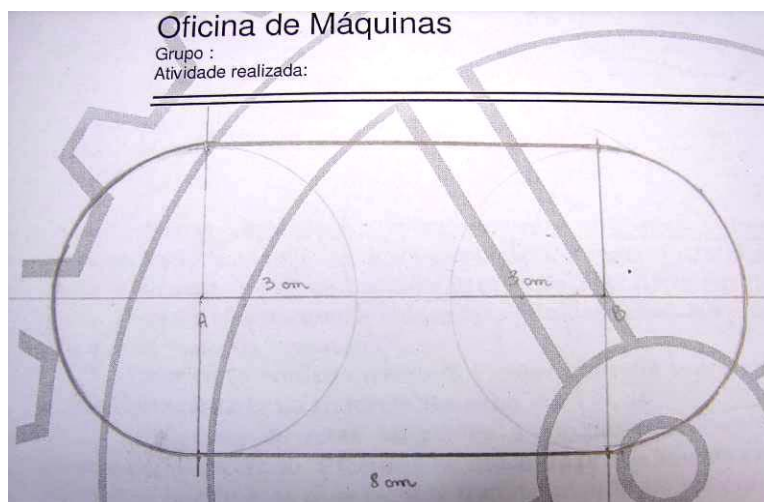
O grupo conseguiu realizar duas construções de sistema de polias com correias diretas durante sua participação nessa oficina. É muito interessante perceber que apesar dos grupos terem realizado a mesma atividade na oficina de construções com instrumentos de desenho, cada grupo tem o seu tempo individual de aprendizado e dessa forma eles podem realizar um número maior ou menor de atividades em relação aos outros grupos.



Figura 141: Alunos realizam a atividade de construção com o uso dos instrumentos de desenho geométrico.

Esse grupo decidiu por padronizar todas as construções, assim decidiram em conjunto os valores dos raios e distância entre os centros que utilizaram.

Para a construção do sistema de polias diretas com os raios com a mesma medida eles decidiram pelo raio de 3 cm para as circunferências e 8 cm distância entre os centros das mesmas.



**Figura 142:** Construção com régua e compasso de um sistema de polias de mesma medida envoltos por uma correia.

Calcularam assim o comprimento de cada polia e a seguir o comprimento da correia:

- Comprimento de cada polia

$$C = 2 \cdot \pi \cdot 3$$

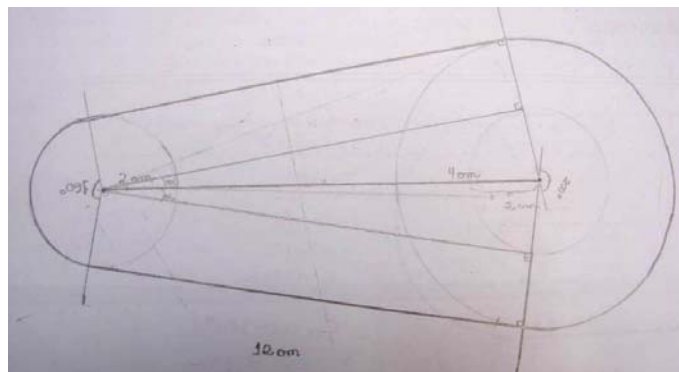
$$C = 18,84 \text{ cm}$$

- Comprimento da correia

$$C = 18,84 + 16$$

$$C = 34,84 \text{ cm}$$

A segunda construção foi um sistema de polias diretas onde um dos raios valia o dobro do outro e novamente verifica-se que a decisão pelos valores foi tomada em conjunto. Nessa construção, os alunos tiveram algumas idéias interessantes, mas não conseguiram concluir seu raciocínio para o cálculo da quantidade de correia utilizada. As medidas dos raios escolhidos são 2 cm e 4 cm e a distância entre os seus centros é de 12 cm.



**Figura 143:** Construção com régua e compasso de um sistema de polias com tamanhos diferentes envoltos por uma correia.

Um dos alunos percebeu a formação de um triângulo retângulo e utilizou-se dela para descobrir a distância entre os pontos de tangência.

$$12^2 = 2^2 + y^2$$

$$144 = 4 + y^2$$

$$y = \sqrt{140} \text{ cm}$$

Os outros alunos partindo desse mesmo triângulo utilizaram-se da trigonometria e determinaram o ângulo agudo desse triângulo retângulo, mas infelizmente eles se confundiram e associaram a razão  $2/12$  que deveria ser o seno do ângulo atribuindo erroneamente a tangente e a seguir utilizaram-se da tabela trigonométrica fornecida juntamente com a lista na determinação do ângulo, ou seja, utilizaram-se do conceito de arco-tangente.

Pela construção percebe-se que os ângulos dos arcos de circunferência comuns com as correias foram determinados, possivelmente com o uso de transferidor, mas os alunos não conseguiram terminar o cálculo da quantidade de correia para compor o sistema.

A seguir temos o relato da atividade:

Nessa atividade, tivemos que trabalhar com desenhos geométricos, reproduzindo polias e suas respectivas correias. Feito isso tínhamos que calcular o quanto de correia era necessário para fazer a volta completa, em torno de duas polias. Foram desenvolvidos dois tipos de desenhos. Na primeira o raio da primeira era o dobro do raio da segunda.

Dentro da roldana maior foi colocada uma outra circunferência de raio  $R_2 - R_1$ , como representado na folha de desenho.

Traçamos as retas tangentes à circunferência de raio  $R_2 - R_1$ , e achamos os pontos de intersecção. Fizemos os mesmos procedimentos na circunferência de raio  $R_1$ . Feito isso ligamos os dois pontos transformando-os em correias e obtivemos o resultado (que está na folha de desenho).

Depois pegamos circunferências de raios iguais. Traçamos retas que cruzam o seu centro e achamos os pontos de intersecção e os ligamos obtendo as correias e fazendo o cálculo (como está representado na folha de desenho).

**Discussão do projeto**

Nessa reunião demos os primeiros passos reais à construção do projeto. Definimos os materiais a serem utilizados na construção como tábua, sendo a base, filmes de máquina fotográfica, sendo as roldanas, ficou a dúvida se iríamos utilizar uma câmara de ar ou outro material para representar as correias.

Com certeza vamos definir o que falta e botar a mão na massa, para a construção sair como o previsto e com o sucesso esperado.

## **Grupo 2 – Resolução de exercícios de vestibulares**

A lista desse grupo era composta de cinco exercícios onde o primeiro deles era sobre uma formiga que percorria um trajeto em cima de uma circunferência e pedia-se para associá-lo ao gráfico que representava a distância da formiga em relação ao centro da circunferência. Apesar de não estar diretamente relacionado com engrenagens e polias, a oportunidade dos alunos interpretarem a informação e a transformarem em um gráfico fez com que esse exercício fosse inserido em nesta lista.



Figura 144: Alunos discutindo os exercícios propostos e estruturando o seu projeto da construção do elevador.

Uma das possibilidades da formiga era iniciar o movimento no centro do círculo, se distanciar até um certo ponto (chegava a linha da circunferência), manter essa distância por algum tempo (percorre o contorno da circunferência) e retorna a se aproximar ao centro até encerrar seu movimento nele. Como o exercício não indicava onde a formiga iniciou seu movimento temos a necessidade das alternativas para a existência de uma única solução, mas com certa adaptação do texto esse exercício poderia ser aplicado sem o fornecimento de alternativas.



Figura 145: Figura ilustrativa do trajeto da formiga dentro da circunferência e o gráfico que representa a solução do exercício.

O segundo exercício apresentava uma bicicleta com pedaleira de 44 dentes e pinhão de 20 dentes. A circunferência da roda da bicicleta tem 2,2 m de comprimento. Perguntava-se quantas pedaladas por minuto o ciclista deveria dar para desenvolver uma velocidade de 29,04 km/h.

O fator de transmissão da bicicleta é de  $\frac{44}{20} = 2,2$ , assim a cada pedalada realizada pelo ciclista a roda dá 2,2 voltas. Assim, a cada pedalada a bicicleta se moverá  $2,2 \cdot 2,2 = 4,84$  metros.

Se a velocidade desejada para a bicicleta é de 29,04 km/h, essa velocidade em m/s será de aproximadamente 8 m/s.

$$1 \text{ pedalada} \rightarrow 4,84 \text{ m}$$

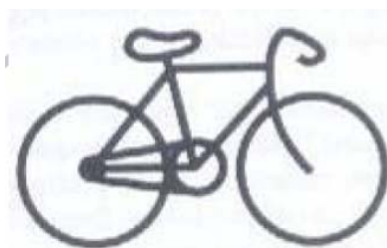
$$x \text{ pedalada} \rightarrow 8 \text{ m}$$

$$x = 1,65 \text{ pedaladas a cada segundo}$$

Em um minuto esse ciclista deve dar  $60 \cdot 1,65 = 99$  pedaladas a cada minuto

A terceira questão apresentava uma bicicleta e questionava em qual das alternativas apresentadas a roda traseira dará o maior número de voltas. Os estudantes

deveriam analisar as relações entre pedal e pedaleira. Sabe-se que quanto maior o fator de transmissão, maior é o número de voltas que a roda traseira dá para cada volta do pedal, assim o grupo procurou pela alternativa que apresentava o maior pedal e o menor pinhão.



**Figura 146:** Representação da bicicleta de marchas. A roda traseira dá o maior número de voltas quando se consegue o maior fator de transmissão.

No quarto exercício, dois corredores partem de um mesmo ponto de uma pista circular, mas em sentidos opostos. Esses corredores encontram-se pela primeira vez após 10 minutos de corrida e assim deve-se determinar o raio da pista se as velocidades de cada um dos ciclistas são respectivamente 6 km/h e 2 km/h.

A resolução desse exercício não é trivial e requer certa análise.

Sendo a velocidade do primeiro o triplo da velocidade do segundo, temos que o primeiro andará o triplo da quantidade que o segundo andará. Assim, podemos dividir a pista em quatro partes, onde três dessas será percorrida pelo primeiro.

Dessa forma, podemos dizer que o segundo corredor percorrerá  $\frac{1}{4}$  da pista até encontrar o outro, ou seja,  $90^\circ$ .

Se esse percurso foi feito em 10 minutos, e ele está a uma velocidade de 2 km/h, pode-se dizer que em 10 minutos ele percorrerá  $\frac{1}{3}$  de quilômetros.

$$2 \text{ km} \rightarrow 60 \text{ min}$$

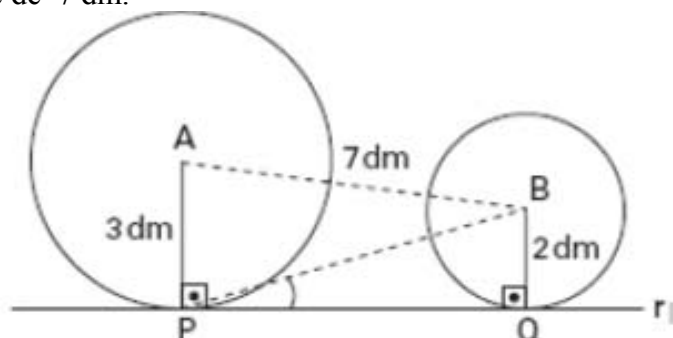
$$d \text{ km} \rightarrow 10 \text{ min}$$

$$d = \frac{1}{3} \text{ km}$$

Conhecendo o ângulo em radianos e o comprimento do arco é possível descobrir o valor do raio da circunferência.

$$\alpha = \frac{L}{R} \quad \frac{\pi}{2} = \frac{\frac{1}{3}}{R} \quad R = \frac{2}{3\pi} \text{ km}$$

O quinto exercício apresentava uma bicicleta com rodas de tamanhos diferentes onde o raio da roda dianteira vale 3 dm e o da roda traseira medindo 2 dm e a distância entre seus centros é de 7 dm.



**Figura 147:** Duas circunferências tangentes a uma reta  $r$ .

Na primeira parte do exercício deve-se calcular a distância entre os pontos de tangência das rodas com o solo e em seguida calcular o valor do seno do ângulo agudo do triângulo retângulo representado na figura acima (ângulo  $\hat{B}PQ$ ).

A partir da figura pode-se formar um triângulo retângulo cuja hipotenusa é 7 dm e seus catetos são 1 dm (AP-BQ) e o outro cateto tem medida igual a PQ, que é a distância desejada.

$$7^2 = 1^2 + PQ^2$$

$$49 = 1 + PQ^2$$

$$PQ = \sqrt{48} \text{ dm}$$

Para descobrir o seno do ângulo  $\hat{B}PQ$  deve-se tomar o triângulo retângulo de catetos 2 dm e  $\sqrt{48}$  dm e obter o valor de sua hipotenusa PB.

$$PB^2 = 2^2 + (\sqrt{48})^2$$

$$PB^2 = 4 + 48$$

$$PB^2 = 52$$

$$PB = \sqrt{52} \text{ dm}$$

O seno do ângulo  $\hat{B}PQ$  vale  $\frac{2}{\sqrt{52}}$  ou  $\frac{\sqrt{13}}{13}$ .

A segunda parte do exercício perguntava qual seria o ângulo descrito pela roda menor (traseira) se a roda maior descrever um ângulo de  $60^\circ$ .

Como os raios são 2 dm e 3 dm, o fator de transmissão é de  $\frac{2}{3}$  e essa razão é inversamente proporcional aos ângulos percorridos, assim  $\frac{2}{3} = \frac{60^\circ}{\alpha}$  e portanto  $\alpha = 90^\circ$ .

Perguntava-se também quantas voltas dará a roda menor quando a roda maior tiver dado 80 voltas.

A resolução é a mesma que foi feita com os ângulos, assim  $\frac{2}{3} = \frac{80}{v}$  e portanto  $v = 120$  voltas.

Em um dos exercícios os alunos resolveram utilizando-se de conceitos da física, possivelmente por ter requisitado o auxílio ao professor Juliano como podemos ver em seu relato:

**A atividade em que trabalhamos nessa semana foi baseada em resoluções de exercícios, relacionando o que aprendemos sobre mecânica com os conceitos matemáticos.**

**Após os exercícios feitos, discutimos sobre o projeto que apresentaremos em breve. A idéia continua a mesma; trabalhar a mecânica de um elevador, entretanto, modificamos o material a ser usado. Construiremos o prédio com MDF e o elevador com palitos de sorvete; quanto as polias, estamos pensando em fazer com a parte superior (parecido com uma polia) do rolo de esparadrapo.**

**Para a apresentação não usaremos slides, cada membro do grupo vai expor a idéia do projeto. Vamos começar a nos reunir fora do horário de curso a partir dessa semana (08/06), na terça-feira (09/06) já estaremos trabalhando no projeto a ser apresentado.**

#### **Resolução dos exercícios propostos:**

**01) A formiga parte do centro do círculo até o arco. Quando começa a se afastar, a sua distância até o centro aumenta; ao chegar até a extremidade do círculo (arco), esta percorre uma distância que será a mesma para qualquer ponto, pois o raio do círculo é que define essa “distância” em qualquer extremidade do arco,**



portanto a formiga fica a uma distância constante do centro. Ao voltar para o centro do círculo, a formiga diminui a distância. Este trajeto pode ser representado pelo gráfico:

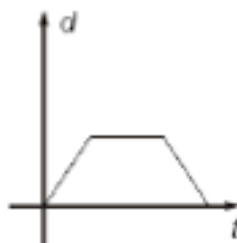


Figura 148: Gráfico que representa a resposta correta do exercício da formiga.

03) Alternativa “a” pois tem o maior fator de transmissão, portanto tem o maior rendimento.

04) Por velocidade relativa:

$$V_{AB} = \frac{\Delta S_{AB}}{\Delta t} \rightarrow |V_a| + |V_b| = \frac{\Delta S_{AB}}{\Delta t} \rightarrow 6 + 2 = \frac{2\pi R}{\frac{1}{6}} \rightarrow$$

$$8 = \frac{2\pi R}{\frac{1}{6}} \rightarrow \frac{8}{6} = 2\pi R \rightarrow R = \frac{8}{12\pi} \rightarrow R = \frac{2}{3\pi}$$

O raio vale  $\frac{2}{3\pi}$

05) a)  $PQ = ?$

$$7^2 = 1^2 + PQ^2$$

$$49 - 1 = PQ^2$$

$$PQ = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$y^2 = 2^2 + (4\sqrt{3})^2$$

$$y^2 = 4 + 16 \cdot 3$$

$$y^2 = 52$$

$$y = \sqrt{52}$$

$$\text{sen } x = \frac{CO}{h} \rightarrow \text{sen } x = \frac{2}{\sqrt{52}} \cdot \frac{\sqrt{52}}{\sqrt{52}} \rightarrow \text{sen } x = \frac{2\sqrt{52}}{52}$$

$$\text{sen } x = \frac{4\sqrt{13}}{52} \rightarrow \text{sen } x = \frac{\sqrt{13}}{13}$$

### Grupo 3 – Estudo de mecanismo do dia a dia (bicicleta)

Na atividade realizada, os alunos estudaram uma bicicleta com uma marcha, uma de 18 marchas e uma de 10 marchas. A bicicleta de 10 marchas apresentava duas rodas pedaleiras com 32 e 50 dentes respectivamente e um conjunto de cinco pinhões com respectivamente 14, 17, 20, 24 e 28 dentes. O grupo preencheu uma tabela de fatores de transmissão e calculou o rendimento da bicicleta para alguns fatores de transmissão.

A tabela foi devidamente preenchida e eles calcularam apenas dois rendimentos: o melhor e o pior.

Tabela 19: Fatores de transmissão de uma bicicleta de 10 marchas.

		Número de dentes do pinhão livre				
		14	17	20	24	28
Número de dentes da roda pedaleira	32	2,28	1,88	1,6	1,33	1,14
	50	3,57	2,94	2,5	2,08	1,78

O melhor rendimento : 73,18

O pior rendimento : 246,9

Os alunos realizaram a atividade de exploração da bicicleta de 18 marchas que levaram calculando os fatores de transmissão e rendimentos (as tabelas podem ser vistas no relato).



Figura 149: Alunos participam da atividade exploratória da bicicleta. Detalhe para a utilização da calculadora científica para a realização dos cálculos.

A seguir realizaram o estudo da bicicleta menor que era de uma marcha, onde a pedaleira tinha 28 dentes e o pinhão tinha 16 dentes. Seu fator de transmissão é de  $\frac{7}{4} = 1,75$  e seu rendimento é de 28 cm.

Os cálculos e as tabelas apresentadas sobre a bicicleta de 18 marchas foram apresentados no relatório do grupo:

Na atividade com a bicicleta calculou-se o fator de transmissão e rendimento para cada marcha.

A bicicleta utilizada foi uma de 18 marchas sendo trazida pela Renata.

Colocou-se a bicicleta sobre a mesa virando-a. contou-se os dentes do pinhão e da pedaleira e depois descobriu-se a razão entre eles obtendo os seguintes resultados que são os mesmos que rendimento e fator de transmissão.

Tabela 20: Fatores de transmissão possíveis para a bicicleta de 18 marchas levada pelos alunos – Grupo 3.

		Pinhão					
		14	16	18	21	24	28
Pedal	28	2	1,75	1,55	1,33	1,16	1
	38	2,71	2,375	2,1	1,8	1,58	1,35
	48	3,42	3	2,28	2,28	2	2,66

O maior fator de transmissão é de  $\frac{48 \text{ (número de dentes na pedaleira)}}{14 \text{ (número de dentes no pinhão)}}$  que resulta em 3,42.

O menor fator de transmissão é de  $\frac{28}{28}$  (número de dentes na pedaleira) que resulta em 1. (número de dentes no pinhão)

O diâmetro da roda traseira da bicicleta é de 62 cm, assim temos que o melhor rendimento vale 212,04 cm e o pior rendimento é de 62 cm.

Se a pedaleira fosse na roda dianteira, essa roda, para obter o mesmo melhor rendimento deveria possuir um diâmetro de 212,04 cm.

Projeto: Moinho

Apesar do projeto estar apenas no papel, estamos buscando possibilidades para fazer as engrenagens e para que a parte de cima do projeto gire conforme as engrenagens movem as hélices.

Juntamente com o relatório esta uma outra folha com o esboço do moinho.

#### Grupo 4 – Utilização de material industrializado K'nex

Dos três exercícios trabalhados por esse grupo, apenas o primeiro relacionava-se com o kit K'nex. Nesse exercício, os alunos deveriam propor um sistema de polias que utilizasse de suas roldanas e determinar o seu fator de transmissão.



Figura 150: Alunos resolvendo os exercícios propostos na atividade com o K'nex.

O sistema proposto pelo grupo era composto de sete roldanas de diâmetros 2,5 cm e 1,87 cm.

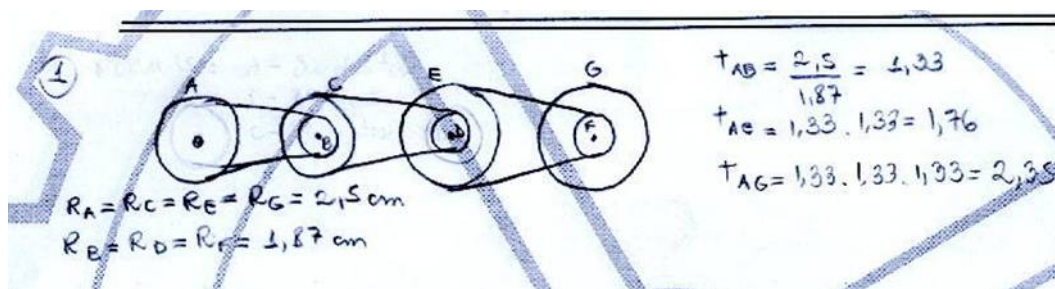


Figura 151: Sistema de polias proposto pelos alunos com a utilização das peças do kit K'nex.

O segundo exercício propunha um sistema de polias e correias. Os diâmetros das polias eram fornecidos e pedia-se o fator de transmissão desse sistema.

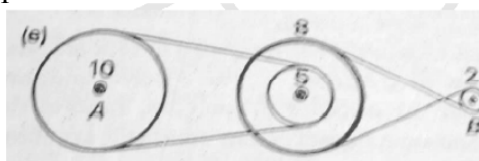


Figura 152: Sistema de correias e polias diretas e inversas.

Assim como o primeiro exercício, os alunos calcularam com tranqüilidade o fator de transmissão.

$$t(AB) = \frac{10}{5} \cdot \left( -\frac{8}{2} \right) = -8$$

O terceiro exercício apresentava um toca fitas onde a fita passava pela cabeça de leitura com velocidade escalar constante de 4,8 cm/s. O carretel quando esta sem fita têm diâmetro de 2 cm (situação B) e quando a fita esta completamente enrolada tem diâmetro 5 cm (situação A).

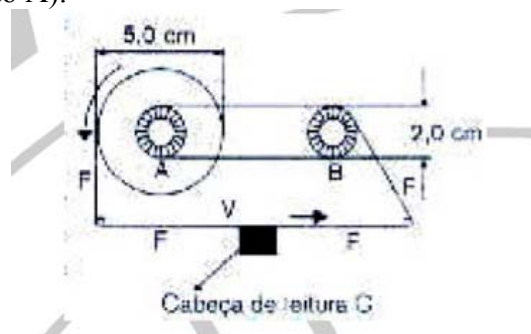


Figura 153: Representação ilustrativa de uma fita cassete.

Durante esse processo de transferência da fita de A para B, deve-se determinar a variação de rotações por segundo (rps) do carretel A. O exercício permitia a aproximação do valor de  $\pi$  para 3.

Quando a fita esta totalmente enrolada, temos que o comprimento da parte externa é  $5\pi$  cm ou 15 cm. Podemos então determinar o número de rotações por segundo utilizando a relação:

$$\begin{aligned} 1 \text{ volta} &\rightarrow 15 \text{ cm} & x &= 0,32 \text{ voltas por segundo} \\ x \text{ volta} &\rightarrow 4,8 \text{ cm} \end{aligned}$$

Quando o carretel esta completamente vazio temos que o comprimento da parte externa é  $2\pi$  cm ou 6 cm. Assim temos a relação:

$$\begin{aligned} 1 \text{ volta} &\rightarrow 6 \text{ cm} & y &= 0,8 \text{ voltas por segundo} \\ y \text{ volta} &\rightarrow 4,8 \text{ cm} \end{aligned}$$

Assim a variação do carretel A é de 0,32 rps à 0,8 rps.

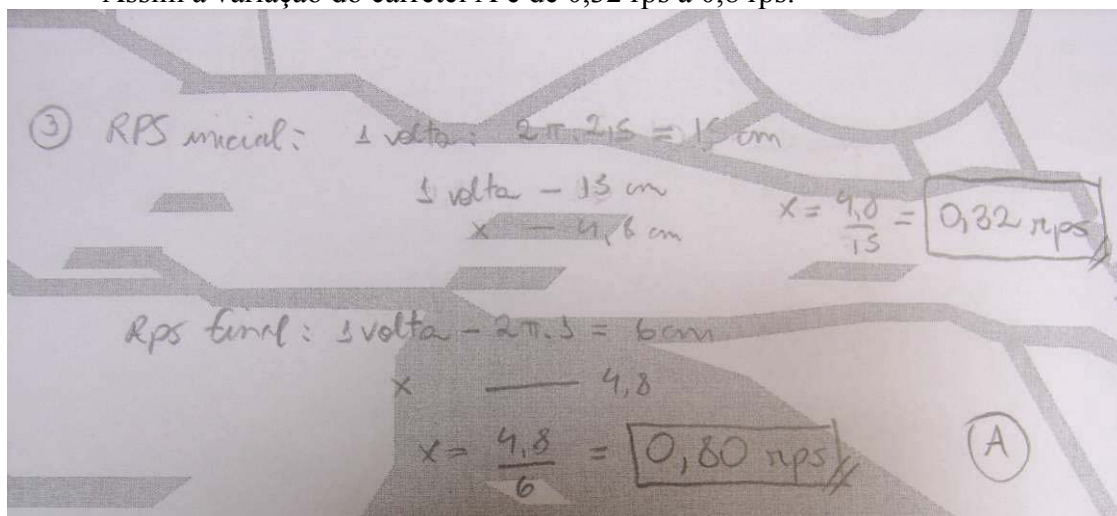


Figura 154: Solução apresentada pelos alunos para o exercício da fita cassete.

No relato dos alunos percebe-se que esse grupo esta se estruturando bem em relação ao planejamento do projeto final e que as atividades realizadas estão sendo bem aproveitadas para aprimorar seus conhecimentos.

Nesta quarta feira, trabalhamos com o K'nex. Montamos a principio uma roda-gigante, que é também o nosso projeto final. Foi uma montagem tranqüila e rápida, e ela também nos ajudou a entender como vai ser o nosso projeto.



Figura 155: Alunos montam o ventilador e a roda gigante com o kit K'nex.

Após montarmos a roda-gigante, nós começamos a montar um ventilador, enquanto eu, a Barbara e o Augusto montávamos os “projetos” no K'nex, o Mateus resolvia as questões propostas para esse encontro. A segunda montagem, o ventilador ficou um pouco mais demorada mas a montamos tranqüilamente.



Figura 156: Estudo dos fatores de transmissão em situações variadas do ventilador.

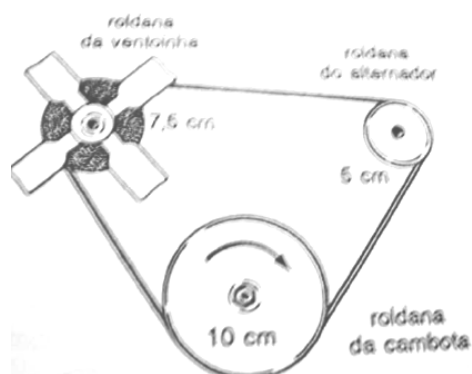
Primeiro nós fizemos o ventilador com a transmissão 1:1, depois trocamos as engrenagens para uma transmissão maior para a menor (nesta a hélice do ventilador girou muito rápido) e também invertemos a transmissão da menor para a maior (aqui a hélice girou extremamente devagar).

Também foi decidido o que cada pessoa iria trazer de material na próxima quarta para que nós já possamos começar a montar nosso projeto.

## Grupo 5 – Utilização do kit industrializado MARKLIN

A lista de exercícios desse grupo não foi entregue e assim não tive informações para verificar seu raciocínio. A lista era composta de três exercícios e o primeiro deles relacionava-se com o kit Marklin. Nele os alunos deveriam criar moldes de cada uma das engrenagens existentes no kit e indicar suas medidas.

O segundo exercício exemplificava um motor de automóvel como sendo um sistema de três polias envoltas em uma correia sendo essas polias a cambota (ou virabrequim) A (diâmetro 10 cm), o alternador B (diâmetro 5 cm) e a ventoinha C (diâmetro 7,5 cm).



**Figura 157: Representação do mecanismo de um motor de carro.**

Sendo a velocidade da cambota 3000 rpm, perguntava-se as velocidades da ventoinha e do alternador.

O fator de transmissão da cambota para a ventoinha é de  $\frac{10}{7,5} = \frac{4}{3}$ , assim a velocidade da ventoinha será de  $\frac{4}{3} \cdot 3000 = 4000$  rpm.

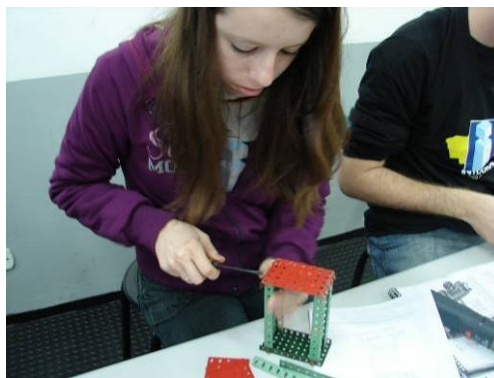
O fator de transmissão da cambota para o alternador é de  $\frac{10}{5} = 2$ , assim a velocidade da ventoinha será de  $2 \cdot 3000 = 6000$  rpm.

O terceiro exercício é uma variação do exercício do toca fitas citado no grupo anterior, mas a única é a de fornecer seus raios ao invés dos diâmetros.



**Figura 158: Figura ilustrativa do mecanismo de uma fita cassete.**

A construção realizada pelo grupo com o kit K'nex, foi a de um tipo de guindaste acoplado a um navio. Esse guindaste funcionava a manivela e era parecido com uma vara de pescar, pois ela enrolava o barbante levantando o objeto que estava amarrado na outra ponta. Para equilibrar esse sistema foi necessário colocar um contra peso.



**Figura 159: Alunos construindo a base do guindaste com o kit Marklin.**

Quando a construção estava completa, ela foi levada para que o grupo que pretendia construir um elevador panorâmico visse seu funcionamento para ajudá-los com seu problema com o mecanismo de içar a cabine do elevador.

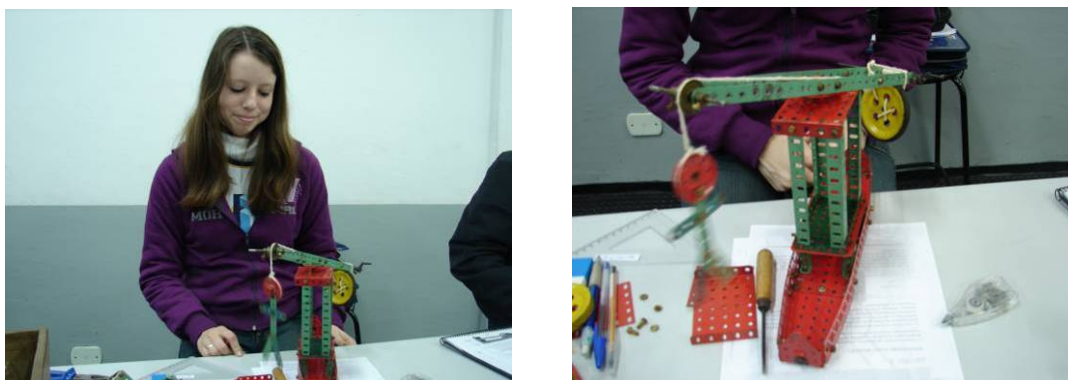


Figura 160: Guindaste construído com as peças do kit Marklin.

Seu relato se concentra na atividade com o kit Marklin e não cita os exercícios propostos:

O objetivo da atividade era montar algo “baseado” na proposta sugerida pelo professor. A estrutura montada foi um navio com um guindaste.

A base que segurava toda a estrutura era o navio, dentro deste consistia um alicerce na forma de uma cabine, em cima da cabine foi montado o guindaste e elaboramos um sistema que permitia que o guindaste girasse em cima da cabine que o segurava.

A segunda intenção da atividade era integrar a estrutura um sistema funcional de roldanas e engrenagens. Aplicamos esse sistema no guindaste, preso a uma “manivela” que fazia com que o peso colocado na corda fosse levantado.

#### Discussão do projeto

O nosso projeto envolve um dínamo, lâmpada, duas engrenagens e correia lisa. Com esses materiais pretendemos criar um circuito em que o dínamo movido pelas engrenagens gerará uma corrente contínua, assim acenderá uma rede de lâmpadas em série, ou seja, a partir de uma força cinética, se forma uma energia elétrica.

### 3.2.5.2 Discussão do projeto final

Ao terminar suas atividades nas oficinas, os alunos passaram a discutir sobre seus projetos amadurecendo assim as ideias sobre cada tema.

O grupo 1 decidiu como seria a estrutura do percurso do trem em suas estações. Decidiram-se por utilizar uma placa de madeira como base de seu projeto e que usariam tubos de filmes de máquinas fotográficas para funcionarem como polias do sistema. A dúvida do grupo era a de qual material seria utilizada como correia de modo que o sistema funcionasse corretamente. Uma das sugestões feitas durante a discussão foi a da utilização de uma câmara de ar para ser usada como correia devido ao fato da mesma não deslizar, sugeriram também o uso do material velcro para a correia.

O grupo 2 resolveu modificar os materiais que iriam utilizar na construção do elevador panorâmico resolvendo construir o prédio em MDF e o elevador com palitos de sorvete e como polias eles usariam carretéis de esparadrapo.

O grupo 3 realizou um esboço do que seria seu projeto do moinho de vento com a parte superior giratória. Nesse esboço eles determinaram as dimensões de cada uma das engrenagens, os fatores de transmissão desejados e as dimensões do próprio moinho de vento. O problema que esse grupo enfrentou foi a decisão da forma que iriam construir as engrenagens e qual o material que seria utilizado. Disse a eles que se eles tiverem moldes, por exemplo o dos kits industriais, eles poderiam utilizá-los como

modelos e caso necessitassem ampliá-los ou reduzi-los de tamanho mostrei a eles o procedimento que eles deveriam realizar para consegui-los por homotetia. Palitos de churrasco foi o material escolhido para os eixos que iriam conter as engrenagens.

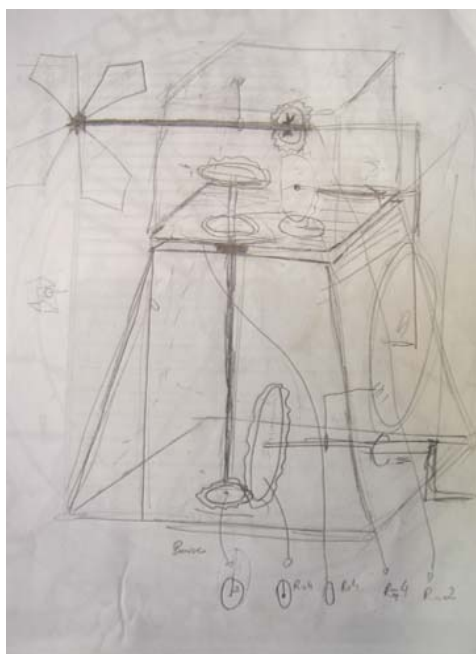


Figura 161: Esboço do moinho de vento pretendido por um dos grupos.

O grupo 4 construiu uma roda-gigante durante a oficina com a utilização do kit K'nex e com ela conseguiu resolver como fariam para construir sua própria roda-gigante. Segundo eles a divisão dos trabalhos já foi feita e assim a fase de construção será iniciada.

O grupo 5 decidiu que a ideia com vento e bolinhas de isopor não daria certo, mas eles já tinham definido o seu tema antes mesmo do encontro da semana. Eles iriam construir um tipo de gerador de energia movido a manivela sendo que a estrutura de seu trabalho já estava pronta, eles apenas necessitariam obter um dínamo.

### 3.2.5.3 Atividade Virtual – Construindo um sistema de polias diretas

A segunda lição virtual chamada “construindo o segundo mecanismo” retomaria o arquivo criado na lição anterior (*modelo\_nomealuno.ggb*) e a partir dele seriam feitos os devidos aprimoramentos.

Com o arquivo aberto foi pedido que arrastassem os elementos da construção (circunferências) de forma que elas ficassem próximas dos seus respectivos seletores.

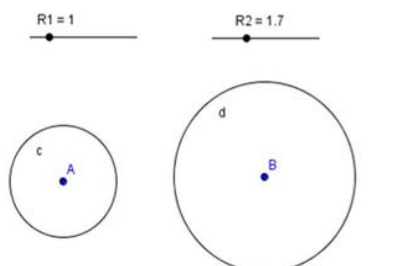


Figura 162: Ajuste da posição das circunferências e os seletores.



Feito isso iniciou-se os procedimentos para a construção das retas tangentes as circunferências para possibilitar a construção de um sistema de polias com correias diretas. Primeiramente os alunos traçaram uma circunferência com centro na circunferência R2 com raio R2-R1.

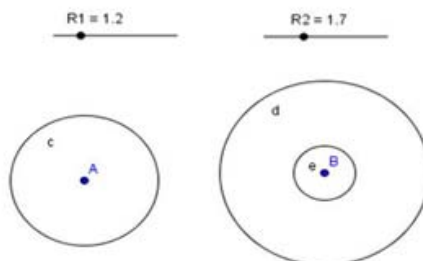


Figura 163: Construção da circunferência de raio R2-R1 e centro em B.

A seguir, utilizando-se da função “tangentes”, trace as retas tangentes a essa circunferência passando pelo ponto A, que é o centro da circunferência R1.



Figura 164: Acesso a função tangentes.

No software GeoGebra existe sempre a necessidade de marcar as intersecções entre duas figuras antes de realizar qualquer operação com esses pontos, assim eles precisaram marcar as duas intersecções entre a circunferência e a reta.

Com o centro da circunferência R2 e cada um desses pontos obtidos, pode-se traçar duas retas que irão determinar os pontos de tangência da circunferência R2.

Utilizando-se da função retas paralelas, os alunos deveriam a partir dos pontos de tangência obtidos, traçar as retas paralelas as tangentes do início da construção e assim teremos as retas tangentes as duas circunferências iniciais (R1 e R2).

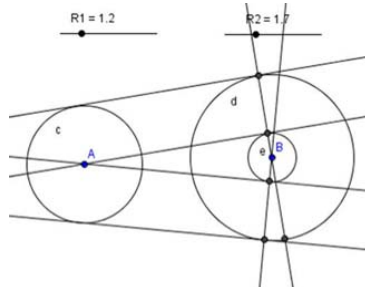
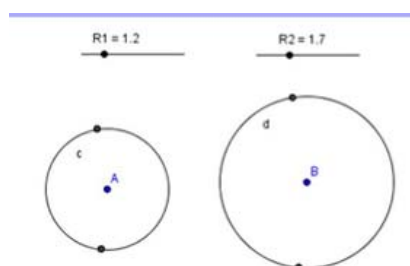


Figura 165: Traçando retas paralelas as retas tangentes a circunferência menor, teremos as retas tangentes as circunferências de raios R1 e R2.

Realizada a construção, inicia-se a etapa de formatação do mecanismo construído. Utilizando-se do botão “esconder objeto”, eles puderam ocultar partes da construção que não seriam mais utilizadas.



**Figura 166:** Escondendo os objetos da construção a tela ficará com os seletores, as circunferências e os pontos de tangência.

Com o botão segmento é possível unir os pontos de tangência obtidos e após algumas alterações de cor e espessura de linhas teremos a seguinte situação:



**Figura 167:** Na esquerda temos a construção finalizada e na direita essa mesma construção após tratamento de formatação.

Com a finalização dessa lição, os alunos foram questionados sobre suas impressões em reação a essa atividade e se eles conseguiram perceber algum problema com a construção a medida que eles interagem com os seletores. Em caso afirmativo, qual seria a sugestão para a solução desse problema. O arquivo foi salvo com o nome *correia1\_nomealuno.ggb* e enviado para conferência do professor.

O problema citado anteriormente está relacionado com a própria construção, pois eles a realizaram com  $R1$  menor que  $R2$ , assim, em situações diferentes da mesma, as correias irão desaparecer. A solução para esse problema é realizar novamente os passos para a construção das tangentes (inclusive a parte da formatação) quando os raios forem iguais ou quando  $R1$  for o maior raio. Esperava-se que os alunos percebessem esse problema e sua solução caso não fosse percebida, seria comentada durante o início dos próximos encontros presenciais.

Alguns dos comentários dos alunos seguem abaixo:

- Alan (3ª série) : Sim, quando aumentamos o  $R1$ , até que ele fique maior ou igual ao  $R2$ , os segmentos que ligam os dois círculos desaparece ( $R1 > R2$ , ou  $R1 = R2$ ). Da mesma forma, quando colocamos  $R2 < R1$  ou  $R2 = R1$ , as "correias também desaparecem! Para resolver este problema temos que deixar  $R1 < R2$ , assim, as "correias" não desaparecem.

- Alfredo (2ª série) : Existe o problema de que a correia some quando colocamos os seletores com o mesmo valor ou quando o  $R1$  é maior que  $R2$ . Para solucioná-lo é preciso repetir o processo com os novos valores dos seletores.

- Jennifer (3ª série) : A atividade foi bem legal. Quando movemos o seletor, se o raio  $R1$  for maior ou igual ao raio  $R2$  as retas que ligam as circunferências desaparecem, pois a circunferência de centro em B e raio

$R_2 - R_1$  ou será nula, afinal, não é possível haver uma circunferência de raio negativo. Sem essa circunferência não há os pontos que delimitam os segmentos IJ e KL, por isso tais segmentos desaparecem.

- João G. (3ª série) : A atividade é interessante pois nos mostra a relação que uma circunferência tem com suas tangentes e a interação que elas proporcionam quando são as mesmas de 2 circunferências cujos centros estão alinhados. Pode-se observar que no programa não é possível deixar  $R_1 > R_2$  já que, ao fazer isso, as linhas que passam pelo ponto A se tornam uma 'única reta', interpondo-se, arruinando as relações construídas na atividade. Para corrigir isso (pelo programa), seria necessário construir uma outra circunferência em torno do ponto A e repetir a atividade, invertendo-a, possibilitando então que  $R_1$  seja  $> R_2$ .

- João R. (3ª série) : É uma atividade muito interessante e ensina muitas funções do GeoGebra! Há um problema quando movemos o seletor: As correias que ligam as circunferências desaparecem. O problema ocorre quando  $R_1 > R_2$  ou  $R_1 = R_2$ . Portanto, como o raio da circunferência inscrita em  $R_2 = R_2 - R_1$ , pode se anular o problema deixando sempre  $R_1 < R_2$ .

- Marcelo (1ª série) : Achei bem legal esta lição, ainda mais que havia feito algo parecido no encontro. Caso exista esse problema procurarei resolvê-lo da mesma maneira que aprendi nessa lição.

- Pedro (2ª série) : A lição mostra claramente como deve ser feito a construção de roldanas e como colocar a correia envolta da mesma, mesmo que a lição represente um esboço. Isso facilitará futuras construções e mostrará a importância do compasso, régua e esquadro. Os problemas referentes a construção estão ligados a forma como deve ser feito de acordo com o programa, ou seja, é preciso dicas para um melhor desempenho na construção de uma roldana, e no caso desse programa ,basta clicar com a seta direita que haverá explicações.

Dos 20 alunos envolvidos tem-se que 14 realizaram a atividade virtual deixando assim seus devidos comentários.

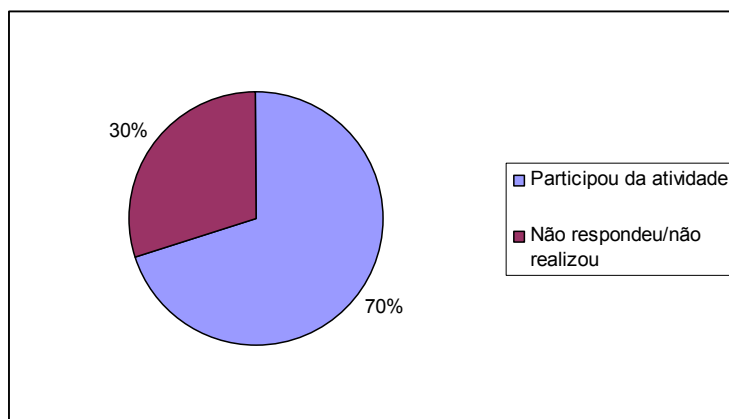


Gráfico 6: 70% dos alunos realizaram essa atividade.

Sobre os comentários citados, os alunos destacaram as seguintes informações:

- 2 alunos detectaram o problema das correias que desaparecem, mas não souberam resolvê-lo.(10%)
- 1 aluno detectou o problema e conseguiu resolvê-lo como se esperava.(5%)
- 5 alunos detectaram o problema mas sua sugestão de solução do mesmo apenas funciona em um caso específico.(25%)
- 5 alunos não conseguiram detectar o problema.(25%)
- 1 aluno considerou a atividade longa (5%)
- 2 alunos acharam a atividade um pouco complicada (10%)
- 7 alunos consideraram a atividade divertida (35%)
- 1 aluno considerou a atividade um pouco cansativa (5%)
- 4 alunos elogiaram o software GeoGebra (20%)
- 5 alunos acharam a atividade interessante (25%)
- 2 alunos relacionaram a atividade virtual com a atividade realizada durante o encontro presencial (10%)

Dos mesmos 20 alunos, todos enviaram a construção desejada, ou seja, 6 alunos podem ter simplesmente copiado a tarefa dos outros colegas. Assim foram entregues 17 soluções corretas, das quais 5 delas estavam inclusive com o problema das correias que desaparecem corrigidos, e 3 construções incorretas.

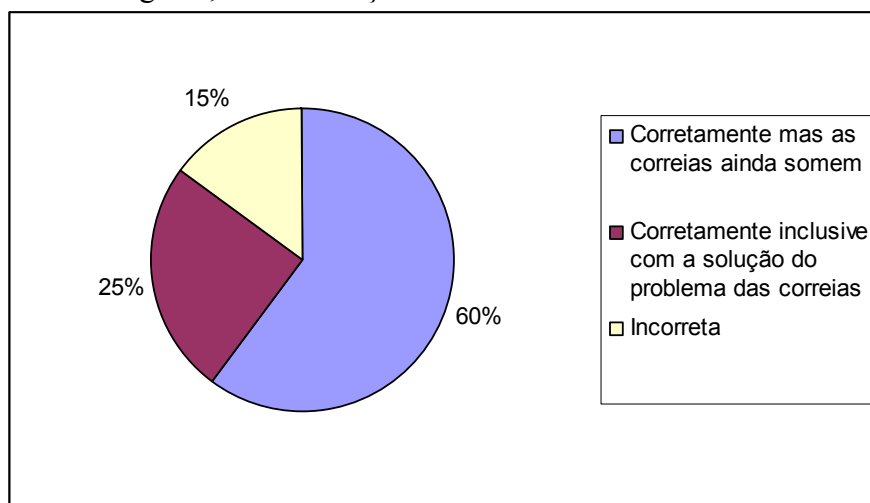


Gráfico 7: 80% dos alunos entregaram a tarefa corretamente.

### 3.2.6 Sexto encontro

Ao iniciar o encontro do dia 10 de junho de 2009, foi previamente preparada na lousa uma construção feita com régua e compasso de um sistema de polias diretas e, a partir dele, comentou-se como os alunos poderiam fazer para consertar o problema que eles encontraram na atividade virtual com o GeoGebra.

Os alunos tiveram a oportunidade de conhecer um tipo de fiandeira dotada de um pedal que impulsionava uma polia maior e essa transmitia o movimento para outra polia menor que era responsável por enrolar os fios.



Figura 168: Modelo de fiandeira levado aos alunos.

Foi uma experiência interessante, pois os alunos puderam perceber que o movimento impulsor não precisa necessariamente ser circular para possibilitar a movimentação de uma polia. Infelizmente dois alunos se ausentaram desse encontro e assim não puderam conhecer essa máquina, e com esse encontro os grupos finalizam sua permutação entre as cinco oficinas.



Figura 169: Aluno realizando a exploração da fiandeira.

### 3.2.6.1 Atividade de oficinas

#### Grupo 1 – Utilização do kit industrializado MARKLIN

A lista que esse grupo trabalhou era composta de três questões sendo que a primeira consistia em determinar alguns fatores de transmissão que eram possíveis de se obter utilizando essas engrenagens.

A segunda questão pedia que eles determinassem o fator de transmissão de A para B em cada um dos casos apresentados.

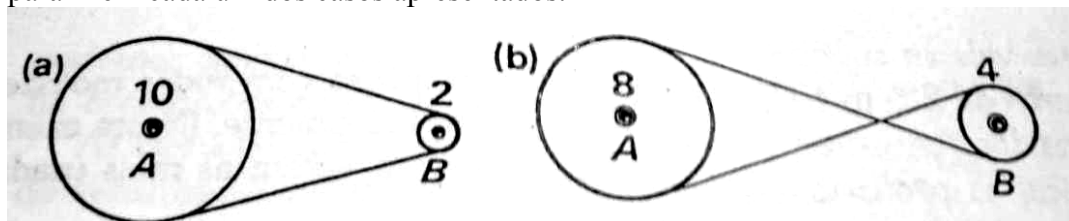


Figura 170: Sistemas de correias e polias direta e inversa para a obtenção do fator de transmissão.

Pretendia-se que eles percebessem que o primeiro item tem um fator de transmissão positivo e o segundo item tem um fator de transmissão negativo.

O terceiro exercício apresentava as engrenagens E1, E2 e E3 de um relógio. O exercício mostrava que a engrenagem E1 gira no sentido horário e pedia o sentido de rotação de E2 e E3.

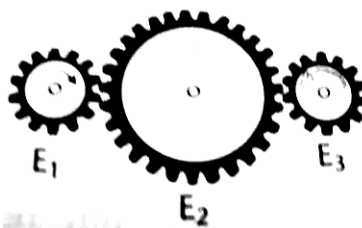


Figura 171: Trem de engrenagens do relógio hipotético.

A segunda parte do exercício dizia que a engrenagem E1 girava a 4 rps, pedia-se a rotação da engrenagem E2 onde R1 vale 10 mm e R2 vale 25 mm.



Figura 172: Alunos realizando a atividade com o kit industrial Marklin.

Sugeriu-se então algumas construções possíveis com o kit Marklin e os alunos optaram pela descrita na figura 173.

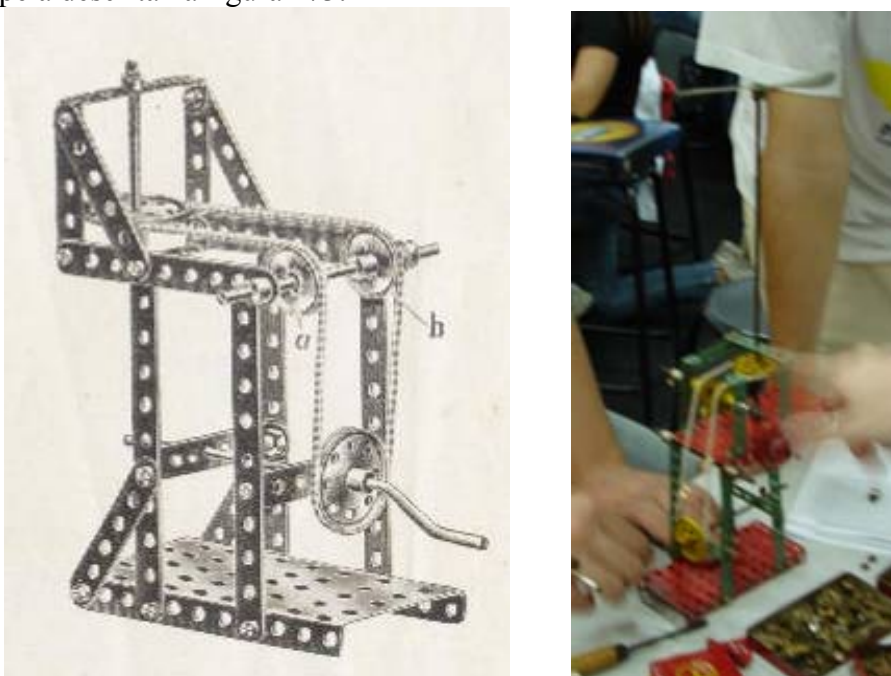


Figura 173: Modelo proposto para construção e a construção realizada pelos alunos.

O grupo não apresentou as resoluções dos exercícios para posterior verificação e o seu relato se concentra em procedimentos para a construção do kit Marklin:

Após a realização de alguns cálculos, começamos a montagem de um mecanismo para visualizar os fatores de transmissão e o movimento das polias. O professor sugeriu algumas mudanças no modelo para tornar sua construção mais simples e rápida. Ocorreu apenas um problema durante a atividade que foi quando as polias na horizontal se movimentaram no mesmo sentido, quando na verdade deveriam se mover em sentidos opostos. Sugeri então que uma delas girasse em falso em relação ao eixo.

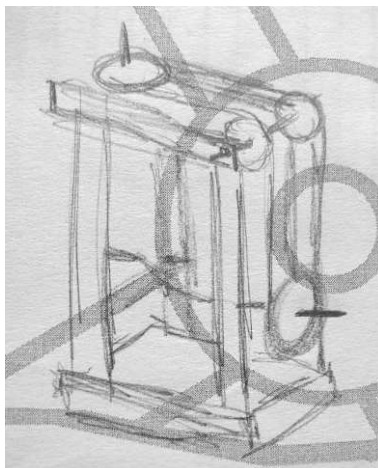


Figura 174: Esboço do modelo construído realizado pelos alunos.

A respeito do projeto do grupo, os materiais já foram quase definidos e as medidas estão prontas (80 cm x 50 cm). Após cortadas as placas de madeira, iniciaremos a construção.

## Grupo 2 – Construção com instrumentos de desenho

O grupo realizou algumas das atividades propostas, sendo elas a construção do sistema de polias diretas com os raios com a mesma medida e com os raios de medidas diferentes e construiu o sistema de polias inversas com raios de mesma medida.

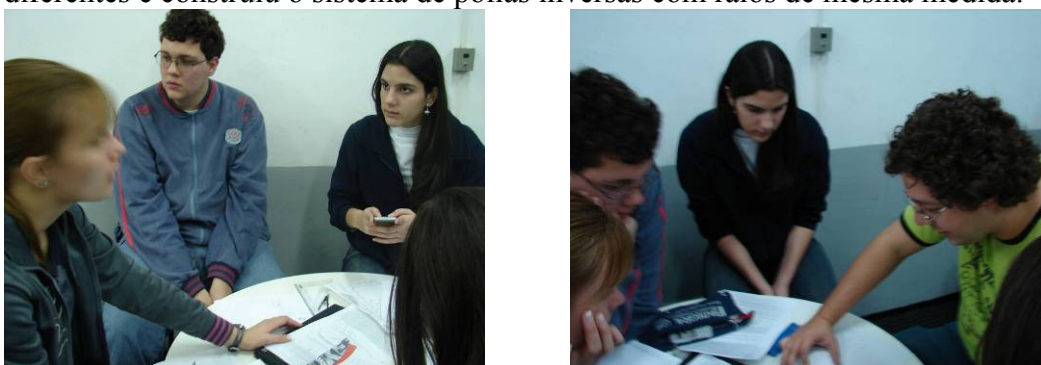


Figura 175: Alunos realizam a atividade com os instrumentos de desenho geométrico.

A primeira construção, um sistema de polias diretas com raios de mesma medida foi feita utilizando-se de duas circunferências de raio 2 sendo a distância entre os centros 7,4 cm.

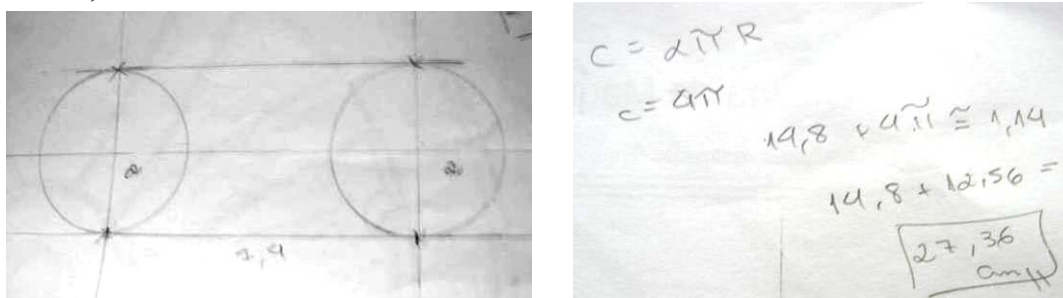


Figura 176: Construção de um sistema de polias diretas com raios de mesma medida e os cálculos efetuados.

Os alunos calcularam o comprimento da circunferência e o adicionaram ao dobro da distância entre os centros chegando assim a resposta 27,36 cm.

A seguir eles construíram o sistema de polias diretas onde um dos raios vale o dobro do outro.

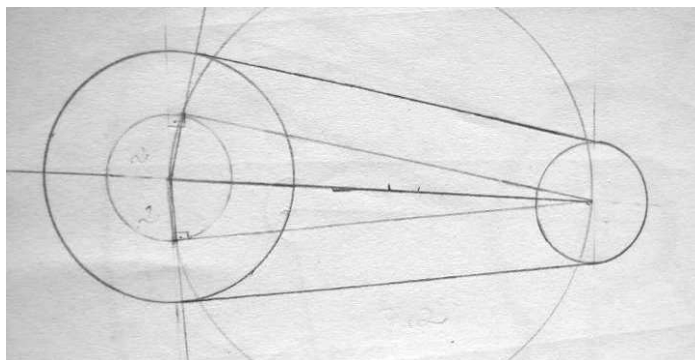


Figura 177: Construção de um sistema de polias diretas com raios de medidas diferentes.

Sendo a distância entre os centros 7,2 cm e os raios das polias 2 cm e 4 cm, os alunos obtiveram um triângulo retângulo que os permitiu obter a distância entre os pontos de tangência (figura 178).

$$7,2^2 + 2^2 = r^2$$

$$51,84 + 4 = r^2$$

$$\approx 56 = r^2$$

$$r = \sqrt{56}$$

$$r = 7,48$$

Figura 178: Cálculo da distância entre os pontos de tangência da construção realizada.

Em seguida eles se confundiram pois acharam que os arcos de raios 2 cm e 4 cm teriam medidas  $180^\circ$  e isso acarretou na solução incorreta do exercício, outro problema que se nota é a atribuição do valor 1,14 para o número  $\pi$  aumentando ainda mais o distanciamento para a solução correta.

$$C = 2\pi R$$

$$C = 4\pi = 2\pi$$

$$= 10\pi$$

$$C = 4\pi R$$

$$C = 16\pi = 8\pi$$

$$14,96 + 10\pi =$$

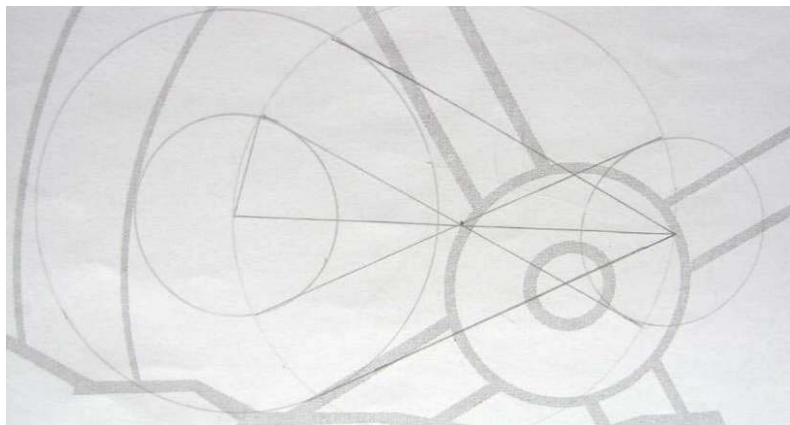
$$14,96 + 11,4 =$$

$$26,36 \text{ cm}$$

Figura 179: Os alunos erroneamente assumiram que os arcos de circunferência valem  $180^\circ$  e dessa forma não chegaram ao resultado correto.

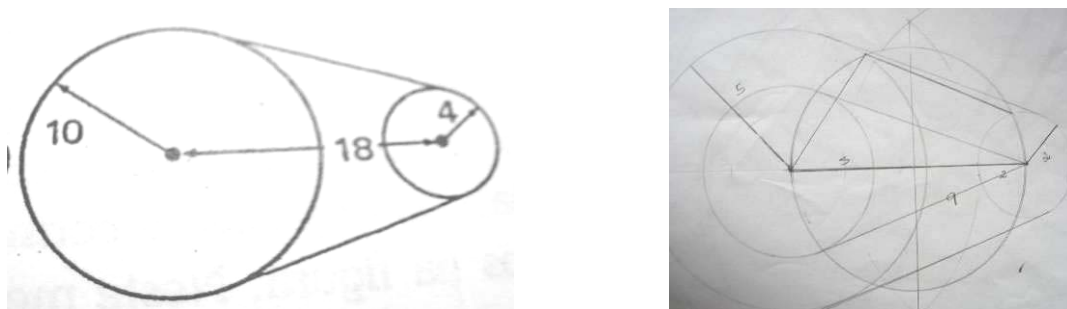
A construção do sistema de polias inversas com os raios de mesma medida foi feita mas não foram realizados os cálculos para a determinação do comprimento da correia utilizada.





**Figura 180: Construção de um sistema de polias inversas com raios de mesma medida.**

Realizadas as construções era fornecido um sistema de polias diretas que eles deveriam reproduzir com régua e compasso. Os alunos optaram por utilizar a metade dos valores fornecidos devido ao tamanho da folha de desenho.



**Figura 181: Sistema de polias diretas fornecido e sua representação construída com instrumentos de desenho geométrico.**

No relato do grupo percebe-se que a atividade de construção nesse ponto do curso se torna mais simples devido aos conceitos trabalhados durante as construções realizadas com o software GeoGebra:

As dificuldades encontradas foram pelo exercício de cruzamento de linhas, fora isso, o exercício da semana foi baseado na criação das polias, utilizando compasso e régua, sendo fundamentais para as polias e correias.

Os exercícios realizados no papel são muito similares aos exercícios realizados no GeoGebra (que é realizado no computador).

Houveram dificuldades na maioria dos integrantes do grupo, as explicações do professor foram de grande ajuda, mas no geral os exercícios foram fáceis.

### **Grupo 3 – Resolução de exercícios de vestibulares**

Os alunos trabalharam com uma lista composta por cinco exercícios relacionados ao assunto que estavam trabalhando.



Figura 182: Alunos discutem a resolução dos exercícios propostos.

O primeiro exercício mostrava um sistema de polias diretas  $C_1$  e  $C_2$  de raios  $R_1 = 4$  cm e  $R_2 = 1$  cm, onde as polias estavam apoiadas em uma superfície plana. Pedia-se o comprimento da correia que envolve o sistema sabendo-se que a distância entre os pontos de tangência das duas polias vale  $3\sqrt{3}$  cm.

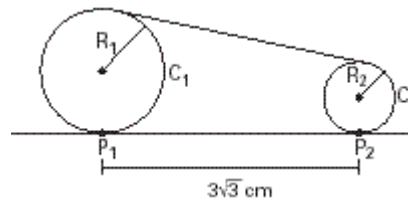


Figura 183: Sistema de polias diretas fornecido no exercício.

O grupo desenhou novamente o esboço apresentado, sem escala, e explorando suas propriedades geométricas conseguiram resolver o exercício.

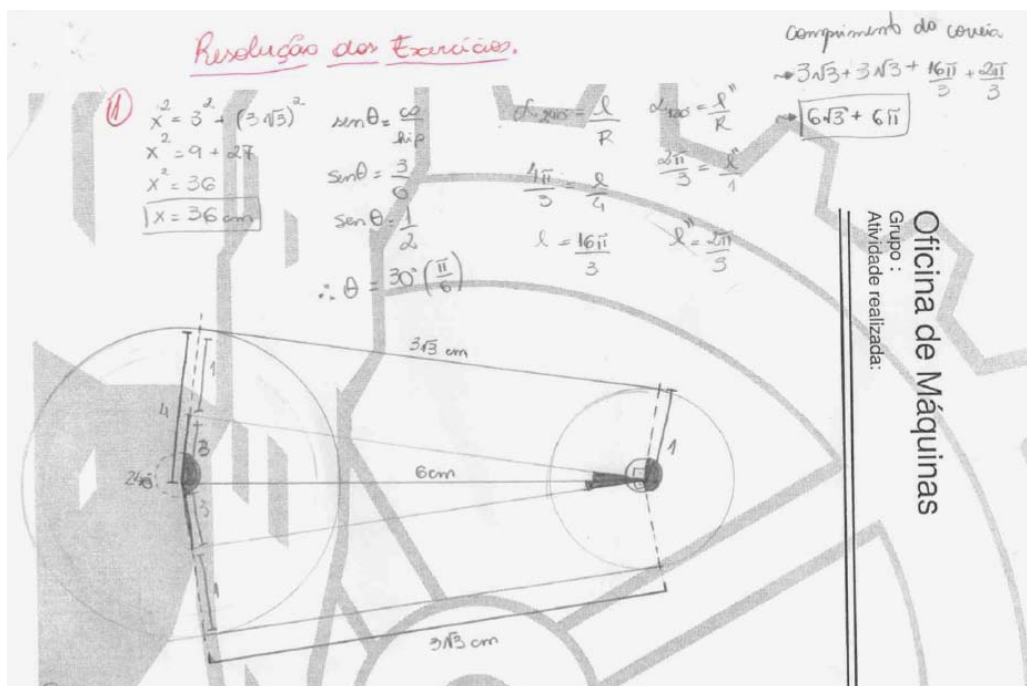


Figura 184: Esboço gráfico do exercício e sua devida resolução.

$$x^2 = 3^2 + (3\sqrt{3})^2$$

$$x^2 = 9 + 27$$

$$x^2 = 36$$

$x = 6$  (na resolução do grupo percebe-se que o erro deles foi apenas distração)

$$\text{sen } \theta = \frac{CO}{\text{hip}} \rightarrow \text{sen } \theta = \frac{3}{6} \rightarrow \text{sen } \theta = \frac{1}{2} \rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$$

Determinando o comprimento dos arcos:

- Arco de  $240^\circ$  :

$$\alpha = \frac{l}{R} \rightarrow \frac{4\pi}{3} = \frac{l_1}{4} \rightarrow l_1 = \frac{16\pi}{3}$$

- Arco de  $120^\circ$  :

$$\alpha = \frac{l}{R} \rightarrow \frac{2\pi}{3} = \frac{l_2}{1} \rightarrow l_2 = \frac{2\pi}{3}$$

Comprimento da correia:

$$3\sqrt{3} + 3\sqrt{3} + \frac{16\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} = 6\sqrt{3} + 6\pi$$

O segundo exercício mostrava o esboço de uma bicicleta onde a pedaleira tem 30 cm de diâmetro e o pinhão tem 10 cm de diâmetro. Sua roda traseira tem 80 cm de diâmetro e perguntava-se qual seria a distância percorrida quando era dada uma pedalada na bicicleta a seguir.

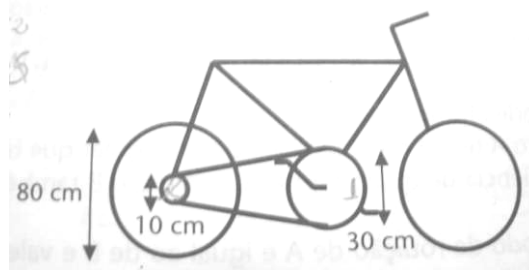


Figura 185: Esboço de uma bicicleta fornecendo os diâmetros da pedaleira, do pinhão e da roda traseira.

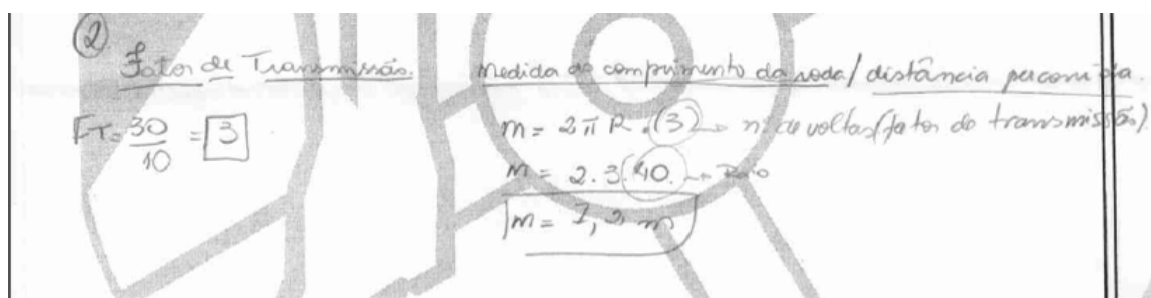


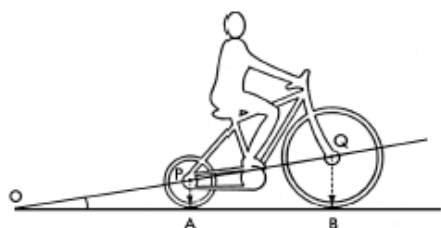
Figura 186: Resolução do exercício proposto.

Fator de transmissão

$$F_t = \frac{30}{10} = 3$$

$$M = 2\pi R \cdot F_t \rightarrow M = 2\pi \cdot 40 \cdot 3 = 720 \text{ cm}$$

O terceiro exercício, também de bicicleta, fornecia uma tabela trigonométrica com alguns ângulos específicos. Ele dizia que a distância entre os centros era de 120 cm e os raios das rodas maior e menor são respectivamente 52 cm e 25 cm. Pedia-se o ângulo agudo da figura utilizando-se os valores da tabela fornecida.



ÂNGULO (em graus)	SENO	COSENO	TANGENTE
10	0,174	0,985	0,176
11	0,191	0,982	0,194
12	0,208	0,978	0,213
13	0,225	0,974	0,231
14	0,242	0,970	0,249

Figura 187: Representação gráfica da bicicleta e tabela trigonométrica fornecida no exercício.

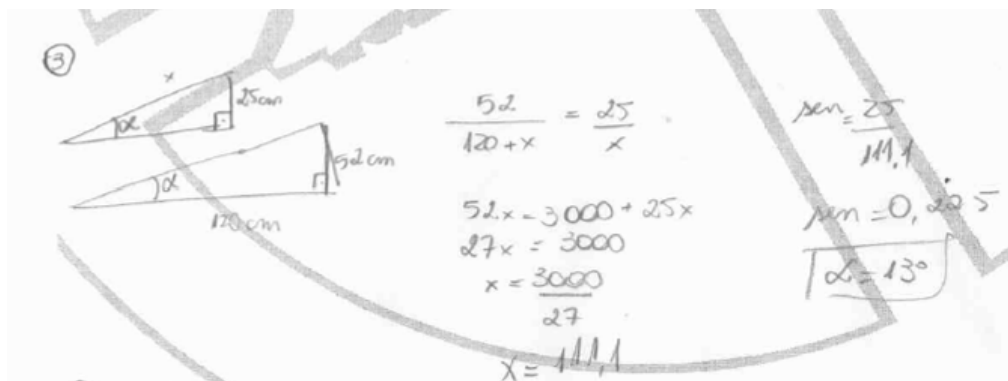


Figura 188: Resolução do grupo: apesar do triângulo maior estar com as medidas representadas em posição incorreta, os alunos conseguiram resolver o exercício. Percebe-se também problemas de notação em relação ao ângulo alfa.

Os alunos se confundiram no esboço gráfico, mas o procedimento algébrico está correto.

$$\frac{52}{120+x} = \frac{25}{x}$$

$$52x = 3000 + 25x \quad \rightarrow \quad 27x = 3000 \quad \rightarrow \quad x = 111,1$$

Outro problema percebido é a falta de associar o seno ao ângulo  $\alpha$  na notação apresentada.

$$\text{sen } \alpha = \frac{25}{111,1} \quad \rightarrow \quad \text{sen } \alpha = 0,225 \quad \rightarrow \quad \alpha = 13^\circ$$

O quarto exercício não fornecia uma figura e sugeria três circunferências de raio 2 cm em um plano sendo cada uma delas centro de um vértice de um triângulo equilátero cujo lado mede 6 cm. O exercício não deixava claro se o sistema que tangenciaria as três circunferências seria uma correia, dessa forma, o vestibular que aplicou a questão optou por considerar mais de um tipo de solução. Para elucidar os alunos optou-se por deixar o comentário fornecido pela própria comissão organizadora do vestibular:

“A proposta original para essa questão mencionava uma correia girando em torno de 3 roldanas de mesmo raio, com centros nos vértices de um triângulo equilátero. Para evitar dificuldades de interpretação, por exemplo com a espessura da correia, a Banca optou pelo enunciado apresentado. Esperava-se que a expressão ‘curva fechada de comprimento mínimo que tangencia externamente as 3 circunferências’ descrevesse a situação original, sem maiores dificuldades. Entretanto, como o enunciado da questão acabou gerando dúvidas, para não prejudicar os candidatos que entenderam de forma diferente da esperada pela Banca, foram consideradas satisfatórias outras interpretações. Assim, foram aceitas diversas soluções dessa questão ou até mesmo a indicação de que não existe a tal curva de comprimento mínimo.” (UNICAMP, 2002)

Devido ao assunto que está sendo trabalhado, logicamente os alunos desenharam uma correia tangenciando o sistema e calcularam assim a área da parte do triângulo que está fora das três circunferências e o comprimento da curva C.

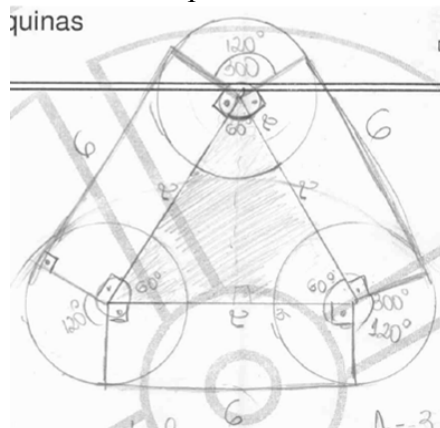


Figura 189: Representação gráfica da situação descrita no enunciado.

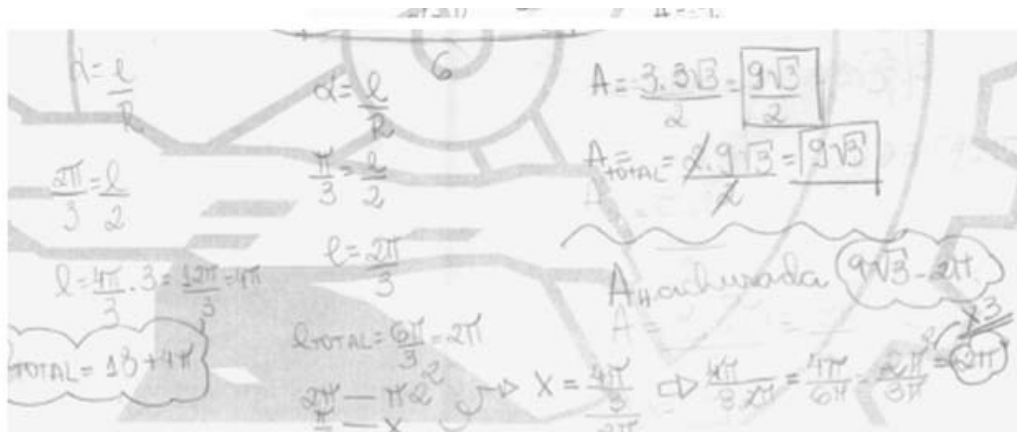


Figura 190: Resolução do exercício realizado pelos alunos.

$$\alpha = \frac{l}{R} \quad \rightarrow \quad \frac{2\pi}{3} = \frac{l}{2} \quad \rightarrow \quad l = \frac{4\pi}{3}$$

$$C_{total} = \frac{4\pi}{3} \cdot 3 + 6 \cdot 3 = 18 + 4\pi$$

$$A_{hachurada} = 2 \cdot A_{\text{triângulo retângulo}} - 3 \cdot A_{\text{setor}} \quad \rightarrow \quad A_{hachurada} = 2 \cdot \frac{b \cdot h}{2} - 3 \cdot \frac{\pi R^2}{6}$$

$$A_{hachurada} = 2 \cdot \frac{3 \cdot 3\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi 2^2}{2} \quad \rightarrow \quad A_{hachurada} = 2 \cdot \frac{3 \cdot 3\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi 2^2}{2}$$

$$A_{hachurada} = 9\sqrt{3} - 2\pi$$

Finalmente o quinto exercício apresentava dois pilotos de fórmula 1 que largavam juntos em um circuito onde completavam cada volta em respectivamente 72 e 75 segundos. Perguntava-se depois de quantas voltas do mais rápido, o mesmo estará a uma volta na frente do outro.

O grupo percebeu que a cada volta percorrida o mais rápido se distanciava 3 segundos do outro e assim a solução foi trivial.

$$3x = 72 \quad \rightarrow \quad x = \frac{72}{3} = 24 \text{ voltas}$$

Em seu relato os alunos comentaram suas observações sobre os exercícios realizados:

Foram feitos exercícios de vestibular e outros exames na tentativa de observar a utilização de polias no cotidiano.



Figura 191: Alunos participam da atividade de resolução de exercícios de vestibulares.

Primeiramente foi realizado o exercício 2 do ENEM por ser menos conteudista e conseqüentemente mais simples. Em seguida foi feito o exercício 3 sendo considerado relativamente simples, baseado praticamente em contas. O primeiro exercício exigiu mais raciocínio e maior conhecimento geométrico.

Para resolvê-lo precisou-se compreender os passos para a construção de um sistema de polias diretas. Com isso a resolução do exercício tornou-se mais fácil.

O quarto exercício possuía mais de uma maneira de resolução, sendo escolhida a que baseava-se num sistema de polias, utilizando todos os conceitos aprendidos sobre o assunto. O exercício 5 necessitou mais de raciocínio lógico do que de conhecimento de conteúdo, tendo a resolução feita “de cabeça”.

O projeto de conclusão será um tipo de moinho movido a manivela por um sistema de engrenagens com diferentes fatores de transmissão para controlar a velocidade do movimento das pás.

OBS: Surgiu um problema em como calcular o comprimento da corda nas circunferências no exercício 1, mas pode ser solucionado traçando retas paralelas no desenho para descobrir o ângulo formado e conseqüentemente o comprimento do setor circular.

#### Grupo 4 – Estudo de mecanismo do dia a dia (bicicleta)

Os alunos analisaram a bicicleta com apenas uma marcha (pedal 28 dentes e pinhão 16 dentes) e uma bicicleta de 21 marchas com 7 pedaleiras com 14, 16, 18, 20, 22, 24 e 26 dentes e três pinhões com 24, 34 e 42 dentes.



Figura 192: Alunos realizam a atividade exploratória para as bicicletas utilizadas em sala de aula.

O grupo construiu duas tabelas para a bicicleta de 21 marchas representando os fatores de transmissão e os rendimentos.

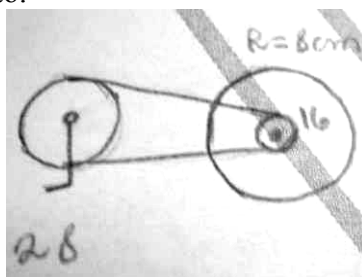
**Tabela 21: Fatores de transmissão de uma bicicleta de 21 marchas.**

		Pinhão						
		14	16	18	20	22	24	26
Pedal	24	1,71	1,5	1,33	1,2	1,09	1	0,92
	34	2,42	2,12	1,88	1,7	1,54	1,41	1,3
	42	3	2,62	2,33	2,1	1,9	1,75	1,61

**Tabela 22: Rendimentos de uma bicicleta de 21 marchas utilizando rodas com 64 cm de diâmetro.**

		Pinhão						
		14	16	18	20	22	24	26
Pedal	24	109,45	96	85,12	76,8	69,7	64	58,88
	34	154,8	135,6	120,32	108,8	98,5	90,24	83,2
	42	192	167,68	149,12	134,4	121,6	112	103,04

Em relação a bicicleta pequena eles determinaram o número de dentes do pedal (28 dentes) e do pinhão (16 dentes) além do diâmetro da roda traseira (16 cm) e calcularam assim o rendimento.

**Figura 193: Esboço gráfico de uma bicicleta com apenas uma marcha.**

$$\text{Rendimento} = \frac{28}{16} \cdot 16 = 28$$

Além da análise eles trabalharam com um exercício que apresentava uma bicicleta BMX típica com rodas de 20 polegadas, uma roda pedaleira de 36 dentes e um pinhão, na roda traseira, com 18 dentes. Pedia-se o rendimento dessa bicicleta.

**Figura 194: Ilustração de uma bicicleta BMX.**

O exercício também pedia para que eles sugerissem uma combinação de pedaleira e pinhão para que uma bicicleta com 27 polegadas tivesse o mesmo rendimento.

$$t = \frac{36}{18} = 2$$

$$\text{Rendimento} = 2 \cdot 20 = 40 \text{ polegadas}$$

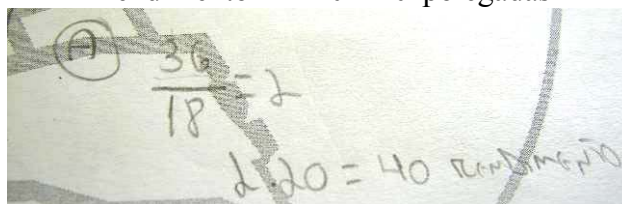


Figura 195: Resolução dos alunos.

Com rodas de 27 polegadas queremos rendimentos de 40 polegadas:

$$27 \cdot t = 40 \quad t = \frac{40}{27} = 1,48$$

$$1,48 = \frac{148}{100} = \frac{74}{50} = \frac{37}{25}$$

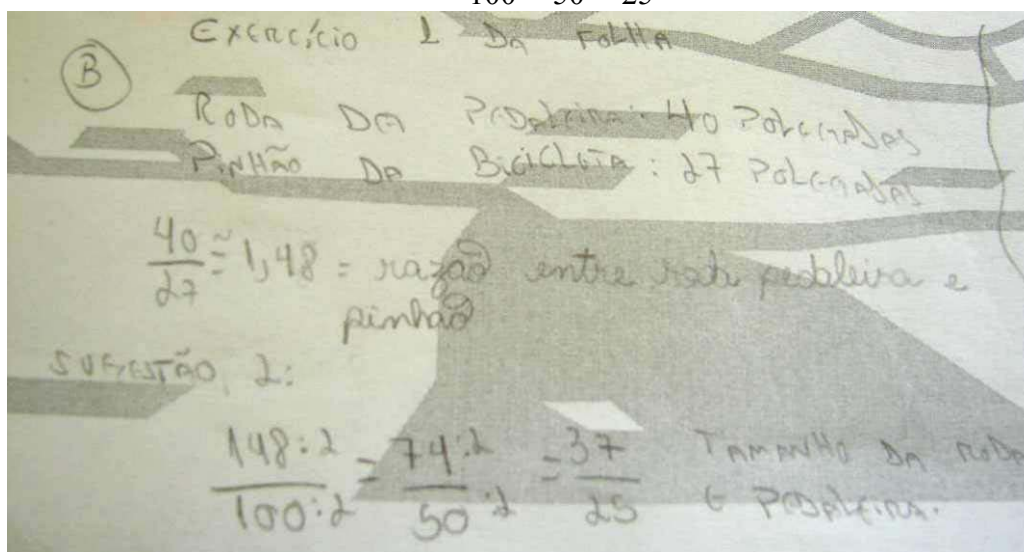


Figura 196: Resolução do exercício pelos alunos.

Dessa forma, com roda traseira de 27 polegadas, pedaleira de 37 dentes e pinhão de 25 dentes conseguiremos um rendimento de 40 polegadas.

No relato do grupo percebe-se que foi feita a comparação entre as bicicletas e vemos também o início da produção do projeto final:

Neste encontro calculamos o rendimento de uma bicicleta com vinte e uma marchas, e da bicicleta pequena. Feito isso analisamos os dados e vimos que em uma corrida a bicicleta pequena não venceria a bicicleta de vinte e uma marchas.

O nosso grupo começou a trabalhar no projeto que é uma roda gigante, ela será feita com palitos de sorvete e cola quente. Para a engrenagem, destruímos uma fita de vídeo cassete para utilizarmos a polia da fita.

A parte que conseguimos construir durante a aula ficou torta e chegamos a conclusão que teremos que refazê-la.

## Grupo 5 – Utilização de material industrializado K'nex

O grupo trabalhou com uma lista de exercícios que já havia sido aplicada para um dos outros grupos em um outro encontro. Eles utilizaram-se do kit K'nex para a construção e exploração do ventilador alterando o seu fator de transmissão e verificando o que ocorre com o mesmo.





**Figura 197: Estudo realizado com a construção do ventilador.**

Apesar de terem concluído a atividade e participado ativamente da mesma, não foram entregues o relatório e a resolução dos exercícios realizados prejudicando assim a análise da atividade perante o grupo.

### 3.2.6.2 Discussão do projeto final

A segunda parte da oficina, a discussão do projeto final, foi muito interessante pois alguns grupos trouxeram materiais e iniciaram as construções.

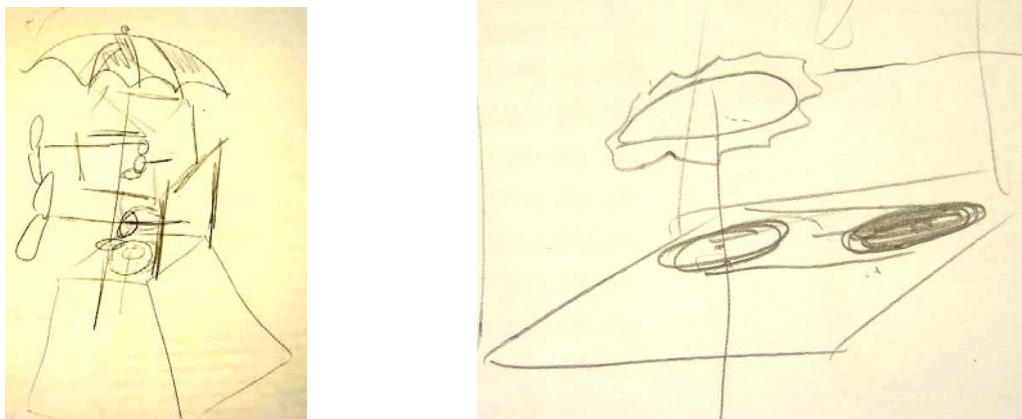
O grupo 1 explicou que terão que mandar cortar as madeiras no formato que imaginam o percurso do trem para poderem colocar as polias que serão responsáveis pelo movimento do mesmo.

O grupo 2 iniciou a produção de seu projeto do elevador neste encontro. Trouxeram para isso as madeiras e tintas que iriam utilizar para a construção do prédio e com a palitos de sorvetes e o auxílio do professor de física e o uso de cola quente construíram a cabine que representaria o elevador. O problema que eles enfrentam no presente momento é o de como eles farão para prender o carretel no topo do prédio e tornar o mecanismo funcional.



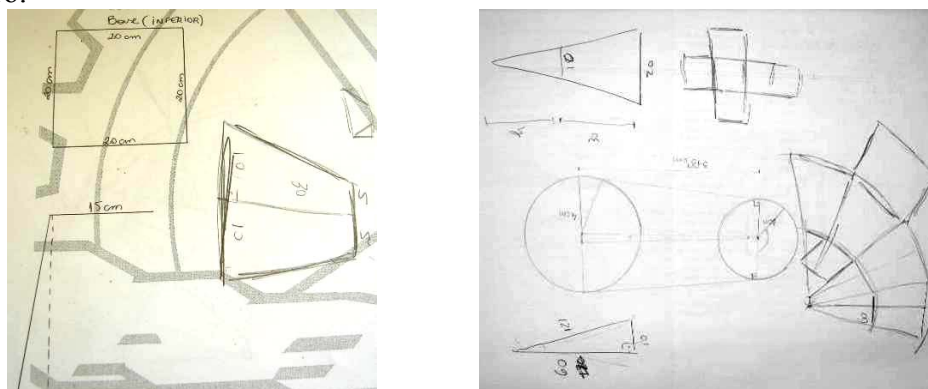
**Figura 198: Professor de Física auxilia os alunos na construção da cabine do elevador.**

O grupo 3 está com dúvidas de como eles poderiam fazer para conseguir rotacionar a parte superior do moinho de vento e ao mesmo tempo girar a hélice.



**Figura 199:** Esboços realizados para tentar solucionar o problema de como rotacionar a parte superior do moinho de vento.

Foi uma longa discussão com várias ideias de todos e esboços feitos do mecanismo e da possível planificação do moinho e assim a discussão se estendeu de forma que os alunos continuaram com a discussão por meia hora após o término do encontro.



**Figura 200:** Esboços realizados para o estudo de como seria feita a parte inferior do moinho de vento.

A ideia dos alunos é utilizar o material isopor para a cabine. Foi sugerido que eles fizessem de uma que ficasse uma abertura de forma que outras pessoas pudessem ver o seu funcionamento.

O grupo 4 também iniciou a produção de seu projeto da roda gigante trazendo cola quente e palitos de sorvetes. Para representar as polias eles desmontaram uma fita de VHS e aproveitaram os carretéis e a própria fita, que usariam como correia e para representar as cadeiras da roda gigante eles se utilizariam de caixas de fósforos.



**Figura 201:** Alunos desmontam uma fita de VHS para aproveitar suas roldanas.

Esse grupo usou um CD como centro das “circunferências” das rodas gigantes e para que a colocação dos palitinhos ficasse uniforme, eles utilizaram a construção com régua e compasso da divisão da circunferência em 12 partes de mesma medida e foi explicado como proceder para realizar uma ampliação dessa construção.

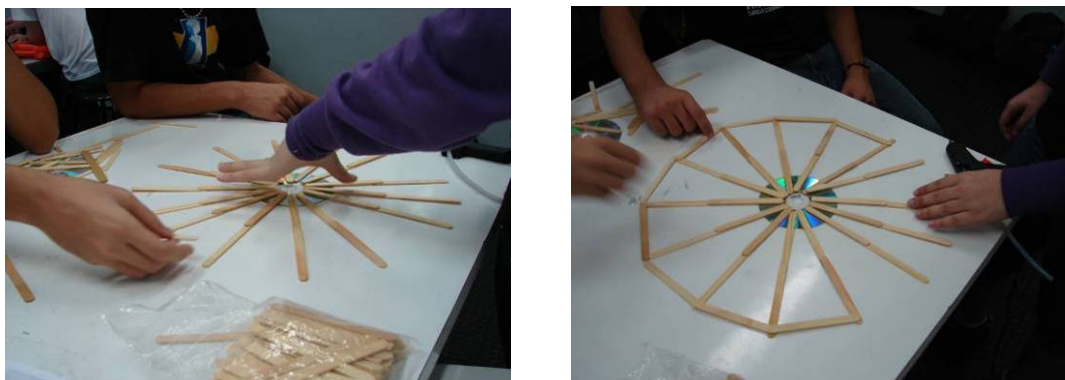


Figura 202: Alunos constroem as laterais da roda gigante utilizando palitos de sorvete e CDs.

Apesar de terem realizado a construção da parte lateral da roda gigante, o grupo não gostou do resultado e ficou então de reconstruí-lo.

O grupo 5 confirmou então que realizariam o projeto da construção de um mecanismo que a partir da utilização de um dínamo movido por um sistema de polias e correias com a função de gerar energia elétrica. Eles continuam com o problema da obtenção de um dínamo que sirva para o experimento.

### 3.2.6.3 Atividade Virtual – Construindo um sistema de polias inversas.

Foi disponibilizado na plataforma um *link* para um vídeo que mostrava como os alunos deveriam fazer para construir o sistema de polias diretas pois alguns estavam se confundindo no momento de utilizar os pontos de intersecção e isso influenciava no restante da construção.

Esta lição chamava-se de “construindo o terceiro mecanismo” retomaria o arquivo criado na primeira lição (*modelo\_nomealuno.ggb*) e a partir dele seria construído um sistema de polias inversas.

A construção é bem parecida com a construção de um sistema de polias diretas, mas com algumas pequenas alterações.

Nessa construção, os alunos deveriam traçar uma circunferência com centro em A e raio  $R1+R2$  e a seguir traçar as retas tangentes a essa circunferência de raio  $R1+R2$  passando por B.

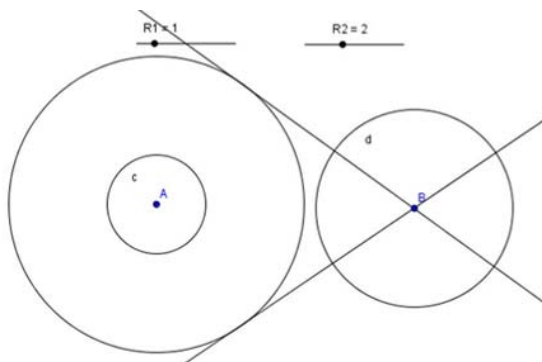
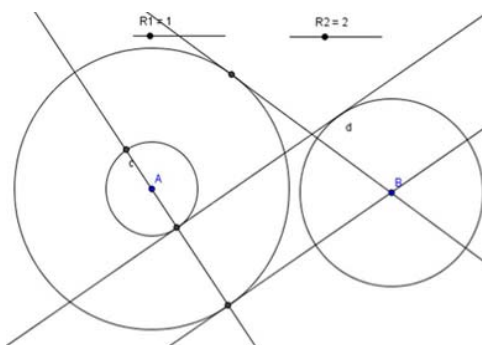


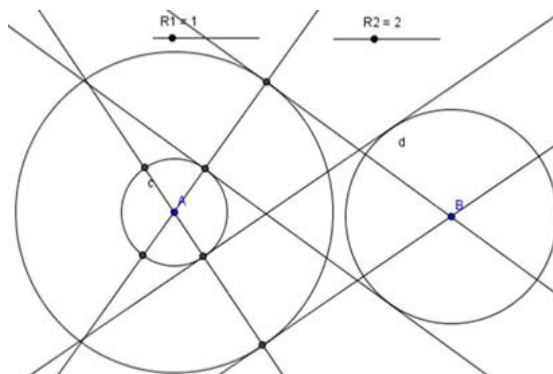
Figura 203: Retas tangentes a uma circunferência com centro em A e raio  $R1+R2$  passando pelo ponto exterior B.

Ao marcar os pontos de intersecção das retas com a circunferência pode-se traçar duas retas que passam por A e por cada um dos pontos de intersecção marcados.



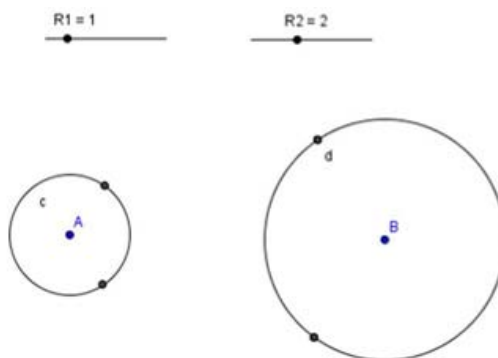
**Figura 204:** Traçado da reta paralela as circunferências de raios R1 e R2.

A intersecção dessas retas com a circunferência com centro em A e raio R1 determinarão os pontos de tangência desejados. Dessa forma utilizando-se da ferramenta retas paralelas é possível terminar a construção.



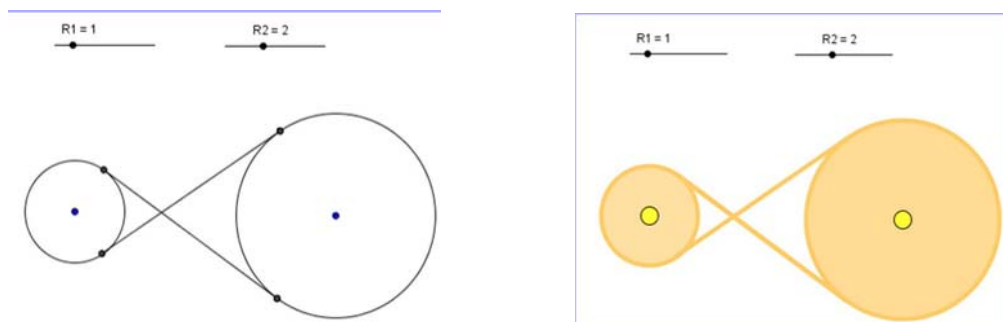
**Figura 205:** Duas retas tangentes as circunferências de raios R1 e R2.

Com a construção terminada, eles deveriam esconder os objetos que não seriam mais utilizadas e conseguiriam a seguinte figura:



**Figura 206:** Ocultando partes da construção na figura temos os seletores, as circunferências de raios R1 e R2 e os pontos de tangência obtidos.

Unindo os pontos com segmentos é possível desenhar as polias com correias ligadas de forma inversa e realizando as devidas formatações de cor e espessura é possível terminar a lição virtual.



**Figura 207:** A construção do sistema de polias inversas terminada e sua formatação finalizando a construção.

Os alunos deveriam então deixar suas opiniões sobre a atividade realizada e caso verificassem algum problema na construção ao modificarem a posição dos seletores, pedia-se que fosse relatado juntamente.

Ao contrário da lição anterior, o problema das correias desaparecendo não ocorrerá, pois  $R1+R2$  será sempre positivo e assim não prejudicará a construção em nenhum dos casos e esperava-se que o aluno percebesse esse fato.

Realizada a lição virtual, os alunos deveriam salvar o arquivo como *correia2\_nomealuno.ggb* e enviar ao professor para verificação.

Os comentários de alguns desses alunos segue abaixo:

- Alan (3ª série) : O procedimento é parecido com o da tarefa anterior! desta vez, pelo menos de minha parte, foi mais fácil e mais rápido fazer, ao mover o seletor não acontece nada de errado, a não ser que ambas estejam muito próximas e uma "fique sobre a outra" não havendo assim as correias!

- Bárbara (1ª série) : Essa lição foi bem tranquila, foi mais fácil do que a segunda. Eu achei essa atividade a mais legal de todas porque as instruções foram mais rápidas para se interpretar. Não houve nenhum problema quando movemos o seletor.

- Eliane (3ª série) : Jayme e refiz a lição. Acho que agora deu certo. Eu achei interessante a lição. Quanto movemos o seletor da circunferência de raio  $R1$ , apenas o raio dessa circunferência muda, mas quando movemos o seletor da circunferência de raio  $R2$ , ambas as circunferências tem seus raios alterados. Isso acontece porque dentro da circunferência de raio  $R1$  temos outra circunferência de raio  $R1+R2$ .

- Jennifer (3ª série) : Essa lição é bem legal, mexe com várias ferramentas do GeoGebra também. Quando movemos o seletor  $R1$  não ocorre problema nenhum, porém, se movemos o seletor  $R2$  a circunferência de raio  $R1+R2$  move também. Isso ocorre porque a circunferência  $R1$  está dentro da  $R1+R2$ , não aparecendo e não interferindo na circunferência  $R2$ , quando mudamos o valor de  $R2$ , as duas mudarão porque interferirá na circunferência  $R1+R2$  também.

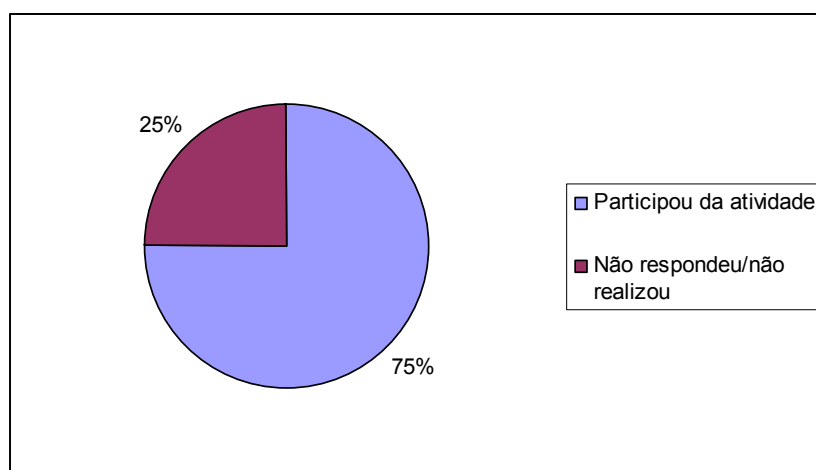
- João R. (3ª série) : Não houve nenhum problema aparente durante a atividade =] Achei fácil e bem legal, muito interessante de se fazer...até a minha irmã mostrou-se interessada!

- Lucas (1ª série) : Essa atividade é parecida com a última feita, o que muda é que as correias estão cruzadas, o que se pode imaginar que quando as colocamos em movimento, irão girar em sentido contrário.

- Pedro (2ª série) : Achei a atividade clara em relação a construção de polias com correias cruzadas, já que utilizando régua, compasso e outros materiais escolares é possível seguir as mesmas regras e construir um mecanismo com a mesma precisão do GeoGebra. Após várias vezes termos utilizados o seletor, ficou claro como utilizá-lo, só que ainda está meio complicado esconder objetos e gostaria de receber dicas sobre como utilizá-lo.

- Renata (2ª série) : Essa atividade foi um pouco menos complexa do que a lição 2, mas continua sem conseguir realizar tais construções sozinha. os passos são imprescindíveis para a realização das construções. Não tive problemas ao mover o seletor e se tivesse, daria Ctrl+Z ou começaria de novo.

Dos 20 alunos envolvidos tem-se que 15 realizaram a atividade virtual deixando assim seus devidos comentários.

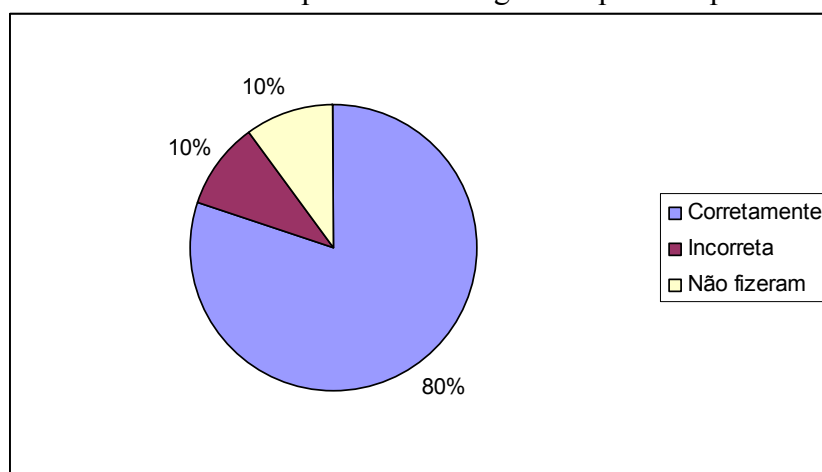


**Gráfico 8: 75% dos alunos realizaram atividade.**

Sobre os comentários citados, os alunos destacaram as seguintes informações:

- 11 alunos comentaram que a construção não tinha o problema das correias que desaparecem ao variarmos os valores de R1 e R2. (55%)
- 3 alunos relacionaram a tarefa com a tarefa anterior. (15%)
- 3 alunos consideraram a tarefa mais fácil que a anterior. (15%)
- 1 aluno considerou um pouco complicada a construção. (5%)
- 2 alunos considerou as instruções mais claras. (10%)
- 6 alunos consideraram a atividade interessante. (30%)
- 2 alunos elogiaram o software GeoGebra (10%)
- 1 aluno citou que as correias girariam em sentidos invertidos. (5%)

Dos mesmos 20 alunos, 18 enviaram a construção desejada onde apenas 2 delas estavam incorretas. Novamente ocorreram casos onde a tarefa foi entregue sem que os passos para a sua construção tenham sido acessados, surgindo assim a dúvida se esses alunos tenham sido auxiliados por outros colegas ou apenas copiado o arquivo.



**Gráfico 9: 80% dos alunos realizaram a construção de forma correta.**

### 3.2.7 Sétimo encontro

A proposta inicial para esse encontro era realizar uma visita a uma indústria para que os alunos pudessem visualizar as polias e engrenagens estudadas em uma situação real. Mas como não foi possível obter uma resposta da indústria até a data esperada, combinou-se que o encontro seria utilizado na íntegra para a produção dos materiais do projeto final de cada grupo. No início do encontro de dia 17 de junho de 2009 mostrei aos alunos um vídeo onde eles puderam conhecer como é a produção de salgadinhos a base de batata na tentativa de substituir a atividade de visita que não pode ser realizada.

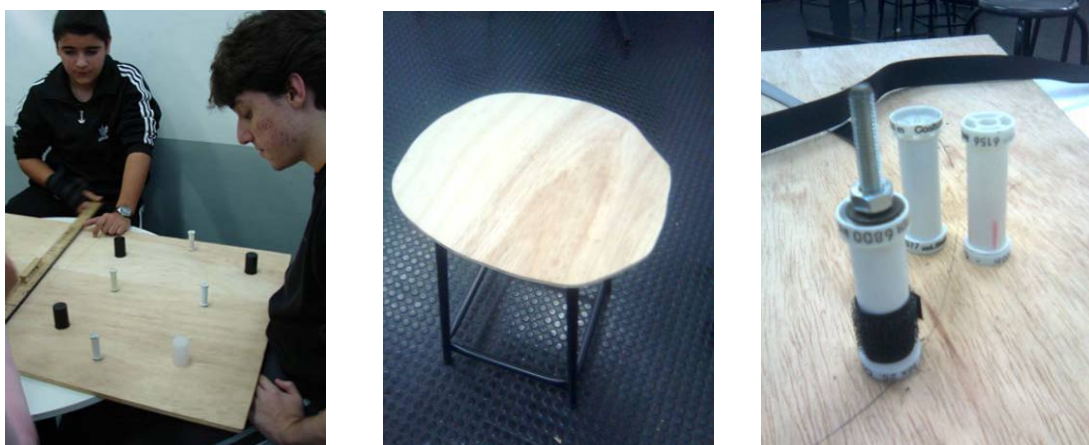


Figura 208: Imagens do filme mostrado aos alunos sobre a produção de salgadinhos a base de batata.

#### 3.2.7.1 Elaboração dos projetos finais

Esse encontro foi importante, apesar de um pouco desorganizado, pois enquanto alguns grupos trabalhavam com afinco, outros diziam que não conseguiriam trabalhar devido ao fato de não estarem com os materiais necessários para a produção em mãos.

O grupo 1 levou os carretéis de linha, os parafusos e as madeiras para a produção do percurso do trem. Grande parte do encontro eles gastaram com o corte da madeira e a colocação dos parafusos e para a correia eles optaram pela utilização do material velcro.



**Figura 209:** Alunos discutem sobre o trajeto que o trem irá realizar, determinando a posição dos carréteis.

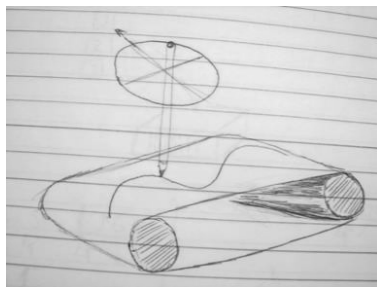
O grupo 2 continuou o trabalho iniciado na semana anterior de confecção do prédio e da cabine do elevador. Isso foi um pouco complicado devido ao cheiro que a tinta deixou na sala pois a mesma não tinha janelas grandes para ventilação e incomodou os outros grupos. Os alunos não gostaram do resultado que obtiveram e resolveram que não iriam mais trabalhar com o elevador.



**Figura 210:** Processo de elaboração do prédio e da cabine do elevador utilizando os materiais MDF e palitos de sorvete.

Sugeriram assim a construção de uma esteira para transporte de objetos. Desta sugestão, foi proposto a construção de uma máquina que possibilitasse registrar o movimento oscilatório, ou seja, uma máquina que traçasse o gráfico de seno. Para isso eles se utilizariam de bobinas de impressoras engrenadas (como o mecanismo de uma fita cassete) e a medida que o papel saísse de uma bobina e fosse para a outra por um mecanismo de manivela, esse papel registraria o movimento de um pendulo dotado com algum tipo de tinta que caia no papel construindo assim o gráfico.





**Figura 211:** Esboço de um mecanismo responsável pelo registro do movimento de um oscilatório de pêndulo: gráfico de seno.

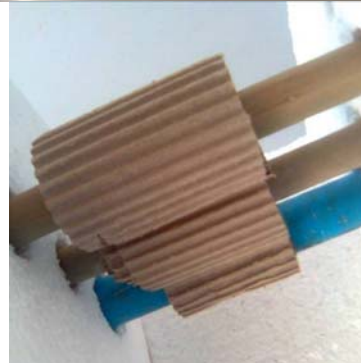
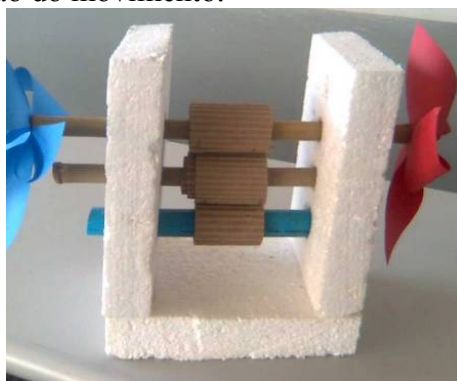
O grupo 3 estudou várias sugestões de como eles iriam fazer para construir as engrenagens.



**Figura 212:** Alunos discutem uma forma de viabilizar o mecanismo responsável por girar a parte superior do moinho de vento.

Alguns elementos dos grupos trouxeram sugestões de como eles poderiam tentar resolver esse problema:

A primeira delas foi a de utilizar a parte rugosa de caixas de papelão para a produção das engrenagens e o aluno trouxe inclusive um modelo contendo três engrenagens acopladas que realizavam a transmissão do movimento.



**Figura 213:** Tentativa de produção de engrenagens com o uso de caixas de papelão.

O problema encontrado para essa sugestão foi que esse sistema era muito frágil e não iria funcionar por muito tempo.

Outra sugestão apresentada foi a de produzir as engrenagens com linha de costura (crochê) e utilizar algum material para enrijecer o material.



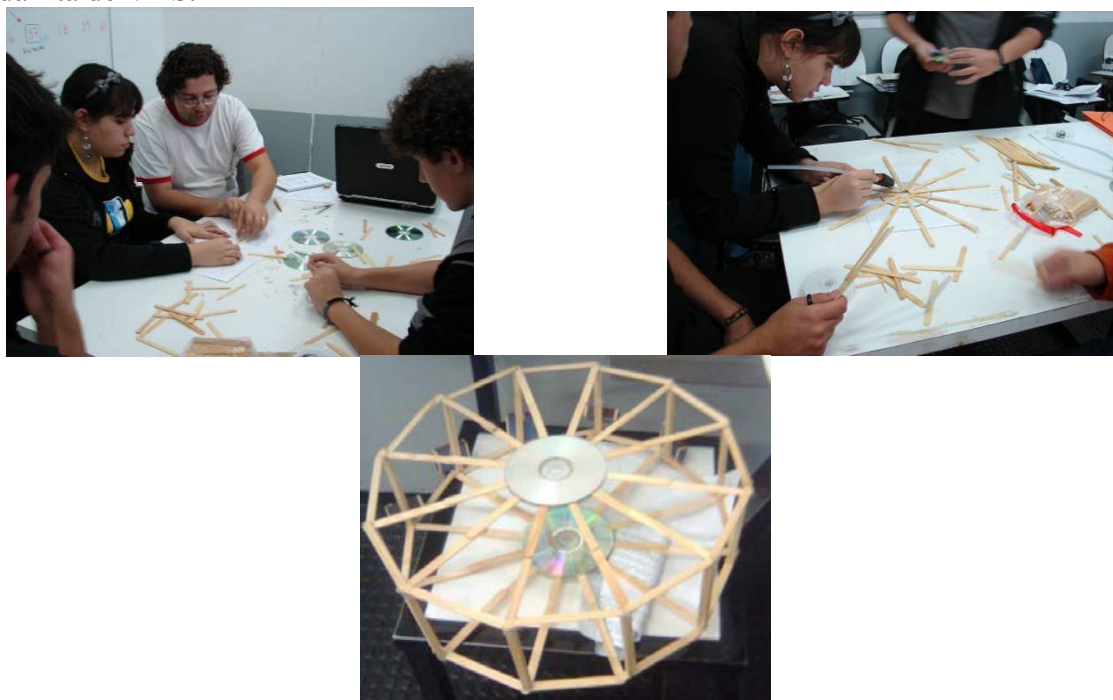
**Figura 214:** Tentativa de produção de engrenagens com a confecção em crochê.

Os alunos levaram para a sala a estrutura em isopor que se tornaria o moinho de vento.



**Figura 215:** Estrutura do moinho de vento produzida com isopor e palitos de dente.

O grupo 4 refez a construção da parte lateral da roda gigante e dessa vez a construção ficou muito mais apresentável e regular. Na semana anterior eles não haviam utilizado a construção da divisão da circunferência em 12 partes de mesma medida e haviam optado por 13 partes, daí a dificuldade em deixar a figura regular. O mecanismo que permitirá a movimentação da roda gigante será construído com os carretéis retirados da fita de VHS.



**Figura 216:** Processo de confecção da roda gigante com os materiais palito de sorvete e CDs.

O grupo 5 conseguiu adquirir o dínamo que desejavam mas não o levaram na sala de aula, assim passaram a aula discutindo detalhes do projeto e solucionando eventuais dúvidas da parte física da produção de energia.



Figura 217: Discussão dos detalhes para a elaboração do projeto de um mecanismo que iria produzir energia.

A apresentação dos projetos estava marcada para o dia 23 de junho de 2009, ou seja, em menos de uma semana e como os alunos estavam passando pelas avaliações de final de semestre e alguns grupos estavam atrasados na construção dos projetos, a data da apresentação foi postergada a pedido da mantenedora da escola.

Com isso teríamos mais dois encontros, sendo que o primeiro foi uma conversa com os alunos para saber em que etapa estava cada um dos projetos e questioná-los acerca de suas impressões sobre a “Oficina de Máquinas” fazendo uma comparação com suas aulas regulares. O segundo encontro foi a apresentação dos projetos, um evento onde eles puderam apresentar, para os outros alunos da escola, todo o processo de aprendizagem e produção de seus projetos, além de mostrá-los em funcionamento. Esses dois encontros ocorreram no segundo semestre nos dias 12 de agosto e 1 de outubro de 2009.

### 3.2.7.2 Atividade Virtual – Movimentando um sistema de polias diretas

Esta lição virtual chamava-se “Construindo o quarto mecanismo” e a partir do arquivo *correia1\_nomealuno.ggb* eles iriam desenvolver sua construção que consistiu em inserir um mecanismo que possibilita ver o funcionamento do sistema de polias diretas em movimento.

Primeiramente os alunos precisaram renomear o arquivo para *polia1\_nomealuno.ggb* e a seguir criar um terceiro seletor de nome  $\alpha$  que iria variar de  $0^\circ$  até  $360^\circ$  mas apenas marcaria valores inteiros.

Com a ferramenta de traçar ângulo com amplitude fixa, traçar um ângulo com vértice no centro na circunferência maior (raio  $R_2$ ) e amplitude  $\alpha$  que iria girar no sentido anti-horário.

Utilizando-se da mesma ferramenta e com vértice no centro na circunferência menor (raio  $R_1$ ) e amplitude  $\alpha \cdot \frac{R_2}{R_1}$ , traçar um ângulo que iria girar no mesmo sentido que a anterior (anti-horário). Assim, ao girar a polia maior, a menor também girará, mas respeitará o seu fator de transmissão e as duas girarão no mesmo sentido.

De um dos lados de cada um dos ângulos traçados trace um diâmetro contendo a semi-reta do ângulo que se movimenta ao variarmos o seletor  $\alpha$  e a partir dos seus

centros trace retas perpendiculares aos diâmetros anteriormente traçados. Quando movermos o seletor  $\alpha$  esses segmentos se moverão juntamente com os ângulos, dando a sensação de movimento. Realizados esses procedimentos, os elementos que não precisam estar na construção podem ser ocultados.

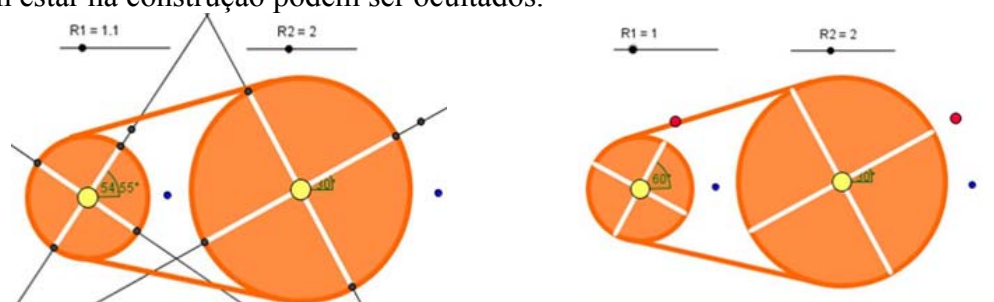


Figura 218: Construção do mecanismo que se move com a variação do seletor  $\alpha$  e a figura da direita as retas perpendiculares foram ocultadas.

Terminada a construção os alunos movimentaram o seletor  $\alpha$  e analisaram o efeito do fator de transmissão nas polias impulsora e seguidora, depois, ao alterarem os valores de R1 e R2 verificaram as alterações ocorridas.

Alguns comentários foram listados a seguir:

- Alan (3ª série) : Acho que não há nenhum problema sobre o procedimento nem quando movemos os seletores. A coisa está ficando cada vez mais interessante.

- Alfredo (2ª série) : Quando movemos o seletor do ângulo, o R2 gira em torno do eixo com o mesmo valor, e o R1 gira o angulo correspondente ao seu tamanho e ao tamanho de R2. Assim obtém-se o Fator de Transmissão.

- Eliane (3ª série) : Nessa construção de polia com correia diretas e com angulo marcado, percebi que conforme movemos o seletor alfa, mudamos o angulo dos segmentos criados com a horizontal. E percebi também que quando movemos os seletores R1 e R2 o valor de alfa também muda.

- João G. (3ª série) : Ao movimentar o ponto na reta do ângulo, tem-se a impressão de que as polias estão se movendo. Com os ângulos mostrados, percebe-se que o menor tem que dar mais de 1 volta para que o maior de também uma volta.

- Marcelo (1ª série) : Observei que a fórmula aplicada no primeiro encontro se comprova neste mecanismo, não achei nenhum problema com esta construção.

- Matheus (3ª série) : Achei muito interessante a construção, porem não entendi a parte de escolher os ângulos  $\alpha \cdot R2/R1$ . Não houve nenhum problema com a construção.

Dos 20 alunos envolvidos tem-se que 12 realizaram a atividade virtual deixando assim seus devidos comentários.

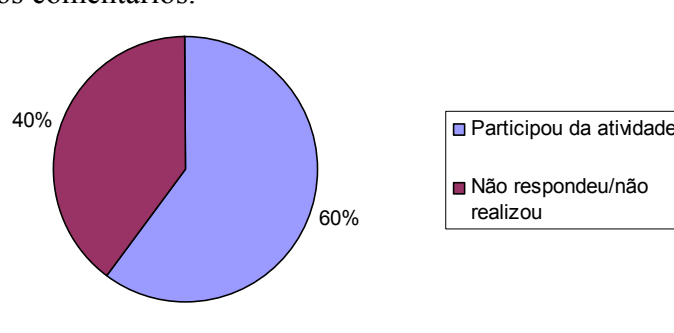


Gráfico 10: 60% dos alunos realizaram a atividade virtual.

Sobre os comentários citados, os alunos destacaram as seguintes informações:

- 5 alunos relacionaram o movimento das polias com o conceito de fator de transmissão. (25%)
- 4 alunos consideraram a atividade interessante. (20%)
- 1 aluno percebeu que ao mover o seletor  $\alpha$  os ângulos de R1 e R2 são influenciados por ele (5%)
- 1 aluno elogiou a ampliação de seus conhecimentos em relação ao software GeoGebra. (5%)
- 1 aluno não conseguiu associar a fórmula citada durante a construção com o conceito de fator de transmissão. (5%)
- 1 aluno considerou a construção um pouco complicada. (5%)

Dos mesmos 20 alunos, 12 enviaram corretamente a construção desejada, sendo que as que foram enviadas com a construção incorreta foram devidamente corrigidas e reenviadas. Assim, nessa lição pode-se ver que a quantidade de pessoas que realizaram a lição virtual é a mesma que enviou a tarefa. Não ocorreu cópia, mas percebe-se que o número de alunos que participam das atividades virtuais diminui a cada tarefa, apesar de que o interesse dos alunos que continuam participando parece aumentar.

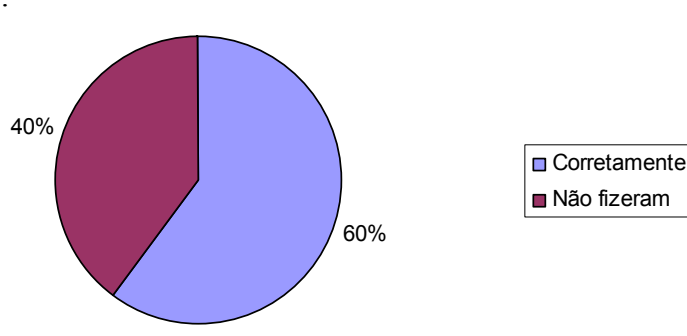


Gráfico 11: 60% dos alunos enviaram o arquivo construído corretamente.

### 3.2.8 Oitavo encontro

Esse encontro ocorreu no dia 12 de agosto de 2009 e contou com a presença do professor orientador Pedro Luiz Aparecido Malagutti onde os alunos tiveram a oportunidade de externar suas impressões sobre os encontros.



Figura 219: Os alunos posicionaram as carteiras em círculo para a discussão ocorrida nesse encontro.

Como esse encontro ocorreu na semana de retorno as aulas, foi necessário acertar com os alunos alguns detalhes da oficina como as lições virtuais de alguns

alunos que ainda não haviam sido entregues, a data em que seria feita a apresentação e descobrir em que ponto da produção do projeto final cada grupo estaria.

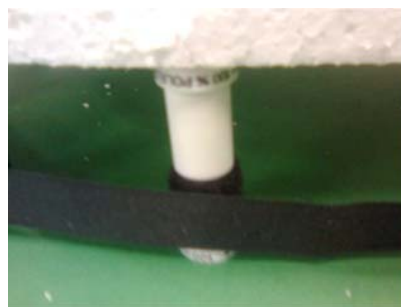
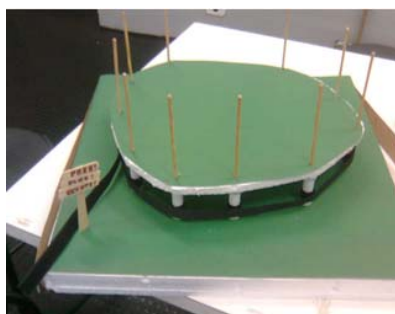
Nesse encontro os alunos sentaram-se em círculo e primeiramente eles contaram em que fase estava o processo de produção do projeto final de cada grupo e a seguir fizeram comentários a respeito de suas impressões sobre a “Oficina de Máquinas”.

### 3.2.8.1 Discussão do projeto final

O grupo 1 iniciou relatando que sua idéia inicial era a construção de um percurso onde o trem passaria na parte superior do mesmo, mas devido a dificuldade que eles tiveram, preferiram acoplar o trem a correia.

O grupo abandonou os materiais que estavam utilizando até o último encontro (madeira e parafusos) devido a dificuldade em manipular esses materiais e dessa forma eles foram substituídos pelos materiais isopor e palitos de churrasco. O isopor facilitou a colocação dos palitos de churrasco que serviram como eixo para os carretéis que permitiriam o movimento do sistema.

Cada um dos carretéis foi encapado por velcro e a correia que passaria pelos carretéis foi feita com a parte rugosa do mesmo velcro que então grudaria nos carretéis. O problema encontrado em seu projeto foi o mecanismo impulsor do movimento pois o grupo deixou uma sobra de velcro na parte externa da correia para que ela pudesse ser puxada, mas dessa forma o movimento não era contínuo e assim eles precisaram repensar em uma melhor forma de iniciar esse movimento



**Figura 220: Modelo construído com isopor, palitos de churrasco e carretéis de linha. Na figura da direita é possível ver que os carretéis estão envolvidos por uma camada de velcro e é o responsável pelo contato com a correia, também de velcro.**

Outro problema localizado no modelo foi que, nem todos os carretéis giravam quando puxava-se a correia e isso também deveria ser revisto pois isso inviabilizava a inserção de um mecanismo impulsor, por exemplo uma manivela.



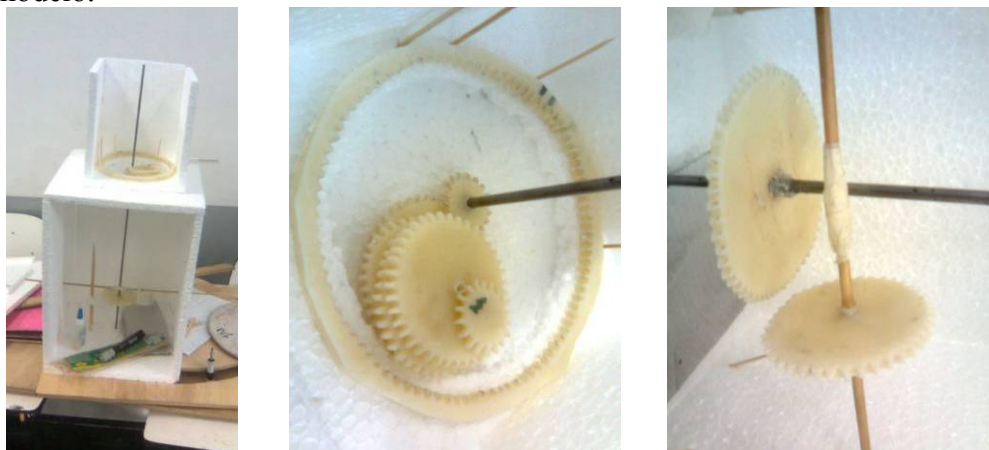
**Figura 221: Professor analisando o modelo apresentado pelos alunos.**

Sugeriu-se então a inserção de um carretel no centro da maquete que fosse o responsável pelo movimento de todos os outros carretéis.

Em seguida o grupo 2 relatou que havia mesmo abandonado a construção do elevador e que estava construindo mecanismo para registrar o gráfico de movimentos oscilatórios em função do tempo.

Eles relataram que haviam feito a base das barras de rolagem utilizando-se do kit Lego devido a resistência desse material, e ainda com o Lego eles construíram uma estrutura acima da base com uma abertura que permitia a passagem de uma caneta que devido a um contra peso colocado na parte traseira da caneta permitia o movimento oscilatório. Não foi possível ver o projeto construído pelo fato de um dos elementos do grupo ter se transferido para outra escola e ter levado consigo o projeto construído prejudicando muito o seu grupo que precisou assim reiniciar a construção do mecanismo.

O grupo 3 conseguiu aparentemente resolver o problema da produção das engrenagens, pois levaram um modelo construído com isopor representando a estrutura do moinho de vento, palitos de dente para unir as partes de isopor, palitos de churrasco para ser os eixos que iriam conter as engrenagens e as próprias engrenagens construídas com o material biscuit que foram produzidas utilizando-se das peças do kit Marklin como modelo.



**Figura 222: Modelo do moinho de vento construído com isopor, palitos de churrasco e engrenagens de biscuit.**

A ideia foi muito boa, mas os alunos relataram que ao testar o mecanismo as engrenagens se desfizeram e dessa forma perceberam que o material biscuit não era viável para essa função.

Com medo de não conseguirem uma solução para a produção das engrenagens eles cogitaram a mudança do projeto para um mecanismo que simularia o funcionamento de uma máquina de lavar, devido ao fato de considerarem esse projeto um pouco mais simples. Foi solicitado que tomassem cuidado com a escolha pois os elementos do grupo 1 (percurso do trem) também estava enfrentando problemas com a obtenção do material para executar a função de correia para transmitir o movimento para as polias.

Os alunos relataram o processo de produção até o dilema que eles estavam passando, e assim contaram que inicialmente pensaram em construir o moinho de vento com o formato de um tronco de pirâmide, mas pela dificuldade que tiveram com o corte do isopor, optaram pelo formato de paralelepípedo onde seria formado por dois deles, sendo a parte superior menor que a base. Iniciaram então as tentativas de produção das

engrenagens; com papelão e palitos de fósforos, com crochê e com biscuit, não tiveram sucesso em nenhuma das tentativas devido ao fato de seu projeto necessitar engrenagens bem resistentes.

A sugestão foi a de ao invés de mudarem o projeto, que o simplificassem e dessa forma eles poderiam ainda utilizar os materiais que haviam produzido. Foi pedido que continuassem na busca por soluções e, em caso extremo de não conseguirem um mecanismo em funcionamento, que levassem na apresentação os projetos elaborados por eles durante esse processo e apenas explicassem o seu funcionamento para os outros alunos, pois se as engrenagens desses modelos fossem resistentes, eles funcionariam com sucesso.

O grupo 4 apresentou dois modelos prontos nesse encontro: a roda gigante e o ventilador.



**Figura 223: O professor Pedro Malagutti analisa o mecanismo que realiza o movimento de uma roda gigante.**

A roda gigante cuja construção havia sido iniciada em encontros anteriores era composta praticamente de palitos de sorvetes, com os centros bases (laterais) construídas com CDs e seu eixo era formado por dois lápis unidos por um motor de carrinho de fricção que permitia que a roda gigante girasse devido a transmissão do movimento do motor para a mesma.



**Figura 224: Roda gigante e os detalhes de sua construção.**

O interessante foi o fato dos alunos terem considerado a construção da roda gigante um projeto muito simples em relação aos outros grupos pelo fato de não ter um sistema de polias e engrenagens movido por eles e por esse motivo construíram também o ventilador.



O ventilador era composto por palitos de sorvete para representar a hélice, caixa de sapatos para compor o sistema e duas polias ligadas por um elástico onde a maior era a impulsora gerando assim velocidade para o ventilador ao girar a manivela.



**Figura 225:** Ventilador construído com uma caixa de sapatos, palitos de sorvete e duas polias ligadas por um elástico.

Finalmente o grupo 5 disse que com o dínamo eles construíram uma maquete de uma usina elétrica construída com materiais reaproveitados como madeira, palitos de churrasco e blocos de montar. Para esse projeto eles precisaram utilizar uma ferramenta que impulsionasse o sistema e para saber qual o efeito que essa ferramenta acarretaria no sistema eles a desmontaram e estudaram os fatores de transmissão existentes na mesma.

Apesar de estarem com o projeto finalizado, os alunos não o levaram para a sala de aula, assim foi necessário aguardar até a apresentação para que pudesse ver como havia ficado esse mecanismo.



**Figura 226:** Ferramenta utilizada para transmitir o movimento para o dínamo e os materiais utilizados para a elaboração do projeto da usina elétrica.

### 3.2.8.2 Impressões dos alunos sobre o projeto “Oficina de Máquinas”

Terminada a apresentação dos projetos, iniciou-se em um bate-papo com os alunos e com o orientador a respeito de suas impressões sobre a “Oficina de Máquinas”.

O orientador se apresentou aos alunos como representante da universidade, valorizou a oportunidade de ter contato com alunos de ensino médio e incentivou os alunos a persistir para conseguir alcançar os objetivos desejados, valorizando assim o processo de construção e não o seu objetivo final em si.

Comentou que a matemática ensinada no ensino médio é carente de atividades práticas e muito focada para a resolução algébrica de exercícios, não tendo assim o espírito de investigação. Ainda valorizando esse espírito de investigação, ele expôs para os alunos que a carreira de cientista tem exatamente essa função, complementando seu raciocínio com alguns exemplos ilustrativos.

Destacou ainda a importância de projetos que incentivem esse tipo de atividade, que são importantes para o indivíduo, independente do fato de terem sucesso ou não em sua busca.

Comentou de um projeto realizado por um aluno da universidade que era similar ao de um dos grupos (projeto que iria esboçar o gráfico do seno), que era composto por uma roda girando e acoplado a essa roda um copo que pingava gotas de suco e em sua base existia uma manivela que fazia girar todo o sistema desenhando assim o gráfico. O problema desse aluno era que em seu projeto o sistema girava muito rápido e quando ele foi fazer o sistema funcionar o suco foi jogado para fora do copo. Apesar disso o sistema estava funcionando corretamente.

O orientador acalmou os grupos dizendo aos mesmos que não se incomodassem caso não consigam fazer com que os seus mecanismos funcionem, pois isso seria apenas uma limitação técnica de seu projeto, mas em compensação eles tiveram a oportunidade de entender e explicar o processo de funcionamento da mesma, ou seja, eles não tiveram a limitação intelectual.

A seguir os alunos fizeram alguns comentários sobre o que eles verificaram sobre a exploração matemática realizada durante o decorrer do projeto. Alunos das três séries envolvidas deixaram seus comentários.

Um aluno do primeiro colegial ressaltou o traçado de círculos e as tangentes para a construção dos sistemas de polias e comentou que sentiu um pouco de dificuldade na parte algébrica dos exercícios, comentou que em alguns dos exercícios a matéria utilizada coincidia com a que estavam trabalhando em suas aulas regulares e isso os ajudou na resolução dos exercícios, entre eles a trigonometria, o estudo de triângulos e a exploração geométrica de ângulos em figuras planas.

A opinião dos alunos em relação a atividade de desenho geométrico não foi unânime, sendo que para alguns deles a atividade foi mais simples, pelo fato de existir o interesse por áreas relacionadas, por exemplo o desenho técnico.

Os alunos comentaram que nunca haviam usado a matemática para resolver problemas reais e ressaltaram que em exercícios que pediam a quantidade de polias de um sistema, por exemplo, eles não sabiam como lidar por estarem cursando as séries iniciais, deixando estes exercícios a cargo dos alunos de segundo e terceiro colegial e dessa forma esses alunos tiveram maior participação em exercícios que envolviam triângulos.

Levantou-se então a questão em relação as soluções dos exercícios que em aulas regulares geralmente tem respostas inteiras e as contas são facilitadas e no caso do projeto eles puderam fazer a utilização da calculadora mas em compensação as contas em sua grande maioria não tinham respostas inteiras.

Eles disseram que os exemplos em que as respostas dão números inteiros são realmente mais fáceis, mas eles percebem que em grande parte esses exemplos não representam situações reais e que os exemplos trabalhados na oficina apesar de terem respostas estranhas, estes exercícios partiram de situações que os próprios alunos vivenciaram.

Comentaram também que quando os exercícios dão respostas inteiras, a sensação que eles tem é que partiu-se da solução desejada e a seguir são acertados os dados fornecidos para que o exercício dê tal solução. Complementando esta fala, exemplificou-se que as provas tipo teste são elaboradas exatamente dessa forma, resolvendo o exercício de forma inversa.

Os alunos do segundo colegial comentaram que necessitaram realizar vários cálculos relacionados ao fator de transmissão para a realização dos seus projetos, lembraram dos cálculos realizados ao estudarem as relações entre as marchas das bicicletas, a transformação de unidades para polegadas. Lembraram que durante a realização do projeto eles estavam estudando trigonometria em suas aulas regulares onde sempre utilizavam os valores notáveis e seus múltiplos. Em comparação durante o projeto eles se utilizaram muito das funções trigonométricas inversas na calculadora científica para a determinação de ângulos e as soluções geralmente não eram valores notáveis.

Um aluno do terceiro colegial disse que existiam alguns assuntos que eles não sabiam e outros que devido há fazer algum tempo que eles haviam aprendido tal assunto eles tiveram que lembrá-lo para poder aplicar. Ele declarou que prefere os resultados dos exercícios como os que foram apresentados nas oficinas, ou seja, não inteiros, por representar melhor os exemplos da realidade.

As três séries elogiaram o fato dos grupos serem compostos por membros de séries diferentes pela interação ocorrida entre os mesmos e o auxílio mútuo. Ressaltaram a importância da interação entre os professores das duas disciplinas perante os alunos incentivando-os e sugerindo opções para viabilizar as ideias dos projetos que surgiram durante o decorrer do projeto.

### 3.2.8.3 Atividade virtual – Movimentando um sistema de polias inversas

A tarefa virtual dessa semana foi a última lição virtual chamada de “construindo o quinto mecanismo” onde os alunos partiram da construção do sistema de polias inversas e fizeram com que o sistema ficasse em movimento.

Primeiramente os alunos renomearam arquivo salvo como *correia2\_nomealuno.ggb* para *polia2\_nomealuno.ggb*.

Em seguida, criaram um terceiro seletor de nome  $\alpha$  que variava de  $0^\circ$  até  $360^\circ$  mas apenas marca valores inteiros.

Com a ferramenta de traçar ângulo com amplitude fixa, traçar um ângulo com vértice no centro na circunferência maior (raio  $R_2$ ) e amplitude  $\alpha$  que girava no sentido anti-horário.

Utilizando-se da mesma ferramenta e com vértice no centro na circunferência menor (raio  $R_1$ ) e amplitude  $\alpha \cdot \frac{R_2}{R_1}$  que girava no sentido inverso do primeiro, ou seja, no sentido horário e assim, ao girar a maior, a menor girará também mas respeitará o seu fator de transmissão e as duas girarão em sentidos contrários.

De um dos lados de cada um dos ângulos traçados traçar diâmetro que contenham esses lados e a partir de seus centros traçar retas perpendiculares a esses

diâmetros. Ao mover o seletor  $\alpha$  esses segmentos se movem juntamente com ele dando a sensação de movimento. Realizados esses procedimentos, os elementos que não precisam estar a mostra puderam ser ocultados.

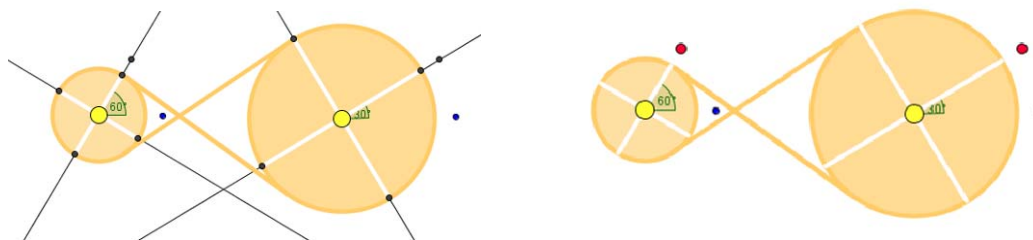


Figura 227: Construção do mecanismo que se move com a variação do seletor  $\alpha$  e a figura da direita as retas perpendiculares foram ocultadas.

Terminada a construção os alunos movimentaram o seletor  $\alpha$  e verificaram no modelo construído o efeito do fator de transmissão nos mecanismos impulsor e seguidor, depois, alterando os valores de R1 e R2 verificaram as alterações ocorridas.

Os alunos deixaram comentários em relação a lição virtual realizada. Alguns dos comentários estão listados a seguir:

- João G. (3ª série) : Movendo o cursor do ângulo, tem-se a impressão de movimento das polias mas no mesmo sentido, o que está incorreto já que as correias estão invertidas. Para resolver o problema seria necessário um conhecimento do software (que talvez eu não tenha) ou prática com o mesmo.

- João R. (3ª série) : Ao que me parece não existe nenhum problema em relação a esse mecanismo. Novamente achei muito legal a atividade. Esse e a polia1 nos fez mexer em várias funções do GeoGebra.

- Lucas (1ª série) : Esse mecanismo é parecido com o realizado anteriormente, mais aprofundado. Além das polias cruzadas, notamos que quando o seletor r2 é maior, enquanto sua respectiva polia completa uma volta, o de seletor r1, dá mais de uma volta. Observei também, que quando o seletor r1 é maior, enquanto sua respectiva polia completa uma volta, a polia de seletor r2, não chega a completar a volta.

- Matheus (3ª série) : Achei interessante pois nessa construção as polias giram em sentido inversa e para isso foi só deixar sentido horário na menor e anti horário na maior.

- Pedro (2ª série) : A construção mostra os mesmos princípios das construções anteriores: relação entre ângulos, fator de transmissão e raios das circunferências, sendo que agora é uma polia de correia cruzada. Não houve nenhum problema com a construção quando movemos o seletor alfa. Gostaria de construir um conjunto de polias no GeoGebra que se relacionassem criando um mecanismo só em movimento.

Dos 20 alunos envolvidos tem-se que 13 realizaram a atividade virtual deixando assim seus devidos comentários.

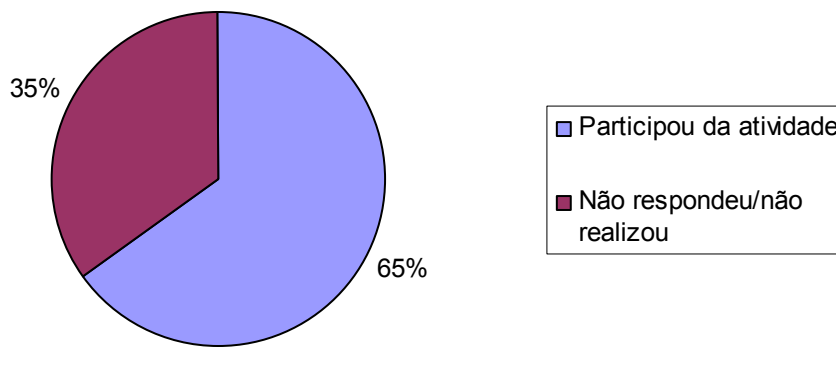


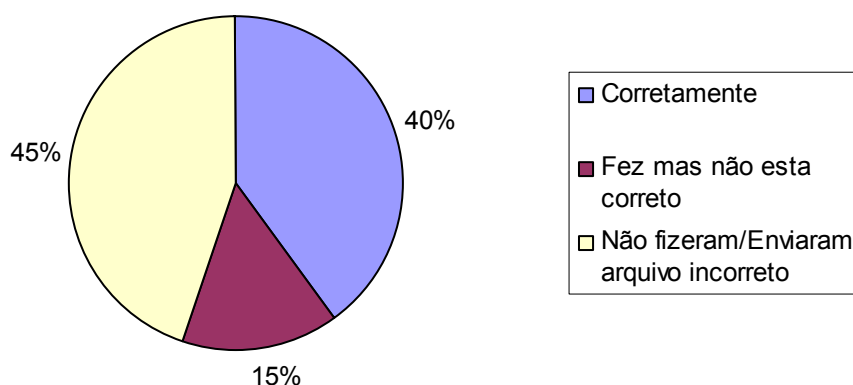
Gráfico 12: 65% dos alunos participaram da atividade.

Sobre os comentários citados, os alunos destacaram as seguintes informações:

- 6 consideraram a tarefa parecida com a realizada anteriormente. (30%)

- 6 alunos consideraram a atividade interessante. (30%)
- 4 alunos citaram a ampliação de seus conhecimentos em relação ao software GeoGebra. (20%)
- 3 perceberam a relação de fator de transmissão ao explorar os seletores. (15%)
- 1 aluno considerou a construção mais trabalhosa. (5%)
- 1 aluno percebeu que ocorreu algum erro em sua construção devido ao fato das correia não estarem girando no sentido correto. (5%)

Desses 20 alunos, 11 enviaram a tarefa proposta onde apenas 8 delas estavam totalmente corretas. Analisando essas informações percebe-se que o número de alunos que enviou o arquivo (11 alunos) é menor do que o número de alunos que realizou a atividade virtual (12 alunos). Isso ocorreu devido ao fato que um desses 12 alunos enviou o arquivo incorreto como tarefa e assim foi necessário desconsiderá-la.



**Gráfico 13: 55% dos alunos realizaram a construção com o GeoGebra.**

### 3.2.9 Nono encontro

Após alguma negociação com a escola a respeito de como e quando ocorreria a finalização do projeto “Oficina de Máquinas”, decidiu-se que os alunos iriam apresentar suas produções no dia 1 de outubro de 2009 durante as duas primeiras aulas no período da manhã para os aproximadamente 80 alunos do primeiro colegial.



**Figura 228: Alunos dos dois primeiros colegiais reunidos na sala para assistir a apresentação dos projetos finais.**

A apresentação se realizou em uma ampla sala dotada com recursos multimídia entre eles, computador, *data show*, microfone e um sistema que projetava imagens em tempo real no telão para possibilitar mostrar os projetos com detalhes.

### 3.2.9.1 Apresentações dos projetos finais

Assim que os alunos do primeiro colegial entraram na sala e ocuparam os devidos lugares, iniciou-se uma apresentação com muitas imagens dos encontros anteriores descrevendo como foi o desenvolvimento do projeto e das atividades durante as oficinas.



**Figura 229: Apresentação inicial feita pelo professor e os projetos dos alunos dispostos em uma mesa na sala de apresentação.**

O final dessa apresentação ocorreu com a descrição de cada um dos projetos finais que os alunos estavam desenvolvendo e assim os grupos foram sendo chamados a partir dos *slides* projetados. Para todos os grupos que foram sendo chamados, era feita uma breve apresentação enaltecendo as qualidades e as características do grupo com a finalização de cada uma delas, o grupo foi agraciado por uma salva de palmas dos alunos ouvintes, seguido por alguns comentários feitos pelo professor complementando as explicações.

Os projetos foram apresentados na seguinte ordem:

- filme mostrando as atividades realizadas;
- grupo 1 (trajeto do trem)
- grupo 2 (máquina de registrar movimento oscilatório)
- grupo 3 (moinho de vento)
- grupo 4 (roda gigante)
- grupo 5 (usina elétrica)

Durante todos os encontros foram registrados os áudios e foram realizadas filmagens com o intuito de auxiliar na descrição das mesmas e observação de fatores importantes para a presente dissertação. O responsável pelas filmagens foi o aluno João M. (3ª série) que além de registrar situações importantíssimas foi o responsável pela edição de um filme de curta duração onde os alunos poderiam ter uma ideia de como foi o desenvolvimento das atividades.



Figura 230: Partes do filme de curta duração apresentado aos alunos mostrando alguns dos momentos dos encontros realizados.

As apresentações que ocorreram na sequência permitiram que os alunos pudessem relatar o processo de desenvolvimento de seus projetos e mostrar o funcionamento dos mesmos para os alunos que estavam assistindo a apresentação. Para possibilitar que todos os alunos visualizassem as produções com detalhes, foi montado um sistema com a máquina fotográfica em que as imagens focalizadas pela máquina fossem projetadas no telão em tempo real.



Figura 231: No telão pode-se perceber que ao mesmo tempo em que o professor conversa com a sala, sua imagem aparece no telão.

O primeiro grupo a se apresentar foi o grupo 1, que expôs o projeto que simulava o percurso de um trem. Diferentemente do ocorrido no oitavo encontro, a correia funcionou como deveria, pois o grupo realizou algumas alterações em seu projeto. O grupo inseriu um carretel no centro da maquete e além da correia em velcro, eles enrolaram linha em cada um dos carretéis ligando-os ao carretel central que funcionava como mecanismo impulsor. A cada volta que o impulsor dava ele enrolava as linhas fazendo com que todos os outros carretéis girem no mesmo sentido do impulsor e com o fator de transmissão 1 girando a correia e assim movimentando o trem.



**Figura 232:** Os alunos explicando o processo de construção, o sistema de linhas e carretéis movimentando o sistema e o projeto final com o trem em E.V.A..

O próximo grupo a se apresentar foi o grupo 2 que construiu um mecanismo para registrar o movimento oscilatório de um pêndulo. O conteúdo matemático utilizado nesse projeto é abordado apenas no segundo colegial, assim foi necessário fazer uma breve explicação do que o grupo iria mostrar.



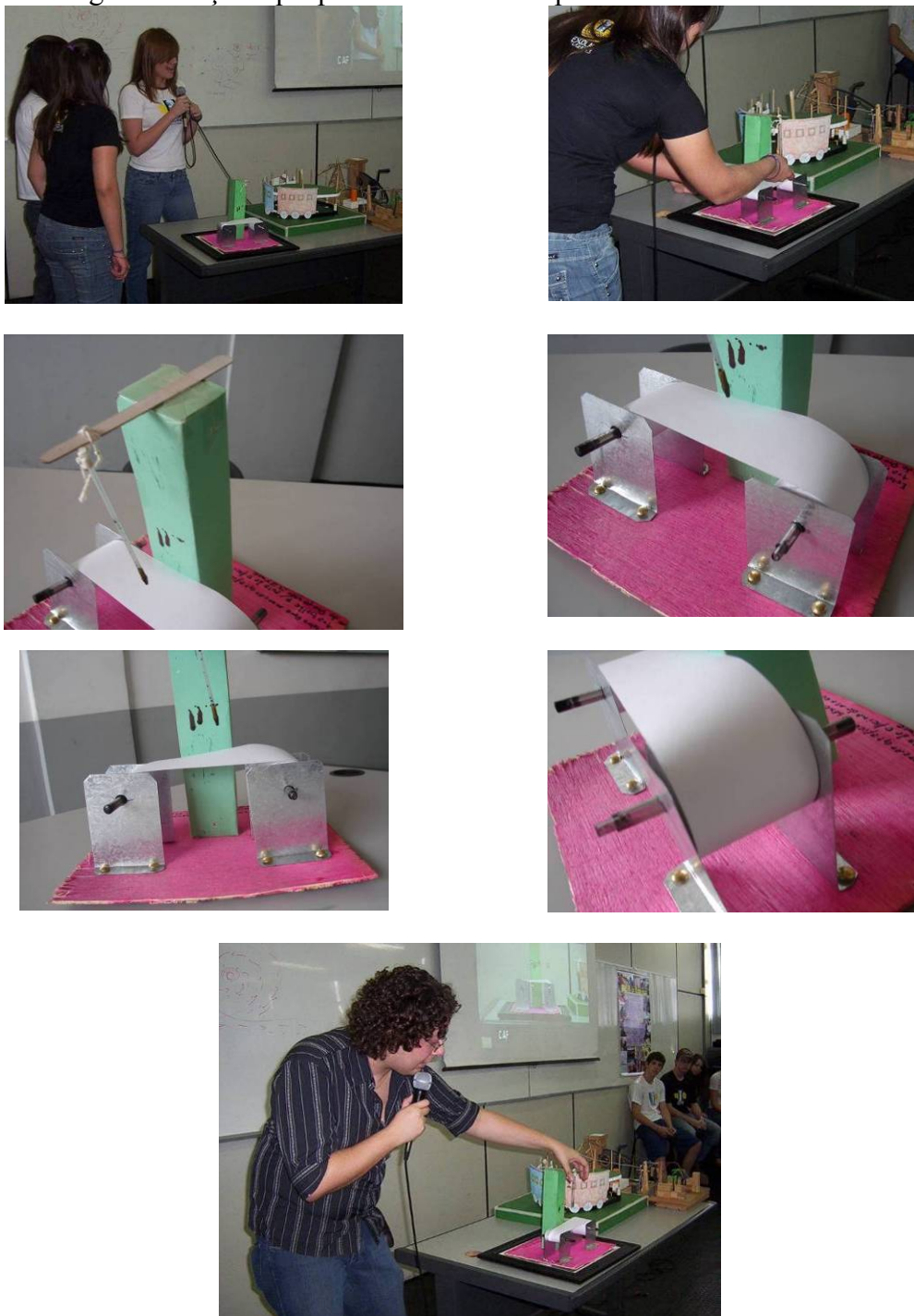
**Figura 233:** Uma breve explicação sobre os gráficos de funções trigonométricas preparando os alunos para a apresentação realizada pelo grupo 2.

Esse grupo teve sérios problemas na produção de seu mecanismo pelo fato da evasão de um de seus integrantes, que levou consigo o projeto construído poucos dias antes da apresentação. Tiveram assim que reconstruir o modelo e dessa forma alguns detalhes não puderam ser refeitos em tempo hábil para a apresentação. No mecanismo apresentado, a base foi feita com o material MDF. Preso a esta base se encontravam os suportes que sustentavam as duas bobinas de papel e que com a manivela existente em uma delas era possível fazer com que o papel passasse de uma bobina para outra. A



parte deficitária de seu mecanismo era exatamente o pêndulo, pois os alunos apenas amarraram uma caneta que pingava tinta acima do sistema e como seu movimento não era pendular o gráfico não ficaria como se esperava.

Ao final de sua explicação comentei o fato de não ter dado certo, mas valorizei o projeto e sugeri alterações que pudessem ser feitas para o sucesso do mesmo.

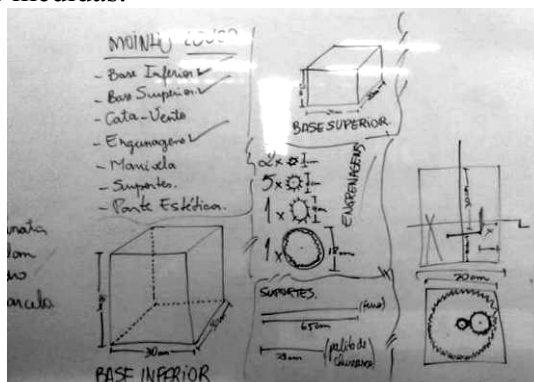


**Figura 234:** Alunos explicam o funcionamento do mecanismo, fotos mostrando detalhes do projeto e comentários adicionais feitos pelo professor.

Seguindo a ordem definida pelos *slides*, foi chamado o grupo 3 para realizar sua apresentação. Até o último encontro, esse grupo estava com problemas para a produção das engrenagens e cogitavam até a mudança de tema de projeto.

Para a elaboração do projeto os alunos se reuniram previamente na sala utilizada durante os encontros a transformaram no local onde foi desenvolvido todo o raciocínio para viabilizar o projeto.

A figura a seguir mostra o cronograma de produção que o grupo adotou com esboços das engrenagens e medidas.



**Figura 235:** Cronograma elaborado pelos alunos na lousa da sala dos encontros da oficina para a elaboração do moinho de vento.

Eles apresentaram um moinho de vento construído em madeira com um acabamento muito bem feito com eixos que continham as engrenagens construídas em ferro e foram soldadas. A diferença do projeto esboçado para a produção apresentada foi o fator de transmissão, pois como todas as engrenagens tinham o mesmo tamanho, o fator de transmissão era 1.



**Figura 236:** Fotos do projeto do moinho de vento, e detalhes das engrenagens.

Na sequência foram chamados os elementos do grupo 4 que apresentou as suas construções da roda gigante e do ventilador, que já foram descritas no encontro anterior e surpreendentemente trouxeram uma outra versão da roda gigante movida a manivela solucionando a inquietação que eles tiveram em relação a primeira versão da roda gigante que era a falta de mecanismos de polias engrenagens que pudessem ser vistas e estudadas. A nova roda gigante foi construída com madeira, as cadeiras foram feitas com caixas de leite e as engrenagens não foram produzidas por eles, mas obtidas a partir do reaproveitamento de peças de outros mecanismos. A engrenagem menor (impulsora) tem 24 dentes e a engrenagem maior (seguidora) tem 44 dentes tendo então um fator de transmissão baixo (0,54).

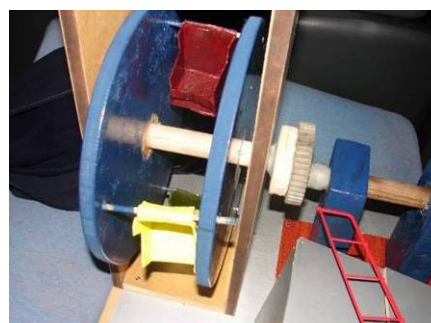
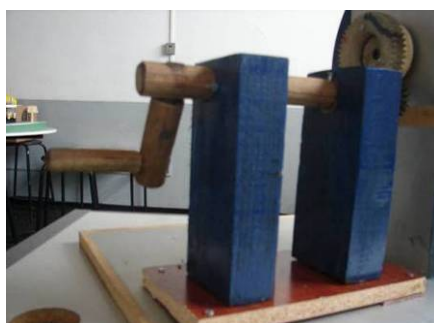
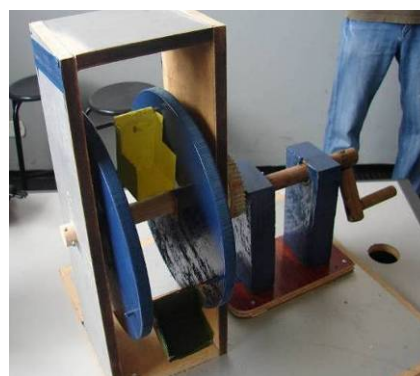
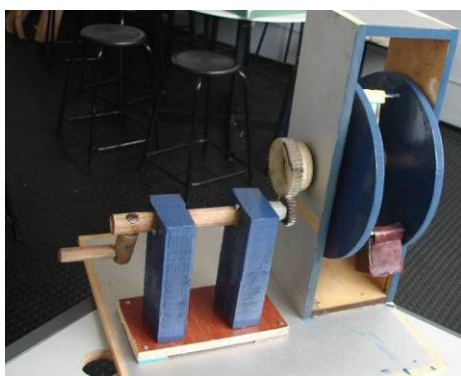


Figura 237: Alunos apresentando o mecanismo da roda gigante e fotos detalhando o mecanismo.

Finalizando as apresentações, foi convidado o grupo 5 que expôs o seu projeto da usina elétrica. Eles explicaram o funcionamento do projeto utilizando uma apresentação de *slides* no projetor e mostrando os cálculos que fizeram para torná-lo funcional.

Para obter o fator de transmissão do impulsor eles desmontaram o mecanismo da manivela e descobriram que existia um fator de transmissão alto pois a transmissão era  $78/12=6,5$ . Feito isso calcularam o fator de transmissão entre a polia impulsionada pela manivela e o dínamo em chegaram em um valor próximo a 20.

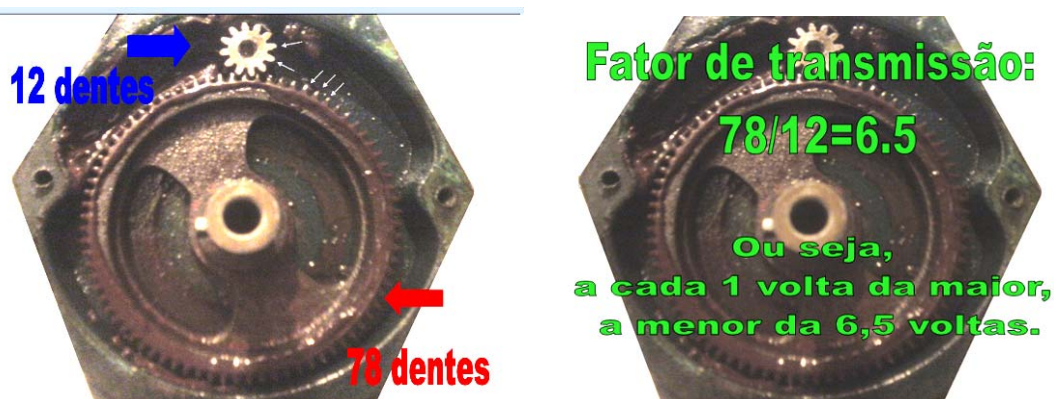


Figura 238: PowerPoint apresentado pelo grupo para explicar o alto fator de transmissão existente na manivela impulsora.

A seguir mostraram seu projeto em funcionamento e ao girar a manivela e transmitir o movimento para o dínamo as lâmpadas eram acesas.



Figura 239: Alunos explicam o funcionamento do mecanismo da usina elétrica.

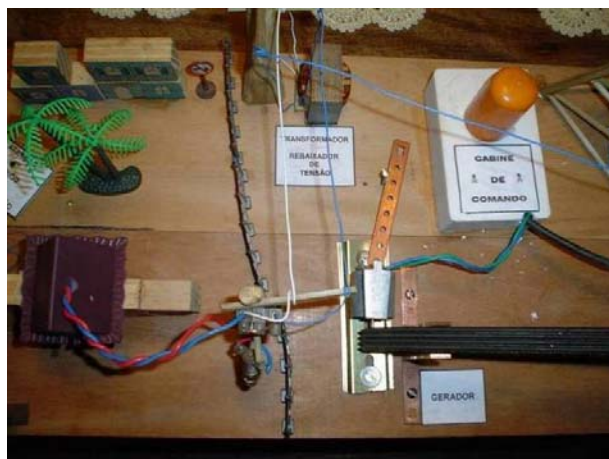


Figura 240: Vista superior do mecanismo construído.

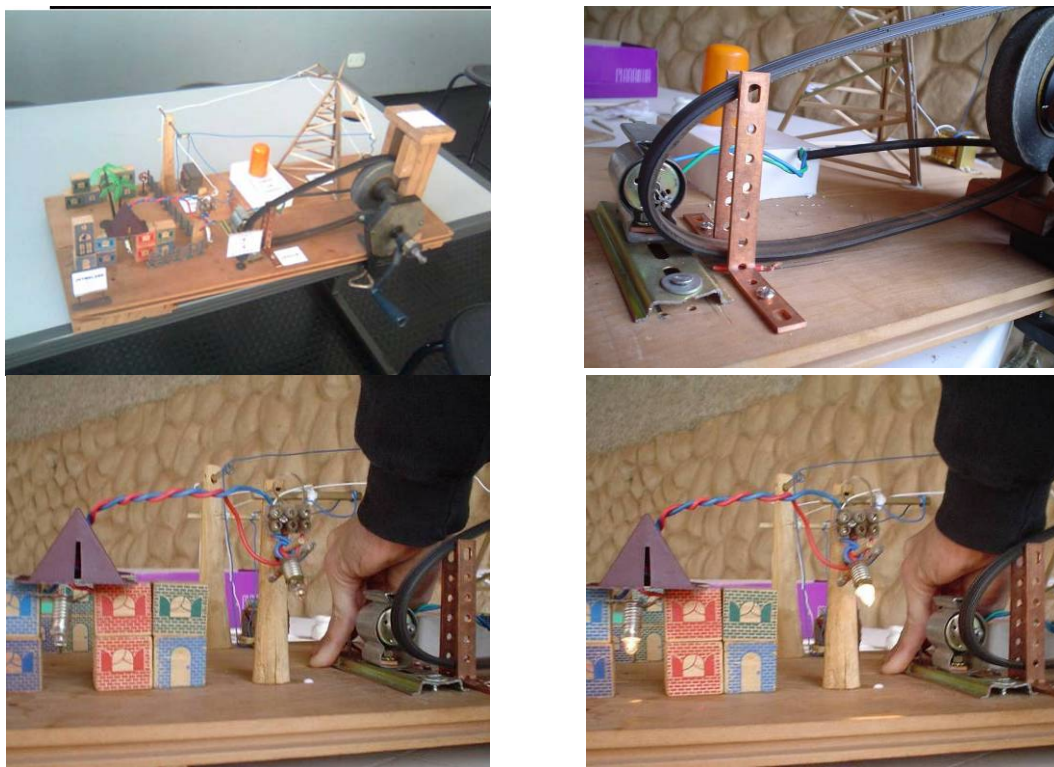


Figura 241: Detalhes do mecanismo: correia que transmite o movimento da manivela para o dínamo, na figura inferior a esquerda a lâmpada esta apagada e na figura da direita a lâmpada esta acesa, ou seja, o sistema está em movimento.

### 3.2.9.2 Atividade virtual – avaliação final realizada em ambiente virtual

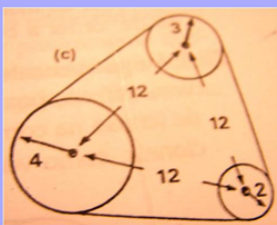
A sexta e última lição virtual, que encerrou as atividades da plataforma, foi realizada por poucos alunos, mas de qualquer forma foram contribuições importantes para a verificação dos conteúdos trabalhados e ressaltou a característica de quais alunos se interessaram por aulas virtuais em relação aos outros.

Essa lição era composta por cinco exercícios que estiveram presentes nas listas dos alunos, ou seja, nessa lição os exercícios poderiam ter sido realizados anteriormente pelos alunos, mas não em sua totalidade pois cada exercício foi retirado de uma das listas dos diferentes grupos.

A primeira questão em formato dissertativo apareceu em alguns dos grupos na oficina de utilização de materiais de desenho e pedia que calculassem a quantidade de correia existente no sistema. O exercício não é trivial, assim o aluno ao resolver essa questão precisou elaborar um texto explicando a sua solução.

1 Qual é a quantidade de correia necessária para construirmos o mecanismo a seguir? Explique sua resposta

Notas: -/1



Resposta:

Trebuchet 1 (8 pt) Língua B I U S x<sub>2</sub> x<sup>2</sup>

Figura 242: Qual é a quantidade de correia necessária para construirmos o mecanismo a seguir? Explique sua resposta.

Os arcos em comum com as polias e correias não tem ângulos triviais, surgindo a necessidade de utilização de uma tabela trigonométrica ou uma calculadora científica para a obtenção dos ângulos. Esses ângulos relativos as circunferências de raios 2 cm, 3 cm e 4 cm são aproximadamente  $115^\circ$ ,  $120^\circ$  e  $135^\circ$  respectivamente e os comprimentos de seus arcos são aproximadamente 4 cm, 6,3 cm e 9,4 cm nessa mesma ordem.

As distâncias entre os pontos de tangência podem ser obtidos pela utilização do teorema de Pitágoras e ao calculá-los obtém-se 11,8 cm, 11,95 cm e 11,95 cm.

Adicionando-se essas quantidades teremos o resultado sendo esse 55,4 cm.

A seguir podemos verificar as soluções apresentadas pelos alunos que realizaram essa lição virtual:

- Eliane (3º colegial):

correia em volta da polia de raio 4  $\rightarrow C/2=2.3,14.4/2= 12,56$

correia em volta da polia de raio 3  $\rightarrow C/2=2.3,14.3/2= 09,42$

correia em volta da polia de raio 2  $\rightarrow C/2=2.3,14.2/2= 06,28$

$12,56+09,42+06,28+12+12+12=64,26$

- Jennifer (3º colegial)

54,39 u.m. adotando  $\pi=3,14$

No centro da circunferência de raio R4: cria-se mais um círculo, este com raio R3-R4, portanto R1. traça-se a tangente entre a circunferência R1 e o ponto A (centro da circunferência R3). Marca-se o ponto de intersecção. Traça-se uma reta perpendicular entre o ponto B (centro da circunferência R4) e a reta h (tangente). Traça-se uma reta(k) paralela à tangente no ponto E. Como a reta j (perpendicular à h) e a reta h formam um ângulo reto, entre as retas k e j também ocorrerá um ângulo reto, já que "k" é paralela à "h" e perpendicular à "j". O mesmo ocorre entre as retas h, k e l. Repete-se o mesmo procedimento para as outras 2 circunferências. Através da trigonometria (Pitágoras, seno, cosseno e tangente) calcula-se o valor aproximado para: os segmentos h1 (11,84), m (11,96) e a1 (11,96); os ângulos. Usando a fórmula de comprimento de circunferência ( $C=2(\pi)R$ ) calcula-se os valores aproximados dos segmentos de circunferência entre os pontos: E e N (9,35); G e J (6,28); L e P (3). Somando estes valores temos que:  $11,84 + 11,96 + 11,96 + 9,35 + 6,28 + 3 = 54,39$  unidades de medida.

(Obs.: Jayme, vou tentar mandar um rascunho que fiz pelo GeoGebra)

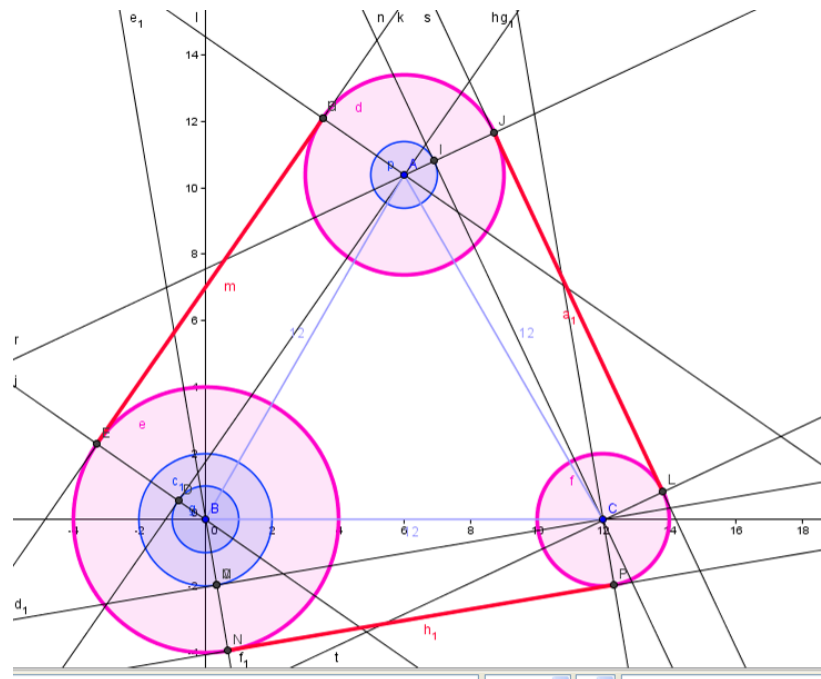


Figura 243: Esboço feito pela aluna Jennifer com o software GeoGebra

- Pedro (2º colegial) – primeira tentativa

Seria necessário  $15\pi$  mais 36cm de correia. o triângulo dentro das correias possui os três ângulos iguais ( $60^\circ$ ), daí o que sobra em cada roda é  $300^\circ$ , e a partir desses ângulos que sobraram podemos calcular as correias através do produto dos raios pelo ângulo ( $300^\circ$ ) e o resultado somar com as correias que estão paralelas as retas de valor 12, cujo resultado dá 36 e a soma dos produtos dá  $15\pi$ .


- Pedro (2º colegial) – segunda tentativa

$36+6\pi$  que dá aproximadamente 54,84


Fiz paralelas das retas do triângulo equilátero colocando-as sobre os círculos e formando ângulo de noventa graus que somado aos sessenta do triângulo equilátero forma um ângulo de duzentos e quarenta. o que sobra é um ângulo de cento e vinte graus e a partir desse ângulo e os raios dos círculos foi possível calcular o restante da corrente.

Das quatro soluções apresentadas, percebe-se que três delas estão muito próximas da resposta desejada.

A segunda questão aparece em forma de teste e é mais simples. Apenas um dos grupos teve contato com essa questão.

**2**  No protótipo antigo de uma bicicleta, conforme figura abaixo, a maior roda tem 55 cm de raio e a roda menor tem 35 cm de raio. O número mínimo de voltas completas da roda maior para que a roda menor gire um número inteiro de vezes, sem deslizamento, é:

Notas: -/1



Escolher uma resposta.

a. 9

b. 13

c. 7

d. 5

e. 11

**Figura 244:** No protótipo antigo de uma bicicleta, conforme a figura abaixo (acima), a maior roda tem 55 cm de raio e a roda menor tem 35 cm de raio. O número mínimo de voltas completas da roda maior para que a roda menor gire um número inteiro de vezes, sem deslizamento, é: (escolher uma resposta).

A terceira questão também foi trabalhada por apenas um dos grupos durante as oficinas e foi inserida na plataforma no formato de resposta breve.

**3**  Duas rodas gigantes começam a girar num mesmo instante, com uma pessoa na posição mais baixa em cada uma. A primeira dá uma volta em 30 s e a segunda dá uma volta em 35 s. As duas pessoas estarão na posição mais baixa após quanto tempo?

Notas: -/1




Resposta:

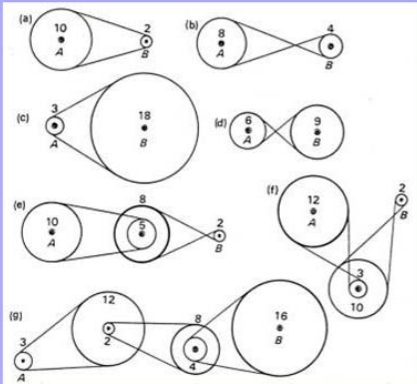
**Figura 245:** Duas rodas gigantes começam a girar num mesmo instante, com uma pessoa na posição mais baixa em cada uma. A primeira dá uma volta em 30 s e a segunda dá uma volta em 35 s. As duas pessoas estarão na posição mais baixa após quanto tempo?

A quarta questão era de associação e eles deveriam assim associar cada figura ao seu respectivo fator de transmissão.



**4**  Determine o fator de transmissão em cada um dos casos a seguir. As medidas indicadas representam os diâmetros.

Notas: -/1



c


g

e


f

**Figura 246:** Determine o fator de transmissão em cada um dos casos a seguir. As medidas indicadas representam os diâmetros.

Por fim a quinta questão que foi trabalhada na oficina de resolução de exercícios também foi inserida na plataforma como resposta breve.

**5**  (UFRJ 2005) Uma roda de 10 cm de diâmetro gira em linha reta, sem escorregar, sobre uma superfície lisa e horizontal.

Notas: -/1



Determine o menor número de voltas completas para a roda percorrer uma distância maior que 10 m.

Resposta:

**Figura 247:** Uma roda de 10 cm de diâmetro gira em linha reta, sem escorregar, sobre uma superfície lisa e horizontal. Determine o menor número de voltas completas para a roda percorrer uma distância maior que 10 m.

Pelo fato dessas últimas quatro questões terem soluções diretas, os alunos conseguiram acertá-las, mas para isso, alguns alunos realizaram mais de uma tentativa para conseguir a solução correta. Como a plataforma descontava alguma pontuação a cada tentativa incorreta temos o surgimento de notas quebradas para essas questões.

Mesmo com os descontos de pontuação percebe-se que as notas dos alunos que realizaram na íntegra a lição virtual é alta enfatizando o empenho dos alunos nesse tipo de atividade apesar do baixo índice de participação nessa lição. No diagrama de notas a seguir, percebe-se que além dos quatro alunos que realizaram a lição, três alunos entraram na mesma e apenas a visualizaram sem tentar realizá-la.

**Tabela 23: Notas relativas a avaliação virtual da plataforma a distância.**

Nome	Atividade realizada	Avaliação/10	Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5
Matheus	16 Junho	7,6	1,6	2	2	2	-
Eliane	12 Junho	8,3	1,6	1,6	1,1	2	2
Alfredo	21 Junho	-	-	-	-	-	-
Lucas	8 Agosto	-	-	-	-	-	-
João G.	16 Junho	-	-	-	-	-	-
Jennifer	11 Junho	9	1	2	2	2	2
Pedro	16 Junho	8	0,2	1,8	2	2	2
MEDIA		8,7	1,5	1,9	1,8	2	2

#### **4. Análise dos dados**

Neste capítulo iremos fazer uma análise dos componentes formadores da “Oficina de Máquinas” ressaltando os fatores positivos e negativos para a apreensão de novos significados pelos alunos envolvidos. Essa análise intenciona-se a responder a pergunta norteadora da pesquisa:

**O estudo de máquinas mecânicas pode colaborar para uma aprendizagem significativa dos conceitos matemáticos trabalhados com os alunos do ensino médio?**

Para isso discorreremos sobre os encontros, as oficinas e os recursos utilizados durante o desenvolvimento dos projetos. Iremos também sugerir variações para a aplicação da “Oficina de Máquinas” em escolas de diferentes níveis econômicos.

##### **4.1 Sala de informática**

A aula inicial que ocorreu em uma sala equipada com um computador para cada aluno foi de extrema importância para o primeiro contato com o ambiente virtual de ensino, assim como com o software GeoGebra. Os alunos necessitam de algumas informações iniciais para que pudessem aprender a caminhar com seus próprios passos, talvez até por estarem acostumados a ter um professor sempre por perto, assim, nessa primeira aula, o intuito foi ensinar aos alunos como eles deveriam proceder nas atividades realizadas em suas casas e mostrar as formas de comunicação existentes utilizando-se da plataforma.

##### **4.2 A sala ambiente**

A sala de aula utilizada durante a execução das oficinas (a maioria dos encontros) foi um elemento importante para a criação de um ambiente de aprendizagem construcionista, pois nela os alunos puderam trazer os materiais para a elaboração de seus projetos e trabalhar neles sempre que necessitassem, inclusive em períodos inversos aos designados para os encontros. Esse fato exigiu dos alunos a responsabilidade de zelarem pelo ambiente de sala de aula, que encontrava-se sempre devidamente organizada. A disposição das carteiras em grupos caracterizou a posição de cada uma das oficinas realizadas na sala, e isso facilitou o andamento dos encontros pelo fato dos alunos a cada semana participarem de uma oficina diferente, e assim direcionavam-se ao local onde seria realizada a mesma sem demora.

O fato da sala dos encontros ser o local para o armazenamento dos materiais elaborados pelos alunos foi um fator primordial para a aplicação do projeto, pois este local foi muito importante para a conservação, limpeza e integridade dos materiais construídos. Além disso, o local simbolizava o local da “Oficina de Máquinas”, onde ficaram guardados as sobras de material e as peças integrantes das máquinas construídas transformando-se em uma “caixa de ferramentas” que poderá ser de grande auxílio em futuras oficinas. Durante esse processo, surgiram protótipos de máquinas construídas com materiais que descobriu-se não serem eficientes para esse propósito, mas estes serão interessantes como objeto de estudo (por exemplo, as engrenagens construídas com biscuit). Tanto o professor quanto os elementos do grupo foram responsáveis por encaminhar todo o material produzido assim como os materiais utilizados para a produção de seus mecanismos nesta sala ambiente.

### 4.3 Discussão dos projetos e relatórios

O momento destinado para a discussão dos projetos finais que ocorreu em todos os encontros em sua segunda parte, foi muito importante por incentivar a interação entre os membros dos grupos, a utilização dos conceitos matemáticos estudados para uma finalidade prática e o desenvolvimento do senso crítico dos alunos ao sugerirem temas e teorias sobre como desenvolveriam esses projetos. Nesses momentos foi possível que o professor interagisse com os grupos direcionando seu discurso levando-os a evolução de seus projetos a cada semana.

Os relatórios fizeram com que os elementos dos grupos se organizassem na escolha dos relatores a cada encontro, fazendo com que esse relator estivesse atento aos eventos ocorridos durante o encontro para poder transcrevê-los em forma de texto. Como todos os elementos dos grupos tiveram que exercer essa função em pelo menos um dos encontros, todos puderam praticar a habilidade de produção de textos.

### 4.4 Mecanismos complementares às aulas

O contato com alguns mecanismos articulados do cotidiano que utilizavam os conceitos matemáticos que estavam sendo estudados, foi muito importante para os alunos. Os mecanismos foram apresentados de forma geral, mas nada impede que eles sejam adaptados para a criação de uma nova oficina. A metodologia empregada neste novo estudo, poderia, por exemplo, ser a mesma que foi empregada pelos alunos ao estudar a bicicleta (calcular as relações de fator de transmissão e entender o funcionamento do mecanismo).

Os mecanismos mostrados aos alunos foram os seguintes:

- Corretivo escolar movido a engrenagens;
- Sistema de polias diretas e inversas construído em E.V.A.;
- Moinho de vento construído com o Kit Marklin;
- Relógio com sistema de pesos movido a engrenagens;
- Fiandeira movida a pedal;
- Vídeo sobre a produção de salgadinhos a base de batata;
- Régua composta de engrenagens para a construção de desenhos

cíclicos;

- Abridor de latas dotado de um sistema de engrenagens.

### 4.5 Os grupos formados por alunos de séries diferentes

A “Oficina de Máquinas” enfatizou a diversidade de exercícios, de atividades e de níveis de ensino por grupos na intenção de propiciar um aprendizado individualizado para cada grupo. Todos os grupos tiveram acesso às mesmas informações, mas cada grupo teve sua construção individual do conhecimento. Com a diversidade de séries por grupos ocorreu um enriquecimento na qualidade das discussões dos conteúdos devido à interação entre os elementos das séries distintas. O fato do grupo ser formado por alunos de séries diferentes do ensino médio favoreceu a ampliação dos conhecimentos matemáticos que foram discutidos entre eles.

As três séries elogiaram o fato dos grupos serem compostos por membros de séries diferentes pela interação ocorrida entre os mesmos e o auxílio mútuo. Ressaltaram a importância da interação entre os professores das duas disciplinas perante

os alunos incentivando-os e sugerindo opções para viabilizar as idéias dos projetos que surgiram durante o decorrer do projeto.

## 4.6 Atividades

### 4.6.1 Resolução de exercícios de vestibulares

Durante as cinco oficinas realizadas nos encontros os alunos tiveram contato com uma grande quantidade de exercícios classificados em seis temas principais:

- Exercícios relacionados ao assunto fator de transmissão;
- Exercícios que exigiam representações gráficas;
- Exercícios de exploração e investigação;
- Comparações entre os rendimentos de bicicletas e velocípedes;
- Cálculo da quantidade de correia utilizada em um sistema de polias;
- Exercícios que exigem habilidade na utilização de instrumentos de desenho geométrico.

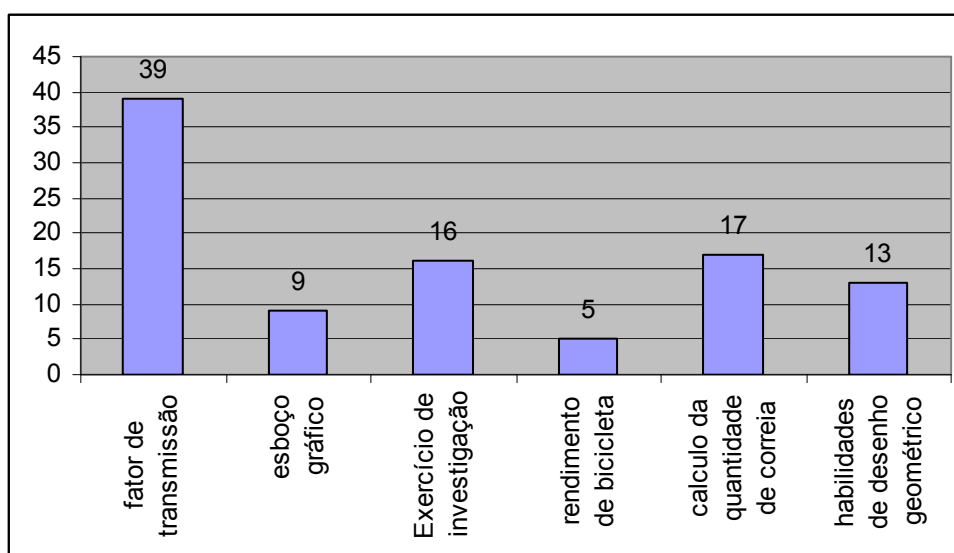


Gráfico 14: Gráfico de barras indicando a quantidade total de exercícios trabalhados pelos cinco grupos divididos por assunto.

Esses exercícios envolveram temas da vida cotidiana dos alunos e, além de trabalhar com algum desses seis temas principais, eles requeriam que o aluno possuísse conhecimentos matemáticos específicos tais como:

- o comprimento de circunferência,
- o teorema de Pitágoras,
- noções de trigonometria,
- grandezas direta e inversamente proporcionais,
- semelhança de figuras,
- domínio na parte algébrica das resoluções.

A divisão dos exercícios para os grupos foi realizada com o intuito de fazer com que os alunos tivessem experiências singulares e, dessa forma, apesar de estarem em contato com os mesmos assuntos que os outros grupos os exemplos fornecidos a cada

um deles era diferente levando-os a produções de projetos baseados em sua própria vivência.

Além das resoluções dos exercícios os alunos foram capazes de realizar uma classificação própria dos mesmos:

“Nessa atividade o grupo resolveu exercícios sobre polias, engrenagens, correias, fatores de transmissão e comprimentos de correias. Foram 5 exercícios de diferentes níveis de dificuldade.”(GRUPO 1)

“A atividade em que trabalhamos nessa semana foi baseada em resoluções de exercícios, relacionando o que aprendemos sobre mecânica com os conceitos matemáticos.”(GRUPO 2)

“O primeiro exercício exigiu mais raciocínio e maior conhecimento geométrico. Para resolvê-lo precisou-se compreender os passos para a construção de um sistema de polias diretas. Com isso a resolução do exercício tornou-se mais fácil.

O quarto exercício possuía mais de uma maneira de resolução, sendo escolhida a que baseava-se num sistema de polias, utilizando todos os conceitos aprendidos sobre o assunto. OBS: Surgiu um problema em como calcular o comprimento da corda nas circunferências no exercício 1, mas pode ser solucionado traçando retas paralelas no desenho para descobrir o ângulo formado e conseqüentemente o comprimento do setor circular.” (GRUPO 3)

“Neste encontro nós trabalhamos com exercícios que envolviam polias na maior parte deles tivemos que calcular o comprimento das correias utilizadas; isso foi fácil a não ser pelo exercício 2 pois nele demoramos para entender que deveríamos achar o valor do cateto, mas feito isto se tornou simples. O grupo achou a quinta questão a mais interessante já que nela não era preciso fazer nenhuma conta e sim explicar por meio de teoria para que lado as bandeirinhas rodariam ao girar a engrenagem. De maneira geral os exercícios são facilmente resolvidos quando damos uma atenção especial para cada um, claro que o conhecimento matemático e físico ajuda mas o mais importante é a concentração.” (GRUPO 4)

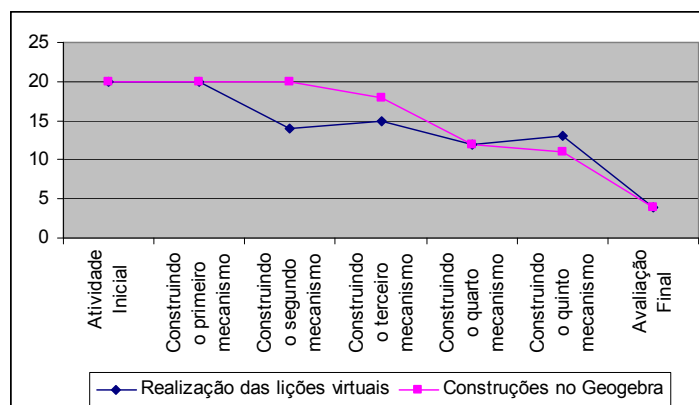
“O exercício número um apesar de parecer simples exigiu um pouco de raciocínio. O exercício 4 foi o que mais exigiu raciocínio, interação do grupo para com ele e com os professores.” (GRUPO 5)

#### 4.6.2 Atividades virtuais

As atividades realizadas na plataforma de educação a distância Moodle foram importantes em várias situações:

- Auxiliaram os grupos na realização das oficinas com os instrumentos de desenho geométrico;
- Permitiram a comunicação entre o professor e os alunos em momentos assíncronos;
- Possibilitou a interação com um ambiente de aprendizagem novo, criando nos alunos a expectativa por novas informações disponibilizadas na plataforma;
- Permitiu a visualização de fotos e vídeos que não foram possíveis de ser visualizados em sala de aula.
- Os alunos puderam incorporar o conhecimento respeitando o seu tempo individual de aprendizagem diferentemente da sala de aula regular que os alunos não tem outra opção a não ser se esforçar para acompanhar o raciocínio das explicações que é feita para a sala toda.
- Visualizar em movimento os modelos que os próprios alunos construíram, verificando assim se o seu conhecimento sobre o assunto condiz ou não com o que esta ocorrendo com o modelo construído, incitando seu senso crítico.
- É um ambiente democrático onde os alunos podem externar suas impressões sobre as atividades realizadas de uma forma mais informal que em sala de aula.

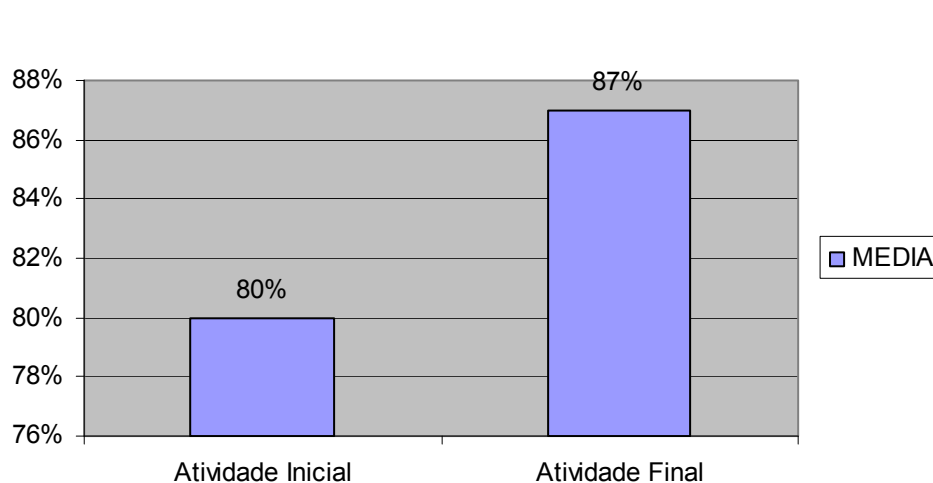
Mesmo com esse grande número de vantagens percebeu-se a diminuição da participação dos alunos nas atividades virtuais durante o desenvolvimento do projeto, mas isso ocorre devido a heterogeneidade do grupo; os alunos que participaram da maioria das atividades virtuais destaca-se pelo interesse pela área de informática ou de recursos de TIC, enquanto os alunos que se afastaram dessa parte do projeto tem problemas de acesso a computadores com internet ou apenas não se interessaram pela plataforma.



**Gráfico 15:** Gráfico comparativo entre as lições virtuais realizadas na plataforma e suas devidas construções no GeoGebra.

A participação nos fóruns criados foi pequena mas isso ocorreu por certo grau de timidez dos alunos, pois mesmo sem a participação escrita dos envolvidos foi possível verificar que estes alunos visualizaram o conteúdo disponível nos fóruns e assim puderam aproveitá-lo de certa forma.

Mesmo com a diminuição na frequência de utilização da plataforma por parte dos alunos, o ambiente que deve ser explorado, pois os alunos que participaram das atividades virtuais o fizeram com muita seriedade e afino, incrementando seus conhecimentos para aplicação das atividades presenciais. No gráfico a seguir temos uma comparação entre a atividade inicial e a atividade final de avaliação dos alunos e mesmo com um número menor de alunos realizando a segunda atividade, percebe-se um incremento nas notas dos alunos referentes ao projeto.



**Gráfico 16:** Gráfico comparativo do rendimento dos alunos em relação as atividades inicial e final em porcentagem.

### 4.6.3 GeoGebra

Além da importância do trabalho com exemplos de geometria dinâmica, percebeu-se que os grupos que realizaram a oficina de construção com instrumentos de desenho geométrico em momento posterior a algumas atividades realizadas com o GeoGebra tiveram mais facilidade com a utilização dos instrumentos de régua, compasso e esquadros, pois como as construções realizadas nas duas atividades eram parecidas, o encaminhamento das explicações ocorria de forma mais simples.

Em várias situações os alunos comentaram sobre a utilização do software GeoGebra:

**Ana B. (1ª série):** Foi uma ótima lição e eu aprendi a usar um novo programa.

**João G. (3ª série):** Eu achei o software bem interessante e até divertido, sendo de fácil manuseio e auto explicativo. As possibilidades são infinitas.

**João N. (1ª série):** Muito interessante, gostei muito dos vídeos e imagens que o Jayme passou. Também me interessou o programa GeoGebra, pois consigo montar algumas roldanas e modificá-las

**Renata (2ª série):** Achei muito divertido, mas o programa é tenso demais. Vai demorar um pouco pra eu me acostumar com o programa.

**João R. (3ª série) :** É uma atividade muito interessante e ensina muitas funções do GeoGebra.

**Jennifer (3ª série) :** Essa lição é bem legal, mexe com várias ferramentas do GeoGebra também.

**Jennifer (3º colegial):** Vou tentar mandar um rascunho que fiz pelo GeoGebra.

### 4.6.4 Os temas escolhidos como projetos finais

A finalidade deste projeto não foi a construção de máquinas espetaculares. Em seu desenvolvimento descobriu-se as possibilidades da construção de mecanismos mais elaborados. Com essas máquinas foi possível utilizar suas polias e engrenagens para estudarmos a regra de sinais da multiplicação, os cálculos de fator de transmissão e o estudo dos gráficos de funções trigonométricas.

**Tabela 24: Evolução dos temas dos projetos finais durante o decorrer dos encontros.**

	<b>Grupo 1</b>	<b>Grupo 2</b>	<b>Grupo 3</b>	<b>Grupo 4</b>	<b>Grupo 5</b>
<b>2º encontro</b>	<b>K'nex</b>	<b>Marklin</b>	<b>Desenho</b>	<b>Exercícios</b>	<b>Bicicleta</b>
Tema escolhido	Sem tema definido. Sugestão do professor: sistema movido a polias	Elevador panorâmico	Elevador	Liquidificador movido por polias	Carrinho de rolimã movido a pedal.
<b>3º encontro</b>	<b>Bicicleta</b>	<b>K'nex</b>	<b>Marklin</b>	<b>Desenho</b>	<b>Exercícios</b>
Tema escolhido	Percurso de um trem movido a polias	Elevador panorâmico – preocupação com o material escolhido	Moinho de vento	Desistiram do tema do liquidificador por ser “simples”.	Carrinho de rolimã movido a pedal. – preocupação com o baixo custo



	<b>Grupo 1</b>	<b>Grupo 2</b>	<b>Grupo 3</b>	<b>Grupo 4</b>	<b>Grupo 5</b>
<b>4º encontro</b>	<b>Exercícios</b>	<b>Bicicleta</b>	<b>K'nex</b>	<b>Marklin</b>	<b>Desenho</b>
Tema escolhido	Percurso de um trem movido a polias – Realização de esboços gráficos	Elevador panorâmico – Realização de esboços gráficos e início da construção com o kit LEGO.	Moinho de vento – Adaptação do projeto. Influência da atividade prática.	Parque de diversões com uma variedade de mecanismos.	Mudança de tema - Tipo de centrifuga para aumentar a quantidade de vento em seu interior.
<b>5º encontro</b>	<b>Desenho</b>	<b>Exercícios</b>	<b>Bicicleta</b>	<b>K'nex</b>	<b>Marklin</b>
Tema escolhido	Percurso de um trem movido a polias – Decisão do material utilizado e dúvida sobre a elaboração da correia.	Elevador panorâmico – Mudança do material utilizado : tentativa com madeira.	Moinho de vento – Realização de esboços gráficos. Dúvida sobre a elaboração das engrenagens.	Decisão dos detalhes para a construção de uma roda gigante.	Mudança de tema – Usina geradora de energia movida por um dinamo e um sistema de polias.
<b>6º encontro</b>	<b>Marklin</b>	<b>Desenho</b>	<b>Exercícios</b>	<b>Bicicleta</b>	<b>K'nex</b>
Tema escolhido	Percurso de um trem movido a polias – Material escolhido não é de fácil manuseio.	Elevador panorâmico – Elaboração da cabine do elevador.	Moinho de vento – Discussão teórica sobre os detalhes do projeto.	Início da construção da roda gigante. – Insatisfação com o resultado.	Usina geradora de energia movida por um dinamo e um sistema de polias. – Procura pela obtenção do dinamo.
<b>7º encontro</b>	<b>Produção do projeto</b>	<b>Produção do projeto</b>	<b>Produção do projeto</b>	<b>Produção do projeto</b>	<b>Produção do projeto</b>
Tema escolhido	Percurso de um trem movido a polias – Decisão do material utilizado como correia.	Elevador panorâmico – Insatisfação com os resultados obtidos mudança de tema. Sugestão do professor: mecanismo para representar movimentos oscilatórios.	Moinho de vento – Tentativas de elaboração de engrenagens.	Segunda tentativa de construção da roda gigante. – Utilização de conceitos de desenho geométrico.	Usina geradora de energia movida por um dinamo e um sistema de polias. – Discussão de detalhes do projeto.
<b>8º encontro</b>	<b>Produção do projeto</b>	<b>Produção do projeto</b>	<b>Produção do projeto</b>	<b>Produção do projeto</b>	<b>Produção do projeto</b>
Tema escolhido	Percurso de um trem movido a polias – Mudança de materiais utilizados para facilitar sua elaboração.	mecanismo para representar movimentos oscilatórios – Retorno do material Lego na construção do mecanismo.	Moinho de vento – Adaptação do projeto inicial para permitir sua finalização.	Finalização da construção da roda gigante. Construção de um segundo mecanismo: ventilador.	Finalização da usina geradora de energia movida por um dinamo e um sistema de polias. – Cálculo dos fatores de transmissão.

	<b>Grupo 1</b>	<b>Grupo 2</b>	<b>Grupo 3</b>	<b>Grupo 4</b>	<b>Grupo 5</b>
<b>Apresentação Final</b>	Percurso de um trem movido a polias – Adaptações feitas ao projeto para sua finalização.	mecanismo para representar movimentos oscilatórios – Com o imprevisto da saída de um aluno da escola alunos tem que reconstruir o modelo com outros materiais.	Moinho de vento – Projeto finalizado com materiais diferentes dos anteriormente utilizados.	Construção de um terceiro mecanismo: uma segunda roda gigante movida a engrenagens.	Usina geradora de energia movida por um dinamo e um sistema de polias. – preocupação com a parte teórica.

Os temas escolhidos pelos grupos alteraram-se durante o desenvolvimento do projeto e percebeu-se certa influência das atividades realizadas nessas escolhas.

O grupo 1 teve a característica de participar primeiramente das oficinas práticas para então realizar as oficinas teóricas. Seu tema surgiu a partir de uma sugestão retirada de um dos livros que os alunos utilizaram (o livro “As Máquinas” suscitou o projeto do percurso de um trem). Para sua realização foram feitos esboços idealizando seu funcionamento e o problema enfrentado por eles estava relacionado com o funcionamento correto das correias.

“Nessa reunião demos os primeiros passos reais à construção do projeto. Definimos os materiais a serem utilizados na construção como tábua, sendo a base, filmes de máquina fotográfica, sendo as roldanas, ficou a dúvida se iríamos utilizar uma câmara de ar ou outro material para representar as correias. Com certeza vamos definir o que falta e botar a mão na massa, para a construção sair como o previsto e com o sucesso esperado.” (GRUPO 1)

O grupo 2 também realizou todas as oficinas práticas para em seguida participar das oficinas teóricas. Isso se refletiu na rapidez da decisão do tema e do início da produção. Esse grupo enfrentou problemas por ter que reconstruir o projeto quando a data da apresentação já estava muito próxima, prejudicando assim a qualidade do mesmo.

“Após os exercícios feitos, discutimos sobre o projeto que apresentaremos em breve. A idéia continua a mesma; trabalhar a mecânica de um elevador, entretanto, modificamos o material a ser usado. Construiremos o prédio com MDF e o elevador com palitos de sorvete; quanto as polias, estamos pensando em fazer com a parte superior (parecido com uma polia) do rolo de esparadrapo.” (GRUPO 2)

O grupo 3 iniciou com a oficina de desenho, mas foram as atividades práticas que os ajudaram a decidir qual o tema escolhido. De fato, com o manuseio do K’nex eles puderam realizar tentativas de elaboração do projeto do moinho de vento. Esse grupo baseou seu projeto em muito estudo teórico devido a falta de materiais para a produção das engrenagens.

“Apesar do projeto estar apenas no papel, estamos buscando possibilidades para fazer as engrenagens e para que a parte de cima do projeto gire conforme as engrenagens movem as hélices.” (GRUPO 3)

O grupo 4 realizou todas as oficinas teóricas antes de realizar as oficinas práticas. Isso os levou a discutir muito sobre idéias para a realização de seu projeto e a ansiedade por iniciar logo a fase de construção. Esse grupo foi muito crítico pois construíram três mecanismos visando uma maior quantidade de mecanismos que utilizassem polias e engrenagens.

“Chegamos a conclusão de que como estamos aprendendo primeiro a teoria a parte prática será ainda mais divertida pois saberemos melhor como funciona os sistemas de polias, para que consigamos ter um melhor aproveitamento do nosso trabalho.” (GRUPO 4)

“A parte que conseguimos construir durante a aula ficou torta e chegamos a conclusão que teremos que refazê-la.” (GRUPO 4)

“O grupo decidiu construir um pequeno parque de diversões que seria movimentado por uma única manivela. Decidimos que essa manivela movimentará uma roda gigante e alguns dançarinos e ainda faltam alguns detalhes para serem definidos. Nossa maior dúvida é como fazer os dançarinos dançarem em torno de si e em torno de um eixo simultaneamente, mas alguns livros do professor Jayme falam sobre isso e provavelmente resolveremos este problema.” (GRUPO 4)

O grupo 5 também realizou todas as atividades teóricas antes das atividades práticas; isso os levou a muita discussão sobre o tema escolhido e dessa forma a grande quantidade de mudança de temas. Seu projeto foi muito bem elaborado com a realização dos cálculos necessários para que fosse possível a sua construção.

“O nosso projeto envolve um dínamo, lâmpada, duas engrenagens e correia lisa. Com esses materiais pretendemos criar um circuito em que o dínamo movido pelas engrenagens gerará uma corrente contínua, assim acenderá uma rede de lâmpadas em série, ou seja, a partir de uma força cinética, se forma uma energia elétrica.” (GRUPO 5)

#### 4.6.5 Oficina de construção com instrumentos de desenho

Durante suas aulas regulares os alunos não são incentivados ao uso de régua e compasso. Isso ocorre pelo fato dos desenhos feitos nos exercícios e explicações trabalhadas em suas aulas regulares serem apenas ilustrativos e assim não tem necessidade de precisão. Com isso os alunos apresentaram certa dificuldade em perceber a necessidade da realização de certos procedimentos para o traçado de retas paralelas e perpendiculares. Contornado esse problema, percebemos que todos os grupos apresentaram certo grau de dependência de explicações teóricas do professor, e assim essa foi uma das oficinas que requisitou uma postura mais tradicional do professor.

Cada grupo decidiu como deveriam realizar as construções, se todos realizariam construções idênticas ou se cada elemento usaria os dados que desejasse. Esse fato acarretou em situações interessantes quando eles realizaram os cálculos da quantidade de correia do sistema pois ao ajudar os colegas do grupo eles precisavam relacionar sua resolução com a do aluno que requisitasse essa ajuda e assim realizar associações cognitivas entre eles.

Um aluno do primeiro colegial ressaltou o traçado de círculos e as tangentes para a construção dos sistemas de polias e comentou que sentiu um pouco de dificuldade na parte algébrica dos exercícios, comentou que em alguns dos exercícios a matéria utilizada coincidia com a que estavam trabalhando em suas aulas regulares e isso os ajudou na resolução dos exercícios, entre eles a trigonometria, o estudo de triângulos e a exploração geométrica de ângulos em figuras planas.

A opinião dos alunos em relação a atividade de desenho geométrico não foi unânime, sendo que para alguns deles a atividade foi mais simples, pelo fato de existir o interesse por áreas relacionadas, por exemplo o desenho técnico.

**Marcelo (1ª série) :** Achei bem legal esta lição virtual, ainda mais que havia feito algo parecido na oficina de desenho geométrico.

“Nós trabalhamos com uma folha de exercícios, que continham três exercícios de desenho. Foi bem interessante desenhar os sistemas com o compasso e as régua, pois tudo deveria ser exato, para que o sistema ficasse simétrico.” (GRUPO 4)

“Os participantes acharam meio confuso, o processo de confecção, necessitando várias vezes a ajuda do professor (Jayme) para concluir os exercícios e confeccioná-los, também achou meio cansativo e complicado, pois tem que fazer várias vezes o mesmo processo. Entretanto as expectativas do projeto são boas, todos acharam interessante e animador, pois souberam como ocorre um processo de polias para obter resultados satisfatórios.” (GRUPO 3)

“Os exercícios realizados no papel são muito similares aos exercícios realizados no GeoGebra (que é realizado no computador). Houveram (sic) dificuldades na maioria dos integrantes do grupo, as explicações do professor foram de grande ajuda, mas no geral os exercícios foram fáceis.” (GRUPO 2)

#### 4.6.6 Oficina de estudo de mecanismos do dia a dia (bicicleta)

Essa oficina foi de extrema importância pelo fato da bicicleta ser um instrumento do dia a dia dos alunos e ao explorá-la com um enfoque matemático inseriu significado para os conceitos trabalhados pois eles puderam relacionar os fatores de transmissão com a quantidade de esforço que deve ser feita para movimentar a bicicleta.

Durante o estudo da bicicleta, os alunos precisaram confeccionar tabelas relacionando os fatores de transmissão, os rendimentos, as pedaleiras e os pinhões e as estratégias realizadas pelos grupos foram diferenciadas a cada semana.

Alguns grupos tiveram a preocupação de transformar as medidas para polegadas, outros fizeram inferências a respeito de velocípedes equivalentes às bicicletas decidindo se eles eram ou não viáveis e em alguns casos, quando existiam duas bicicletas existentes no encontro, era feita a comparação entre os rendimentos das mesmas.

“Nessa atividade utilizamos uma bicicleta para estudar o fator de transmissão entre dois eixos medindo as combinações possíveis de marcha para os maiores e menores fatores e como isso influi no desempenho da bicicleta (ou de qualquer veículo que se utiliza deste princípio).

A atividade foi interessante e curiosa, mostrando por exemplo como é fácil aumentar e diminuir a força necessária para pedalar com as marchas, que regulam o fator de transmissão dos eixos.” (GRUPO 1)

“Chegamos a conclusão de que se fosse disputada uma corrida entre as duas bicicletas e desconsiderando o preparo físico de cada ciclista, haveria a possibilidade da segunda bicicleta perder para a primeira, caso seja colocada a sua menor marcha.” (GRUPO 2)

“Neste encontro calculamos o rendimento de uma bicicleta com vinte e uma marchas, e da bicicleta pequena. Feito isso analisamos os dados e vimos que em uma corrida a bicicleta pequena não venceria a bicicleta de vinte e uma marchas.” (GRUPO 4)

“Imaginando um velocípede, com o melhor rendimento da bicicleta do nosso grupo, a roda teria 120 polegadas (aproximadamente 288 cm), o que seria difícil de andar. Com o pior rendimento a roda teria 25 polegadas de diâmetro (aproximadamente 60 cm).

Uma bicicleta desse tipo teria que ter 50 polegadas de diâmetro (120 cm) para alcançar um bom rendimento (50) e ao mesmo tempo, ser acessível ao tamanho das pessoas.

A roda traseira não interfere no rendimento, apenas dá equilíbrio para a bicicleta.” (GRUPO 5)

#### 4.6.7 Oficina com a utilização dos materiais industrializados Marklin e K'nex

A construção com o kit Marklin foi feita a partir da observação da imagem do objeto construído e essa análise necessitou muita discussão e atenção por parte dos envolvidos que em alguns casos precisaram fazer adaptações para tornar possível essa construção.

O kit K'nex era acompanhado de um manual contendo os procedimentos de montagem e dessa forma, se os alunos seguissem essas instruções visuais com atenção eles não teriam maiores problemas.

Os dois kits possibilitavam alterações em seus projetos, assim os alunos poderiam estudar os questionamentos que surgissem na prática.

Um fato importante foi o dos manuais estarem em línguas diferentes do português: O manual do Marklin estava escrito em Alemão e o manual do K'nex em Inglês. Esse fator não interferiu na realização das atividades pois os alunos se baseavam apenas nas observações das imagens apresentadas.

“Enquanto dois desenhavam um molde das roldanas ligadas por correias no mesmo sentido e em sentidos opostos nas folhas, os outros dois tentavam fazer o mesmo molde, só que usando as peças do K'nex e barbante, como correia. Nesse momento, falou-se sobre as alterações provocadas pelo mecanismo impulsor quando uma certa roldana deixa de ser seguidora para ser impulsora. Chegou-se a conclusão de que a atividade foi muito interessante, pois ficou evidente a importância do fator de transmissão na velocidade do sistema.” (GRUPO 1)

“Resolvemos montar o sistema de funcionamento de vidro de carro; O mecanismo é montado por engrenagens que funcionam através do fator de transmissão emitido pelo impulsor fazendo com que o mecanismo funcione.” (GRUPO 2)

“Concluída a etapa de construção da base, surgiram algumas questões, como por exemplo: “Como fazer o martelo ficar fixo a estrutura sem se afrouxar?” e “Como fazer a manivela se mover fazendo com que o martelo se mova também verticalmente?”. Conseguimos resolver essas questões, colocando um suporte fixo ao martelo fazendo-o ficar imóvel e ligamos a manivela ao martelo através de um fio de barbante que passava de uma roldana a outra.” (GRUPO 2)

“A atividade com K'nex previa a construção de mecanismos com roldanas a fim de que aprendamos na prática o uso de roldanas, a construção de objetos utilizando conceitos de ângulo, disposição das peças e também com possibilidades de adaptação, a fim de conseguirmos movimentar uma roldana.

O trabalho com o K'nex foi bem mais pedagógico e divertido, já que chama a atenção e os resultados são muito satisfatórios.” (GRUPO 3)

“Com o intuito de compreender e observar a mecânica e o funcionamento de mecanismos com polias, construiu-se uma gangorra. Para a base da gangorra foi utilizada uma placa de metal do “kit MARKLIN”. “(GRUPO 3)

“Neste encontro nosso grupo fez a atividade com o Marklin, que é um conjunto de peças e parafusos que permite que uma infinidade de objetos seja criada. No início decidimos montar uma bicicleta com o Marklin e logo mudamos de idéia para um triciclo ao analisarmos melhor as peças que estavam a nossa disposição. Com alguns materiais a mais, o triciclo poderia ter ficado melhor, pois a parte traseira ficou frouxa e o elástico não funcionou bem como correia. Apesar disso completamos a atividade com sucesso e resolvemos os exercícios que nos foram entregues.” (GRUPO 4)

“Primeiro nós fizemos o ventilador com a transmissão 1:1, depois trocamos as engrenagens para uma transmissão maior para a menor (nesta a hélice do ventilador girou muito rápido) e também invertemos a transmissão da menor para a maior (aqui a hélice girou extremamente devagar).” (GRUPO 4)

“A intenção da atividade era integrar a estrutura um sistema funcional de roldanas e engrenagens. Aplicamos esse sistema no guindaste, preso a uma “manivela” que fazia com que o peso colocado na corda fosse levantado.” (GRUPO 5)

Esses dois kits foram importantes para o desenvolvimento dos conceitos aos grupos, mas são elementos complicadores devido ao seu alto custo e dificuldade de aquisição dos mesmos.

Nas oficinas em que esses kits estavam presentes, além da utilização dos mesmos também foram trabalhados a resolução de exercícios, assim esses kits foram instrumentos de observação dos conceitos estudados.

Uma sugestão para a execução do projeto sem a utilização desses kits é a da criação de uma oficina de produção de polias e engrenagens, que construídas em grande quantidade podem substituir os kits utilizados e irá auxiliar os alunos em relação aos dilemas de quais materiais são eficientes ou não para cada projeto.

Outro material que pode ser utilizado é o kit Lego que em alguns de seus kits contém polias e engrenagens. Apesar de não ser baixo o custo desse material, sua aquisição é mais facilitada do que os kits utilizados nessa pesquisa e em alguns casos, os próprios alunos possuem esse material e podem emprestá-los para a realização da oficina.

Essa substituição de oficinas é importante, pois as outras oficinas tem caráter teórico e é necessário um momento lúdico para ser introduzido nas atividades.

Dessa forma, os grupos poderiam participar das seguintes oficinas:

- Oficina de resolução de exercícios de vestibulares;
- Oficina de estudo de mecanismo do dia a dia (bicicleta);
- Oficina de construção com instrumentos de desenho;
- Oficina de construção de materiais construtíveis (construção de polias e engrenagens);
- Oficina de experimentação com o kit Lego (quando possível);
- Produção do projeto final.

#### **4.6.8 Apresentação dos projetos finais**

A apresentação foi importante para que os alunos pudessem mostrar e explicar aos seus colegas suas produções realizadas durante o decorrer dos encontros. Essa atividade acarretou com que eles desenvolvessem habilidades de se expressar em público com desenvoltura, atividade esta que eles realizaram com grande sucesso.

A possibilidade de projetar os mecanismos produzidos no telão valorizou a apresentação e permitiu assim que não fosse necessária a construção de máquinas exageradamente grandes para que os outros alunos pudessem visualizá-las.

Outro fator importante foi a existência de um evento marcando o encerramento do projeto que possibilitou a sua divulgação e com isso a sua continuidade para o ano seguinte.

As apresentações foram um momento extremamente especial do projeto, em que foi possível verificar o crescimento intelectual desse grupo e sua capacidade de contornar situações adversas. O orgulho ao ver o brilhantismo da finalização de um processo tão rico garante a certeza de que a confiança depositada no grupo foram decisões acertadas.



Figura 248: Grupo de alunos integrantes do projeto “Oficina de Máquinas”.

#### 4.7 Calculadora científica, transferidor e tabela trigonométrica

A calculadora científica, o transferidor e a tabela trigonométrica estiveram disponíveis para a utilização em todos os grupos.

O transferidor foi utilizado na oficina de construção com instrumentos de desenho, pelos alunos das séries iniciais, para a aferição de ângulos na determinação da quantidade de coréia de um sistema de polias. Os alunos que possuíam os conteúdos necessários puderam determinar esses ângulos utilizando-se da tabela trigonométrica ou pela utilização da calculadora científica.

Como os exercícios baseavam-se em exemplos reais, suas soluções quase sempre não eram números inteiros, assim os grupos fizeram a utilização da calculadora para a determinação desses valores.

Os alunos comentaram que nunca haviam usado a matemática para resolver problemas reais e ressaltaram que em exercícios que pediam a quantidade de polias de um sistema, por exemplo, eles não sabiam como lidar por estarem cursando as séries iniciais, deixando estes exercícios a cargo dos alunos de segundo e terceiro colegial e dessa forma esses alunos tiveram maior participação em exercícios que envolviam triângulos.

Levantou-se então a questão em relação às soluções dos exercícios que em aulas regulares geralmente têm respostas inteiras e as contas são facilitadas e no caso do projeto eles puderam fazer a utilização da calculadora mas em compensação as contas em sua grande maioria não tinham respostas inteiras.

Os exemplos cujas respostas são números inteiros são realmente mais fáceis, e os alunos perceberam que, em grande parte, esses exemplos não representam situações reais. Os exemplos trabalhados na oficina, apesar de terem respostas estranhas a maioria dos alunos, partiram de situações que os próprios alunos vivenciaram.

Foi comentado que quando um exercício dá resposta inteira, a impressão dos alunos é que partiu-se da solução desejada e, a seguir, são acertados os dados fornecidos para que o exercício dê tal solução.

Os alunos do segundo colegial comentaram que necessitaram realizar vários cálculos relacionados ao fator de transmissão para a realização dos seus projetos, lembraram dos cálculos realizados ao estudarem as relações entre as marchas das bicicletas, a transformação de unidades para polegadas. Lembraram que durante a realização do projeto eles estavam estudando trigonometria em suas aulas regulares onde sempre utilizavam os valores notáveis e seus múltiplos. Em comparação durante o projeto eles se utilizaram muito das funções trigonométricas inversas na calculadora científica para a determinação de ângulos e as soluções geralmente não eram valores notáveis.



## 5. Considerações finais

Todas as atividades realizadas durante os encontros da “Oficina de Máquinas” relacionavam-se entre si, seja pelo tema trabalhado, ou por visarem seus projetos finais, mas principalmente por retomarem conteúdos anteriormente trabalhados para permitir sua resolução. Essa relação entre as atividades para possibilitar a apreensão de novos conceitos é exatamente o que a teoria da espiral de aprendizagem enfatiza, e dessa forma podemos sugerir um diagrama inter relacionando as atividades realizadas culminando no crescimento intelectual do aluno e propiciando a aquisição de novos significados.

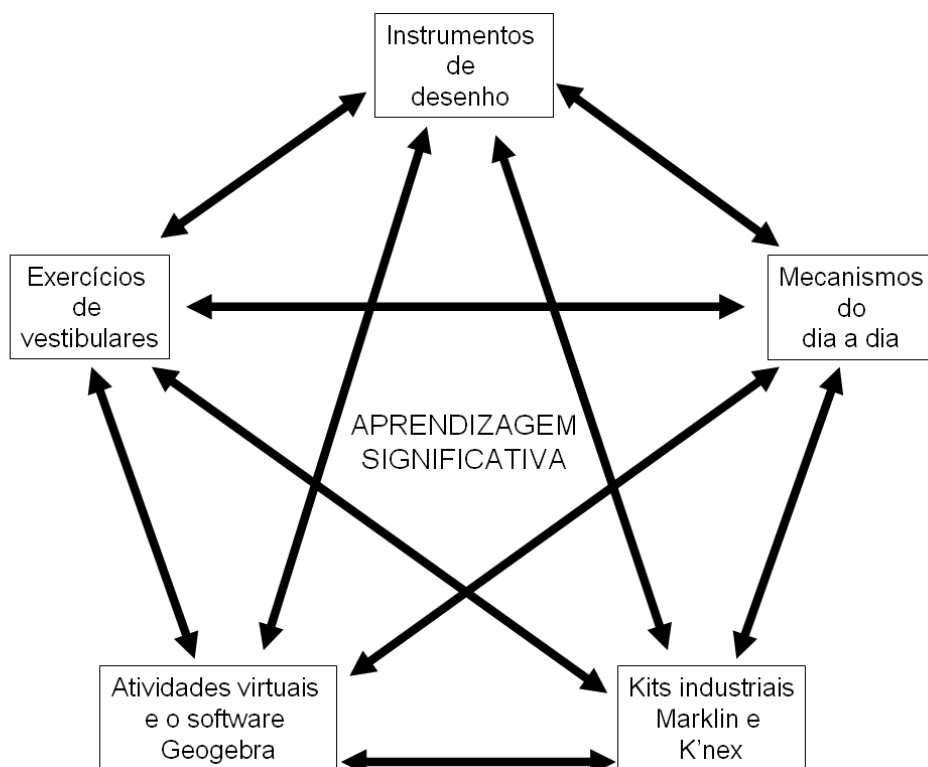


Figura 249: As relações entre as atividades realizadas levam o aluno a utilizar-se de conhecimentos anteriormente vistos para possibilitar a solução de novos desafios culminando assim na desejada aprendizagem significativa.

A oficina foi composta por nove encontros: um encontro na sala de informática, cinco encontros com as atividades de oficinas, um encontro de elaboração de projetos, um encontro para discutirmos as impressões do projeto e a apresentação dos projetos para a comunidade escolar.

Considera-se satisfatória a quantidade de encontros, mas foi possível perceber a necessidade que os alunos tiveram de mais encontros para solucionar dúvidas das atividades virtuais e para a elaboração dos projetos com a supervisão do professor.

Nas atividades virtuais os alunos puderam incorporar o conhecimento respeitando o seu tempo individual de aprendizagem diferentemente da sala de aula regular que os alunos não têm outra opção a não ser se esforçar para acompanhar o raciocínio das explicações que é feita para a sala toda.

As apresentações dos projetos finais foram importantes para que os alunos pudessem mostrar e explicar aos seus colegas suas produções realizadas durante o decorrer dos encontros. Essa atividade acarretou com que eles desenvolvessem habilidades de se expressar em público com desenvoltura.

Retomando a pergunta que nos acompanhou durante toda a pesquisa:

**O estudo de máquinas mecânicas pode colaborar para uma aprendizagem significativa dos conceitos matemáticos trabalhados com os alunos do ensino médio?**

Pode-se concluir que essa não é uma pergunta, mas uma afirmação pois os alunos foram capazes de argumentar sobre diversos assuntos matemáticos, relacioná-los entre as oficinas e transpô-los para seus próprios projetos com qualidade inegável. Foi notório o aumento da qualidade de seus comentários nos relatórios no decorrer das oficinas e a utilização de conceitos matemáticos para a resolução dos exercícios foi importante inclusive para nivelar os membros dos grupos em certas oficinas. Os alunos componentes da “Oficina de Máquinas” se tornaram referência durante as aulas regulares, pois estes faziam questão de expressar suas opiniões contribuindo para o melhor andamento das aulas.

Esta forma de ensinar matemática, diferenciada da maneira tradicional, despertou o interesse dos alunos fazendo com que estes aumentassem a busca por conhecimentos que pudessem auxiliá-los na construção do projeto final pretendido, e com isso influenciou positivamente na postura dos alunos durante suas aulas regulares, pois estas foram mais uma forma de obtenção de novos conhecimentos.

Devido ao sucesso do projeto ocorrido no colégio Integral de São João da Boa Vista, o projeto foi premiado como o terceiro melhor de toda a rede Integral em Janeiro de 2010 em uma cerimônia solene durante o III congresso do Sistema de ensino Integral e durante o ano de 2010, será novamente aplicado nesta escola, suscitando novos projetos e assim novos alunos questionadores e melhores preparados para sua vida escolar. O projeto também está sendo desenvolvido no colégio Integral de Aguaí com duração anual o que permitirá trabalhar com outros conceitos além das polias e engrenagens.

A “Oficina de Máquinas” não substitui o curso regular de matemática, mas certamente é uma ferramenta poderosa que agrega valor a essa disciplina que deixa de ser vista como estática e exata para ser uma maneira de entendermos a realidade e estudarmos seus exemplos dinâmicos.

Os alunos aprenderam a realizar exercícios de investigação, em que tanto o enunciado quanto a sua solução requerem grande quantidade de análise e discussão para possibilitar sua elucidação, contrapondo assim um dos problemas existentes em escolas de ensino tradicional – a atitude passiva do estudante frente ao espírito investigativo da Matemática.

## REFERÊNCIAS

A História da Bicicleta no Mundo. Disponível em: <<http://www.escoladebicicleta.com.br/historia.html>>. Acesso em: 16 set. 2009.

ARAÚJO, U. F. **Temas transversais e estratégias de projeto**. São Paulo: Moderna, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 10520**: informação e documentação: citações em documentos: apresentação. Rio de Janeiro, 2002. 7 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6023**: informação e documentação: referências: elaboração. Rio de Janeiro, 2002. 24 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6028**: informação e documentação: resumo: apresentação. Rio de Janeiro, 2003. 2 p.

AZEVEDO, J. **Trabalhando conceitos matemáticos com tecnologias informáticas por meio da elaboração de projetos de construção civil**. 2008. 171f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.

BOLT, B. **MATEMÁQUINAS**: o ponto de encontro da Matemática com a Tecnologia. Tradução de Leonor Moreira. Lisboa: Ed. Gradiva, 1994. 252 p.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP). Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). **Documento Básico 2000**. Brasília, 2000. 7 p. Disponível em: <[http://www.inep.gov.br/download/imprensa/2004/enem/relatorio\\_final\\_enem03.doc](http://www.inep.gov.br/download/imprensa/2004/enem/relatorio_final_enem03.doc)>. Acesso em: 29 jul. 2009.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP). **O que são competências e habilidades?**. Brasília, 2009. 1 p. Disponível em: <[http://historico.enem.inep.gov.br/index.php?option=com\\_content&task=view&id=18&Itemid=28](http://historico.enem.inep.gov.br/index.php?option=com_content&task=view&id=18&Itemid=28)>. Acesso em: 29 jul. 2009

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, 2006. 140 p. Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book\\_volume\\_02\\_internet.pdf](http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf)>. Acesso em: 15 mai. 2009.

BRINQUEDOS RAROS: o mundo dos brinquedos antigos. Disponível em: <[http://www.brinquedosraros.com.br/colecoes\\_new\\_c.php?pageNum\\_rs=1&dir=1&tipo=Trens%20El%E9tricos%20Marklin%20escala%20O](http://www.brinquedosraros.com.br/colecoes_new_c.php?pageNum_rs=1&dir=1&tipo=Trens%20El%E9tricos%20Marklin%20escala%20O)>. Acesso em: 03 fev. 2010.

CATTAI, A. P. O GeoGebra nas Aulas de Matemática. In: I Encontro de Matemática, 1, 2007, Bahia. **I Encontro de Matemática**. Bahia: CEFET, 2007. p. 1-6. Disponível em: <[http://didisurf.googlepages.com/Adriano\\_Cattai\\_cefetba2007.pdf](http://didisurf.googlepages.com/Adriano_Cattai_cefetba2007.pdf)>. Acesso em: 16 set. 2009.

COLL, C.; SOLÉ, I. Os professores e a concepção construtivista. In: COLL, C.; et al. **O Construtivismo na Sala de Aula**. 6 ed. São Paulo: Ática, 2001. p. 9-28. (Série Fundamentos).

DOUGIAMAS, M.; TAYLOR, P. **Moodle: Using Learning Communities to Create an Open Source Course Management System**. National Key Centre for Science and Mathematics Education Curtin University of Technology, Australia, 2003. Disponível em: <<http://dougiamas.com/writing/edmedia2003/>>. Acesso em: 16 set. 2009.

ESPANHA. Ministério da Educação. Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). Escuelas y calidad de la enseñanza. **Informe Internacional**. Madrid, 1991. 224 p.

GEOGEBRA. Disponível em: <<http://www.geogebra.org/cms/>>. Acesso em: 03 fev. 2010.

HERNANDES, F.; VENTURA, M. **A organização do currículo por projetos de trabalho**. 5 ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

INTRODUCTION to gears. Hatfield: K'NEX Education: 2007. v. 1. 1 disco compacto: digital, estéreo. PA: 19440-0700. Parte integrante do k'nex education.

JANSEN, T. **Strandbeest**. Disponível em: <<http://www.strandbeest.com/>>. Acesso em: 30 abr. 2009.

K'NEX: imagine, construa, brinque. Disponível em: <<http://www.knex.com.br/>>. Acesso em: 03 fev. 2010.

K'NEX. Disponível em: <<http://pt.wikipedia.org/wiki/K%27NEX>>. Acesso em: 03 fev. 2010.

LEGO. Disponível em: <<http://pt.wikipedia.org/wiki/Lego>>. Acesso em: 03 fev. 2010.

LEONARDO DA VINCI: a exibição de um gênio 1452-1519. São Paulo: Fundação Bradesco, 2007. 76 p.

LIMA, A. O. **Fazer escola: a gestão de uma escola PIAGETIANA** (construtivista). Petrópolis: Vozes, 2003, p.17-55. (Coleção Questões Atuais da Educação).

LIMA, E. L. et al. **Temas e Problemas Elementares**. 2. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2005. 246 p. (Coleção do Professor de Matemática).

MACEDO, L. Qual Hefesto ou Afrodite. In:\_\_\_\_\_. **Ensaio Construtivistas**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1994. p. 7-11. (Coleção Psicologia e Educação).

MACHADO, N. J. Qualidade na educação: as armadilhas do óbvio. In: **Pensando e Fazendo Educação de Qualidade**. MANTOAN, M. T. E. (Org.). São Paulo: Moderna, 2001. (Coleção Educação em Pauta).

MÄRKLIN. Disponível em: <<http://en.wikipedia.org/wiki/M%C3%A4rklin>>. Acesso em 03 fev. 2010.

MINIATURE WORLD: The Greatest Little Show on Earth. Disponível em: <<http://www.miniatureworld.com/>>. Acesso em: 20 abr. 2009.

MINI MUNDO. Disponível em: <<http://www.minimundo.com.br/minimundo/index.htm>>. Acesso em: 15 abr. 2009.

MOODLE. Disponível em: <<http://pt.wikipedia.org/wiki/Moodle>>. Acesso em: 05 fev. 2010.

MORAN, J. M. O que é um bom curso a distância? In: ALMEIDA, M. E. B.; MORAN, J. M (Org.). **Integração das tecnologias na Educação: salto para o futuro**. Brasília: Seed, 2005. p. 146-149.

MORAN, J. M. **O que aprendi sobre avaliação em cursos semi-presenciais**. Disponível em: <<http://www.eca.usp.br/prof/moran/aprendi.htm>>. Acesso em: 16 set. 2009.

MUNDO A VAPOR. Disponível em: <<http://www.mundoavapor.com.br/>>. Acesso em: 15 abr. 2009.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 9, n. 9-10, p. 1-6, 2004/2005.

NOVAK, J. D. O papel central da teoria de aprendizagem em uma teoria de educação. In: \_\_\_\_\_. **Uma Teoria de Educação**. Tradução de Marco Antônio Moreira. São Paulo: Pioneira, 1981. p. 47-73.

PATERLINI, R. R. **Aritmética dos números reais**: um texto para licenciandos e professores de Matemática. São Carlos: Departamento de Matemática, 2008. 63 p. Notas de aula.

PONTE, J. P. A Procura da Mistura Perfeita. In: CONFERÊNCIA DA FACULDADE DE CIÊNCIA DA UNIVERSIDADE DE LISBOA, 2003. Lisboa. **Conferência da Faculdade de Ciência da Universidade de Lisboa**. Lisboa: Centro de Investigação em Educação e Departamento de Educação, 2003. p. 1-11.

UNICAMP. **Caderno de questões 2002**: Vestibular nacional. Disponível em: <[http://www.comvest.unicamp.br/vest\\_anteriores/2002/.../Matematica.pdf](http://www.comvest.unicamp.br/vest_anteriores/2002/.../Matematica.pdf)>. Acesso em: 20 out. 2009.

VALENTE, J. A. Curso de Especialização em Desenvolvimento de Projetos Pedagógicos com o Uso das Novas Tecnologias: Descrição e fundamentos. In: VALENTE, J. A.; PRADO, M. E. B. B.; ALMEIDA, M. E. B. **Educação a Distância Via Internet**. São Paulo: Avercamp, 2003. p. 21-31.

**BIBLIOGRAFIA**

AMERY, H. **Cómo hacer Juguetes que funcionan:** muchas máquinas y aparatos sencillos con movimiento. 2. ed. Madrid: SM/PLESA, [s. d.]. 49 p. (Coleção *Cómo Hacer*).

ARANTES, J. T. Leonardo: de todos os instrumentos. **Super Interessante**, São Paulo, n. 265, p. 75-79, mai. 2009.

ARTE, S. **Como são feitas as batatas-fritas crocantes?**. Disponível em: <<http://www.youtube.com/watch?v=ZdcXNavA0Ek>>. Acesso em: 30 abr. 2009.

BAKER, W.; HASLAN, A. **As Máquinas**. Lisboa: Livros do Brasil, 1993. 50 p. (Coleção *Experimenta!*)

BARBOSA, J. L. M. **Geometria Euclidiana Plana**. 6. ed. Rio de Janeiro: SBM, 1995. 222 p. (Coleção do professor de matemática).

BENCINI, R. Cada um aprende de um jeito. **Nova Escola**, São Paulo, n. 159, p. 38-41, jan/fev. 2003.

BEVILAQUA, C. **Thesouro da Juventude**. Rio de Janeiro: Ed. W. M. Jackson, v. 10, [s. d.].

BRASIL. Universidade Federal Fluminense (UFF). Núcleo de Tecnologia da Informação e Comunicação. **C.A.R.** Disponível em: <<http://www.professores.uff.br/hjbortol/car/>>. Acesso em: 03 fev. 2010.

CASARA, M. A arte de planejar. **Nova Escola**, São Paulo, n. 138, p. 20-33, dez. 2000.

DESCOBRIR: uma aventura no mundo da ciência. Rio de Janeiro: Editora Globo, v. 1, n.1, 1990.

FALZETTA, R. Na era das tecnoaulas. **Nova Escola**, São Paulo, n. 138, p. 55-61, dez. 2000.

FALZETTA, R. O barato do clube de Ciências. **Nova Escola**, São Paulo, n. 162, p. 41-43, mai. 2003.

FALZETTA, R. Portas abertas para a curiosidade. **Nova Escola**, São Paulo, n. 164, p. 48-51, ago. 2003.

FRANÇA. Université Joseph Fourier (UJF). **Cabri-Géomètre**. Disponível em: <<http://www.cabri.com.br/index.php>>. Acesso em: 03 fev. 2010.

GLOBO CIÊNCIA. Como as coisas funcionam: fascinantes projetos e experiências que revelam os segredos das máquinas. Rio de Janeiro: Globo, n. 3, set. 1995. (Suplemento).

GENTILE, P. Sexta-Feira é Dia de Clube. **Nova Escola**, São Paulo, n. 128, p. 24-26, dez. 1999.

JANSEN, T. **A Theo Jansen's mechanism**. Disponível em:

<<http://www.youtube.com/watch?v=CufN43By79s>>. Acesso em: 30 abr. 2009.

JANSEN, T. **A Theo Jansen's mechanism with Lego 2**. Disponível em:

<<http://www.youtube.com/watch?v=EFSNkjMqbQc>>. Acesso em: 30 abr. 2009.

JANSEN, T. **Jansen Walker – Beta 2**. Disponível em:

<<http://4volt.com/projects/jansen/#1>>. Acesso em: 30 abr. 2009.

JANSEN, T. **Kinetic Sculptor**. Disponível em: <<http://www.youtube.com/watch?v=WcR7U2tuNoY>>. Acesso em: 30 abr. 2009.

JANSEN, T. **Theo Jansen's Object which I made with paper**. Disponível em:

<<http://www.youtube.com/watch?v=PWm4VMR8D0w>>. Acesso em: 30 abr. 2009.

MARANGON, C. Sala - ambiente. **Nova Escola**, São Paulo, n. 167, p. 48-51, nov. 2003.

OLIVEIRA NETO, J. A. **Barco Viking**. Disponível em:

<[http://www.youtube.com/watch?v=HApSm4H\\_eYM](http://www.youtube.com/watch?v=HApSm4H_eYM)>. Acesso em: 29 mai. 2009.

OLIVEIRA NETO, J. A. **Correia 1**. Disponível em:

<<http://www.youtube.com/watch?v=DQP-wERR4do>>. Acesso em: 22 mai. 2009.

OLIVEIRA NETO, J. A. **Hopi Hari maio 2009 040**. Disponível em:

<<http://www.youtube.com/watch?v=NoOmO3yNoK4>>. Acesso em: 29 mai. 2009.

OLIVEIRA NETO, J. A. **Oficina de Máquinas**. Disponível em:

<<http://www.escolananet.com/course/view.php?id=47>>. Acesso em : 22 fev. 2010.

OLIVEIRA NETO, J. A. **Oficina de Máquinas: Basquete**. Disponível em:

<<http://www.youtube.com/watch?v=CRlCd6DxTok>>. Acesso em: 29 abr. 2009.

OLIVEIRA NETO, J. A. **Oficina de Máquinas: Bento Gonçalves**. Disponível em:

<[http://www.youtube.com/watch?v=F2uP\\_DmKRlg](http://www.youtube.com/watch?v=F2uP_DmKRlg)>. Acesso em: 29 abr. 2009.

OLIVEIRA NETO, J. A. **Oficina de Máquinas: mecanismo do vidro do carro**.

Disponível em: <<http://www.youtube.com/watch?v=89Yb5bwRNOc>>. Acesso em: 30 abr. 2009.

OLIVEIRA NETO, J. A. **Oficina de Máquinas: moinho de vento**. Disponível em:

<<http://www.youtube.com/watch?v=7U59B-CRc8c>>. Acesso em: 30 abr. 2009.

OLIVEIRA NETO, J. A. **Oficina de Máquinas: Mundo a Vapor 1**. Disponível em:

<<http://www.youtube.com/watch?v=8Vz9yoQDIoI>>. Acesso em: 30 abr. 2009.

OLIVEIRA NETO, J. A. **Oficina de Máquinas: Mundo a Vapor 2**. Disponível em:

<<http://www.youtube.com/watch?v=5TYdLCixOic>>. Acesso em: 30 abr. 2009.

OLIVEIRA NETO, J. A. **Oficina de Máquinas: Mundo a Vapor 3**. Disponível em: <<http://www.youtube.com/watch?v=zaA9Ige7xAs>>. Acesso em: 30 abr. 2009.

OLIVEIRA NETO, J. A. **Oficina de Máquinas: Roda Gigante**. Disponível em: <[http://www.youtube.com/watch?v=W\\_yBe1mXpUI](http://www.youtube.com/watch?v=W_yBe1mXpUI)>. Acesso em: 02 abr. 2009.

OLIVEIRA NETO, J. A. **Oficina de Máquinas: Ventilador**. Disponível em: <<http://www.youtube.com/watch?v=-ZIEKhA73Ck>>. Acesso em: 30 abr. 2009.

OLIVEIRA NETO, J. A. **Rio Bravo**. Disponível em: <<http://www.youtube.com/watch?v=3MWXQYYE174>>. Acesso em: 29 mai. 2009.

OLIVEIRA NETO, J. A. **Roda d'água Hopi Hari**. Disponível em: <<http://www.youtube.com/watch?v=04bajoD7mpk>>. Acesso em: 29 mai. 2009.

OLIVEIRA NETO, J. A. **Roda Gigante**. Disponível em: <<http://www.youtube.com/watch?v=ZAplAI7WBWQ>>. Acesso em: 29 mai. 2009.

OLIVEIRA NETO, J. A. **Tirolesa**. Disponível em: <<http://www.youtube.com/watch?v=ZBLXq-1XoIM>>. Acesso em: 29 mai. 2009.

PELLOSO, R. A reinvenção humana. **Carta na Escola**, São Paulo, n. 15, p. 42-47, abr. 2007.

RODRÍGUES, F. S. et al. **Tecnología 1: estructuras y movimientos**. PALACIOS, A. H. Madrid: McGraw-Hill, 1993, 207 p.



## APÊNDICE

### Teorema de Pitágoras

Seja ABCD um quadrado. Podemos dividir cada lado em dois segmentos pelos pontos E em AD, F em AB, G em BC e H em CD de tal forma que  $DE=AF=BG=CH=a$  e  $EA=FB=GC=HD=b$ .

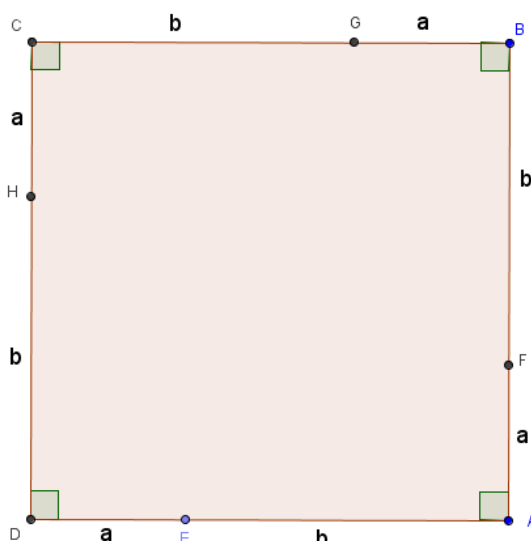


Figura 1: Quadrado de lado  $a+b$ .

Temos que os triângulos HCG, GBF, FAE e EDH são congruentes pois tem seus catetos homólogos congruentes e por serem triângulos retângulos, têm ângulos de  $90^\circ$ , sendo assim congruentes pelo caso LAL.

Assim,  $HG=GF=FE=EH=c$ ,  $\hat{C}GH = \hat{B}FG = \hat{A}EF = \hat{D}HE = \alpha$  e  $\hat{C}HG = \hat{B}GF = \hat{A}FE = \hat{D}EH = \beta$ . Como  $\alpha + \beta + 90^\circ = 180^\circ$ , temos que  $\alpha + \beta = 90^\circ$ .

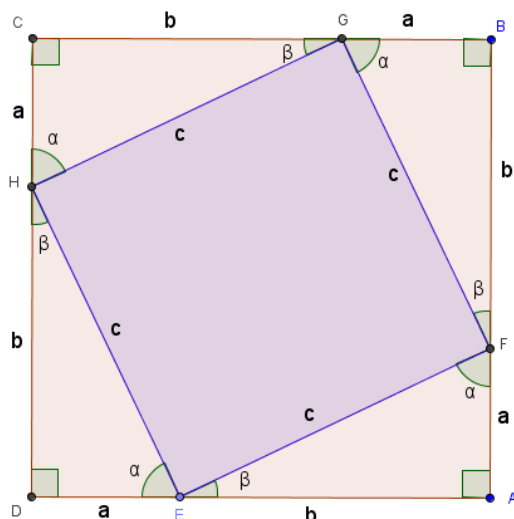


Figura 2: Triângulos de catetos  $a$  e  $b$  determinando o quadrado de lado  $c$  inscrito na figura.

O quadrilátero EFGH é um quadrado pois tem seus lados congruentes e seus ângulos  $\hat{G}HE = \hat{H}EF = \hat{E}FG = \hat{F}GH = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 90^\circ$ .

Essa figura pode ser rearranjada agrupando-se os triângulos aos pares como representado a seguir:

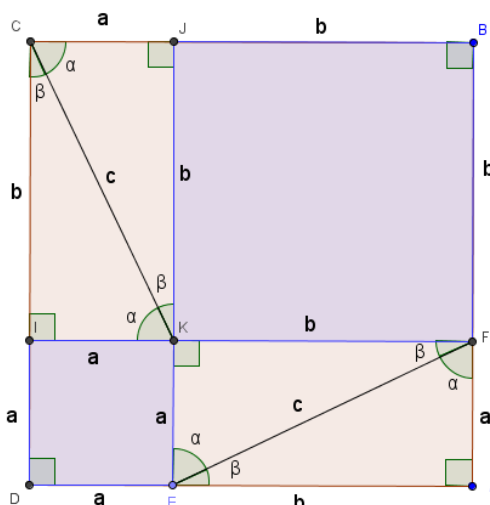


Figura 3: Triângulos de catetos a e b reorganizados determinando dois quadrados de lados a e b inscrito na figura.

Sabendo que os quadrados têm a mesma área, é possível comparar estas áreas e assim relacionar os lados a, b e c do triângulo.

$$c^2 + 4A_{\text{triângulo}} = a^2 + b^2 + 4A_{\text{triângulo}}$$

$$\boxed{c^2 = a^2 + b^2}$$

onde c é a hipotenusa do triângulo retângulo de catetos a e b.

### Comprimento de uma circunferência

Dada uma circunferência, considere os polígonos regulares inscritos nela.

A medida que cresce o número de lados, o polígono  $p_n$  se confunde com a circunferência. Devemos mostrar que existe limite de  $p_n$  para  $n \rightarrow \infty$ , e assim definir o comprimento de circunferência como esse limite.

Para isso usaremos os seguintes lemas:

Lema 1 - No triângulo ABC, sejam D um ponto de AB e E um ponto de AC tais que  $AD=AE$ . Então  $BC \geq DE$ .

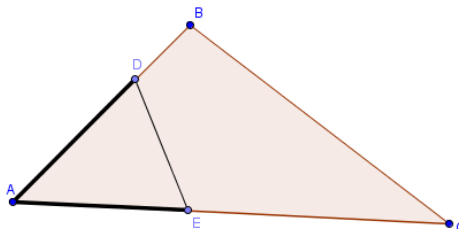
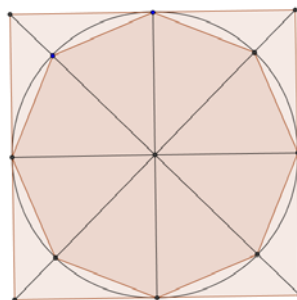


Figura 4: O triângulo AED no interior do triângulo ABC com D em AB e E em AC. Temos que o segmento BC é maior que o segmento DE.

Lema 2 – Dada uma circunferência de raio r, seja  $p_n$  o perímetro do polígono regular de n lados inscrito em C. A seqüência é limitada superiormente.

Consideremos agora um polígono regular inscrito na circunferência e um quadrado circunscrito a mesma como mostra a figura a seguir:



**Figura 5:** A circunferência de raio  $r$  está inscrita em um quadrado de lado  $2r$  e circunscrita a um polígono regular de  $n$  lados.

Temos que o quadrado circunscrito a circunferência tem perímetro  $8r$ . Traçando os segmentos que unem o centro da circunferência aos extremos de  $p_n$  e prolongando esses segmentos de forma que eles interceptem o quadrado circunscrito a circunferência nos pontos  $A_n$ , temos que a soma dos segmentos formados por dois pontos  $A_n$  consecutivos é  $8r$ . Cada pedaço de  $8r$  é maior que cada pedaço de  $p_n$  devido ao lema 1. Assim, a seqüência é limitada superiormente.

Lema 3 – Dada uma circunferência de raio  $r$ , seja  $p_n$  o perímetro do polígono regular de  $n$  lados inscrito em  $C$ . Então  $p_n < p_{2n}$ .

Sejam  $A_1, A_3, A_5, A_7, \dots$  vértices do polígono regular de  $n$  lados inscrito em  $C$ .  
Sejam  $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots$  vértices do polígono regular de  $2n$  lados inscrito em  $C$ .

Pela desigualdade triangular:

$$A_1A_3 < A_1A_2 + A_2A_3$$

$$A_3A_5 < A_3A_4 + A_4A_5$$

$\dots$

Somando todas as desigualdades anteriores, teremos que  $p_n < p_{2n}$ .

Podemos então enunciar o seguinte teorema:

Dada uma circunferência de raio  $r$ , seja  $p_n$  o perímetro do polígono regular de  $n$  lados inscrito em  $C$ . A seqüência  $p_4, p_8, p_{16}, \dots$  é convergente.

Lema 4 – Toda seqüência de números reais limitada e monótona tem limite.

Pelo teorema das seqüências monótonas, a seqüência é crescente e limitada superiormente, e assim ela é convergente.

Definiremos então o comprimento de uma circunferência como o limite dos perímetros  $p_4, p_8, p_{16}, \dots$  dos polígonos regulares de  $2^n$  lados inscritos em  $C$ .

Enunciaremos então o teorema que diz que é constante a razão entre o comprimento de uma circunferência qualquer e o seu diâmetro.

Tome duas circunferências e seus polígonos regulares de  $n$  lados inscritos nas mesmas. Tome os triângulos semelhantes determinados pelos lados desses polígonos e os centros. Temos a seguinte razão:

$$\frac{A_1 A_2}{r} = \frac{A'_1 A'_2}{r'} \quad (\text{multiplique por } n/2)$$

$$\frac{nA_1 A_2}{2r} = \frac{nA'_1 A'_2}{2r'}$$

$$\frac{p_n}{2r} = \frac{p'_n}{2r'}$$

Para todo  $n \geq 3$

$$\frac{p_{2^n}}{2r} = \frac{p'_{2^n}}{2r'}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{p_{2^n}}{2r} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{p'_{2^n}}{2r'}$$

$$\frac{c}{2r} = \frac{c'}{2r'}$$

Assim a constante cuja existência foi demonstrada anteriormente é designada com o símbolo de  $\pi$ , e denominada constante de Arquimedes.

Finalmente enunciaremos o teorema onde o comprimento  $c$  de uma circunferência de raio  $r$  é dado pela fórmula  $c = 2\pi r$ .

Como  $\frac{c}{2r}$  foi definido como uma constante, iremos chamá-la de  $\pi$ , assim

$$\frac{c}{2r} = \pi \text{ e então } c = 2\pi r.$$

## OFICINA DE MÁQUINAS:

### *Atividade com K'nex*

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

*Jayme Alves de Oliveira Neto*

## GRUPO 1

1 – Utilizando o kit K'nex determine as medidas de suas roldanas e exemplos de fatores de transmissão que podem ser obtidos com suas roldanas. De também um exemplo de fator de transmissão que não pode ser obtido utilizando-se das roldanas.

2 – Usando a folha de desenho, crie um “molde” de cada uma das roldanas a partir dos existentes no kit fornecido. Indique também suas dimensões.

3 – O tambor de uma máquina de lavar automática é movido por meio de uma roldana ligada a um motor elétrico. A roldana do motor tem um diâmetro de 2 cm e a do tambor 36 cm. A que velocidade (em rotações por minuto) gira o tambor quando o motor está a 3000 rpm?

## OFICINA DE MÁQUINAS:

### Atividade com Marklin

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

Jayme Alves de Oliveira Neto

## GRUPO 2

1 – Usando a folha de desenho, crie um “molde” de cada uma das roldanas a partir dos existentes no kit fornecido. Indique também suas dimensões.

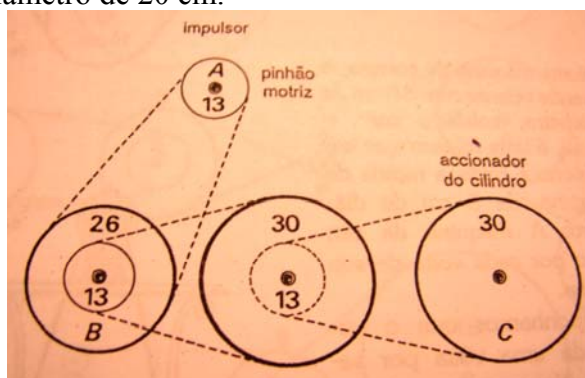
2 – Em um kit de construção, as roldanas existem nos tamanhos: 12 mm, 36 mm, 72 mm e 144 mm.

Indique como utilizá-las para conseguir os seguintes fatores de transmissão:

a)+4                      b)-6                      c)+1/3

3 – A figura mostra um sistema de correntes e rodas dentadas que interligam as partes móveis de uma máquina de cortar grama com motor a gasolina. Determine o fator de transmissão  $t(AB)$  do motor para as lâminas de corte e o fator de transmissão  $t(AC)$  do motor para o cilindro.

O cilindro tem um diâmetro de 20 cm.



A que velocidade rodará o motor quando a máquina avança a uma velocidade de 1m/s? Parta da hipótese de que o cilindro não patina sobre a grama e apresente o resultado em rotações por minuto.

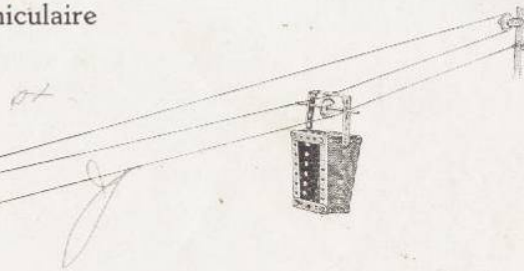
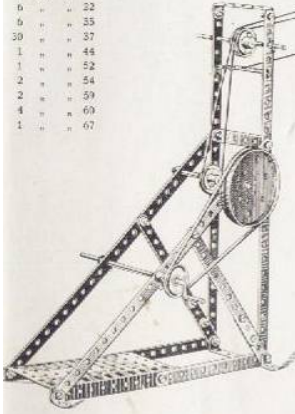
(se construisant avec la boîte No. 1 .. ou 0 | 0a)

Constructions MÄRKLIN No. 1

No. 48 Funiculaire

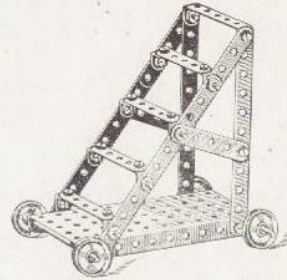
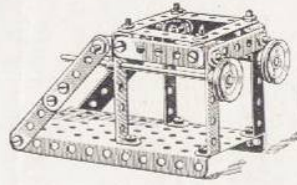
Pièces nécessaires:

4 pièces No. 1
4 " " 2
9 " " 5
7 " " 12
3 " " 15a
1 " " 17
1 " " 19
6 " " 22
6 " " 35
30 " " 37
1 " " 44
1 " " 52
2 " " 54
2 " " 59
4 " " 69
1 " " 67



No. 50 Escabeau roulant

No. 49 Butoir



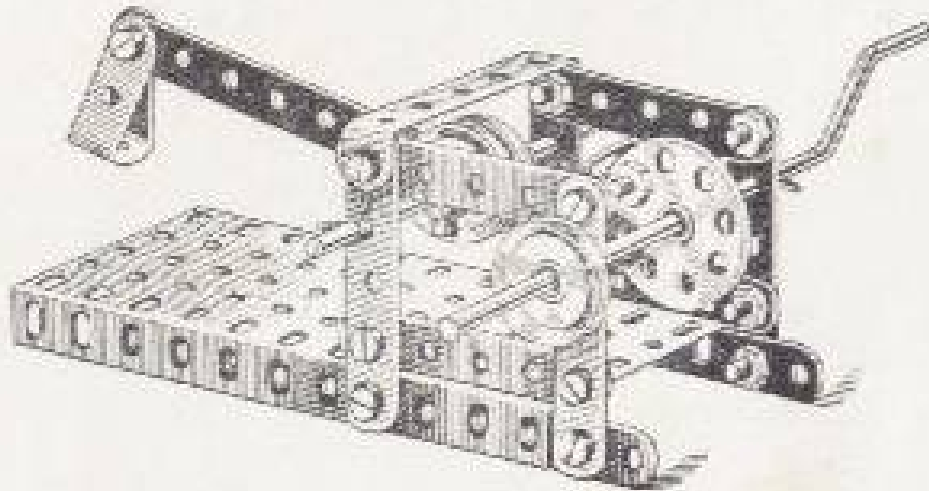
Pièces nécessaires:

1 pièces No. 3	2 pièces No. 22
9 " " 5	23 " " 37
1 " " 10	1 " " 52
6 " " 12	2 " " 59
2 " " 15a	4 " " 60

Pièces nécessaires:

4 pièces No. 2	4 pièces No. 22
8 " " 5	24 " " 37
8 " " 12	1 " " 52
2 " " 15a	1 " " 60

No. 70 Marteau rapide



Pièces nécessaires:

3 pièces No. 2
8 " " 5
1 " " 12
1 " " 15a
1 " " 19
3 " " 22
1 " " 24
3 " " 35
14 " " 37
1 " " 44
1 " " 52
1 " " 60

Le marteau est fixé sur l'arbre 15a par deux poulies No. 22. Un boulon sur le disque à trous met le marteau en action.

## OFICINA DE MÁQUINAS:

### Atividade com instrumentos de desenho

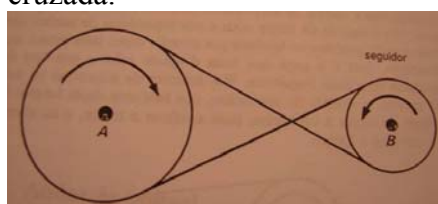
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

Jayme Alves de Oliveira Neto

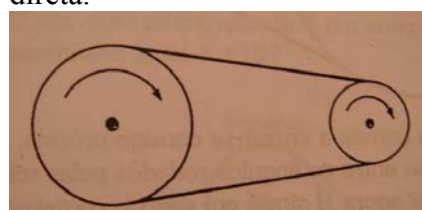
## GRUPO 3

1 – Usando as folhas que foram fornecidas e os materiais de construção (régua e compasso) iremos realizar duas construções:

- Um sistema de polias com a correia cruzada.



- Um sistema de polias com a correia direta.



Faremos essas construções em duas situações:

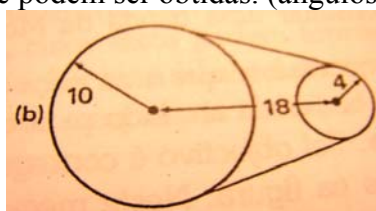
1ª – quando os raios são iguais;

2ª – quando o raio da primeira é o dobro da segunda.

Para cada construção, usaremos uma folha de desenho, ou seja, não faça desenhos pequenos.

Você deverá indicar juntamente com a construção os raios escolhidos, o comprimento das polias, a distância entre elas, qual será o impulsor e o seguidor, qual é o fator de transmissão e a quantidade de correia necessária para que se possa colocá-la em funcionamento.

2 – Faça um esboço (rascunho) do mecanismo da figura abaixo e analise as propriedades geométricas que podem ser obtidas. (ângulos raios, ...)



3 – Determine o comprimento da correia necessária para o sistema de roldanas que se pode observar na figura, onde as medidas estão expressas em centímetros.



Ângulo	Seno	Cosseno	Tangente
0°	0,0000	1,0000	0,0000
1°	0,0175	0,9998	0,0175
2°	0,0349	0,9994	0,0349
3°	0,0523	0,9986	0,0524
4°	0,0698	0,9976	0,0699
5°	0,0872	0,9962	0,0875
6°	0,1045	0,9945	0,1051
7°	0,1219	0,9925	0,1228
8°	0,1392	0,9903	0,1405
9°	0,1564	0,9877	0,1584
10°	0,1736	0,9848	0,1763
11°	0,1908	0,9816	0,1944
12°	0,2079	0,9781	0,2126
13°	0,2250	0,9744	0,2390
14°	0,2419	0,9703	0,2493
15°	0,2588	0,9659	0,2679
16°	0,2756	0,9613	0,2867
17°	0,2924	0,9563	0,3057
18°	0,3090	0,9511	0,3249
19°	0,3256	0,9455	0,3443
20°	0,3420	0,9397	0,3640
21°	0,3584	0,9336	0,3839
22°	0,3746	0,9272	0,4040
23°	0,3907	0,9205	0,4245
24°	0,4067	0,9135	0,4452
25°	0,4226	0,9063	0,4663
26°	0,4384	0,8988	0,4877
27°	0,4540	0,8910	0,5095
28°	0,4695	0,8829	0,5543
29°	0,4848	0,8746	0,5543
30°	0,5000	0,8660	0,5774
31°	0,5150	0,8572	0,6009
32°	0,5299	0,8480	0,6249
33°	0,5446	0,8387	0,6494
34°	0,5592	0,8290	0,6745
35°	0,5736	0,8192	0,7002
36°	0,5878	0,8090	0,7665
37°	0,6018	0,7986	0,7536
38°	0,6157	0,7880	0,7813
39°	0,6293	0,7771	0,8098
40°	0,6428	0,7660	0,8391
41°	0,6561	0,7547	0,8693
42°	0,6691	0,7431	0,9004
43°	0,6820	0,7314	0,9325
44°	0,6947	0,7193	0,9657
45°	0,7071	0,7071	1,0000

Ângulo	Seno	Cosseno	Tangente
46°	0,7193	0,6947	1,0355
47°	0,7314	0,6820	1,0724
48°	0,7431	0,6691	1,1106
49°	0,7547	0,6561	1,1504
50°	0,7660	0,6428	1,1918
51°	0,7771	0,6293	1,2349
52°	0,7880	0,6157	1,2799
53°	0,7986	0,6018	1,3270
54°	0,8090	0,5878	1,3764
55°	0,8192	0,5736	1,4281
56°	0,8290	0,5592	1,4826
57°	0,8387	0,5446	1,5399
58°	0,8480	0,5299	1,6003
59°	0,8572	0,5150	1,6643
60°	0,8660	0,5000	1,7321
61°	0,8746	0,4848	1,8040
62°	0,8829	0,4695	1,8807
63°	0,8910	0,4540	1,9626
64°	0,8988	0,4384	2,0503
65°	0,9063	0,4226	2,1445
66°	0,9135	0,4067	2,2460
67°	0,9205	0,3907	2,3559
68°	0,9272	0,3746	2,4751
69°	0,9336	0,3584	2,6051
70°	0,9397	0,3420	2,7475
71°	0,9455	0,3256	2,9042
72°	0,9511	0,3090	3,0777
73°	0,9563	0,2924	3,2709
74°	0,9613	0,2756	3,4874
75°	0,9659	0,2588	3,7321
76°	0,9703	0,2419	4,0108
77°	0,9744	0,2250	4,3315
78°	0,9781	0,2079	4,7046
79°	0,9816	0,1908	5,1446
80°	0,9848	0,1736	5,6713
81°	0,9877	0,1564	6,3138
82°	0,9903	0,1392	7,1154
83°	0,9925	0,1219	8,1443
84°	0,9945	0,1045	9,5144
85°	0,9962	0,0872	11,4301
86°	0,9976	0,0688	14,3007
87°	0,9986	0,0523	19,0811
88°	0,9994	0,0349	28,6363
89°	0,9998	0,0175	57,2900
90°	1,0000	0,0000	-

## OFICINA DE MÁQUINAS:

### Atividade de resolução de exercícios

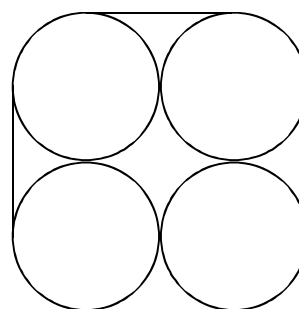
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

Jayme Alves de Oliveira Neto

## GRUPO 4

1- (UFC 2002) A figura ao lado mostra quatro rodas circulares, tangentes duas a duas, todas de mesmo raio  $r$  e circundadas por uma correia ajustada. Determine o comprimento da correia, em termos de  $r$ .

**Obs.: despreze a espessura da correia.**

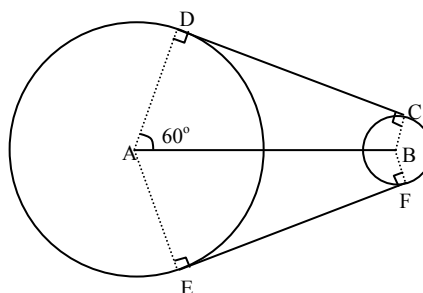


Resp  
 $2\pi r + 8r$

2 - (UEL 1999) Considere o sistema de roldanas circulares, de centros A e B, respectivamente, e as medidas dadas no esquema abaixo. (dado:  $AD=13\text{cm}$ ,  $CB=3\text{cm}$  e  $AB=20\text{cm}$ )

As roldanas estão envolvidas pela correia CDEFC, bem ajustada, que transmite o movimento de uma roldana para outra. O comprimento dessa roldana, em cm, é:

- a)  $\frac{54\pi}{3} + 10\sqrt{3}$
- b)  $\frac{52\pi}{3} + 16\sqrt{3}$
- c)  $\frac{52\pi}{3} + 20\sqrt{3}$
- d)  $\frac{58\pi}{3} + 20\sqrt{3}$
- e)  $\frac{59\pi}{3} + 24\sqrt{3}$

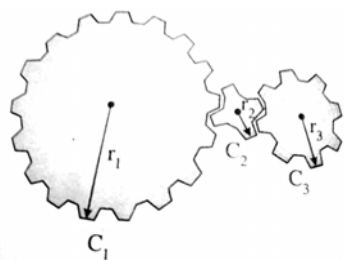


OBS: CD é perpendicular a BC e AD; EF é perpendicular a AE e BF.

Resp d

3 - (UFPE) - Três coroas circulares dentadas  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$  de raios  $r_1=10\text{ cm}$ ,  $r_2=2\text{ cm}$  e  $r_3=5\text{ cm}$  respectivamente estão perfeitamente acopladas como na figura a seguir.

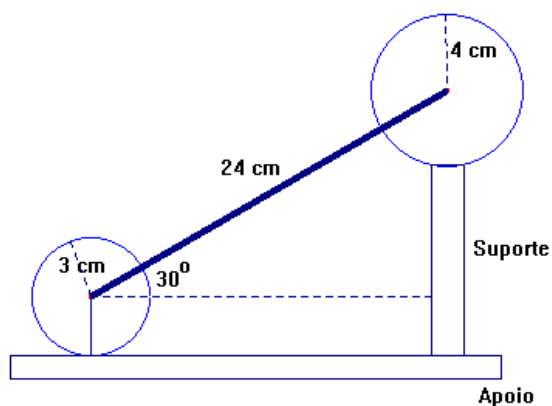
Girando-se a coroa  $C_1$  de um ângulo de  $41^\circ$  no sentido horário, quantos graus girará a coroa  $C_3$ ?



OBS: Considere os raios e não o número de dentes.

Resp  $82^\circ$  ou  $\frac{41\pi}{80} rad$

4 - (PUCCAMP) A figura a seguir é um corte vertical de uma peça usada em certo tipo de máquina. No corte aparecem dois círculos, com raios de 3 cm e 4 cm, um suporte vertical e um apoio horizontal.

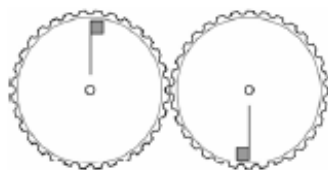


A partir das medidas indicadas na figura, conclui-se que a altura do suporte é:

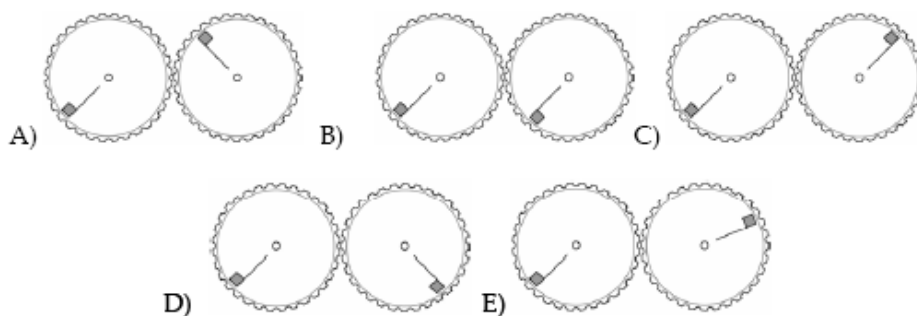
- a) 7 cm      b) 11 cm      c) 12 cm      d) 14 cm      e) 16 cm

Resp b

5 - (OBMEP) José colocou uma bandeirinha em cada um dos dois discos dentados que formam uma engrenagem, como mostra a figura ao lado:



Os dois discos são exatamente iguais. José girou a engrenagem e é claro que as bandeirinhas mudaram de posição. Qual é a nova posição das duas bandeirinhas? Justifique sua resposta.



## OFICINA DE MÁQUINAS:

### *Atividade com bicicleta*

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

*Jayme Alves de Oliveira Neto*

## GRUPO 5

### MATERIAL:

Bicicleta com marchas – Luvas – Tesoura – Fita adesiva

1 – Ponha as luvas e vire a bicicleta. Peça a um amigo para firmar bem. Deixe o pedal na vertical. Marque um ponto no pneu traseiro com a fita.

2 – Coloque uma marcha baixa. A corrente fica numa engrenagem dianteira pequena e numa traseira grande. Gire o pedal uma vez. Anote quantas vezes a roda gira.

3 – Escolha uma marcha alta, com a corrente numa engrenagem dianteira grande e numa traseira pequena. Gire o pedal e anote quantas vezes a roda gira. Veja a diferença.

1 – A “todo terreno” Dawes Wildcat, uma bicicleta de montanha, tem rodas de 26 polegadas e dispõe de 18 regimes diferentes. Para tal, dispõe de três rodas pedaleiras, com 32, 40 e 48 dentes, que impulsionam um grupo de 6 pinhões com, respectivamente, 16, 20, 24, 28, 32 e 36 dentes.

Estabeleça todos os possíveis regimes e escreva-os em ordem crescente, indicando como podem ser conseguidos.

Tente estabelecer a sequência de mudanças de roda pedaleira e pinhão que permitem obter, ordenadamente, todos os regimes a partir do mais baixo.

Determine o melhor rendimento da bicicleta de seu grupo. A partir dele, determine o tamanho da hipotética roda motriz de um velocípede que provocaria o mesmo avanço por uma volta dos pedais.

Faça o mesmo para o menor rendimento.

Calcule a relação de câmbio de uma bicicleta. Conte quantos dentes tem a engrenagem dianteira e quantos tem a traseira sobre as quais passa a corrente.

Divida o total de dentes da dianteira pelo da traseira. Esse é o chamado fator de transmissão.

Se a engrenagem traseira tem 10 dentes e a dianteira 40, a relação é  $40/10$ , 4 ou 4:1.

Trata-se de uma marcha alta, na qual a roda traseira gira 4 vezes quando se gira uma só vez o pedal. Tem quatro vezes mais velocidade, mas só um quarto de força aplicada pelo pedal.

Em marchas baixas, como na relação 2:1, a velocidade é menor, mas ganha-se força.

Marchas altas servem para terrenos planos, as baixas servem para ladeira.

Construa uma tabela indicando os números de dentes das engrenagens dianteira, traseira, o fator de transmissão e o rendimento. Indique também o tipo da bicicleta

(nome)

## OFICINA DE MÁQUINAS:

### *Atividade virtual*

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

*Jayme Alves de Oliveira Neto*

## Construindo o primeiro mecanismo

### Página 1 - Baixando e instalando o geogebra

#### Baixando e instalando o geogebra

Iremos nessa atividade construir o primeiro mecanismo articulado utilizando-se do software Geogebra.

**1º Passo** - Baixe o software geogebra e instale-o em seu computador a partir do site:

<http://www.geogebra.org/download/install.htm>

**2º Passo** - Terminado o Download, execute o arquivo **GeoGebra\_3\_0\_0\_0.exe** e siga os passos para a instalação.

OBS : Talvez você necessite instalar ou atualizar a sua versão do Java em seu computador, caso seja necessário isso pode ser feito pelo site:

[http://www.java.com/pt\\_BR/download/index.jsp](http://www.java.com/pt_BR/download/index.jsp) (apenas se necessário)

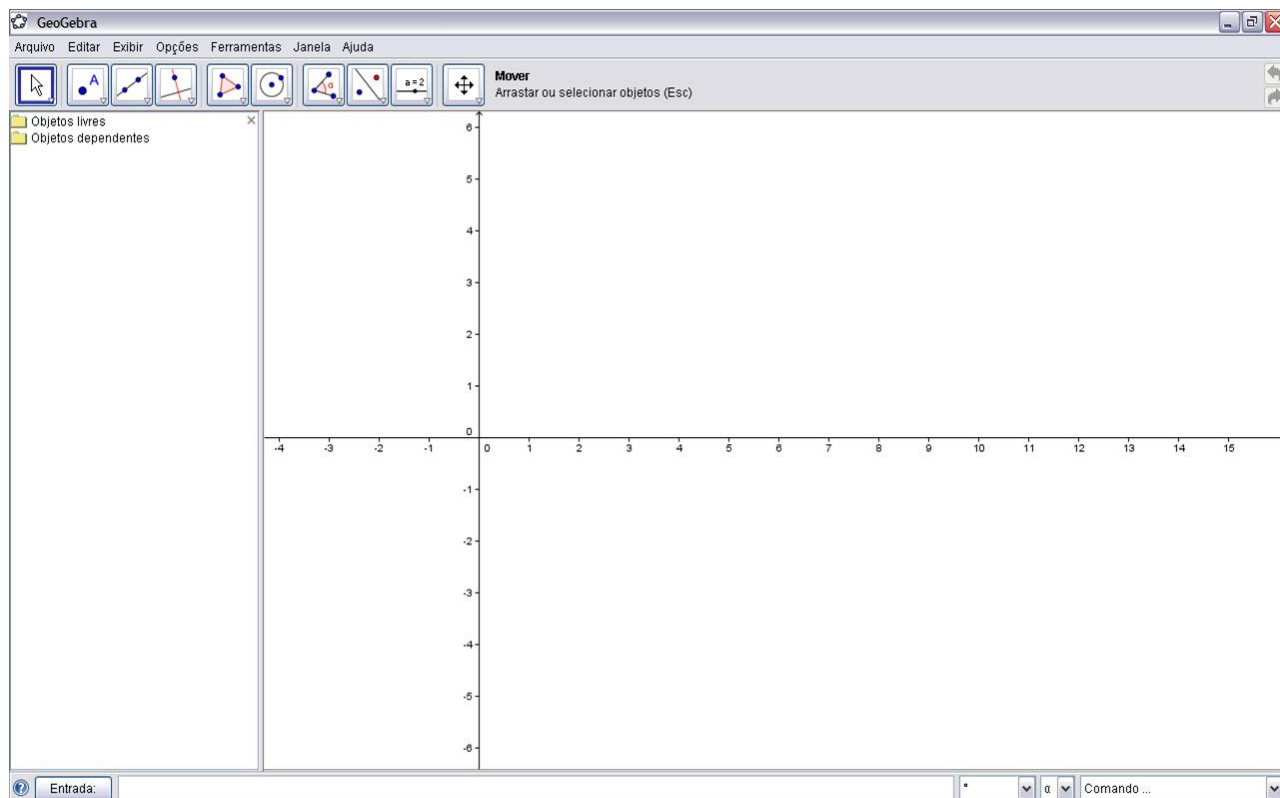
Após ter instalado o Geogebra e executá-lo, clique em continuar para iniciar a construção.

CONTINUAR

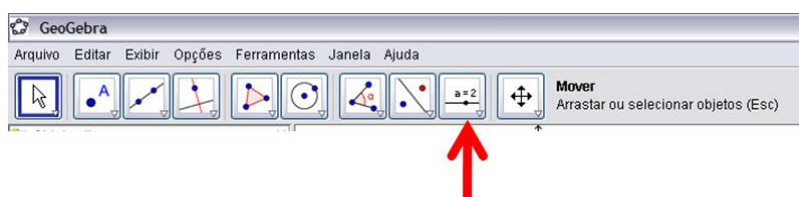
### *Página 2 - Executando o Geogebra*

#### Executando o Geogebra

Ao executar o programa, aparecerá a seguinte tela:

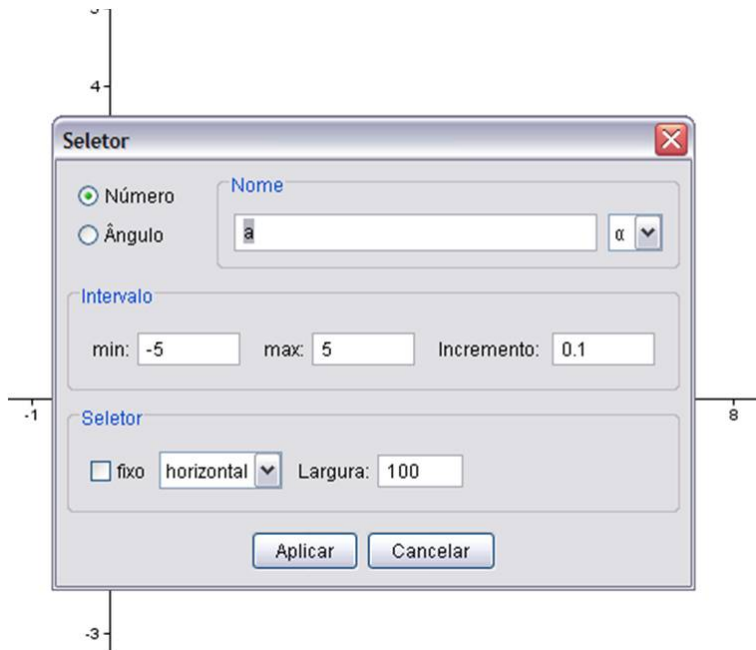


**1o Passo** - Clique no botão seletor.



**2o Passo** - Clique em alguma parte da tela onde se encontram os eixos coordenados. (chamaremos de tela de edição)

Irá aparecer a seguinte caixa de texto:



**3o Passo** - Crie um seletor R1, ele será responsável pelo raio de uma das circunferências.

- Deixe clicada a caixa número;
- Na caixa Nome troque por R1;
- Na caixa min troque por 0.1;
- Na caixa max deixe 5;
- Na caixa incremento deixe 0.1;
- Deixe o resto como está.

**4o Passo** - Crie um seletor R2, ele será responsável pelo raio da outra uma circunferência.

- Deixe clicada a caixa número;
- Na caixa Nome troque por R2;
- Na caixa min troque por 0.1;
- Na caixa max deixe 5;
- Na caixa incremento deixe 0.1;
- Deixe o resto como está.

Teremos então os seletores R1 e R2 a seguir.



**5o Passo** - Clique no botão mover e apontando para os seletores, mude os valores de R1 e R2.

Por exemplo, coloque  $R1 = 3$  e  $R2 = 4.2$

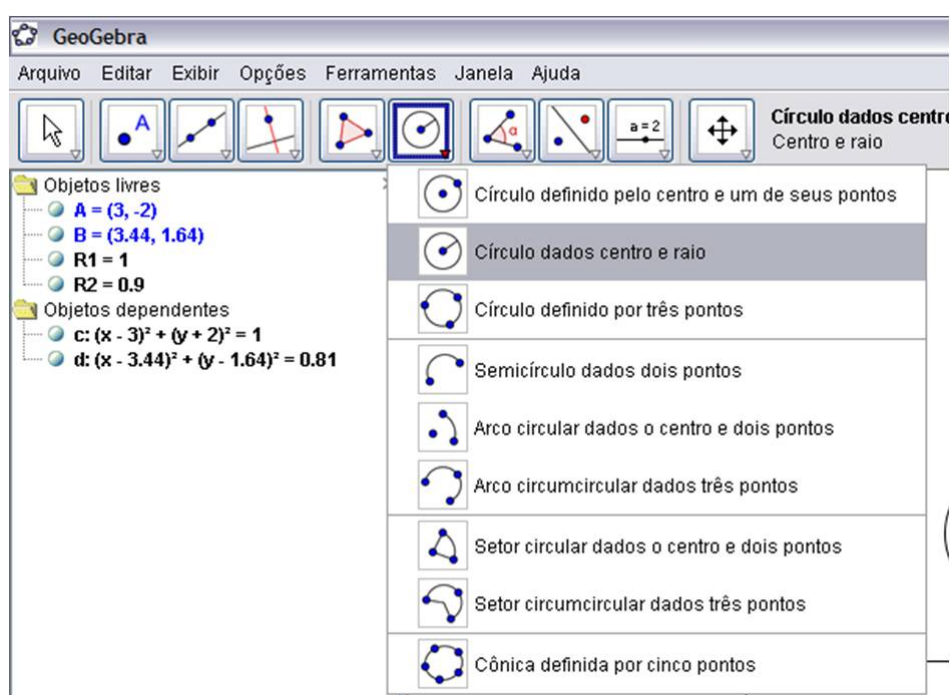
Clique em continuar.

CONTINUAR

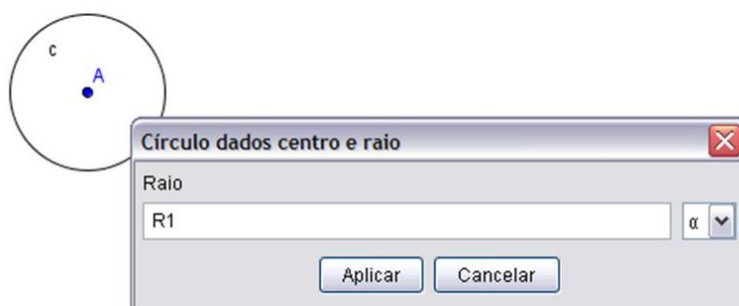
## Página 3 - Criando as circunferências

### Criando as circunferências

**1º Passo** - Clique no botão "círculo dados centro e raio" .



Clique em algum local na tela de edição e quando aparecer a tela pedindo o valor do raio digite R1.



**2º Passo** - Clique em outro local na tela de edição e quando aparecer a tela pedindo o valor do raio digite R2.



Você terá criado duas circunferências com raios R1 e R2.

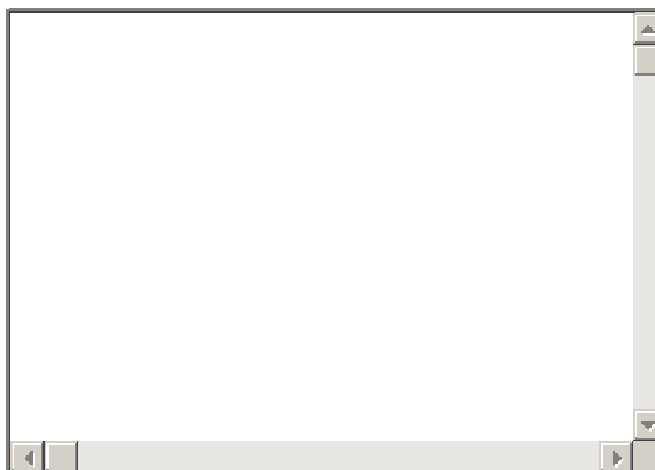
**3º Passo** - Clique no botão Mover  e altere os valores dos seletores. Perceba o que ocorre com as circunferências.

Clique em continuar.

CONTINUAR

Deixe aqui o seu comentário em relação a primeira lição. O que você achou da atividade? O que aconteceu com as circunferências quando modificamos os valores do seletor?

A sua resposta:



Salvar a resposta escrita no box

## Página 5 - Salvando o arquivo

### Salvando o arquivo

Clique em Arquivo - Gravar (Ctrl+S) e salve-o com o nome de:

modelo\_jayme.ggb (troque jayme pelo seu nome)

Envie para o professor para que possa verificar se esta tudo construído corretamente no link que se encontra abaixo do link "Construindo o primeiro mecanismo".

Parabéns, você concluiu a sua primeira lição virtual.

CONCLUIR