UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

REGIANE DE OLIVEIRA GASPAR

O JOGO PEDAGÓGICO ENQUANTO ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO NA INICIAÇÃO ALGÉBRICA DE ESTUDANTES DE 6ª SÉRIE

SÃO CARLOS – SP
2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

REGIANE DE OLIVEIRA GASPAR

O JOGO PEDAGÓGICO ENQUANTO ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO NA INICIAÇÃO ALGÉBRICA DE ESTUDANTES DE 6ª SÉRIE

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas do Centro de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal de São Carlos, como exigência parcial para a obtenção do título de mestre em Ensino de Ciências Exatas (Área: Ensino de Ciências e Matemática), sob a orientação da Professora Doutora Maria do Carmo de Sousa.

SÃO CARLOS
2013

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da Biblioteca Comunitária da UFSCar

G249jp	Gaspar, Regiane de Oliveira. O jogo pedagógico enquanto atividade orientadora de ensino na iniciação algébrica de estudantes de 6ª série / Regiane de Oliveira Gaspar. -- São Carlos : UFSCar, 2013. 96 f. Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2013. 1. Matemática - estudo e ensino. 2. Álgebra. 3. Atividade orientadora de ensino. 4. Jogos educativos. I. Título. CDD: 510.7 (20ª)

Banca Examinadora:

Profa. Dra. Maria do Carmo de Sousa (Orientadora)
DME – UFSCar

Profa. Dra. Regina Célia Grando
USF

Profa. Dra. Denise Silva Vilela
DME – UFSCar

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a meus pais, Maria Regina e Osmir.

Vocês são meu guia, meu alicerce, minha inspiração, meu exemplo e minha vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, que me deu força e paciência para a dedicação do trabalho.

À professora Maria do Carmo de Sousa, que contribuiu não só com as orientações para esta pesquisa, mas também com ensinamentos para toda minha vida.

Às professoras Regina Célia Grando e Denise Silva Vilela, por aceitarem participar da banca.

À minha família que me apoiou no decorrer da pesquisa.

Ao Guilherme que é fundamental em minha vida, sem você nem teria começado esta etapa, obrigada por me aguentar, me ajudar, me apoiar...

Aos meus amigos Aline, Cláudia, Michelle, Wiviane, Patrícia, Vera, Natália, Marina, Suelen, Ana Carolina e André, pelo apoio e principalmente por me ouvirem durante esse tempo.

Aos integrantes do grupo Observatório da Educação (CAPES/INEP): Cristiane, Joana, Maiko, Wania, Gisele, Aline, Joice, Lucas e Marcos, pelas contribuições valiosas.

Aos amigos Ainá, Altair, Natália Barros e Eder pelo apoio, paciência, ajuda e tempo, sem vocês não chegaria até aqui.

À direção da escola estadual Augusto da Silva César e aos pais dos estudantes, por permitirem a realização da pesquisa, pelo apoio e confiança.

Aos estudantes, parte fundamental desta pesquisa, agradeço pela colaboração, apoio e disposição, sem vocês essa pesquisa não existiria. Amo vocês pestinhas.

A Capes e ao INEP e a SEE/SP pelo financiamento.

RESUMO

Esta pesquisa *é* conduzida pela seguinte questão: *quais são as aprendizagens matemáticas que estudantes da 6ª série explicitam quando vivenciam atividades orientadoras de ensino de álgebra mediadas por jogos pedagógicos?* Para tanto, foram propostas Atividades Orientadores de Ensino (MOURA, 2001) a trinta e um estudantes da sexta série do ensino fundamental da rede estadual da cidade de Araraquara, em 2012. As aulas foram filmadas e analisadas na sala onde a pesquisadora é a docente. As atividades propostas envolviam jogos onde os estudantes poderiam rever continuamente seu modo de resolver uma situação-problema, ao mesmo tempo em que adquiriam uma nova linguagem matemática: a algébrica. Para melhor entender os conhecimentos manifestados nas falas dos estudantes, estudou-se as contribuições do jogo como metodologia de ensino, bem como as dificuldades comuns que os estudantes apresentam quando se iniciam na álgebra. Com o acervo adquirido demos um minicurso sobre os jogos e a álgebra. Da análise dos episódios concluiu-se que, por mais que estudantes tenham contato com sequências numéricas e pictóricas, tal entendimento não ocorre de forma natural, muito menos a sua generalização. Também ficou evidente que estudantes ao entrarem em contato, pela primeira vez, com a simbolização algébrica não a encaram como algo prático. Preferem usar a linguagem retórica para resolver situações-problemas que envolvem equações.

Palavras-chave: Iniciação algébrica. Atividade Orientadora de Ensino. Jogo pedagógico.

ABSTRACT

This research is conducted by the following question: what are the mathematics learning that students from the 6th grade when explicit activities guiding experience teaching algebra mediated by an educational game? Thus, we proposed Guiding Teaching Activities (Moura, 2001) to thirty-one students of the sixth grade of the state of the city of Araraquara in 2012. The lessons were videotaped and analyzed. Proposed activities involving games where students could continually revise their way of solving a problem situation, while they acquired a new language of mathematics: algebraic. To better understand the knowledge expressed in the speeches of the students studied the contributions of the game as teaching methodology, as well as the common difficulties that students have when they start in algebra. From the analysis of the episodes concluded that, for most students who have contact with pictorial and numerical sequences, such understanding does not occur naturally, much less its generalization. It was also evident that students on contact, for the first time, with the algebraic symbolization not view it as something practical. Prefer to use rhetorical language to solve problem situations involving equations.

Keywords: Initiation algebraic. Activity Advisor Education. Educational game.

LISTA DE FIGURAS

TABELAS

SUMÁRIO

Introdução

Desde os tempos de escola a matemática me fascina. Lembro-me de que sempre fazia as atividades com facilidade e rapidez, ajudando os colegas nas tarefas e trabalhos. Recordo que minha professora da 7ª série percebeu isso e pedia para que eu a ajudasse em sala, despertando em mim mais ainda a vontade de lecionar. Esta professora sempre nos levava a pensar sobre atividades diferentes que faziam uso de tangram e outros materiais manipulativos, rompendo com um tipo de aula expositiva, a qual usa como recurso didático giz, lousa e lista de exercícios. Foi aí a primeira vez que percebi que podemos aprender a matemática de um modo que não seja somente o de fazer exercícios.

Durante a graduação tinha a curiosidade de estudar mais sobre os materiais manipuláveis. Dessa forma, sempre que os professores me mostravam algo novo ficava encantada com o que os materiais manipulativos podem proporcionar. Foi nesse período que tive meu primeiro contato com os jogos, porém não tive a oportunidade de explorá-los, nem conhecer o seu potencial em sala de aula, durante os estágios.

A paixão pelos jogos surgiu desde criança, ficava horas sentada com minhas amigas diante de jogos de tabuleiro, cartas, computacionais, quebra-cabeças, entre outros. Gostava até de inventar novas regras para tornar o jogo mais emocionante e até criar novas brincadeiras.

Quando comecei a lecionar, no ano de 2006 me deparei com as dificuldades que os alunos tinham diante de certos conteúdos matemáticos como, por exemplo, funções e progressões. Na tentativa de minimizar as dificuldades, lembrei-me dos materiais e recursos diferentes que conhecia e passei a estuda-los de forma que pudessem me auxiliar na sala de aula, no ensino dos conteúdos matemáticos.

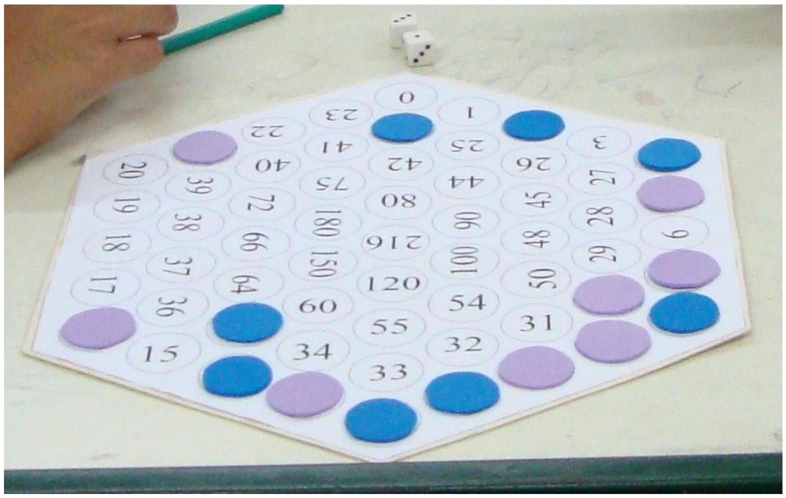
Após algumas buscas por recursos ao ensino da matemática, iniciei os trabalhos com os jogos e comecei a prestar mais atenção nas possibilidades que estes materiais apresentavam durante o desenvolvimento das aulas, como por exemplo, tornar o conteúdo mais atrativo fazendo com que o estudante se concentrasse mais.

Faz-se necessário ressaltar que utilizei jogos como metodologia pela primeira vez em 2009, em turmas de quinta e sexta séries do ensino fundamental. O jogo escolhido foi para fixação de operações com números naturais denominado de Calc

Plus, que é composto por um tabuleiro hexagonal, três dados, com números distribuídos de 0 a 216, e 60 peças, 30 de cada cor.

Produzi dez jogos em papel *paraná* para que ficassem mais parecidos com um tabuleiro "de verdade" e fiz peças em e.v.a, conforme mostra a figura abaixo.

Figura 1: Imagem do jogo produzido



Fonte: Arquivo pessoal

No contexto da sala de aula, solicitava aos alunos que se dividissem em grupos de quatro jogadores, para jogar dupla contra dupla. Os estudantes eram convidados a fazer operações já conhecidas com os números obtidos no dado e marcar um dos resultados possíveis. O objetivo do jogo consiste em colocar cinco peças alinhadas lado a lado.

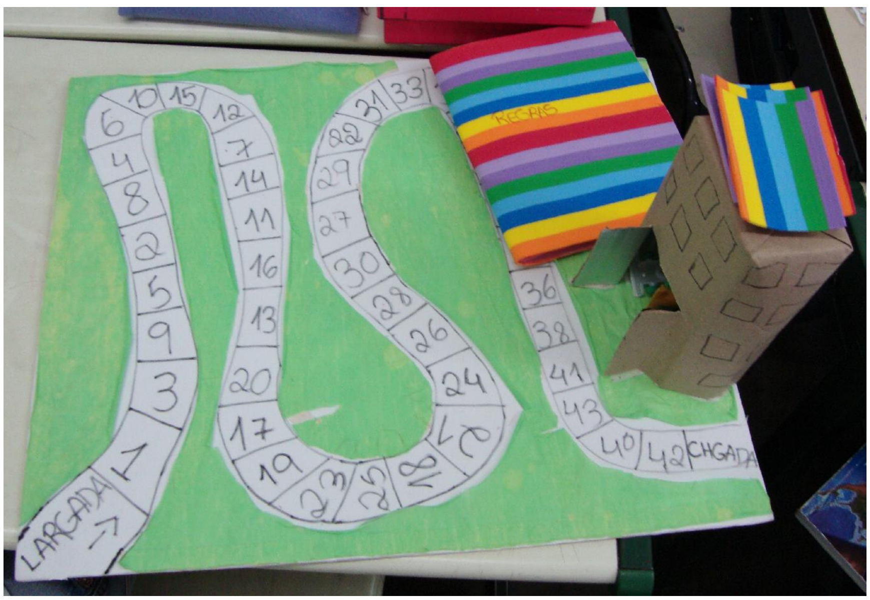
Em alguns grupos o objetivo de alinhar cinco peças não chegou a ser alcançado, pois os estudantes desenvolveram estratégias não só para alinhar suas peças, mas também para não deixar o adversário ganhar, assim, os estudantes passaram a analisar por mais tempo qual seria a melhor opção a ser marcada.

Comecei a perceber que a postura dos alunos nas aulas com jogos era diferente da que tinham nas aulas sem eles. Durante as aulas com jogos, os alunos se organizavam, se concentravam mais, faziam mais perguntas e mostravam-se empolgados. O resultado da experiência foi positivo, pois os estudantes mostraram maior confiança na realização das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Dessa forma, o pedido por parte dos estudantes pela utilização dos jogos nas aulas de matemática era constante. Assim, adotei o jogo como metodologia de ensino para me auxiliar em sala de aula. Nesse período, especificamente, em 2009, apenas pesquisava jogos educativos que pudessem utilizar em sala de aula, sem a preocupação em buscar autores ou embasamento teórico.

A partir das experiências ocorridas em sala de aula, decidi que os próprios estudantes iriam produzir os jogos em grupos, atividade que serviria como revisão dos conceitos aprendidos e assim, revisaria o conteúdo aprendido durante o ano letivo de um modo em que os estudantes deveriam selecionar o que viram de mais importante durante o ano.

Convidei os estudantes para desenvolver os jogos e eles aceitaram o convite. Organizaram-se, escolheram os conteúdos e me surpreenderam com muita criatividade. Dentre os tipos de jogos que apresentaram, havia jogos de tabuleiros, com dados, de cartas, dominó, etc, confeccionado com os mais diversos materiais como e.v.a., caixa de leite e latas de refrigerantes, conforme mostra a figura abaixo.

Figura 2: Jogo produzido pelos estudantes com folha sulfite, cartolina, caixa de leite e e.v.a.



Fonte: Arquivo pessoal

Podemos citar o jogo da memória contendo cartas com operações e cartas com os resultados, a corrida dos queijos contendo um tabuleiro e cartas com perguntas (em algumas casas do tabuleiro é necessário resolver alguma conta, para a casa não jogue uma rodada os alunos chamaram de comer queijo envenenado) e a cidade da matemática contendo problemas retirados do caderno.

Após desenvolver com os estudantes as atividades citadas, meu interesse por jogos aumentou por ver a reação deles diante dos materiais, que mesmo sendo feitos de materiais improvisados ou reciclados eram muito atrativos. Passei a buscar mais jogos que pudessem proporcionar aos estudantes momentos que possibilitassem a eles o uso da imaginação, considerando-se que, após o levantamento de hipóteses e a criação de estratégias diversificadas de resolução de problemas, pudessem aprender os conteúdos matemáticos, como por exemplo, sólidos geométricos.

Em relação ao ensino de álgebra, ministrei em 2008 pela primeira vez, como professora eventual da rede estadual aulas sobre a iniciação algébrica. Na ocasião apenas substituí algumas aulas da docente da sala, corrigindo exercícios e pedindo para que fizessem mais exercícios propostas no livro. Lembro-me de que todos os exercícios eram relacionados com balanças, onde os alunos deveriam achar o valor de um determinado peso colocado em um dos lados, com a orientação da professora. Os estudantes deveriam transformar cada situação em uma equação, o que nem todos compreendiam, achando o valor muitas vezes por tentativa e erro e métodos de contagem, não alcançando o objetivo proposto pelos autores.

Em 2009, quando lecionei para a sexta série do ensino fundamental como professora da sala, desenvolvi as situações de aprendizagem sobre iniciação algébrica propostas pela secretaria estadual nos cadernos dos alunos (SEE/SP, 2009), as quais estão detalhadas no terceiro capítulo desta Dissertação.

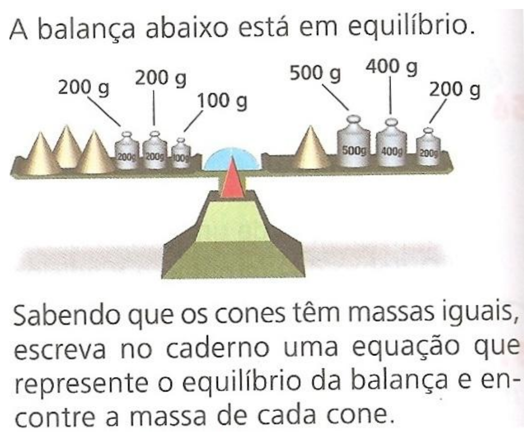
Percebi que apenas dois ou três estudantes compreenderam corretamente o que eu tentava ensinar. A maioria da turma não entendia o que significavam as fórmulas ou por que em cada alternativa a letra x tinha um valor diferente, sempre perguntavam: *qual era o valor do x? Mas no exercício anterior ele não significava outro valor? Por que mudou*? Assim, terminei o bimestre frustrada por não conseguir alcançar meu objetivo: ensinar os estudantes a resolverem situações de aprendizagem e com estudantes decorando estratégias para resolver equações, sem entender.

Sobre esta temática, a iniciação algébrica dos estudantes da Educação Básica, em seus estudos, Panossian (2008) destaca a dificuldade dos alunos em perceber, por exemplo, as diferenças entre a aritmética e a álgebra, bem como o uso das letras, uma vez que, a letra *m* que em aritmética simboliza que a unidade de medida é em metros, em álgebra pode significar o a quantidade de metros.

Em sua pesquisa, Scarlassari (2007) nos aponta algumas das dificuldades dos estudantes, como por exemplo, quando dois números somados resultam em um terceiro número, ou ainda que o que é colocado à direita do sinal de igualdade é o resultado da operação que está à esquerda e, ainda, consideram a comutatividade da subtração e da divisão. Estas ideias podem ser apresentadas em situações-problemas com letras e números, no entanto, os estudantes se perdem e não reconhecem como, quando e porque usar as letras.

Ainda em 2009, lecionando na sétima série, percebi que os estudantes haviam estudado equações na série anterior, mas também não haviam compreendido o que significavam todas aquelas letras e nem sabiam o que fazer com elas. Fiz uma revisão com os exercícios de balança que constavam no livro didático, conforme mostra a figura a seguir e após longos meses finalmente conseguiram entender o que o professor da série anterior havia tentado ensinar.

Figura 3: Exercício de balança utilizado



Fonte: CAVALCANTE, SOSSO, VIEIRA e POLI, 2006, p. 146

Assim, tanto na sexta série, quanto na sétima, fiquei várias semanas fazendo exercícios de revisão, de forma que os estudantes pudessem compreender conteúdos ensinados em anos anteriores. Esta realidade me intriga e por este motivo vivo a me questionar: como ensinar conteúdos algébricos de modo que não seja maçante e repetitivo para os estudantes? Como fazer com que os estudantes entendam o que significa o tal x? Por que para cada caso o x tem um valor diferente? Como os jogos poderiam me auxiliar a ensinar os conteúdos algébricos?

Com tais indagações e na busca de respostas, busquei o programa de Mestrado Profissional em 2011 e, ao mesmo tempo, passei a participar do projeto Observatório da Educação. A partir deste momento, tive a oportunidade de ter acesso aos fundamentos teóricos que conduziram a pesquisa, de forma que pudesse responder a esses questionamentos, que serão abordados nos capítulos a seguir a partir de atividades realizadas em minha sala de aula com os estudantes.

A pesquisa está organizada em cinco capítulos. O primeiro capítulo tem como objetivo apresentar a problemática que gerou essa investigação, desde os motivos de estudar as dificuldades dos estudantes até o porquê da escolha pela utilização dos jogos

Já o segundo apresenta um estudo sobre os jogos: a visão que temos dele na nossa infância e na sociedade, além de suas potencialidades na educação.

No terceiro capítulo apresentamos as dificuldades apresentadas por estudantes quando iniciam a álgebra e como esta se apresenta nos documentos oficiais.

O quarto capítulo trata da metodologia utilizada na pesquisa, descrição dos sujeitos da pesquisa e como foram elaboradas as atividades, além de um minicurso elaborado a partir do material estudado.

Por sua vez, o quinto capítulo traz como ocorreram as atividades em sala de aula e as análises dos episódios ocorridos.

As considerações finais indicam que começar o ensino de álgebra pela regularização das sequências pode não ser o caminho indicado, já que os estudantes ainda não possuem claro o que é uma sequência. Percebemos também que a necessidade de simplificar ocorre, a partir das situações vivenciadas pelo jogo, mas tal entendimento ocorre de forma lenta.

1. Justificativa da Pesquisa

Conforme já apontado anteriormente, a nossa experiência e os estudos de Scarlassari (2007) e Panossian (2008), nos permitem afirmar que, a iniciação algébrica dos alunos deve ser um pouco mais aprofundada por aqueles que ministram as aulas, neste caso, nós professores da educação básica. Percebemos, por exemplo, que os estudantes não conseguem compreender afinal o que é o valor do x, bem como o papel da balança no processo de aprender equações. Na realidade os estudantes nos mostram que o fato de levarmos um material manipulável para a sala de aula, nem sempre garante que, por exemplo, que ensinemos o conceito de variável e o papel que ela assume na equação que é de incógnita.

Para tratar desta problemática buscamos autores como Scarlassari (2007) e Panossian (2008).

Em relação às causas possíveis dos erros dos estudantes, Scarlassari (2007) afirma que:

> Essas dificuldades, segundo nossos estudos, são provenientes de um ensino que privilegia a repetição de conceitos, a aplicação de fórmulas prontas que o aluno decora sem entender, de um trabalho que privilegia a avaliação escrita no final do processo de aprendizagem e não uma avaliação contínua durante todo o processo de aprendizagem, e não permite que o aluno crie e desenvolva seus próprios conceitos sobre os temas estudados (SCARLASSARI, 2007, p.32)

Já para Panossian (2008):

> O processo de formação de um conceito é complexo e não ocorre a partir da proposta de uma determinada situação-problema sendo que aos estudantes devem ser oferecidas oportunidades de não somente aplicar um conceito, mas formá-lo (PANOSSIAN, 2008, p.170)

Scarlassari (2007) apresenta as dificuldades dos estudantes em seis categorias: tradução literal, variável, operacionalidade, unidade, linguagem e campo de variação. Para Panossian (2008), as dificuldades estão relacionadas à ligação que os estudantes fazem da álgebra com a aritmética, procurando operar e considerar as mesmas regras, ao uso incorreto das letras e variáveis e a não generalização.

Dessa forma, com base nas necessidades dos estudantes, nos estudos realizados sobre as dificuldades deles e sem ignorar o material disponibilizado pela rede estadual, procuramos elaborar atividades de ensino sobre álgebra que norteassem a iniciação algébrica dos estudantes.

Vale a pena ressaltar que, a Atividade Orientadora de Ensino (AOE) foi escolhida, para o desenvolvimento desta pesquisa, em detrimento das situações de aprendizagem propostas nos livros enviados pela Secretaria da Educação, por ser intencional, e ainda, a AOE

> Tem uma necessidade: ensinar; tem ações: define o modo ou procedimentos de como colocar os conhecimentos em jogo no espaço educativo; e elege instrumentos auxiliares de ensino: os recursos metodológicos adequados a cada objetivo e ação (livro, giz, computador, ábaco etc.). E, por fim, os processos de análise e síntese, ao longo da atividade, são momentos de avaliação permanente para quem ensina e aprende. (MOURA, 2001, p. 155)

Por AOE entendemos "aquela que se estrutura de modo a permitir que os sujeitos interajam, mediados por um conteúdo negociando significados, com o objetivo de solucionar coletivamente uma situação problema" (MOURA, 2001, p.155).

Nela "podemos compreender que o estudante, ao apropriar-se dos conhecimentos objetivados no currículo escolar, é também objeto na atividade de ensino do professor" (KUZMINA[1], 1987 apud MOURA, 2010, p. 218) e ainda "na Atividade Orientadora de Ensino, ambos, professor e aluno, são sujeitos em atividade e como sujeitos se constituem como indivíduos portadores de conhecimentos, valores e afetividade que estarão presentes no como realizarão as ações que têm por objetivo um conhecimento de qualidade nova" (MOURA, 2010, p. 218).

Nessa perspectiva, as AOE se materializarão, metodologicamente, através do jogo, pois este é considerado a ferramenta na ação pedagógica (MOURA, 1996) que possibilita aos estudantes aproximarem-se do conhecimento científico, neste caso, conhecimento algébrico.

A partir dos pressupostos apresentados, definimos que o objetivo da pesquisa é analisar as falas de estudantes do 7º ano, bem como a interação entre professor e aluno, para compreendermos os possíveis conhecimentos que podem se manifestar enquanto vivenciam atividades de ensino de álgebra mediadas por um jogo pedagógico. A questão que conduz a pesquisa está assim definida: *quais são as aprendizagens matemáticas que estudantes da 6ª série explicitam quando vivenciam atividades orientadoras de ensino de álgebra mediadas por jogos pedagógicos?*

Aqui, os conhecimentos serão manifestados a partir das falas dos estudantes. Ao mesmo tempo, o jogo se configura enquanto expressão da AOE, em termos

[1] KUZIMINA, N. **Ensayo sobre la psicologia de la atividade del maestro**. Tradução de Rosário Bilbao Crespo. Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1987.

metodológicos e é entendido enquanto um mediador entre o conteúdo que se quer ensinar, por exemplo, a incógnita e o conhecimento escolar que os alunos já têm. Por ser utilizado no processo de ensino-aprendizagem, o jogo é pedagógico (GRANDO, 1995).

A pesquisa tem como objetivos específicos: estudar os diferentes tipos de jogos para compreender as potencialidades do jogo em sala de aula; estudar as possíveis dificuldades que estudantes possam ter na iniciação algébrica para abordá-las (e tentar supri-las) durante o desenvolvimento das atividades de ensino; criar um jogo com base nos estudos acerca de jogos e as características dos estudantes.

As atividades foram aplicadas em um sétimo ano de uma escola pública da cidade de Araraquara, onde a pesquisadora é a docente da turma.

Um dos jogos, como veremos no capítulo quatro foi criado por não encontrarmos um jogo pronto que se adequasse às necessidades da professora e dos estudantes em relação ao estudo de sequências. Como muitos jogos foram pesquisados vimos a necessidade de divulgar o acervo encontrado e o jogo recém criado para os demais docentes para que também pudessem utilizá-los e para discutir sobre o ensino de álgebra, o que será detalhado no quinto tópico do quarto capítulo.

Desse modo, para melhor entender sobre a importância dos jogos na educação e seus diversos tipos, apresenta-se no próximo capítulo um estudo mais detalhado sobre eles.

2. Por trás do Lúdico

Este capítulo apresenta o jogo em suas diversas perspectivas, desde a presença do lúdico na infância, sua definição e sua importância ao longo da história até chegar a ser considerado uma metodologia de ensino.

2. 1. Jogos na Infância

Se lembrarmos de nossa infância, recordaremos dos jogos e das brincadeiras, afinal "a criança é um ser que brinca/joga, e nada mais" (CHATEAU, 1987, p.14).

Quando começamos a falar de jogo uma pergunta logo nos vem à cabeça, afinal o que é jogo?

Pelas palavras de Huizinga (2010) podemos dizer que cada civilização designou uma palavra diferente para definir o que é o jogo, conforme indicamos abaixo:

> [...] jogo é uma atividade ou ocupação voluntária, exercida dentro de certos e determinados limites de tempo e de espaço, segundo regras livremente consentidas, mas absolutamente obrigatórias, dotado de um fim em si mesmo, acompanhado de um sentimento de tensão e de alegria e de uma consciência de ser diferente da "vida quotidiana" (HUIZINGA, 2010, p.34).

Pode ser ainda considerado:

> [...] atividade livre, conscientemente tomada como "não-séria" e exterior à vida habitual, mas ao mesmo tempo capaz de absorver o jogador de maneira intensa e total. É uma atividade desligada de todo e qualquer interesse material, com a qual não se pode obter qualquer lucro, praticada dentro de limites espaciais e temporais próprios, segundo uma certa ordem e certas regras (HUIZINGA, 2010, p.16).

Já Caillois (1990), assim como o autor citado acima define o jogo como atividade livre, delimitada (tem limites de espaço e tempo), incerta (não podemos prever o que ocorrerá), improdutiva (não gera bens), regulamentada e fictícia. Freire (2005, p.121) descreve o jogo como "uma atividade em que as coisas são feitas sem que precisem ser feitas, porque não se distingue nela um compromisso objetivo com algo exterior ao jogador".

2.2. Jogos na História e na Cultura

Os jogos sempre foram algo inerente ao ser humano, segundo Almeida (1990) povos primitivos utilizavam o lúdico em suas atividades cotidianas onde todos participavam:

> O corpo e o meio, a infância e a cultura adulta faziam parte de um só mundo. Esse podia ser pequeno, mas era eminentemente coerente, uma vez que os jogos caracterizavam a própria cultura, a cultura era a

> educação, e a educação representava a sobrevivência (ALMEIDA, 1990, p.19).

O autor ainda diz que, Platão já defendia a utilização de jogos na educação das crianças seja cultural ou moral, ajudando a criança a formar sua personalidade e seu caráter, e, principalmente defendia os jogos no ensino de matemática dizendo todas as crianças deveriam estudar matemática, pelo menos no grau elementar, introduzido desde o início em forma de jogo (ALMEIDA, 1990).

Quanto a outros povos, Almeida (1990) diz que

> Mesmo entre os egípcios, romanos, maias, os jogos serviam de meio para a geração mais jovem aprender com os mais velhos valores e conhecimentos, bem como normas dos padrões de vida social. Com a ascensão do cristianismo, os jogos foram perdendo seu valor, pois eram considerados profanos e imorais e sem nenhuma significação (ALMEIDA, 1990, p.20).

Coube aos jesuítas, a partir do século XVI, a tarefa de recolocar os jogos em seu papel educativo, formalizando regras e utilizando-os na aprendizagem de ortografia e gramática. Rabelais também defendia a utilização dos jogos principalmente no ensino da geometria e da aritmética através de cartas e fichas com desenhos (ALMEIDA, 1990).

Educadores, pesquisadores e teóricos também deram a devida importância aos jogos, surgindo assim, segundo Alves (2007), o jogo educativo no século XVI. Ainda segundo a autora, os jogos de exercícios físicos passam a ter uma maior atenção no século XVII, sendo sua ascensão no século XVIII como preparador de atividades militares.

Assim,

> A educação lúdica esteve presente em todas as épocas, povos, contextos de inúmeros pesquisadores, formando, hoje, uma vasta rede de conhecimentos não só no campo da educação, da psicologia, fisiologia, como nas demais áreas do conhecimento. A educação lúdica integra uma teoria profunda e uma prática atuante. Seus objetivos, além de explicar as relações múltiplas do ser humano em seu contexto histórico, social, cultural, psicológico, enfatizam a libertação das relações pessoas passivas, técnicas para as relações reflexivas, criadoras, inteligentes socializadoras, fazendo do ato de educar um compromisso consciente intencional, de esforço, sem perder o caráter de prazer, de satisfação individual e modificador da sociedade. Retomando Makarenko, "o jogo é tão importante na vida da criança como é o trabalho para o adulto", daí o fato de a educação do futuro cidadão se desenvolver antes de tudo no jogo (ALMEIDA, 1990, p.31).

Brenelli (1996) complementa dizendo que "A importância dada ao fato de a criança aprender divertindo-se é muito antiga. Surge com os gregos e romanos, mas é com Fröebel que os jogos passam a fazer parte central da educação, constituindo o ponto mais importante de sua teoria" (BRENELLI, 1996, p.19) e, citando sua dissertação, nos diz que "Educadores como Dewey, Decroly, Claparède, Montessori consideram o jogo importante para o desenvolvimento físico, intelectual e social da criança, divulgando a importância deste nas escolas".

Caillois (1990) comenta que para Chateau

> [...] o jogo é muito mais um teste do que um exercício. A criança não se prepara para uma atividade definida. Mercê do jogo, adquire uma capacidade mais ampla para tornear obstáculos e para fazer face a dificuldades... de uma forma geral, o jogo surge como educação (sem um fim previamente determinado) do corpo, do caráter ou da inteligência. Sob este aspecto, quanto mais o jogo se afasta da realidade, maior é o seu valor educativo. E isto porque não segue receitas, fomenta aptidões (CAILLOIS, 1990, p.193).

Falando sobre a utilização do lúdico no ambiente escolar, Aguiar (2004) nos diz que Brougère nos previne que:

> [...] quando o jogo é utilizado pelo professor com criança/adolescente, como meio para aquisição de conhecimentos e aprendizagens, o educador deve tomar cuidado para que o lúdico não se desconfigure e se perca, ao deixar de ser um fim em si mesmo, para se tornar uma ferramenta educacional, utilizada pelo professor para atrair o aluno para as aprendizagens escolares (AGUIAR, 2004, p.35).

Com o estudo dos jogos e sua importância na infância em mente podemos agora nos aprofundar em seu papel na educação.

2. 3. Jogos e a Educação

O recurso dos jogos para o ensino de matemática é indicado nos Parâmetros Curriculares Nacionais:

> Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas (BRASIL, 1998, p. 46).

Pesquisas como as de Mattos (2009), Mendes (2006) e Raupp (2009) ressaltam a importância dos jogos na Educação, mais precisamente na Educação Matemática. A investigação de Mattos (2009) teve por objetivo investigar a relação de jogos com a construção de conceitos matemáticos em estudantes do ensino fundamental. O autor diz que:

> [...] a análise dos achados da pesquisa possibilitou a identificação da importância pedagógica dos Jogos no Ensino da Matemática e sua contribuição na construção de conceitos nessa área, permitindo, também, a reflexão sobre a forma como os Jogos são trabalhados em sala de aula, onde, muitas vezes, são aplicados como jogos de exercícios e não como Jogos de construção (MATTOS, 2009, p.6).

Afirma ainda que:

> Como o jogo vai gradativamente aumentando o grau de dificuldades, exigindo maior atenção e reflexão em cada jogada, proporciona um universo repleto de alternativas que possibilitam a aprendizagem, desde que explorado devidamente. Assim, os educandos, através dos jogos, têm, a sua volta, um horizonte amplo para desenvolverem comportamentos e atitudes, reflexão e críticas que lhes proporcionem amadurecimento e, consequentemente, contribuam de forma positiva na aprendizagem, sendo uma rica atividade na construção de conceitos matemáticos (MATTOS, 2009, p.139).

Mendes (2006, p.131) em seus estudos, afirma que: “A ludicidade deixa de ter a concepção ingênua de passatempo e passa a ser uma necessidade do ser humano”.

Já Raupp (2009, p. 13), investigou “que modalidades de interação podem ser propiciadas pelo jogo para promover o aprendizado e o desenvolvimento dos estudantes?”.

Ao tratarmos de jogos no ensino, não há como desconsiderar os tipos de jogos. Usamos a definição de Grando (1995) sobre o jogo pedagógico que engloba os outros tipos, sendo usados no processo de ensino-aprendizagem, que é exatamente o que propomos nesta pesquisa.

Vale ressaltar que, segundo Smole, Diniz e Milani (2007), o erro que muitas vezes nas aulas são tidos como uma não aquisição correta do conceito, no jogo não é entendido como algo ruim ou negativo, mas como uma forma natural de rever as ações das jogadas para melhorar o planejamento do que fazer possibilitando assim a aquisição de novos conhecimentos, assim, durante o jogo, o cálculo de uma conta feita de modo incorreto não é encarado de modo negativo pelo estudante como seria em uma situação fora do jogo.

O jogo mediando o ensino e a aprendizagem de conteúdos algébricos

Quando tratamos da iniciação algébrica encontramos trabalhos como os de Rodrigues (2008) e Panossian (2008) que mostram que é possível ensinar álgebra através de jogos.

Panossian (2008) fez uso de várias atividades, entre elas, o jogo Fantan. Através dele a autora desenvolveu aulas que envolvem os conteúdos de divisão; expressões aritméticas e algébricas e, construção de tabelas, fazendo o uso da variável, número geral, relação e funcional.

Já Rodrigues (2008) utilizou dois jogos ao desenvolver o seu trabalho. O primeiro, de criação própria, foi o quarteto super-trunfo utilizado para desenvolver a generalização e a percepção de padrões e sequências. O segundo jogo foi intitulado de contato do 1º grau, criado para desenvolver atividades sobre a resolução de equações do 1º grau e cálculo mental.

Diferentemente dos trabalhos anteriores, Oliveira (2004) analisou a utilização de um jogo em que os estudantes deveriam codificar e decodificar uma situação problema para abordar a construção de significados da linguagem algébrica.

Seixas e Pedroso (2008), por sua vez, mostraram o quanto um jogo pode auxiliar como metodologia para a compreensão da álgebra utilizando diversos jogos propostos em livros didáticos em sala de aula.

Já Barros (2007) analisou se a utilização de jogos computacionais contribuiu significativamente para a aprendizagem da linguagem algébrica em estudantes de 6ª série do ensino fundamental.

E Araújo (2004) analisou aplicações de um jogo por professores para verificar o uso que fazem de jogos em sala de aula relacionados com o ensino de álgebra.

Todas as pesquisas apresentadas tratam do jogo como uma metodologia de ensino, apresentando suas contribuições em sala de aula de diversos modos. Além dessa perspectiva consideramos também neste trabalho que o jogo pode ser usado durante o processo de ensino-aprendizagem da álgebra, enquanto uma AOE.

Neste trabalho, queremos utilizar as potencialidades do jogo em sala de aula. Assim, nos aproximamos das demais pesquisas quando utilizamos o jogo no processo de ensino-aprendizagem, mas aqui fazemos do jogo o ponto de partida para desencadear situações que propiciem a mobilização de conhecimentos ou um novo conhecimento.

O jogo pode ser considerado uma AOE, pois tem sua intencionalidade, um propósito pedagógico. Nessa perspectiva, a criança deve lidar com os conceitos matemáticos na forma de uma situação-problema (MOURA et. al., 2010).

Vale a pena ressaltar que, nesta pesquisa o conceito de mediação está sendo usado a partir dos estudos de Bernardes e Moura (2009). Para os autores “as ações humanas direcionadas a um determinado fim têm um caráter mediador por fazer uso de instrumentos elaborados pelo homem ao longo de sua história. O caráter mediador dos instrumentos torna-se elo intermediário entre o sujeito e o objeto da atividade humana” (BERNARDES; MOURA, 2009, p.466).

Desse modo, um estudo sobre o ensino de álgebra faz-se necessário, assim, no próximo capítulo apresentamos um estudo sobre a iniciação algébrica incluindo-se aí, as propostas presentes nos documentos oficiais (PCN e Proposta Curricular).

3. Iniciação Algébrica

A linguagem matemática (com signos e significados) é fruto da generalização e abstração das necessidades do ser humano. Os conteúdos e conceitos algébricos presentes nessa linguagem não são tão naturais de se entender (PANOSSIAN, 2008).

A invenção do zero, por exemplo, foi um grande marco que tornou possível o desenvolvimento da álgebra. Segundo a mesma autora, muitos foram os que estudaram e divulgaram a álgebra. Al-Khowarizmi fez uso da álgebra através de problemas ligados ao dia-a-dia e com linguagem comum surgindo daí o termo álgebra referindo-se à transposição de termos (PONTE; BRANCO; MENDES, 2009) enquanto Euclides fazia uso de segmentos para representar o desconhecido.

Já Diofanto utilizou palavras e abreviaturas. Foi o precursor da álgebra sincopada. Os egípcios usavam a palavra AHÁ, que significa montão. Viète utilizou letras, por isso é considerado o pai da álgebra, mas foi Descartes que divulgou essa linguagem. Durante o Renascimento esse simbolismo ganhou grande importância tornando-se uma necessidade (PANOSSIAN, 2008).

Assim, a linguagem da álgebra simbólica que conhecemos a partir da escola, a qual prioriza a variável letra, não foi criada imediatamente ela passou pelas fases retórica, sincopada e simbólica (LANNER DE MOURA; SOUSA, 2005). Em cada uma dessas fases a variável era explicitada de diferentes formas: palavra, mistura entre palavras, letras e números e letra. Compreender a transição entre essas fases é fundamental para o estudante, que tem por naturalidade seu modo próprio de se expressar em sua língua materna e não matemática. Assim, considerar os conhecimentos manifestos pelo estudante, enquanto aprende a linguagem simbólica é crucial para que ele entenda os objetivos de se aprender álgebra,

Vale a pena ressaltar que, Scipione Del Ferro foi quem resolveu primeiramente uma equação de 3º grau, porém não o publicou. Esse mesmo feito foi realizado por Tartaglia, mas foi Cardano quem publicou. Já a equação do 4º grau foi resolvida por Ferrari. O primeiro a afirmar que uma equação de grau *n* tem *n* soluções foi Girard, no que hoje conhecemos por Teorema Fundamental da Álgebra (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

Segundo Panossian (2008), “o uso de símbolos permite a eliminação de informação supérflua e um empenho a gerar outros conceitos matemáticos” (KIERAN[2] apud PANOSSIAN, 2008, p.57). A autora ainda nos diz que um dos erros mais antigos e ainda cometidos por professores é tentar passar essa ideia de facilidade da álgebra aos estudantes desde o primeiro contato:

> [...] há que se pensar no movimento lógico-histórico dos conceitos algébricos. A linguagem algébrica que se apresenta é uma construção baseada na experiência histórica da humanidade. Não é desvinculada do pensamento algébrico, e seu ensino deve estar diretamente atrelado a ele, bem como os processos de generalização, abstração e formação de conceitos algébricos (PANOSSIAN, 2008, 57-58).

Assim, considera-se que o modo como o professor ensina está ligado a concepção que este faz da álgebra. Panossian (2008) apresenta algumas concepções da álgebra de autores como Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) e Usiskin (1995):

Para Fiorentini, Miorim e Miguel[3] (1993 *apud* PANOSSIAN, 2008) existe a concepção processológica (a álgebra é um conjunto de técnicas pra resolver problemas), a concepção linguístico-estilística (a álgebra é uma linguagem específica que distingue pensamento e expressão), a concepção linguistico-sintático-semântica (a álgebra é uma linguagem que exige compreensão de signos e símbolos) e a concepção linguístico-postulacional (a álgebra é uma linguagem simbólica que tem alto grau de abstração e generalização).

Já para Usiskin[4] (1995 *apud* PANOSSIAN, 2008) temos a aritmética generalizada (as variáveis são generalizações de modelos e padrões), o estudo para resolver certos tipos de problemas (as variáveis são incógnitas o que implica numa diferença entre as operações da aritmética e da álgebra), o estudo de relações entre grandezas (as variáveis são letras dependentes e independentes) e o estudo de estruturas (as variáveis são como objetos arbitrários).

Ligadas a essas concepções existem algumas tendências de ensino no Brasil que são: a tendência linguístico pragmática (predominante no século XIX e ligada à terceira concepção voltada para o treinamento para resolver problemas), a tendência

---

[2] KIERAN, C. Duas abordagens diferentes entre os principiantes em álgebra. In: COXFORD, A. SHULTE, A. (Orgs.). **As ideias da álgebra.** Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

[3] FIORENTINI, D.; MIORIM, M,A,; MIGUEL, A. Contribuições para um repensar... a Educação algébrica elementar. **Pro-Posições,** v.4, n.1 [10], p. 78-91, mar.1993.

[4] USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilização das variáveis. In: COXFORD, A.; SHULTE, A. (Orgs.). **As ideias da álgebra.** Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995

fundamentalista estrutural (décadas de 70 e 80, com o Movimento da Matemática Moderna, buscando propriedades para justificar o transformismo algébrico concebendo a álgebra como geradora de outros ramos da matemática escolar) e a tendência fundamentalista-analógica (também ligada à terceira concepção, é uma junção das tendências anteriores fazendo uso de recursos visuais).

Por fim, para Lins e Gimenes[5] (1997 *apud* PANOSSIAN, 2008) existe a concepção letrista (a álgebra é um cálculo feito com letras), a concepção letrista facilitadora (a álgebra faz uso de situações concretas e materiais manipulativos), a concepção concreta (o ensino de álgebra parte de uma situação real) e o conhecimento algébrico no sentido de esclarecer ou organizar uma determinada situação (a álgebra dá sentido a situações e ajuda a resolvê-las).

Vale ressaltar que ao construirmos os dados da pesquisa com os estudantes em sala de aula, consideramos as situações de aprendizagem que tinham como objetivo convidar os estudantes a fazer generalização de padrões. Esse início é apontado por autores como Souza e Diniz (2008) e Sessa (2009), como ideal para a iniciação algébrica dos estudantes.

Para Souza e Diniz (2008) iniciar o estudo da álgebra pelas regularidades “permite que as letras surjam de modo natural” (SOUZA; DINIZ, 2008, p.11). Nesse sentido, Sessa (2009) defende que o início pelas sequências garante a produção de fórmulas para contá-las. Estas ideias tem feito parte dos documentos oficiais que chegam às escolas.

3.1. A Iniciação Algébrica indicada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) foram disponibilizados às escolas em 1999, ou seja, quase dez anos antes da atual proposta curricular do estado de São Paulo chegar às escolas.

Assim, de acordo com os PCN “o estudo da Álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas” (BRASIL, 1998, p. 115).

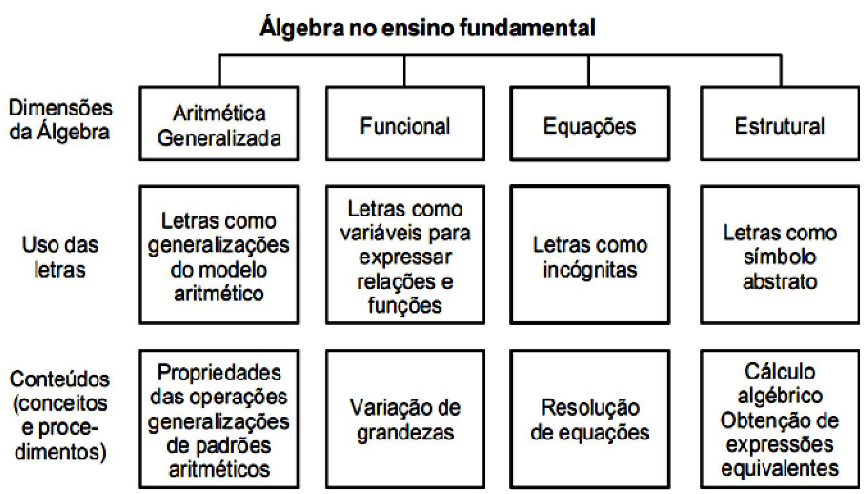
---

[5] LINS, R.C., GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. São Paulo: Papirus, 1997.

Alertam-nos ainda que, a ênfase dada a esse conteúdo não está correta de acordo com resultados de exames nacionais que apontam grandes dificuldades dos alunos nessa área e que, em função disso, muitos professores propõem uma série de exercícios repetitivos aos estudantes sacrificando outros conteúdos matemáticos que deveriam ser abordados. Assim, os PCN defendem que a iniciação algébrica deve começar no terceiro ciclo com o estudo de padrões e fórmulas, uma vez que aritmética, álgebra e geometria estão associadas, tornando a aprendizagem mais significativa.

O documento ainda traz um quadro com as várias interpretações da álgebra escolar e nos diz que as dimensões indicadas devem ser desenvolvidas, articuladamente, nos terceiro e quarto ciclos.

Figura 4: A álgebra no ensino fundamental



Fonte: BRASIL, 1998, p.116

Quanto à noção de variável, os PCN indicam que não tem sido explorado corretamente, em sala de aula. Assim, estudantes de primeiro e segundo ciclos, da Educação Básica concluem os estudos sem entender o conceito, acreditando que a letra é apenas uma incógnita e não compreendem o que representam:

> A introdução de variáveis para representar relações funcionais em situações-problema concretas permite que o aluno veja uma outra função para as letras ao identificá-las como números de um conjunto numérico, úteis para representar generalizações. Além disso, situações-problema sobre variações de grandezas fornecem excelentes contextos para desenvolver a noção de função nos terceiro e quarto ciclos [...] (BRASIL, 1998, p.118).

Sabendo como a iniciação algébrica é indicada em nível nacional, podemos agora analisar melhor como é recomendada do estado de São Paulo.

O material dos estudantes é constituído de livro didático e caderno do aluno. Ambos são distribuídos aos estudantes, mas não possuem a mesma abordagem, já que o caderno do aluno é distribuído a toda rede estadual, enquanto o livro didático é escolhido por Diretoria de Ensino, assim, usar tais recursos requer cuidado com a abordagem feita pelo docente. Por exemplo, o caderno do aluno indica que a iniciação algébrica deve ter como ponto de partida situações de aprendizagem com generalizações de sequências, assunto que não é abordado no livro didático disponível na unidade escolar.

Há de se considerar ainda que, o conteúdo de grandezas proporcionais é outro assunto difícil de ensinar, já que é tratado no bimestre anterior, quando se ensina os conteúdos de equações, mas no livro didático grandezas proporcionais é um conteúdo indicado para se ensinar após o conteúdo de equações. Desse modo, o livro didático disponibilizado aos alunos pela unidade escolar não foi considerado nessa pesquisa apensar de ser um material disponível.

Além disso, entendemos que o material produzido e disponibilizado pela SEE/SP é um material padronizado que considera as características regionais, culturais e pessoais dos estudantes de forma mais geral, o que pode gerar uma necessidade de adaptação pelos professores durante as aulas. Vejamos como é o material.

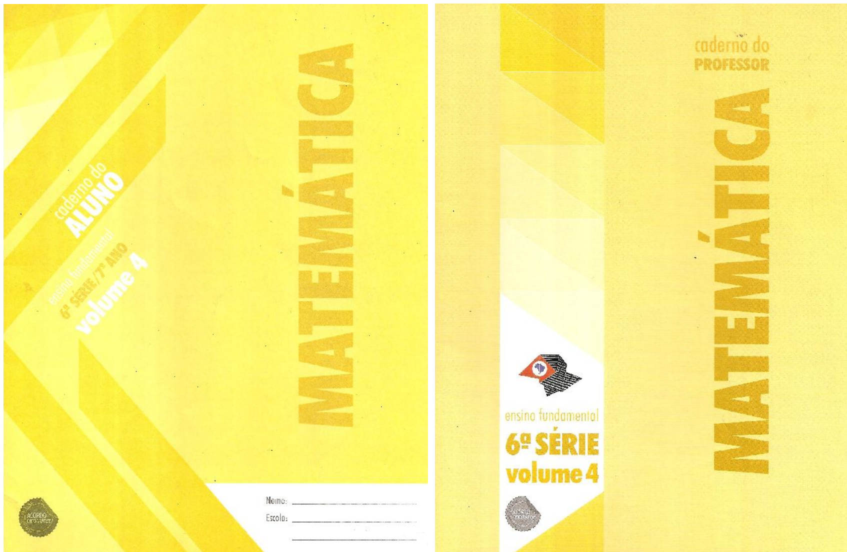
3. 2. A Iniciação Algébrica sugerida pela Proposta Curricular do Estado de São Paulo

Ao analisar a Proposta Curricular do Estado de São Paulo (2008) podemos perceber que, de acordo com o documento, o ensino de álgebra deve começar no 7º ano (6ª série) do ensino fundamental durante o 4º bimestre. Os conteúdos a serem abordados são: o uso das letras para representar um valor desconhecido, o conceito de equação, a resolução de equações e problemas. Para isso, o docente deve considerar cinco habilidades:

> Compreender o uso de letras para representar valores desconhecidos, em particular, no uso de fórmulas; saber fazer a transposição entre a linguagem corrente e a linguagem algébrica; compreender o conceito de equação a partir da ideia de equivalência, sabendo caracterizar cada equação como uma pergunta; saber traduzir problemas expressos na linguagem corrente em equações; conhecer alguns procedimentos para a resolução de uma equação: equivalência e operação inversa (SÃO PAULO, 2010, p.60).

Os cadernos referentes a cada bimestre contêm quatro situações de aprendizagem. No caso do volume quatro, os temas são: investigando sequências por aritmética e álgebra; equações e fórmulas; equações, perguntas e balanças e proporcionalidade, equações e a regra de três.

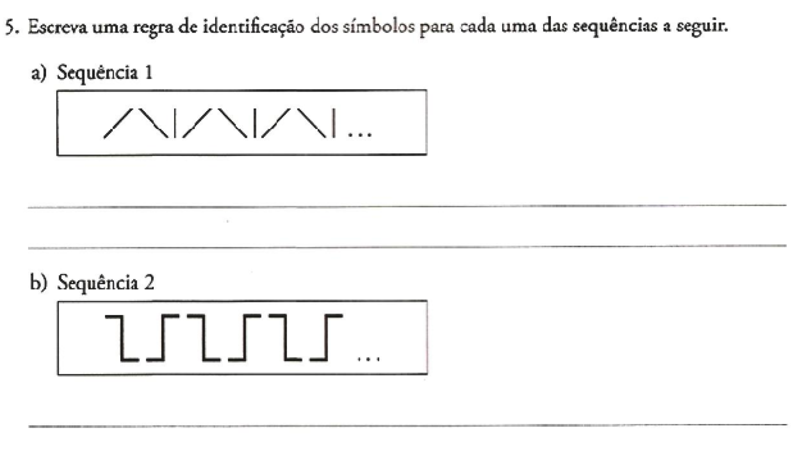
Figura 5: Cadernos do aluno e do professor



Fonte: Arquivo pessoal

O caderno do professor indica, logo no início, situações de aprendizagem que tem por objetivo introduzir as letras na resolução de problemas. Prioriza-se aqui, a variável letra. A situação de aprendizagem 1, por exemplo, que está indicada logo abaixo tem como objetivo a análise de padrões, de forma que os estudantes possam escrever regras que levem os estudantes a fazer generalizações.

Figura 6: Exercício de sequência pictórica



5. Escreva uma regra de identificação dos símbolos para cada uma das sequências a seguir.

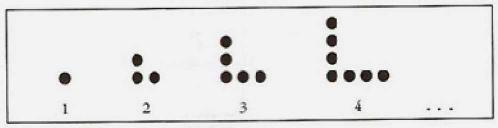
a) Sequência 1

b) Sequência 2

Fonte: Caderno do aluno – SEE/SP, 2009, p.4

O caderno do aluno também traz algumas figuras com posições numeradas onde os estudantes devem descobrir qual a próxima ou qual a figura de uma determinada posição.

Figura 7: Exercício de sequência numérica.



Observe as sequências de bolinhas e responda às perguntas.

a) Desenhe as bolinhas que devem ocupar as posições 5 e 6.

b) Preencha a tabela, associando o número de bolinhas com a posição da figura.

Posição	1	2	3	4	5	6
Número de bolinhas						

c) Quantas bolinhas terá a figura que ocupa a 10ª posição?

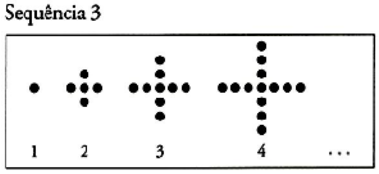
d) E a figura que ocupa a 45ª posição?

Fonte: Caderno do aluno - SEE/SP, 2009, p.8

E ainda pede a generalização da sequência para o enésimo termo.

Figura 8: Exercício de sequência pictórica associada a sequência numérica e generalização

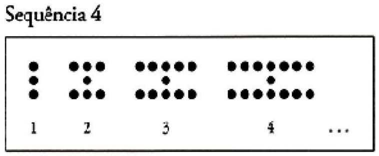
Sequência 3



II. 5ª: ______ / 20ª: ______

III. N = ______________

Sequência 4



II. 5ª: ______ / 20ª: ______

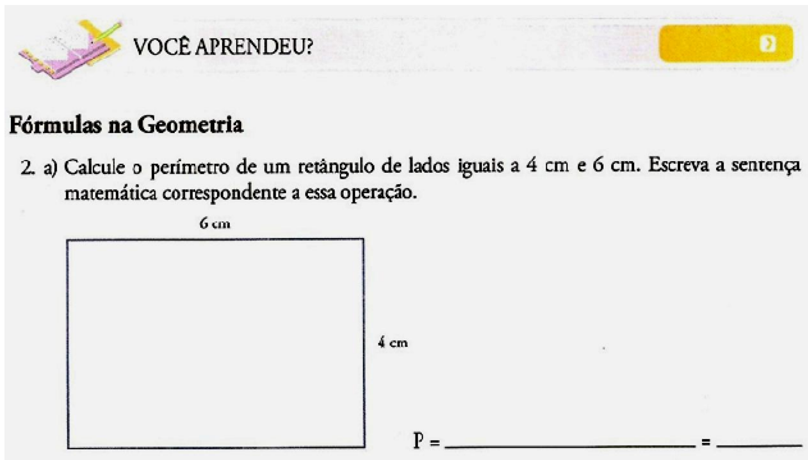
III. N = ______________

Fonte: Caderno do aluno - SEE/SP, 2009, p.11

Tais sequências foram base na criação da primeira atividade da pesquisa, pois assim como as atividades propostas pelo caderno pediam a generalização da sequência, o jogo também se fez necessária tal generalização.

Na situação de aprendizagem 2 o foco são fórmulas que os estudantes já deveriam ter conhecimento de séries anteriores, como perímetro e área e média aritmética (assuntos tratados na série anterior).

Figura 9: Uso de fórmula do perímetro



Fonte: Caderno do aluno - SEE/SP, 2009, p.13

A situação ainda envolve fórmulas sobre imposto de renda, índice de massa corpórea e distância. Aqui o caderno do professor indica que é através da manipulação de fórmulas que os alunos conseguem resolver equações.

Figura 10: Exercício de fórmula utilizada na física

Leitura e Análise de Texto

Fórmulas da Física

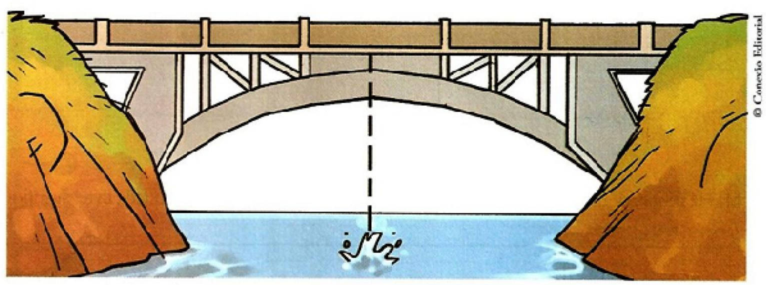
Uma das fórmulas mais conhecidas na Física é a que relaciona a distância aproximada (**d**), em metros, percorrida por um objeto em **queda livre** e o tempo (**t**) de queda, em segundos:

$$d = 5 \cdot t^2$$

Os resultados obtidos por meio dessa fórmula são válidos para objetos em queda livre que estejam próximos à superfície da Terra, desprezando os efeitos da resistência do ar. A partir dessa fórmula, podemos determinar, com relativa precisão, a distância em metros que um corpo percorre por segundo ao ser abandonado de certa altura, a partir do repouso, em função da aceleração provocada pela gravidade terrestre.

VOCÊ APRENDEU?

10. Uma pedra foi abandonada do alto de uma ponte e demorou 7 segundos para atingir a água. Use a fórmula citada na seção ***Leitura e Análise de Texto*** e calcule a altura aproximada dessa ponte.



Fonte: Caderno do aluno - SEE/SP, 2009, p.23

A situação de aprendizagem 3 tem como foco a resolução de equações. Assim, o estudante se depara com problemas onde deve montar e resolver equações.

Figura 11: Situação-problema para escrever e solucionar a equação

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 3
EQUAÇÕES, PERGUNTAS E BALANÇAS

VOCÊ APRENDEU?

1. Escreva a equação que representa o problema e descubra a resposta, se houver.

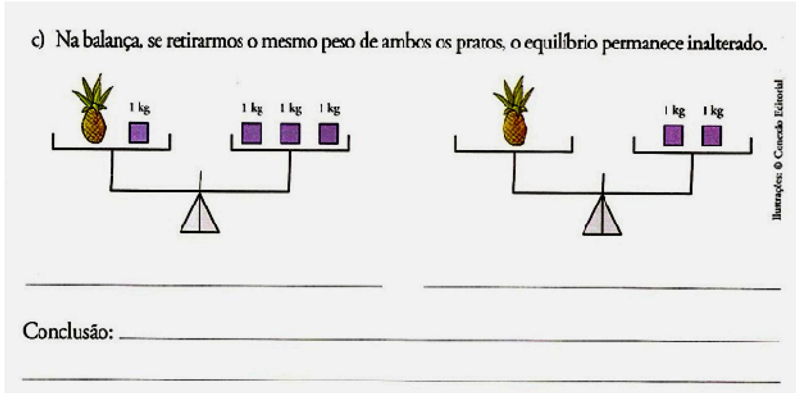
   a) Qual é o número cujo dobro somado a 5 resulta em 19?

   Equação: ______________________ Solução: __________

Fonte: Caderno do aluno - SEE/SP, 2009, p.26

O caderno sugere também exercícios com figuras de balanças com o mesmo propósito.

Figura 12: Exercício de balança



Fonte: Caderno do aluno - SEE/SP, 2009, p.29

E termina indicando a situação de aprendizagem que envolve a resolução de equações.

Figura 13: Exercício com passo a passo de como resolver equação

a) Resolva a equação $4x - 7 = x + 11$ fazendo as transformações solicitadas.

$4x - 7 = x + 11$	
	Subtraia **x** em ambos os lados
	Adicione 7 em ambos os lados
	Divida ambos os lados por 3
	Resultado final

Fonte: Caderno do aluno - SEE/SP, 2009, p.31

Por fim, a situação de aprendizagem 4 indica problemas que podem ser resolvidos a partir da resolução de regra de três.

Figura 14: Exercício proposto para regra de três

2. Considere o seguinte problema: João comprou 5 CDs idênticos por R$ 4,80. Quanto João pagaria por uma dúzia de CDs do mesmo tipo?

a) Represente as informações do problema na tabela, usando a letra **x** para o valor desconhecido.

CD	Valor

b) Determine o preço unitário de cada CD.

c) A partir dessa informação, descubra o valor referente à compra de 12 CDs.

d) Agora, resolva o problema por meio da regra de três.

Resposta: ______________________________

Fonte: Caderno do aluno - SEE/SP, 2009, p.36

Em suma, a Proposta Curricular do Estado de São Paulo (2008) prioriza a linguagem algébrica formal. Prioriza o uso da variável letra. Os estudantes devem usar a letra e, consequentemente, as fórmulas para resolvê-las.

Ao elaborarmos as atividades orientadoras de ensino, na forma de jogos, não negamos a proposta curricular do estado de São Paulo, porém, o que diferencia as atividades de ensino das situações de aprendizagem é a abordagem feita com as regularidades. Ao pensarmos sobre as AOE não consideramos que a generalização da sequência deva ser o ponto de partida para a iniciação algébrica dos estudantes.

É importante destacar que, segundo a proposta, a generalização das regularidades é um dos objetivos principais do processo de ensino e aprendizagem da álgebra (SÃO PAULO, 2008). Podemos perceber que não há elementos da álgebra retórica e sincopada em nenhuma das situações de aprendizagem.

Podemos dizer que, o que há em comum entre os PCN, a proposta Curricular do estado de São Paulo (2008) e as atividades orientadoras de ensino que organizamos é o ponto de partida: o estudo das regularidades de sequências. No caso desta pesquisa não nos preocupamos com a generalização a partir das fórmulas, desse modo, utilizamos apenas a primeira atividade do caderno durante a pesquisa, deixando as demais atividades para serem realizadas pelos estudantes após a pesquisa.

4. Metodologia da pesquisa

A investigação está caracterizada como um *estudo de caso*, o qual, segundo Gil (2006), pode ser definido como um estudo profundo e exaustivo de um ou de poucos objetos. É utilizado com o propósito de: 1) explorar situações da vida real cujos limites não estão claramente definidos; 2) descrever a situação do contexto em que está sendo feita determinada investigação e, 3) explicar as variáveis causais de determinado fenômeno em situações muito complexas que não possibilitam a utilização de levantamentos e experimentos.

No estudo de caso utilizamos mais de um instrumento, pois, segundo Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 109-110) "ele é recomendável para a construção de hipóteses, para confirmação ou reformulação do problema e, sobretudo, quando se quer estudar algo singular, que tenha um valor em si mesmo".

No caso desta pesquisa, o objeto de estudo são os conhecimentos matemáticos explicitados pelos estudantes enquanto vivenciam as AOE sobre álgebra e a natureza da investigação é qualitativa. Os participantes são trinta e um estudantes de 7º ano do ensino fundamental de uma escola estadual de Araraquara, sendo treze meninas e dezoito meninos.

A escola está localizada em um bairro de periferia e tem dez salas de aula e cerca de trinta professores, sendo que quatro deles lecionam Matemática. Os detalhamentos dos sujeitos da pesquisa encontram-se no segundo tópico desse capítulo.

4. 1. Procedimentos Metodológicos da Pesquisa

O processo de formulação do problema para esta proposta de investigação passou desde um estudo sobre os jogos e a iniciação algébrica até como elaborar as AOE. Porém, apenas um estudo teórico e a construção de AOE não garantem o resultado pretendido pela pesquisa, desse modo se fez necessário analisar as falas dos estudantes, em que buscamos compreender também o ambiente deles: a sala de aula.

Os dados empíricos construídos durante o desenvolvimento das atividades lúdicas serão discutidos, tomando como foco as aprendizagens matemáticas explicitadas pelos estudantes da 6ª série enquanto vivenciam AOE mediadas pelo jogo pedagógico na iniciação algébrica.

As atividades foram desenvolvidas em doze aulas, distribuídas em seis dias como mostra o quadro a seguir:

Tabela 1: Organização das atividades em seus respectivos dias de aplicação

Data	Ocorrido
03/10	Primeira rodada do Jogo *Mistério Matemático*.
04/10	Questões e segunda rodada do jogo.
09/10	Retomada dos conceitos e discussão por todos realizada na lousa.
16/10	Primeira rodada do jogo das varetas e início das questões.
17/10	Término das questões e apresentação de elementos da história da matemática.
18/10	Escolha do símbolo padrão e retomada de generalização das frases do primeiro jogo.

As atividades foram sobre regularização dos padrões de sequências e necessidade de simplificação da escrita. Dessa forma, os conteúdos matemáticos: sequências pictóricas, numéricas e escrita de expressões algébricas foram selecionados tomando como pressuposto que a álgebra é uma linguagem simbólica. Ao selecionar o conteúdo matemático levamos em conta as dificuldades encontradas em estudantes que iniciam o estudo algébrico. Ao mesmo tempo, há de se considerar a dinâmica das aulas foi feita de forma que os estudantes trabalhassem em grupos.

As aulas foram filmadas para posterior análise que levou em conta a fala e as expressões dos estudantes enquanto faziam as atividades. A análise foi feita a partir da divisão as atividades e vídeos em episódios, que descreveremos posteriormente. A filmagem foi escolhida por ser um meio de coleta de dados visual e oral, permitindo ver e rever os fatos ocorridos em sala de aula (POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004).

Para a transcrição do vídeo selecionamos trechos mais significativos de acordo com o que pretendemos analisar na pesquisa: as falas dos estudantes quando pensavam sobre uma situação-problema.

Há de se ressaltar que a metodologia da aula considera elementos que se apresentam na AOE, como por exemplo, a necessidade de se criar um símbolo padrão e ações necessárias para isso.

4. 2 Descrição dos Sujeitos da Pesquisa

A escola pública estadual, local onde se realizou a pesquisa, atende os alunos residentes no bairro e estudantes que moram nos sítios e/ou fazendas do entorno e é o local onde a pesquisadora exerce a docência.

No período da manhã existem oito salas de ensino médio e no período da tarde dez salas de ensino fundamental, com cerca de trinta alunos em cada sala. A escola possui sala de informática, quadra coberta, pátio coberto, biblioteca e dez salas de aulas. Apesar de possuir um quadro docente desfalcado (muitos professores estão afastados por problemas de saúde), prejudicando a aprendizagem dos alunos, a escola tem recebido boas notas em avaliações externas, atingindo as melhores notas no Exame Nacional do Ensino Médio quando comparadas com as outras escolas estaduais da mesma Diretoria de Ensino.

A sala participante da pesquisa é constituída por trinta e um alunos (treze meninas e dezoito meninos) sendo que apenas dois deles ingressaram na escola em 2012. Dezoito já foram alunos da professora e pesquisadora na série anterior. Apenas cinco alunos apresentam dificuldades de alfabetização trazidas de séries anteriores, como por exemplo, as operações de subtração e divisão, que foram estudadas com professores de reforço no ano anterior, os quais ministraram aulas fora do horário de aula, diminuindo-as, mas não totalmente. Os estudantes foram distribuídos em grupos desde o início do ano letivo para realizarem diversas atividades, a escolha dos integrantes foi feita pelos próprios estudantes por questões de afinidades, porém a qualquer momento poderiam trocar de grupo, o que aconteceu com alguns estudantes durante o ano. No total formaram-se oito grupos detalhados no quadro a seguir. Para as denominações dos estudantes foram consideradas as iniciais de seus nomes, e em alguns casos o sobrenome.

Grupo	Integrantes	Característica
1	A, AJ, B e E	Juntas desde a série anterior. Se ajudavam sempre que possível, participaram de todas as atividades e sempre questionaram quando necessário.
2	An, D, M e MB	No dia da escolha do grupo apenas um integrante estava presente e os demais acabaram sendo deixados de lado pelos colegas que só escolheram as pessoas presentes na sala. O grupo mudou muitas vezes de integrantes adquirindo essa formação antes da pesquisa. Três integrantes do grupo não

		conseguem ler e escrever corretamente (An, M e MB), tendo assim dificuldade em entender o que estava escrito nas atividades. An, muitas vezes disse que as atividades eram chatas. O responsável desse aluno foi chamado diversas vezes na escola por outros professores, mas não compareceu.
3	AC, G, K e And	AC e K tiveram problemas de saúde durante o ano, faltando em muitas aulas inclusive durante a pesquisa. And, irmã de A, é sempre a primeira a se colocar à disposição para resolver as atividades, mesmo que não tendo entendido direito.
4	MN, MV e MZ	O grupo mudou de integrantes várias vezes durante o ano, principalmente com entrada e saída de estudantes da sala. MV mostrou-se sempre disposto a fazer todas as atividades tentando contagiar seus colegas de grupo que preferem atividades de outras disciplinas.
5	Ai, C, El e AS	As alunas são de famílias de baixa renda se comparadas com os demais estudantes. A aluna El possui um atestado médico e foi classificada com “deficiência intelectual” e encaminhada para a “sala de recursos” em período oposto ao de aula. As alunas gostam de conversar em sala de aula sobre os meninos, tirando assim, muitas vezes, o foco das atividades.
6	Ad, Br, Ma e Mc	Os estudantes foram os mais empenhados para fazer as atividades, muitas vezes querendo inclusive ajudar os demais grupos.
7	Cl, Al, S e Ed	Os quatro estudantes são integrantes do “reforço” e têm acompanhamento da professora auxiliar nas disciplinas de português e matemática. As alunas Al e Cl se destacaram quando, ao terminarem a primeira atividade, resolveram criar seu próprio jogo no tabuleiro da professora-pesquisadora.
8	MJ, MP, MS e Mi	Os quatro estudantes fizeram as atividades e tentaram conferir se suas respostas estavam iguais a dos demais grupos, muitas vezes apagando a resposta correta para copiar o que haviam visto em outros grupos.

Os grupos 4 e 8 foram formados apenas por estudantes que não foram alunos no ano anterior da professora-pesquisadora, assim, demoraram um pouco para mostrar suas características em relação à disciplina, aprendizagem e até sobre jogos.

Como no jogo o erro não é abordado como algo “ruim”, e sim apenas uma escolha de estratégia de menos sucesso, a professora-pesquisadora optou por deixar os próprios estudantes a organizarem seus grupos, deixando de lado critérios como alunos com defasagem de conteúdos ou não. Por defasagem de conteúdo entendemos a estipulada pela própria unidade escolar, onde os estudantes fazem uma prova de questões abertas e objetivas e são classificados como defasagem ou não de acordo com o número de acertos.

Ao organizarem os grupos de trabalho, escolhendo seus próprios critérios, os estudantes tomam ações necessárias para chegar em seu objetivo de realizar as atividades, tendo objetivos individuais e coletivos, conforme apontam os estudos de Moura (2010) sobre AOE, tendo significados individuais e sociais. Como o objetivo inicial do estudante era resolver as atividades, vejamos no próximo item do que consistiam tais atividades.

4. 3. Elaboração das Atividades Orientadoras de Ensino

Para criar o primeiro jogo na perspectiva da AOE consideramos: 1) os diversos jogos comerciais, como por exemplo detetive, jogo da vida, banco imobiliário e uno, vendidos em lojas; 2) os documentos oficiais: PCN e Proposta Curricular do estado de São Paulo (2008); 3) livros didáticos e, 4) as necessidades dos estudantes.

Para construir um jogo atrativo e pedagógico escolhemos o Scotland Yard da Grow, jogo de suspense que tem como objetivo analisar um assassinato e encontrar o assassino.

4.3.1: Jogo Mistério Matemático

O jogo *Mistério Matemático* foi elaborado com o objetivo de abordar as sequências apresentadas no Caderno do Aluno porém de forma lúdica. O jogo contém um tabuleiro, um dado dois peões e nove cartas com pistas de suspeitos. Para a ideia do jogo, buscamos partir de um que os estudantes já conheciam. Um dos citados por eles foi o Scotland Yard, comercializado pela empresa Grow. O jogo de entretenimento é indicado para crianças a partir de 10 anos. Nele cada jogador deve percorrer o tabuleiro buscando pistas ou charadas, que juntas fazem referência a assassinos, armas, locais etc.

Figura 15: Imagem do Jogo utilizado como base

Fonte: Arquivo pessoal

Exemplo de pistas do jogo:

Pistas do motivo: I) paralama sem lama, II) insígnia, V) comemoração anual, VI) dedo sem de.

Pistas da causa da morte: I) palavra que designa pessoa ou coisa presente e próxima (sem a letra E), III) nome de uma das caravelas de Colombo.

Pista do assassino: um metal.

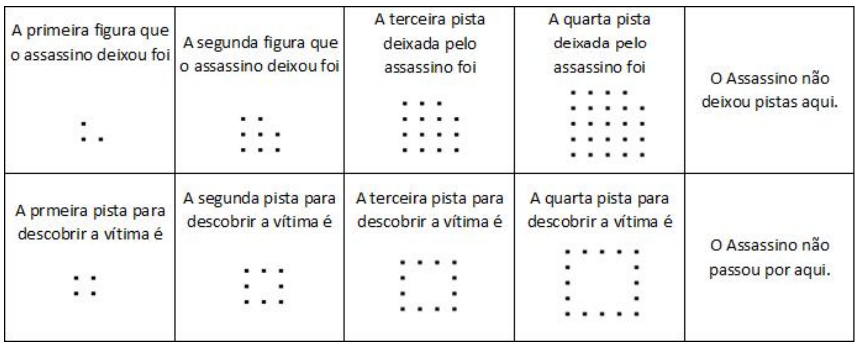
Pista do ladrão: ferida aberta.

Dessa forma, para contextualizar o jogo elaborado para a pesquisa criou-se a seguinte história:

Um assassinato foi cometido na cidade Mistério Matemático. Por serem famosos na cidade, os nomes do assassino e da vítima foram mantidos em segredo, você consegue descobrir os nomes?

Para as pistas, distribuímos em cada carta um termo de uma sequência (com base nas sequências propostas no caderno do aluno). O objetivo é que o jogador monte a sequência e chegue à regularidade (assim como no jogo comercializado que deve chegar aos nomes pedidos). Para cada rodada foram abordadas duas sequências diferentes: uma para o assassino e uma para a vítima, sendo um total de oito suspeitos. Para cada rodada do jogo, duas novas sequências foram abordadas, mas os suspeitos permaneceram os mesmos. Desse modo, pode-se alternar as sequências a cada rodada e fazer diversas combinações entre os suspeitos. A mesma sequência também pode ser trocada de vítima para assassino.

Figura 16: Cartas com sequências abordadas na 1ª rodada



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 17: Cartas com sequências abordadas na 2ª rodada

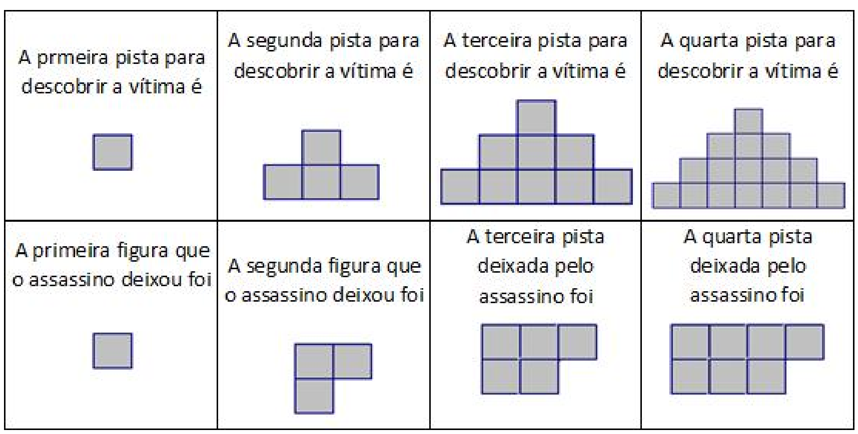
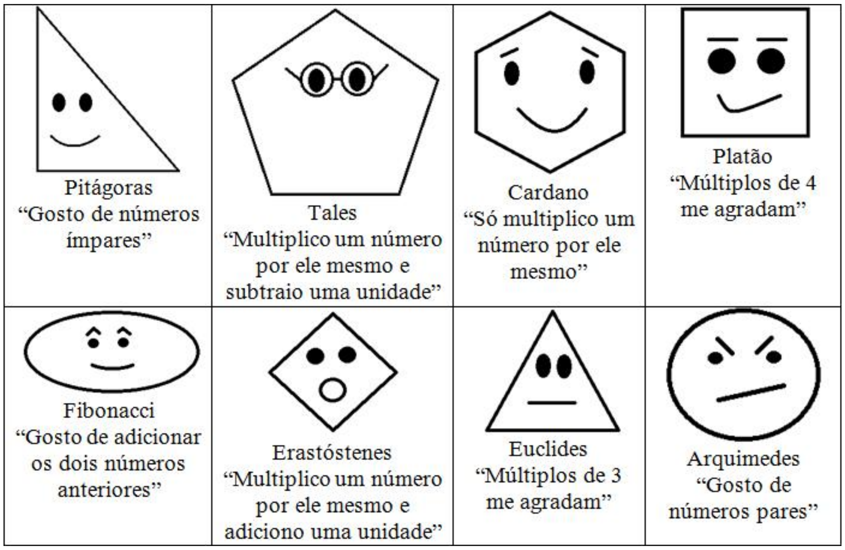


Figura 18: Lista de suspeitos



Fonte: Elaborado pelo autor

Para substituir as frases, como as da figura acima, com as pistas, procuramos seguir a Proposta Curricular do Estado de São Paulo, que apresenta sugestões de situações de aprendizagem envolvendo sequências e padrões. Ou seja, o ponto de partida das AOE não se diferenciou da proposta curricular por ser um documento oficial criado, entre outros fatores, para atender a necessidade de se ter um currículo mínimo para o ensino e tentar garantir que todos os estudantes tenham a oportunidade de aprender o mesmo conteúdo. O que diferenciou a AOE das situações de aprendizagem foi o fato de que nas situações de aprendizagem se tem a preocupação com a generalização para o termo *n*, ou seja, com a criação de uma fórmula que sistematiza o padrão apresentado, enquanto na AOE busca-se convidar os estudantes a analisarem as regularidades presentes nas sequências, sem necessariamente se especificar um termo.

Como citado no terceiro capítulo as sequências e padrões são conteúdos importantes para a iniciação algébrica dos estudantes, pois garantem que essa linguagem seja adquirida quase que de forma *natural* pelo estudante. Ponte, Branco e Matos (2009) ainda destacam que a abordagem da generalização de regularidades promove o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Assim, cada termo de uma sequência do jogo foi colocado em uma carta diferente a ser distribuída pelo tabuleiro. Ao perceber que para ocupar todos os locais seriam necessárias sequências com mais termos criamos então mais uma característica: descobrir quem foi assassinado. Desse modo, as sequências não teriam nove termos.

Para a distribuição das cartas consideramos escolher as vítimas e os assassinos, distribuindo aos grupos somente as cartas com os termos das sequências a serem descobertas e não de todas as sequências possíveis, pois caso isso acontecesse, as cartas seriam apenas distribuídas pelo tabuleiro não formando necessariamente uma sequência, além disso, as demais sequências podem ser usadas nas demais rodadas ou ainda misturadas.

As sequências e padrões são indicados nos PCN por auxiliarem no ensino de generalização, desse modo, tanto os PCN quanto a atual Proposta Curricular do estado de São Paulo, indicam que a iniciação algébrica deve ter como ponto de partida as sequências e padrões.

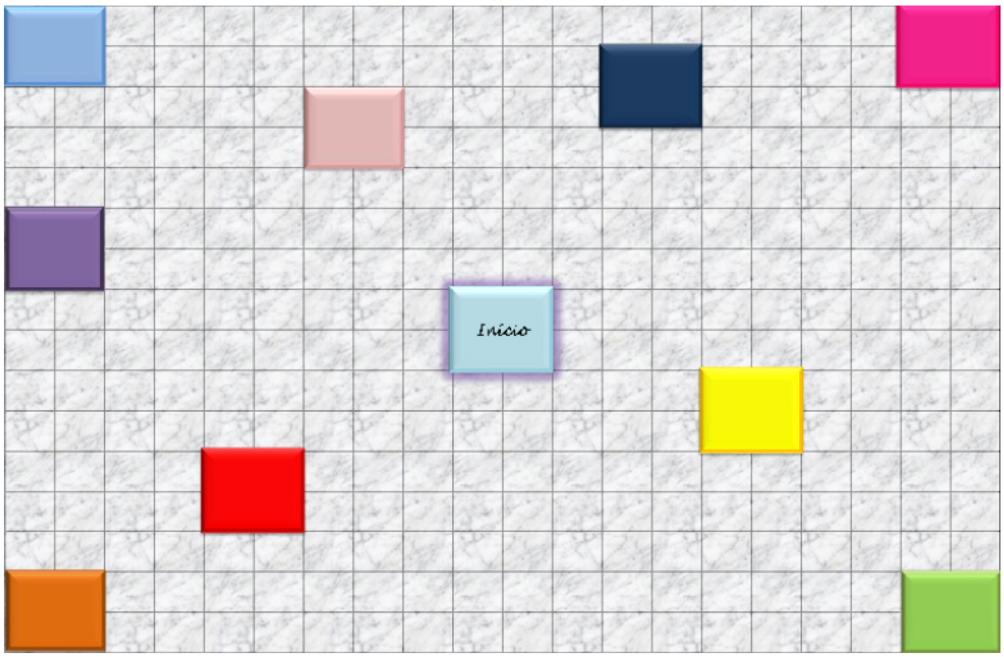
Para construção das cartas com termos consideramos sequências pictóricas apresentadas no caderno do aluno e sequências criadas pela professora-pesquisadora. Cartas sem pistas também fizeram parte do tabuleiro para tornar o jogo mais competitivo. Para os assassinos procuramos criar suspeitos com as formas geométricas e atribuir a cada um o nome de um matemático. As características de cada suspeito são frases que constam a generalização de cada sequência, assim, para cada sequência há um suspeito com sua generalização na forma retórica, de forma que os estudantes façam uso das palavras, já que até aquele momento os estudantes não conheciam outra forma de expressarem-se. Há aqui, a intenção de atender um dos objetivos da AOE elaborada: criar no estudante a necessidade de simplificar essa linguagem, de forma que ele possa refletir sobre o uso da palavra neste contexto. Haveria um outro jeito de pensar sobre as sequências sem o uso de palavras? Qual seria esta forma de linguagem?

O tabuleiro foi impresso em folha sulfite enquanto as cartas e os suspeitos foram impressos em cartolina. Foram necessários comprar dados e fazer peças em e.v.a. para que os jogadores *andassem* pelo tabuleiro. Para cada grupo foi confeccionado um tabuleiro para que os estudantes jogassem em duplas. Foi entregue também aos grupos uma folha contendo as regras: Os jogadores devem escolher um deles para embaralhar as cartas e colocá-las viradas para baixo nas casas em destaque. Depois deve-se escolher quem começa o jogo (como o jogo é em dupla basta escolher qual dupla começa).

Na sua vez jogue o dado e ande o número de casas correspondente. Caso alcance alguma casa desenhada você pode parar nela ou contorná-la. Caso pare em uma casa desenhada pegue a carta, leia apenas para seu parceiro e devolva-a na mesma casa. A pista contém parte de uma sequência onde é informado onde se localiza e qual o termo da sequência.

Quando souber quem é o assassino e a vítima volte à casa do início e diga os nomes em voz alta para que todos os jogadores possam ouvir. Neste momento todas as pistas são viradas para cima para que todos possam ver. Os jogadores devem analisar as pistas e dizer se o jogador em questão acertou ou não quem é o assassino e quem é a vítima. Se ele errou a outra dupla ganha o jogo.

Figura 19: Imagem do tabuleiro do jogo



Fonte: Elaborado pelo autor

Após a primeira rodada do jogo, os estudantes foram convidados a pensar em sequências, a partir do momento em que respondiam questionário:

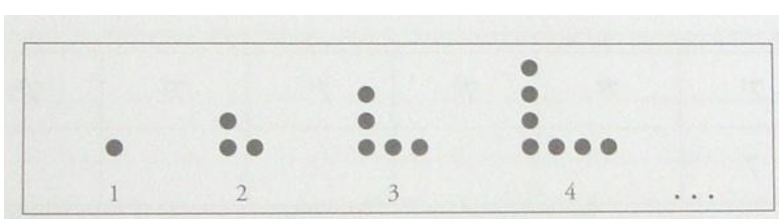
1 **–** Como seria a sexta figura da pista do assassino?

2 **–** Como seria a sétima figura da pista da vítima?

3 **–** Quantos pontos teriam a 10ª figura da pista do assassino?

4 **–** Quantos pontos teriam a 15ª figura da pista da vítima?

5 **–** Observe e responda:



a) Qual o número de bolinhas de cada um desses termos? E dos próximos dois?

b) Quantas bolinhas terá a figura que ocupa a 10ª posição?

c) E a figura que ocupa a 45ª posição?

d) Descreva o padrão de formação dessa sequência.

4.3.2: Jogo das varetas ou Pega varetas

O segundo jogo foi o intitulado *Jogo das varetas* ou *Pega varetas,* não foi criado apenas adaptado. O jogo pode ser encontrado tanto em lojas de artigos infantis e brinquedos educativos, quanto em lojas de artigos para festas.

Figura 20: Jogo das varetas

Fonte: Arquivo pessoal

As regras do jogo estabelecidas foram as seguintes:

Para iniciar o jogo escolhe-se na sorte o jogador que deverá segurar verticalmente todas as varetas e soltá-las verticalmente sobre a mesa. Cada jogador, na sua vez, deverá levantar vareta por vareta sem mover as demais, caso isso ocorra cederá as varetas ao próximo jogador. A única que pode auxiliar para pegar as demais é a vareta preta. O jogo segue em sentido horário. Vence o jogo quem fizer mais pontos.

Pontuação: verde – 5 pontos, azul – 10 pontos, amarelo – 15 pontos, vermelho 20 pontos e preto 50 pontos.

Através do jogo de varetas propusemos inicialmente que, os estudantes jogassem livremente, criando suas as próprias estratégias. Foram, em seguida, questionados sobre como escrever os pontos relacionando a quantidade de varetas e as cores.

Após uma rodada, os estudantes receberam as seguintes questões:

1 – Paulo fez 40 pontos, represente as varetas que ele pode ter pego para obter este total.

2 – Juliana pegou 3 varetas amarelas, 3 azuis e 4 vermelhas. Maria conseguiu 1 preta. Quem ganhou o jogo? Com quantos pontos a mais?

3 – Complete os espaços em branco da tabela:

Tabela 2: Tabela que compõe a atividade

Nome	Amarela (5 pontos)	Vermelha (10 pontos)	Azul (15 pontos)	Verde (20 pontos)	Preta (60 pontos)	Total
João	4	6	4			
Fernanda	6					450
Daniel	3		7		1	

4 – Como escrever a quantidade de pontos em relação à cor e ao número de varetas de cada integrante do grupo?

5 – Tem um modo mais simples de escrever isso?

6 – E se fossemos proceder de mesmo modo com os pontos do jogo, como faríamos?

Após as reflexões feitas coletivamente, levantamos o fato de que os egípcios utilizavam a palavra *ahá* para representar o que não conheciam, assim, propusemos ainda que, os estudantes escolhessem um símbolo para representar o desconhecido. Dessa forma, é possível retomar a atividade 1 e solicitar que, pensem sobre possíveis generalizações que utilizem o símbolo escolhido.

Os dois jogos citados anteriormente podem ser elaborados ou encontrados a baixo custo. Cada jogo de varetas foi encontrado a R$ 0,75 preço equivalente aos dados. Para as peças de e.v.a. o custo foi de R$ 2,00 e as cartolinas custaram R$0,80. Pensar em jogos com baixo custo foi proposital, pois facilitam a reprodução para professores que queiram desenvolver, em sala de aula, as mesmas atividades.

4. 4. Procedimentos utilizados nas aulas, a partir da perspectiva da AOE

Durante o desenvolvimento das aulas, as atividades elaboradas expressaram o que trata Moura (2010), pois tiveram sua intencionalidade, tentando aproximar os estudantes do conhecimento novo, no caso, a álgebra, porém não esquecendo que o estudante já possui conhecimentos que não devem ser descartados e sim, ser considerados, junto com os novos para que o estudante aproprie-se deles.

Vale a pena ressaltar que, durante o desenvolvimento das AOE a partir dos jogos procurou-se respeitar os sete momentos definidos por Grando (2004) e sintetizados na tabela a seguir.

Tabela 3: Momentos do jogo

Momento	Objetivo
Familiarização com o material	Conhecer quais componentes possui o jogo.
Reconhecimento das regras	Leitura e apresentação das regras.
“Jogo pelo jogo”	Jogar livremente para garantir o entendimento das regras.
Intervenção pedagógica verbal	Garantir que o estudante faça relações entre o jogo e os conceitos matemáticos envolvidos.
Registro do jogo	Identificar as estratégias realizadas pelos estudantes e analisar suas jogadas e raciocínio.
Intervenção escrita	Problematizar as situações ocorridas durante o jogo.
Jogar com “competência”	Redefinir estratégias após a reflexão considerando-se os passos anteriores.

Como muitos jogos foram pesquisados para escolher aqueles que mais atendessem os objetivos da aula e da pesquisa obteve-se um rico acervo de jogos em álgebra. Para divulgar tais jogos entre os professores foi elaborado um minicurso a seguir

4.5. O minicurso

Para elaboração das atividades, como dito anteriormente, foi feita uma pesquisa sobre jogos envolvendo o ensino de álgebra, considerando-se a necessidade dos estudantes. Encontramos diversos jogos, mas nem todos se encaixaram no objetivo da pesquisa ou no conteúdo que queríamos abordar e não foram utilizados durante a pesquisa com os estudantes, porém tendo em mãos alguns modelos de jogos, decidimos divulga-los para outros professores e pesquisadores, além de discutir suas potencialidades em sala de aula.

Dessa forma, elaboramos um minicurso que foi apresentado no dia 24 de novembro de 2012 no XI EPEM na Unesp de São José do Rio Preto.

O material preparado era composto de: 1) parte teórica sobre jogos e ensino de álgebra; 2) dez jogos. O minicurso foi ministrado durante três horas. Os jogos não foram entregues prontos e acabados aos participantes. Propusemos que os participantes pensassem em como elaborar cada um dos jogos apresentados, desde o material a ser utilizado até o cálculo do tempo necessário para confecção do mesmo, entre outros fatores. Além de confeccionar os jogos, os participantes foram convidados a jogar, de forma que se colocassem na perspectiva dos estudantes.

Os jogos apresentados à discussão foram os dispostos na tabela a seguir:

Tabela 4: Jogos abordados no minicurso

Jogo	Objetivo	Componentes	Material necessário	Local onde foi encontrado
Corrida de obstáculos	Manipular expressões algébricas	Tabuleiro, cartas, marcadores e dado	Papel cartão, dado e e.v.a.	Cadernos do Mathema
Contato do primeiro grau	Desenvolver o raciocínio lógico através da resolução de equações	Tabuleiro, cartas e marcadores	Papel cartão e e.v.a.	Cadernos do Mathema
Dominó de equações	Desenvolver o raciocínio lógico através de resolução de	Fichas	Papel cartão	Cadernos do Mathema

	equações			
Pescaria de equações do 1º grau	Resolução de equações	Dois baralhos	Papel cartão de cores diferentes	Site do Mathema
Trilha de equações	Desenvolver o raciocínio lógico	Tabuleiro, fichas, dado e marcadores	Papel cartão, folha sulfite e e.v.a.	Livro: Jogando com a Matemática de 5ª a 8ª série
Conhecendo a equação	Reconhecer os termos da equação e fatorar	Fichas	Papel cartão	Livro: Jogando com a Matemática de 5ª a 8ª série
Substituindo na equação	Resolver equações	Fichas	Papel cartão	Livro: Jogando com a Matemática de 5ª a 8ª série
Vire cobra em equações e problemas	Reconhecer equações de 1º e 2º graus	Fichas, tabuleiro, dado e marcadores	Papel cartão e e.v.a.	Livro: Jogando com a Matemática de 5ª a 8ª série
Pega varetas	Simbolizar a pontuação obtida	Varetas	Varetas de plástico compradas ou palitos de churrasco pintados	Parte integrante de pesquisa de mestrado
Mistério Matemático	Generalização de regularidades	Tabuleiro, fichas, dado e marcadores	Papel cartão e e.v.a.	Parte integrante de pesquisa de mestrado

Segue abaixo algumas fotos que mostram os participantes confeccionando as peças dos jogos:

Figura 21: Participantes do mini curso fazendo o jogo

Fonte: Arquivo pessoal

Participantes jogando:

Figura 22: Participantes do mini curso jogando

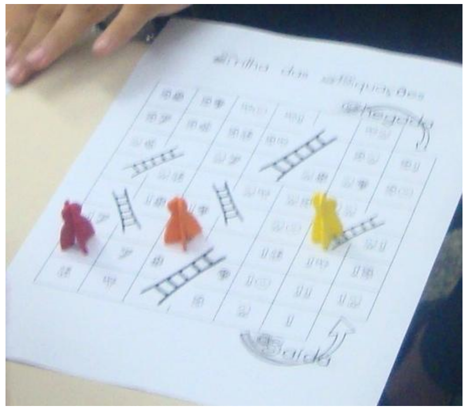
Fonte: Arquivo pessoal

Durante as reflexões propostas, os participantes declararam que tiveram ideias sobre materiais diferentes para confecção e alterações em regras para tornar os jogos mais atrativos e dinâmicos para as suas salas de aula, ou seja, as regras podem ser alteradas considerando-se as necessidades tanto dos estudantes, quanto dos professores. Todos os participantes declararam ser interessante jogar, pois assim se colocaram no lugar dos estudantes, algo que nunca haviam pensado. Alguns disseram que, achavam que apenas por levar um jogo em sala de aula os estudantes já estariam motivados, o que se mostrou falso, pois muitos jogos pareciam atrativos e interessantes, mas na prática, quando os professores começaram a jogá-los, tornaram-se entediantes.

Outro fator que chamou a atenção foi que com o passar do tempo, por mais que os participantes estivessem *entretidos*, a atividade tornou-se cansativa, e por mais interessante que fosse o jogo a *brincadeira* deixou de ser divertida. Este fato fez com que pensássemos na realidade dos estudantes que têm seis aulas por dia.

A estrutura organizativa da escola faz com que muitas vezes, estudantes e professores estejam cansados nas últimas aulas podendo ser mais difícil mobilizá-los a aprender conteúdos matemáticos, dentre eles, a álgebra. Os slides apresentados, bem como os tabuleiros e cartas, foram repassados aos participantes para que possam divulgar e utilizar o material.

Figura 23: Exemplo de jogo disponibilizado



Fonte: Arquivo pessoal

Como discutido com os participantes, por mais que o objetivo do jogo seja sempre o mesmo, o objetivo de propor o jogo depende do professor. Com o objetivo descrito do jogo escolhido nesta pesquisa detalhado anteriormente, analisaremos no próximo capítulo as aprendizagens matemáticas explicitadas pelos estudantes durante o desenvolvimento das atividades.

5. Análise das aprendizagens matemáticas dos estudantes

Para analisar os dados consideramos episódios referentes às ocorrências feitas em sala de aula, a partir dos dois jogos. O primeiro jogo foi divido em quatro episódios, sendo dois relacionados as duas rodadas, um para as questões e um para refazer as questões. A primeira rodada teve o objetivo de fazer com que os estudantes conhecessem o jogo e começassem a pensar sobre a regularidade de sequências, assunto da atividade dois. Na segunda rodada o objetivo foi o de os estudantes reverem suas jogadas da primeira rodada, agora com um pouco mais de conhecimento sobre sequências. A última atividade teve por objetivo discutir os conceitos em grupo, fazendo uma síntese.

O segundo jogo foi organizado em três episódios, sendo um para uma rodada do jogo, um para as questões que tratavam que convidavam o estudante a pensar no modo de escrever sua pontuação, um para a escolha do símbolo padrão e um para a retomada das frases da primeira atividade.

A tabela abaixo indica os nomes e objetivos de cada um dos episódios:

<table>
<tr><td colspan="2" align="center">Jogo: Mistério Matemático
Atividade: Descobrindo padrões
Objetivo da atividade: convidar os estudantes a perceberem o comportamento de sequências</td></tr>
<tr><td>Número</td><td>Nomes dos episódios</td></tr>
<tr><td>1</td><td>Primeira Rodada</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Questões</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Segunda rodada</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Refazendo</td></tr>
<tr><td colspan="2" align="center">Jogo: Varetas
Atividade: A necessidade de simplificar
Objetivo da atividade: entender a importância da linguagem simbólica</td></tr>
<tr><td>Número</td><td>Nomes dos episódios</td></tr>
<tr><td>5</td><td>Respondendo às questões</td></tr>
<tr><td>6</td><td>Escolha do símbolo padrão</td></tr>
<tr><td>7</td><td>Retomada do jogo anterior</td></tr>
</table>

Após apresentarmos as falas dos estudantes, fazemos a análise, a partir do item "Educando o olhar". Temos como intenção, neste item, relacionar as falas dos estudantes com aspectos da teoria, especialmente, no que diz respeito às aprendizagens matemáticas delas.

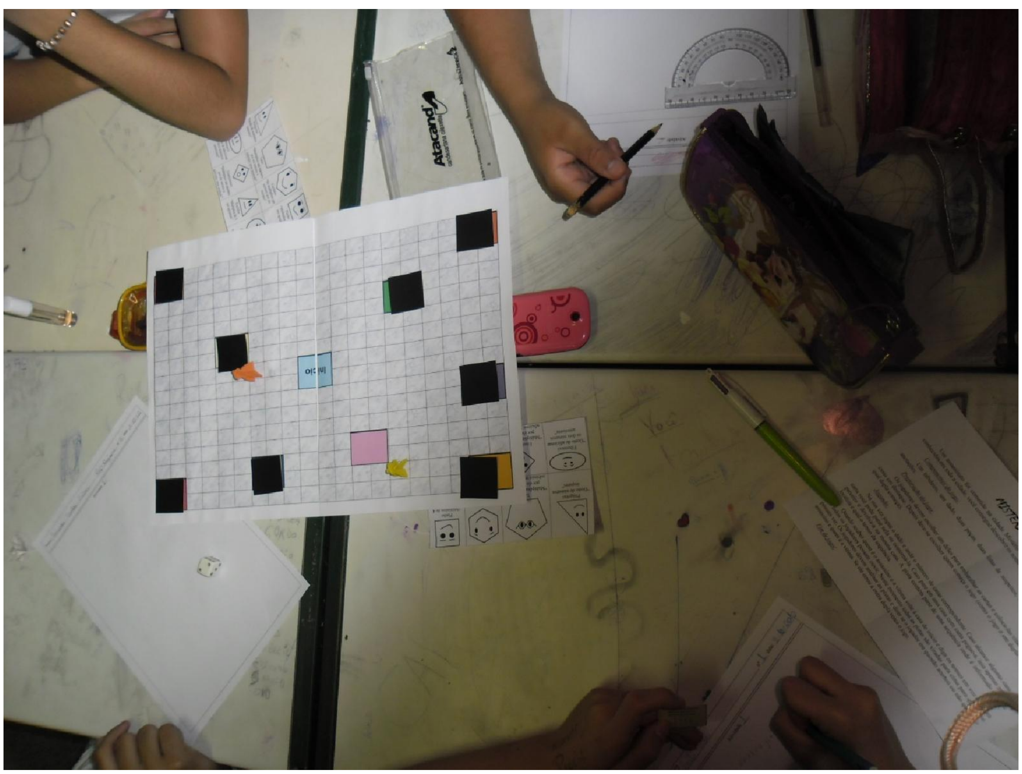
5. 1. Descobrindo Padrões

A atividade foi realizada nos dias 03/10/12; 04/10/12 e 09/10/12. Dessa forma, os estudantes deveriam observar sequências pictóricas e estudar o seu comportamento.

5.1.1. Episódio 1: Primeira Rodada – familiarização com o jogo

A docente pediu para que os estudantes sentassem nos grupos já definidos. Cada grupo recebeu um tabuleiro, nove fichas (figura no capítulo quatro) com termos das sequências, marcadores e um dado. Para os grupos com quatro integrantes foi entregue dois marcadores para que jogassem em duplas. Os grupos formados por três integrantes receberam três marcadores para jogarem individualmente.

Figura 24: Estudantes jogando Mistério Matemático



Fonte: Arquivo pessoal

Figura 25: Estudantes jogando Mistério Matemático

Fonte: Arquivo pessoal

Após reconhecerem as regras e os objetivos, os estudantes começaram a jogar, muitos ao encontrarem apenas uma carta do assassino já disseram que tinham conseguido encontrar o nome, mas escreveram a sequência no padrão de forma matematicamente considerada errada.

> MJ: Professora, eu já descobri a vítima.
>
> P: Mas já? O jogo acabou de começar, quantas pistas você conseguiu da vítima?
>
> MJ: Uma, posso falar?
>
> P: Não. Pra ganhar o jogo precisa saber quem é o assassino e quem é a vítima.
>
> [...]
>
> MS: Professora o MJ, ele já sabe quem é o assassino e a vítima, ele pode voltar ou tem que esperar.
>
> P: Quantas pistas você viu?
>
> MJ: Três, mas acho que sei.
>
> P: São quatro pistas do assassino e da vítima, se souber pode voltar e se errar você perde. É mais interessante ver mais pistas pra ter certeza.

Alguns estudantes demoraram um pouco para perceber qual era o objetivo do jogo:

D: Quando você pega a carta, guarda pro grupo ou bota lá de volta.

AC: Depois que leu o papelzinho o que faz?

Podemos perceber que os estudantes não sabiam o que fazer com os componentes do jogo e nem o que deveriam fazer com as pistas. A professora-pesquisadora leu todas as regras e explicou o que também não estava na regra como o fato de que deveriam ler a pista e devolver no mesmo lugar, além de que como jogavam em duplas era uma vez de cada dupla e não uma vez de cada participante. Mesmo sabendo o objetivo do jogo alguns não entenderam o objetivo da atividade.

MZ: Mas professora, as pistas são pontinhos? Como é que eu vou adivinhar a pista! Ah, pontinho! [...] Professora como eu vou saber o nome da vítima pelos quadradinhos?

P: Tem que juntar as pistas.

[...]

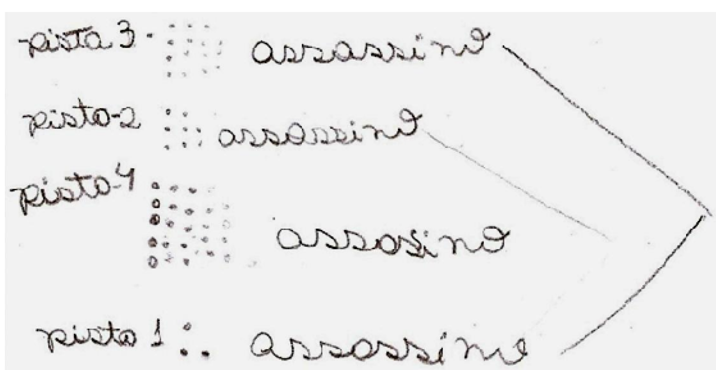
D para MB: Você tem que ver o desenho que tá aí e anotar aí.

An: Tá errado! (lendo a pista) Olha aqui, a quarta pista, cadê as outras três?

D: Embaralha tudo e começa de novo.

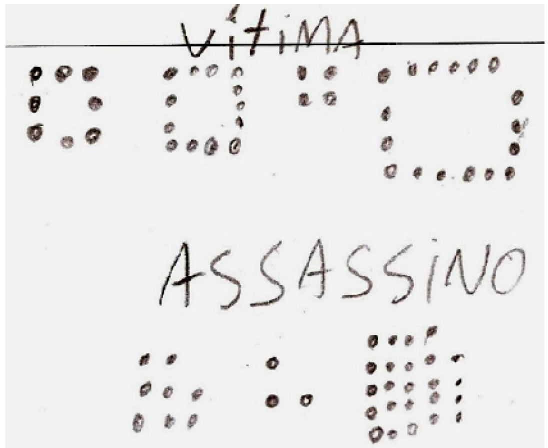
Para os estudantes os pontinhos serem a pista não tinha significado, pois estavam acostumados com as pistas em forma de palavras e não figuras. Durante a primeira rodada do jogo *Mistério Matemático* quase todos os estudantes anotaram as pistas na ordem em que foram aparecendo procurando separar as pistas do assassino das pistas da vítima. Houve quem anotou as figuras sem especificar qual termo da sequência era ou de quem, ou até sem a figura ou número de pontinhos.

Figura 26: Termos fora de ordem - grupo 1



Fonte: Arquivo pessoal

Figura 27: Termos fora de ordem e sem especificação de posição - grupo 8

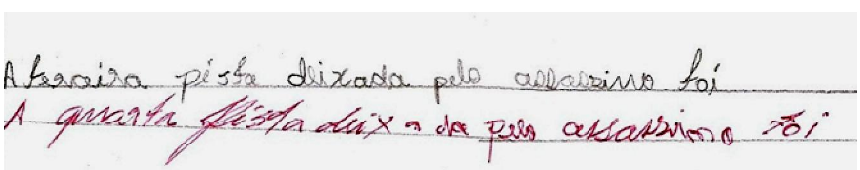


Fonte: Arquivo pessoal

Figura 28: Termos sem nenhuma especificação - grupo 2

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 29: Especificação do termo sem a figura - grupo 5

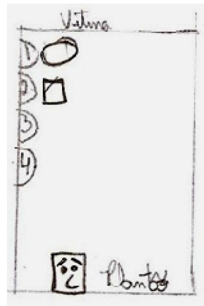


Fonte: Arquivo pessoal

Podemos perceber que as pistas mesmo que especificadas em qual posição da sequência ficavam não foram tomadas em seu conjunto dando o significado de sequência. De modo geral, os estudantes tentaram encaixar um suspeito por pista, ou seja, por termo da sequência, não visualizando que teriam que juntar todas as pistas e analisar o todo. Nenhum grupo obteve o resultado esperado de generalização ou demonstrou ter percebido que os termos formavam uma sequência.

O grupo 1, por exemplo, desenhou duas figuras e concluiu que o suspeito era uma delas.

Figura 30: Um suspeito por pista - grupo 1



Fonte: Arquivo pessoal

Mais de um grupo escreveu que a vítima seria Arquimedes, fato que chamou atenção, pois ao invés de concluir que a característica era ser múltiplo de quatro, concluíram que era par, o que não estava errado. Tal fato foi discutido posteriormente com os estudantes durante a retomada das sequências (p. 71)

Educando o olhar

Abordar sequências envolvendo figuras e números é importante como apontam Ponte, Branco e Matos (2009, p.40), pois, “o trabalho com sequências pictóricas e com sequências numéricas finitas ou infinitas (estas últimas chamadas sucessões) envolve a procura de regularidades e o estabelecimento de generalizações”.

Os mesmos autores ainda completam: “As tarefas envolvendo generalizações, para além de promoverem a capacidade de abstracção, visam também desenvolver a capacidade de comunicação e o raciocínio matemático” (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009 p.41).

É por este motivo que, provavelmente os PCN e a proposta Curricular do Estado de São Paulo (2008) propõem situações de aprendizagem com padrões e sequências na iniciação algébrica dos estudantes da Educação Básica. Vale a pena ressaltar que, esta indicação não é consenso entre os pesquisadores que estudam a temática.

As falas dos estudantes, descritas no episódio acima mostram que os estudantes compreenderam que para ganhar o jogo era necessário encontrar nomes para o assassino e a vítima, o que não quer dizer que alcançaram o objetivo da atividade. Dessa forma, somos obrigados a pensar se de fato, o ponto de partida para a iniciação algébrica dos estudantes seja a análise de padrões, ou seja, de regularidades.

Para melhor analisarmos o que estamos denominando de aprendizagem matemática, a partir do primeiro episódio, organizamos as falas em oito grupos, a saber: 1) não colocar a sequência em ordem (1a); 2) colocar não apenas um nome para o assassino e um para a vítima (1b); 3) indicar que a ordem e a figura eram importantes para compor os termos (1e); 4) copiar somente a figura (1c); 5) copiar apenas a ordem (1d); 6) não fazer anotações (1f) e, 7) alunos faltantes (1g)

Podemos sintetizar tais dados dos estudantes na seguinte tabela:

Tabela 5: Resultados da 1ª rodada de Mistério Matemático

		1a	1b	1c	1d	1e	1f	1g
Grupo 1	A	X				X		
Grupo 1	AJ	X				X		
Grupo 1	B							X
Grupo 1	E	X	X			X		
Grupo 2	An	X		X				
Grupo 2	D	X		X				
Grupo 2	M	X	X	X				
Grupo 2	MB	X		X				
Grupo 3	AC	X				X		
Grupo 3	And	X		X				
Grupo 3	G	X				X		
Grupo 3	K	X				X		
Grupo 4	MN	X				X		
Grupo 4	MV	X	X			X		
Grupo 4	MZ	X				X		
Grupo 5	Ai	X				X		
Grupo 5	AS	X				X		
Grupo 5	C	X				X		
Grupo 5	El	X			X			
Grupo 6	Ad	X	X					
Grupo 6	Br	X	X					
Grupo 6	Ma	X						
Grupo 6	Mc	X	X					
Grupo 7	Al						X	
Grupo 7	Cl						X	

	Ed						X	
	S	X				X		
Grupo 8	MJ						X	
	MP	X	X			X		
	MS	X	X			X		
	Mi							X

Dos 29 presentes na aula, 26 estudantes não colocaram a sequência em ordem e 16 indicaram que a ordem e a figura eram importantes para compor os termos (fazendo referência às duas coisas ao copiá-las).

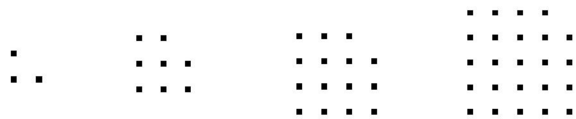
Nesse sentido, vale a pena ressaltar que, compreender o conceito de *ordem* em matemática se faz necessário, uma vez que, para se criar generalizar um movimento regular, se faz necessário compreender a lei de formação deste movimento. Logo, podemos inferir que a maioria dos estudantes aprendeu durante o jogo a organizar melhor as cartas, de forma que pudessem analisar melhor a atividade proposta de forma a encontrar o assassino. Porém, boa parte dos estudantes só conseguiu compreender que a ordem era importante, a partir das intervenções da professora.

Se, nos remetermos à História da álgebra, vamos perceber que, o uso de fórmulas, a partir da observação de movimentos regulares só passou a ser utilizado pelos matemáticos, a partir do momento em que a variável letra foi criada. Nesse sentido, a ordem numérica, presente nas sequências, por exemplo, auxiliou os matemáticos a criarem as propriedades que contribuíram com a criação de leis gerais, portanto, das generalizações.

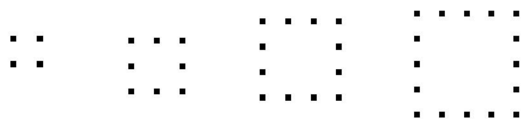
5.1.2. Episódio 2: Questões

No segundo dia, os grupos receberam uma folha com os desenhos das sequências para que checassem se o palpite anterior estava correto ou, para aqueles que não terminaram o jogo tentassem chegar à conclusão de quem era o assassino e quem era a vítima. Dessa vez não jogaram, apenas analisaram as sequências.

Assassino:



Vítima:



a) Quantos são os pontinhos de cada figura do assassino?
b) Quantos são os pontinhos de cada figura da vítima?
c) Agora diga quem é o assassino? E a vítima? Justifique.

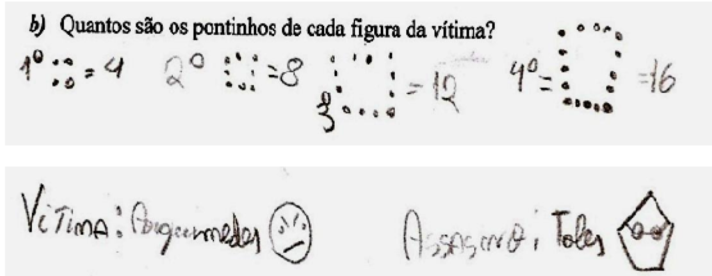
Essa parte fez-se necessária após observação do primeiro dia, pois, como observado no item anterior os grupos não chegaram ao padrão correto das sequências, que eram o quadrado de um número menos uma unidade e múltiplos de quatro, pois davam nomes aos termos e não colocavam os termos da sequência em ordem, assim, nessa parte, foram convidados a pensar no padrão correto, mais uma vez, de forma que pudessem perceber o comportamento da sequência, isto é, a regularidade encontrada nas duas sequências.

Nesse dia os estudantes estavam agitados, pois nas aulas anteriores tiveram que mudar de sala para ver um filme da aula de História, que não havia sido concluído. Porém não retornaram à sala de costume o que gerou várias reclamações e falta de concentração durante a realização das atividades.

As folhas das questões foram entregues separadamente para cada grupo. Apesar de muitos entenderem como a sequência foi formada agora que estava em ordem, não conseguiam prever como seriam as outras.

O Grupo 4 mesmo tendo como estratégia a contagem, transformando a sequência pictórica em numérica para analisar o comportamento da mesma, não chegou a uma generalização correta encaixando os múltiplos de 4 na sequência de números pares, conforme mostra a figura abaixo:

Figura 31: Generalização incorreta - grupo 4

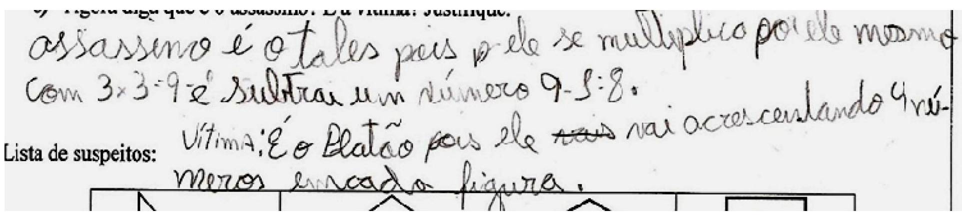


Fonte: Arquivo pessoal

O Grupo 6 conseguiu chegar ao padrão da sequência numérica, fazendo a estratégia da contagem:

> Ma para Ad: É fácil. Empresta aqui oh. 4. 8. Espera aí. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 16. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 12. Ah, é a tabuada do quatro. 8, 12, 16. O assassino é o... (tampa a boca com a mão) Quase que eu falei o assassino.

Figura 32: Resposta correta - grupo 6



Fonte: Arquivo pessoal

Apesar de retomar as pistas analisando a sequência numérica, nem todos os alunos conseguiram prever os todos os termos.

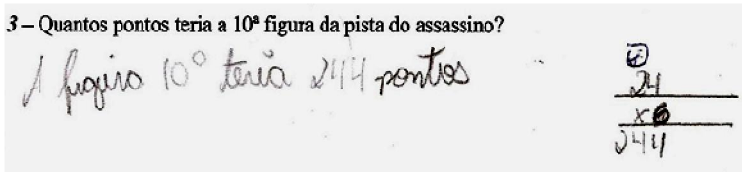
No grupo 8 os integrantes confundiram o número de pontos presentes em cada termo e a posição que ocupavam. Ao serem questionados sobre a previsão, enquanto um integrante contava vem relação à posição do termo na sequência, outro contava em relação ao número de pontinhos da base de cada figura:

> MP: 2, 4. Não! 2, 3, 4, 5.
>
> MS: 1, 2, 3, 4. Essa aqui é a 1, essa aqui é a 2.
>
> MP: Não é, é 2, 3, 4, 5.
>
> MS: Tá certo.

O grupo 7 apesar da estratégia da contagem se atrapalhou na previsão, pois os estudantes tomaram o número total de pontinhos da 4ª figura (24 pontinhos) como referência para aumentar:

> Al para Cl: Entendi oh. Aqui tem 5 pontinhos, você aumenta mais 1. (Cl coloca o caderno em pé na frente da folha para o outro grupo não ver). 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 (Al contando no dedo quanto falta para 10) 24 vezes 6.

Figura 33: Previsão de pontos incorreta - grupo 7



Fonte: Arquivo pessoal

O grupo 6 mostrou que entendeu corretamente:

> Ma: Professora, oh, 4, 8, 12, 16, agora tem que aumentar 16, 17, 18, 19, 20 (contando nos dedos). Aí vai aumentando quatro até chegar?
>
> Ad para Ma: E aqui é quantas bolinhas teria a sexta é só ir contando, não precisa fazer a figura.

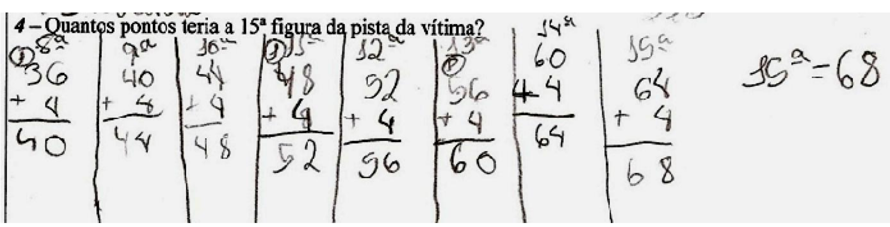
Apesar da conversa do grupo, os integrantes resolveram fazer as figuras.

Figura 34: Figuras anteriores à pedida - grupo 6

Fonte: Arquivo pessoal

Nas questões seguintes (detalhadas no capítulo quatro) o grupo fez a contagem sem a figura.

Figura 35: Previsão de pontos apenas com a contagem - grupo 6



Fonte: Arquivo pessoal

Educando o olhar

O grupo sete fez uso do que Ponte, Branco e Matos (2009) chamam de "estratégia do objeto inteiro" que é quando o aluno considera um único termo da sequência e obtém os próximos por múltiplos. Tal estratégia só é corretamente utilizada em sequências onde há proporcionalidade, o que não foi o caso.

Já o grupo seis utilizou a estratégia de fazer a figura primeiramente, chamada por Ponte, Branco e Matos (2009) de "representação e contagem" o que não demonstra que a generalização ocorreu, a partir da análise do comportamento da sequência.

Ao analisar as falas dos estudantes consideramos sete grupos a saber: 1) fazer as próximas figuras e contar o número de pontos para observar o comportamento da sequência, chegando à previsão (2a); 2) fazer a generalização sem observar o comportamento das próximas figuras, chegando à previsão (2b); 3) representação do suspeito por meio de uma figura incorreta (2c); 4) utilizaram o método da contagem apenas nas figuras dadas (2d); 5) contar o número de pontos para indicar um termo solicitado (2e); 6) fazer a generalização correta (2f) e 7) não fazer a generalização (2g).

Para sintetizar os dados obtidos organizamos a tabela a seguir

Tabela 6: Questões sobre sequências

	2a	2b	2c	2d	2e	2f	2g
Grupo 1		X		X	X	X	
Grupo 2			X	X			
Grupo 3			X	X	X		
Grupo 4			X	X	X		X
Grupo 5			X	X	X		
Grupo 6	X			X		X	
Grupo 7			X	X			X
Grupo 8	X			X	X		X

Os estudantes nos mostram que, usar métodos de contagem ou representação não garantem a compreensão do comportamento das sequências e, consequentemente a explicitação deste comportamento, a partir de uma fórmula, ainda que seja indicada a partir de palavras, como foi feito pelo grupo 6, desse modo permanece a dúvida, será que a generalização de regularidades é o melhor modo de se começar a iniciação algébrica?

Se, olharmos as dificuldades dos estudantes do ponto de vista dos autores como Ponte, Branco e Matos (2009) podemos afirmar que a estratégia de contagem ainda é forte nos estudantes, que não conseguem a generalização por abstração ainda.

Em suma, neste episódio podemos dizer que as aprendizagens dos estudantes estavam relacionadas à contagem, ao uso da *tabuada* e dos múltiplos. Chama a atenção o uso da contagem a partir dos dedos e não do cálculo mental.

Analisemos o que aconteceu na segunda rodada do jogo.

5.1.3. Episódio 3: Segunda rodada

Nem todos os estudantes participaram da segunda rodada do jogo *Mistério Matemático,* que consistia no momento do jogo denominado jogar com competência, pois alguns demoraram por fazer as questões do tópico anterior.

Dessa vez a pista (termos das sequências) não continha pontos e sim quadrados de dois outros suspeitos, conforme indicam as figuras ilustradas no quarto capítulo.

Agora, com um melhor entendimento do que era pra fazer os estudantes indicaram um nome para cada vítima e um para cada assassino, e não mais um nome por pista como anteriormente.

A aluna E demorou um pouco para entender que os quadrados tinham o mesmo significado dos pontos:

> E: Professora, muito confuso, eu preferia as bolinhas.
>
> P: É a mesma coisa que bolinha. Se você quiser anotar bolinhas ao invés de anotar quadradinhos pode.
>
> E: Pode?
>
> [...]
>
> E: Como eu descubro quem é olhando isso aqui? (apontando as anotações das pistas)
>
> P: Como são as pistas?
>
> E: Aqui tem um quadradinho e aqui três.
>
> P: Compara agora.
>
> E: Como assim?
>
> P: Olha pra esse suspeito, o que fala?
>
> E: De números pares.
>
> P: Esse aqui é um número par?
>
> E: Ah, não né. (risos)
>
> P: Então fala dele?
>
> E: Ah, entendi... Hum... Já sei quem é o assassino.

O grupo 3 estava com apenas dois integrantes, And e G. Eles não formaram a sequência, continuaram tentando achar os nomes apenas olhando para as pistas, mas dessa vez apenas com uma pista da sequência. Como a pista tinha o formato parecido com o de um triângulo, associaram ao desenho do suspeito que era triângulo:

> And: Professora, vê se tá certo. O assassino é ímpar e a vítima múltiplo de três.
>
> P: Vamos conferir. Quantos quadradinhos tem aqui?

And: Quatro.

P: Quatro é múltiplo de três?

And: Não.

P: Então ele não é a vítima.

And apaga, pega outra pista da vítima e copia na folha. Olha os suspeitos e copia um.

And: Agora tá certo professora?

P: And esse é múltiplo de três?

And: Não.

P: Então não é esse, tenta outro, olha outro.

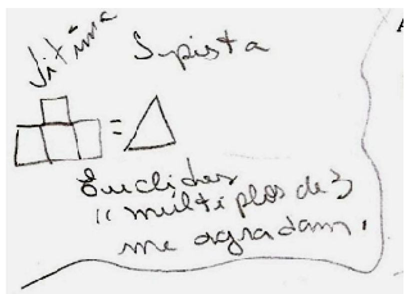
And pega a pista e fala para G: Com quem esse parece?

G: Com o triângulo.

And: Mas a professora disse que não é esse.

G: Não?

Figura 36: Associação de formas de figuras - grupo 3



Fonte: Arquivo pessoal

Educando o olhar

O fato de mudar a sequência pictórica fez com que percebêssemos que os estudantes não haviam compreendido de fato o significado de sequência, pois diante de quadrados não os identificou como uma sequência, sendo necessária intervenção da professora.

O grupo que tentou compreender o comportamento da sequência por semelhança das figuras, também demonstrou não ter compreendido o que é a sequência, pois apenas comparou a figura da sequência com as figuras dos suspeitos.

Analisando as falas dos estudantes e comparando com a rodada anterior chegamos a 8 grupos a saber: 1) escrever a sequência fora de ordem (3a); 2) atribuir um suspeito para a vítima e um para o assassino (3b); 3) atribuir um suspeito por pista encontrada (3c); 4) copiar as figuras sem especificar sua ordem (3d); 5) escrever a ordem do termo sem especificar a figura (3e); 6) anotar a figura e a ordem em que ela parece na figura (3f); 7) não participar da segunda rodada (3g) e 8) alunos faltantes.

Podemos sintetizar os dados na tabela a seguir:

Tabela 7: 2ª rodada de Mistério Matemático

		3a	3b	3c	3d	3e	3f	3g	3h
Grupo 1	A	X	X				X		
	AJ								X
	B								X
	E	X	X				X		
Grupo 2	An								X
	D								X
	M						X		
	MB						X		
Grupo 3	AC								X
	And	X		X	X				
	G	X		X	X				
	K								X
Grupo 4	MN								X
	MV	X	X				X		
	MZ	X	X				X		
Grupo 5								X	
Grupo 6								X	
Grupo 7								X	
Grupo 8								X	

Mais uma vez, não podemos afirmar que os estudantes compreenderam o comportamento das sequências e suas relações com as figuras, de forma correta, já que nem todos colocaram a sequência em ordem.

5.1.4. Episódio 4: Refazendo

Para refazer as atividades anteriormente descritas, a docente colocou na lousa as sequências da 1ª rodada do jogo e fez oralmente as questões referentes a elas sobre o número de pontos.

Os estudantes, a partir de contagens, conseguiram fazer a generalização da regularidade. Para analisarem o comportamento da sequência e, consequentemente, pensarem sobre uma possível lei de formação a regra em que a sequência foi formada a professora, durante a explicação, interrogou os estudantes sobre os aspectos numéricos da sequência. Dessa forma, as figuras ficaram em segundo plano já que o objetivo da atividade envolvia o entendimento do comportamento de uma sequência numérica.

Podemos perceber que, os estudantes, primeiramente tentaram organizar os números como sendo múltiplos de algum outro.

> P: No jogo tinha algumas frases. Que frase poderíamos escrever olhando essa sequência do assassino: 3, 8, 15, 24...
>
> And: Tá na tabuada do... (ficou pensativa)
>
> P: Em que tabuada eles estão? São múltiplos de um mesmo número?
>
> Ma: Não. São sim.
>
> P: São? Por exemplo, como são os números múltiplos de 2?
>
> Ad: Pares.
>
> P: Esses números são pares?
>
> Ma: Não. Ah, então não.
>
> P: E agora?
>
> Ad: Era aquele, multiplico e subtraio 1. É isso aí, o Ma ficou meia hora pra entender.
>
> P: Todo mundo concorda com isso?
>
> Sala em coro: sim.

O estudante Ad se lembrou das questões resolvidas na aula anterior e como tinha feito a atividade corretamente teve sucesso na resposta. Continuando na questão sobre a previsão de próximos termos notamos que os estudantes associaram a sexta figura ao número seis, fazendo, no começo, a dedução errada, pois a sexta figura não tinha sete pontinhos em sua base.

> P: E eu questionei sobre a sexta figura. Como é a sexta figura?
>
> B: Cinco pontinhos em cima e seis embaixo.
>
> Ma: Não, seis em pé e seis deitado.
>
> P: Tenho quatro figuras, como seria a próxima?
>
> Ma: Seis vezes seis menos um.
>
> P: E a sexta?
>
> Ma: Sete vezes sete menos um.
>
> P: E quanto dá isso?
>
> MV: 48.
>
> P: E como eu desenho esses 48 pontinhos?
>
> MV: Sete e sete.
>
> P: Como assim?
>
> MV: Sete embaixo e sete na esquerda (fazendo com a mão a orientação vertical).

P: E em cima?

MV: Seis, porque falta um.

Notamos que com a orientação da docente e a socialização entre os colegas, os estudantes conseguiram responder corretamente seguindo estratégias que não fosse a de desenhar todas as figuras anteriores. A professora seguiu com o mesmo raciocínio para a outra sequência.

P: E a sequência da vítima, como fica? (silêncio na sala) Vamos analisar, algumas pessoas responderam que é a sequência de números pares, tá certo?

Ma: É, multiplica por dois.

MZ e E: Certo.

P: Mas eu tenho todos os números pares?

MZ: Hum...

P: Vamos conferir. O número seis é par. Se a sequência é de números pares então o seis faz parte da sequência certo?

MZ: Não. Múltiplo de quatro.

O raciocínio dos estudantes não foi totalmente errado, já que os números apresentados eram pares, porém só perceberam que havia mais detalhes para analisar a sequência quando a professora perguntou se todos os números pares estavam na sequência.

P: E como é a sétima figura?

MS: Era pra ser oito vezes quatro. Não, sete. Dá 28.

P: Mas como?

MS: A primeira figura tem dois em baixo, a outra, três, a outra quatro, a outra cinco, a outra seis, a outra sete e a outra oito (contando no dedo até chegar a sétima figura).

Por fim, a docente perguntou o número de pontos, sem desenhar a figura de cada uma das sequências.

Percebemos que apesar de compreenderem como deveriam pensar sobre a resposta, o cálculo não foi feito, matematicamente correto.

P: Voltando à figura do assassino, quantos pontinhos tem a décima figura?

MS: 42.

P: Mas a sexta já tem 48.

A: 111.

P: Por que?

B: A gente fez 11 vezes 11.

Ma: É 11 vezes 11 menos um.

P: Todo mundo concorda?

Sala: Sim.

> P: Vamos lá, quanto é 11 vezes 11?
>
> MS , MZ e M: 22.
>
> B e A: 112.
>
> Ad: 121.
>
> Mc: Isso, 121.
>
> MS: 120 então, 121 menos um é 120.

Já o cálculo dos resultados da sequência da vítima foi feita sem muitos erros ou complicações.

> P: E a décima quinta figura da vítima, vai ter quantos pontinhos?
>
> MS: Tem dois embaixo, três, quatro...
>
> Ma: Vai ter 16 (contando no dedo até a 15ª)
>
> P: E no total? 16 embaixo com 16 em cima?
>
> B: 32.
>
> P: E dos lados?
>
> B: 28.
>
> Ma: Não, 32.
>
> P: Olha a terceira figura. 4 embaixo, 4 em cima e 4 de cada lado, se eu contar assim dá 16, mas tem 12. Olha esse ponto do canto.
>
> B: Contou 2 vezes cada um, então 28.
>
> P: 32 mais 28?
>
> AC: 60.

Em seguida, a professora propôs a análise de uma sequência diferente, relacionada à quinta questão detalhada no quarto capítulo. A resposta veio rápida e matematicamente correta.

> P: Quantos pontinhos terá a 45ª figura?
>
> B: 89.
>
> P: Por que?
>
> AJ: Porque tem 45 na horizontal e 45 na vertical, aí tira um dá 89.
>
> Ma: Por que tira um?
>
> A: Porque aquele ali da ponta é da horizontal e vertical, então é 45 na horizontal e 44 na vertical.

Quando questionados quanto à regra da sequência a resposta dos estudantes foi:

> P: E qual a regra dessa sequência?
>
> B: Vai aumentando de dois em dois.

Para as sequências utilizadas na 2ª rodada os estudantes conseguiram perceber o comportamento da sequência.

> P: E essa sequência, qual a regra?
>
> B: Aumenta de dois em dois.

P: Quem jogou essa, a regra era essa?

E: Não tinha isso.

P: Então qual outro modo podemos escrever a regra?

B: Números ímpares.

P: E essa sequência, como está aumentando?

And: Um ímpar e um par.

A: É um número vezes ele mesmo.

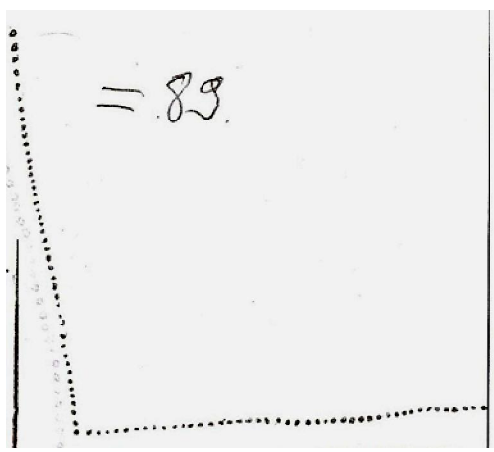
Diante das falas podemos analisar as aprendizagens ocorridas a partir das intervenções da professora.

Educando o olhar

Primeiramente podemos destacar que a percepção das alunas de que haverá 45 pontinhos na horizontal é o que Ponte, Branco e Matos (2009, p.46) chama de "estratégia da decomposição de termos", pois conseguiram visualizar o que acontece com cada termo, como ocorreu sua construção e "estabelece uma relação entre um termo e sua ordem" (PONTE; BRANCO; MATOS 2009, p.47).

É interessante notar que quando questionados na aula anterior muitos estudantes, especialmente os integrantes do grupo 4, desenharam a figura da posição 45 e contaram os pontos. Estavam presos à contagem termo a termo.

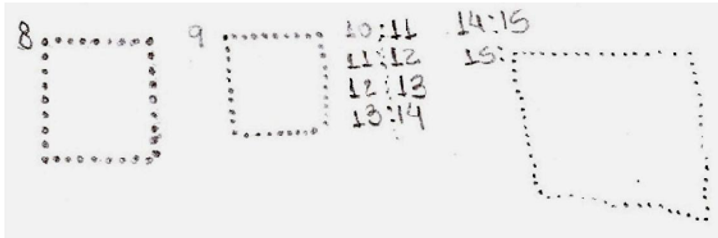
Figura 37: 45º termo da sequência - grupo 4



Fonte: Arquivo pessoal

Ainda vale ressaltar que os integrantes do grupo 1 utilizaram a mesma estratégia para solucionar outras atividades apresentadas.

Figura 38: Observação de padrões - grupo 1



Fonte: Arquivo pessoal

Quando a aluna B diz que a sequência aumenta de dois em dois, ela utiliza o que Ponte, Branco e Matos (2009, p.45) denominam por "estratégia aditiva", o que significa que a aluna observa o termo anterior, fazendo uso da recursão. A aluna compreende a sequência, mas não compreende muito bem o comportamento da sequência, caso a sequência não envolva a contagem aditiva.

Podemos observar que o objetivo dessa primeira atividade, analisar as regularidades presentes em sequências, foi alcançado em parte, uma vez que, os estudantes conseguem, a partir de contagem e com a intervenção da professora compreender o comportamento das sequências. Indicam tal comportamento de forma retórica, a partir de palavras, uma vez que não se exige a fórmula escrita, a partir das letras do alfabeto.

Após começar a refazer as atividades os estudantes, que antes avaliavam cada termo, passaram a olhar toda a sequência, por mais que não fizessem a generalização correta compreenderam o significado de sequência.

5. 2. A necessidade de simplificar

Esta atividade ocorreu no dia 16 de outubro de 2012. Os estudantes foram divididos em grupos, porém havia um número reduzido de estudantes, de forma que um estudante, em particular, fosse colocado em grupo diferente para não desenvolver a atividade sozinho.

O jogo das varetas foi entregue aos grupos juntamente com as regras e folhas para anotações. Pudemos observar que a maioria dos estudantes já conhecia o jogo, o que facilitou o reconhecimento das regras. Durante a primeira aula, os estudantes jogaram livremente.

Figura 39: Estudantes jogando o Pega Varetas

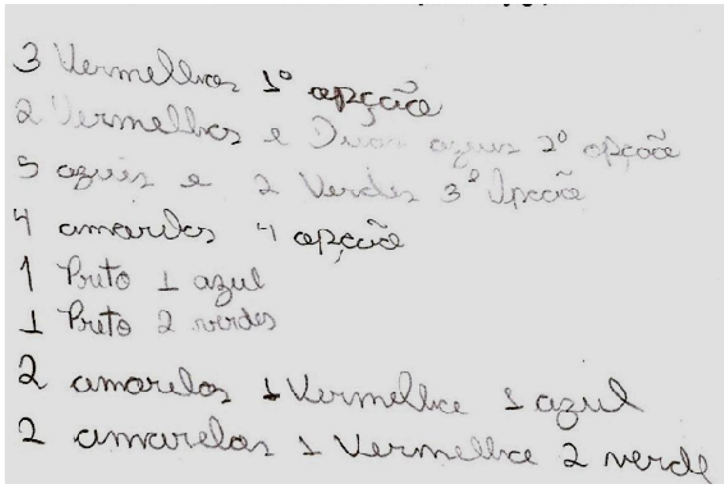
Fonte: Arquivo pessoal

Ao retornarem do intervalo continuaram jogando por alguns minutos para então a professora entregar a folha com as questões já detalhadas no quarto capítulo. O objetivo da atividade consistia na criação da necessidade de simplificar o modo de escrever a pontuação do jogo. Ou seja, ao invés dos estudantes escreverem as regras, a partir de palavras, convidávamos a classe a criar formas diferentes de representar os pontos obtidos.

5.2.1. Episódio 5: Respondendo às questões

Na questão que fazia referência ao total de pontos conseguidos por uma pessoa e as possibilidades de como obter tal pontuação, apenas um grupo escreveu mais de uma possibilidade.

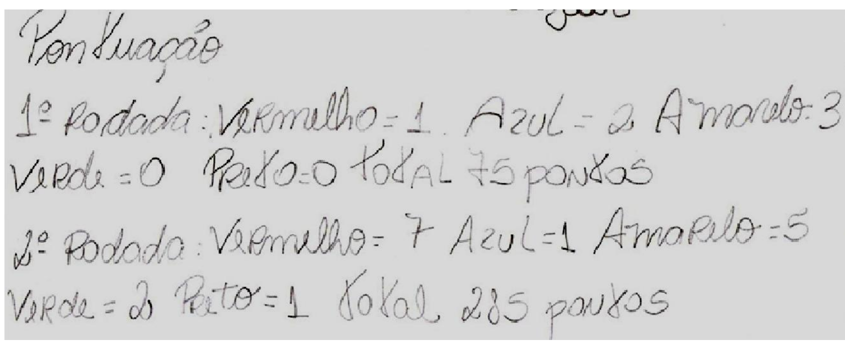
Figura 40: Diversas formas de obter a mesma pontuação - grupo 1



Fonte: Arquivo pessoal

Para escrever a pontuação, os grupos optaram por escrever a quantidade na frente da cor obtida, fato que foi utilizado depois para mostrar o quão grande era a frase e como ficaria após a simplificação.

Figura 41:Marcação da pontuação obtida - grupo 1



Fonte: Arquivo pessoal

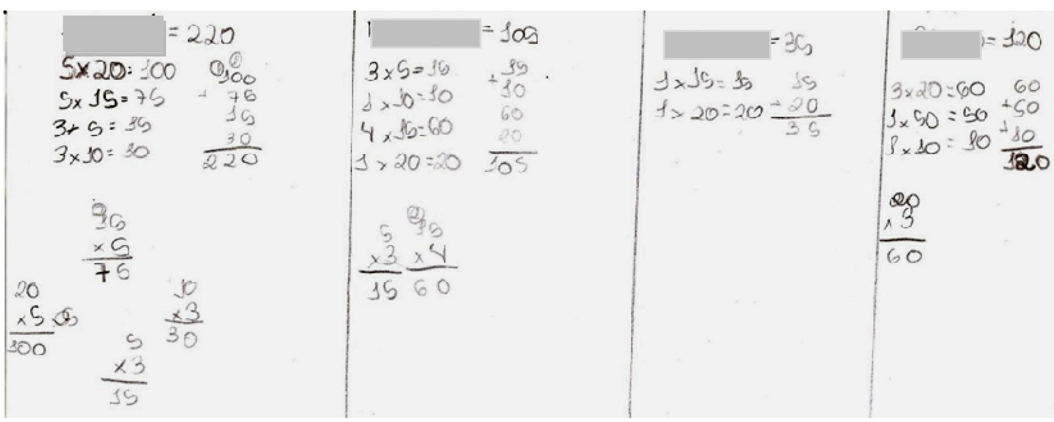
Na tentativa de escreverem a pontuação de um modo diferente o grupo 1 optou por representar a cor das varetas.

Figura 42: Representação da pontuação de forma diferente – grupo 1

Fonte: Arquivo pessoal

O grupo 4 representou a pontuação por meio de multiplicações.

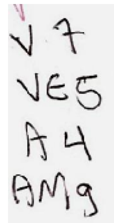
Figura 43: Representação da pontuação de forma diferente - grupo 4



Fonte: Arquivo pessoal

Já o grupo 7 optou por abreviações, porém não especificou qual correspondia a cada cor, fazendo uma legenda que se fazia necessária. Podemos deduzir, por exemplo que: V representa as varetas vermelhas; VE, as verdes; A representa as varetas azuis e AM representa as varetas amarelas.

Figura 44: Representação da pontuação de forma diferente - grupo 7



Fonte: Arquivo pessoal

Educando o olhar

De modo geral os estudantes armaram as contas para chegar à resposta solicitada, conforme resolvem os problemas aritméticos. Para analisar as falas dos estudantes fizemos uso de nove grupos, a saber: 1) resolver os problemas armando as contas requeridas no problema (4a); 2) representar mais de uma forma como obter 60 pontos no jogo (4b); 3) representar apenas uma forma de obter 60 pontos no jogo (4c); 4) representar a pontuação do grupo em uma tabela (4d); 5) representar a pontuação do grupo com palavras (4e); 6) representar a pontuação usando palavras quando pedido para simplificar a escrita (4f); 7) representar a pontuação com abreviações das cores quando pedido para simplificar a escrita (4g); 8) representar a pontuação por figuras quando pedido para simplificar a escrita (4h); 9) não fazer anotações da atividade (4i).

Observando as escritas dos estudantes podemos sintetizar os dados no seguinte quadro:

Tabela 8: Questões sobre pontuação no jogo Pega Varetas

	4a	4b	4c	4d	4e	4f	4g	4h	4i
Grupo 1	X	X		X				X	
Grupo 2									X
Grupo 3	X	X		X				X	
Grupo 4	X	X			X			X	
Grupo 5				X					
Grupo 6	X	X		X		X			
Grupo 7	X		X	X			X		
Grupo 8	X		X	X				X	

Podemos observar que para os estudantes, simplificar não é representar por letras. Apesar de um grupo usar abreviações, não ficou claro que encontraram a necessidade de simplificar.

Os estudantes, durante o desenvolvimento da atividade mostram que para eles, resolver os problemas como estão acostumados, com cálculos das operações, é um modo natural. Quando pedido para simplificar a escrita, abreviações e figuras aparecem mais facilmente, se aproximando da álgebra sincopada.

Vejamos se a necessidade de simplificar aparece no decorrer da atividade.

5.2.2. Episódio 6: Escolhendo um símbolo padrão

Para a introdução de um símbolo, utilizou-se a correção das questões propostas, mais precisamente de como escrever a pontuação obtida. A professora colocou na lousa como cada grupo escreveu sua pontuação (detalhados na tabela do item anterior).

Os alunos foram questionados então sobre as informações de uma linha da tabela da atividade proposta em que deveriam encontrar a quantidade de varetas verdes obtidas no jogo sabendo que a pontuação total foi de 450 e que foram obtidas seis varetas amarelas.

> P: Como a gente pode escrever isso?
>
> And: 6 amarelas e as verdes dão 450.

O aluno Ad se lembrou da forma como escreveu sua pontuação no jogo e respondeu de mesmo modo. Neste momento, a docente introduziu aspectos da História da Matemática relacionada ao uso de uma palavra específica para representar quantidades desconhecidas, uma vez que, a atividade que estava que desenvolvendo com os estudantes buscava a simplificação do modo de escrever, assim contou que quando os egípcios não conheciam algo, usavam a palavra *ahá* para representa-lo. A professora perguntou se, assim como na civilização egípcia não poderiam fazer uso da palavra *ahá* para descobrir a quantidade de palitos verdes. Os estudantes começaram a pensar sobre isso.

> S: Sim, é 6 amarela e ahá verde dão 450.
>
> P: Olha aqui o que vocês fizeram, posso usar os símbolos do S e do Ed pra não ficar escrevendo as cores? Como fica?
>
> S: 6 am e ahá v dão 450.
>
> P: O que significa esse “E”? (silêncio da sala) Se eu quero saber minha pontuação total em relação ao número de varetas amarelas e verdes, o que eu faço?
>
> Ma: Soma. Troca o “E” por mais.
>
> P: Isso, então...
>
> Ma: 6 am + ahá v dão 450.
>
> P: O que é esse “dão”?
>
> Ad: Igual. Fica 6 am + ahá v = 450.

A intenção inicial da professora era de convidar os estudantes a substituírem os valores da pontuação das varetas chegando à equação 30 + 20ahá = 450, mas como os alunos perguntavam quanto valia o *ahá* optou-se por resolver o problema.

> P: Cada vareta amarela valia 5 pontos, posso substituir então pela pontuação?
>
> AS: 6 vezes 5 dá 30, então 30 + ahá v = 450.
>
> Ma: Mas quanto que é o ahá?
>
> P: Calma Ma, a gente vai chegar lá. Se o total de amarelas é 30 e tudo dá 450, quanto no total eu tenho de verdes?
>
> AC: 420.
>
> P: O que é 420?
>
> AC: Ahá verde.
>
> P: E como eu escrevo?
>
> AC: ahá v = 420.
>
> P: E quanto vale cada vareta verde?
>
> S: 20.
>
> P: E quantas varetas valendo 20 pontos eu preciso pra obter 420?
>
> Ad: Ah, entendi, 21 varetas.
>
> Ma: Não entendi nada.
>
> P: Mais alguém não entendeu? (alguns alunos levantam a mão).

O objetivo da atividade não era a resolução da equação e sim a montagem, porém o foco dos estudantes estava em como resolver. Assim, foi necessário reelaborar a atividade que era proposta durante a realização da mesma e, a docente retomou as situações de aprendizagem propostas no caderno do aluno da quinta série onde os estudantes deveriam representar com um quadrado os valores que não conheciam, pois percebeu que com a palavra *ahá* os estudantes não estavam visualizando o ocorrido.

Figura 45: Exemplo de exercícios com operações inversas

6. Complete os quadrados com os números adequados:

a) $\boxed{} \xrightarrow{.3} \boxed{240}$

b) $\boxed{} \xrightarrow{\div 8} \boxed{25}$

c) $\boxed{} \xrightarrow{-60} \boxed{} \xrightarrow{.2} \boxed{40}$

d) $\boxed{} \xrightarrow{+30} \boxed{} \xrightarrow{\div 2} \boxed{60}$

7. Agora, resolva os seguintes problemas:

a) Pensei em um número. Somando 38 a esse número obtém-se 95. Em que número pensei?

Fonte: Caderno do aluno 5ª série, SEE/SP, p.11

Para tanto, deveriam fazer a operação inversa.

> P: Já sei, lembram que na apostila do ano passado tinha uns exercícios de pensei em um número e fiz um monte de coisas? Vamos fazer do mesmo jeito, sem o ahá. Pensei em um número, multipliquei ele por 20 e ao resultado somei o produto de seis por cinco, obtendo 450, que número é esse? Como a gente monta?
>
> Ad: $6 \cdot 5 + \square \cdot 20 = 450$

O estudante Ad respondeu prontamente, mas vários estudantes responderam de mesmo modo.

> P: Quanto é 6 vezes 5?
>
> Ma: 30.
>
> P: Então $30 + \square \cdot 20 = 450$. E agora.
>
> Ad: Ah, a gente fazia a operação inversa. Assim $30 + \bigcirc = 450$. Daí a gente faz 450 – 30, que dá 420. Então ali... $\square \cdot 20 = \bigcirc$, coloca dentro da bolinha 450 menos 30.
>
> P: E quanto é 450 menos 30?
>
> Em: 420. Fica $\square \cdot 20 = 420$.
>
> Ma: Operação inversa de novo. O quadradinho é o resultado de 420 dividido por 20.
>
> P: Assim: $\square = 420 \div 20$?
>
> Ma: Isso, e 420 dividido por vinte dá 21, coloca 21 dentro do quadradinho.
>
> P: E ficou mais fácil escrever assim?
>
> Ma: É mais fácil escrever um monte e ocupar um monte de espaço do que pensar em tudo isso.

Apesar de terem conseguido simplificar a escrita, o pensar em como simplificar a representação a partir de palavras, não se deu de forma natural. Para os estudantes escrever sem simplificar é natural e simplificar a escrita é algo que ocorre em um longo processo.

Ma consegue chegar ao resultado, mas também diz que escrever procurando simplificar é mais complicado, o que se pode analisar as suas respostas a partir dos estudos de Panossian (2008, p.149), uma vez que a autora afirma que "a resolução aritmética de uma situação-problema pode indicar que houve a compreensão da proposta, mas não garante a sua resolução algébrica".

Após essa etapa, a de tentar criar a necessidade de simplificar, a professora propôs aos estudantes que escolhessem um símbolo para a sala utilizar quando representassem situações-problemas, através de equações.

> P: O ahá foi o que os egípcios usavam, depois usamos quadradinho, bolinha. Vamos criar um símbolo pra escrever sempre que não sabemos algo?

Mc: Ponto de interrogação.

Ad: O Arroba.

E: Um asterisco.

Ma: Jogo da velha.

P: Mais alguém tem uma ideia?

MZ: Isso aqui professora (com um pedaço de papel na mão e vários riscos aleatórios).

P: Eu não sei fazer isso, o que é isso?

MZ: Inventei agora.

P: Faz na lousa pros colegas verem.

MZ: Ah, não sei fazer de novo.

P: Então como vamos usar isso sempre?

MZ: É, deixa quieto.

[...]

P: O símbolo escolhido então foi o arroba.

Ma: Então o arroba dá 21.

A fala de Ma mostra que para ele simplesmente trocar o ahá por @ é escrever a quantidade 21 de outra forma. Assim, a docente propôs alguns exemplos para que os estudantes não associassem a letra a um número específico, neste momento lembrou-se de exercícios tratados na série anterior que compunham o caderno do aluno e que os estudantes diziam que gostavam de resolver aquele tipo de exercício.

P: Será? Vamos fazer um exemplo. Um número multiplicado por 4 dá 56. Eu sei que número é?

Sala: Não.

P: Então o que eu faço?

Sala: @ · 4 = 56.

P: Hum... E que número que vezes quatro da 56?

Mc: 14. @ = 14.

P: Outro exemplo: Um número dividido por 5 resulta 10. E agora?

Sala: @ ÷ 5 = 10.

And: 2.

S: 10. Não, 50.

Ma: Que 50, é 20. Ah, entendi, 50.

P: O arroba deu igual?

Ma: Não. Ah, não tem que dar o mesmo número?

Ad: Não né, senão não seria número desconhecido e não precisava usar o arroba.

P: Agora vamos usar o arroba naquelas frases do primeiro jogo. Sentem em grupo.

Apesar de a atividade ter sido feita com total intervenção da professora, vale a pena ressaltar alguns fatores a seguir.

Educando o olhar

A atividade procurou criar a necessidade de simplificar a linguagem retórica, a partir de uma palavra específica ou ainda de um símbolo que representasse o valor desconhecido, buscando chegar à linguagem simbólica, enfatizando-se a letra.

Não podemos afirmar se o objetivo foi alcançado, pois como descrito acima, a intervenção da professora ocorreu a todo o momento, sendo necessário um trabalho com mais tempo para que o estudante se aproprie de tal necessidade, algo que não foi possível observar durante a pesquisa.

Podemos destacar a fala de Ma que associa o símbolo a um número quando responde prontamente que o arroba representa o número 21, para ele, o símbolo representa uma quantidade fixa, fato que é compreensível, já que a noção de variável não é entendida tão facilmente, pois "a variável é e não é cada um dos elementos" (CARAÇA[6], 1998 apud SOUSA, 2005, p.39). Já And, ao responder a Ma demonstra que compreendeu que a mesma letra pode ser associada a quantidades diferentes.

Para analisar se os estudantes conseguiam simplificar a escrita das expressões retóricas, sem a intervenção da professora-pesquisadora deu-se continuidade à atividade.

5.2.3. Episódio 7: Reescrevendo com símbolos as frases da atividade 1

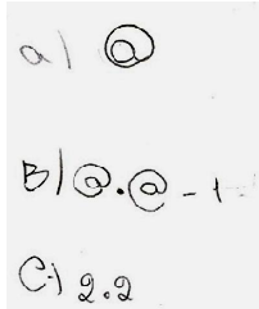
Solicitamos aos estudantes pensassem sobre as frases que compunham o jogo *Mistério Matemático* da primeira atividade. Percebemos que, poucos entenderam a proposta e mesmo falando corretamente não conseguiram escrever o que pensavam.

O grupo 3 por exemplo, ao afirmar "multiplico um número por ele mesmo e subtraio uma unidade" escreveu de modo correto, mas não conseguiu generalizar, através de fórmula, o que são números pares ou ímpares.

---

[6] CARAÇA, B.J. **Conceitos fundamentais da Matemática.** Portugal – Grandiva. 1998

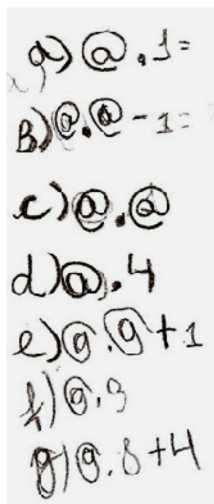
Figura 46: Tentativa de generalização, a partir de fórmula - grupo 3



Fonte: Arquivo pessoal

O grupo 6 foi o que mais se aproximou da representação formal, a qual denominamos de generalização, conforme mostra a figura a seguir.

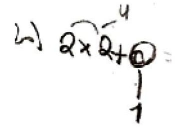
Figura 47: Tentativa de generalização, a partir de fórmula - grupo 6



Fonte: Arquivo pessoal

O grupo 4 tentou generalizar de maneira a usar as letras, mas associou o símbolo a um número. Essa tentativa mostra que, apesar de se utilizar da letra, os estudantes, em sua maioria, não percebem o seu papel, ou seja, não percebem que a mesma letra pode indicar quantidades diferentes podendo indicar variação.

Figura 48: Tentativa de generalização usando letra - grupo 4



Fonte: Arquivo pessoal

A hipótese do grupo 1, indica que "ainda que os estudantes consigam expressar oralmente a relação entre duas grandezas, o registro escrito e simbólico não se apresenta de forma simples e direta" (PANOSSIAN, 2008, p.153). Este fato se evidencia na fala do grupo, que entregou a folha em branco.

> B: Professora aqui pode ser qualquer número multiplicado por ele mesmo?
>
> P: Não é qualquer, são todos eles.
>
> B: Mas eu não sei que número é esse.
>
> P: Pode ser um vezes um, dois vezes dois, o número que eu não sei vezes o número que eu não sei.
>
> B: Ah, @ vezes @ menos um?
>
> P: Isso mesmo.

Educando o olhar

De modo geral, esta atividade apontou que "as situações-problema propostas permitiram com que os estudantes fizessem deduções a partir de juízos, mas não a formação do conceito, que é resultado de um processo mais longo e complexo" (PANOSSIAN, 2008, p.139).

Para analisar as falas elencamos quatro grupos, a saber: 1) expressar oralmente como escrever as regularidades de forma simplificada (5a); escrever de forma simplificada a regularidade (5b); escrever de forma simplificada mas não chegar na regularidade (5c); não fazer anotações (5d).

Podemos escrever os dados obtidos, a partir das tentativas dos estudantes escreverem com símbolos na tabela:

Tabela 9: Simbolização de frases

	5a	5b	5c	5d
Grupo 1	X			X
Grupo 2				X
Grupo 3	X		X	
Grupo 4	X		X	
Grupo 5				X
Grupo 6	X	X		
Grupo 7			X	
Grupo 8				X

Podemos indicar que, as falas apontam que os estudantes entenderam a proposta de simplificar e chegaram a expressar isso oralmente, mas quando tentam escrever a simplificação não ocorre.

Percebemos que ao final do tempo decorrido durante a pesquisa que o processo de formalização do conceito é feito ao longo de muitas aulas, mas discutiremos os fatos mais relevantes que apareceram no capítulo a seguir.

Considerações Finais

O aprendizado da linguagem algébrica requer tempo para aprender suas especificidades e suas regras. No começo da pesquisa havia o anseio de conseguir com que os estudantes dominassem tal linguagem no tempo da pesquisa, mesmo sabendo que tal fato seria quase que impossível. Ao preparar as atividades tínhamos como objetivo atender e compreender a necessidade dos estudantes em aprender a nova linguagem, a partir de suas próprias falas, enquanto nos explicitavam as aprendizagens matemáticas que iam tendo enquanto jogavam. Ou seja, usamos o jogo como mediação no processo de ensino e de aprendizagem. Tanto eu, enquanto professora e pesquisadora, quanto os estudantes aprendiam. Tínhamos também o desejo de que ao abordar o conceito de forma lúdica, algumas dificuldades encontradas no tradicional giz e lousa seriam supridas e o aluno demonstrasse um maior interesse.

O caderno do aluno, enviado às escolas pela Secretaria da Educação do estado de São Paulo serviu como roteiro base para a organização das atividades. Dessa forma, optamos por iniciar as aulas através das sequências, assim como o caderno. Priorizamos a análise do comportamento das sequências, com vistas a convidar os estudantes a criarem leis gerais, a partir da escrita com palavras, por ser a linguagem natural dos estudantes. Durante a organização das AOE na sala de aula procuramos considerar a as abreviações produzidas pelos estudantes para chegar à linguagem simbólica, no uso das letras. Durante o desenvolvimento das aulas, o livro didático por não ter a mesma abordagem das AOE não foi utilizado na pesquisa. Ressaltamos que aplicamos uma das possíveis metodologias que abordam o assunto e que este não é o único modo de trabalhar os conceitos aqui vistos. A mudança durante a pesquisa de parte de uma das atividades fez-se necessária devida a necessidade manifestada pelos estudantes de trabalharem mais a questão do que é uma sequência e no anseio por resolverem uma equação.

O compartilhamento do material obtido com outros professores foi de grande importância, não só para os professores que muitas vezes têm dificuldades em encontrar o material adequado para a preparação de suas aulas, como para a pesquisadora, pois possibilitou a discussão sobre a utilização de jogos e sobre o ensino de álgebra.

A partir do vivenciado em sala de aula e das análises escrita e dos vídeos podemos perceber, por exemplo, que o reconhecimento de sequências pictóricas e numéricas, assim como sua generalização não ocorre, naturalmente por parte do estudante que não compreende o que é, nem o comportamento da sequência, pois quando se depara com os termos fora de ordem não consegue colocá-los em ordem sozinho, é necessária intervenção do professor e mesmo assim poucos estudantes analisam a sequência como um todo e não termo a termo, assim, a iniciação algébrica, a partir da análise das características das sequências, parece não garantir que o estudante consiga alcançar os objetivos da atividade: criar leis gerais, a partir de fórmulas que utilizam letras, especialmente a letra x, o comportamento das sequências.

Os estudantes mostram que, para eles, a previsão de termos de sequência está atrelada a contagem e nos casos de sequências pictóricas às figuras. Mesmo sabendo qual será o termo subsequente, o estudante faz a figura para verificar se contou corretamente. Em nenhum momento, ficou explícito que o estudante sozinho faz a correspondência do termo com sua posição na sequência. Desse modo, não conseguimos saber se abordar a generalização de sequências como ponto de partida da iniciação algébrica é o melhor caminho a seguir.

Para o estudante a economia de palavra é fazer tabelas e não simbolizar, através das letras. O uso das letras, no início da iniciação algébrica dos estudantes é uma tarefa lenta que requer concentração, enquanto que a organização de tabelas é encarada como natural.

Mesmo expressando oralmente o que deveria fazer, a escrita através de palavras e símbolos não ocorre de imediato, dessa forma, os estudantes mostram que o novo conceito, ou seja, criar uma expressão que indique a contagem feita dos elementos presentes nas sequências não é entendida rapidamente.

Após as doze aulas em que as atividades foram desenvolvidas constatamos que mesmo quando apresentamos as equações prontas, o estudante recorre a uma situação-problema para entendê-la, contextualizá-la e, por fim, resolvê-la, ou seja, no nosso caso, o estudante supunha que os números presentes na equação representavam quantidades de varetas ou sua respectiva pontuação.

Mesmo no final do bimestre, ao se depararem com situações-problema em que uma das resoluções seria por equação o estudante não buscava escrever a equação e resolvê-la, outros métodos são preferenciais, como por exemplo armar contas de adição e multiplicação, fazendo a contagem.

A presente pesquisa não solucionou problemas que envolvem a iniciação algébrica dos estudantes, o que nem era o objetivo, no entanto, mostrou que, a AOE, na forma de jogo pedagógico promove resultados positivos, relacionados ao processo de ensino e aprendizagem mesmo que em longo espaço de tempo, pois em aulas posteriores às da pesquisa, os estudantes lembraram-se da situação vivida durante o desenvolvimento da AOE para novas deduções e observações.

Como já dito anteriormente, a iniciação algébrica ocorre de modo lento e requer que o professor a todo o momento crie condições para que os estudantes tenham necessidade de simbolizar as situações-problema, de forma que possa compreender a linguagem que está sendo apresentada. Assim, o anseio inicial de que os estudantes dominassem totalmente tal linguagem no tempo da pesquisa não se concretizou. Também não podemos responder à questões sobre se devemos, de fato, começar a abordagem da álgebra por sequências, já que temos aqui apenas uma amostra do que pode ocorrer.

No entanto, constatamos que os estudantes compreenderam o significado de sequências, bem como a necessidade de simplificar a escrita, por mais que inicialmente isso não ocorra de forma natural para eles.

Vale a pena ressaltar ainda que na série seguinte, ou seja, na sétima série, os estudantes continuaram a ser alunos da pesquisadora que pretende aprofundar mais os conhecimentos dos estudantes nessa nova linguagem recentemente aprendida, a partir de AOE que envolveram a iniciação algébrica.

Como professora, posso afirmar que, as dificuldades encontradas durante as aulas pelos estudantes não se repetiram com as que havia encontrado em anos anteriores. Desse modo, afirmamos que a pesquisa atendeu a necessidade da professora em investigar, refletir e compreender o que ocorre com os estudantes durante a iniciação algébrica, a partir do momento em que os estudantes explicitam suas aprendizagens, manifestas em suas falas e anotações feitas nos cadernos. Reconhecemos em suas falas tanto as facilidades, quanto as dificuldades e entendimentos relacionados aos conteúdos estudados. A partir das aprendizagens e das dificuldades explicitadas, reelaborávamos as AOE quando necessário, de forma que pudessem contribuir com a apropriação efetiva do pensamento algébrico pelos estudantes. Ainda, por exemplo, que por mais que faça adaptações ao material levando em consideração às características dos estudantes a aprendizagem da álgebra não ocorreu da forma tão natural quanto esperava, mas as dificuldades não foram tão grandes quanto as de experiências anteriores.

Já como pesquisadora percebi que, por mais que tenhamos um estudo teórico sobre as dificuldades dos estudantes ou sobre as possíveis metodologias, o que guia a pesquisa são os estudantes, seus anseios, suas particularidades e características. De tudo isso, vem a necessidade de entendê-los e estudar sobre suas dificuldades e suas potencialidades, ou seja, suas aprendizagens. Ainda aprendi que estudar a minha sala de aula, suas particularidades enquanto aprendem um conteúdo, no caso a álgebra, não só contribui para o meu amadurecimento sobre a educação, mas também contribui para o aprendizado dos estudantes.

Referências

AGUIAR, João Serapião de. **Educação Inclusiva:** jogos para o ensino de conceitos. Campinas: Papirus Editora, 2004.

ALMEIDA, Paulo Nunes de. **Educação Lúdica:** técnicas e jogos pedagógicos. 11. ed. São Paulo: Loyola, 2003. v. 1. 295 p.

ALVES, Eva Maria Siqueira. **A ludicidade e o ensino de matemática.** 4ª ed. Campinas, SP: Papirus, 2007.

ARAUJO, Elizabeth Adorno de. O jogo – O Teu e o Meu – para Auxiliar o Pensamento Algébrico. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2004, Recife – PE. **Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática**, Recife: Sbem, 2004, v. 1, p. 1-14.

BARROS, Rui Marcos de Oliveira. Jogos eletrônicos para o ensino de álgebra na 6ª série. In: ENEM – ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9, 2007, Belo Horizonte. **Anais do IX ENEM**, Belo Horizonte: Sbem, 2007, p.1-13.

BERNARDES, Maria Eliza Mattosinho. MOURA, Manoel Oriosvaldo de. **Mediações simbólicas na atividade pedagógica.** 2009. Disponível em < http://www.scielo.br/pdf/ep/v35n3/04.pdf> Acesso em 25 de março de 2013.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN):** matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRENELLI, Rosely Palermo. **O jogo como espaço para pensar:** a construção de noções lógicas aritméticas. Campinas, SP: Papirus, 1996.

CAILLOIS, Roger. **Os jogos e os homens:** a máscara e a vertigem. Tradução José Garcez Palha. Lisboa, Portugal: Cotovia, 1990.

CAVALCANTE, Luiz G.*et al*. **Para saber matemática, 6ª série** – 2ª ed. – São Paulo: Saraiva, 2006.

CHATEAU, Jean. **O jogo e a criança.** 4ªed. São Paulo: Summus Editorial, 1987.

FREIRE, João Batista. **O jogo:** entre o riso e o choro. 2ªed. Campinas: Autores Associados, 2005.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. (Coleção formação de professores).

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática, 7º ano** – São Paulo: FTD, 2009. – (Coleção a conquista da matemática).

GRANDO, Regina Célia. **O jogo suas possibilidades metodológicas no processo ensino-aprendizagem da matemática.** 1995. 194p. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade de Campinas, Campinas,1995.

____________________. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula.** São Paulo: Paulos, 2004.

HUIZINGA, Johan. **Homo Ludens:** o jogo como elemento da cultura. 6ªed. Tradução de João Paulo Monteiro. São Paulo: Ed. Perspectiva, 2010.

MATTOS, Robson Aldrin Lima. **Jogo e Matemática:** uma relação possível. Salvador: R.A.L., 2009.

MENDES, Márcia Aparecida. **Saberes docentes sobre jogos no processo de aprender e ensinar Matemática.** 2006. 144p. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, MG, 2006.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. A séria busca no jogo: do lúdico na Matemática. In: KISHIMOTO, T. T. M. (Org.) **Jogo, Brinquedo, Brincadeira e Educação.** 14ªed. São Paulo: Cortez, 1996.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, Amélia Domingues de. CARVALHO, Anna Maria de. (Org.). **Ensinar a ensinar – didática para a escola fundamental e média.** São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2001, p. 143-162.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. et al. Atividade Orientadora de Ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. **Revista Diálogo Educacional**, v.10, n. 29, p.205-229, jan./abr. 2010.

OLIVEIRA, Marília Barros de. **Construindo significados para a linguagem algébrica com o auxílio do jogo codificação-decodificação.** 2004. 177p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, SP, 2004.

PANOSSIAN, Maria Lucia. **Manifestações do pensamento e da linguagem algébrica de estudantes: indicadores para a organização do ensino.** 2008. 179p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

PONTE, João Pedro da. BRANCO, Neusa. MATOS, Ana. **Álgebra no ensino básico.** Disponível em <http://area.dgidc.min-edu.pt/materiais_NPMEB/003_Brochura_Algebra_NPMEB_(Set2009).pdf> Acesso em 08 de janeiro de 2013.

POWELL, Arthur B. FRANCISCO, John M. MAHER, Carolyn A. Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento de ideias e raciocínios matemáticos de estudantes. In: **Bolema**, nº 21, p.81-140, 2004

RAUPP, Andréa Damasceno. **Educação Matemática: processos interativos em situações de jogo no ensino fundamental.** 2009. 138p. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Passo Fundo, Passo Fundo, RS, 2009.

RODRIGUES, Carolina Innocente. **Ensino de pré-álgebra através de jogos no 7º ano do ensino fundamenta.** 2008. 34p. Trabalho de conclusão de curso (Licenciatura em Matemática). Departamento de Matemática, Ufscar, São Carlos, SP, 2008.

SÃO PAULO (Estado), Secretaria da Educação (SEE/SP). **Caderno do professor**: matemática, ensino fundamental – 6ª série, volume 4 / Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini; equipe, Carlos Eduardo de Souza Campos granja, José Luiz Pastore Mello, Nilson José Machado, Roberto Perides Moisés, Walter Spinelli. – São Paulo: SEE, 2009.

SÃO PAULO (Estado), Secretaria da Educação (SEE/SP). **Caderno do aluno**: matemática, ensino fundamental – 6ª série, volume 4 / Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini; equipe, Carlos Eduardo de Souza Campos granja, José Luiz Pastore Mello, Nilson José Machado, Roberto Perides Moisés, Walter Spinelli. – São Paulo: SEE, 2009.

SÃO PAULO (Estado), Secretaria da Educação (SEE/SP). **Currículo do Estado de São Paulo**: matemática e suas tecnologias – 6ª série, volume 4 / Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini; equipe, Carlos Eduardo de Souza Campos granja, José Luiz Pastore Mello, Nilson José Machado, Roberto Perides Moisés, Walter Spinelli. – São Paulo: SEE, 2010.

SCARLASSARI, Nathalia Tornisiello. **Um estudo de dificuldades ao aprender álgebra em situações diferenciadas de ensino em alunos da 6ª série do Ensino Fundamental.** 2007. 149p. Dissertação (Mestrado em Educação: Educação

Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP. 2007

SEIXAS, Roziane Tauffer de Lima Borges; PEDROSO, Sandra Mara Dias. **Sistematizando a álgebra através de uma atividade prazerosa:** o jogo. 2008. Disponível em <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/49-4.pdf> Acesso em 31 de janeiro de 2013.

SESSA, Carmen. **Iniciação ao estudo didático da álgebra:** origens e perspectivas. Tradução: Damian Kraus. São Paulo: Edições SM, 2009.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez; MILANI, Estela. **Jogos de Matemática de 6º a 9º ano**. Porto Alegre: Artmed, 2007.

SOUSA, Maria do Carmo de. LANNER DE MOURA, Anna Regina. O lógico-histórico da álgebra: dois olhares diferentes. **Zetetike** (UNICAMP), Campinas, v.13, n.24, p.11-45, 2005.

SOUZA, Eliane Reame de. DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira. **Álgebra:** das variáveis às equações e funções. 1ª Ed. São Paulo: CAEM/IME-USP, 2008.

ANEXOS

ANEXO 1 – TERMO DE CONSENTIMENTO

Seu filho está sendo convidado para participar da pesquisa cujo objetivo é investigar as potencialidades do jogo pedagógico como um recurso didático em sala de aula.

1. (Descrição da justificativa, objetivos e procedimentos que serão utilizados na pesquisa).

a. Seu filho foi selecionado porque cursa o 7º ano do ensino fundamental na EE Prof. Augusto da Silva César, na cidade de Araraquara, e a participação dele não é obrigatória.

b. O objetivo principal deste estudo é analisar que significados matemáticos são explicitados/manifestados por estudantes do 7º ano do ensino fundamental durante o desenvolvimento de um jogo.

c. A participação de seu filho nesta pesquisa consistirá em jogar o jogo e registrar os cálculos utilizados durante o mesmo.

d. O jogo será proposto durante as aulas. Toda a atividade será gravada em vídeo para posterior análise.

2. (Descrição dos desconfortos e riscos possíveis e os benefícios esperados).

a. Não haverá nenhum risco e desconforto ao participar desta pesquisa, porque sua identidade será preservada e a participação de seu filho será espontânea, uma vez que ele poderá desistir a qualquer momento.

b. Os vídeos somente serão assistidos pela pesquisadora e sua orientadora com fins únicos e exclusivamente acadêmicos de análise. Ele jamais será divulgado em nenhum meio de comunicação, nem na internet.

3. A pesquisa está sendo desenvolvida pela mestranda Regiane de Oliveira Gaspar, do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE), no Departamento de Matemática (DM), na Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), sob a orientação da Profa. Dra. Maria do Carmo de Sousa e contou com o financiamento da Capes, a partir do Programa Observatório a Educação no ano de 2011 e com o financiamento do programa de bolsas da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo no ano de 2012.

4. Explicitação da liberdade do sujeito em recusar a participar ou retirar seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma e sem prejuízo ao seu cuidado.

a. "A qualquer momento seu filho pode desistir de participar e retirar seu consentimento."

b. "A recusa dele não trará nenhum prejuízo em sua relação com o pesquisador ou com a instituição."

5. Explicitação da garantia do sigilo que assegure a privacidade dos sujeitos quanto aos dados confidenciais envolvidos na pesquisa.

a. "As informações obtidas através dessa pesquisa serão confidencias e asseguramos o sigilo sobre sua participação."

b. "Os dados não serão divulgados de forma a possibilitar sua identificação."

6. Você receberá uma cópia deste termo onde consta o telefone e o endereço do pesquisador principal, podendo tirar suas dúvidas sobre o projeto e sua participação, agora ou a qualquer momento.

____

Regiane de Oliveira Gaspar
email: regianegaspar@gmail.com
Araraquara, de 2012

____

Assinatura do responsável do participante da pesquisa