UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – PPGECE

MARISTELA ALVES SILVA

ELABORAÇÕES DE ESTUDANTES DO 7° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL SOBRE NÚMEROS INTEIROS E SUAS OPERAÇÕES

SÃO CARLOS

2012

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS – PPGECE

MARISTELA ALVES SILVA

ELABORAÇÕES DE ESTUDANTES DO 7° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL SOBRE NÚMEROS INTEIROS E SUAS OPERAÇÕES

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas do Centro de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal de São Carlos, como exigência parcial para a obtenção do título de mestre, sob orientação da Professora Doutora Maria do Carmo de Sousa.

SÃO CARLOS

2012

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da Biblioteca Comunitária da UFSCar

S586ee

Silva, Maristela Alves.
Elaborações de estudantes do 7° ano do ensino fundamental sobre números inteiros e suas operações / Maristela Alves Silva. -- São Carlos : UFSCar, 2013.
122 f.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2012.

1. Matemática - estudo e ensino. 2. Matemática. 3. Atividade orientadora de ensino. I. Título.

CDD: 510.7 (20[a])

Banca Examinadora:

Dra. Maria do Carmo de Souza (orientadora)
DME - UFSCar

Profa. Dra. Esther Pacheco de Almeida Prado
ICMC – USP

Prof. Dr. José Antonio Salvador
DM – UFSCar

Dedico a meu querido esposo Marcos e meus filhos Mateus e Miguel que são a minha razão de viver... Que sempre me incentivaram e entenderam os momentos de ausências... Ofereço com todo meu amor...

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus que sempre vem à frente de todos meus esforços. Guardando-me e protegendo-me colocando em meu caminho anjos que citarei a seguir...

A minha família que sempre esteve nos bastidores me ajudando e até me substituindo em momentos imprescindíveis que não pude estar presente por conta das viagens e obrigações.

Quero agradecer imensamente minha querida Orientadora Maria do Carmo de Sousa, pela imensa paciência e dedicação. Obrigada pela confiança, pois acreditou em mim mesmo quando nem mesmo eu acreditava.

Agradeço aos meus colegas de turma que foram muitos, o quanto ajudaram-me nessa caminhada. Cada deixou um pouquinho de si e levou em pouquinho de mim no coração...

Como não citar os professores verdadeiros mestres que com suas experiências e carinho tanto contribuíram para a concretização desse trabalho.

Ao GEM (Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática) e ao Programa Observatório da Educação, da UFSCAR, pelas grandes contribuições a este trabalho. A CAPES pelo financiamento de meus estudos.

À Equipe gestora da Escola que propiciou o ambiente adequado para o desenvolvimento das atividades. Em especial minha amiga Fátima que ajudou nas filmagens e sugestões de adaptações.

A minha secretária Marina que me ajuda com o trabalho mais delicado e com amor cuida dos meus filhos como se fossem seus...

Enfim um agradecimento especial a todos que direta ou indiretamente contribuíram para a realização desse trabalho.

RESUMO

Esta pesquisa é qualitativa e tem como principal objetivo analisar as principais elaborações explicitadas por estudantes do 7° ano de ensino fundamental sobre números inteiros e suas operações. Foram envolvidos alunos de uma escola municipal de cidade de Fernandópolis – SP. A questão que norteia o estudo é: Quais elaborações os estudantes manifestam e/ou explicitam enquanto vivenciam as atividades orientadoras de ensino com números inteiros? O percurso desse trabalho perpassa pela história dos números inteiros, teoria dos números e proposta curricular do Estado de São Paulo, incluindo-se aí, a vivência dos estudantes com os conceitos estudados, a partir de Atividades Orientadoras de Ensino. As atividades foram preparadas pela professora da turma, e, inicialmente, consideraram as situações de aprendizagens propostas pelos cadernos, da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. Durante o desenvolvimento das mesmas foi necessário fazer adaptações de forma que os estudantes pudessem compreender os conceitos estudados. Tais adaptações foram feitas, a partir das devolutivas dos alunos, bem como, das reflexões da professora. O foco da pesquisa é o processo e não apenas o resultado obtido pelos estudantes, após a resolução das atividades. As elaborações dos alunos são explicitadas através dos diálogos que ocorrem durante a vivência das atividades, na sala de aula. Os estudantes explicitam, oralmente que: a) acreditam que abaixo de zero não existe nenhum número; b) o sinal de menos não tem significado e c) é impossível operar quantidades negativas. As atividades desenvolvidas têm por objetivo Questionar e problematizar as verdades momentâneas explicitadas pelos estudantes, proporcionando momentos em que possam formular novas ideias, a partir das necessidades exigidas nas atividades.

Palavras chave: Ensino De Matemática, Números Inteiros, Atividade.

ABSTRACT

This research is qualitative and has as main objective to analyze the main elaborations explained by students from 7th year of elementary school on integers and its operations. Students were enrolled in a public school in the city of Fernandópolis - SP. The question that guides the study is: What elaborations students manifest and / or explicit experience while guiding the activities of teaching with integers? The route goes through the history of this work of integers, number theory, and curriculum of the State of São Paulo, including therein, the experience of the students with the concepts studied, from Guiding Teaching Activities. The activities were prepared by the teacher of the class, and initially considered the learning situations proposed by books, the Department of Education of the State of São Paulo. During their development was necessary to make adjustments so that students can understand the concepts studied. These adjustments were made, fed back from the students as well as the reflections of the teacher. The focus of the research is the process and not just the result obtained by students after solving activities. The elaborations of the students are explained through dialogues that occur during the experience of the activities in the classroom. Students explicit oral that: a) believe that below zero there is no number, b) the minus sign is meaningless and c) it is impossible to operate negative quantities. The activities are aimed at questioning and questioning the "truths" momentary explained by students, providing moments in which to formulate new ideas, based on the needs required activities.

Keywords: Math, Integers, Activity.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

A ideia dessa investigação nasceu a partir de dificuldades enfrentadas por nós, ao ministrarmos aulas, sobre os números inteiros no ensino fundamental. Percebemos que os alunos do 7° ano [(1)] não entendiam o conteúdo programado para o primeiro bimestre do ano letivo.

Nossa experiência de professora que, leciona há quatorze anos para a faixa-etária citada, nos alerta o quanto delicado é a compreensão dos alunos no que diz respeito à aprendizagem desse conteúdo. Todos os anos o desafio é fazer com que os alunos compreendam e se apropriem do conteúdo dos números inteiros em suas diferentes representações, como por exemplo, os opostos, contrários, bem como suas aplicações em temperaturas negativas, etc.

Vale a pena ressaltar que, quando nos formamos tínhamos a sensação de que já estávamos prontas para iniciar nossa vida profissional. Mas quando efetivamente começamos nossa jornada, nas escolas, percebemos, durante o curso de licenciatura, aprendemos muito pouco do universo escolar, apesar dos estágios que fizemos.

Fizemos licenciatura e como o próprio nome sugere achamos que íamos aprender a lecionar. Mas o curso de licenciatura se preocupou muito em apresentar o conteúdo matemático, algo necessário, mas não suficiente. Então buscamos uma formação mais pedagógica. Como única opção na região, fizemos o curso de Especialização em Psicopedagogia. Uma experiência muito proveitosa onde pudemos discutir os problemas da escola com diversos professores de diferentes áreas, apoiados em autores e estudiosos que não tivemos a oportunidade de conhecer e dialogar quando cursávamos matemática na faculdade.

Há de se ressaltar ainda que, sempre buscamos nos aperfeiçoar, procurando cursos e apoio para conseguirmos entender e tentar algum sucesso com os alunos. Dessa forma em 2009, chegamos a São Carlos, no Mestrado Profissional, no PPGECE. Aqui, tivemos a oportunidade de participar do Programa “Observatório da Educação”, financiado pela Capes e pelo INEP, enquanto professora-bolsista. Aprendemos, de forma coletiva, a escrever e refletir sobre nossa prática e concepções sobre ensino de Matemática.

(1) Denominação para a antiga 6ª. Série do ensino fundamental.

As reflexões que fizemos no Programa, nos mostram que, apenas saber os conteúdos matemáticos e usar bem os materiais didáticos que chegam até as nossas escolas, não é suficiente para melhorar o ensino, pois, nesses quatorze anos de magistério conhecemos algumas propostas curriculares enviadas para as escolas, como por exemplo: 1) Os Guias Curriculares para o Ensino de 1º Grau foram elaborados na década de 1970 para orientar a implantação da reforma do ensino estabelecida pela Lei 5.692/71 conforme estudos de (SILVA; ARELANO, 1987) e Palma Filho (1989). 2) a proposta curricular de 1988; 3) em 1997, os Parâmetros Curriculares Nacionais. (SOUZA, 2006). Caracterizando como materiais didáticos todos os materiais recebidos nas escolas para apoio às aulas.

Podemos afirmar, num primeiro momento que, o professor, não ficou em suas escolas sem material. Mas é possível questionarmos: será que todas as escolas têm e tiveram as mesmas necessidades, uma vez que, os mesmos materiais didáticos foram enviados a elas? Será que todos os professores têm as mesmas concepções? E, ainda, será que tais concepções são as mesmas daqueles que elaboraram os materiais didáticos e propostas curriculares? E, em relação aos números inteiros, quais materiais didáticos foram disponíveis aos professores?

Segundo Sousa (2004) a maioria das propostas curriculares, até o momento, é elaborada “para” os professores e não “com” os professores. Dessa forma, ao que parecem profissionais do ensino são considerados, apenas, “executores” de currículos que, de tempos em tempos, chegam até as escolas através de livros didáticos. Logo, os professores recebem materiais para as aulas e livros didáticos prontos e acabados.

É por esse motivo, que aceitamos o convite para participar do Projeto Observatório da Educação intitulado: “Produtos educacionais no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática: itinerários de desenvolvimento e implementação, a partir da rede de pesquisa participante Escola-Universidade”, iniciado em 01/01/2008 e será concluído em 31/12/2012. Pois convida os professores que participam do projeto a refletir sobre sua prática.

O Programa era constituído por dois subprojetos: um referente ao Ensino de Física e outro, referente ao Ensino de Matemática. O subprojeto da área de Matemática previu entre outras ações a - Reflexão, junto aos professores da Educação

Básica sobre a atual organização da aula de Matemática como transmissão de saberes teóricos “descontextualizados” e propôs novas modalidades de ensino como, por exemplo, oficinas focalizando os saberes práticos e contextualizados.(SOUSA, 2008).

Durante os quatro anos de vigência do Programa Observatório da Educação, licenciandos, professores da Educação Básica e pesquisadores que atuam na área da Educação Matemática, refletiram sobre as “adaptações” que nós, professores que ensinamos matemática temos que fazer, aos nos depararmos com materiais (propostas, livro didático, apostila, etc.) que recebemos, prontos e acabados. Fizemos modificações nesses materiais, de forma coletiva.

Em relação aos números inteiros as adaptações das atividades consideravam as ideias de Prado (2008, p.94), como por exemplo, o movimento dos contrários, opostos, etc. Essa ideias são históricas e fazem parte do teoria dos números elaborada pelos matemáticos. Porém no contexto de sala de aula necessitamos de atividades mais especificas para que os estudantes possam entender melhor esses conceitos.

Ao reelaborarmos as atividades, considerando-se as ideias de Prado (2008), acreditamos que, nós professores tivemos a oportunidade de transformarmos o objeto de ensino em objeto de aprendizagem, pois segundo Moura (2010), nem todo objeto de ensino é objeto de aprendizagem. E para ser objeto de aprendizagem é necessário que seja uma necessidade de todos os sujeitos que aprendem. . Ou seja, a partir das necessidades das salas de aula, tínhamos necessidade de fazer adaptações nos materiais. Pois como professora da turma percebia no cotidiano da sala essas necessidades.

Em se tratando do ensino, Carvalho (1998) se reporta ao australiano Robert Connell (1985), ao afirmar que, do ponto de vista físico, o ensino pode ser considerado um trabalho leve, mas em termos de pressão emocional é um dos mais exigentes; e que o trabalho dos professores não pode ser compreendido fora do tecido emocional de suas relações com os alunos.

Sendo assim, a atividade de ensinar vai muito além de uma visão simplista que basta, que o professor saiba o conteúdo e prepare uma boa aula, para que seus alunos tenham sucesso. Claro que, isso é necessário, mas não é o suficiente, pois no complexo ambiente de sala de aula outras variáveis devem ser levadas em consideração, como por exemplo, o conhecimento dos estudantes sobre o assunto, bem como suas vivências, além dos recursos, materiais pedagógicos disponíveis e atividades que orientem o ensino etc.

A partir destes pressupostos e do Programa Observatório da Educação, começamos a elaborar este projeto de pesquisa, que nos permitisse responder a seguinte questão: Quais elaborações os estudantes manifestam e/ou explicitam enquanto vivenciam as atividades orientadoras de ensino com números inteiros?

Para responder tal questão organizamos quatro atividades para o ensino de números inteiros e suas operações, a saber: a primeira tem por objetivo proporcionar aos estudantes a oportunidade de transitar em dois sentidos, para frente e para traz. E ao mesmo tempo trabalhando com quantidades negativas. A segunda envolve o estudo de operações com os números inteiros, dando significado à manipulação de quantidades negativas. Já a terceira procura formalizar as operações do ponto de vista da notação e significação dos sinais de (+) e (-). E a última permite que os estudantes ordenem os números corretamente na reta real, transitando sobre a reta nos dois sentidos. Nessa atividade, os estudantes têm a oportunidade de vivenciar o movimentos dos números inteiros seja para o lado dos negativos ou do lado dos positivos. Vale a pena enfatizar que, as quatro atividades foram organizadas após desenvolvermos as situações de atividades propostas pelo caderno do aluno fornecido pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, a partir de 2008.

Essas atividades foram desenvolvidas em uma escola de tempo integral, munida de 9 aulas por dia. Em uma sala de sétimo ano do ensino fundamental de 21 alunos com idade entre 11 e 12 anos. Tendo a professora efetiva da sala como pesquisadora desse trabalho.

Em relação à estrutura da Dissertação. O texto está organizado em cinco capítulos.

O capítulo 1 apresenta a justificativa da pesquisa, bem como os anseios e dificuldades enfrentadas por nós, no que diz respeito ao ensino de números inteiros.

Ainda nesse capítulo apresentamos os estudos de Moura (2010), Sousa (1999), Rodrigues (2009), com o objetivo de dar aporte teórico para as práticas apresentadas.

No capítulo 2 temos como objetivo apresentar alguns elementos sobre a história dos números inteiros, uma vez que foi um conteúdo de difícil aceitação por algumas civilizações ocidentais. (RODRIGUES, 2009). Fazemos analogias dessa não aceitação com a elaboração dos alunos. Apresentamos as diferenças das ideias que originaram o conceito ao longo do tempo, especialmente, no que diz respeito ao Ocidente e Oriente, a partir dos estudos feitos por Prado (2008) e Rodrigues (2009). As justificativas e demonstrações matemáticas sobre números inteiros estão presentes nos estudos, não com o propósito de ser apresentados para os alunos, e sim para o nosso entendimento. Incluímos ainda, neste capítulo, o aspecto formal do campo numérico, a partir da teoria dos números.

O capitulo 3 tem como objetivo descrever as atividades orientadoras de ensino. Apresenta, inicialmente, a análise de uma situação de aprendizagem sugerida pela revista do 7° ano do ensino fundamental, do programa “São Paulo faz escola” da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo (2008), bem como descreve as elaborações explicitadas pelos alunos, após o desenvolvimento situações de aprendizagem. Ao mesmo tempo, apresentamos as quatro 4 atividades elaboradas por nós, uma vez que, a situação de aprendizagem não foi suficiente para que os estudantes se apropriassem dos conceitos de números inteiros, como por exemplo a ordenação desses números.

Vale apena ressaltar que, após o desenvolvimento da situação de aprendizagem proposta pelo caderno do aluno (SEE-SP, 2008), propusemos uma avaliação aos estudantes. Constatamos que, o desempenho dos alunos no que diz respeito ao entendimento dos números inteiros e suas operações, foi baixo uma vez que a maioria dos alunos não conseguiu atingir a nota 5,0, mínima esperada para as avaliações desenvolvidas na escola.

Neste capítulo, ainda apresentamos a metodologia da pesquisa e também a metodologia usada para a construção das atividades que orientaram o ensino, a partir do momento em que constatamos o não entendimento dos estudantes sobre os conceitos que estavam sendo ensinados.

Já o capítulo 4 tem como objetivo apresentar o processo de desenvolvimento das atividades orientadoras de ensino que auxiliem os alunos a compreenderem os conceitos dos números inteiros bem como suas diferentes formas de apresentação no cotidiano. Descrevemos a trajetória do 7° ano B, de uma escola da cidade de Fernandópolis/SP, em relação ao entendimento de números negativos. Analisamos, nesse capitulo as elaborações explicitadas pelos alunos e as ações de replanejamento da professora diante da constatação das dificuldades apresentadas no desenvolvimento das atividades.

O capítulo 5 foi dedicado às considerações finais, as quais incluem, a resposta à pergunta, que conduziu o estudo, bem como, as reflexões que fizemos durante o desenvolvimento da pesquisa.

CAPITULO I: Introdução e Problemática

1.1. Como surgiu a ideia de desenvolver esta pesquisa

A investigação se fez necessária diante da dificuldade enfrentada por nós, ao ensinar os conceitos de números inteiros. Todos os anos, constatamos que, os alunos sentem muita dificuldade em entender esse conteúdo, especialmente no que se refere às operações de subtração e multiplicação.

Nossa experiência, como professora, indica que, os alunos não compreendem, por exemplo, a tênue diferença entre o conceito dos números inteiros, suas representação, os usos deste conceito no cotidiano, como temperaturas e subsolos de edificações, bem como os significados dos sinais nas operações. Isto é, compreendendo a diferença entre o sinal do número e o sinal da operação.

A partir dessas dificuldades a questão de pesquisa que nos é imposta é: Quais elaborações os estudantes manifestam e/ou explicitam enquanto vivenciam as atividades orientadoras de ensino com números inteiros?

Por elaborações entendemos as falas e anotações que os estudantes explicitam, em sala de aula sobre determinado conteúdo. Tais falas ou anotações indicam se, uma ideia explicitada pode ser verdadeira ou não, ainda que, momentaneamente.

Ao mesmo tempo há de se ressaltar que as atividades orientadores de ensino são definidas por Moura (2010), de acordo com Leontiev, indicando uma necessidade (apropriação da cultura), um motivo real (apropriação do conhecimento historicamente acumulado), objetivos (ensinar e aprender). O autor, esclarece ainda que a Atividade Orientadora de Ensino é a transformação do psiquismo do sujeito que está em atividade de aprendizagem. Sendo o estudante o sujeito em transformação, que, de certa forma, pode ser entendido como sujeito que se educa, a partir do trabalho coletivo feito nas escolas e nos diversos espaços em que frequenta.(MOURA, 2010)

Ou seja, quando um estudante explicita certo conhecimento sobre número inteiro, tal conhecimento pode estar atrelado à sua prática cotidiana e, não necessariamente, às práticas escolares sobre os números inteiros. Isso porque, nas práticas escolares, há certa estrutura lógica a considerar. No caso das práticas cotidianas há exemplos que são usados como sendo parte dos conceitos de números negativos. Tais exemplos estão atrelados ao uso da temperatura da geladeira ou ainda de elevadores, de contas bancárias etc.

Assim, a questão de pesquisa nos remete a estudar as estratégias de ensino para números inteiros e suas operações, uma vez que, segundo os elaboradores da atual Proposta Curricular do Estado de São Paulo:

> "Apresentamos diferentes contextos e estratégias para investigar as operações com números negativos. Essa situação de aprendizagem dedica especial atenção às operações de multiplicação e divisão com números negativos, que normalmente consistem em um "nó" dentro do assunto. Ao final propomos um jogo que favorece o desenvolvimento da prática das operações com números negativos." (SÃO PAULO, 2008, p.10)

Estamos tentando seguir a atual proposta, no entanto, percebemos que as situações de aprendizagem e o jogo, a que se referem os elaboradores acima, quando apresentadas aos estudantes deixam algumas lacunas no entendimento deles, como por exemplo, o significados dos sinais e as operações com negativos.

Ao que tudo indica as situações de aprendizagem são pensadas e organizadas pelos elaboradores de forma prescritiva. Por exemplo, desconsideram as particularidades e as singularidades das salas de aula, conforme sugerem em:

> "O Caderno do Professor é um material distribuído para professores de 5ª a 8ª série do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Composto por 76 cadernos organizados por bimestre, por série e por matéria, ele indica com clareza o conteúdo a ser ministrado aos alunos da rede pública estadual." (SÃO PAULO, 2009)

Entendemos que a realidade fluente e mutante dos alunos que usam e usarão o material deveria ser considerada. Pois de acordo com Caraça (1951) a fluência é adquirida quando o objeto passa a fazer parte integrante de sua realidade.

Dessa forma, entendemos que, a Ciência e a Matemática e, consequentemente o ensino não podem ter a pretensão de retratar a realidade tal como ela se apresenta pois por mais detalhes que se possa descrever será sempre um recorte pois os acontecimentos são simultâneos e a Ciência é estanque, pois apresenta fatos isolados sempre com a interpretação de um interlocutor.

> "A Ciência não tem, nem pode ter, como objetivo, descrever a realidade tal como ela é, mas apenas construir racionais de interpretação e previsão, lançar sobre a realidade fluente uma teia de leis, regularidades, como elas se nos revelam, dos fenômenos naturais. ...que os instrumentos que criamos para a interpretação da Realidade, ultrapassam, por vezes, em possibilidades racionais (não quer dizer em adaptação à realidade), as necessidades que originaram o seu aparecimento." (CARAÇA, 1951, p. 108)

Aqui, nesta pesquisa, defendemos que, a realidade se refere aos conhecimentos que os alunos já trazem, bem como ao seu ritmo de aprendizagem.

Nesse sentido, convidamos o leitor a analisar conosco como a atual proposta sugere que seja desenvolvido o ensino dos números inteiros.

A proposta foi elaborada em 2008. Até essa data nós, professores podíamos preparar nossas aulas, a partir de materiais diversos, como por exemplo, o livro didático fornecido pelo programa do governo Federal o PNLD (Programa Nacional do Livro Didático) e materiais selecionados por nós.

1.2. O ensino de números inteiros e suas operações na atual Proposta Curricular

A proposta do ensino de matemática para o 7° ano do ensino fundamental ou 6ª série tem a seguinte organização, por bimestres, com os conteúdos dispostos da seguinte maneira:

Quadro de distribuição de conteúdos por bimestre
Fonte: SSE-SP, 2009

CONTEÚDOS DE MATEMÁTICA POR SÉRIE/BIMESTRE DO ENSINO FUNDAMENTAL

	5ª série	6ª série	7ª série	8ª série
1º bimestre	**NÚMEROS NATURAIS** - Múltiplos e divisores. - Números primos. - Operações básicas. - Introdução às potências. **FRAÇÕES** - Representação. - Comparação e ordenação. - Operações.	**NÚMEROS NATURAIS** - Sistemas de numeração na Antiguidade. - O sistema posicional decimal. **NÚMEROS INTEIROS** - Representação. - Operações. **NÚMEROS RACIONAIS** - Representação fracionária e decimal. - Operações com decimais e frações.	**NÚMEROS RACIONAIS** - Transformação de decimais finitos em fração. - Dízimas periódicas e fração geratriz. **POTENCIAÇÃO** - Propriedades para expoentes inteiros. **TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO** - A linguagem das potências.	**NÚMEROS REAIS** - Conjuntos numéricos. - Números irracionais. - Potenciação e radiciação em IR. - Notação científica.
2º bimestre	**NÚMEROS DECIMAIS** - Representação. - Transformação em fração decimal. - Operações. **SISTEMAS DE MEDIDA** - Comprimento, massa e capacidade. - Sistema métrico decimal.	**GEOMETRIA/MEDIDAS** - Ângulos. - Polígonos. - Circunferência. - Simetrias. - Construções geométricas. - Poliedros.	**ÁLGEBRA** - Equivalências e transformações de expressões algébricas. - Produtos notáveis. - Fatoração algébrica.	**ÁLGEBRA** - Equações de 2º grau: resolução e problemas. - Noções básicas sobre função; a ideia de interdependência. - Construção de tabelas e gráficos para representar funções de 1º e 2º graus.
3º bimestre	**GEOMETRIA/MEDIDAS** - Formas planas e espaciais. - Noção de perímetro e área de figuras planas. - Cálculo de área por composição e decomposição.	**NÚMEROS/ PROPORCIONALIDADE** - Proporcionalidade direta e inversa. - Razões, proporções, porcentagem. - Razões constantes na geometria: π. **TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO** - Gráficos de setores. - Noções de probabilidade.	**ÁLGEBRA/EQUAÇÕES** - Equações de 1º grau. - Sistemas de equações e resolução de problemas. - Inequações de 1º grau. - Sistemas de coordenadas (plano cartesiano).	**GEOMETRIA/MEDIDAS** - Proporcionalidade, noção de semelhança. - Relações métrica entre triângulos retângulos. - Razões trigonométricas.
4º bimestre	**TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO** - Leitura e construção de gráficos e tabelas. - Média aritmética. - Problemas de contagem.	**ÁLGEBRA** - Uso de letras para representar um valor desconhecido. - Conceito de equação. - Resolução de equações. - Equações e problemas.	**GEOMETRIA/MEDIDAS** - Teorema de Tales e Pitágoras: apresentação e aplicações. - Área de polígonos. - Volume do prisma.	**GEOMETRIA/MEDIDAS** - O número π; a circunferência, o círculo e suas partes; área do círculo. - Volume e área do cilindro. **TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO** - Contagem indireta e probabilidade.

Os elaboradores da proposta reconhecem que é difícil implementar uma proposta uniforme para os diferentes contextos do estado, mas não veem isso como empecilho para a implantação desse currículo:

> “Uma proposta de articulação de grade curricular para o estado de São Paulo fundamentada nas bases descritas neste documento deve inevitavelmente levar em consideração a diversidade dos contextos escolares. Mesmo sabendo desta

> dificuldade, entendemos que e possível apresentar uma proposta para toda a rede...” (SÃO PAULO, 2008)

A proposta indica que o professor não tem a obrigação de seguir, com rigor a sugestão, no entanto diz que a metodologia trazida no caderno do professor é a mais adequada. O aprofundamento em cada item fica a cargo do professor. Recomenda que o professor faça o planejamento para trabalhar o conteúdo recomendado para aquele bimestre, na disposição apresentada. (SÃO PAULO, 2008, P.08)

Segundo a mesma proposta, o sucesso do planejamento é de responsabilidade do professor.

> “A seriedade e a fecundidade no tratamento de cada tema são, portanto, determinadas pela escolha da escala adequada para abordá-lo. A escolha da escala correta certamente está relacionada à maturidade e à competência didática do professor em identificar as possibilidades cognitivas do grupo, bem como o grau de interesse que o tema desperta nos alunos. Contudo, é importante observar que até mesmo aqueles temas que por vezes julgamos desprovidos de um interesse maior podem se constituir em importante pretexto para articular uma fecunda discussão, desde que haja um projeto que mobilize os interesses do grupo.”(SÃO PAULO, 2008).

Em relação ao tempo de aprendizagem, os estudos de Tonello (2008) indicam que o ritmo de aprendizagem é diferente para cada individuo e que as habilidades favorecem ou não certas áreas. A partir dos estudos da referida autora será que podemos definir o tempo de aprendizagem em duas semanas e meia, como faz previsão o caderno do professor, em relação à situação de aprendizagem Proposta pela SEE/SP, 2008, conforme mostra o quadro abaixo:

Figura 1: quadro sugestão do caderno do professor (SEE-SP, 2008)

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 4
NÚMEROS NEGATIVOS: DESVENDANDO AS REGRAS DE SINAIS

Tempo previsto: 2 semanas e meia.

Conteúdos e temas: números negativos: contextos e aplicações; números negativos: operações e representações.

Competências e habilidades: identificar a insuficiência dos naturais para a resolução de novos problemas; compreender significados associados à escrita dos números negativos, bem como operações e expressões envolvendo números negativos; compreender a ideia de ordenação com números negativos; estabelecer correspondência entre situações concretas e contextos matemáticos que justifiquem o uso de números negativos.

Estratégias: resolução de situações-problema; uso de jogos e recursos lúdicos.

A proposta se preocupa ainda em indicar um roteiro para aplicação, conforme segue abaixo:

Roteiro para aplicação da Situação de Aprendizagem 4

A apresentação dos inteiros negativos deve ser feita buscando-se contextos reais em que os números com sinais apareçam como, por exemplo, nas escalas termométricas, na linha do tempo ou na indicação dos andares "abaixo do térreo" de um edifício.

Há de se questionar, até onde os professores que ensinam matemática tem autonomia para não seguir o roteiro acima? Ao que parece, a única autonomia do professor está no fato de procurar situações do cotidiano para exemplificar o conceito de número inteiro.

Na proposta, o foco da aprendizagem está no uso do conceito, em sua representação simbólica e não na construção histórica do conceito do número inteiro e muito menos na construção das ideias principais que fundamentam este conceito, como por exemplo, as ideias propostas por Lima e Moisés (1998): dos contrários, dos opostos, etc, e que foram estudadas por Prado (2008) e Rodrigues (2009).

A nossa experiência enquanto professora da rede pública faz-nos afirmar que estes exemplos são interessantes, porém, podem não ser suficientes para que os estudantes compreendam tanto o conceito que está sendo abordado, quanto às operações que decorrem no campo dos números inteiros. Alguns alunos até aceitam como regra essas ideias, mas para outros, essas ideias não tem a mínima relação com suas vivências, comprometendo a compreensão deste conteúdo.

Quanto às operações dos números inteiros. Constatamos que os elaboradores da proposta defendem a ideias de que a partir dos exemplos do cotidiano, apresentados anteriormente, se pode introduzir simultaneamente situações que envolvam a adição, a subtração, a multiplicação de números inteiros. Conforme os exemplos sugeridos pela proposta (SÃO PAULO, 2008, p.10)

Somar números com sinais, multiplicar número positivo por negativo e dividir número negativo por positivo são operações em que a contextualização é quase que natural. Alunos de 6ª série relatam com certa facilidade situações que possam dar significado a essas operações, como, por exemplo:

- uma dívida de R$ 10,00 e outra dívida de R$ 15,00 são equivalentes a uma dívida de R$ 25,00, portanto, $(-10) + (-15) = -25$.
- se tenho R$ 240,00 no banco e dou um cheque de R$ 300,00, ficarei com um saldo devedor de R$ 60,00, portanto, $240 + (-300) = -60$.
- três dívidas de R$ 10,00 são equivalentes a uma dívida de R$ 30,00, portanto, $3 \cdot (-10) = -30$.
- descer a profundidade de 9 metros em relação ao nível do mar em três etapas iguais significa dizer que em cada etapa teremos de descer 3 metros, portanto, $-9 \div 3 = -3$.

Figura 2: quadro retirado da apostila (SEE-SP, 2008)

Embora a afirmação acima indique que os alunos têm facilidades para dar significado às operações com números inteiros, pergunta-se: a) A quais alunos os elaboradores se referem? b) Em que contexto esses alunos estão inseridos? c) Até onde podemos dizer que é quase que natural para alunos dessa faixa etária, 11 ou 12 anos, portanto, tão jovens compreenderem um conceito que algumas civilizações demoraram séculos para aceitar?

Entendemos que afirmar que a contextualização, a partir de escalas numéricas, extratos bancários, não é suficiente para que os estudantes deem significados às quatro operações com números inteiros, “quase que naturalmente” é questionável. Uma vez que nesta perspectiva podemos estar desconsiderando as particularidades e as singularidades que compõe o contexto da maioria das salas de aula do nosso estado.

A Secretaria de Educação do Estado de São Paulo apresenta um pequeno histórico da trajetória da implementação da Proposta Curricular e Caderno do aluno e professor desde 2007, o que mostraremo0s a seguir:

Em 2007, a partir dos resultados do SAEB (hoje Prova Brasil), do Enem e de outras avaliações realizadas em 2007, o Governo do Estado de São Paulo elaborou 10 metas para a educação paulista, a serem conquistadas até 2010. Para isso, propôs uma ação integrada e articulada, cujo objetivo era organizar melhor o sistema educacional de São Paulo. A chamada Proposta Curricular criou uma base curricular comum para toda a rede de ensino estadual. Para elaborar a Proposta Curricular, a Secretaria de Estado da Educação pediu aos professores, coordenadores e diretores que enviassem relatos de boas experiências de aprendizagem na rede pública de ensino.

No começo de 2008, a Secretaria elaborou o Jornal do Aluno para toda a rede estadual paulista. Durante 42 dias, os alunos fizeram uma recuperação pontual em português e matemática que englobou o material e a Revista do Professor, rebatizada posteriormente de Caderno do Professor. Depois desse período, os cerca de 3,6 milhões de estudantes que participaram do projeto foram avaliados. Os que ainda necessitavam de reforço, continuaram em processo de recuperação no contraturno. O Caderno do Professor é distribuído para todo o corpo docente da rede pública de ensino. São quatro volumes no ano, um por bimestre, para todas as disciplinas. O material foi elaborado com sequências didáticas e sugestões de trabalho, nas quais o professor pode se basear para que desenvolva o conteúdo previsto. Constantemente, a Secretaria de Estado da Educação pede uma devolutiva dos professores, gestores e alunos referente aos materiais da Proposta Curricular. Nesta primeira pesquisa sobre o Caderno do Professor, foi possível consultar o corpo docente para aperfeiçoar a Proposta Curricular e revisar o material.

Em 2009, o Caderno do Aluno, específico por disciplinas, por bimestre, foi desenvolvido e entregue aos estudantes de todas as séries. É um material que tem a referência pessoal do aluno. Nele, o aluno registra anotações, faz exercícios e desenvolve as habilidades do Currículo com a coordenação e mediação do professor. (SÃO PAULO,2009)

Desde então os Cadernos do Aluno são distribuídos para todos os alunos, com leves modificações em relação ao original (2008).

Em relação às situações de aprendizagem constatamos que, tais situações são pautadas no uso prático dos números inteiros. Dando a entender que basta exemplificar para que os estudantes entendam e se apropriem do conceito e passem a operar com esses números de forma natural.

O "caderno" apresenta uma tabela representando um extrato bancário com a operação -(-100), sugerindo uma correção de uma retirada indevida. Mas esse tipo de relação não vem indicado em extratos bancários. Na verdade é o que os bancos chamam de estorno bancário. Mas ao não são empregado os símbolos de dois sinais negativos usados simultaneamente. Alem disso, normalmente alunos de 12 anos não lidam com extratos bancários. O que não os impede de conhecê-los nesse momento, no entanto é preciso que seja algo que tenha significado para essas crianças. Que faça parte do seu cotidiano para entender o conceito dos números inteiros. E após o entendimento poder compreender as diversas utilizações desse conteúdo.

A Primeira atividade apresentada no "caderno" do aluno consta na figura abaixo:

Figura 3: página do "caderno do aluno" (SÃO PAULO, 2008)

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 4
NÚMEROS NEGATIVOS: DESVENDANDO AS REGRAS DE SINAIS

Leitura e Análise de Texto

Números negativos e as operações bancárias

Pensar em extratos bancários pode ajudar bastante no estudo das operações com números negativos; por isso, definiremos a seguir o significado de algumas palavras muito usadas nas operações bancárias:

Saldo: quanto a pessoa tem na conta, ou quanto ela deve ao banco (se o valor for negativo).

Saque: valor que a pessoa retira da sua conta, geralmente mediante operação junto ao caixa do banco ou no caixa eletrônico.

Cheque: expressão do valor que será debitado (retirado) da conta do cliente em virtude de um pagamento a terceiros.

Depósito: valor que será acrescido à conta do cliente.

Outro tipo de operação que pode ser contextualizada por meio de extratos bancários é a de "retirada de uma retirada". Imagine que um banco tenha retirado indevidamente de um cliente a quantia de R$ 100,00. Esse valor deve aparecer no extrato do cliente como "–100,00". Uma vez identificado que a retirada foi um equívoco, o banco deve devolver ao cliente os R$ 100,00, que do ponto de vista contábil deve ser registrado como uma correção equivalente a "retirar a retirada" (indevida) que foi feita. Admitindo a conta de um cliente com R$ 500,00 de saldo, os registros da retirada indevida e da correção seriam assim:

Operação	Saldo (em R$)
Saldo	500,00
Retirada	– 100,00
Saldo	400,00
Correção	– (–100,00)
Saldo	500,00

Com essa operação você deve ter percebido que retirar uma retirada, indicado por (–100,00), é equivalente a devolver R$ 100,00, ou seja, **– (–100) = 100**.

È relevante descrever de maneira breve os conteúdos do bimestre. Nesse bimestre são abordadas oito unidades:

- Unidade 1 – Avaliação diagnóstica e sistema posicional de numeração;
- Unidade 2 - Sistemas antigos de numeração;
- Unidade 3 – Decimais e Frações/ Divisão com decimais;
- Unidade 4 – Multiplicação com frações;
- Unidade 5 – Divisão com frações;
- Unidade 6 – Soma e subtração com negativos;
- Unidade 7 – Multiplicação e divisão com negativos;
- Unidade 8 – Expressões numéricas na resolução de problemas.

Sendo respeitada essa ordem de apresentação dos conteúdos, a recomendação é que essas Unidades sejam trabalhadas no período letivo do primeiro bimestre, com duração prevista para oito semanas, segundo (SÃO PAULO, 2008)

Vale observar que num mesmo contexto em apenas oito semanas são sugeridos que se desenvolvam vários conteúdos com representações diferentes, como por exemplo: 1) o contexto histórico dos sistemas da numeração; 2) números decimais e frações, 3) operações com números decimais e fracionários.

Os números fracionários e suas operações são apresentados aos alunos do 6° ano como um conteúdo de difícil compreensão. Sendo necessário um tempo maior para sanar suas dúvidas a cerca desse assunto.

1.3. Repensando o ensino de números inteiros e suas operações

Conforme apontamos nos itens anteriores, ao fazer uso da Proposta Curricular do Estado de São Paulo, no que diz respeito ao ensino de Números Inteiros, constatamos as dificuldades dos estudantes na compreensão desse conceito.

Os estudantes não compreendem, por exemplo, a ideia do oposto do oposto, a multiplicação de dois números negativos onde o resultado é positivo, entre outros. Percebemos que, não aceitam que dois valores negativos podem se transformar em valores positivos. As situações, de soma de negativos e multiplicação de um número positivo por um negativo, são representadas por situações de dívidas e créditos e assim torna-se concreta a ideia representada na operação. Ao passo que na multiplicação de negativos, não é possível.

A partir do momento em que, nos debruçamos para analisar os porquês das dificuldades dos alunos, constatamos que, vários pesquisadores e professores têm tido preocupações com o ensino dos números inteiros. Ao mesmo tempo constatamos que, quase diariamente os professores são alvos de criticas e até tido como únicos responsáveis pelo fracasso dos resultados obtidos em avaliações externas. No entanto estes profissionais têm lutado sozinhos, apesar das reuniões que ocorrem nas escolas, para melhorar o desempenho de seus alunos não apenas durante as avaliações, mas durante o desenvolvimento das atividades nas salas de aula.

Esses professores têm como objetivo comum à aprendizagem de seus alunos. Concordamos com Moura (2001) quando diz que a atividade educativa tem por objetivo dar resposta a uma necessidade: ensinar. "O corolário dessa afirmação é que o resultado do ensino é dar resposta a uma outra necessidade: a do aluno que busca aprender." (Moura, 2001, p.12) Para isso o professor planeja suas aulas com a individualidade de cada atividade orientando o ensino.

É a intencionalidade dos professores que vai dizer se, ele está em atividade ou se está, simplesmente, reproduzindo as situações de aprendizagens, propostas pela SEE/SP, desde 2008, sem levar em conta a particularidade de cada turma.

> A intencionalidade educativa está presente na atividade de ensino e é indicadora das concepções de quem a propõe. Este componente principal da ação educativa, que pode não ser tão evidente numa atividade de sala de aula, torna-se visível em propostas curriculares definidas de forma centralizada. Os pressupostos que acompanham as leis de diretrizes educacionais de certos governos são reveladores de posições acordadas entre os que as definem. É lógico que, mesmo sendo definidas com o propósito de que possam se concretizar, estas não se realizam tal como pretendiam os seus idealizadores. Isto se deve às diferentes leituras do que é proposto, pois são diferentes sujeitos que, com suas histórias e concepções, estarão agindo para concretizar o que é definido pelo governo. (MOURA, 2001, p.13)

Os objetivos dos sujeitos que participam das atividades educacionais podem não ser as mesmas e isso comprometerá diretamente no seu sucesso. A grande diferença entre as situações de aprendizagens e a atividade orientadora de ensino está exatamente nos objetivos dos envolvidos.

Segundo Moura, se reportando a Leontiev diz que a atividade envolve ações combinadas e interdependentes, fruto de acordos entre os sujeitos que deverão satisfazer uma necessidade do grupo. A atividade envolve parcerias, divisão de trabalho e busca comum de resultados (MOURA, 2010). Ações que nem sempre são percebidas nas situações de aprendizagens.

Tais situações de aprendizagem estão nas propostas que são financiadas pelos governos, porém, a cada gestão apresentam-se novos currículos a serem seguidos, com "propostas" e "sugestões" de materiais que os professores devem seguir garantindo sucesso no ato de ensinar. E ainda podemos dizer que desse modo, a disseminação de produtos educacionais é apenas uma etapa para implementação dos mesmos. Defendemos que, faz se necessário, portanto, a participação dos professores para a efetiva implementação desses recursos. Embora na linha do tempo exibida no site da secretaria da educação do estado de São Paulo sugira que os professores foram consultados, em 2007, época em que atual proposta estava sendo pensada.

> "Para elaborar a Proposta Curricular, a Secretaria de Estado da Educação pediu aos professores, coordenadores e diretores que enviassem relatos de boas experiências de aprendizagem na rede pública de ensino." (SÃO PAULO, 2008)

É interessante perguntar: as boas experiências foram avaliadas sob qual ponto de vista? Em que contexto essas experiências foram bem sucedidas? Quem garante que o funcionou em sala com um professor irá funcionar em toda rede? Entendemos que há a necessidade de uma base de conteúdos onde um aluno possa transitar sem maiores problemas. Mas será que o "caderno" quando utilizado em todo o estado de maneira uniforme é a solução?

Concordamos com Sousa (2004) quando afirma que, a maioria das propostas curriculares, até o momento, são elaboradas "para" os professores e não "com" os professores.

No caso da escola em que desenvolvemos a situação de aprendizagem proposta, podemos afirmar que, as dificuldades apresentadas pelos alunos nos intrigaram. Algumas questões nortearam as buscas por alternativas para melhorar a aceitação dos números inteiros no contexto desses alunos, como, por exemplo: Por que esses alunos apresentaram tanta resistência em aceitar os números negativos? Há alguma relação entre a metodologia e o entendimento? Por que esses alunos apresentaram maior dificuldade em relação às outras turmas? Parte das respostas dessas questões serão apresentadas no capítulo 3.

Considerando todos esses argumentos e refletindo a metodologia e adequação do material, elaboramos um planejamento para recuperar os alunos. Para tanto, reformulamos todo plano do segundo semestre. Com a concordância de toda equipe escolar.

1.4. O dilema

Nas reuniões do Programa Observatório percebemos que havia um dilema: lecionar, a partir do currículo planejado para um estado inteiro ou considerar, conforme já apresentamos, anteriormente, o não entendimento dos conceitos pelos estudantes.

Para Caetano (1997) os dilemas são vivências subjetivas, conflitos interiores e práticos ocorridos em contextos profissionais. O dilema nesse caso é seguir o currículo ou acompanhar os alunos e atrasar o cronograma, ou acompanhar o cronograma e deixar os alunos. E esse dilema não era individual uma vez que era compartilhado por outros professores que participavam do grupo do observatório percebidos nas reuniões mensais.

Nesse momento reuniu-se a equipe da escola, professores, coordenação e direção da escola. Pois, entendíamos que todos os professores da escola deveriam participar da difícil decisão. Foi consenso geral, em nossa escola que fossem sanadas as dificuldades antes da continuar a implementação do currículo do 7° ano do ensino fundamental.

Nesse contexto é que nasceu a ideia de aprofundar os estudos em relação às elaborações destes alunos sobre o conceito de números inteiros, levando-se em conta todas as particularidades e recursos disponíveis na escola.

Ao elaborarmos as atividades orientadoras de ensino (MOURA,2010), consideramos que a autoridade máxima em sala de aula é o professor. Dessa forma, deveríamos decidir como alcançar uma qualidade de ensino na sala.

Um fator merece ser destacado nesse texto, é a autonomia de nós professores em planejar e adaptar nossas próprias atividades. Dessa forma, concordamos com Contreras, quando diz que:

> “Podemos, portanto, concluir que a autonomia assim como a profissionalidade docente é resultado de uma série de fatores, que ultrapassam um mero buscar de direitos trabalhistas ou um reconhecimento social." (CONTRERAS, 2002).

Embora nosso foco nesse trabalho seja as elaborações que os estudantes explicitam nos diálogos durante a vivência das atividades, não poderíamos deixar de citar a contribuição na formação de professores quando estes são autônomos para decidir sobre quais atividades deverão compor nossas aulas.

Entendemos que é imprescindível para nossa autonomia que tenhamos conhecimento do conteúdo que ministramos. Assim, achamos por bem, enquanto organizávamos as Atividades Orientadoras de Ensino(Moura,2010), estudar alguns elementos históricos do número inteiro para melhor compreendermos os fundamentos teóricos deste conceito e as dificuldades dos estudantes.

CAPITULO II: A história e os números inteiros

Neste capítulo, vamos explicitar os conceitos de números inteiros de maneira teórica mais voltada para o nosso entendimento, de professores, ressaltando nossa preocupação com os conceitos a serem ensinados. Nesse contexto, apresentaremos as estruturas lógicas dos números inteiros, feitas pelos matemáticos, a partir dos números naturais, "através de identificação por relação de equivalência. Por métodos axiomáticos. Através da redescoberta investigativa. Pelo entendimento da gênese histórica**."** , conforme apontam os estudos de Caraça, bem como de matemáticos como Malagutti e Baldin (2010)

Caraça (1951) nos lembra que o próprio processo de aceitação dos números entrou em um conflito de ideias e optaram em "Uma de duas: a) Ou renunciamos a representação de qualquer segmento. b) ou reconhecer que ao números inteiros não é suficiente para adequar as todas as necessidades do momento."(CARAÇA, 1951, p.34) Pois a representação com segmentos não era adequada para os números negativos. Por outro lado que apenas os números positivos não eram suficientes para satisfazer todas as necessidades. O ensino de matemática se encontra em uma contra mão, pois é recomendado pela proposta abordar primeiro as frações e depois os números inteiros.

2.1. Um nó histórico

Os números inteiros, conforma já apontamos anteriormente, é um conteúdo proposto no sétimo ano do ensino fundamental, para crianças que têm entre onze e doze anos. Esse conteúdo traz muitas dificuldades aos estudantes, que em alguns casos se arrastam por toda vida escolar deles. Isso nos remete alguns estudos históricos, de forma que possamos compreender, de que forma foram "gestados" . Nossa hipótese é que, ao compreendermos a gênese deste conceito, possamos compreender as dificuldades dos estudantes, ao aprendê-lo.

Segundo Eves (2004, p.246): “a China foi a primeira civilização a reconhecer os números inteiros”,. Os chineses mencionavam a ideia dos números negativos calculando com duas coleções de barras uma vermelha para coeficientes positivos e uma preta para os coeficientes negativos. No entanto, Boyer (1996, p.137) indica em seus estudos que, os chineses, não aceitavam a ideia desse número ser solução de uma equação.

Já na Índia os números negativos eram manipulados algebricamente. E atribuindo ao zero um conceito numérico. Também admitiam soluções negativas para equações quadráticas, este fato atribuído, segundo Boyer ao hindu Brahmagupta. Usavam números negativos com a ideia de débitos, por volta dos séculos VI e VII.

Antes disso, no século III d. C., um matemático grego Diofanto, propôs um trabalho cujo a solução era -4, mas na época afirmou o problema era absurdo. Em outro trabalho referiu-se à um produto de duas diferenças, mas sem citar os números negativos. Esse matemático é considerado um dos primeiros a usar algo parecido com as regras dos sinais. (Soares, 2008) No entanto, esse tratamento oferecido aos entes diferentes (negativos e naturais) que apareciam juntos na mesma equação era apenas para não contradizer as propriedades matemáticas já aplicadas na época, definidas para os números naturais. Ainda assim Diofanto só considerava respostas entre racionais positivos, o que evidencia sua dificuldade em aceitar os inteiros negativos. (EVES, 2004, p.206-209). No entanto é atribuído à ele a origem da regra dos sinais segundo vários autores como Eves (2004) e Boyer (1996).

Segundo Glaeser, Diofanto faz referência ao produto de números inteiros no livro I de sua obra, escrevendo:

> O que está em falta multiplicado pelo que está em falta dá o que é positivo; enquanto o que está em falta multiplicado pelo que é positivo dá o que está em falta. (DIOFANTO apud GLAESER, 1969, p.47)

Ainda levando em conta o pensamento de Diofanto e Moretti (2012, p. 04) esclarece que “A regra que estabelece que “– × – = + e – × + = –” aparece em seu tratado de álgebra, de forma explícita em Diofanto de Alexandria: “Menos multiplicado por menos é mais e menos por mais é menos”. A regra usual dos sinais para a multiplicação aparece, ainda, de forma transitória na sua obra, em várias relações algébricas, sem que alguma justificativa seja dada. A relação algébrica[2] seguinte

$$(a - b)(c - d) = ac - ad - bc + bd$$

que é atribuída a Diofanto de Alexandria, apresenta todas as possibilidades de sinais para a regra usual da multiplicação" (MORETTI, 2012 apoud BALL, 1960, p.106)

Rodrigues (2009) se reporta a uma citação de Schubring dizendo que na Índia, século XII, Bhaskara se refere a solução negativa de uma equação como uma solução que não é consistente, pois não aceitavam considerar os negativos como números. Os números positivos eram chamados "propriedades" ou "bens", enquanto os números negativos eram "dívidas". O valor negativo é associado ao sentido oposto aos da reta.

Boyer (1996) ainda lembra que René Descartes (1596-1650) chamava de falsas as raízes negativas de uma equação, por alegar ser menor que nada.

Rodrigues (2009) traz um recorte do trabalho de Schubring (2000/2001), onde evidencia os fatores pelo qual os números negativos teve tanta dificuldade em seu processo de conceituação e na diferenciação entre número e quantidade, desde sua origem até o século XVIII. São eles:

- "Os números positivos são interpretados como "bens" e os negativos como "dívidas";
- "Rejeição de coeficientes e soluções negativas para equações;"
- "Aceitar o zero como número."

Na Itália as operações aritméticas de adição e subtração eram simbolizadas por plus (mais) e minus (menos), usando "p" e "m". Mais tarde , com a ajuda do matemático Michel Stifel (1487-1567) as letras foram substituídas pelos sinais alemães "+ e –" . Mas ainda os chamava de "números absurdos", mesmo operando com as propriedades dos números negativos. (RODRIGUES, 2009).

Esses sinais eram usados de forma prática onde o sinal positivo (+) indicava "excesso" e o sinal negativo (-) indicava "deficiência" em medidas, de armazém. Nessa ocasião o caráter simbólico dos objetos matemáticos deixou de ser visual e tátil, para no Renascimento passar a criar conceitos genéricos capazes de representar ideias sem ambiguidades. (SOUSA, 2004)

> "Com a difusão dos símbolos "+" e "-", Gerônimo Cardano (1501-1576), importante algebrista italiano, embora chamasse os números negativos de "números fictícios", ao desenvolver a resolução da equação cúbica, mudou radicalmente o rumo desses números, pois observou que, "quando todos os termos de um lado do sinal de igualdade são de grau maior que os do outro lado, a equação tem uma e uma só raiz positiva (BOYER, 1996, p. 197), abrindo espaço aos números negativos como possíveis soluções."(RODRIGUES, 2009)

Em meados dos séculos XVIII e XIX, a comunidade alemã apresenta maior clareza na distinção entre o sinal de uma operação e o sinal de um número. (SCHUBRING, 2001). Momento que se desenvolvia o conceito de número e do zero, o homem passa a desenvolver o pensamento algébrico que significa um salto qualitativo no desenvolvimento da Matemática. Os processos da álgebra permitiram concluir que os coeficientes e as variáveis podem atingir valores positivos e negativos. (RODRIGUES, 2009).

Concordamos com Rodrigues (2009) ao afirmar que a Álgebra é a abstração dos números concretos que rege os princípios das operações matemáticas. Deixando claro a diferença entre o pensamento algébrico de Diofanto e o pensamento algébrico de Viéte.

François Viète (1540-1603) é conhecido como um dos introdutores dos símbolos "+", "-" e "=", entretanto estes símbolos referiam-se apenas à operação de subtração entre números 'verdadeiros', isto é, positivos. Para Viète, os números negativos eram desprovidos do significado intuitivo e físico, era do tipo de que em vez de dizer acrescente -3, diria diminua 3. Mas, Viète acabou contribuindo para o amadurecimento dos números relativos, com a inserção de uma nova notação na matemática que passou a ser abundantemente utilizada pelos matemáticos no futuro.(Sá, 2011) "Foi o simbolismo pensado por Viète que possibilitou a escrita de expressões de equações e suas propriedades, a partir de fórmulas gerais." (SOUSA, 2004, p. 111-112).

O pensar aritmético sobre o conceito de número significa investigar as propriedades elementares da quantificação, enquanto o pensar algébrico sobre o conceito de número significa pensá-lo em seu movimento, através da arte de expressar suas operações, a partir de entidades abstratas.(Rodrigues, 2009) Essas entidades abstratas são os sinais “+” e “-“ que acompanhados dos números ilustram os dois pensamentos.

É relevante deixar claro a complexidade do pensamento para a compreensão dos números inteiros. Pois exige dos educando um pensamento de “mão dupla”, è necessário um pensar aritmético e ao mesmo tempo um pensar algébrico sobre o conceito de número, concordando com Rodrigues.

> “Euler, um virtuoso do cálculo como se constata nos seus artigos científicos pela maneira audaz como manejava os números relativos e sem levantar questões quanto à legitimidade das suas construções forneceu uma explicação ou justificação para a regra os sinais. Consideremos os seus argumentos:
>
> ✓ A multiplicação de uma dívida por um número positivo não oferece dificuldade, pois 3 dívidas de a escudos é uma dívida de 3a escudos, logo (b).(- a) = -ab.
>
> ✓ Por comutatividade, Euler deduziu que (-a).(b) = -ab .Destes dois argumentos conclui que o produto de uma quantidade positiva por uma quantidade negativa e vice-versa é uma quantidade negativa.
>
> ✓ Resta determinar qual o produto de (-a) por (-b). É evidente diz Euler que o valor absoluto é ab. É pois então necessário decidir-se entre ab ou -ab. Mas como (-a) . b é -ab, só resta como única possibilidade que (-a).(-b) = +ab.” (NEVES,2011).
>
> ✓

Podemos perceber pelo exposto pelo autor, acima citado, que Euler define as quatro operações sobre os números inteiros, no entanto, não usa fundamentação lógico matemática para justificar as regras de sinais. “ Por exemplo, para explicar a operação - (-1) = +1, Euler prescreveu a antiga metáfora não geométrica hindu, “cancelar um débito significa o mesmo que dar um presente” (KLINE, 1982, apud MEDEIROS; MEDEIROS, 1992, p.55). Euler desenvolveu uma obra de cunho pedagógico para principiantes, em 1770, tentando justificar a regra. Em sua obra Elementos de Álgebra, Euler discorre sobre os números negativos com extrema naturalidade, divaga a respeito de números simétricos e dá vários exemplos de operações com números negativos.

É claro que este tipo de argumentação vem demonstrar que qualquer matemático mais rigoroso, não pode ficar satisfeito, pois principalmente o terceiro argumento de Euler não consegue provar ou mesmo justificar coerentemente que negativo por negativo é igual a positivo. No fundo, este tipo de argumentação denota que Euler não tinha ainda conhecimentos suficientes para justificar estes resultados convincentemente. Na mesma obra de Euler podemos verificar que ele entende os números negativos como sendo apenas uma quantidade que se pode representar por uma letra precedida do sinal – (menos). Euler não compreende ainda que os números negativos sejam quantidades menores que zero (BOYER, 1996).

Nesse contexto verificamos que algumas negações afastaram algumas civilizações durante séculos do processo de sistematização do conceito de números inteiros. Caraça (1951) traz a ideia da negação da negação, que gerará a noção de relatividade. Exemplificado por situação opostas concretas como bens e dívidas, acima e abaixo, esquerda e direita, frio e calor.

2.2. Números inteiros como prática social

Até o século XIX, segundo Rodrigues (2009) os historiadores nos ajudam a perceber que em algumas civilizações ocidentais a prática social dos números inteiros não fazia sentido, uma vez que acreditavam em:

- Não se pode tirar um número maior de um menor.
- Não existe nada menor que nada.
- É impossível ter menos que nada multiplicado por um numero menor que nada e ainda resultar em um número maior que nada.
- Não pode existir um lado de um quadrado menor que nada.
- Não existe um valor negativo que possa gera uma superfície quadrada.

Nessa perspectiva, no século XIX, o professor de Matemática Hermann Hankel (1839- 1873), que fora aluno do físico Riemann, busca a legitimação dos negativos nas leis lógico-formais, concretamente no "princípio de permanência", desviando-se das evidências das situações reais. Hankel previra que "os números reais devem ser encarados como 'estruturas intelectuais' e não como grandezas intuitivamente dadas, legadas pela geometria de Euclides", pressentindo a necessidade de estruturação dos negativos enquanto sistema numérico (BOYER, 19, p. 389). O mesmo autor ainda afirma que Weierstrass tentou separar o cálculo da geometria e basear-se no conceito de numero.

> "Assim, graças à intuição dos símbolos, trazida pela inserção da álgebra na aritmética, o matemático do século XIX pode fazer a diferenciação entre os sinais (+ ou -) operatórios – aqueles

> que indicam ação – e predicativos – aqueles que qualificam um estado, positivo ou negativo. Mais importante ainda foi quando se introduziu o símbolo 0 como número, definindo-se a-a = 0, dado por uma nova noção do conceito de zero – como um par de elementos opostos em equilíbrio.” (RODRIGUES, 2009, p. 82)

O matemático René Descartes (1596 -1650) apresentou à comunidade matemática desse período os primeiros passos do que conhecemos por geometria analítica, na qual, no formato que conhecemos hoje, os números negativos tinham um papel determinante.

Entretanto, é necessário observarmos que a proposta de Descartes pouco se parece com a que temos hoje por geometria analítica, já que não havia sistema algum de coordenadas perpendiculares. Ainda conforme Wussing (1998) a construção desses eixos de retas parecia estar em função da equação. Portanto, não havia necessidade para Descartes de conceber coordenadas negativas para o esboço da curva. Apesar disso, de acordo com Boyer (2003), de modo geral Descartes parecia entender que as ordenadas negativas eram orientadas no sentido oposto às tomadas como positivas.

Contudo, a grande contribuição deixada por Descartes à geometria analítica foi a junção entre álgebra e geometria, o que por sua vez gerou várias contribuições para ambos os ramos. Especificamente, estudaremos as consequências dessas contribuições diante do uso dos números negativos. Wussing (1998), por exemplo, relatou que:

> Descartes pega, por assim dizer, os frutos do sua pesquisa algébrica geométrica: separa as raízes de equações em soluções reais (isto é, positivo) e falsa (ou seja, negativa). Discussão das equações de grau n com n soluções, mas não toma nenhuma posição clara com relação ao teorema fundamental álgebra feita por Girard em 1629. Descartes sabia que qualquer solução inteira de uma equação algébrica de coeficientes inteiros é dividida no fim. Ele também fez as seguintes regras (uma forma fraca da regra de sinais de Descartes): total de raízes positivas numa equação algébrica é, no máximo, igual ao número de mudanças de sinal dos coeficientes. O número de raízes negativas é no máximo igual a sucessão de sinais.

A partir da primeira metade do século XVIII houve uma acentuação da efervescência de questionamentos sobre a legitimidade dos números negativos, impulsionados pela crescente necessidade de fundamentação matemática. Além disso, segundo Boyer (2003), no século XVIII o panorama geral da matemática inglesa se caracterizava por um retorno à valorização da geometria pura, e por conseguinte, ao modelo sintético, nela priorizado.

Schubring (2001) caracterizou esse período como o marco de uma ruptura epistemológica, que seria mais radical na Inglaterra que no resto da Europa. Para exemplificar essa ruptura, Schubring (2001) apresentou Thomas Simpson (1710 – 1761) tradicionalismo inglês, especialmente em relação à álgebra. Essa postura será melhor compreendida se considerarmos o momento de fertilidade matemática oriunda, em parte, dos avanços econômicos e sociais que a Inglaterra estava passando, em decorrência da revolução industrial e, principalmente, pelas novas condições a que os matemáticos estavam submetidos, dada uma maior abertura matemática aos adventos originários do resto do continente.

Essas novas diretrizes passaram a reger os estudos em álgebra e produziram um novo entendimento que foi sistematizado por Peacock em 1830, no Tratado em Álgebra, em que ele fazia a distinção entre álgebra aritmética e álgebra simbólica. (ANJOS, 2010) De acordo com Medeiros e Medeiros (1992), na álgebra aritmética, apenas as operações com os inteiros positivos seriam permitidas. Na álgebra simbólica, tal restrição era removida, embora ainda atuassem as regras da álgebra aritmética. Isso ficou configurado no princípio da permanência das formas equivalentes, de Peacock que, conforme Nagel (1935), era um princípio heurístico que estabelecia que as leis fundamentais dos números inteiros positivos da aritmética eram preservadas para os novos números. As principais leis tomadas como axiomas na álgebra clássica, podiam ser expressas como:

1. $a + b = b + a$
2. $(a + b)+ c = a +(b + c)$
3. $a.b = b. a$
4. $a(b + c)= ab + ac$
5. $(b +c)a= ab + ac$

> "De acordo com a teoria dos números, temos que um sistema numérico é um conjunto de números, fechado para a adição e a multiplicação, regido pelas propriedades comutativa, associativa e distributiva. Desse ponto de vista, para construção de um novo campo numérico em que seja possível a subtração de $b – a$, para o caso de $b < a$, vê-se necessário demonstrar que tais leis, assim como são válidas para os números naturais (inteiros positivos), sejam válidas no domínio dos números inteiros (positivos e negativos)." (RODRIGUES, 2009, p.83).

Estes aspectos de alguma forma frequentam a sala de aula, pois os alunos também confiam que é impossível tirar uma quantidade maior de uma menor conforme ideias acima.

2.3. A contribuição da teoria dos números

Concordamos com Malagutti e Baldin (2010, p. 09) quando afirmam que:

> "A passagem do campo dos números naturais para os números inteiros impõe um salto conceitual significativo, devido às abstrações necessárias para fundamentar as extensões que nem sempre são naturais e que são fruto de um grande trabalho ao longo da história. Toda teoria matemática que estende uma anterior deve generalizá-la, mantendo-a como uma subteoria e conservando na teoria antiga todas as propriedades já válidas. Este princípio de generalização/conservação é mostrado exemplarmente quando construímos os inteiros a partir dos números naturais, constituindo assim uma oportunidade ímpar de exibir ao estudante a força do pensamento lógico-dedutivo e o poder generalizador da Matemática."

Não poderíamos deixar de lado o rigor da matemática neste trabalho, dado que para os alunos não consideram importante tal zelo, de acordo com nossa experiência como professora. Apesar disso, entendemos que é responsabilidade do professor se preocupar com tal rigor. No entanto é importante ressaltar que é essa preocupação deve surgir com o entendimento do conceito, para praticá-lo com consciência.

Os números naturais representado pelo conjunto $\mathbb{N} = \{0,1,2,3,4,5,\dots\}$ munido das operações usuais de soma e produto. Sendo assim os autores Malagutti e Baldin definem que os pares de números naturais (a,b) e (c,d) estão relacionados se a + d = b + c.(MALAGUTTI; BALDIN, 2010, p.12).

Vale a pena ressaltar que, os mesmos autores afirmam ainda que: esta relação entre pares de números naturais é uma relação de equivalência, isto é, ela é reflexiva, simétrica e transitiva. Toda relação de equivalência define uma partição no conjunto em que está definida, sendo que os elementos desta partição são as classes de equivalência dos elementos do conjunto $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$. O par (a,b) está relacionado consigo mesmo pois a + b = a + b; disto segue que a relação é reflexiva. A relação também é simétrica, isto é, se (a,b) está relacionado com (c,d), então (c,d) está relacionado com (a,b). Isto segue diretamente da hipótese que a + d = b + c e portanto c + b = d + a.

A relação é transitiva: se (a,b) está relacionado com (c,d) e (c,d) com (e,f) então

a + d = b + c

c + f = d + e

Somando e cancelando os termos comuns (já que a lei de cancelamento vale nos números naturais), obtemos a + f = b + e, ou seja, (a,b) está relacionado com (e,f).

A classe de equivalência do par (a,b) é o conjunto de todos os pares de números naturais que estão relacionados com (a,b). Esta classe é denotada por [(a,b)]. Podemos identificar esta classe com o número inteiro a – b. Se este número for positivo ou nulo, ele se identifica com um número natural – por exemplo [(a,a)] representa o número inteiro a – a = 0. Se a – b for negativo ela acaba de ser definido como sendo [(a,b)]! É possível definir as operações aritméticas de adição, subtração e multiplicação nos inteiros, bem como ordená-los, de modo que as propriedades dos números naturais continuem ainda válidas neste novo contexto, isto é vendo como um subconjunto dos inteiros. O conjunto dos números inteiros, nesta abordagem, é definido como sendo { [(a,b)] / a, b pertencem a ℕ }.

O conjunto dos números inteiros é denotado pela letra ℤ e escrito como

ℤ = { ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ... } (proveniente de Zahlen que significa número em alemão).

Podemos também formalizar a construção dos números inteiros axiomaticamente.

Admitiremos, juntamente com (MALAGUTTI; BALDIN, 2010, p. 13) que existe um conjunto de números que tem dois elementos destacados 0 (zero) e 1 (um), munido de duas operações: a adição (+) e a multiplicação (.), que satisfazem os seguintes axiomas:

Para todos x, y e z em ℤ , tem-se:

(A1) x + (y + z) = (x + y) + x (a adição é associativa);

(A2) x + y = y + x (a adição é comutativa);

(A3) x + 0 = 0 + x = x (0 é o elemento neutro da adição);

(A4) Para todo inteiro x, existe um elemento - x em ℤ , chamado oposto de x satisfazendo x + (-x) = (-x) + x = 0;

(M1) x.(y.z) = (x.y).z (a multiplicação é associativa);

(M2) x.y = y.x (a multiplicação é comutativa);

(M3) x .1 = 1. x = x (1 é elemento neutro da multiplicação);

(D) x.(y + z) = x.y + x.z (a multiplicação é distributiva em relação à adição).

A subtração entre os elementos x e y de é definida como sendo x + (-y), ou seja, subtrair é somar com o oposto.

Em $\mathbb{Z}$ existe uma relação de ordem entre seus elementos (<), que satisfaz os seguintes axiomas:

Para todos x, y e z em $\mathbb{Z}$,

(O1) Lei da tricotomia: vale uma e somente uma das afirmações:

x < y; x = y; y < x

(O2) Se x < y e y < z então x < z (a relação < é transitiva);

(**O3)** Se x < y então x + z < y + z (a relação < é compatível com a adição);

(O4) Se x > 0 e y > 0 então x.y > 0 (a relação < é compatível com a multiplicação);

O último axioma de $\mathbb{Z}$ é conhecido como o Princípio do Menor Inteiro.

Todo subconjunto não vazio limitado inferiormente **A** $\subset \mathbb{Z}$ possui um menor elemento, isto é, existe a_0 pertencente a **A** tal que $a_0 <$ a para todo a em **A**.

O Princípio do Menor Inteiro é equivalente ao Princípio de Indução Finita, que é uma poderosíssima técnica de demonstração para se demonstrar resultados em conjuntos infinitos enumeráveis.

Seja A um subconjunto de números naturais e suponha que:

a) n = 0 é um elemento do conjunto A

b) Sempre que um elemento n pertencer ao conjunto A, é possível provar que seu sucessor n + 1 também pertence ao conjunto A.

Então A coincide com o conjunto de todos os números naturais, isto é

A = $\mathbb{N}$.

Em seus estudos, os matemáticos MALAGUTTI e BALDIN (2010, p. 57) fazem as seguintes definições, em relação ás operações com números inteiros:

1) Propriedades da adição e subtração de números inteiros

i. Propriedade comutativa da adição: **a + b = b + a, quaisquer que sejam os inteiros a e b.**

ii. Propriedade associativa da adição: **(a + b) + c = a + (b + c) para todos os inteiros a, b e c.**

iii. **Elemento neutro da adição: (a + 0)=(0 + a)=a para todo a inteiro.** Desse modo dizemos que 0 é o elemento neutro da adição.

iv. **Adição de números opostos ou simétricos: (a + (-a))=((-a) + a) = 0**

2) Subtração de números inteiros

A subtração de números inteiros é a adição do primeiro deles com o oposto do segundo: a – b = a + (- b), quaisquer que sejam os inteiros a e b.

Sendo assim, podemos utilizar todas as propriedades de adição para a subtração, levando em conta que a subtração é a adição do oposto.

3) Multiplicação de números inteiros

A multiplicação de dois números inteiros **a** e **b** é denotada por **a** × **b**, sendo **a** e **b** chamados de **fatores** e o resultado chamado de **produto de a por b**. A notação **a.b** também aparece em livros e textos. Existem calculadoras científicas e softwares em que a notação * pode ser usada para designar a operação de multiplicação.

i. **Propriedade Comutativa** afirma que **a . b = b . a**, para todos os inteiros **a** e **b**.

ii. **Propriedade Associativa da Multiplicação**: **(a . b) . c = a . (b . c)**, para **a, b, c** $\mathbb{Z}$.

iii. **Elemento Neutro Multiplicação**: **a . 1 = 1 . a = a,** para todo a inteiro.

iv. **Propriedade Distributiva da Multiplicação em relação à Adição**: **a .(b + c) = a . b + a . c**, para todos a, b e c inteiros.

A propriedade distributiva acima, nos permite apresentar uma justificativa simples, através de um exemplo, para o fato do produto de dois números negativos resultar positivo, conforme mostraremos a seguir:

Considere o seguinte produto:

A = (7 – 5) x (10 – 6) cujo resultado já sabemos ser 2 x 4 = 8. Desenvolvendo o primeiro membro, aplicando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, vem:

A = (7x10) + [7x(-6)] +[(-5)x10] + [(-5)x(-6)]

A = 70 – 42 – 50 + [(-5)x(-6)]

Como já sabemos que A = 8, substituindo fica:

8 = 70 – 42 – 50 + [(-5)x(-6)]

Isolando o produto [(-5)x(-6)], vem:

[(-5)x(-6)] = 8 – 70 + 42 + 50 = 8 + 42 + 50 – 70 = 100 – 70 =30.

4) Divisão de números inteiros

Quando a = b × c, o número a é chamado “múltiplo inteiro de b pelo fator c” ou equivalentemente “múltiplo inteiro de c pelo fator b”. No caso em que a e c são não nulos, temos b como divisão de a por c (a : c, ou $\frac{a}{c}$). Portanto, as regras de sinais para multiplicação de números inteiros valem também para a divisão entre um múltiplo e seus fatores, isto é, a divisão entre números de mesmo sinal resulta sempre positiva, e a divisão entre números de sinais opostos resulta sempre negativa.

Na divisão de a = b × c por c, a é chamado de dividendo, c de divisor, e b como resultado da divisão é chamado de quociente. A divisão nesta situação é chamada exata (o resto é 0).

ALGORITMO DA DIVISÃO: Dados dois números inteiros **a** e **b**, é sempre possível encontrar outros dois inteiros **q** e **r** tais que **a = q × b + r**, com $\mathbf{0 \leq r < |b|}$.

O conjunto Z dos números inteiros não é fechado em relação à divisão, pois o quociente de dois números inteiros nem sempre é um inteiro. A divisão de números inteiros, no que concerne à regra de sinais, obedece às mesmas regras vistas para a multiplicação.

5) Potenciação:

É um caso particular da multiplicação, onde os fatores são iguais. Assim é que multiplicando-se um número inteiro a por ele mesmo n vezes, obteremos a x a x a x a x ... x a que será indicado pelo símbolo a^n, onde a será denominado base e n expoente. Assim é que, por exemplo, $5^3 = 5.5.5 = 125$, $7^1 = 7$, $4^3 = 4.4.4 = 64$, etc.

Com base nas regras de multiplicação de números inteiros, é fácil concluir que:

a) Toda potencia de base negativa e expoente par não nulo, tem como resultado um número positivo.

Exemplos:

$(-2)^4 = +16 = 16$

$(-3)^2 = +9 = 9$

$(-5)^4 = +625 = 625$

$(-1)^4 = + 1 = 1$

b) Toda potencia de base negativa e expoente ímpar, tem como resultado um número negativo.

Exemplos:

$(-2)^3 = - 8$

$(-5)^3 = - 125$

$(-1)^{13} = - 1$

Ainda pautado na teoria dos números os matemáticos do século XIX basearam-se “em entes criados pelo pensamento – portanto abstratos” não perceptíveis na vida prática. (Teixeira, 1992, apud Rodrigues, 2009, p.83)

Podemos também adotar de maneira tão eficiente quanto a adotada acima o sistema axiomático, para a justificativa das operações e propriedades dos números inteiros.

Segundo Massago (2010), a operação da soma está completa e o produto que está quase completa. Dai podemos levantar a questão da unicidade dos inteiros, isto é, se o conjunto tiver operação com a mesma propriedade do número inteiro, o conjunto é do número inteiro? Se não for, quais propriedades precisam ser acrescentados? Isto equivale a perguntar as propriedades essenciais para inverter o processo de construção, decompondo na forma$-(P) \cup \{0\} \cup P$ onde $P = \mathbb{N}\{1,2,3, \dots\}$ que é o conjunto das somas de 1, e $-P = \{-n,\ n \in P\}$. Dizemos que n é uma soma de 1 quando $n = 1$ ou $n = m + 1$ onde m é uma soma de 1. Note que os números naturais são somas de 1. Está apresentação recursiva deve ao axioma de Peano.

Para o autor citado (2010, p. 08) acima, o axioma de Peano determina o conjunto dos números naturais na qual permite definir ordem, soma e produto.

Axioma de Peano: $O\ conjunto\ dos$ números $naturais$ é $caracterizado\ por$:

- $Todo\ número\ natural\ n\ possui\ o\ sucessor\ denotado\ por\ s(n) tal\ que\ s(m) = s(n) \Longrightarrow\ m\ =\ n.$
- $Existe\ um\ único\ elemento\ que\ não\ é\ sucessor, denotado\ por\ 1.$
- $Se\ X\ é\ um\ subconjunto\ dos\ números\ naturais\ tal\ que\ 1 \in X\ e\ n\ \in\ X\ \Longrightarrow s(n) \in X\ então\ X\ é\ o\ próprio\ conjunto\ dos\ números\ naturais.$

O axioma de Peano determina uma ordem natural no conjunto por n < s(n). Uma consequência do axioma de Peano é o principio da indução finita, enunciado a seguir.

Teorema: (primeiro principio de indução).

$Se\ p(n) é\ uma\ propriedade\ sobre\ número\ natural\ n\ tal\ que$:

- $p(1) é\ verdadeira.$
- $Se\ p(n) é\ verdadeira, então\ p(n\ +\ 1) é\ verdadeira.$

$Então\ p(n)\ é\ verdadeira\ para\ todo\ número\ natural.$

$Demonstração$:

$$Seja\ X\ =\ \{é\ n \in \mathbb{N}: p(n)\ é\ verdadeira\}, então\ 1 \in X\ e\ n \in X \Rightarrow\ n\ +\ 1\ \in\ X\ pela\ hipótese\ (suposição). Pelo\ axioma\ de\ Peano, X\ =\ N.$$

Usando o princípio da indução finita, podemos definir ou provar a propriedade sobre números naturais de forma especial, denominado de forma indutiva. Por exemplo, a adição e a multiplicação são definidas indutivamente por:

$n + 1 = s(n) e\ m + (n + 1) = (m + n) + 1$

$m\ .1 = m\ e\ m\ .(n + 1) =\ m\ .n + m.$

Da forma análoga, podemos definir indutivamente a potenciação por:

$m^1 = m\ e\ m^{n+1} = m^n.m.$

Teorema:

$O\ conjunto\ dos\ números\ inteiros\ positivos\ é\ o\ conjunto\ dos\ números\ naturais.$

$Demonstração$:

$Vamos\ vericar\ o\ axioma\ de\ Peano\ em\ P.$

- $Como\ P\ é\ fechado\ pela\ adição\ e\ 1\ >\ 0, para\ todo\ n\ >\ 0, n\ +\ 1\ > 0\ e\ temos\ que\ m\ +\ 1\ = n\ +\ 1\ \Rightarrow\ m\ =\ n\ pelo\ cancelamento\ da\ adição.$
- $O\ elemento\ 1\ não\ é\ sucessor\ do\ inteiro\ positivo, pois\ n + 1\ =\ 1\ \Rightarrow\ n\ = 0\ e\ 0\ não\ é\ positivo.\ Como\ todo\ inteiro\ positivo\ n\ pode\ ser\ escrito\ na$

$forma\ n = (n-1) + 1, todo\ inteiro\ positivo\ n$

$maior\ que\ 1$ é $sucessor\ do\ inteiro\ positivo\ n-1.$

$Logo, 1$ é o único que não é $sucessor.$

- $Se\ X$ é $um\ subconjunto\ com\ 1 \in X\ e\ n \in X \Rightarrow n + 1 \in X\ então\ X$ é $exatamente\ o\ conjunto\ das\ somas\ de\ 1,$ que é $o\ conjunto\ dos\ inteiros\ positivos.$

Axioma da soma:

$Em\ \mathbb{Z}, está\ definido\ uma\ operação\ binária\ denominada\ de\ soma\ que\ associa$ um único $valor\ a + b\ para\ cada\ inteiro\ a\ e\ b.$

$\forall\ a, b\ e\ c \in \mathbb{Z}, \quad a\ soma\ satisfaz$

- $a + b \in \mathbb{Z}\ (fechamento).$
- $a + b = b + a\ (comutatividade).$
- $(a + b) + c = a + (b + c)(associatividade).$
- $\exists\ 0 \in \mathbb{Z} : a + 0 = 0 + a = a$
  $(elemento\ neutro\ da\ soma, denominado\ de\ elemento\ nulo).$
- $\exists - a \in \mathbb{Z} : a + (-a) = (-a) + a$
  $(elemento\ inverso\ da\ soma, denominado\ de\ elemento$
$oposto).$

Vamos aqui demonstrar a unicidade do elemento neutro e do elemento inverso, para tanto enunciaremos as proposições abaixo:

Proposição 1: (Unicidade do elemento neutro).

$Numa\ operação\ binária, o\ elemento\ neutro, caso\ exista,$ é único.

$Demonstração.\ Suponhe\ que\ a\blacksquare b\ define\ uma\ operação\ binária\ e\ temos\ dois$ $elementos\ neutros\ e$ e $e'. Então\ temos\ que\ e = e\blacksquare e'$ $por\ e'\ ser\ elemento\ neutro, mas\ e\blacksquare e' = e'\ por\ e\ ser\ elemento\ neutro.$ $Assim,$ não $pode\ haver\ mais\ de\ um\ elemento\ neutro.$

Proposição 2: (Unicidade do elemento inverso).

$Numa\ operação\ binária\ assossiativa, o\ elemento\ inverso\ de\ cada\ elemento,$ $caso\ exista,$ é único.

$Demonstração.\ Suponhe\ que\ a\blacksquare b\ define\ uma\ operação\ binária\ assossiativa, e$ é o $elemento\ neutro. Se\ b\ e\ b'$ São $elementos\ inversos\ de\ a, temos\ que\ b\blacksquare a = e$ e $a\blacksquare b' = e. Assim, b = b\blacksquare e = b\blacksquare(a\blacksquare b') = (b\blacksquare a)\blacksquare b' = e\blacksquare b' = b'$ $Assim,$ não $pode\ haver\ mais\ de\ um\ elemento\ inverso.$

De maneira análoga iremos definir o produto de números inteiros.

Axioma do produto:

$Em\ \mathbb{Z}, está\ definido\ uma\ operação\ binária\ denominada\ de\ produto\ que$ $associa\ um$ único $valor\ a\ .\ b\ para\ cada\ inteiro\ a\ e\ b.$

$\forall\ a, b\ e\ c \in \mathbb{Z}, o\ produto\ satisfaz$

- $a \, . \, b \in \mathbb{Z} \, (fechamento)$.
- $a \, . \, b = b \, . \, a \, (comutatividade)$.
- $(a \, . \, b). c = a \, (b \, . \, c)(associatividade)$.
- $a \, . (b + c) = a \, . \, b + a \, . \, c \; e \; (a + b). c = a \, . \, c + b \, . \, c \, (distributividade)$
- $\exists \, 1 \in \mathbb{Z} : a \, . \, 1 = 1 \, . \, a$ $(elemento\ neutro\ do\ produto, No\ caso\ de\ Z, denominamos\ de\ elemento\ unidade)$.
- $\forall a \neq 0 = 0, \; a \, . \, x = a \, . \, y \Rightarrow x = y \, (cancelamento\ do\ produto)$.

Ao nos fundamentarmos em matemáticos como Paterlini (2012), Massago (2010), Malagutti e Baldin (2010), temos como intenção encontrar uma justificativa para a multiplicação de sinais negativos, ou seja, para todo inteiro a, temos que$-(-a) = a$. De fato, se $x = -a, temos\ que\ x + a = 0\ pois\ a = -x \, . \, Mas - x = -(-a)$.

Da mesma maneira, $Temos\ que\ 0a = 0,\ pois\ 0a = (0 + 0)a = 0a + 0a, o\ que\ implica\ que\ 0 = 0a - 0a = (0a + 0a) - 0a = 0a + (0a - 0a) = 0a. Assim, 0 = 0$a.

Conseguimos provar matematicamente que $(-\mathrm{a})\mathrm{b} = -\mathrm{ab}$. Veja, queremos mostrar que $(-\mathrm{a})\mathrm{b}$ é oposto de ab, então $(-\mathrm{a})\mathrm{b} + \mathrm{ab} = 0$. Mas, $\mathrm{ab} + (-\mathrm{a})\mathrm{b} = (\mathrm{a} - \mathrm{a})\mathrm{b} = 0\mathrm{b} = 0$.

De modo semelhante, temos que $(-\mathrm{a}).(-\mathrm{b}) = \mathrm{ab}$. De fato:

$$0 = (-\mathrm{a}).0 = (-\mathrm{a}).[\mathrm{b} + (-\mathrm{b})] = (-\mathrm{a}).\mathrm{b} + (-\mathrm{a}).(-\mathrm{b}) = -\mathrm{ab} + (-\mathrm{a}).(-\mathrm{b})$$

$\mathrm{Como} - \mathrm{ab} + (-\mathrm{a}).(-\mathrm{b}) = 0\ \mathrm{temos\ que}\ (-\mathrm{a}).(-\mathrm{b}) = \mathrm{ab}$. (MASSAGO, 2010, p.05)

2.4. A formalização abstrata

Do ponto de vista formal e algébrico aqui se encerra a discussão, pois fica provado que, o produto de números negativos resulta em um número positivo. No entanto do ponto de vista educacional essa demonstração perde totalmente seu valor. Pois a lógica dos alunos ficam restritas a exemplos do cotidiano.

Concordando com Teixeira (1992, p.55) quando se reporta a Glaeser (1981, 1985) dizendo que Hankel baseou-se em “entes criados pelo pensamento – portanto abstratos” não perceptíveis na vida prática. Essa convicção, segundo Glaeser, foge a uma crença, que vigorava no pensamento matemático até o final do século XIX, a “ideologia da luz natural”, a qual defendia uma relação direta entre a matemática e o mundo físico.

> “Porém, os próprios fundamentos da lógica matemática deixariam de fazer sentido se não

> fossem guiados por experiências e situações concretas, “nenhuma lógica sustentou os números negativos, irracionais e complexos, ou álgebra, ou o cálculo. Eles dependiam de sua aplicabilidade.” (RODRIGUES , 2009, p.83)

Os estudiosos precisaram formalizar as propriedades de maneira que toda teoria continuasse sendo preservado tanto para positivos como para negativos. Sendo assim, O produto de (-1) por (-1) deveria ser (+1), do contrário, a propriedade distributiva não seria válida para o campo numérico dos inteiros (RODRIGUES, 2009).

Com essa informação concluímos que não poderemos contextualizar, de maneira prática e cotidiana, o produto de números negativos pois para poder aceitar tal façanha Hankel, segundo Rodrigues (2009) rompe com a tradição “da ideologia da luz natural” até em tão mantida e estende as propriedades do sistema numérico dos naturais para os inteiros conforma mostramos anteriormente.

No nosso estudo pedagógico podemos perceber então a dificuldade de se contextualizar um conteúdo que a humanidade levou cerca de 1500 anos para formalizar e organizar dentro de uma teoria sistematizada. Pois a teoria exposta nesse capitulo “não se dispõe diretamente acessível à compreensão dos alunos”. (RODRIGUES, 2009)

Podemos concluir que a formalidade matemática não é suficiente, embora legítimas para o entendimento dos alunos e a contextualização não é trivial.

Sendo assim concordamos com a ideia de Rodrigues (2009) que diz:

> “... pode-se considerar que, a construção desta problemática, não só por parte do aluno, como também do professor, exige a construção prévia de um conjunto de conhecimentos acerca do conteúdo concreto dos números inteiros, como por exemplo, o desenvolvimento do pensamento algébrico, a percepção dos aspectos qualitativo e quantitativo do número, a reversibilidade de situações relativas, elementos estes que são identificáveis no próprio desenvolvimento lógico-histórico deste conceito.”

As teoria apresentadas acima já frequentaram as salas de aulas na década de 70, a partir de propostas curriculares que priorizavam os aspectos lógicos e formais da teoria dos números e suas operações. No entanto a proposta atual, SSE-SP, 2008, não nega estes aspectos porem nos indicam outras formas de pensar o ensino. É por este motivo que no próximo capítulo apresentaremos: a organização das atividades orientadores de ensino, a metodologia das aulas e metodologia da pesquisa.

CAPÍTULO III: METODOLOGIA DA PESQUISA E DAS AULAS MINISTRADAS

Indicaremos nesse capítulo: a) como se deu a organização das atividades, que orientaram o ensino de números inteiros, a partir do momento em que, constatamos que as situações de aprendizagem, propostas pela SEE/SP, ano 2008, não eram compreendidas pela maioria dos estudantes; b) o desenvolvimento destas, na sala de aula e como se deu as análises do ocorrido na sala de aula.

Levando-se em conta uma temática mundial em Educação Matemática, segundo Lorenzato (2009) o estudo que desenvolvemos pode ser inserido na temática de pesquisa intitulada: processo ensino-aprendizagem da matemática.

Em termos metodológicos, podemos afirmar que esta pesquisa tem um cunho exploratório e é qualitativa. Está pautada na interpretação dos fenômenos ocorridos em sala de aula, com foco nas elaborações explicitadas pelos estudantes, enquanto vivenciam as atividades orientadoras de ensino de números inteiros.

3.1. Caracterização dos sujeitos (Escola e sala)

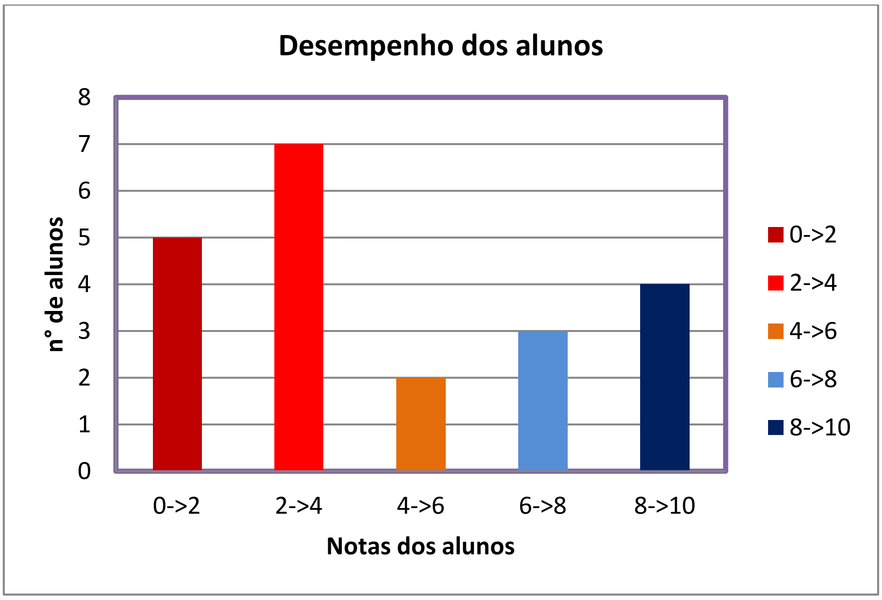
Os sujeitos são alunos 7° ano do ensino fundamental de uma escola pública da cidade de Fernandópolis, interior do estado de São Paulo. A escola conta com três salas de sétimo ano. No entanto com a turma de alunos do sétimo ano B as notas em provas individuais e testes aplicados pela coordenação, eram muito baixos. As dificuldades apresentadas por esses estudantes intrigaram sua professora e pesquisadora desse trabalho. Os alunos não compreendiam a subtração do números inteiros e nem diferenciavam as diferentes ideias dos sinais, ora do número e ora da operação.

Figura 4: Fachada da escola

A escola é de tempo integral onde as crianças tem 9 aulas de 50 minutos por dia, mais uma hora para o banho e almoço. Essas aulas são compostas por disciplinas da base comum do currículo nacional e mais a parte diversificada. Conta com aulas de artes, experiências matemáticas, oficinas esportivas e motoras, oficinas artísticas, além de informática e inglês.

Seguindo rigorosamente a sugestão da proposta a partir de situações que envolvem temperaturas, dívidas, etc., avaliamos os estudantes e obtivemos os resultados abaixo, conforme mostra o gráfico:

Figura 5: Desempenho dos alunos



A sala tinha 21 alunos. Com 11 meninas e 10 meninos. São alunos com autoestima baixa, pois acham que a matemática é muito dificil e só os inteligentes aprendem. Parece que não tem grandes perspectivas para o futuro, pois não pensam em fazer faculdade, alguns nem pensam em terminar o ensino médio. Uma turma que em sua maioria não faz planos, indicando-nos que parece que, nada vai acontecer para mudar suas vidas.

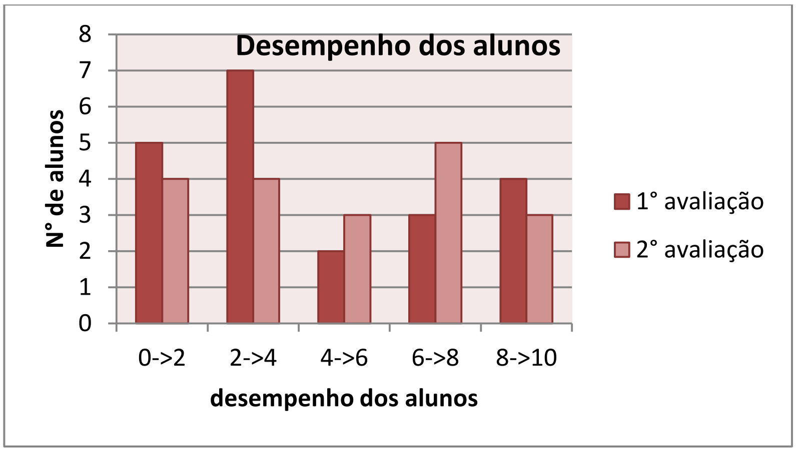
As aulas eram sempre norteadas pela indiscplina. Em cada aula perdia-se, em torno de 15 minutos paraque se sentassem organizassem o material, a aula é sempre interrompida por motivos banais.

Segundo Aquino (1996, p.20), o conceito de indisciplina pode ser entendido como vários atos que traduzem-se pelo desrespeito, seja do colega, seja do professor, seja ainda da propria instituição escolar (depredarção das instalações, por exemplo). E certamente este aspecto desrespeitoso de certos comportamentos discentes que nos referímos.

Os alunos se mostravam desinteressados, nas aulas. E como consequencia aprendizagem não ocorreu a contento. Fato esse que fica claro na analise do gráfico 1. Dezessete alunos dos vinte e um que frequentam a sala ficaram com notas abaixo da média, dado que a média satisfatória na escola é 5,0.

Após algumas aulas de recuperação e com a interferência da professora da disciplina de oficina de experiências matemáticas, retomamos todas as idéias propostas pelo caderno do aluno (SÃO PAULO, 2008). Aplicamos outro teste semelhante ao anterior. E tivemos uma tímida melhora nos resultados. Conforme informa o gráfico abaixo:

Figura 6: comparativo das avaliações



Tivemos 11 alunos abaixo da média, dos 19 que fizeram a prova. Isso ainda reflete quase 58% da turma. O que fazer? Que existia algum problema era fato. Mas qual seria a grande dificuldade apresentada em especial por essa turma?

3.2. As atividades Orientadoras de ensino

A partir da análise dos gráficos apresentados acima, decidimos organizar as quatro Atividades Orientadoras de Ensino (MOURA, 2010):

- Atividade Orientadora de ensino 1: O jogo da vai e vem que encontramos no livro Experiências matemáticas da 6ª. Série, publicada pela CENP, Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, em 1996. O jogo tem por objetivos proporcionar aos alunos a oportunidade de transitar em sentidos opostos e operar com quantidades negativas. (E.M., 1996)
- Atividade Orientadora de ensino 2: O Jogo das tampinhas de garrafas plásticas que tem por objetivo dar significado à manipulação com quantidades negativas; (autoria própria)
- Atividade Orientadora de ensino 3: Um programa de fichas para representação de contrários. O programa de computador que oferece fichas azuis e vermelhas para representar quantidades positivas e negativas, respectivamente, e tem por objetivo adicionar números inteiros usando as fichas como representação; (nlvm; National Library of Virtual Manipulatives(2))
- Atividade Orientadora de ensino 4: Adaptação de uma brincadeira sugerida pelo caderno do professor do 7° ano 1° bimestre (SEE/SP, 2008, p. 42) feita na sala de aula, mas adaptamos para ser desenvolvida no pátio da escola. Tem como objetivo localizar corretamente os números na reta numérica e foi desenvolvida em uma única fila para localizarem números inteiros

Em relação ao desenvolvimento da pesquisa, utilizamo-nos de 04 instrumentos:

✓ Instrumento 1: Avaliação contínua, percebida através dos diálogos explicitados pelos alunos com a professora e entre eles, durante o desenvolvimento das atividades. Anotados por nós em notas de aulas e observações relevantes que pudemos perceber. Tínhamos como objetivo perceber as elaborações dos alunos durante as aulas.

- ✓ Instrumento 2: Analise documental (folhas de atividades dos alunos , folhas de respostas e cadernos) produzida pelos alunos no decorrer do processo de desenvolvimento da atividades orientadoras de ensino, as quais estão disponíveis no anexo I, II, III e IV.
- ✓ Instrumento 3: Análise da sugestão trazida pela proposta do programa São Paulo faz Escola. (SÃO PAULO, 2008)
- ✓ Instrumento 4: Análise da autoavaliação dos estudantes que teve por objetivo conscientizar os estudantes da importância da reflexão diante da responsabilidade de sua aprendizagem. Bem como a tomada de consciência dos passos de sua compreensão sobre o assunto tratado.

Em cada Atividade Orientadora de Ensino (MOURA, 2010) chamaremos de episódio o recorte de momentos onde podemos observar as explicitações dos alunos durante o desenvolvimento de cada atividade.

As Atividades Orientadoras de Ensino (MOURA, 2010) 1, 3 e 4 foram baseadas e adaptadas por nós, da seguinte forma a Atividade Orientadora de Ensino 1, o jogo da vai e vem fizemos adaptações na pontuação e nos grupos. Na Atividade Orientadora de Ensino 3 primeiro os estudantes resolviam as operações pedidas pelo programa, depois solicitamos que elaborassem situação dos jogos anteriores e usassem o

(2) http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_161_g_1_t_1.html?from=topic_t_1.html

a de aula fomos para o pátio de desenvolvemos em uma única fila com todos os alunos e as colocações variavam de -9 à 10.

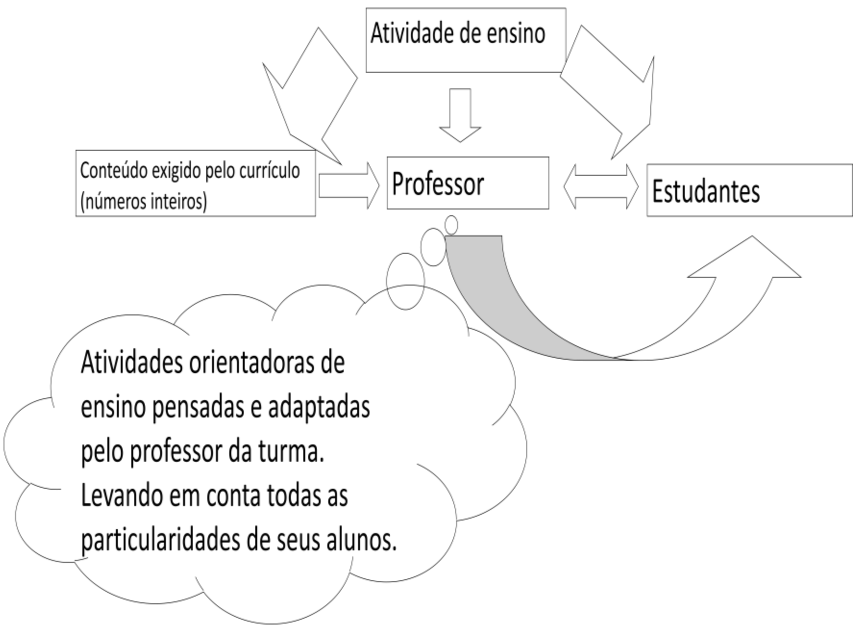
As Atividades Orientadoras de Ensino (MOURA, 2010) foram desenvolvidas no decorrer de três semanas num total de 18 aulas do 2° bimestre do ano letivo de 2011. Dessas, analisamos com mais rigor as aulas do jogo do vai e vem e o jogo das tampinhas um total de 2 aulas, que foram filmadas, para análise anterior. No entanto as elaborações explicitadas e percebidas por nós durante todo o processo serviram de subsídios durante toda a pesquisa.

A introdução dos jogos nas Atividades Orientadoras de Ensino (MOURA, 2010) tiveram proporcionaram aulas mais descontraídas e prazerosas para os todos os envolvidos no processo, conforme aponta-nos os estudos de Moura (2010) quando afirma que as Atividades Orientadoras de Ensino podem ser configuradas, através de jogos.

Assim, as atividades foram elaboradas considerando-se o ciclo de ação-reflexão-ação, conforme Ubiratan (D´AMBROSIO 1997, p.41) chama de ciclo vital: ... "REALIDADE informa INDIVÍDUO que processa e executa uma AÇÃO que modifica a REALIDADE que informa INDIVÍDUO ..." Adaptaremos esta ideia para esta pesquisa e chamaremos de ciclo vital da aula, a atividade que move o pensamento.

Nesse contexto entendemos que um diagrama expressaria melhor esse movimento. Ajudando-nos a entender o papel da atividade diante das elaborações feitas pelos estudantes.

Figura 7: Movimento do desenvolvimento das atividades (Próprio Autor)



Quando se planeja uma prática educativa, pode-se tentar prever os resultados dessa prática no que diz respeito ao que é efetivamente aprendido pelos estudantes. Porém, a aprendizagem depende do comprometimento do estudante com a realização das atividades, do seu interesse no que está sendo feito, do motivo que o impulsiona a participar e até mesmo do que ele espera ao passar por aquele processo. Assim, não se pode antecipar se uma prática educativa será ou não bem sucedida. (Dias e Moura, 2006)

> No processo de relação do homem com o mundo, atividade é aquela que responde a uma necessidade particular, que é própria no humano do homem na sua relação social. Na atividade, a necessidade é o ponto de partida, por meio dela cria-se o motivo que impulsiona o desenvolvimento de ações em direção a objetivos que permitem a apropriação e objetivação do objeto da necessidade.

Levando em conta a Teoria da Atividade que de acordo com Moura (2010) a necessidade é uma condição interna para que ocorra a atividade humana. Toda atividade tem uma necessidade que a constitui, ou seja, é preciso uma razão, um motivo para que a atividade aconteça. Portanto, toda atividade está intrinsecamente ligada a um motivo. O motivo se liga estreitamente ao objeto da atividade. Impulsionando assim ao estudante um a motivo para buscar o objetivo desejado.

Moura (2006), ainda destaca que os estudantes perceber uma necessidade na atividade, dando utilidade proporcionando uma autonomia na execução de uma ação que faça sentido. Fazendo parte da sua educação para a vida.

> A educação escolar, como um dos segmentos instituídos de educação, é capaz de potencializar o desenvolvimento das aptidões dos educandos não só no sentido do saber usar, saber fazer, mas, sobretudo no sentido de que eles se vejam como integrantes do gênero humano, ou seja, na história social humana. Para desenvolver as aptidões humanizadoras "é necessário desenvolver em relação ao objeto ou fenômeno uma atividade (adequada) que se reproduza, pela sua forma, os traços essenciais da atividade encarnada, acumulada no objeto" (LEONTIEV, 1978, p. 286)

Dessa forma, o estudante procurará relacionar ações que impulsionarão para busca de respostas aos seus anseios. Ou seja, no processo de relação do homem com o mundo, atividade é aquela que responde a uma necessidade particular, que é própria no humano do homem na sua relação social. Na atividade, a necessidade é o ponto de partida, por meio dela cria-se o motivo que impulsiona o desenvolvimento de ações em direção a objetivos que permitem a apropriação e objetivação do objeto da necessidade. (DIAS; MOURA, 2006)

3.3. Descrição das atividades

Vamos apresentar as descrições das quatro atividades, conforme trazida pelas bibliografias, no anexo VI. Nesse momento as atividades não recebem nenhuma interferência do professor. As adaptações são feitas pelo professor a partir desses textos. No momento da preparação da aula é que o professor insere suas impressões e adequações para sua sala de aula. Pois defendemos que as adaptações são individuais e intransferíveis, faz parte do processo de aprendizagem de cada turma com seu professor.

A Atividade Orientadora de Ensino 2 foi elaborada pela professora, com o objetivo de manipular quantidades representadas pelas tampinhas coloridas, está descritas no item abaixo:

3.3.1. O jogo das tampinhas de garrafas descartáveis

Uma segunda atividade foi aplicada com a intenção agora de formalizar as regras de adição e subtração dos números inteiros era também um jogo agora elabora pela própria professora.

Esse jogo tem o objetivo de tornar mais concreta as operações com números inteiros. Possibilitando uma visualização da situação apresentada.

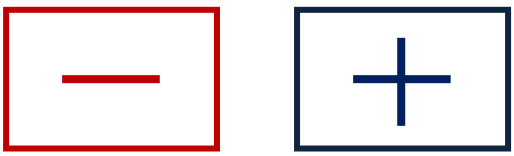
Jogo das tampinhas de garrafas plásticas

Objetivo pedagógico do jogo: Reconhecer as diferenças entre as operações de adição e subtração de números inteiros. Perceber as anulações entre números opostos.

Número de jogadores: 2 ou mais jogadores.

Material necessário:

- Tampinhas de garrafas de plástico de duas cores diferentes(EX: Amarelas e vermelhas).
- 20 Fichas contendo sinal de positivo (+)(10) e negativo(-)(10). Conforme modelo com verso branco:



- 1 dado:
- Papel para registro.

Objetivo do jogo: Juntar o maior número de tampinhas amarelas possíveis.

Regras do jogo

Combina-se antes do inicio do jogo que as tampinhas amarelas correspondem aos pontos positivos e as tampinhas vermelhas aos pontos negativos.

Cada jogador na sua vez joga um dado e retira uma ficha. E retira as tampinhas de acordo com a ficha e o numero tirado no dado. E anota-se na tabela. Repita esse passo e preencha a outra coluna da tabela:

Jogador 1		
1º rodada	2º rodada	Total

Jogador 2		
1º rodada	2º rodada	Total

Exemplo: Caso o jogador tire uma ficha vermelha e o número 4, retirará 4 fichas vermelhas e registrara na tabela.

Ao final das duas rodadas o jogador deve fazer seu total de pontos daquela jogada. O jogo termina quando terminar as dez jogadas para cada jogador. Vence o jogador que juntar mais pontos positivos ao final das dez jogadas.

Alguns questionamentos devem ser feitos aos alunos:

1. Com quantos pontos você ficou?
2. Quem venceu o jogo? E quem ficou com a pior colocação?
3. O que deveria ocorrer para o pior colocado alcançar o primeiro?
4. Qual o procedimento que deve ser adotado quando retira-se duas fichas negativas ou duas fichas positivas seguidas?
5. Qual o procedimento quando se retira-se uma ficha negativa e outra negativa?

6. Quem ficou com vantagem, quem ficou com tampinhas amarelas ou com tampinhas vermelhas?

7. O que representa as tampinhas amarelas e as vermelhas?

3.3.2. Atividade Orientadora de Ensino 4: Laboratório de manipulação virtual

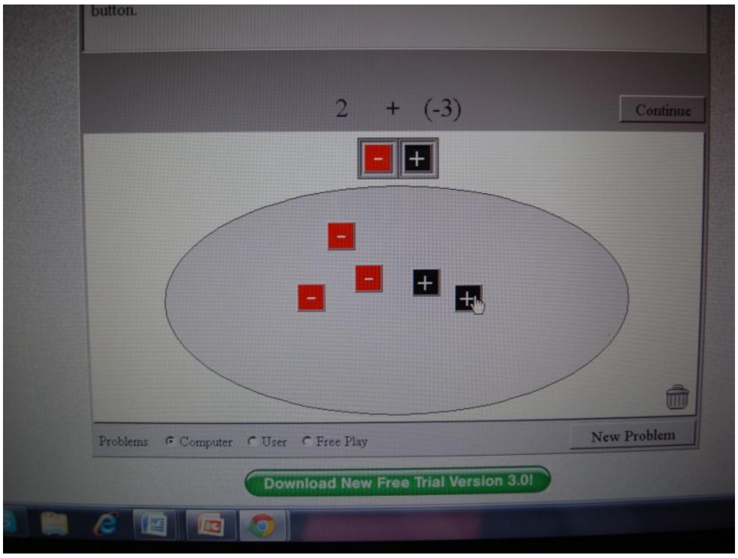
Em seguida os alunos visitaram o laboratório de informática da escola que conta com 12 computadores, para visitarem um site[3], que fica disponível 24 horas e não é necessário baixar nenhum aplicativo em sua máquina. Onde participaram de uma atividade interativa. Funcionando como uma tabela de operações onde fichas azuis representam quantidades positivas e fichas vermelhas representam quantidades negativas. É apresentado ao aluno situação onde ele lança mão das fichas coloridas

(3) http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_161_g_1_t_1.html?from=topic_t_1.html

ero é negativo se sobram azuis o números é positivo. Tem a possibilidade de formar expressões para podermos explorar a soma de negativos.

Figura 8: laboratório de manipulação virtual

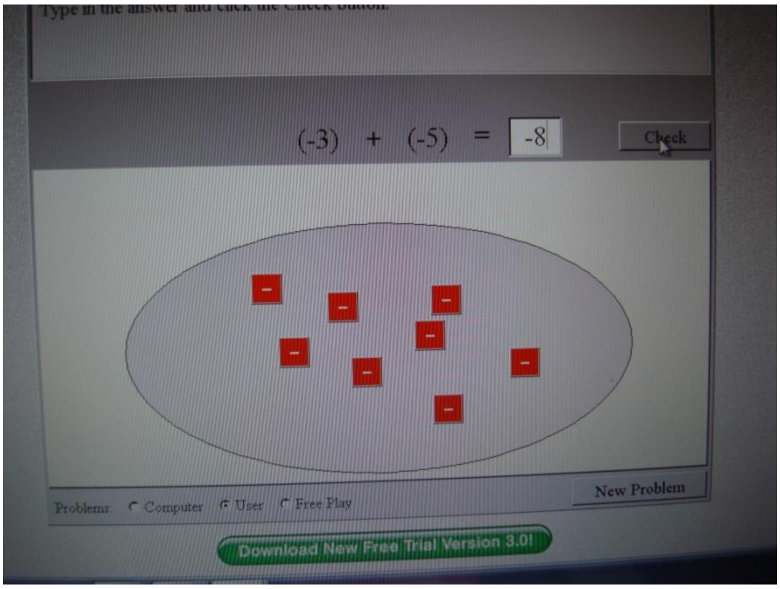
(**http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_161_g_1_t_1.html?from=topic_t_1.html**)



Podendo perceber o movimento de ida e volta, ou seja, que um número positivo anula um número negativo. E ainda visualizar a soma de quantidades negativas dando significado adição de números negativos.

Figura 9:laboratório do manipulação virtual

(http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_161_g_1_t_1.html?from=topic_t_1.html)



3.3.3. Brincadeira para treino de cálculo com números negativos

Por fim foi desenvolvida uma brincadeira proposta pelo caderno do professor do programa São Paulo faz escola (SÃO PAULO, 2008, p. 42) e tomamos a liberdade de reproduzi-la no anexo VII.

3.4. A metodologia das aulas

Aulas	Tema	Objetivos	Duração (em minutos)	Duração (em aulas)	Materiais utilizados	Dinâmica
01	O jogo do vai e vem	familiarizar os alunos com os movimentos de ida e volta, movimentos dos contrários	100	2	- Jogo “Vai e vem” - Folhas de papel	Grupos de 4 e 3 alunos
02	Discussão das estratégias do jogo	Defender estratégias do jogo	50	1	As regras do jogo e tabuleiro	Todos os alunos em círculos
03	Cálculo do	Contar	50	1	Folha com as	Mesmos

	total de pontos individuais e nos grupos	quantidades contrárias e calcular o total de pontos individuais e dos grupos			tabelas preenchidas no jogo	grupos da aula 1
04	Classificação geral	Classificar todos os alunos de acordo com o total de pontos. Ordenação e comparação.	100	2	Tabelas preenchidas com o total de pontos	Mesmos grupos da aula 1
05	Pensando sobre o jogo	Justificar a classificação de cada jogador	50	1	Problemas sugeridos pela atividade 1 na parte 3	Alunos na sala de aula resolução individual
06	Leitura do texto informativo	Ilustrar os números inteiros em várias apresentações	100	2	Texto sugerido pelo E.M.	Leitura em grupos com roda de conversa embaixo da árvore.
07	O jogo com as tampinhas de garrafas plásticas	Manipular quantidades negativas e positivas	100	2	Tampinhas de garrafas de duas cores e folha de anotações	Em grupos de quatro alunos
08	Positivo x negativo	Perceber a anulação entre positivos e negativos	100	2	Tampinhas de garrafas de duas cores e folha de anotações	Alunos em grupos discutindo as estratégias de anulação
09	Brincadeira da fila	Ordenar números	50	1	Comandas e fichas	Alunos em filas com fichas

		inteiros			numeradas	numeradas de -9 à 10
10	Laboratório de manipulação virtual	Reconhecer o sinal do número e o sinal da operação	100	2	Computadores e programa	2 ou 3 alunos por computador
11	Problemas	Criar situações que usam números inteiros	100	2	Cadernos	Trabalho individual e em grupo
Total de aulas				18		

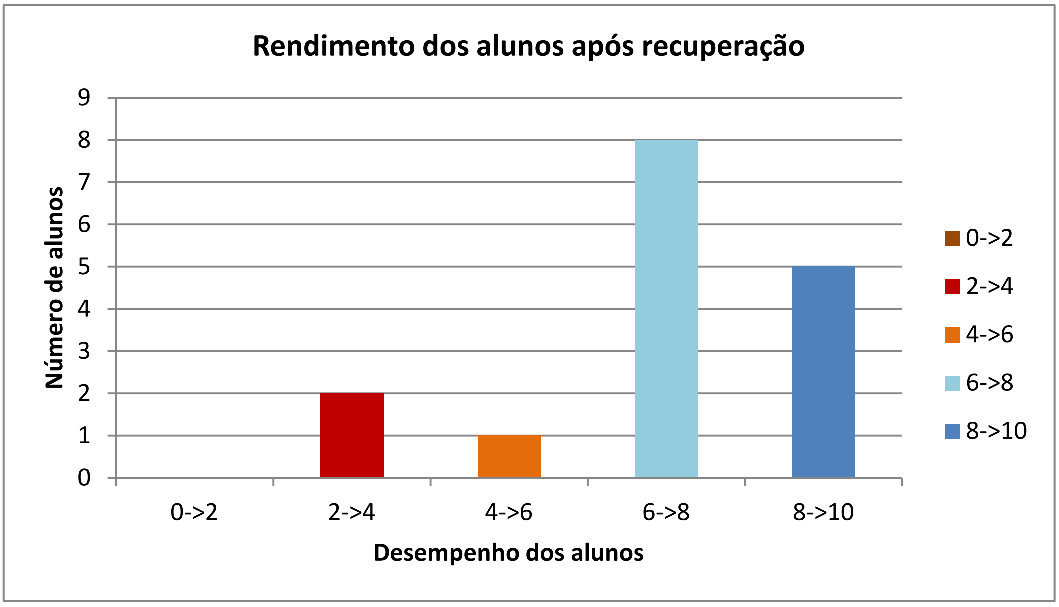
Cada aula era de 50 minutos, as que usavam 100 minutos foi contado duas aulas perfazendo um total de 18 aulas em 11 dias diferentes.

3.5. A melhora das notas

As atividades foram desenvolvidas no decorrer de três semanas num total de 18 aulas. Os alunos foram envolvidos no processo de recuperação. O diálogo foi a base para uma conversa franca a aberta da necessidade do empenho individual. Foi despertada nos alunos a intenção de aprender. Percebida na pertinência das perguntas elaborada pelos alunos durante as atividades. E a participação e o interesse foram satisfatórios. Com esses atributos as aulas foram muito aproveitadas. A metodologia exigida nas Atividades Orientadoras de Ensino deixaram as aulas muito mais atrativas para os alunos.

A avaliação se fez de maneira continua, onde a professora a todo momento refletia sobre o envolvimento e desenvolvimento dos alunos, e no final das duas semanas com uma melhora considerável no rendimento da turma. Como mostra o gráfico 3 das notas após o trabalho de recuperação.

Figura 10: desempenho dos alunos após atividades



Dos dezoito alunos que fizeram a avaliação escrita de recuperação quinze tiveram notas satisfatórias, o que significa uma total de 83% do total de alunos. Entendemos que o índice de aprovação foi satisfatório.

Esse movimento se faz necessário para alcançarmos a sonhada qualidade de ensino. Que se estende a todos os brasileiros. Conforme garante nossa Constituição Federal de 1988, que cita no rol de direitos sociais em seu art. 205 que "A Educação, direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, visando ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho" (Constituição Federal, 1988). Sendo o professor peça fundamental nessa engrenagem para o desenvolvimento do futuro de nossa nação.

3.6. Categorias de análise

O trabalho foi analisado a partir de quatro episódios intitulados: 1) a classificação dos jogadores no jogo da vai e vem; 2) a manipulação de quantidades negativas representada pelas tampinhas no jogo das tampinhas plásticas; 3) o movimento da brincadeira da fila, que entendemos ser mais significativos, do total de aulas que ministramos e 4) o significado dos sinais do número e das operações. Ao final de cada episódio analisamos o ocorrido, a partir de duas categorias que foram definidas na medida em que líamos os dados i) as dificuldades dos alunos no entendimento dos números inteiros; ii) as verdades momentâneas que os alunos construíram nos grupos.

Nesse sentido, segundo Lorenzato(2006) apoiado em Gomes(1999) “a análise e a interpretação estão contidas num mesmo movimento: o de olhar atentamente para os dados da pesquisa”.

No próximo capítulo descreveremos as elaborações dos alunos, explicitadas no desenvolvimento das Atividades Orientadoras de Ensino.

CAPITULO IV: As elaborações.

Nesse capítulo iremos apresentar como as atividades foram desenvolvidas, bem como as análises que fizemos, a partir das elaborações explicitadas pelos alunos, no movimento da aula. Será preciso ressaltar nesse momento, que o movimento em sala de aula é dinâmico e retratá-lo é recortar instantes. Por isso, asseguramos que analisaremos as elaborações explicitadas por alguns alunos que nos ajudaram a fazer adaptações durante as atividades, como por exemplo, organização das discussões a serem feitas, os recortes nas atividades como acrescentar jogadores que tivessem zero ponto, para poderem classificá-lo.

Vamos separar em quatro episódios. Em cada episódio explicitaremos o processo de desenvolvimento da atividade, destacando as falas dos alunos e nossas intervenções.

4.1. Episódio 1 - a classificação dos jogadores no jogo da vai e vem

O jogo do vai e vem foi apresentado aos alunos como um jogo comum de tabuleiro. Uma ficha com as regras foi lida e comentada.

Algumas alterações se fizeram necessárias para melhor entendimento dos alunos, como por exemplo, a pontuação foi alterada, havia a necessidades de grupos de três alunos e a regra original não contemplava essa variação. A pontuação geral dos grupos foi alterada para aumentar a diferença entre pontos ganhos e perdidos. A intenção era que pudessem ler e entender as regras, primeiro no grupo, e depois coletivamente.

Após tirar todas as dúvidas solicitamos que começassem as partidas. O grupo era formado por 19 alunos, sendo 4 grupos de 4 e um grupo de 3 alunos. Todos os grupos jogaram, pelo menos, 4 partidas. Os grupos que não completaram as 5 partidas, decidiram por sorteio o placar da última partida.

4.1.1. A primeira aula

A primeira aula tinha por objetivo familiarizar os alunos com os movimentos de ida e volta, bem como proporcionar momentos em que pudessem pensar sobre os movimentos contrários.

A classe foi dividida em grupos de quatro alunos embora um deles tenha se constituído de três estudantes. Essa aula teve a duração de 100 minutos.

Essa aula tinha a seguinte dinâmica: com os alunos sentados em mesas recebiam as instruções da aula ou do jogo que seria desenvolvido. Sempre munidos de folhas de papel para fazer os registros, recebiam os objetivos daquela aula e começavam o desenvolvimento da atividade.

4.1.2. A segunda aula

Nessa aula iriam discutir ou confrontar as ideias exploradas no jogo. Eram feitos círculos, onde todos organizadamente tiram direito a perguntas, réplicas e tréplicas, como num debate. Houve momentos de reflexão individual com a resolução de situações de confronto com as ideias explicitadas na aula anterior.

4.1.3. A terceira aula

Nessa aula, tínhamos como objetivo convidar os estudantes a calcular o total de pontos de cada jogador e o total de pontos do grupo. Ao mesmo tempo, a professora propõe aos alunos socializassem as tabelas de todos os grupos. Essa aula teve a duração de 50 minutos.

No decorrer do jogo preencheram as tabelas com a pontuação por grupo. E divulgamos na aula seguinte todas as tabelas preenchidas. Os nomes apresentados nas tabelas são nomes fictícios para proteger a verdadeira identidade dos alunos.

As tabelas devidamente preenchidas ficaram assim:

Grupo 1	Total de pontos					
Alunos	1°part	2°part	3°part	4°part	5°part	Total
Maressa	4	-2	2	4	4	12
Karen	-2	4	-2	-2	-2	- 4

Beatriz	2	-4	-4	2	2	-2
Laila	-4	2	4	-4	-4	-6

Grupo 2	Total de pontos					
Alunos	1°part	2°part	3°part	4°part	5°part	Total
Vitor Renan	4pp	2pg	4pp	2pg	2pg	-2
Weslen	2pp	2pg	4pg	4pp	4pp	-4
Jhonatas	2pg	4pp	2pg	4pp	4pp	-8
Vinicius Ap.	4pg	2pp	2pg	4pg	4pg	12

Grupo 3	Total de pontos					
Alunos	1°part	2°part	3°part	4°part	5°part	Total
Jéssica Vito	4pp	4pg	4pg	4pg	2pg	10
Jéssica Ap.	2pp	2pg	4pp	4pp	4pp	-12
Tainara	2pg	2pp	2pg	2pp	2pp	-2
Mônica	4pg	4pp	2pp	2pg	4pg	4

Grupo 4	Total de pontos					
Alunos	1°part	2°part	3°part	4°part	5°part	Total
Joseph	4pp	4pg	2pg	4pg	4pp	2
Vinicius H.	2pp	2pg	2pp	4pp	2pp	-8
Welington	2pg	2pp	4pg	2pp	2pg	2
David	4pg	4pp	4pp	2pg	4pg	2

Grupo 5	Total de pontos

Alunos	1°part	2°part	3°part	4°part	5°part	Total
Valéria	3p	3p	1g	3p	3g	- 5
Vitor Fonceca	1g	1g	3g	3g	3p	5
Taína	3g	3g	1g	1g	1g	9

Após o preenchimento das tabelas, convidamos os estudantes a socializá-las. Cada grupo fez o seu total de pontos lançou o resultado no campo total de cada aluno. Essa atividade foi feita coletivamente, então todos poderiam expor o que pensavam sobre o assunto.

As tabelas foram expostas conforme as notações individuais de cada grupo. O grupo 2, 3 e o 4 usou pp parar pontos perdidos e pg para pontos ganhos. O grupo 5 usou g para pontos ganhos e p para perdidos. E apenas o grupo 1 usou os sinais convencionais (+) para pontos ganhos e (-) para perdidos.

Nesse momento os alunos discutiam argumentando as vantagens de cada notação. Período importante para observarmos as manifestações de suas elaborações até o momento. Em certo instante, intervimos para que os alunos pudessem perceber a necessidade de uma notação única. Perceberam a necessidade em pensar sobre o significado de cada sinal. A turma convenceu-se que a notação do grupo 1 seria mais adequada. Esse grupo usou a notação (+) Pontos Ganhos e (-) Para pontos perdidos. Veja um trecho onde um estudante argumenta:**Estudante Jonatha:** É melhor escrevermos todos iguais.

Professora: Por quê?

Aluna Maressa: Porque quando precisarmos olhar os dados dos outros, estarão com os mesmos símbolos.

Após a argumentação dos sinais, questionamos os estudantes a cerca das regras do jogo. Com o tabuleiro e as regras expostos na mesa, para que pudessem verificar a validade de suas respostas. Organizamos um debate onde cada grupo expunha seu pensamento. Explicando a estratégia de pensamento de cada um. Pois na discussão anterior ficou claro que cada grupo decidia seu percurso no jogo. O diálogo abaixo exemplifica essa conclusão.

Aluno Vitor: Devemos andar para traz, agora. A casa é colorida.

Professor: Qual número que deveria sortear no dado?

Aluna Tainara: Se tirar seis agora ficará pior, pois voltara e cairá de novo na casa vermelha.

O diálogo acima nos mostra que os integrantes dos grupos socializavam seus pensamentos e faziam previsões a cerca das possibilidades. Sendo assim nesse debate os alunos confrontaram e socializaram as estratégias no grupo. Um momento muito importante nos levou a promover ações, como por exemplo, indagá-los sobre os movimentos do jogo, convidá-los a pensar o jogo, nas regras e percurso. Tendo oportunidade de desenvolver sua estratégia para o andamento do jogo.

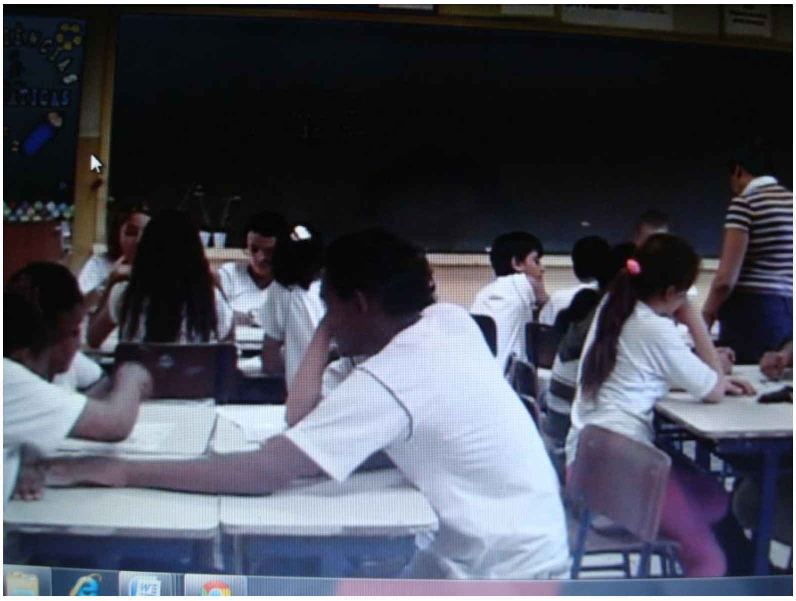
Por outro lado podemos destacar uma ideia interessante que o jogo nos impulsiona a pensar, por exemplo, no jogo de dados comum é vantagem você tirar a maior pontuação possível. No entanto, neste jogo se o jogador estiver na casa vermelha e tirar seis pontos no dado caíra novamente na casa vermelha e isso é bem ruim. No diálogo acima, Tainara destaca, que se isso acontecer o jogador caíra novamente em uma casa colorida, o que o obrigará a continuar recuando.

Um debate para confronto das ideias foi organizado da seguinte maneira:

A pergunta elaborada pela professora de acordo com as instruções do livro Experiências Matemáticas (E. M., 1996) era projetada. Cada grupo lia e formulava uma resposta. Um grupo era sorteado e lia sua resposta. Se tivesse algum grupo com outra opinião, esse grupo lia a sua resposta e argumentava seu favor. Nesse ponto o primeiro grupo argumentava a favor de seu pensamento e logo em seguida o outro fazia o mesmo. E todos juntos chegavam a um consenso a cerca da resposta a questão. Uma aula de 50 minutos foi usada para a manifestação dessas ideias. Ficando como tarefa fazer uma classificação do seu grupo.

Figura 11: jogo do vai e vem

Fonte: Próprio autor



Após a discussão das regras do jogo os grupos fizeram uma primeira classificação dos integrantes levando em conta o total de pontos de cada um. Podemos destacar nesse momento uma elaboração importante. Alguns alunos explicitaram que os jogadores com pontos perdidos estavam na última colocação pois não tinham "nada". Nada no sentido de estarem sem pontos ganhos.

Nessa fase da atividade percebemos que os alunos haviam compreendido a dinâmica dos pontos, pensando que os pontos ganhos acrescentavam e os pontos perdidos eram subtraídos. Podemos destacar aqui uma elaboração feita pelos alunos que os pontos positivos aumentam e os pontos negativos diminuem. Explicitado no diálogo destacado por nós, abaixo:

Aluno Vinicius: Devemos somar os pontos ganhos e retirar os pontos perdidos?

Aluna Tainara: Beleza, Vini, mas como tirar os pontos de quem tem mais pontos perdidos que ganhos?

Aluna Jéssica: Vamos deixar indicado com menos os pontos que ficarem devendo.

Professora: Como poderíamos fazer isso de maneira uniforme, que todos possam entender.

Aluna Jéssica: Colocando o sinal de menos na frente dos pontos que a pessoa tiver devendo.

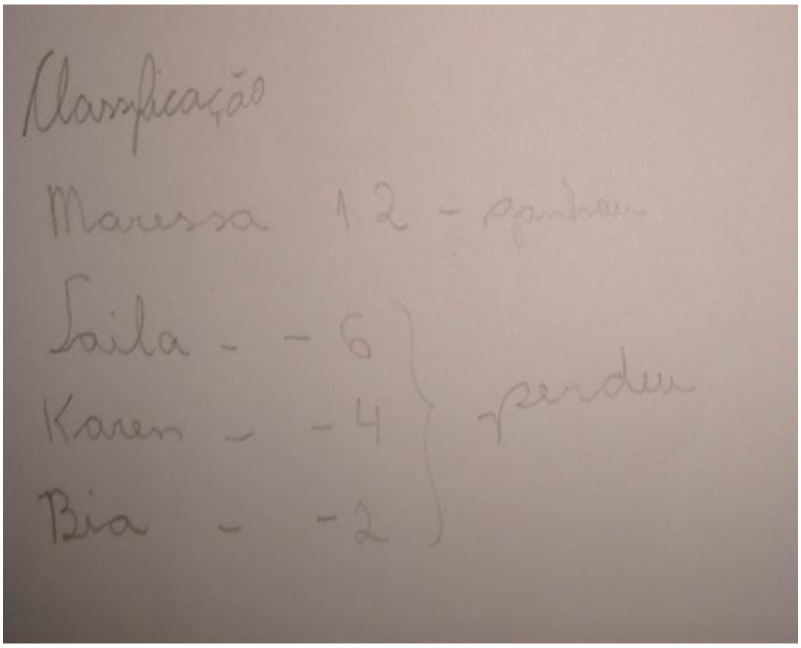
Ao socializar sua percepção Vinicius deu argumento para os outros grupos, e todos preencheram suas tabelas e puderam resolver de maneira lógica seu problema. No entanto isso gerou mais um conflito como percebemos na fala de Tainara.

Na aula seguinte apresentaram suas classificações por grupo, atividade que fizeram sem nossa intervenção, e socializamos os argumentos para a colocação de cada jogador. Nesse momento nossa fonte para observação foi as folhas entregues com a classificação de cada grupo.

O grupo 1 classificou Maressa com 12 pontos em primeiro e os outros participantes em segundo colocando quem tinha menos ponto na frente.

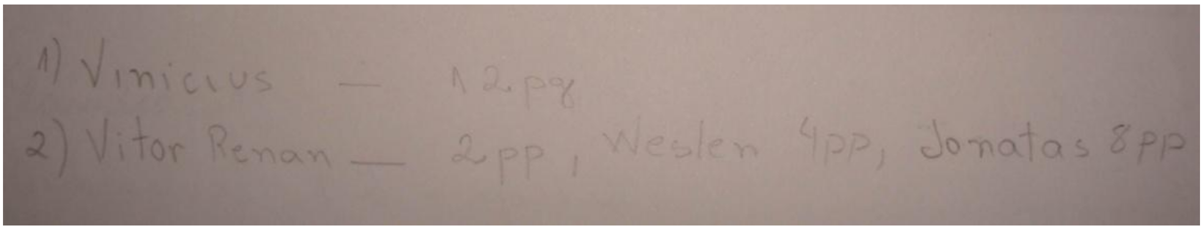
Observando essa classificação, abaixo, podemos ressaltar a seguinte elaboração: “Quem tem pontos perdidos está atrás de quem tem pontos ganhos. No entanto quem perde mais ainda está na frente”.

Figura 12: classificação feito pelo grupo 1



O grupo 2 teve duas classificações como o grupo 1, no entanto compreenderam que quem perdeu mais ficaria em pior colocação. Embora todos foram classificados em segundo lugar, eles organizaram uma classificação dentro do segundo lugar. Mas quem perdeu mais ficou em pior colocação. Conforme foto abaixo:

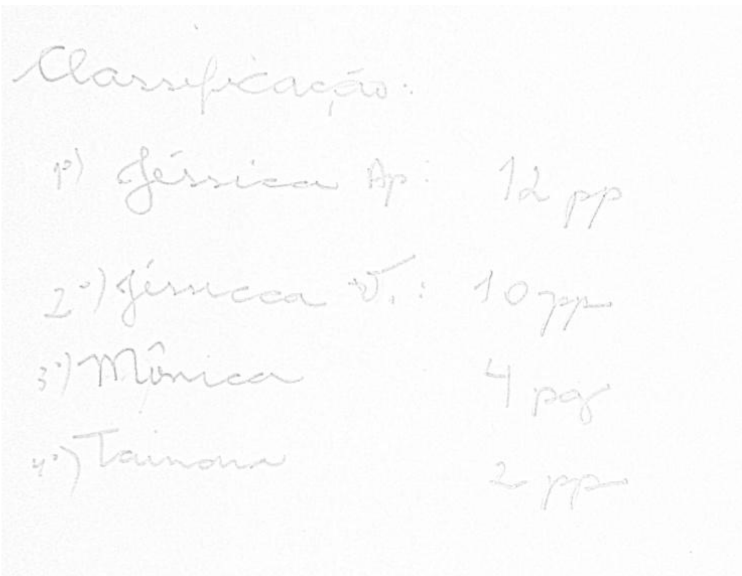
Figura 13:classificação feito pelo grupo 2



1) Vinicius — 12pg
2) Vitor Renan — 2pp, Weslen 4pp, Jonatas 8pp

O grupo 3 classificou seus jogadores de acordo com o número de pontos sem considerar se eram ganhos ou perdidos. Como comprova a figura 17. Aqui eles ignoraram, ou seja, negaram os negativos, como fez a humanidade durante séculos. Uma elaboração importante que devemos levar em consideração para o planejamento da próxima atividade.

Figura 14:classificação feito pelo grupo 3



Classificação:
1º) Jéssica Ap: 12 pp
2º) Jéssica V.: 10 pp
3º) Mônica 4 pg
4º) Tainara 2 pp

O grupo 4 foi o único que classificou seus jogadores de maneira que os pontos ganhos viessem primeiro e depois quem havia perdido menos pontos. Obedecendo a ordem correta da reta numérica (figura 18). No entanto ao serem perguntados sobre a colocação de um aluno que havia ficado com zero pontos disseram que ficaria em 5° lugar. Conforme explicitado na intervenção da professora:

Professora: E se tivesse outro jogador que tivesse ficado com zero ponto, qual seria sua colocação?

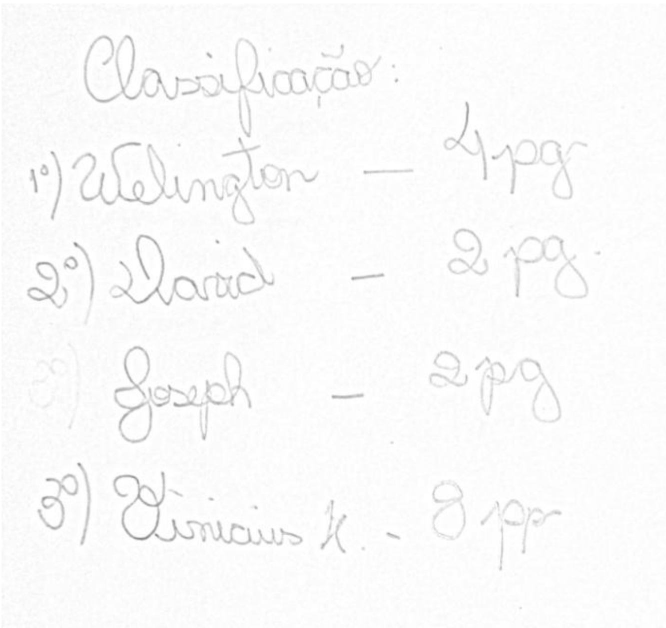
Aluno Joseph: Deveríamos coloca-lo em último, professora. Ora, se ele não tem nada.

O **aluno Welington,** ainda reforça: Ninguém tem menos que nada.

No diálogo acima podemos ver evidenciado que as alunos acreditam que abaixo do zero não há nenhum número. Na classificação feita pelo grupo 4, no entanto, eles tiveram apenas um jogador com pontos perdidos. E suas elaborações só puderam ser percebidas através das discussões provocadas por nós nos debates e justificativas das classificações.

Figura 15:classificação feito pelo grupo 4.

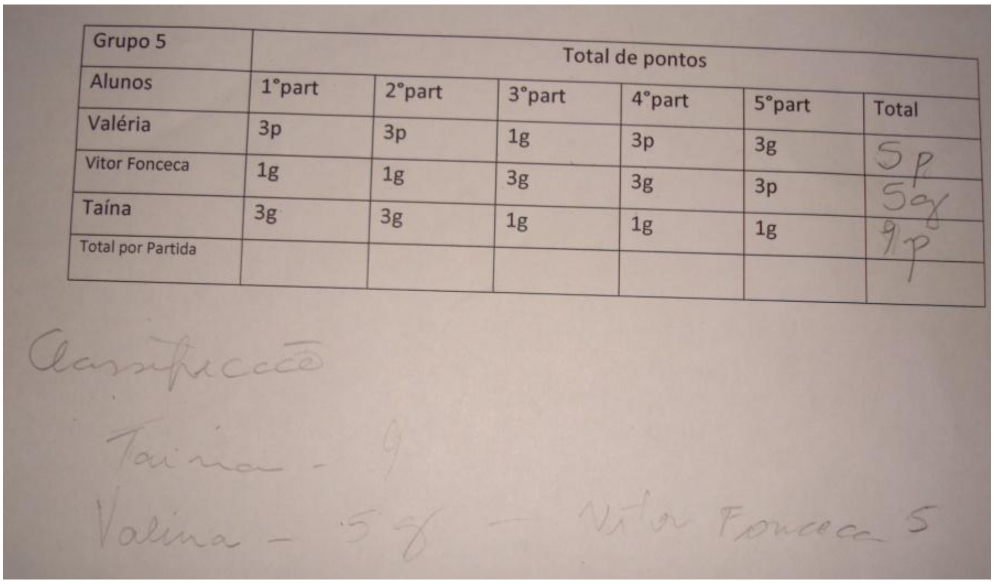
Fonte: Próprio autor.



Já o grupo 5 foi o que menos se envolveu fizeram de qualquer maneira sem reflexão. E não sabiam o que fazer com o Vitor Fonceca que tinha 5 pontos perdidos. E na classificação ocultaram esse detalhe. Mostrando com isso a rejeição aos negativos.

Figura 16:classificação feito pelo grupo 4

Fonte: Próprio Autor



Grupo 5	Total de pontos					
Alunos	1°part	2°part	3°part	4°part	5°part	Total
Valéria	3p	3p	1g	3p	3g	5p
Vitor Fonceca	1g	1g	3g	3g	3p	5g
Taína	3g	3g	1g	1g	1g	9p
Total por Partida						

Classificacão

Taína - 9

Valina - 5 g - Vitor Fonceca 5

Ao analisar essas informações planejamos uma intervenção. Três elaborações percebermos nessas anotações e diálogo dos alunos que classificaremos aqui como verdades momentâneas:

1. Não existe nada menor que zero.
2. Os números negativos vêm antes do zero.
3. Rejeição aos números negativos assim como os estudiosos do passado.

Com essas constatações planejamos um trabalho coletivo para confrontar essas verdades momentâneas. Pedimos uma classificação geral de todos os jogadores. Mas antes uma discussão sobre os pontos perdidos se fez necessária.

Promovemos uma reflexão sobre os pontos perdidos lançando a seguinte pergunta:

Professora: É justo quem perdeu 8 pontos ficar na mesma colocação de quem perdeu 2 pontos?

A sala fica em silêncio. Deduzimos que estão refletindo sobre nossa indagação. E continua a instigá-los.

Professora: E se a professora tivesse participado do jogo e ficado com zero pontos. É justo alguém que perdeu 8 pontos ficar na frente que quem não perdeu nada?

Com o conflito lançado. As respostas eram unanimes e todos concordaram com a sugestão de Vinicius:

Aluno Vinicius: Então galera, se é assim, vamos colocar quem tem mais pontos e vamos descendo até chegar zero pontos, depois colocamos quem perdeu menos até quem perdeu mais, o que acham?

A aula terminou com o compromisso de pensar na sugestão proposta pelo Vinicius.

4.1.4. A quarta aula

A quarta aula teve por objetivo convidar os alunos a classificar os jogadores por grupo e uma classificação geral entre todos os jogadores. Propusemos a eles a seguinte pergunta: seria justo alguém que perdeu mais pontos ficar melhor colocado que alguém que perdeu menos pontos. Logo após fizeram uma discussão e classificaram todos os jogadores, da seguinte forma: Quem tem mais pontos perdidos ficou atrás de quem tem menos.

4.1.5. A quinta aula

Essa aula teve como objetivo classificar os jogadores e justificar cada colocação e resolver situações-problemas sugeridas pelo E.M., como por exemplo, preencher tabelas de jogos fictícios. E criaram situações pensadas sobre os jogos, individualmente, as quais foram socializadas, depois, no grupo.

Todos concordaram com a sugestão oferecido por Vinicius na aula anterior. Então uma classificação geral de todos os jogadores surgiu a partir da discussão dessa problemática.

Alunos	Classificação
Vinicius Ap. Maressa	+12
Jéssica Vito	+10
Vitor Fonceca	+5
Welington Mônica	+4
David Joseph	+2
Professora	Zero
Bia Tainara Vitor Renan	-2
Karen Weslen	-4
Valéria	-5
Laila	-6
Vinicius H. Jhonnatas	-8
Taína	-9
Jéssica Ap.	-12

A partir daí, outras questões foram propostas para serem respondidas individualmente, em sala de aula. Para confrontar as elaborações explicitadas na atividade anterior foi proposta uma atividade onde os alunos deveriam preencher as tabelas de acordo com o total de pontos. Podendo refletir sobre o significado dos pontos perdidos e confrontar com suas elaborações.

Após o preenchimento das tabelas partiram para as discussões no grupo. Nesse momento, percebemos que a elaboração que os pontos perdidos devem ser classificados abaixo de zero no diálogo explicitado abaixo:

Aluno Vitor: Quem deve mais ficará atrás de quem deve menos.

Aluna Maressa: Então quem deve tem menos que nada, Professora?

Professora: O que acha? Pela lógica que estamos usando como pensa que poderia ser?

Aluna Maressa: Assim mesmo, professora, é bem justo.

Essa atividade fez os estudantes pensarem que abaixo de zero ficam os números negativos.

4.1.1. A sexta aula

Essa aula teve por objetivo apresentar aos estudantes as diversas apresentações do número inteiro, como em temperaturas, dívidas e extratos bancários. O foco era a leitura de um texto informativo sugerido pelo Experiências Matemáticas (1996) para a formalização dos números inteiros com seus vários significados.

E ainda desenvolvemos a parte 4, onde os alunos recebem uma folha com um mapa e estimam as distâncias entre cidades combinadas. O nome da atividade era calculando Erros. Combinamos que as estimativas das distâncias seriam escritas na tabela e que ao conferir as medidas, os erros seriam diferenciados com os sinais de “+” para quem errou com sobra e “ – “ para quem errou com falta. Deixando claro, que os significados de cada símbolo era decidido em conjunto e combinado para que todos pudessem entender os símbolos.

Após a atividade citada acima, discutimos um pouco da história dos números inteiros. Fomos pesquisar a seguinte pergunta: Como os homens consideravam os números e como começaram a usá-los. Essa pesquisa foi feita no laboratório de informática, em grupo, depois cada grupo socializou sua descoberta. Puderam vivenciar na prática outro aspecto dos números inteiros, também apresentado pela história. A falta e o excesso. Trazida pelos alunos em suas pesquisas.

Após a pesquisa os alunos viveram um momento muito interessante. Trouxeram muitos significados para esses números e gostaram de saber que a humanidade também demorou em aceitar esse conceito.

Em suma, percebemos que, as elaborações explicitadas neste episódio, em relação às dificuldades sobre os números inteiros foram: Não existe nada menor que zero. Os números negativos vêm antes do zero. E, em relação às verdades momentâneas destacamos a percepção em relação a ordenação e a impossibilidade de somar algo que não existia, os números negativos.

4.2. Episódio2: Jogo das tampinhas de garrafas descartáveis

4.2.1. A sétima aula

Nessa aula os alunos novamente se colocaram em grupo. Para desenvolver o jogo das tampinhas de garrafas. O objetivo dessa aula é trabalhar operações com as tampinhas vermelhas, dando significado a manipulação de quantidades negativas. E as tampinha amarelas para as quantidades negativas. A duração dessa aula foi de 100 minutos.

4.2.2. A oitava aula

Nessa aula o objetivo: perceber que um positivo anulava um negativo. Socializando as estratégias do jogo. Compararam os resultados e classificaram os jogadores pelos pontos adquiridos no jogo da aula anterior.

Podemos destacar nesse episódio que ainda persistia uma elaboração importante, os alunos não conseguiam pensar em somar quantidades negativas, que impedia o entendimento do conceito de números negativos:

Aluna Jéssica: Como somar duas quantidades que não existem?

Aluno Weslen: Quem está devendo tem menos que nada, então como somar algo que é menos que nada?

Com esse conflito instalado precisávamos de uma atividade que deixasse claro o que iriam operar. Pois ainda precisavam trabalhar no campo do concreto. Lembrando Azevedo (1979, p. 27) que ressalta:

> "Nada deve ser dado a criança, no campo da matemática, sem primeiro apresentar-se a ela uma situação concreta que a

> leve a agir, a pensar, a experimentar, a descobrir, e daí, a mergulhar na abstração"

Sendo assim os alunos após compreender podem partir para o abstrato. Sendo que a abstração é uma habilidade exigida pelo conteúdo exposto aqui. Para tanto, os alunos precisavam adquirir um significado para a operação e nós professores deveriam proporcionar uma atividade que desse significado a essa operação.

Baseada na atividade do programa do Laboratório de Manipulação Virtual (nlvm), elaboramos um jogo que chamamos Jogo das Tampinhas de Garrafas Plásticas. Onde tampinhas vermelhas eram quantidades negativas e tampinhas amarelas eram quantidades positivas. Essa atividade entrou em conflito com a elaboração "não podemos somar algo que não existe", pois agora as quantidades negativas estavam representadas por algo físico, as tampinhas vermelhas. Assim, o aluno que tivesse apenas pontos negativos iria somar tampinhas vermelhas. Agora, essa operação, somar quantidades negativas, pode a ter significado para o estudante.

E concluíram, então que podemos então somar quantidades negativas e passaram a operar com as tampinhas sem nenhuma restrição. Como podemos ver nas fotos:

Figura 17: Alunos no jogo das tampinhas

Fonte: Próprio autor

Figura 18: Alunos no jogo da tampinhas

Fonte: Próprio autor

Nesse momento constatamos que a operação de adição estava clara para a turma e as representações com as fichas vermelhas para quantidades negativas havia se tornado uma ferramenta eficiente para dar significado às operações com quantidades negativas. Mas a subtração ainda era um desafio.

Pois juntar dívidas até era aceitável, mas o que dizer de quantidades negativas que se tornam positivas? Nesse contexto, decidimos que primeiro seria introduzido o conceito de oposto, pois eles já haviam observado que os contrários eram simétricos em relação ao zero. Percebido, por exemplo, nas elaborações:

Aluna Jéssica: Para que a Karen alcance a Monica deve fazer 8 pontos, pois com quatro sobe até o zero e mais quatro chega aos 4 pontos ganhos.

Aluno Vitor: Agora tira o negativo, pois cada amarela tira uma vermelha.

Ainda nesse momento Maressa auxilia Karen.

Aluna Maressa: Cada 6 positivos anula 6 negativos, então se estamos tirando 6 negativos [– (- 6)], vamos precisar de 6 positivos.

Aluna Karen: Ah! Maressa entendi. Assim a gente tira os negativos.

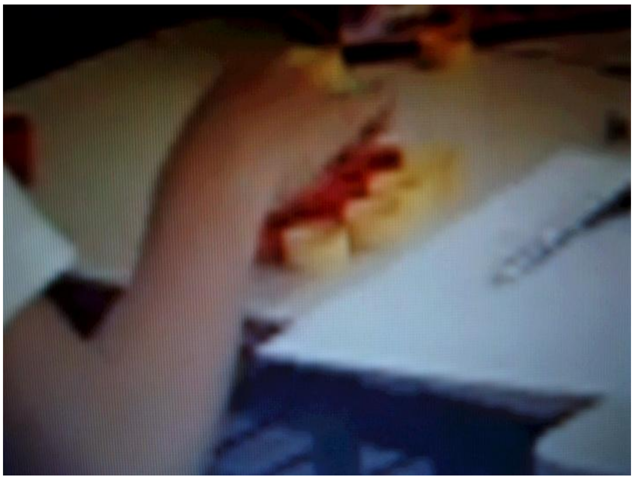
Durante o jogo percebemos uma dinâmica nos pensamentos dos alunos. Conforme exemplificado acima. Eles explicitavam suas dúvidas uns para os outros e da mesma forma debatiam as conclusões. A cooperação na classe, nas dificuldades individuais também merece destaque nessa aula.

Conseguimos perceber a veracidade das palavras de Moura (2010) ao citar sobre a necessidade que a atividade provoca.

Ao ver Mônica alinhando as tampinhas para ver se seus pontos seriam positivos ou negativos. Assim era necessário para ela comparar todas as possibilidades positivo com negativo, positivo com positivo e negativo com negativo. Observe que alinhando as tampinhas poderia concluir e alcançar seu objetivo.

Figura 19: comparação das tampinhas coloridas

Fonte: Próprio autor



Sendo assim definimos a subtração como a soma de um número com o oposto do outro. Exemplificando com as tampinhas dizendo que tiramos as tampinhas vermelhas. Como para tirar tampinhas vermelhas era necessário ter as amarelas então tirar as tampinhas vermelhas era colocar as amarelas.

Exemplo: (+3)-(-8) Significava pegar três tampinhas amarelas e para somar com essas deveria pegar o oposto de -8, mas como o oposto de menos oito é mais oito então devo pegar oito tampinhas amarelas. Ficando com a operação 3+8=11 e onze tampinhas amarelas representando o resultado.

Conforme sugere Maressa à Vinicius.

Aluna Maressa: Olha Vini, Você tirou uma ficha negativa, e oito tampinhas vermelhas então deve colocar oito tampinhas amarelas, pois você tá tirando as negativas.

Aluno Vinicius, retirando as tampinhas, concorda**:** Ah! Então coloco as amarelas e meus pontos aumentam.

Conseguimos dar significado às operações com o uso das tampinhas. Embora matematicamente o resultado de colocar as tampinhas amarelas nos parece meu forçado. Do ponto de vista pedagógico, o recurso deu conta de fazer com que os alunos se convencessem de sua utilidade e veracidade. A formalização agora se deu naturalmente, pois as elaborações, como somar quantidades negativas e que se tirarmos os negativos, fica positivo já estavam bem próximo do desejado.

A próxima atividade foi planejada para o entendimento da ordenação dos números inteiros. Lançando mão das operações, pois os estudantes já estavam bem familiarizados com elas.

Em suma, percebemos que, as elaborações explicitadas neste episódio, em relação às dificuldades sobre os números inteiros foram podemos somar quantidades negativas, pois agora elas tem significado. E, em relação às verdades momentâneas podemos perceber que ainda a resistência em separar o significado do sinal do número e o sinal da operação.

4.3. Episódio 3: Atividade de ordenação da reta numérica

Na ordenação dos números inteiros a professora adaptou uma atividade da apostila SEE-SP. Para a formalização da reta numérica.

4.3.1. A nona aula

Nessa aula as crianças foram para o pátio e em fila cada aluno tomou uma ficha numerada com um número indo de -9 à 10. Ao nosso comando o jogador tomava o lugar representado pelo resultado da operação sugerida pela comanda. O objetivo dessa aula é perceber o movimento e a ordenação dos números inteiros. Essa aula teve a duração de 100 minutos. Os registros eram feitos no caderno.

Os alunos formariam uma fila no pátio da escola, cada aluno toma um número aleatoriamente e com o comando se organizam de acordo com a ordem numérica.

Após a fila organizada a professora deve lançar desafio para que os alunos. Com desafio em mãos, os alunos devem assumir outros lugares na fila.

Por exemplo:

Um aluno que está colocado em +2, pega o desafio descer 8 e deve ir até o aluno que está no -6 tomar o lugar dele, e lhe entregar um desafio. Esse por sua vez executa o comando e muda de lugar. Se executar errado deve voltar ao lugar de origem refazer o cálculo e então tomar seu lugar corretamente na fila. Ao chegar na colocação correta, o amigo deve então retirar o seu desafio e tomar o lugar indicado pela operação.

Nessa atividade pudemos perceber que os alunos compararam a fila como se fosse o termômetro de temperatura. E que as ordens eram a variação dessa temperatura. Nesse momento a discussão ficou em torno do que significava variação e amplitude de intervalo no campo dos números inteiros. Essa afirmação ficar evidente aos escutarmos Jéssica dizendo ao retirar seu desafio:

Aluna Jéssica: Agora esfriou de vez, vou descer -12!

E se dirigi ao seu lugar na fila, ela que já estava ocupando o lugar +2 na fila, nesse momento vai para -10.

Aluno Jonatha: É como se você tivesse dois e devesse 12, então vai ficar devendo dez.

No vai e vem dos comandos podemos observar a movimentação das ideias. Pois os alunos interferiam quando o colega estava tomando um lugar errado. E ainda percebemos a transferência dos conhecimentos ao relacionar a fila com o termômetro, por exemplo. Ou fazer os cálculos transferindo a quantidade usando a ideia das tampinhas, ou ainda dos pontos perdidos e ganhos do jogo do vai e vem.

Em suma, percebemos que, as elaborações explicitadas neste episódio, em relação às dificuldades sobre os números inteiros foram abaixo do zero ficam os números negativos e podemos operar com eles. E, em relação às verdades momentâneas foram o relacionamento das ideias das operações com situação estudadas durante a atividade. Ou seja, os estudantes estavam relacionando os conhecimentos adquiridos.

4.4. Episódio 4: Atividade do Laboratório de manipulação virtual (nlvm)

Visitamos com os estudantes o laboratório de informática onde puderam explicitar os conhecimentos adquiridos.

4.4.1. A décima aula

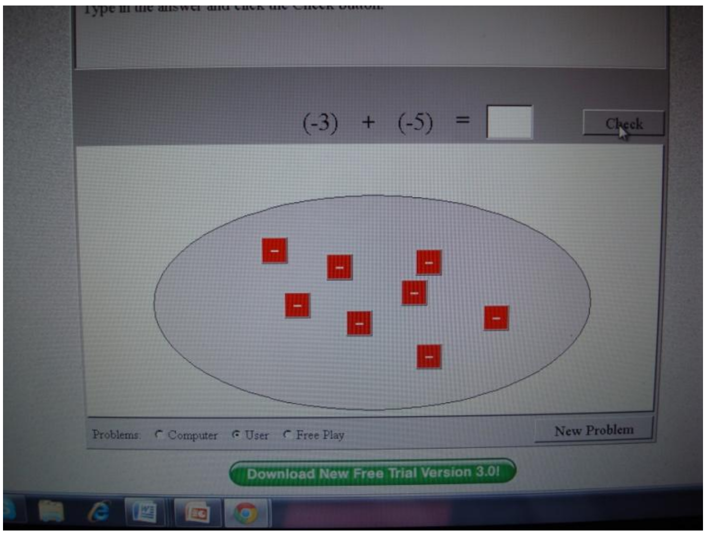
Essa aula foi destinada ao laboratório de informática para trabalhar com o laboratório de manipulação virtual. Duração de 100 minutos. E o objetivo era relacionar o sinal do número com o sinal da operação de adição.

4.4.2. A décima primeira aula

O objetivo dessa aula era relacionar o conteúdo com outras fases da atividade. Deveriam inventar problemas com a ajuda do quadro do jogo. A anotar os resultados. Depois esses problemas eram socializados nos grupo. Essa aula durou 100 minutos.

O software utilizado permite fazer cálculos a adição e subtração de números inteiros lançando mão das fichas coloridas. Num primeiro momento em grupos os alunos resolvem os cálculos proposto pelo programa. Logo em seguida, foram convidados a formular problemas e conferi-los no programa.

Figura 20: somando quantidades negativas



Ao terminar essa atividade a turma se concentrou em resolver os exercícios tradicionais dos livros e não tiveram grandes dificuldades. Nesse momento eles transferiam as atividades para as situações do jogo. Em outro momento para as situação das fichas e davam significado próprio aos seus cálculos. Não raro, ouvíamos:

Aluna Jéssica: Olha esse, são pontos perdidos. Apontando para a tela do computador.

Aluno Joseph: Nesse caso precisamos tirar tampinhas vermelhas.

Confirmando que quando os conceitos passam a ter significado, o ser humano se apropria do conhecimento. Passando a fazer parte do seu cotidiano como ferramenta, seja o conteúdo propriamente dito, ou apenas uma maneira de pensar. (MOURA, 2010) Esse deveria ser o objetivo de todo educador usar os conteúdos para mudarem pensamentos e atitudes dos educandos.

4.5. Educando o olhar

Ao pensamos em atividade podemos imaginar várias formas de problemas exercícios, etc. Quando observamos os estudantes buscando respostas e alternativas para suas necessidades, devemos repensar o que uma atividade tem realmente o poder de fazer.

Nas duas primeiras atividades podemos destacar como principal contribuição para os estudantes o entendimento dos significados dos sinais, diferenciando o sinal do número e os sinais das operações. Essas atividades deram significados a conceitos que esses estudantes até então achavam absurdos.

Importante citar que a percepção e entendimento desses números aconteceram naturalmente dentro do desenvolvimento da atividade. Como necessidade do grupo envolvido. Proporcionando ao educando a oportunidade de vivenciar uma experiência que considera a possibilidade de expressar os contrários no jogo, pontos ganhos ou perdidos, por símbolos não formais como os sinais (+) e (-), para a representação de uma situação não estritamente matemática. Podemos considerar que pensar e contar os sentidos contrários no jogo, como uma forma de negatividade, não estritamente matemática. (PRADO, 2008)

Deixando a cargo dos estudantes os pensamentos e conclusões a cerca dos conceitos. Aqui, tivemos a oportunidade de orientar e mediar as situações e não simplesmente, apresentar a eles as respostas prontas e acabadas.

Concordamos com Prado (2008, p.73), quanto a colocação sobre a que se propõe a atividade do jogo do vai e vem e tomamos a liberdade de estender também os jogo das tampinhas.

> Propõe-se desenvolver: (a) pensar os dois sentidos contrários na situação de um jogo, avanços e recuos, combinado com os pontos ganhos ou perdidos; (b) contar cada um dos sentidos dos pontos obtidos pelos jogadores; (c) registrar os dois sentidos contrários utilizando palavras, abreviações, símbolos criados pelos alunos e posteriormente com os sinais (+) e (-); e (d) informações sobre fatos da história da matemática, sugeridos pela leitura de um texto informativo.

E no jogo das tampinhas acrescentaríamos: e) proporcionar condições para o aluno encontrar significado para as quantidades negativas. Ao jogar os dados e retirar suas fichas os estudantes passaram a operar quantidades menores que zero e então como a tampinhas tem fisicamente um significado, os alunos transferem esse significados e a tampinhas vermelhas tomam esse lugar. Conseguimos desfazer o mito de que abaixo de zero nada existe.

Muitos autores, como por exemplo, Cid (2000), Ruiz (2005), Trancedi (1990) já discutiram o ensino dos números inteiros em diversas fontes, propostas, revistas, artigos e livros didáticos como nos lembra Prado (2008). Entendemos que nesse contexto todo material oferecido para o professor tem seu valor, como quisemos demonstrar com as atividades expostas nesse trabalho. As vantagens das atividades orientadoras de ensino é que podemos deixar o aluno buscar suas respostas, pois a atividade proporciona ao educando uma necessidade.

A necessidade, aqui, podemos exemplificar na fala da aluna ao perceber que deveria classificar alguns jogadores com pontuação negativa abaixo do jogador que não tinha pontos nenhum. Desfazendo sua verdade que “ninguém tem menos que nada”.

A “necessidade” é uma condição interna para que ocorra a atividade humana (LEONTIEV, 1981). Toda atividade tem uma necessidade que a constitui, ou seja, é preciso uma razão, um motivo para que a atividade aconteça. Portanto, toda atividade está intrinsecamente ligada a um motivo. O motivo se liga estreitamente ao objeto da atividade. Consequentemente, não existe uma atividade sem objeto. A atividade objetal é definida, então, pela necessidade que a constituiu.

Com a atividade é impulsionada no estudante um comportamento de ação e investigação, onde passa a ser o centro de seu aprendizado. E a buscar de seus objetivos com operações geradas pela atividade. Os educandos que passam por esse processo experimentam também relações sociais e de interdependência com a atividade e com os indivíduos que compartilham com ele a mesma necessidade.

Lembrando que:

> “ ...elementos compõe da atividade humana (atividade, ações e operações) não devem ser estudados em separado, ou seja, é preciso levar em conta as relações internas que os caracterizam e também as relações entre eles, que podem trazer transformações surgidas no desenvolvimento da atividade. A atividade humana está inserida no sistema de relações da sociedade. O sujeito realiza atividades em um processo contínuo de interação com o meio social. A atividade objetal está estreitamente ligada aos papéis vividos em sociedade, pois tal atividade é o que consolidará o sujeito no meio social em que está inserido. Nas palavras de Leontiev, “a sociedade produz a atividade que forma seus indivíduos” (LEONTIEV, 1981, p. 67).

As atividades aqui mencionadas procuram evidenciar e enfatizar as relações existentes entre alguns aspectos dos procedimentos de ensino e aprendizagem significativa dos alunos, que considera ser a compreensão dos conceitos que precedem a aquisição da habilidade de aplicá-los a novas situações, afastando-se de uma aprendizagem restrita à repetição mecânica de exercícios de cálculo. (PRADO, 2008, p. 87)

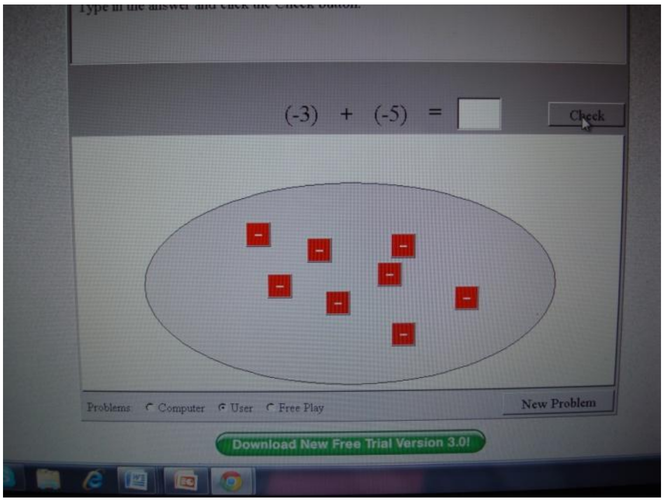
As atividades proporcionaram aos estudantes elaborações que permitiram um pensamento de “mão dupla”, um pensar aritmético e ao mesmo tempo um pensar algébrico sobre o conceito de número. A manipulação das tampinhas mostrou que o pensamento poderia ser materializado no contexto. E depois ser aplicado em outras situações como na atividade da fila que aluna faz referência ao frio que iria sentir ao obedecer a comanda.

Em relação as elaborações explicitadas e citadas pelos alunos durante o desenvolvimento das atividades pudemos perceber que construíram ao longo do percurso um pensamento consistente do ponto de vista matemático. Pois conseguiam resolver as situações corretamente com coerência e precisão. Embora ainda o rigor matemático , conforme apresentamos no capítulo dois, não esteja presente em suas notações.

No entanto a atividade oferecida virtualmente apresentava uma notação mais precisa. O programa apresentava as notações conforma ilustrado na foto abaixo:

Figura 21: Realce à notação da expressão

Fonte: Próprio autor



Essa apresentação de expressão numérica fez com os estudantes apresentassem seus registros da mesma forma, (-3)+ (-5)= (-8).

Entendemos que essa formalidade matemática os alunos irão adquirir com a utilização de modelos dos conteúdos. Se apresentados a eles poderão aceitar e passar a utilizar essa notação. Pois uma vez entendidos os conceitos poderão dar passos a frente, tendo condições de no futuro usar e entender conteúdos que exijam deles os conteúdos trabalhos nessas atividades.

Em suma, percebemos que, as elaborações explicitadas neste episódio, em relação às dificuldades sobre os números inteiros foram apresentar os registros com notação mais rigorosa e explicitar, usando parênteses, a diferença do significado do sinal do número como sinal das operações.

Em relação às verdades momentâneas podemos dizer nesse momento que a maioria dos alunos havia entendido o significado dos números inteiros e suas diversas apresentações no cotidiano, como temperaturas ou em painéis de elevadores, por exemplo. E com isso puderam fazer relação e inferências sobre o assunto e relacionar o conteúdo com conhecimentos, como temperatura, distâncias, dívidas, etc, trabalhados nas atividades.

CAPÍTULO V

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse momento temos claro em nosso pensamento que a complexidade de sala de aula exige muito mais do professor do que do aluno. Mas essa relação em torno de uma necessidade provocada pela atividade orientadora de ensino deve ser comum para todo grupo. Diante das elaborações explicitadas pelos alunos tem a reflexão do professor para a próxima ação. A escolha da próxima atividade fica condicionada a elaboração feita pelos alunos que nesse momento será aquilo que eles concluíram. Ainda que seja uma conclusão incorreta recordando Sousa (1999) quando diz que essa é uma “verdade momentânea”.

Todas as atividades foram adaptadas levando em conta essas verdades explicitadas pelos alunos durante as atividades. Podemos perceber então, que se a elaboração dos estudantes é fundamento para o professor elaborar a próxima atividade, essa não poderá estar pronta e acabada, “sugerida” por uma terceira pessoa que não faça parte do processo de desenvolvimento da aula. Isso deve ser uma decisão do professor sua autonomia não pode ser restringir apenas em escolher textos com ideias das apostilas e livros didáticos. Isso deve abranger do objetivo da atividade até sua avaliação.

O professor é o sujeito que conhece o ambiente de sala da aula e somente ele no trabalho coletivo da escola tem autoridade para planejar, adaptar e aplicar as atividades aos seus alunos. Os materiais didáticos devem ser preparados “com” os professores e não “para” os professores, como resolta Sousa (2004, p.12). O professor como peça principal dessa engrenagem não pode ser um mero implementador de atividades pensadas para grandes massas. Pois esse procedimento acaba com a individualidade de cada contexto escolar.

A aula deve ser preparada e adaptada levando em conta as particularidades da turma. Em um estado tão grande como o nosso, cada região tem suas necessidades e se tratando de escolas e salas de aulas essas particularidades se restringem ainda mais. O universo de sala de aula é único pois cada individuo é único então é um erro generalizar a metodologia da aula como se fosse um produção em série. Pois a escola não é uma fábrica ela não produz robôs, ela deve formar pensamentos e atitudes e isso não se faz com modelos únicos. Mesmo em uma escola com três salas da mesma faixa etária vamos encontrar enormes diferenças. Como exemplificamos na nossa escola, com o mesmo o professor, as atividades transcorreram de modo diferente, pois cada aluno, cada turma, leva em conta vivências para fazerem suas elaborações. Sendo assim isso não ocorrerá de maneira uniforme.

Outro aspecto dessa pesquisa deve ser ressaltado, o envolvimento dos alunos nas atividades. A turma era bem apática e até indisciplinada como já citamos anteriormente. Ao serem envolvidos nas atividades passaram a ter objetivos comuns e necessidades que estavam sendo sanadas a cada passo. Pois os objetivos eram buscados coletivamente e os resultados compartilhados com todo o grupo.

Vale ressaltar a relevância das rodas de discussões que aconteciam a cada etapa do trabalho. Esse era um momento de extrema importância para nós. Nesse instante o diálogo era uma porta aberta para o pensamento dos alunos. As elaborações são formuladas no pensamento e o diálogo é o único caminho. O professor deve estar atento, pois essas elaborações são explicitadas tanto no diálogo com ele, quanto nas conversas entre os alunos, como exemplificamos nesse texto.

Ao citarmos D’ambrosio (1997), refletimos sobre o resultado do movimento ação-reflexão-ação. Em nossa reflexão essa atitude adotada pelo professor foi fundamental para as adaptações das atividades. Embora não fosse esse foco dessa pesquisa nosso comportamento foi fundamental para o processo. Essa atitude fez parte de movimento ao qual nos debruçamos nesse trabalho. Sendo assim não poderíamos deixar de citar. Que o professor deve ficar atento e desempenhar com muita atenção seu papel diante de cada elaboração de seus alunos. O olhar do professor deve ser educado para cada turma. Esse olhar deve ser individualizado professor – turma, pois mesmo mantendo o professor mudando os alunos as elaborações podem mudar.

Com esse trabalho não temos a pretensão de generalizar nenhuma conclusão, pois já mencionamos a individualidade de cada turma. No entanto é importante ressaltar alguns aspectos registrados aqui. Lembrando que os esforços foram concentrados afim de responder a seguinte questão: Quais elaborações os estudantes manifestam e/ou explicitam enquanto vivenciam as atividades orientadoras de ensino com números inteiros?

Como uma primeira elaboração vamos destacar que os alunos encaram os números inteiros como "números absurdos", percebidos nos estudos históricos aqui mencionados, que os estudiosos antigos assim também pensavam. Sendo assim é relevante que o professor leve isso em consideração, no momento de selecionar e preparar suas aulas. Pois esse conteúdo se trata de um nó na vida escolar dos estudantes.

Outra elaboração percebida foi deveríamos dar significado ao sinal negativo, pois a principio os estudantes não o consideravam na hora de tirar suas conclusões. Sendo assim os esforços da professora se concentraram em dar significado a esse sinal. Bem como sua diferenciação do sinal positivo. Separando quando referiam-se aos números ou as operações.

Como terceira elaboração destacamos que para a maioria dos alunos não havia nada abaixo de zero. Embora nesse momento já consideravam o sinal negativo mas os classificava antes do zero. Já consideravam que quem tinha uma quantidade negativa tinha menos do quem tinha quantidades positivas, mas ainda resistiam em colocá-los abaixo do zero. Os negativos ficam após todos os positivos e depois vem o zero. As atividades após essa constatação foram voltadas para fazer com que essa verdade fosse abalada. E passassem a buscar alternativas lógicas para esse problema.

Considerando o movimento da atividade e a dinâmica das aulas os estudantes perceberam, como Fahenait e Celsius, que havia muito mais abaixo de zero do que poderiam imaginar. E consecutivamente chegaram aceitação das operações de subtração e da multiplicação de negativos. Sempre transferindo as ideias para situações concretas. O entendimento efetivo da maioria dos alunos se deu no momento em que puderam manipular quantidades negativas. Mesmo que a representação em certos momentos não eram matematicamente a mais adequada pois quando tiravam tampinha vermelhas estavam multiplicando negativos. No entanto esse processo contribuiu para o entendimento e apropriação da propriedade e puderam assim fazer a transferência do conhecimento e fazer inferências.

As atividades eram sempre pautadas em investigações de justificativas e elaboração de ideias conclusivas. Assim ao explicitar suas ideias os estudantes poderiam pensar sobre o que estudaram e até mudar as elaborações concebidas até esse momento. Na atividade de ordenar os números inteiros vivenciaram o conceito de variação que a principio não estava no planejamento da professora. Mas ao buscar justificativas dos desafios esse conceito brotou nas discussões. Se tornando uma ótima oportunidade para agregar um significado a palavra variação. Já antecipando o conteúdo de algébrico que viria a seguir.

Outro aspecto que nesse trabalho não poderia deixar de citar é o exercício de argumentação e confronto de opiniões praticado pelo grupo. Trazido sempre por nós a público a cada questionamento individual. Assim as ideias puderam ser compartilhadas dando a oportunidade para todos da mudança de opinião ou confirmação de seu pensamento. Lembrando o redigido por Rodrigues (2009), "... há de se respeitar o tempo e modo de pensar de cada um em sua singularidade. E, ao contrário do que se encontra sugerido na nova Proposta Curricular do Estado de São Paulo, cumprir com um tempo previamente estipulado a uma determinada situação de aprendizagem, confere-se em uma tarefa que dificilmente será alcançada".

Diante do exposto podemos constatar que é essencial para a melhoria da qualidade de ensino o envolvimento dos sujeitos da sala de aula Professor – Aluno no processo de ensino e aprendizagem. E que as Atividades Orientadora de Ensino acabam por ser um dos caminhos a ser utilizado.

Há de se ressaltar que nesse movimento observamos que tanto a professora quanto os alunos estavam envolvidos em um mesmo objetivo. Sendo assim a necessidade trazida pela atividade envolveu-os no processo cada qual cumprindo seu papel.

Nas nossas reflexões percebemos a preocupação com aprendizagem dos alunos, bem como com o que ensinar e como ensinar. Esse fator também foi essencial para o desenvolvimento da pesquisa. Pois hoje o que mais se tem noticia é de professor desmotivado e descontente. E como esse profissional pode refletir e pensar para deixar seus alunos mais motivados se ele próprio não se encontra interessado. Mas isso já é assunto para uma nova pesquisa.

Agora tomo a liberdade de falar em primeira pessoa. Pois em sendo professora da turma e ao mesmo tempo pesquisadora tive a oportunidade de confrontar meus propósitos e concepção diante da pesquisa. Não de forma passiva, que penso que seria se uma terceira pessoa fosse desenvolver a pesquisa em minha sala. Mas de forma ativa no sentido maior da palavra. Fazendo inferências e adaptações de acordo em a demanda da minha sala, que com certeza seria outras adaptações se mudássemos os alunos. Sendo assim penso que todo professor deveria ter a oportunidade de desenvolver uma experiência desse tipo. Onde pudesse entrar em contato tanto com a teoria, bem como com suas reflexões, para ele tomar consciência de suas limitações e poder mudar a trajetória de sua carreira.

Concordo com Mendes (2012) quando afirma que:

> "a prática reflexiva, se bem conduzida, pode ser um móvel de transformação. Com isso, supõe assumir riscos, tomar decisões, atualizar e rever suas ações, seus esquemas, suas atividades, assumir a incompletude ou insuficiência das coisas. Para tudo isso, temos que nos tornar profissionais e superar as críticas vazias e externas, a queixa, a culpa, e ingenuidade e o amadorismo. Assim, caminharemos para a valorização do professor e da educação.

Outro fato muito importante na minha formação posso dizer que foi a participação no Programa Observatório da Educação. Nesse grupo tive um contato mais direto com o mundo da pesquisa. Apenas no Observatório tive a oportunidade de participar de encontros científicos, apresentando trabalhos e resultados de estudos, bem como de compartilhar experiências de outros pesquisadores. Com muita clareza posso dizer que fui privilegiada em participar dos grupos de estudo, que tanto me proporcionaram conhecimento e vivências no universo da pesquisa. Cumprindo o objetivo a que se propôs:

> "... cobrir uma lacuna existente na formação continuada de professores, uma vez que, de modo geral, tanto as Universidades brasileiras quanto as escolas de Educação Básica não possuem espaços permanentes de investigação que possam acolher os professores da Educação Básica que, totalizavam em 2003, só em São Paulo, cerca de 227.691 profissionais e, destes 27.052 professores da Educação Básica,

> lecionavam apenas Matemática (INEP, 2003: 65), que queiram "dialogar" sobre a problemática que enfrentam, em seu dia-a-dia enquanto desenvolvem-se profissionalmente. Aqui, estaremos acolhendo para o "diálogo" professores que ensinam Matemática, licenciandos do curso de Matemática e pesquisadores das áreas Matemática e Educação Matemática, preocupados com o ensino de Matemática na cidade de São Carlos. (SOUSA, 2009, Projeto Observatório da Educação)

Não só da cidade de São Carlos, mas que extrapolou os limites da cidade chegando a Fernandópolis.

Por último, diante do exposto tenho a consciência de que não esgotei todas as possibilidades e não tenho a pretensão que a utilização das atividades aqui esplanadas seja a solução para o ensino desse conceito. O que quero, na verdade é esclarecer que o processo é fundamental para o resultado do que ocorre em sala de aula. As elaborações de seus alunos são o caminho mais seguro para promover a aprendizagem de qualquer conteúdo. Ao mesmo tempo, o diálogo é sempre a porta para o pensamento para que os objetos de ensino se transformem em objetos de aprendizagem.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

Colocar todas as suas referências alinhadas a margem esquerda.

AQUINO, J. G. (Org .). **Indisciplina na escola: alternativas teóricas e praticas.** São Paulo: Summus, 1996.

ANJOS, M. F. dos. **O fim da controvérsia envolvendo os números negativos: um estudo da obra *treatise on algebra* de george peacock (1791-1858).** Disponível em:<http://www.sbempb.com.br/anais/arquivos/trabalhos/CC-18776065.pdf>. acesso em: 23/03/2012.

AZEVEDO, Edith D. M. **Apresentação do trabalho Montessoriano**. In: Ver. de Educação & Matemática no. 3, 1979 (pp. 26 - 27).

BALL, W.W. R. **A short account of the history of mahematics**. New York: Dover, 1960.

BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. **Diário Oficial da União. Brasília**, n. 248, 23/12/1996.

BOYER, C. B. **História da matemática**. 2.ed. São Paulo: Edgard Blücher LTDA, 1996.

CARAÇA, B. de J. **Conceitos fundamentais da matemática.** 1. ed. Lisboa: Gradiva, 1951.

CAETANO, A. P. Dilemas dos professores. In: ESTRELA, M. T. (Org.) **Viver e construir a profissão docente**. Porto: Porto Editora, 1997.

CONTRERAS, J. **Autonomia de professores**. Tradução de Sandra Trabucco Valenzuela. São Paulo: Cortez, 2002.

D'AMBROSIO, U. **Educação matemática: da teoria à prática.** 2. ed. Campinas, SP: Papirus,1997.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução de Higyno H. Domingues. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2004.

FIORENTINI, D. e LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos.** Campinas, SP: Autores Associados, 2006. (Coleção formação de professores).

GLAESER, G. (1985**) Epistemologia dos números relativos**. Trad. Lauro Tinoco. RJ:Revista GEPEM, nº 17.

Laboratório de Manipulação virtual, **nlvm** , UtahState University. Logan. 2010. Disponível em <http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_161_g_2_t_1.html>, acesso em 06/04/2011.
LIMA, L. C e MOISÉS, R. P. **O número inteiro: numerando movimentos contrários.** São Paulo: CETEAC, 1998.
MALAGUTTI, P. L, e BALDIN, Y**. Os números inteiros no ensino fundamental.** Proposta para a V BIENAL DA SBM, 2010.
MASSAGO, S. Os números. Disponível em:<www.dm.ufscar.br/~**sadao**/download/?file=student/teoria...**numeros**... >. Acesso em: 30/08/2012.

MEDEIROS, A. ; MEDEIROS, C. **Números negativos: uma história de incertezas**. Boletim de Educação Matemática – BOLEMA, ano 7, nº 8, Rio Claro: UNESP, p. 49-59, 1992

MENDES, A. F. **Da resolução de quebra- cabeças em sala de aula à aplicabilidade no cotidiano de uma marmoraria: O que os estudantes do 9º ano do ensino fundamental falam e escrevem sobre o conceito de área**. 114. Dissertação de Mestrado – Departamento de matemática, UFSCAR, São Carlos – SP, 2012.

MORETTI, T. M., **A regra dos sinais para a multiplicação: ponto de encontro com a noção de congruência semântica e o princípio de extensão em matemática**.
Bolema vol.26 no.42B Rio Claro Apr. 2012.

MOURA, O. M., A ATIVIDADE DE ENSINO COMO AÇÃO FORMADORA**.** Capítulo 8 do livro: "**Ensinar a ensinar – Didática para a escola Fundamental e Média".** Castro, A.D. & Carvalho, **A.M.P**. (organizadoras) – Editora Pioneira, 2001.

MOURA, M. O. de et al**., ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO: unidade entre ensino e aprendizagem. Rev. Diálogo Educ**., Curitiba, v. 10, n. 29, p. 205-229, jan./abr. 2010.

MOURA, O. M. **A atividade pedagógica na teoria histórico cultural.** Brasília: Liber livro, 2010.

NEVES, R. S., **O uso de jogos na sala de aula para dar significado ao conceito de números inteiros**, Dissertação de Mestrado - Departamento de matemática, UFSCar, São Carlos, 2011.

PATERLINI, R. R. **Aritmética dos números inteiros.** 2012. Disponível em:< http://arquivoescolar.org/bitstream/arquivo-e/192/1/paterlini_inteiros_06_07_2012.pdf>. Acesso em: 16/12/2012.

PRADO, E. P. de A. **Os textos impressos para o ensino dos números inteiros na visão dos licenciandos em matemática.** Tese de Doutorado. FE – Unicamp, Campinas – SP, 2008.

RODRIGUES, R. V. R. **A construção e utilização de um Objeto de Aprendizagem**

através da perspectiva lógico-histórica na formação do conceito números – Dissertação de mestrado – UNESP - Presidente Prudente, 2009.

SCHUBRING, Gert **Rupturas no Estatuto Matemático dos números negativos.** Trad. Rosa M. Mazo Reis. Boletim GEPEM. Nº 37. 51 – 64. 2000.

_____, Gert **Rupturas no Estatuto Matemático dos números negativos.**(continuação do artigo, de mesmo título, publicado no Boletim do GEPEM nº 37.) Trad. José Paulo Q. Carneiro e Rosa M. Mazo Reis. Boletim GEPEM. Nº 38. p. 73 – 93, 2001.

_____, Gert **. Análise histórica de livros de matemática: notas de aula.** Tradução de Maria Laura Magalhães Gomes. Campinas. SP: Autores Associados, 2003.

SÃO PAULO. Secretaria Estadual de Educação. **Caderno do professor. Matemática: ensino fundamental** 6°. Série 1° bimestre - São Paulo, 2008.

SÃO PAULO. Secretaria Estadual de Educação . **Caderno do Professor. Matemática**. 6°. Série 1° bimestre - São Paulo, 2008. Disponível em:< http://www.rededosaber.sp.gov.br/portais/spfe2009/MATERIALDAESCOLA/CADERNODOPROFESSOR/tabid/1218/Default.aspx>. Acesso em: 17-10-2012.

SÃO PAULO. Secretaria Estadual de Educação . Caderno do aluno. Matemática: ensino fundamental 6°. Série 1° bimestre - São Paulo, 2010.

SÃO PAULO. Secretaria Estadual de Educação. Linha do tempo das apostilas da proposta São Paulo Faz Escola. São Paulo-SP, 2009. Disponível em:<http://www.rededosaber.sp.gov.br/portais/Default.aspx?alias=www.rededosaber.sp.gov.br/portais/spfe2009>.

SÃO PAULO. Secretaria Estadual de Educação . Experiências Matemáticas: 6ª série. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. Versão Preliminar. São Paulo: SE/CENP, 1996.

SOUSA, M.C. **A percepção de professores atuantes no ensino de Matemática nas escolas estaduais da Delegacia de Ensino de Itu, do Movimento Matemática Moderna e de sua influência no currículo atual.** Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação, Campinas 1999.

SOUSA, M.C. **O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica**: um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino fundamental. 286 f. Tese Doutorado em Educação – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas. 2004.

SOUSA, M.C. **“Produtos educacionais no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática: itinerários de desenvolvimento e implementação, a partir da rede de pesquisa participante Escola-Universidade”**. OBSERVATÓRIO DA EDUCAÇÃO – CAPES, UFSCar - São Carlos – SP, 2008.

SOUZA, R. F.de, **Política Curricular No Estado De São Paulo Nos Anos 1980 E 1990**, Cadernos de Pesquisa, v. 36, n. 127, p. 203-221, jan./abr. 2006

SCHUBRING, G. **Rupturas no Estatuto Matemático dos números negativos.** Trad. Rosa M. Mazo Reis. Boletim GEPEM. Nº 37, p. 51 – 64. 2000.

SCHUBRING, G. **Rupturas no Estatuto Matemático dos números negativos.** (continuação do artigo, de mesmo título, publicado no Boletim do GEPEM nº 37). Trad. José Paulo Q. Carneiro e Rosa M. Mazo Reis. Boletim GEPEM. Nº 38, p. 73 - 93. 2001.

SÁ, P. F. e ANJOS, L. J. S. **Números Negativos: Uma trajetória Histórica Anais do IX Seminário Nacional de História da Matemática** - **Sociedade Brasileira de História da Matemática**, 2011. Disponível em: <http://www.each.usp.br/ixsnhm/Anaisixsnhm/Comunicacoes/1_S%C3%A1_P_F_N%C3%BAmeros_Negativos_Uma_Trajet%C3%B3ria_Hist%C3%B3rica.pdf> acesso em 12/03/2012.

TONELLO, E. B.; NECKEL, M. **A construção escolar das diferenças**. Disponível em:< http://www.faedf.edu.br/faedf/Revista/AR08.pdf>. Acesso em:15/03/2012.

WUSSING, H. **Lecciones de Historia de las Matematicas**. Madri: Siglo XXI de España Editores, 1998.

Anexo I

Tabelas para operações

+	+2	+1	0	-1	-2	-3	-4	-5
+5								
+4								
+3								
+2								
+1								
0								
-1								
-2								

_	+2	+1	0	-1	-2	-3	-4	-5
+5								
+4								
+3								
+2								
+1								
0								
-1								
-2								

+	+2	+1	0	-1	-2	-3	-4	-5
+5								
+4								
+3								
+2								
+1								
0								
-1								
-2								

_	+2	+1	0	-1	-2	-3	-4	-5
+5								
+4								
+3								
+2								
+1								
0								
-1								
-2								

+	+2	+1	0	-1	-2	-3	-4	-5
+5								
+4								
+3								
+2								
+1								
0								
-1								
-2								

_	+2	+1	0	-1	-2	-3	-4	-5
+5								
+4								
+3								
+2								
+1								
0								
-1								
-2								

Anexo II

Nome:____________________________ série

1. Leia cada uma das sentenças abaixo e dê a representação de cada quantidade, se negativa usando o esquerda do numeral, se positiva usando o sinal + à esquerda do numeral, se nula sem os sinais.

a) O submarino está 55 m abaixo do nível do mar.

b) O mergulhador está 7 m abaixo do nível do mar.

c) O paraquedista está 60 m acima do nível do mar.

d) O avião está 65 m acima do nível do mar.

e) A cidade está a uma altitude de 2 m abaixo do nível do mar.

f) O saldo bancário da conta corrente 1 é de R$ 177,00 negativo.

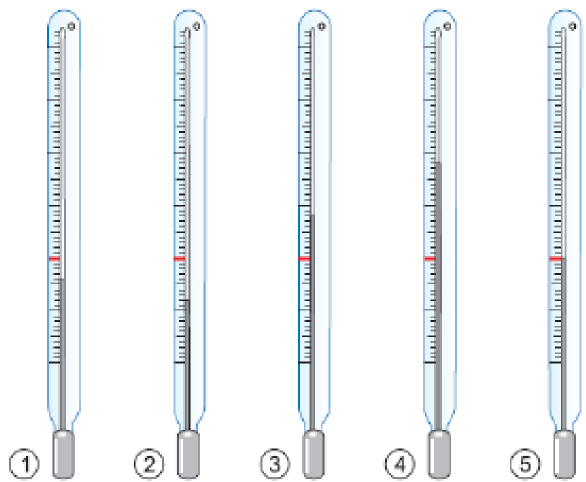
g) O saldo bancário da conta corrente 2 é de R$ 50,00 positivo.

h) O termômetro está registrando uma temperatura de 10°C abaixo de zero.

i) O termômetro está registrando uma temperatura de 30°C acima de zero.

j) O homem saiu do térreo em direção ao 3.° subsolo.

k) A mulher saiu do térreo em direção ao 7.° andar.



2. Observe os termômetros e responda as questões:

a) Qual a temperatura do termômetro 1?________________

b) Qual atemperatura do termômetro 2?________________

c) Qual a temperatura do termômetro 3?________________

d) Qual a temperatura do termômetro 4?________________

e) Qual a temperatura do termômetro 5?________________

f) Qual o termômetro com a maoir temperatura? E com a menor?____________________________

g) Coloque as temperatura em ordem crescente?_______

h) Quantos graus o termômetro 2 tem que fazer para alcançar o termômetro 4?_____________________

i) Qual a alteração do termômetro 3 para ficar igual ao termômetro 5?____________________

j) Qual a alteração do termômetro 4 para ficar igual ao termômetro 2?_________________________

3. Represente com números as figuras abaixo:

a) 

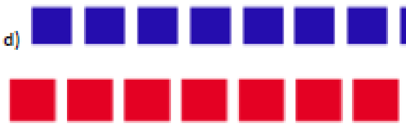
____

b) 

____

c) 

____

d)  = ________________

e) 

Anexo III

EMEFA “Melvin Jones”
Nome:_______________________________
série:_____________ 09/08/2011 Avaliação recuperação de matemática.

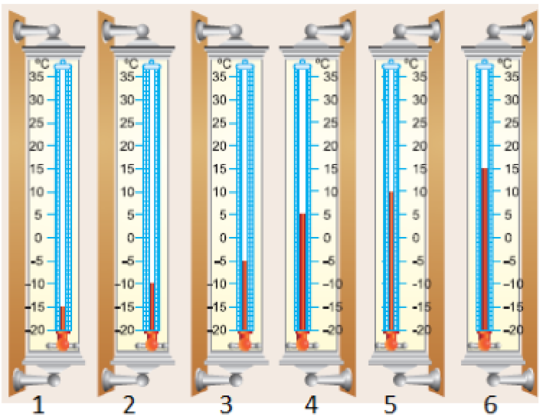
1. Observe o desenho e responda:

a)Quantos andares tem o edifício 1?___________
b) Quantos andares têm o edifício 2?____________
c) Qual andar corresponde ao andar 0?___________
d) Como numerar os andares do subsolo do edifício 1?_______________________________________
e) Enumere os andares em ordem crescente com as janelas pretas do edifício 1?

____

f) Enumere dos andares com as janelas pretas do edifício 2 em ordem decrescente?

____



2. Observe os termômetros e responda as questões:

a) Qual a temperatura do termômetro 1?

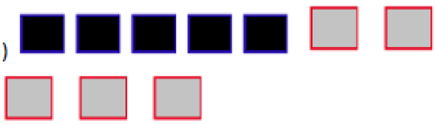
____

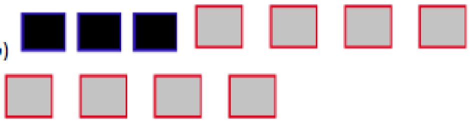
b) Qual a temperatura do termômetro 2?

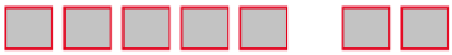
____

c) Qual a temperatura do termômetro 3?___________________
d) Qual a temperatura do termômetro 4?___________________
e) Qual a temperatura do termômetro 5?___________________
f) Qual a temperatura do termômetro 6?___________________
g) Qual o termômetro com a maior temperatura? E com a menor?_________________________________
h) Coloque a temperatura em ordem crescente?____________________
i) Quantos graus o termômetro 2 tem que fazer para alcançar o termômetro 4?__________________________
j) Qual a alteração do termômetro 5 para ficar igual ao termômetro 3?________________________
k) Qual a alteração do termômetro 6 para ficar igual ao termômetro 1?_______________________________

3. Represente com números as figuras abaixo:

a) 
____

b) 
____

c) 
____

4) Represente as expressões abaixo com fichas azuis e vermelhas conforme for conveniente e informe o resultado:

a) -7 + 9 = ____

b) 12 - 15=____

c) -5 – 8=

Anexo IV

SIMULADO – 6ª SÉRIE

01. Em uma cidade a temperatura passou de –3 °C para –8 °C. A temperatura aumentou ou diminuiu?
(A) Diminuiu, 11ºC.
(B) Aumentou, 11º C
(C) Diminuiu, -5ºC
(D) Aumentou, -5ºC

02. Numa cidade, a meteorologia determinou a temperatura máxima e a mínima em alguns dias do ano, tanto no inverno como no verão. Assinale qual a maior variação de temperatura, abaixo:
(A) Máx.: 10ºC Mín.: -1ºC
(B) Máx.: 30ºC Mín.: 24ºC
(C) Máx.: 5ºC Mín.: -2ºC
(D) Máx.: -1ºC Mín.: -10ºC

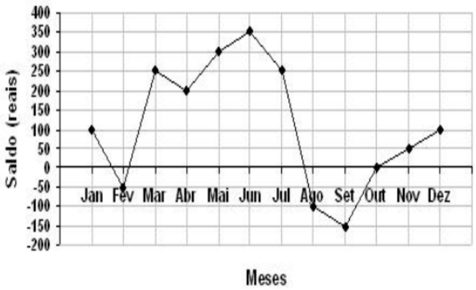
03. Quantos anos se passaram de 123 a.C. até o ano de 2008?

(A) 123 anos
(B) 2123 anos
(C) 2131 anos
(D) 2312 anos

04. O saldo bancário de Cecília era de R$ 487,00. Com esse dinheiro, ela pretendia pagar as seguintes contas:
Dentista → R$ 123,00
Faxineira → R$ 65,00
Cantina da escola → R$ 87,00
Telefone celular → R$ 35,00
Posto de gasolina → R$ 180,00
O saldo bancário de Cecília é suficiente para o pagamento dessas despesas? Por quê?

(A) Não, porque faltam R$ 3,00.
(B) Sim, porque sobram R$ 3,00.
(C) Não, porque faltam R$1 3,00.
(D) Sim, porque sobram R$ 3,00.

O gráfico representa o saldo da conta-corrente de uma pessoa no primeiro dia de cada mês de 2008. Com base nas informações apresentadas, responda ao que se pede.



O gráfico acima refere-se às questões 05 à 07.

05. Qual o mês o correntista teve maior faturamento?

(A) Janeiro
(B) Dezembro
(C) Junho
(D) Julho

06. Em que mês o correntista teve menor saldo? Qual o valor desse saldo?
(A) Janeiro, R$ 150,00
(B) Setembro, R$ - 150,00
(C) Agosto, R$ - 100,00
(D) Fevereiro, R$ - 50,00

07. O que deve acontecer para o pior mês se igualar ao melhor me desse ano?
(A) Perder, R$ 150,00.
(B) Ganhar, R$ 350,00.
(C) Ficar com zero.
(D) Ganhar R$ 500,00

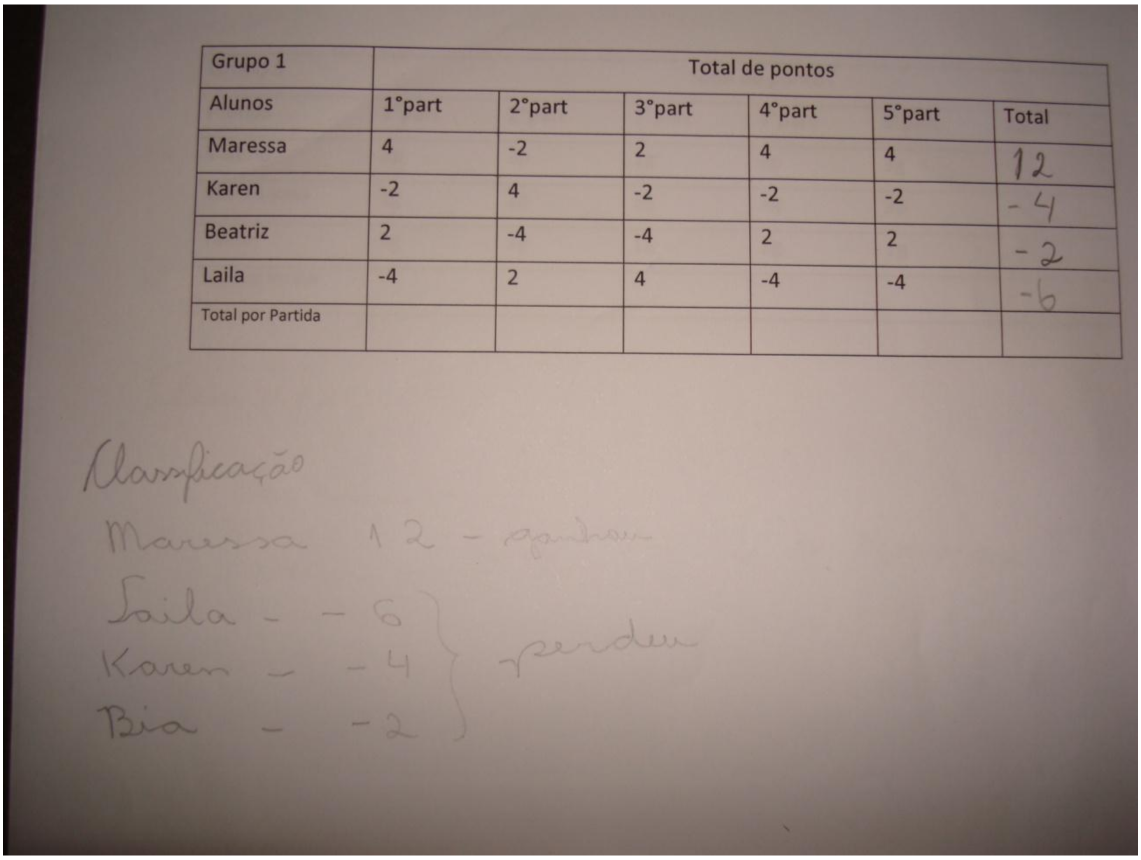
Observe a reta graduada com os números inteiros de –5 a 5 e responda as questões 08, 09 e 10:

08. Andando três unidades a partir de +4, no sentido negativo, chegamos ao número:
(A) -1
(B) +1
(C) 0
(D) – 3

09. Quanto devemos andar para sair de –2 e chegar a +1?
(A) +3
(B) - 1
(C) 0
(D) – 3

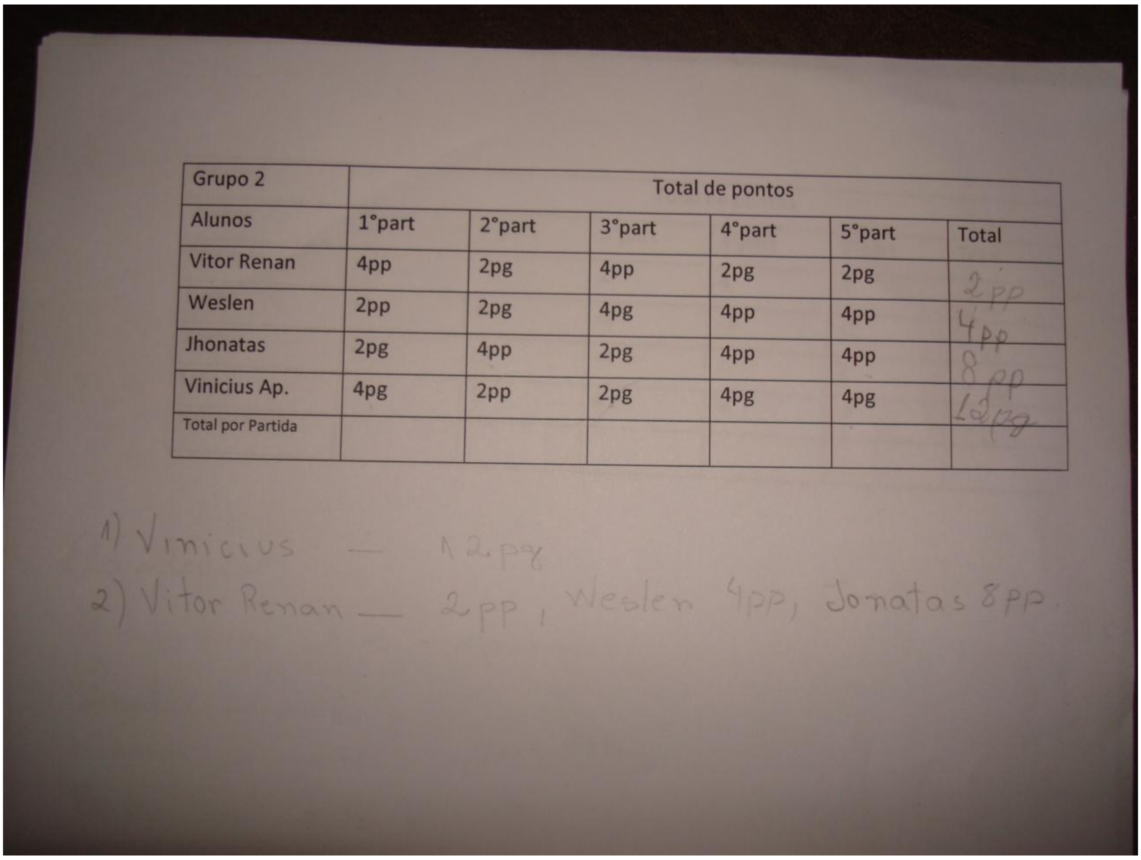
10.O número que fica sete unidades à esquerda do +5 é o:
(A) +2
(B) - 2
(C) 0
(D) – 7

Anexo V



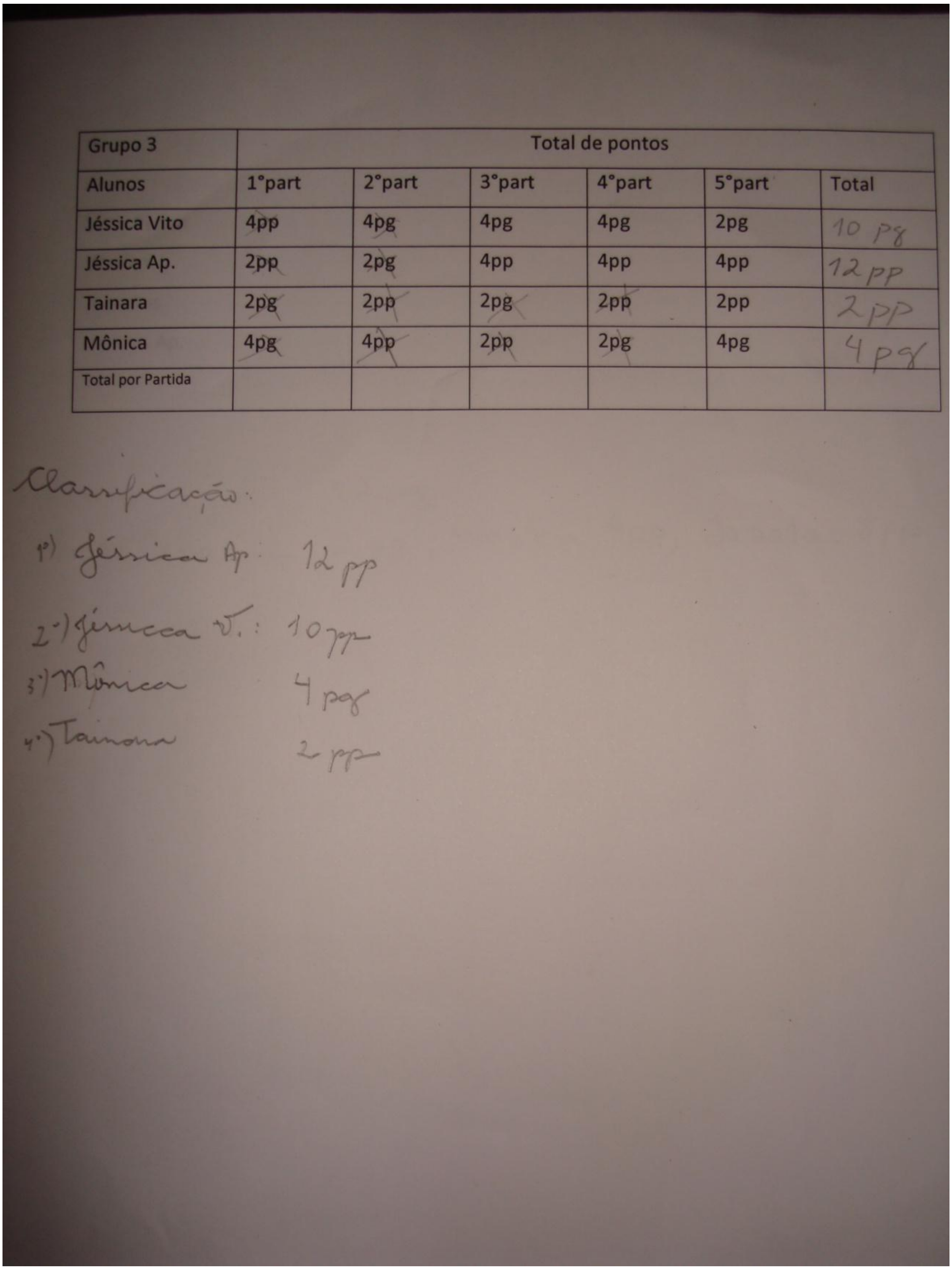
Grupo 1	Total de pontos					
Alunos	1°part	2°part	3°part	4°part	5°part	Total
Maressa	4	-2	2	4	4	12
Karen	-2	4	-2	-2	-2	-4
Beatriz	2	-4	-4	2	2	-2
Laila	-4	2	4	-4	-4	-6
Total por Partida						

Classificação
Maressa 12 - ganhou
Laila - -6
Karen - -4
Bia - -2
perdeu



Grupo 2	Total de pontos					
Alunos	1°part	2°part	3°part	4°part	5°part	Total
Vitor Renan	4pp	2pg	4pp	2pg	2pg	2pp
Weslen	2pp	2pg	4pg	4pp	4pp	4pp
Jhonatas	2pg	4pp	2pg	4pp	4pp	8pp
Vinicius Ap.	4pg	2pp	2pg	4pg	4pg	12pg
Total por Partida						

1) Vinicius — 12pg
2) Vitor Renan — 2pp, Weslen 4pp, Jonatas 8pp.



Grupo 3	Total de pontos					
Alunos	1°part	2°part	3°part	4°part	5°part	Total
Jéssica Vito	4pp	4pg	4pg	4pg	2pg	10 pg
Jéssica Ap.	2pp	2pg	4pp	4pp	4pp	12 pp
Tainara	2pg	2pp	2pg	2pp	2pp	2 pp
Mônica	4pg	4pp	2pp	2pg	4pg	4 pg
Total por Partida						

Classificação:

1°) Jéssica Ap. 12 pp

2°) Jéssica V.: 10 pp

3°) Mônica 4 pg

4°) Tainara 2 pp

Grupo 4	Total de pontos					
Alunos	1°part	2°part	3°part	4°part	5°part	Total
Joseph	4pp	4pg	2pg	4pg	4pp	2pg
Vinicius H.	2pp	2pg	2pp	4pp	2pp	8pp
Welington	2pg	2pp	4pg	2pp	2pg	4pg
David	4pg	4pp	4pp	2pg	4pg	2pg
Total por Partida						

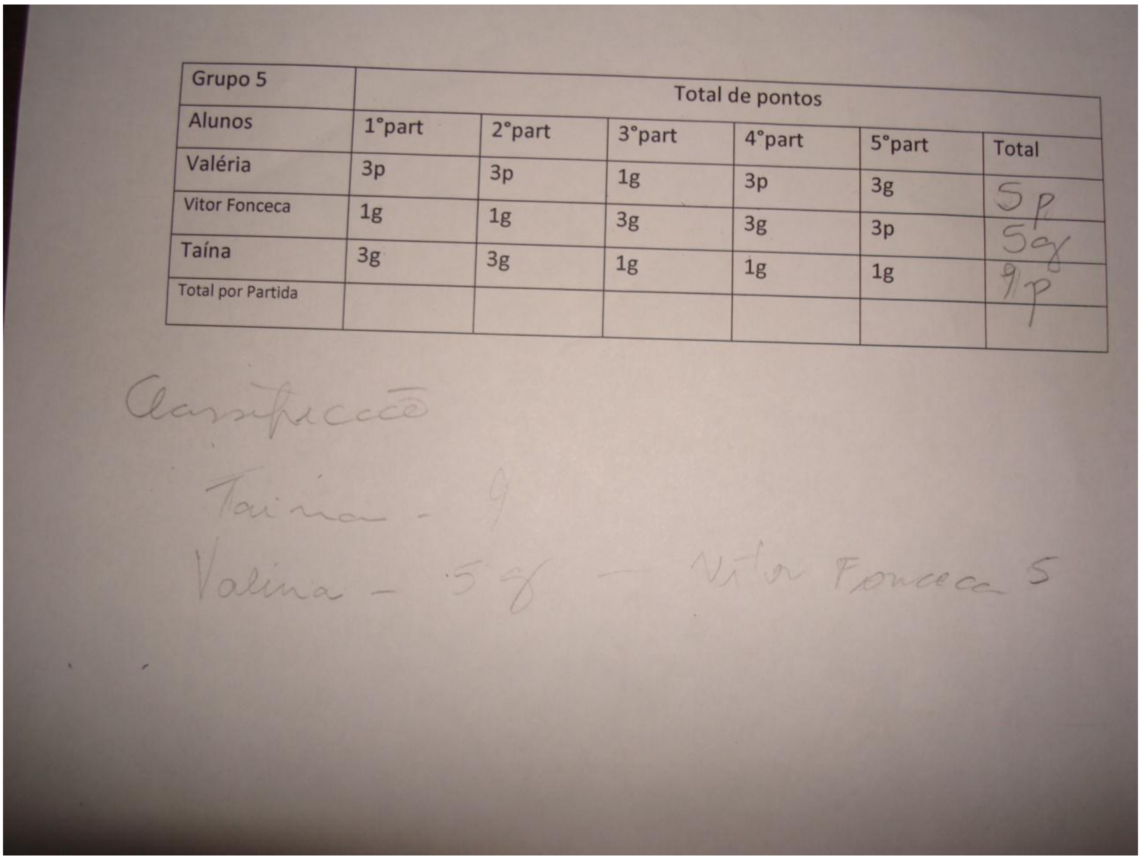
Classificação:

1°) Welington — 4pg

2°) David — 2pg

Joseph — 2pg

3°) Vinicius H. - 8pp



Grupo 5	Total de pontos					
Alunos	1°part	2°part	3°part	4°part	5°part	Total
Valéria	3p	3p	1g	3p	3g	5p
Vitor Fonceca	1g	1g	3g	3g	3p	5g
Taína	3g	3g	1g	1g	1g	9p
Total por Partida						

Classificação

Taína - 9

Valina - 5g — Vitor Fonceca 5

Anexo VI

O Jogo da vai e vem

As atividades consistem no seguinte roteiro:

Parte 1: JOGO DO VAI E VEM:Que números são os inteiros?

Objetivos: Construir a noção de número inteiro.

Modelo do tabuleiro do jogo vai e vem:

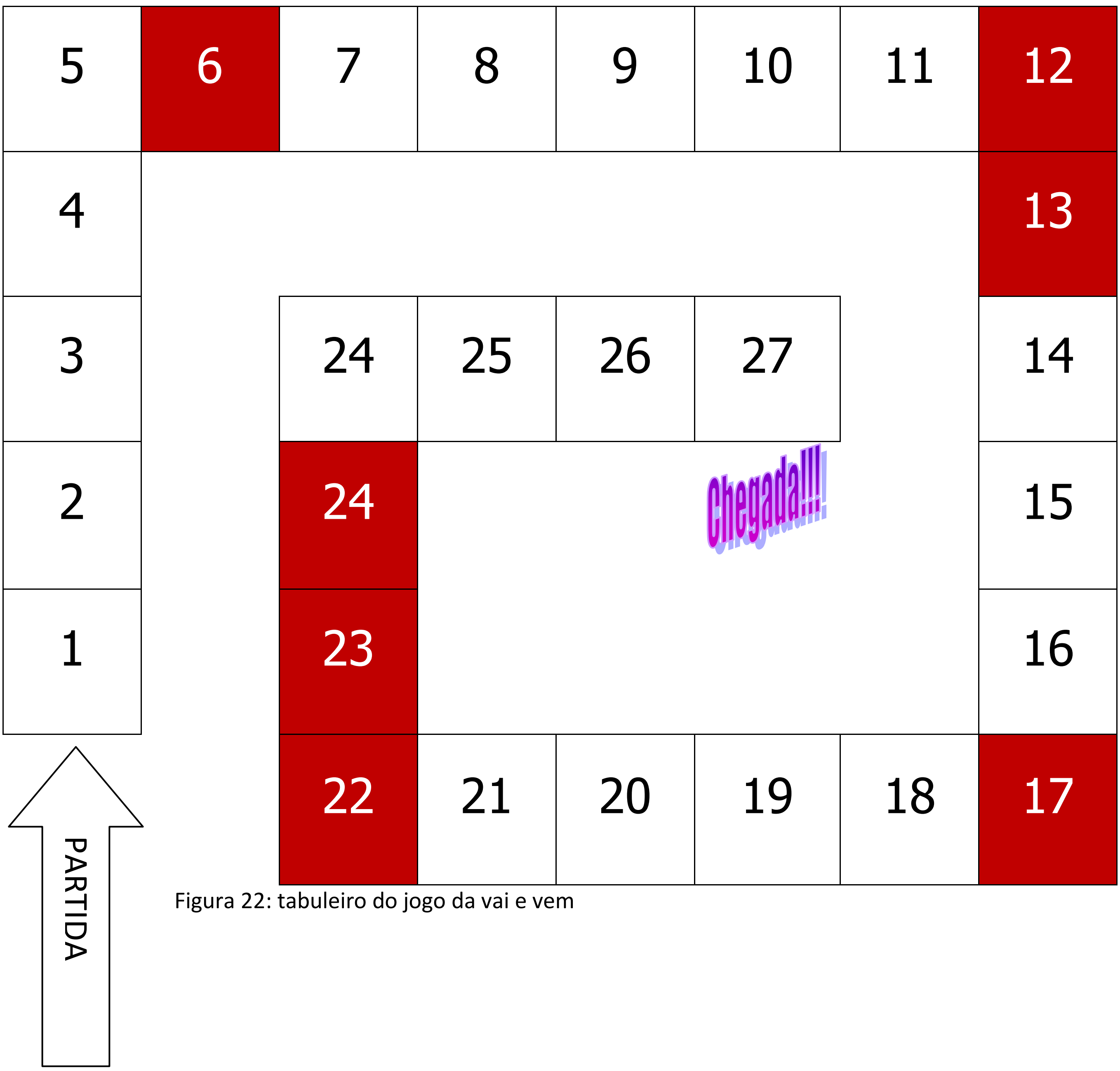


Figura 22: tabuleiro do jogo da vai e vem

Desenvolvimento: (Instruções aos professores)

Divida a classe em grupos de 4 ou 5 alunos e forneça a cada grupo um tabuleiro, um dado e 5 fichas (ou botões) de cores diferentes (uma para cada participante marcar seu lugar no tabuleiro).

Comente as regras do jogo com os alunos:

- O jogo consta de três partidas.
- Cada jogador lança o dado uma vez por rodada.
- Todos começam na flecha de partida e na primeira rodada, cada um anda tantas casas, quantas indicam os pontos obtidos no dado e para.
- Na segunda e demais rodadas, estando numa casa branca, o jogador lança o dado e tantas casas quantas indicam os pontos obtidos; caso esteja na casa escura, ele recua.
- Ganha o jogo o jogador que atingir exatamente a CHEGADA em primeiro lugar. “Atingir exatamente a CHEGADA” significa, por exemplo, que se o jogador está na casa 26 e obtém 2, atinge exatamente a CHEGADA, mas se obtém 5, ele anda 27-CHEGADA e volta 27-26-25.
- A partida termina quando, numa determinada jogada, a CHEGADA é atingida pelo menos por um jogador. A classificação dos demais é feita de acordo com a proximidade da casa em que cada um se encontra em relação ao ponto de CHEGADA.

Os pontos obtidos pelos jogadores em cada partida são distribuídos do seguinte modo:

Colocação	Pontuação
1°	5 pontos ganhos
2°	3 pontos ganhos

3°	1 ponto ganho
4°	1 pontos perdidos
5°	2 pontos ganhos

A seguir confeccione com os alunos as tabelas 1 e 2 para que os alunos possam preenchê-las durante e ao final do jogo, respectivamente:

	Total de pontos			
Alunos	1°part	2°part	3°part	Total
Total por Partida				

Tabela 1

Classificação final de toda a turma		
Lugar	Nome	Total de pontos

Uma vez terminado o jogo e as tabelas, as seguintes questões podem ser colocadas para os grupos:

1. Em que casas um jogador não gosta de cair?

2. Qual o maior números de casas que um jogador pode avançar?

3. Estando na casa 7, o que é mais conveniente obter no dado?

4. Se um jogador está na casa 12 e em duas jogadas volta para o inicio da partida, quais foram as valores tirados no dado?

5. Em que casas o jogador pode estar para ganhar o jogo?

6. Um jogador está na casa 20. O quer deve obter no dado para obter no dado para atingir a CHEGADA em três jogadas, se:

    a. Em todas elas, ele parar em casa branca?

    b. Em uma das três jogadas ele parar numa casa escura?

7. É possível um jogador fazer três jogadas sucessivas e parar sempre em casa escura?
8. Um jogador está no ponto de partida e em seis jogadas ele obtém 5, 1, 3, 4, 6, 2 pontos no dado, pergunta-se:
    a. Onde está após as seis jogadas?
    b. Em que jogada avançou? Em quais recuou?
    c. Ele avançou mais ou recuou mais? Quanto?

PARTE 2: QUEM GANHOU?

Material necessário: Tabelas 1 , preenchidas na parte 1 e tabela 2.

Desenvolvimento:

A classe deverá permanecer devida nos mesmos grupos da parte 1.

Exponha a tabela 1 de todos os grupos para que todos possam analisá-las.

Algumas pequenas atividades podem ser propostas aos grupos:

1. Fazer uma classificação do desempenho dos grupos e outra geral de todos os alunos.

2. Fazer um levantamento de quantos pontos o último colocado de cada grupo deveria fazer para alcançar o vencedor do grupo. O mesmo pode se solicitado em relação á classificação geral.

3. Fazer uma exposição dos símbolos que os grupos eventualmente tenham criado para expressar pontos ganhos e pontos perdidos, ao preencherem as tabelas. A seguir proponha aos alunos que discutam e escolham os símbolos mais convenientes.

4. Verificar o que ocorre com o total de pontos de um aluno se for suprimida uma partida em que obteve pontos ganhos ou se for suprimida uma partida em que obteve pontos perdidas.

5. Proponha para a classe o problema:

Se em partidas do jogo do VAI E Vem um aluno sobtem os seguintes resultados:

5g, 2p, 1p, 2p, 3g, 1g, 1p, 1p, 2g, onde g = pontos ganhos e p = pontos perdidos, o que se pode concluir sobre:

a) Quantas partidas ele jogou?
b) Quantos pontos ganhou e quantos pontos perdeu nesse jogo?
c) Qual o total de pontos desse aluno ao final do jogo?

6. Peça que analisem a possibilidade de um grupo apresentar a seguinte tabela no jogo do VAI E VEM e que classifiquem esses jogadores:

Alunos	Total de pontos
Aldo	3p
Bernardo	1p
Cleonice	5p

Diva	3p
Evandro	2p

Tabela 3

Comentários:

As classificações dos grupos e a classificação geral levarão os alunos a obsevar que é possível um aluno ser o vencedor da classe embora seu grupo não o seja.

Para promover novas discussões é possível propor aos alunos mudanças nas regras do jogo. Se, por exemplo, for ampliado o número de partidas do jogo, a tabela da situação 6 é possível.

A comparação entre as regras desse jogo com as regras do campeonato paulista (ou brasileiro) de futebol, também dá margem a discussões bastantes ricas no que se refere a adição de números inteiros.

PARTE 3 : COMO ERAM AS TABELAS?

Material necessário: Tabelas com resultados do jogo.

Desenvolvimento:

Coloque na lousa as tabelas seguintes e explique aos alunos que elas mostram o resultado do jogo do vai e vem de outra classe, mas foram danificadas e eles estão convidados a recuperá-las preenchendo o que falta.

Classificação	Nome	Total
1°	José	9g
2°	João	6g
	Dulce	5g
	Ruy	2g
	Maria	

Total do grupo	20g

Tabela 4

Classificação	Nome	Total
	Roberto	9g
	Vinício	7g
	Célia	
	Renato	5g
	Catarina	3g
Total do grupo		31g

Tabela 5

Classificação	Nome	Total
	Leonardo	5g
	Olivia	
	Lucas	
	Ciro	4g
	Daniel	
Total do grupo		
Nesse jogo, três alunos empataram em 1° lugar e não houve 3°, 4° e 5° lugares.		

Tabela 6

Dê um tempo para que executem a tarefa, após o que algumas questões podem ser propostas.

- Todos preencheram as três tabelas?
- Foram constatados empates nas tabelas 4 e 5?
- Como seriam classificados esses grupos, tendo em vista o total de pontos de cada um?
- Entre os 15 jogadores dessas tabelas quais têm total só de pontos perdidos? Quanto eles podem ter obtido em cada uma das três partidas para apresentar esse total?
- Invente possíveis pontos obtidos durante as três partidas para os jogadores da tabela 4.

Nome	1° Partida	2° Partida	3° Partida	Total
José				+ 9
João				+ 6
Dulce				+ 5
Ruy				+ 2
Maria				- 4
Legenda + pontos ganhos - pontos perdidos				

Comentários:

Propor aos alunos para pensar em casa:

Nas tabelas abaixo você vai encontrar os pontos obtidos por Mauro, Carlos e Marta em cinco partidas de um jogo. Quem é o vencedor?

Mauro		Carlos		Marta	
Partida	Pontos obtidos	Partida	Pontos obtidos	Partida	Pontos obtidos
1ª	+ 2	1ª	- 3	1ª	+ 1
2ª	- 5	2ª	+ 2	2ª	+ 3
3ª	+ 8	3ª	+ 3	3ª	+ 2
4ª	- 2	4ª	+ 6	4ª	+ 4
5ª	- 3	5ª	- 7	5ª	- 12
Total		Total		Total	

Se Mauro pudesse invalidar o resultado de uma partida, para tentar se o vencedor, qual partida seria? E se fosse Carlos? E se fosse Maria?

PARTE 4: CALCULANDO ERROS.

Material necessário: Folha com um mapa conforme modelo.

Figura 23: Mapa do Brasil (Fonte: http://ead1.unicamp.br/e-lang/supletivo/img/c2a3.gif)

Estimar a distância entre as cidades trazidas pelo mapa.

Cidades	Distância estimada (cm)	Distância Medida (cm)	Erro
São Paulo - Manaus			
Cuiabá – Salvador			
Porto Alegre – São Paulo			
Manaus – Porto Alegre			
São Paulo – Salvador			
Totais			

DESENVOLVIMENTO:

Forneça a cada aluno uma folha conforma o modelo. Dê um tempo para que eles reconheçam e comentem sobre as cidades que aparecem no mapa.

A Seguir, peça a eles que avaliem a olho nu a menor distância entre as cidades, no mapa, em número inteiro de centímetros e completem a primeira coluna da tabela.

Só depois eles medirão essas distâncias com a régua, para contemplar a segunda coluna da tabela.

Com essas duas distâncias (a estimada e a medida) eles irão calcular o quanto erraram em cada caso (diferença entre as distâncias obtidas).

Combine com a classe que erros para mais serão indicados como o sinal + (positivo) e para menos com – (negativo).

Analisando as tabelas, algumas questões podem ser propostas aos alunos?

- ✓ Qual o significado do erro zero, numa das linhas?
- ✓ Você estimou mais "para menos" ou mais "para mais"? Como obervar isso na tabela?
- ✓ Qual a distância rela entre as cidades marcadas no mapa?
- ✓ O que significa ter + 3 na quadricula do erro? E -5? E zero?

Uma vez terminada essa discussão, proponha aos alunos o seguinte problema:

A tabela seguinte se refere às distâncias estimadas e medidas entre as cidades A, B, C e D, em outro mapa. Complete essa tabela:

Cidades	Distância estimada (cm)	Distância Medida (cm)	Erro
A – B	12	15	

D – C	7		+ 2
B – D		3	+ 1
C – A	12		-4
A – D		5	-1
B – C		18	+15

COMENTÁRIOS:

Uma familiarização maior com os números inteiros, proposta nesta atividade, pode ser contemplada com a leitura do texto seguinte, cujo objetivo é mostrar a utilidade dos números negativos e um pouco de sua história.

Você já deve ter percebido que novos números estão surgindo e com eles novas ideias!

Existem números menos que zero

É possível crescer para baixo...

Dá para fazer 3 - 7

È bem possível que você também tenha notado que os números negativos aparecem muitas vezes em situações do nosso dia a dia

Em termômetros:

Em saldos bancários:

QUADRO 5
BALANÇA COMERCIAL BRASILEIRA — 1995/96
US$ MILHÕES

DISCRIMINAÇÃO	JAN.\ABR. 1995	JAN.\ABR. 1996	VARIAÇÃO PERCENTUAL
EXPORTAÇÕES	13.125	14.573	11,03
Básicos	3.037	3.301	8,69
Industrializados	9.838	10.950	11,30
Semimanufaturados	2.289	2.588	13,06
Manufaturados	7.549	8.362	10,77
Transações Especiais	250	322	28,80
IMPORTAÇÕES	15.927	14.810	-7,01
Petróleo Bruto	929	923	-0,65
Demais	14.998	13.887	-7,41
SALDO COMERCIAL	-2.802	-237	-91,54

Fonte: MICT/CTIC. Elaboração: IPEA/DIPES. Nota: Dados de exportações de março de 1996 ajustados para o mês completo; os dados de abril de 1996 compensam este ajuste.

Nas calculadoras:

Em painéis de elevadores.

Nem sempre esses números foram tão bem aceitos pelos homens e nem tão bem utilizados como hoje em dia. A própria expressão “números negativo” tinha o significado de que se tratava de um “não numero”, o que mostra as dificuldades pelas quais a humanidade passou para aceitá-los.

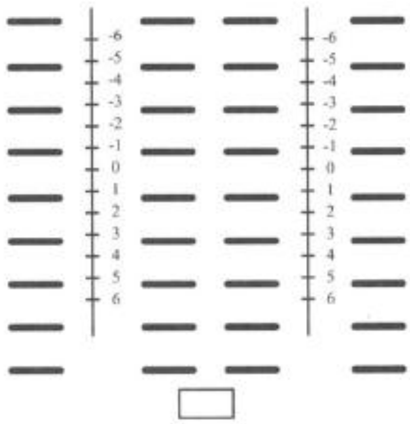
Muitos matemáticos de passado negavam a existência de tais números, que chamavam de números absurdos, ou números falsos.

Embora os matemáticos tenham utilizado e trabalhado com os números negativos com tranquilidade e eficiência somente a partir do século XVII (um pouco mais de 100 anos depois do descobrimento do Brasil), houve um povo de antiguidade, cujos escritos se perderam, que aceitavam e sabiam operar com esses números; eram os babilônios (viveram na região onde hoje é o Iraque e norte do Irã, por volta do ano de 2000 até 500 ante de Cristo).

Hoje em dia, as pessoas podem até não saber como somar ou multiplicar números negativos, mas conhecem muito bem seu significado: prejuízos, subsolo, mais frio que gelo derretendo, dívidas, etc...

Anexo VII

Veremos a seguir uma brincadeira que pode ser feita na sala de aula para o treino de cálculo com números negativos. O professor deve dividir as carteiras da classe em pares de fileiras. Por exemplo, em uma situação com 36 alunos, arranje-os em quatro fileiras e marque no chão duas linhas numeradas de –6 a 6. O jogo será disputado entre os pares de fileiras separadas pelas linhas numeradas (veja figura).



Os primeiros alunos das filas à direita das linhas irão para a posição 0, e os primeiros alunos das filas à esquerda das linhas darão ordens para esse aluno do tipo "ande 3", "ande 2", "ande –5", etc. Depois do movimento, os segundos alunos das filas à direita ocupam a posição 0 e os segundos alunos das filas à esquerda dão ordens de movimento para eles. Depois de duas ou três séries completas de ordens dos alunos das filas à esquerda, todos voltam aos seus lugares e agora os alunos das filas à direita dão ordens de movimentos para os das filas à esquerda. Exemplo de movimento: o aluno A vai para o 0, o aluno B dá ordem "ande 2", A vai para 2, C vai para 0, D dá ordem "ande –3", B vai para –3, etc. Depois que o último aluno tiver se movimentado, o primeiro dá ordem para o mesmo aluno que havia dado a primeira ordem, e assim sucessivamente.

Depois que os alunos ganharem prática com os movimentos, o professor poderá dificultar as coisas estabelecendo regras para os movimentos como, por exemplo, "quero movimentos que façam duplas em um mesmo número da reta", "quero movimentos que coloquem todos os alunos em correspondência com números pares", etc.

Alguns outros jogos para fixação das operações com números negativos podem ser encontrados nos livros didáticos e, em geral, motivam os alunos para a aprendizagem.

Considerações sobre a avaliação

O trabalho com números negativos certamente deverá ser retomado pelo professor ao longo do ano em outros momentos para que haja fixação de conceitos por parte do aluno, bem como para que se desenvolva a destreza no cálculo com negativos. No momento em que o assunto é introduzido, o professor deve dar menor atenção à avaliação de extensas expressões numéricas envolvendo números negativos, e maior atenção ao reconhecimento da linguagem e uso correto da escrita. A partir da compreensão da relação existente entre a escrita das operações com negativos e o seu cálculo formal, o caminho para a aprendizagem se torna mais tranquilo.