UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS – GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

JONAS MARQUES DOS SANTOS QUEIROZ

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DA PRÉ-ÁLGEBRA E ÁLGEBRA PARA FUNDAMENTAL II DO ENSINO BÁSICO COM AUXÍLIO DO MODELO DE BARRAS

SÃO CARLOS
2014

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS – GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

Jonas Marques dos Santos Queiroz

Orientadora: Profª. Dra. Yuriko Yamamoto Baldin

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DA PRÉ-ÁLGEBRA E ÁLGEBRA PARA FUNDAMENTAL II DO ENSINO BÁSICO COM AUXÍLIO DO MODELO DE BARRAS

Dissertação de Mestrado profissional apresentada ao Programa de Pós – Graduação em Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal de São Carlos, como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Exatas.

Orientação:
Profª. Dra. Yuriko Yamamoto Baldin

SÃO CARLOS
2014

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da Biblioteca Comunitária da UFSCar

Q3rp

Queiroz, Jonas Marques dos Santos.
Resolução de problemas da pré-álgebra e álgebra para fundamental II do ensino básico com auxílio do modelo de barras / Jonas Marques dos Santos Queiroz. -- São Carlos : UFSCar, 2015.
144 f.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2014.

1. Álgebra. 2. Transição aritmética-álgebra. 3. Resolução de problemas. 4. Modelo de barras. 5. Singapura - matemática. I. Título.

CDD: 512 (20ª)

Banca Examinadora:

Profa. Dra. Yuriko Yamamoto Baldin
DM/UFSCar - orientadora

Prof. Dr. Pedro Luiz Aparecido Malagutti
DM-UFSCar

Profa. Dra. Aparecida Francisco da Silva
IBILCE-UNESP

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus por me proporcionar forças para conseguir fazer este mestrado e terminar minha dissertação, também agradeço pela proteção em todas as viagens. Agradeço todos os professores do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE-UFSCar) por todo ensinamento e toda a dedicação. Agradeço em especial aos professores responsáveis pelas disciplinas que cursei, pois todas foram importantes e fundamentais para o meu aprendizado. Agradeço a Universidade de São Carlos (UFSCar) por oferecer este curso de mestrado voltado a professores que querem aperfeiçoar seus trabalhos e que se preocupam com a educação brasileira, em especial com o ensino de matemática e física.

Com muita gratidão eu agradeço a minha orientadora Professora Doutora Yuriko que é um espelho como educadora que luta por melhorias no ensino brasileiro, principalmente no ensino da matemática. Muito obrigado por fazer acreditar que é possível realizar mudanças no ensino da matemática. Em todas nossas reuniões sempre acrescentou ensinamentos que me ajudaram no desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço a todos da equipe do cólegio Instituto Educacional Estilo, Campinas – SP, onde o trabalho foi desenvolvido. Agradeço principalmente a Diretora Educacional Maria Helena Sampaio que me permitiu que o trabalho fosse desenvolvido. Agradeço minha Coordenadora Educacional Valéria Sampaio por todo apoio e dedicação. Agradeço minha Orientadora Educacional Leila por providenciar todo o material necessário na aplicação das atividades.

Por fim agradeço minha família, principalmente meus pais que sempre me apoiaram e me incentivaram a estudar, dando condições que para isso fosse possível. Também agradeço minha namorada Kelly Caetano por me ajudar em toda essa caminhada.

RESUMO

As dificuldades na aprendizagem e no ensino da álgebra podem ser constatadas no ciclo 4 (8º Ano e 9º Ano) do Ensino Fundamental II e também em todo o Ensino Médio, tais dificuldades estão presentes em todas as escolas brasileiras. Essas dificuldades são decorrentes de uma falha na introdução, ou seja, na transição da aritmética para a álgebra, a pré-álgebra que ocorre no final do ciclo 3 (6º Ano e 7º Ano) do Ensino Fundamental II, já que feita de maneira não satisfatória pode comprometer as aulas seguintes fazendo com que os alunos se sintam desmotivados a aprenderem o conteúdo de álgebra. Deste modo foram planejadas e executadas 6 (seis) atividades utilizando a metodologia de Resolução de Problemas seguindo as etapas de George Polya, juntamente com a metodologia do Modelo de Barras segundo a Filosofia da Matemática de Singapura. As atividades foram aplicadas em duas turmas do sétimo ano do Ensino Fundamental II, no colégio Instituto Educacional Estilo, Campinas, SP. O trabalho desenvolvido nesta dissertação proporciona aos professores do Ensino Fundamental II e Ensino Médio uma sequência didática, que podem utilizar e aproveitar em suas aulas de forma que possam também melhorar em suas práticas de ensino e aprendizagens, de maneira a contribuir para o desenvolvimento de seus alunos. Com o objetivo de realizar uma transição satisfatória da aritmética para álgebra, as atividades foram elaboradas e baseadas na resolução de problemas, e depois analisadas criticamente por meio das etapas de resolução. Após as 6 (seis) atividades, aplicamos uma avaliação diagnóstica de forma a analisar os resultados para verificar se as atividades contribuíram com significado para uma aprendizagem da álgebra. O trabalho apresenta um estudo teórico sobre o ensino e aprendizagem da álgebra e também apresenta um estudo sobre as metodologias desenvolvidas no trabalho, Resolução de Problemas e Modelo de Barras segundo a Filosofia da Matemática de Singapura.

Palavras Chaves: Transição da aritmética para álgebra. Metodologia de Resolução de Problemas. Metodologia do Modelo de Barras. Matemática de Singapura.

ABSTRACT

The difficulties in learning and teaching of algebra can be detected in the school cycle 4 (8^{th} and 9^{th} grades) of the Elementary School II and throughout High School, such difficulties being present in all Brazilian schools. These difficulties arise from an institutional failure, in others words, in the transition from arithmetic to algebra, in the phase of pre-algebra which occurs at cycle 3 (6^{th} and 7^{th} grades) of the Elementary School II. When this transition is unsatisfactory this compromises the subsequent studies making the students feel not motivated in learning the content of algebra. Therefore, in this research project we planned and executed 6 (six) activities based on the methodology of Problem Solving based on the phases proposed by George Polya, along with the methodology of the Bar Model from Singapore Mathematics. The activities were carried out in seventh grade classrooms of Elementary School II of "Instituto Educacional Estilo", Campinas, SP. The results of this dissertation suggests to teachers of Elementary School II didactical sequences of activities that they can use and enjoy in classroom practices, so that they can improve also their teaching and learning, contributing to the development of the students. With the objective of achieving a satisfactory transition from arithmetic to algebra, the activities were developed and based on problems solving, and then analyzed critically using the Problem Solving steps. After 6 (six) activities, we applied a diagnostic evaluation in order to analyze the results and to check if the activities contributed to a meaningful learning of algebra. The dissertation presents a theoretical study about teaching and learning algebra as well as a study on the methodologies of Problem Solving in classroom practice and Bar Model from Singapore Mathematics.

Key words: Transition from arithmetic to algebra. Problem Solving Methodology. Methodology of the Bar Model. Mathematics of Singapore.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Exercício 1 – Item (a) – 7ªA 101

Tabela 2 - Exercício 1 – Item (b) – 7ª A 102

Tabela 3 - Exercício 1 – Item (a) – 7ª B 103

Tabela 4 - Exercício 1 – Item (b) – 7ª B 104

Tabela 5 - Exercício 2 – Item (a) – 7ª A 109

Tabela 6 - Exercício 2– Item (b) – 7ª A 110

Tabela 7 - Exercício 2– Item (c) – 7ª A 110

Tabela 8 - Exercício 2 – Item (a) – 7ª B 111

Tabela 9 - Exercício 2– Item (b) – 7ª B 112

Tabela 10 - Exercício 2– Item (c) – 7ª B 112

Tabela 11 - Exercício 3– Item (a) – 7ª A 119

Tabela 12 - Exercício 3 – Item (b) – 7ª A 120

Tabela 13 - Exercício 3– Item (a) – 7ª B 121

Tabela 14 - Exercício 3 – Item (b) – 7ª B 122

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Conhecimento Pedagógico de Conteúdo 21
Figura 2 - Álgebra no ensino Fundamental 24
Figura 3 - Soma de três números Consecutivos 25
Figura 4 - Transição da aritmética para álgebra 28
Figura 5 - Matemática de Singapura 38
Figura 6 - Integração entre as metodologias..39
Figura 7 - Modelo de Barras no livro didático japonês 40
Figura 8 - Modelo de Barras no livro didático Araribá Matemática 41
Figura 9 - Representação do problema com Modelo de Barras 6º ano 43
Figura 10 - Representação do problema com Modelo de Barras 7º ano 44
Figura 11 - Material Concreto Atividade 1 53
Figura 12 - Aluno recortando o material concreto 54
Figura 13 - Resposta de um aluno do 7º ano A Atividade 1 itens a, b e c.......................58
Figura 14 - Resposta de um aluno 7º ano B Atividade 1 itens a,b e c 59
Figura 15 - Resposta do item c atividade 1 dada por uma aluna do 7º ano b 60
Figura 16 - Aluno selecionando as barras no canto da carteira 62
Figura 17 - Aluno utilizando as barras para justificar sua resposta 62
Figura 18 - Aluno percebendo a diferença entre as massas 63
Figura 19 - Aluno desenvolvendo o item g na lousa 63
Figura 20 - Aluno utilizando as barras no momento do debate 65
Figura 21 - Aluno utilizando [?] para representar o valor desconhecido 66
Figura 22 - Aluno utilizando [x] para representar o valor desconhecido 66
Figura 23 - Aluno utilizando a barra como auxílio na comparação 68
Figura 24 - Alunos apresentam melhoras em suas justificativas 69
Figura 25 - Aluno trabalhando com as duas Metodologias 70
Figura 26 - Aluno utilizando metodologia de Resolução de Problemas 74
Figura 27 - Aluno utilizando a metodologia do Modelo de Barras 75
Figura 28 - Resolução direta do aluno...76
Figura 29 - Resolução usando a ideia quanto falta..81
Figura 30 - Resolução através de equação..81
Figura 31 - Igualdades equivocadas 84

Figura 32 - Aluno apresentando evolução com as metodologias 88
Figura 33 - Aluno apresentando falha no quarto passo da Resolução de Problemas 89
Figura 34 - Aluno realizando as verificações 93
Figura 35 - Aluna com dificuldade em finalizar seu raciocínio 94
Figura 36 - Organização na resolução da aluna...97
Figura 37 - Resposta correta Exercício 1 avaliação diagnóstica 104
Figura 38 - Resposta 1 não satisfatória Exercício 1 avaliação diagnóstica...................105
Figura 39 - Resposta 2 não satisfatória Exercício 1 avaliação diagnóstica...................107
Figura 40 - Resposta 1 correta Exercício 2 avaliação diagnóstica 113
Figura 41 - Resposta 2 correta Exercício 2 avaliação diagnóstica 114
Figura 42 - Resposta 3 correta Exercício 2 avaliação diagnóstica 115
Figura 43 - Resposta 1 não satisfatória Exercício 2 avaliação diagnóstica...................116
Figura 44 - Resposta 2 não satisfatória Exercício 2 avaliação diagnóstica...................117
Figura 45 - Resposta correta Exercício 3 avaliação diagnóstica 122
Figura 46 - Resposta não satisfatória Exercício 3 avaliação diagnóstica.....................124
Figura 47 - Desempenho Anual do Aluno Especial 126
Figura 48 - Gráfico notas 1º Trimestre 7º A...130
Figura 49 - Gráfico notas 1º Trimestre 7º Ano B 131
Figura 50 - Gráfico notas 1º e 2º Trimestre 7º Ano A..132
Figura 51 - Gráfico notas 1º e 2º Trimestre 7º Ano B 133
Figura 52 - Gráfico notas 2 e 3º Trimestre 7º Ano A 134
Figura 53 - Gráfico notas 2º e 3º Trimestre 7º Ano B 134
Figura 54 - Gráfico Desempenho Anual dos alunos 135

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO 13
CAPÍTULO 1: MOTIVAÇÃO E ENSINO DA ÁLGEBRA 18
1.1 O Ensino da Álgebra 21
1.2 Por que aprender álgebra? 24
1.3 Como se processa o ensino da álgebra? 26
CAPÍTULO 2: METODOLOGIAS 30
2.1 Metodologia de Resolução de Problemas 30
2.1.1 O papel do professor na sala de aula na metodologia de Resolução de Problemas. 35
2.2 Metodologia Modelo de Barras, segundo a Filosofia da Matemática de Singapura 36
CAPÍTULO 3: DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES 46
3.1 Atividade Fazendo Compras 50
3.2 Atividade Pedro e Maria 71
3.3 Atividade Equacionando Parte [A] 77
3.4 Atividade Equacionando Parte [B] 85
3.5: Atividade Kit Produto de Beleza 90
3.6: Atividade As Quatro Etapas de Uma Viagem 95
CAPÍTULO 4. ATIVIDADE DE AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM DOS ALUNOS NESTE PROJETO 99
4.1. Exercício 1 da Avaliação Diagnóstica 100
4.2. Exercício 2 da Avaliação Diagnóstica 108
4.3. Exercício 3 da Avaliação Diagnóstica 118
4.4. Avaliando um aluno “especial” 124
4.5. Avaliação do Projeto 127
CAPÍTULO 5. CONCLUSÃO 129
REFERÊNCIAS 136
APÊNDICE 138
APÊNDICE A – Atividade 1 138
APÊNDICE B – Atividade 2 139
APÊNDICE C – Atividade 3 140

APÊNDICE D – Atividade 4 141
APÊNDICE E – Atividade 5 142
APÊNDICE F – Atividade 6 143
APÊNDICE G – Material Concreto 144

INTRODUÇÃO

Na tarefa de corrigir avaliações escritas de matemática de alunos do ensino básico, é uma constante os professores notarem erros recorrentes de álgebra, mesmo daqueles que possuem bom rendimento acadêmico.

De onde vêm essas dificuldades dos alunos? Será que muitos alunos não tiveram bons professores de matemática? Será que esses alunos não aprenderam a estudar matemática? Ou será que, apesar de terem bons professores, não tiveram uma boa transição da aritmética para a álgebra? Será que o pensamento algébrico foi trabalhado adequadamente nos momentos corretos da sua escolaridade?

O número elevado de erros apresentados por estudantes não somente na série que se inicia a aprendizagem da álgebra, mas também nas séries seguintes chegando ao ensino superior, foi o desafio que estimulou o estudo deste trabalho. Procuramos compreender uma possível causa de tantos erros, e propostas de solução.

Entendemos que a introdução ao ensino da álgebra precisa ser muito bem planejada, pois os primeiros erros de abordagem nas aulas iniciais certamente comprometerão as aulas seguintes. Por isso, é fundamental pesquisar o conteúdo e escolher as ferramentas a serem utilizadas nos primeiros contatos.

Percebemos que geralmente o primeiro contato dos alunos com problemas algébricos se baseia na memorização de procedimentos. Os alunos são submetidos a uma metodologia baseada em repetições, onde são levados a imitar o modelo apresentado pelo professor. Tal metodologia, ao invés de estimular os alunos, pode desmotivá-los fazendo com que não despertem interesse pela aprendizagem da álgebra, levando à falta de compreensão do significado da álgebra, e consequente falta de gosto pela matemática.

A metodologia de ensino e aprendizagem por repetição de modelos prevalece mesmo nos cursos de formação de professores e se perpetua nas salas de aula da educação básica. Este fato contribui para a dificuldade dos professores em trabalhar metodologias diferenciadas de resolução de problemas que está no centro dos objetivos do currículo de matemática.

Encontrar uma nova metodologia não é uma tarefa fácil, pois, além de não ser simples, requer um grande esforço do professor e muitos se sentem inseguros a uma nova experiência. Além disso, copiar alguma experiência que já foi feita e deu certo não basta, pois isso não significa que em seu ambiente didático será alcançado o sucesso. Uma nova metodologia deve ser muito bem estudada e ser adaptada ao contexto, escola, sala de aula e o nível de seus alunos. Com todas essas dificuldades o professor acaba, em geral, por oferecer resistência em adotar uma nova metodologia para sua prática na sala de aula.

O autor desta dissertação vem constatando estas situações na sua prática docente, e as reflexões acima motivaram o trabalho de pesquisa em que se procurou pelos caminhos que possam contribuir para melhorar tal realidade.

A problemática das dificuldades dos professores de encontrar uma metodologia adequada para ensinar álgebra na sua sala de aula constitui motivação específica deste trabalho. Como um trabalho de pesquisa para Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, o desenvolvimento de material didático relacionado à problemática levantada é um objetivo primordial da dissertação.

Para alcançar o objetivo do trabalho, apresentamos um estudo da metodologia presente nos livros didáticos de Singapura que foi aplicada na elaboração de aulas baseadas na resolução de problemas, analisadas criticamente por meio das etapas da resolução. As aulas foram aplicadas nas turmas do 7º Ano (6ª série) de 2012, de um colégio particular de Campinas – SP, Instituto Educacional Estilo, autorizado pela Portaria do Dirigente Regional de Ensino da Diretora de Ensino – Região de Campinas – Oeste de 27/01/2000 publicada no D.O.E de 28/01/2000.

Com o objetivo de proporcionar um material de apoio aos Professores de Matemática do ensino básico, este trabalho apresenta como trabalho de conclusão do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE-UFSCar), um produto (Apêndice) que consiste em 6 (seis) atividades com situações de aprendizagem que utilizam a metodologia de Resolução de Problemas integrada à metodologia do Modelo de Barras segundo a filosofia da Matemática de Singapura.

Para o embasamento teórico da pesquisa e desenvolvimento das atividades foi estudado o conceito de "conhecimento pedagógico de conteúdo" (Pedagogical Content Knowledge) de Shulman (1986). Este conhecimento requer que o professor não apenas saiba o conteúdo específico, o conteúdo acadêmico. Neste cabe ao professor saber articular sua aula de forma que ele possa transmitir ao aluno em uma linguagem compreensível, ele deve respeitar o tempo, o nível em que estão seus alunos. Desta forma é evidente que apenas o saber acadêmico não é o suficiente, por exemplo, ao ensinar álgebra o professor não pode somente dominar o conteúdo que lhe foi oferecido na graduação, assim além do conteúdo específico é necessário ao professor mais dois conhecimentos, o pedagógico e o do contexto. Discutimos este conceito com mais detalhes no Capítulo 1: Motivação e Ensino da Álgebra.

Como metodologia de ensino e aprendizagem na sala de aula, seguimos as etapas de resolução de problemas do Pólya (1995), planejadas para serem vivenciadas pelos próprios alunos para estimular o protagonismo deles na sua aprendizagem. Uma metodologia de ensino presente nos livros didáticos de Singapura é a que é conhecida atualmente por “Modelo de Barras”, que, se estudada corretamente e adaptada dentro de um planejamento de aula, pode ser adotada na sala de aula para ajudar os alunos na construção de seus pensamentos algébricos, e desenvolver um raciocínio indutivo, investigativo e posteriormente dedutivo.

Esta metodologia do “Modelo de Barras” foi estudada no livro didático de Singapura, My Pals Are Here! Maths 2nd Edition 6A e 6B, e incorporadas na proposta de atividades de resolução de problemas, segundo etapas do Polya (1995). A aplicação das atividades assim planejadas nas salas de aula foi analisada e avaliada segundo as etapas da resolução pelos alunos, o que trouxe nova dimensão à atividade de avaliação. Este modo de trabalho procurou desenvolver um ambiente didático em que a construção do raciocínio algébrico fosse alcançada, dando sentido ao **significado da letra** e ao **sinal de igualdade** em duas perspectivas diferentes: a procedimental, por meio de execução correta de operações, e a estrutural, por meio da compreensão do significado das operações no contexto de problemas.

Um levantamento realizado por Vlassis & Demonty, (2002), retrata as dificuldades dos alunos na aprendizagem da álgebra. Para eles a redução de termos não semelhantes é um dos erros mais frequentes encontrados nos alunos. Por exemplo, se pedirmos para o aluno reduzir a expressão **2a + 5a + 3b**, Vlassis & Demonty (2002) constaram que a maioria dos alunos respondeu **10ab**. Outro erro bastante frequente entre os alunos é em relação às potências. Eles verificaram que na expressão **a+ a + a**, 19% dos alunos responderam $\mathbf{a^3}$.

Os problemas referentes ao conteúdo de Álgebra no Ensino Básico atingem muitos países, inclusive o nosso. Na página 115 dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para 5ª a 8ª séries (Brasil, 1998) lê-se que "nos resultados do SAEB, por exemplo, os itens referentes à Álgebra raramente atingem o índice de 40% de acerto em muitas regiões do país".

Os alunos do 7º ano (6ª série) com quem trabalhamos correspondem exatamente a esta fase de construção do pensamento algébrico.

O conhecimento de conteúdo no tripé do "conhecimento pedagógico de conteúdo" focou, pela razão acima, nessa transição entre a aritmética e a álgebra.

O presente trabalho apresenta uma sequência didática de atividades para que os alunos possam resgatar e aprimorar seus pensamentos aritméticos iniciado com as operações e despertar para desenvolver os seus pensamentos algébricos. Essas atividades têm também o objetivo de tornar os alunos mais autônomos e mais participativos na construção de seus conhecimentos.

O desenvolvimento desta dissertação está estruturado da seguinte maneira:

Introdução: Introdução descreve os motivos da realização da pesquisa, as metodologias adotadas, os objetivos que se busca alcançar com as atividades.

Capítulo 1: Motivação e Ensino da álgebra. Neste capítulo descrevemos as dificuldades dos alunos no que diz respeito ao aprendizado da álgebra. Discutimos as dificuldades dos professores em escolher e adotar uma metodologia que possa ajudar na transição da aritmética para a álgebra, e como adapta-la para o seu ambiente didático. Comentamos também sobre as possíveis causas das dificuldades dos alunos nessa transição. Discutimos neste capítulo o embasamento teórico por meio do "conhecimento pedagógico do conteúdo" que permeia o planejamento das aulas.

Capítulo 2: Metodologias. Neste capítulo discutimos a metodologia de resolução de problemas no planejamento e execução das aulas, por meio das quatro fases, **a compreensão do problema, a elaboração do plano (estratégia), a execução do plano e por fim o retrospecto (verificação)**. Na fase da estratégia, trabalhamos uma nova metodologia inspirada dos livros didáticos de Singapura, conhecida como **Modelo de Barras**. Apresentaremos como essa integração pode ser feita e como ela pode nos ajudar na transição da aritmética para a álgebra.

Capítulo 3: Desenvolvimento das Atividades. Neste capítulo apresentamos as atividades aplicadas e como foram seus desenvolvimentos. Foram aplicadas no total 6 (seis) atividades, concatenadas com a resolução de problemas em si e atividades de avaliação de erros pelos próprios alunos. Discutimos a reação dos alunos diante da nova metodologia e novas posturas em sala, com participação ativa e colaborativa de alunos.

Capítulo 4: Avaliação das Atividades. Neste capítulo analisamos os resultados obtidos no desenvolvimento dos alunos. Realizou-se uma avaliação diagnóstica, para verificar a evolução dos alunos, fazendo uma comparação de como eles estavam antes destas atividades e como eles se apresentaram depois deste trabalho, mostrando a progressão, inclusive por meio de gráficos.

Conclusão: A Conclusão apresenta uma reflexão sobre como a integração das metodologias pesquisadas proporcionou uma transição da aritmética para a álgebra na aprendizagem dos alunos, evidenciado pelo domínio dos alunos sobre o significado da letra e da igualdade. Um resultado almejado e obtido foi tornar os alunos participativos e condutores de seus aprendizados.

Por fim apresentamos as referências bibliográficas, estudadas para o desenvolvimento do trabalho. Um Apêndice contém todas as atividades elaboradas e realizadas em nosso trabalho, juntamente com material didático elaborado para desenvolver a primeira atividade, na qual, introduzimos a metodologia do Modelo de Barras.

CAPÍTULO 1: MOTIVAÇÃO E ENSINO DA ÁLGEBRA

O conteúdo de álgebra está presente em diversas séries do ensino fundamental, sendo introduzido geralmente no 7º ano (6ª série), ele é fundamental para os anos seguintes. Com um currículo bastante extenso e presente na maioria das frentes da matemática, por exemplo, na geometria métrica, nas funções elementares e equações, os conceitos e manipulações algébricas devem ser trabalhados com muito rigor e atenção, já que um erro na sua introdução pode comprometer e prejudicar aprendizagens futuras.

Não apenas presente na disciplina de matemática, o conteúdo algébrico também tem sua importância em outras áreas do currículo escolar. Por exemplo, no estudo da química e da física é fundamental o desenvolvimento e manipulações de fórmulas, tornando-se assim uma ferramenta essencial. Um bom raciocínio algébrico indutivo e dedutivo, juntamente com uma boa técnica pode ser fundamental para obter o sucesso na resolução de muitos problemas.

Observa-se que erros e dificuldades estão presentes no cotidiano dos estudantes no que se diz respeito ao conteúdo de álgebra. Muitos não conseguem compreender, ou até mesmo aceitar por que devem aprender determinados conteúdos, não se sentem motivados e atraídos para desenvolver tal aprendizado. Estes ocorrem muitas vezes por não terem desenvolvido um pensamento algébrico correto ou por terem sido submetidos a uma rotina em que não se sentiram parte da construção de seus próprios conhecimentos. Segundo PCN (Brasil, 1998) página 37:

> “Tradicionalmente, a prática mais frequente no ensino de Matemática tem sido aquela em que o professor apresenta o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupões que o aluno aprenda pela reprodução”.

Precisamos mudar essa prática, é necessário mudar essa rotina, fazer com que o aluno se envolva com a construção do seu aprendizado. Para isso o professor precisa pesquisar como planejar sua aula, estudar maneiras que possam integrar o aluno nas atividades da sala de aula oferecendo-lhes um ambiente de aprendizagem participativa.

O planejamento das aulas do nosso trabalho foi fundamentado no conceito de Conhecimento Pedagógico de Conteúdo (CPC). Esse conceito foi proposto por Shulman (1986) e consiste em três categorias, **Conhecimento do Conteúdo**, no que se diz respeito ao conteúdo específico da disciplina objeto de ensino, **Conhecimento Pedagógico**, que engloba as metodologias para transmitir o conteúdo e o conhecimento dos processos de aprendizagem, e **Conhecimento de Contexto** que se refere ao perfil do aluno, ambiente escolar, nível de ensino, relacionamento da disciplina no currículo, isto é, o conhecimento necessário para interligar de maneira efetiva as teorias tanto da educação como de conteúdo específico num ambiente real da escola.

Na formação inicial recebida nos cursos de graduação, nós professores não fomos preparados para lidar com certas situações do ambiente escolar. Muitas vezes não sabemos como devemos nos comportar em determinadas situações. O próprio autor deste trabalho formado em Licenciatura em Matemática teve seu currículo dividido em apenas duas partes. A primeira se refere a **Matemática Pura**, nesta adquirimos o **Conhecimento do Conteúdo (ou Específico)**. Desenvolvemos o conhecimento específico das disciplinas matemáticas do currículo de licenciatura, por exemplo, **Estrutura Algébrica**, em que estudamos, além de conceitos, as estruturas algébricas dos campos numéricos, grupos, anéis e corpos, que são a base matemática do conteúdo curricular do ensino básico. Não descrevemos outras disciplinas desta parte, pois a Álgebra é a que se relaciona mais com o tema deste trabalho. Na segunda parte, a **Educação Matemática**, estudamos o **Conhecimento Pedagógico**, na qual foram trabalhadas três disciplinas principais, consideradas importantes para a formação de futuro professor de matemática no ensino básico. Na primeira, **Escola e Cultura**, estudamos o ambiente e aspectos culturais da escola. Em **Psicologia e Educação**, estudamos as contribuições da psicologia para o estudo e compreensão de questões relacionadas à Educação, como de ensino e aprendizagem no ambiente escolar. Em **Política Educacional: Organização da Educação Brasileira** foi realizado um estudo analítico das políticas educacionais no Brasil. A percepção do autor deste trabalho é que apesar do conjunto de disciplinas nas duas partes do conhecimento, tais partes não se interligaram no currículo e não foi suficiente para enfrentar as dificuldades da sala de aula no ensino de matemática, que foi trabalhado já na profissão.

De fato, para Shulman (1986) os dois conhecimentos fundamentais, o **Específico** e o **Pedagógico**, não são suficientes (Shulman, 1986, p. 9-10). É necessário uma visão do professor que ensina numa escola, considerar o **Conhecimento do Contexto** que inclui o conhecimento curricular, a inter-relação entre os diferentes conteúdos e os níveis escolares, etc, além do necessário conhecimento do contexto social da escola. O portão da escola não é um portal mágico, onde ao passar os alunos deixam seus problemas familiares ou sociais para fora. Ao planejar uma aula também temos que levar em conta todos esses aspectos, pois para o aluno a aprendizagem pode ser complicada em determinadas circunstâncias.

A necessidade de conhecer o ambiente escolar e os fatores que podem influenciar diretamente o desenvolvimento da aprendizagem do aluno não se percebem nas disciplinas de graduação, mas apenas no exercício da profissão. Tal conhecimento é necessário no momento de planejar uma aula, avaliar a eficácia da sua execução e pesquisar o desenvolvimento das aulas subsequentes. Isto é adquirido por meio da "pesquisa da prática, na prática". Para planejar uma aula, temos que saber quais são as dificuldades e quais são as facilidades dos alunos para poder potencializar as atividades planejadas que propiciem aprendizado significativo. Precisamos conhecer ainda o perfil social da classe, e eventuais problemas estruturais do ambiente escolar, assim como levar em consideração a estrutura curricular em que se insere a aula e seu conteúdo. Shulman (1986) chamou este conhecimento de **Conhecimento Curricular ou do Contexto**.

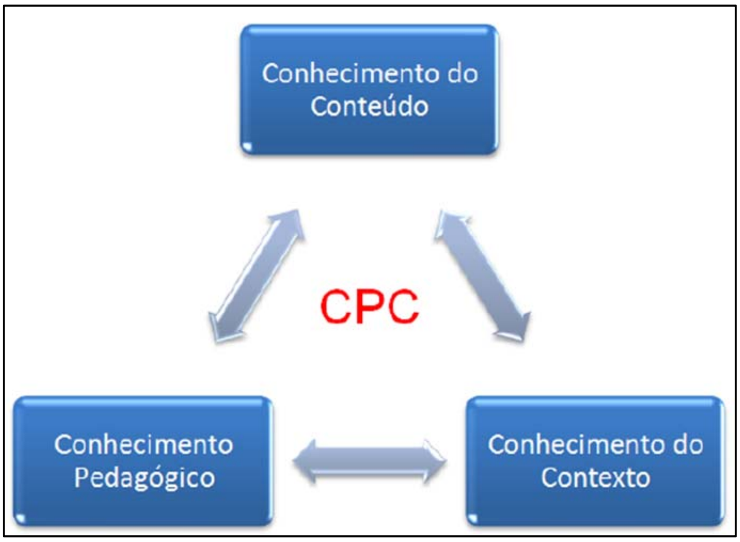
Retomando, o Conhecimento Pedagógico de Conteúdo Shulman (1986) é conceito constituído destes três conhecimentos, **Conhecimento do Conteúdo (ou Específico), Conhecimento Pedagógico** e o **Conhecimento do Contexto**. Esses conhecimentos se relacionam entre si formando um tripé. Concordamos com Felix (2010) quando ele diz:

> "o professor não somente deve dominar o conteúdo específico a ser ensinado, mas também deve saber articular a aula de forma que consiga transmitir o conhecimento aos alunos de maneira compreensível, levando em

> consideração o nível em que eles encontram e as condições de ensino-aprendizagem".

Desta forma ao planejar uma aula, o professor deve relacionar esses três importantes conhecimentos. Na figura abaixo, ilustramos o relacionamento desses três conhecimentos.

Figura 1 – Conhecimento Pedagógico de Conteúdo



Fonte - Dissertação de Felix (2010)

Ainda, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998) página 36, o professor precisa:

> "tornar o saber matemático acumulado um saber escolar, passível de ser ensinado/aprendido, exige que esse conhecimento seja transformado, pois a obra e o pensamento do matemático teórico geralmente são difíceis de ser comunicados diretamente aos alunos".

Baseamos o planejamento das sequências didáticas do nosso trabalho, nessas orientações dos PCN (Brasil, 1998), e desenvolvemos segundo Conhecimento Pedagógico de Conteúdo, proposto por Shulman (1986).

1.1 O Ensino da Álgebra

Para os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998) página 115:

> "o estudo da Álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas".

A iniciação a essa abstração e generalização deve começar já nas séries iniciais, pois o quanto antes o aluno tiver contato com o raciocínio algébrico melhor será o seu desenvolvimento em anos posteriores. Isto não quer dizer que devamos ensinar a álgebra nas séries iniciais, mas sim que a preparação para o pensamento algébrico pode ser trabalhado de acordo com a maturidade devida em cada ano escolar. Queremos dizer que o ensino curricular das quatro operações básicas nos primeiros ciclos do Ensino Básico pode ser feito explorando as propriedades algébricas do campo numérico dos inteiros positivos, desenvolvendo por meio de situações problemas o domínio dos significados das operações e do raciocínio algébrico que será demandado na passagem para o terceiro ciclo.

Ao trabalhar o conteúdo de álgebra, nós professores devemos ter clareza de seu papel no currículo, e fazer uma reflexão de como o aluno vai construir e absorver esse conteúdo, pois de acordo com PCN (Brasil, 1998) página 117, "os adolescentes desenvolvem de forma bastante significativa a habilidade de pensar "abstratamente", se lhes forem proporcionadas experiências variadas envolvendo noções algébricas". Isso pode se dar no trabalho com a Aritmética nos anos anteriores.

O professor pode levar o aluno a perceber e identificar as propriedades das operações aritméticas de forma a entender generalizações que permitam estabelecer fórmulas.

Por exemplo, desde que o conceito de número par é trabalhado nos ciclos elementares, ao retomar o assunto de números pares no 6º ano (5ª série), atividades bem planejadas podem levar os alunos a deduzir indutivamente que um número par pode ser representado da forma 2.k, sendo k um número inteiro, reconhecendo antes que 2 = 2.1; 4 = 2.2; 6 = 2.3; e assim por diante, até chegarem a uma relação generalizada.

As generalizações podem ser trabalhadas em diversos assuntos, fazendo com que o aluno possa desenvolver seu pensamento algébrico. No que se diz respeito ao conteúdo da álgebra, nós professores devemos procurar aumentar o tempo de dedicação a este assunto precisamente na transição dos ciclos elementares ao terceiro ciclo, isto é, no 6º ano (5ª série) e 7º ano (6ª série). Muitas vezes um "tempo aparentemente perdido" nesta transição irá repercutir no que ganhamos adiante, quando o ensino de álgebra é conhecidamente uma das maiores dificuldades de aprendizagem.

Exercícios repetitivos são importantes para a consolidação de técnicas algébricas, mas não ajudam o entendimento dos conceitos. Se trabalharmos inicialmente situações-problemas do cotidiano, que exigem modelagem algébrica iremos motivar melhor os alunos a entenderem o papel da álgebra com interpretações de resultados das operações algébricas no contexto das situações que podem ter sido vivenciadas pelo aluno.

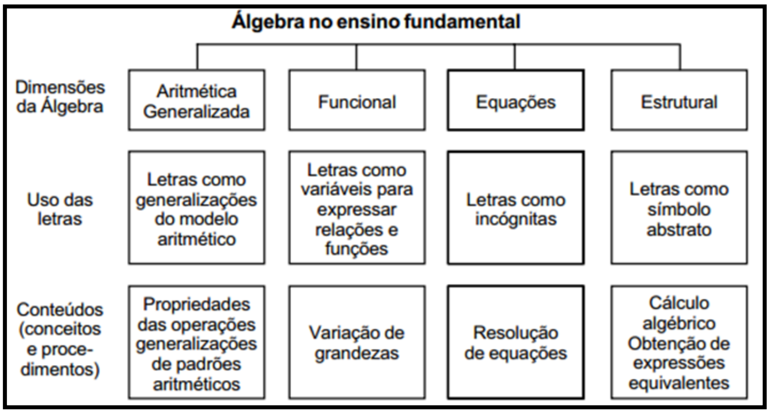
Ao se deparar com uma metodologia tradicional, onde são priorizadas aulas expositivas pelo professor com exercícios repetitivos de técnicas, o aluno acaba por abstrair uma álgebra mecanizada sem significado. É muito comum ao resolver uma equação do 1º grau, o aluno dizer a seguinte frase: "troca de lado e muda o sinal". No Ensino Médio é frequente o aluno justificar com esta frase o procedimento que ele não sabe explicar, mas afirma ter sido ensinado que "é assim que se faz" nos anos escolares do Ensino Fundamental.

Esta metodologia simplista que facilita um ensino mecanizado implica em erros comuns como o seguinte erro: $-4x = 8 \rightarrow x = \frac{8}{4}$. Quando perguntado ao aluno "por que ele dividiu por 4 e não por – 4" , ele responde que pelo fato de trocar de lado deve mudar o sinal.

Precisamos trabalhar com os alunos quatro aspectos das dimensões da álgebra, que consistem em aritmética generalizada, a álgebra funcional, as equações e a estrutura algébrica, como apontam os PCN (Brasil, 1998), segundo os quais é por meio dessas dimensões que o aluno irá compreender os conceitos e o procedimental algébrico.

De acordo com o PCN (Brasil, 1998) página 116, "existe um razoável consenso de que para garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico o aluno deve estar necessariamente engajado em atividades que relacionem as diferentes concepções da álgebra”. Ele apresenta o seguinte quadro de forma bastante simplificada para as diferentes interpretações da álgebra escolar e as diferentes funções das letras:

Figura 2 - Álgebra no ensino Fundamental



Fonte – PCN (Brasil, 1998) página 116

No ensino da álgebra o professor deve privilegiar uma metodologia que busque estimular a capacidade do aluno no processo de abstração. Ele deve encontrar uma metodologia que possa resgatar e aprimorar seus conhecimentos aritméticos e que possa introduzir conceitos e técnicas algébricas, de tal maneira que a transição se processe de maneira natural.

Como afirmado acima, no nosso trabalho adotamos a metodologia de resolução de problemas que relacionem o conteúdo algébrico a situações problema do cotidiano do aluno, trabalhamos uma sequencia didática que ajude o aluno a compreender o abstrato por meio de situações concretas. Neste trabalho, nos questionamos “por que ensinar e qual o propósito” para o conteúdo de álgebra do currículo de 7º ano (6ª série) do ensino fundamental.

1.2 Por que aprender álgebra?

Muitos alunos se perguntam “por que devem aprender álgebra; qual o sentido desta disciplina?”.

Essa pergunta é muito comum e está presente na maioria, para não dizer em todas as aulas de álgebra. Responder a essa questão não é uma tarefa fácil para muitos professores, que também não sabem dizer por que estão ensinando tal conteúdo.

Os alunos não tiveram, em geral, boas experiências na escola e então não conseguem ter uma visão muito clara do que a álgebra representa. Tal dificuldade pode ser consequência do ensino mecanizado e sem significado da álgebra.

Para Doug French, (2002, p. 1), “a álgebra tem suas raízes tanto na aritmética quanto na geometria, e se desenvolveu como um sistema sucinto de símbolos para descrever relações”. Tais relações são essenciais para expressar generalizações que aparecem em diversos contextos de modelagem algébrica, que podem estar associados aos problemas que se originam de situações tanto da aritmética como na geometria. Problemas de aritmética elementar podem conduzir a compreensão do uso de símbolos nas fórmulas derivadas de relações algébricas em contextos mais complexos nos anos mais avançados do ensino fundamental.

Ainda para este autor, (2002, p.1), “a capacidade de expressar relações gerais numéricas em termos simbólicos é algo muito poderoso”. Um exemplo à página 2 desta referência ilustra esta afirmação. Nele, o autor explora o resultado da adição de três números consecutivos onde leva o aluno a perceber que tal resultado é igual ao múltiplo de 3. No inicio é exposto uma figura com vários resultados da adição de três números consecutivos, e em principio, o aluno pode pensar que o resultado é sempre um número par, mas na última soma da figura fica claro que tal afirmação é falsa.

Figura 3 – Soma de três números Consecutivos

$1+2+3=6$	$7+8+9=24$
$3+4+5=12$	$9+10+11=30$
$49+50+51=150$	$22+23+24=69$

Fonte - Doug French (2002, p.2)

Com os resultados da figura o aluno pode suspeitar que a soma de três números consecutivos, é um múltiplo de três. Ele pode tomar outros exemplos e verificar que sua suspeita tem fundamento, mas como ter certeza que ela é verdadeira? Desta forma, para verificar que a suspeita do aluno está correta é preciso recorrer aos argumentos algébricos.

Chamando de n qualquer número natural, seu sucessor será (n+1) e consequentemente o sucessor de (n+1) será (n+2). Obtemos assim três números consecutivos, n, (n+1) e (n+2). Adicionando estes três números obtêm-se: $n + (n+1) + (n+2) = n + n + 1 + n + 2 = 3n + 3$. O resultado da soma, $3n + 3$, mostra que ao somar três números consecutivos obtemos um número múltiplo de três. Esta é uma prova algébrica do fato levantado inicialmente. Entretanto, podemos aproveitar para outras descobertas interessantes. Por exemplo, ao voltarmos para os exemplos na figura 3 e observamos novamente os resultados podemos perceber outra propriedade. Podemos verificar que o resultado final é igual ao triplo da segunda parcela, pois, $3n + 3 = 3(n+1)$. É fácil explicar estas propriedades para os alunos sem recorrer à álgebra, mas isso seria apenas por observação de exemplos distintos, e a prova matemática necessita de argumentos algébricos que envolvem abstração e representação simbólica do caso geral.

Como responder a questão "para que estudar álgebra" levantada pelos alunos? Para Doug French, (2002, p.3) há duas razões gerais que podem ser defendidas para se aprender álgebra: "A primeira é que aprender álgebra é muito útil e segunda é que ela é interessante".

Útil, pois ela ajuda no desenvolvimento de varias ciências, como a física e a química, e também está presente na engenharia e na computação. Mas isso não deve confortar o aluno, pois não são todos que irão tender para essas áreas.

A segunda, de uma maneira menos direta, o ensino da álgebra proporciona um valioso desenvolvimento de habilidades e de pensamentos, tornando o aluno mais rigoroso em suas argumentações, e também pode oferecer ao aluno uma visão maior sobre os acontecimentos da sociedade. Dentro do currículo escolar, a álgebra é desenvolvida na maioria das vezes como uma técnica para resolver problemas do cotidiano, em geral envolvendo números e equações, e por isso, o estudo da álgebra ajuda o aluno a se tornar uma pessoa melhor informada sobre questões sociais e suas interpretações.

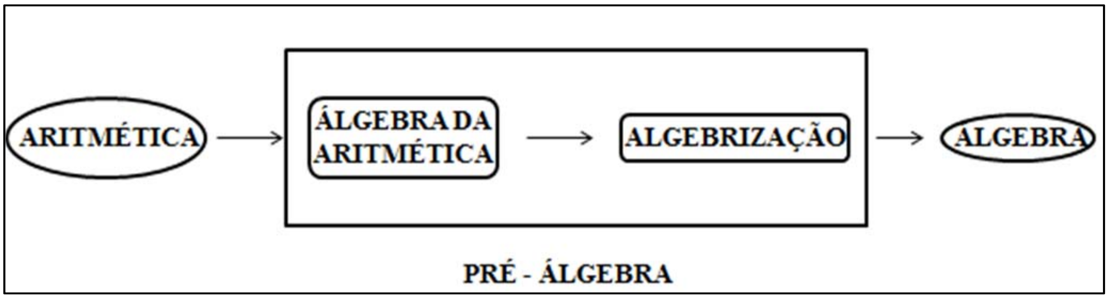
1.3 Como se processa o ensino da álgebra?

O ensino da álgebra no ensino fundamental deve proporcionar e possibilitar ao aluno a construção do próprio conhecimento através de situações problemas, e com isso poder dar significado à linguagem simbólica na modelagem de situações, aos conceitos matemáticos e aos procedimentos da técnica algébrica, que vêm das estruturas dos campos numéricos. Espera-se que o aluno possa obter um avanço em relação às diferentes interpretações das letras. Os contextos dos problemas devem ser diversificados para que o aluno tenha a oportunidade de construir suas representações algébricas e traduzir determinados problemas por meio de equações, de identificar parâmetros, incógnitas e variáveis, desenvolvendo técnicas para a resolução de equações.

Doug French (2002, p.4) acredita, "existir um consenso extremamente amplo em todo o mundo sobre o conteúdo de álgebra no currículo nas escolas", embora não haja consenso sobre uma sequencia de temas a serem ensinados. No entanto, percebemos que o ensino da álgebra se processa desde os anos iniciais do ensino fundamental, partindo das primeiras noções de aritmética, até o nível de abstração próprio da linguagem e técnicas da álgebra. Durante o processo de ensino a passagem entre a aritmética e a álgebra dos últimos anos ocorre por meio de uma transição que é reconhecido ultimamente pelo que é chamado de pré-álgebra. Os educadores matemáticos apontam a importância de uma sequência entre o pensamento aritmético e o pensamento algébrico, onde o aluno possa adquirir e dominar o conhecimento algébrico. Uma referência importante sobre a fase de pré-álgebra é Wu (ver Pimentel).

Para que o aluno possa obter resultados significativos em sua aprendizagem do conteúdo de álgebra, a transição da aritmética para álgebra, nos 6º ano (5ª série) e 7º ano (6ª série) deve proporcionar condição em que o aluno possa perceber uma ligação, ou seja, uma sequência de evolução entre os conteúdos já aprendidos. Desta forma, pode-se evitar "buracos" entre a aprendizagem da aritmética com o da álgebra. O salto em abstração que ocorre entre as operações aritméticas e o pensamento algébrico provoca vários problemas que se referem ao ensino da álgebra. Entendemos que em cada ciclo do ensino fundamental deve ser desenvolvido um raciocínio matemático adequado a seu nível, de modo que o sucesso na aprendizagem possa ser alcançado. No esquema a seguir ilustramos o nosso entendimento sobre o desenvolvimento dessas fases de aprendizagem da álgebra.

Figura 4 – Transição da aritmética para álgebra



Fonte – Próprio Autor

Para Pimentel (2010), “para transformar esse quadro e resolver esse descompasso da transição da aritmética para a álgebra, a pré-álgebra seria uma ponte ou um elo que conseguiria unir essa descontinuidade”. Desta forma entendemos que a aprendizagem algébrica não se inicia no quarto ciclo (8º Ano (7ª série) e 9º Ano (8ª série)), essa aprendizagem deve ser adquirida de forma contínua no decorrer dos anos escolares, iniciando-se nos anos do segundo ciclo e prosseguindo na fase de transição do terceiro ciclo.

No **Primeiro Ciclo** (Classe de alfabetização - 1º ano, 2º Ano e 3º Ano), o conteúdo da aritmética é iniciado, quando são trabalhadas as primeiras noções de contagem, representação por numerais, sistema posicional e os significados das primeiras operações. No **Segundo Ciclo** (4º Ano e 5º Ano), o conteúdo da aritmética deve passar a desenvolver a Álgebra da Aritmética, isto é, o aluno consolidará seu conhecimento das operações aritméticas e suas propriedades, e organizando os fatos básicos das propriedades operatórias e da natureza de números inteiros positivos, ele adquire habilidades para compreender a vantagem da matemática na resolução de problemas, desde aquelas numéricas de natureza abstrata a aplicações em problemas contextualizadas no cotidiano. Essa fase prepara o início da algebrização no **Terceiro Ciclo** (6º Ano e 7º Ano), quando o raciocínio algébrico deve ser trabalhado de maneira a culminar no conteúdo abstrato da álgebra propriamente dita nos últimos anos do Ensino Fundamental. Nesta fase, o aluno utiliza representações algébricas para expressar generalizações sobre as propriedades das operações aritméticas e regularidades observadas em algumas sequências numéricas, assim como deverá compreender a estrutura algébrica de outros campos numéricos como inteiros e racionais. Esta fase constitui uma das mais importantes na transição entre os anos elementares e os seguintes, e a dificuldade dos alunos na aprendizagem e dos professores no ensino desses temas é tema de muita pesquisa na educação matemática. No **Quarto Ciclo** (8º Ano e 9º Ano), os currículos apresentam a Álgebra, quando os alunos aprendem a trabalhar com representações algébricas e operações simbólicas em contextos generalizados de diversos campos numéricos que culminam neste ciclo com os números reais. Segundo PCN (Brasil, 1998) página 81 os objetivos de Matemática para o quarto ciclo, em relação ao pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem, devem levar o aluno a:

- "produzir e interpretar diferentes escritas algébricas – expressões, igualdades e desigualdades -, identificando as equações, inequações e sistemas".
- "resolver situações-problemas por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos".
- "observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis."

Para exemplificar como entendemos o processo contínuo de aprendizagem de Álgebra em que baseamos a nossa pesquisa, podemos retornar ao exemplo da soma de três números consecutivos, apresentado na Figura 3, página 23. Ao realizar várias somas de três números consecutivos, o aluno está desenvolvendo a aritmética. Percebendo que a soma sempre resulta em um número múltiplo de 3, o aluno desenvolve a Álgebra da Aritmética observando tal regularidade. Por fim, ao generalizar utilizando representações algébricas, o aluno está vivenciando a Algebrização.

Esse caminho de quatro ciclos percorridos de maneira contínua pelo aluno é o que entendemos como essencial para que ele possa adquirir um pensamento algébrico. Assim é necessário que o aluno vivencie essa transição, onde o pensamento algébrico não é um conteúdo e sim pensamento vivenciado, em todas as fases do ensino fundamental.

CAPÍTULO 2: METODOLOGIAS

Ao planejar as atividades para o desenvolvimento do nosso tralhado, consideramos os três aspectos levantados por Shulman (1986) como Conhecimento Pedagógico de Conteúdo, que foi discutido no Capítulo 1. Conhecendo as turmas, em que desenvolveríamos uma sequência didática, buscamos no planejamento das atividades, utilizar uma metodologia que auxilie o professor a proporcionar aos alunos um despertar para a aprendizagem coletiva, e torna-los mais autônomos.

Segundo PCN (Brasil, 1998), página 37, "naturalmente, à medida que se redefine o papel do aluno diante do saber, é preciso redimensionar também o papel do professor que ensina Matemática no ensino fundamental".

Desta forma, propomos um trabalho que possa colocar o aluno como um protagonista na construção de sua aprendizagem, fazendo com que a função do professor na sala de aula adquira novas proporções. Em nosso planejamento buscamos organizar uma sequência que torne nossos alunos protagonistas ativos e nós professores mediadores de suas ações.

Para poder planejar com esta perspectiva, estudamos duas metodologias. A primeira metodologia estudada foi a **Resolução de Problemas,** segundo a proposta do Pólya (1995) e a segunda, o chamado "**Método das Barras**" dos livros didáticos de Singapura. A seguir, descrevemos as razões que nos levaram a pesquisar estas metodologias.

2.1 Metodologia de Resolução de Problemas

George Pólya nasceu na Hungria em 1887. Estudou direito, línguas, literatura, filosofia, física e matemática. Faleceu nos Estados Unidos em 1985. Uma das mais importantes publicações se refere à heurística de resolução de problemas, tendo publicado vários textos relacionados a esse assunto. Em especial podemos destacar **How To Solve It (1957)**, com tradução em português **A arte de resolver problemas: Um novo aspecto do método matemático (edição de 1995)**. Neste, Pólya organiza o processo de resolver problemas, dividindo-o em quatro etapas fundamentais, compreensão do problema, o plano (estratégia), execução do plano e o retrospecto. Indicação sobre a biografia de George Pólya pode ser encontrado nas referências.

Ao adotar a Resolução de Problemas como metodologia para o trabalho desta dissertação, nós entendemos o seu papel e a importância para compreender como um aluno aprende a resolver um problema. Compreender este processo proporciona a nós professores os fundamentos para articular os conteúdos nas aulas, adaptando-os a diferentes situações didáticas, de modo a perceber a maneira correta de conduzir o ritmo numa sala de aula, pois os alunos devem vivenciar as etapas de resolução, como as apontadas pelo Polya.

Desta forma, entendemos que a metodologia de Resolução de Problemas é uma estratégia para planejarmos as atividades a serem executadas numa aula.

A tarefa do professor se divide em três momentos: o planejar, o executar e o avaliar. Pensamos no planejamento antes da aula, com cuidado sobre a sequencia de atividades e prevendo as possíveis atitudes e soluções dos alunos; no durante, aprendendo como os alunos enfrentam os problemas desenvolvendo ideias próprias e sabendo justificar; e no depois de cada aula, quando as etapas vividas da resolução de problemas permitem avaliar as falhas na sequencia de atividades ou analisar os erros dos alunos para servir de fundamento para o planejamento e elaboração da aula seguinte. Autores como ALLEVATO e ONUCHIC (2009) também estudam o ensino e aprendizagem de matemática através da resolução de problemas.

Entendemos ser fundamental que esta metodologia seja introduzida aos alunos de maneira a propiciar-lhes um desenvolvimento da capacidade de aprender a aprender, respeitado o tempo do aluno.

Neste trabalho, planejamos nossas aulas de maneira que o aluno vivencie esta metodologia, tornando-o mais investigativo e participativo na busca de soluções do problema, e ao encontra-las, questione-as para validar o processo de resolução, verificando se a solução ou soluções fazem sentido e satisfazem as condições do problema proposto originalmente.

No planejamento de problemas para as atividades em classe, procuramos trabalhar com destaque situações do cotidiano do aluno, que além de despertar o interesse do mesmo, acaba por proporcionar significados aos conceitos matemáticos, e desenvolver pensamentos matemáticos. Ao trabalhar com o aluno problemas relacionados ao dia-a-dia fez com que fugíssemos inicialmente de exercícios rotineiros e cheios de técnicas. Evitamos exercícios repetitivos na introdução de conceitos, pois exercícios rotineiros sem conexão com significados nos problemas podem desmotivar o aluno, porém após a construção dos significados, eles constituem atividade importante para consolidar o aprendizado.

A metodologia de resolução de problemas apresentada por Pólya (1995) consiste em trabalhar um problema desenvolvendo quatro etapas. Segundo Pólya (1995, p,3):

> "ao procurarmos a solução, podemos variar continuamente o nosso ponto de vista, a nossa maneira de encarar o problema. Temos de mudar de posição de quando em quando. É provável que a nossa concepção do problema seja muito incompleta no princípio; a nossa perspectiva é outra depois de feito algum progresso; ela é ainda mais diferente quando estamos quase a chegar à solução".

Planejamos nossa sequência didática de maneira que o aluno pudesse vivenciar essas quatro etapas dentro do seu ritmo em seu ambiente didático.

- 1ª Etapa: **Compreensão do problema**;

O primeiro contato do aluno com o problema deve ser a leitura do enunciado do problema que precisa ficar bastante claro para o aluno. Não é possível resolver um problema, responder o que foi proposto sem compreender. Antes de qualquer coisa o aluno precisar compreender a situação do problema. Segundo Polya (1995, p, 4), "O aluno precisa compreender o problema, mas não só isto: deve também desejar resolvê-lo". Cabe ao professor motiva-lo e fazer com que o aluno desperte esse desejo. Por isso, o enunciado precisa ser bastante cuidadoso para não provocar interpretações equivocadas dos dados e do requerido.

Inicialmente o aluno pode fazer uma leitura do problema por completo para conseguir entender o contexto. Após essa primeira leitura é importante que o aluno volte ao enunciado para identificar os dados fornecidos. Aqui o aluno pode iniciar uma estratégia de organização, utilizando seus conhecimentos prévios, para poder vislumbrar o que se pode fazer com os dados do problema. É importante que o aluno consiga identificar qual é a incógnita do problema, o que significam os dados e quais deles são fundamentais, ou seja, ter compreendido o que o problema quer saber e quais informações foram dadas no enunciado. Cabe ao professor proporcionar ambiente na sala de aula para que o aluno consiga questionar sobre os dados do problema; o aluno precisa aprender a fazer as perguntas certas para si mesmo sobre o problema, como:

- O que eu sei?
- Quais são os dados?
- O que eles significam?
- O que o problema quer saber?

Desta forma o aluno que explicita claramente em sua folha de resolução as respostas a estas primeiras perguntas estará dando passo fundamental na resolução do problema proposto.

- 2ª Etapa: **O plano (estratégia)**;

A boa compreensão do problema leva à busca por uma estratégia, traçar um plano que leve à solução do problema, que é passo decisivo na resolução. Isso só é possível se realmente a compreensão do problema foi alcançada. O aluno irá verificar se o solicitado pelo problema se relaciona com informações selecionadas a partir do enunciado, irá buscar no seu conhecimento e reconhecimento de propriedades dos dados as ideias que possam auxiliar na resolução. Para Pólya (1995, p, 6), "boas ideias são baseadas na experiência passada e em conhecimentos previamente adquiridos". Quanto maior for a vivencia do aluno com um tipo de situação-problema, melhores serão suas ideias para elaborar um plano, portanto as atividades de classe que consolidem os conceitos a cada nova introdução, ao longo dos anos escolares, são de fundamental importância para que os alunos possam buscar tais conhecimentos prévios. Ensino baseado no treinamento de fórmulas e procedimentos memorizados não contribui para essa busca de conteúdo familiar pelos alunos.

- 3ª Etapa: **Execução do plano**;

Nesta etapa o aluno irá executar o plano, vai colocar em prática seu planejamento de resolução. Cada passo da execução do plano deve estar muito claro para o aluno que a realiza e que deve conseguir justificá-lo, e isso é possível se o aluno tiver compreendido o próprio plano, assim como permite ao professor acompanhar o desempenho do aluno. A resolução do problema depende essencialmente do plano elaborado, mas na fase da execução o aluno deve estar preparado para usar as técnicas necessárias para obter a resposta correta, e por isso o ensino da matemática não pode deixar de lado os exercícios de fixação e de técnicas.

- 4ª Etapa: **Retrospecto (verificação)**;

Em geral, os alunos se contentam ao chegar a uma resposta na fase de execução, e partem para outro problema. Muitos professores se contentam apenas com respostas dadas pelos alunos. A avaliação neste caso fica limitada a apenas ao ponto de vista da resposta dada estar certa ou errada. Porém, a quarta etapa da resolução é uma das mais importantes para desenvolver a real aprendizagem por meio do problema que acabou de ser resolvido. A análise de erros no retrospecto é uma atividade fundamental. Erros de cálculos podem acontecer e um retrospecto de todo processo, que inclui a estratégia utilizada, é um recurso que não pode ser esquecido. A verificação do resultado obtido no contexto do enunciado do problema ajuda a consolidar a análise da estratégia, e também do uso correto das técnicas operatórias ou eventual algoritmo. Essa é uma fase muito importante da metodologia de resolução de problemas. De acordo com Pólya (1995, p,10), “se fizerem um retrospecto da resolução completa, reconsiderando e reexaminando o resultado final e o caminho que levou até este, eles poderão consolidar o seu conhecimento e aperfeiçoar a sua capacidade de resolver problemas”. No retrospecto, o aluno deve verificar cada passo que foi realizado, desta forma irá potencializar ainda mais o conhecimento adquirido. Ao realizar a análise, o aluno não deve verificar apenas as contas, mas também deve verificar se o que foi perguntado está sendo respondido e analisar se sua resposta faz sentido para a solução do problema.

2.1.1 O papel do professor na sala de aula na metodologia de Resolução de Problemas.

Utilizar a Resolução de Problemas pelo aluno dentro da classe traz desafios para o professor, que deve estar consciente das suas atitudes para não interferir no processo de aprendizagem pelo próprio aluno, não passar adiante do raciocínio sendo desenvolvido pelo aluno. Isso não é tarefa fácil para um professor acostumado com aula expositiva. Nesse sentido, a nossa pesquisa adotou o diálogo com questionamento adequado, como descrito a seguir como um recurso didático importante para compreender o valor pedagógico da metodologia de Resolução de Problemas na aprendizagem da Matemática.

- **Diálogo**

É comum o aluno apresentar dificuldades em resolver um problema. Cabe ao professor administrar tal situação. Quando o estudante não obtém resposta esperada ou ele não consegue avançar em alguma etapa da resolução, o professor pode ajudar o aluno por meio de um diálogo que possa clarear e estimular as ideias do aluno, mas não deve resolver o problema para ele. Por exemplo, quando o aluno tem dificuldades com o enunciado, ou seja, com a compreensão do problema, o professor pode propor que o aluno leia novamente o enunciado, identificando cada trecho do texto e os dados fornecidos, e que tente visualizar o problema como um todo, sem se preocupar inicialmente com a resolução que se seguirá. Um trabalho em grupo, com diálogos entre os alunos, para estudar o texto e esclarecer os dados do problema antes de partir para a montagem da estratégia, surte efeitos. O professor deve dar tempo ao aluno para se familiarizar com o enunciado. Os diálogos devem sempre ter um caráter construtivo, onde o aluno possa se beneficiar com essa discussão. O professor deve lembrar-se de que o aluno precisa resolver o problema por si com suas ideias, sendo o papel do professor sintetizar no final as conquistas de todos os alunos e sistematizar o conhecimento alcançado. Também cabe ao professor permitir que a classe compartilhe as diferentes estratégias dos alunos, organizando as análises das mesmas para, valorizar a aprendizagem pela iniciativa dos alunos.

2.2 Metodologia Modelo de Barras, segundo a Filosofia da Matemática de Singapura.

A nossa pesquisa, já descrita e discutida no Capitulo 1, sobre o desenvolvimento de aprendizagem da álgebra conduziu ao entendimento de que o aluno precisa aprender e desenvolver quatro etapas de aprendizagem fundamentais. O aluno precisa desenvolver corretamente a aprendizagem da aritmética, da álgebra da aritmética, da algebrização e por fim da álgebra.

Nosso trabalho discute a problematização do ensino da álgebra desenvolvida através do fluxo de aprendizagem destas quatro etapas: Aritmética, Álgebra da Aritmética, Algebrização e Álgebra. Observamos que ocorre, em geral, um grande problema neste fluxo, quando a passagem da aprendizagem da aritmética para a álgebra se realiza de maneira abrupta, sem passar pela álgebra da aritmética e algebrização. Como já discutido no Capítulo 1, entendemos que as duas etapas, a álgebra da aritmética e a algebrização constituem a fase da pré-álgebra, fundamental para amarrar o fluxo do desenvolvimento conceitual pelo aluno que poderá alcançar com êxito a aprendizagem da álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental.

Para resolver essa problemática do ensino da álgebra, precisamos desenvolver corretamente essa transição da aritmética para álgebra, especialmente nos anos 6º e 7º anos do Ensino Fundamental, que foram alvo da nossa pesquisa. Deste modo nossa sequência didática desenvolve essa passagem trabalhando a álgebra da aritmética e a algebrização, o que chamamos de pré-álgebra.

Assim, o foco inicial do ensino da álgebra deve contemplar a estrutura das operações com os números familiares aos alunos que iniciam o terceiro ciclo do Ensino Fundamental (6º e 7 anos), e a compreensão das propriedades das operações e seus significados faz parte da pré-álgebra. Partindo da experiência dos alunos nos anos iniciais do Ensino Fundamental, em que se utilizam destacadamente os materiais concretos, a pré-álgebra precisa resgatar este conhecimento para conduzir a um raciocínio generalizador da representação simbólica para os números e medidas de grandezas. Dessa maneira, o nosso trabalho foca dentro da Resolução de Problemas, uma estratégia de utilização de formas pictóricas que facilitam a transição da aritmética para álgebra, sob perspectiva de que modelos pictóricos são uma forma concreta de representar conceitos abstratos que constituem objetivos da aprendizagem de álgebra.

Dentro da metodologia de Resolução de Problemas já descrita no tópico anterior 2.1 como a metodologia do nosso trabalho, procuramos introduzir nas estratégias de resolução uma metodologia que fizesse esse papel de transição entre a aritmética e a algebrização por meio da álgebra da aritmética.

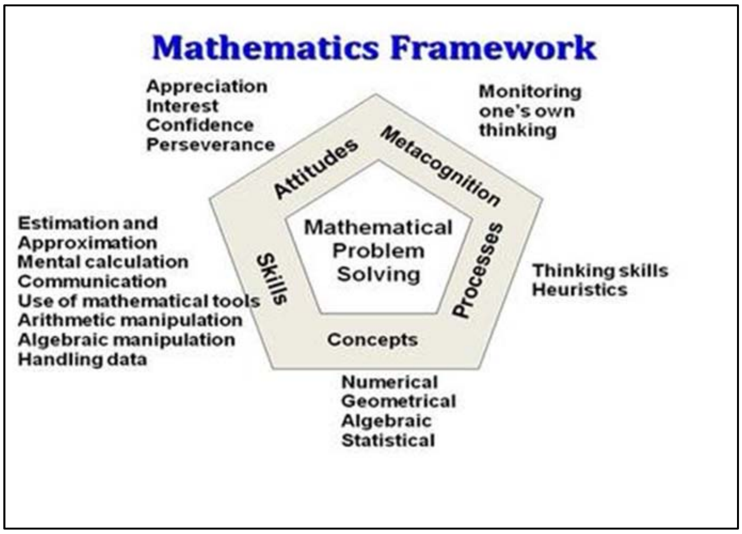
Em nossos estudos encontramos a chamada Matemática de Singapura que não é apenas uma metodologia, mas sim uma filosofia de ensino adotada em Singapura, que tem como metodologia central a Resolução de Problemas, e que promove a aprendizagem de conceitos matemáticos utilizando uma técnica de representação pictórica de dados de um problema, que é conhecida como metodologia de Modelo de Barras, visada como sucesso entre os educadores que a adotam no ensino da matemática elementar. Muitas vezes a Matemática de Singapura é confundida com o próprio Modelo de Barras, o que não corresponde ao real significado da proposta dos livros textos das escolas de Singapura que seguem uma orientação curricular fundamentada, em que o Modelo de Barras constitui uma das técnicas principais de ensino Baldin (2013).

Segundo Hoven e Garelick (2007), essa filosofia está sendo importada e adotada por diversos países, por exemplo, Estados Unidos e Israel. Os livros didáticos de matemática de Singapura estão sendo traduzidos para o hebraico e implementados em cerca de 8% das escolas israelenses. Nos Estados Unidos mais de 600 escolas adotaram o Modelo de Barras, aumentando o rendimento de seus alunos em exames internacionais, e seus professores apreciam-no por sua abordagem simples e eficaz, chamado por alguns educadores como o método milagroso.

Importar uma filosofia não foi o foco do nosso trabalho, já que para isso acontecer seria necessário considerar uma mudança curricular e implantá-la em todos os ciclos do ensino fundamental, e não apenas no 7º Ano (6ª série), série onde o trabalho foi desenvolvido.

Afigura abaixo mostra a filosofia que existe na construção da Matemática de Singapura.

Figura 5 – Matemática de Singapura



Fonte - http://lysigrey.wikispaces.com/Mathematics+Framework

Observamos que a metodologia de Resolução de Problemas está no centro desta proposta curricular, e o ensino da álgebra que é o foco de nossa dissertação aparece como um dos conhecimentos conceituais da Matemática.

Segundo Baldin (2013):

> "a Matemática de Singapura não pode ser pensada sem levar em consideração como um todo, além do desenho das atividades constantes nos livros didáticos, o fluxo do desenvolvimento conceitual da matemática, o fluxo da capacidade de pensamento dos alunos começando nos primeiros anos do ciclo elementar, e principalmente a educação inicial e continuada de professores, com conhecimento sólido da matemática e domínio dos significados da metodologia própria da Matemática de Singapura."

É este fluxo do desenvolvimento conceitual da matemática que o nosso trabalho busca acompanhar; queremos através da filosofia de ensino presente na Matemática de Singapura, trabalhar suas metodologias de Modelo de Barras dentro da nossa concepção de Resolução de Problemas como descrita no parágrafo 2.1. Com a utilização da representação pictórica planejou-se desenvolver a transição da aritmética para álgebra, procurando propiciar ao aluno o processo de abstração.

As principais características da Matemática de Singapura são, segundo Baldin (2013):

- Abordagem de aprendizagem: Concreto → Pictórico → Abstrato;
- Estímulo ao processo de pensamento ativo, comunicação de ideias matemáticas e resolução de problemas;
- Desenvolvimento de fundamentos que os alunos necessitarão para a matemática mais avançada;
- Ênfase no exercício mental dos conceitos de matemática por meio da abordagem pelo modelo pictórico;

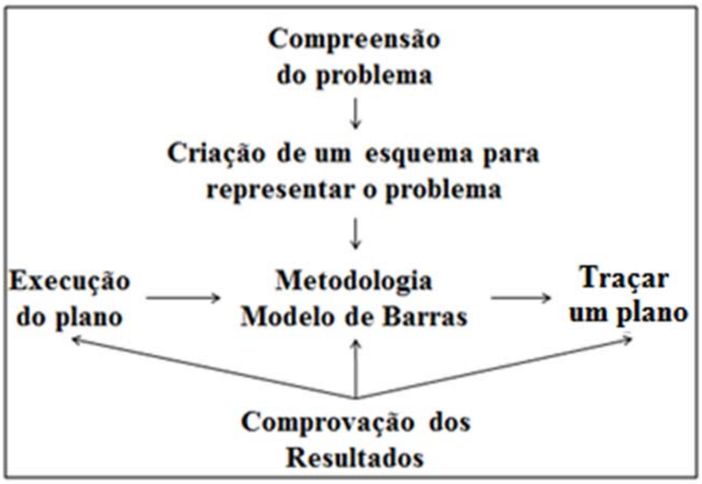
Dentro da Metodologia de Resolução de Problemas, a Matemática de Singapura enfatiza em nível do Ensino Fundamental:

- O desenvolvimento de raciocínio sobre a relação Parte-Todo e Comparação;
- A visualização pictórica na passagem entre o Concreto e a Abstração.

Deste modo, a metodologia de Resolução de Problemas junto com a estratégia de resolução por meio do Modelo de Barras foi a base da preparação da nossa sequência didática para trabalhar a problemática da pré-álgebra.

No esquema abaixo, representamos a maneira como entendemos que a integração das metodologias deva ocorrer:

Figura 6 – Integração entre as metodologias



Fonte – Próprio Autor

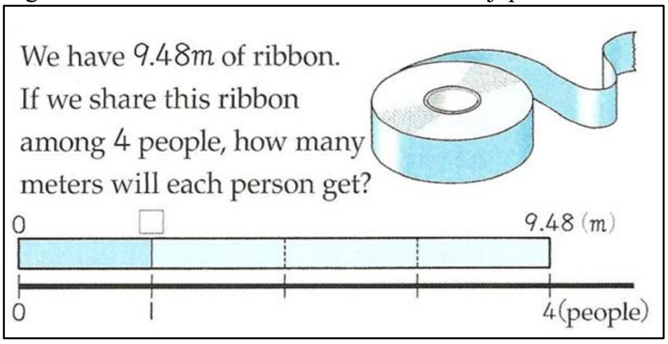
A seguir descrevemos o nosso estudo da Metodologia do Modelo de Barras.

Esta metodologia aparece como uma boa ferramenta para fortalecer os conceitos aritméticos dos alunos e ajudar a entrar mais facilmente na aprendizagem da álgebra, pois, além de ensinar o aluno a resolver problemas aritméticos, ela também ajuda a compreender a representação simbólica, estimulando o desenvolvimento do raciocínio algébrico.

Gostaríamos de esclarecer que a metodologia do Modelo de Barras não é exclusivamente da Matemática de Singapura, como podemos ver abaixo que o trabalho com barras acontece nos livros didáticos do Japão, e também no Brasil.

Na figura abaixo temos um exemplo retirado de um livro didático japonês, Mathematics for Elementary School 4b, onde é utilizado este modelo.

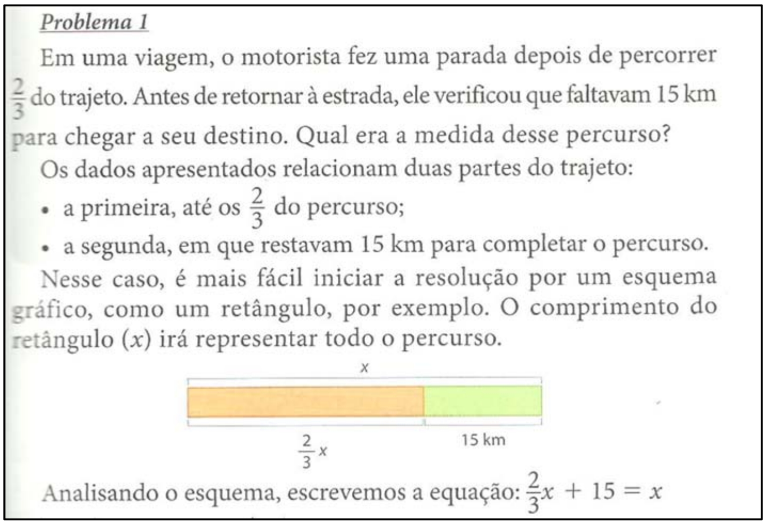
Figura 7- Modelo de Barras no livro didático japonês



Fonte: Mathematics for Elementary School página 69.

Na literatura brasileira, podemos encontrar exemplos de proposta de ensino por meio de visualização pictórica de vários autores, corroborando a ideia de que esta estratégia de ensino é bastante natural. A Figura seguinte ilustra um exemplo do encontrado no projeto Araribá Matemática da editora Moderna.

Figura 8 – Modelo de Barras no livro didático Araribá Matemática



Problema 1

Em uma viagem, o motorista fez uma parada depois de percorrer $\frac{2}{3}$ do trajeto. Antes de retornar à estrada, ele verificou que faltavam 15 km para chegar a seu destino. Qual era a medida desse percurso?

Os dados apresentados relacionam duas partes do trajeto:

- a primeira, até os $\frac{2}{3}$ do percurso;
- a segunda, em que restavam 15 km para completar o percurso.

Nesse caso, é mais fácil iniciar a resolução por um esquema gráfico, como um retângulo, por exemplo. O comprimento do retângulo (x) irá representar todo o percurso.

Analisando o esquema, escrevemos a equação: $\frac{2}{3}x + 15 = x$

Fonte - Editora Moderna.

Desta forma, estamos reforçando que o modelo de barras para trabalhar problemas não é exclusivo da Matemática de Singapura, tampouco podemos dizer que foi desenvolvida por eles. Mas a metodologia de trabalho desta abordagem na Matemática de Singapura é que foi adotada e utilizada no nosso trabalho, para que possamos aproveitar o potencial pedagógico da mesma.

A metodologia do Modelo de Barras é muito importante e útil para os alunos na resolução de problemas que envolvem **comparações, parte-todo, razões e proporções** fazendo com que os alunos possam aprimorar seus conhecimentos anteriores da aritmética, e adquirirem novos olhares para a abstração da álgebra que virá nos anos seguintes.

Um exemplo que mostra um problema que envolve **comparações** é o problema que fez parte da nossa sequência didática.

Atividade 2: Pedro e Maria são irmãos e estão de férias escolares. Para se divertirem durante as férias eles resolveram ir ao shopping para fazer algumas compras.

a) Em um primeiro momento Maria comprou um livro no valor de R$ 17,00 e um Kit de Colorir de R$ 8,00. Já Pedro comprou uma bola no valor de R$ 14,00 e um DVD. Se ambos gastaram a mesma quantia neste primeiro momento, quantos reais Pedro gastou no DVD? Mostre o seu raciocínio.

b) Em um segundo momento, Maria comprou um estojo de maquiagem pagando R$ 10,00 e três CDs. Pedro comprou materiais para fazer pipas gastando um total de R$ 13,00 e uma revista no valor de R$ 6,00. Novamente eles gastaram o mesmo valor. Quanto Maria pagou por cada CD neste segundo momento, sabendo que os CDs possuem o mesmo preço? Mostre o seu raciocínio.

Nos itens do problema, é solicitado aos alunos uma comparação entre os gastos de Maria e Pedro.

Como exemplo de um problema que envolve uma relação **parte-todo**, temos:

Atividade 5: Uma loja de produtos de beleza está vendendo um Kit com três produtos, sendo um perfume, uma colônia e um desodorante. O Kit é vendido por R$ 80,00. O preço do perfume é o triplo do preço do desodorante. Já o preço da colônia é R$ 17,00 a mais que o preço do perfume. Qual o valor de cada produto deste Kit?

Para trabalhar um problema que envolve **razão e proporção** temos o segundo problema da avaliação diagnostica.

Problema 2: Júlio tem um carro com tecnologia flex fuel (pode ser abastecido com gasolina ou álcool ou uma mistura dos dois combustíveis). No último abastecimento, Júlio colocou álcool e gasolina na **proporção** de 1 para 4. Júlio abasteceu 45 litros de combustível.

a) Quantos litros de gasolina e quantos litros de álcool, Júlio colocou no tanque?

b) Com essa mistura o carro de Júlio anda 13 km por litro. Quantos quilômetros são possíveis de andar com esses 45 litros?

c) Quando Júlio foi abastecer, o preço da gasolina estava R$ 2,59 o litro, enquanto o preço do álcool estava R$ 1,59 o litro. Quantos reais, Júlio gastou neste abastecimento, mantendo a quantia de 45 litros?

Na descrição das atividades no Capitulo 3 serão apresentados os desenvolvimentos na sala de aula dos exemplos acima como as demais atividades.

O modelo de barras é uma metodologia que possui uma estrutura lógica e muito coerente, totalmente adaptável ao nosso currículo, pois com ela o professor pode focar as habilidades necessárias e essenciais para o sucesso no aprendizado da álgebra. Além de desenvolver o pensamento algébrico, ela proporciona um esquema para que os alunos possam desenvolver um domínio técnico, aliando à compreensão do problema, e respondendo dúvidas frequentes, como: "porque o número muda de lado e troca a operação?".

Outra vantagem do Modelo de Barras na resolução de problemas é que o registro da resolução é realizado e mantido, desde a identificação dos dados, interpretação das hipóteses do problema, o desenrolar da estratégia, assim como a resposta final, permitindo investigar cada etapa da resolução de problemas e a compreensão das ações realizadas para se chegar ao resultado.

A interpretação dos dados e da incógnita representada por meio de barras permite realizar a transição da aritmética para a álgebra, pela facilidade de passar da representação por barras para uma simbologia algébrica. O aluno pode representar um determinado problema pictoricamente através do modelo de barras e fazer a transição interpretando essa representação utilizando posteriormente símbolos algébricos. O aluno pode assim resgatar conceitos de aritmética e depois adquirir nova forma de expressar, como subisse uma escada, degrau por degrau.

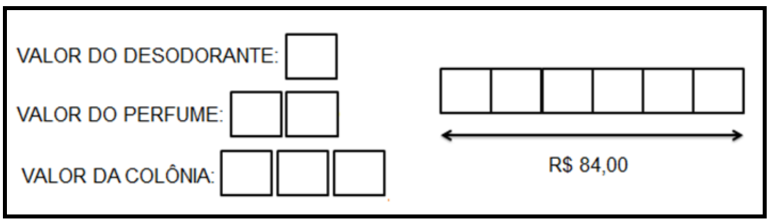
Vejamos um exemplo:

Problema: Uma loja de produtos de beleza está vendendo um Kit com três produtos, sendo um perfume, uma colônia e um desodorante. O Kit é vendido por R$ 84,00. O preço do perfume é o dobro do preço do desodorante. Já o preço da colônia é o triplo do preço do desodorante. Qual o valor de cada produto deste Kit?

Este problema pode ser facilmente trabalhado com alunos da 6º ano (5ª série) e ser resgatado no ano seguinte nas turmas do 7º ano (6ª série), para poder comparar as situações problema com interpretações pertinentes, de modo a facilitar a introdução da simbologia algébrica num contexto já familiar ao aluno.

No sexto ano este problema poderia ser representado pelo aluno da seguinte maneira:

Figura 9 – Representação do problema com Modelo de Barras 6º ano

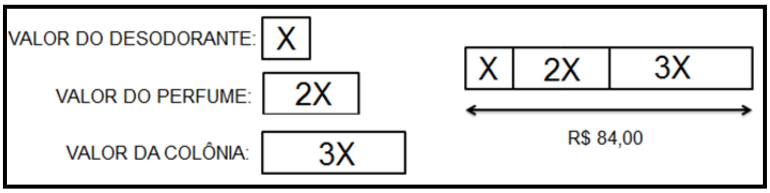


Fonte - Próprio Autor.

Desta maneira fica evidente a interpretação do aluno, sendo possível representar geometricamente o valor de cada produto contido no kit. A solução de aluno fica organizada e facilita a apresentação para os demais colegas pelos próprios alunos.

No ano seguinte, sétimo ano, o aluno poderia começar a utilizar símbolos, obtendo sucesso nessa transição.

Figura 10 – Representação do problema com Modelo de Barras 7º ano



Fonte - Próprio Autor.

A metodologia do Modelo de Barras se encaixa na segunda etapa da metodologia de Resolução de Problemas. Nesta etapa é preciso que o aluno encontre um plano, ou seja, desenvolva uma estratégia para solucionar o problema. O modelo de barras é uma ótima alternativa para resolver problemas, pois ela representa de forma pictórica a situação problema, com os dados interpretados de modo a permitir a visualização global do problema.

A integração das duas metodologias em aulas foi fundamental no nosso trabalho, pois percebemos que o aluno pode desenvolver um pensamento algébrico diferenciado e aprofundar em tópicos da álgebra do ensino fundamental, com sua compreensão indo além das técnicas de cálculo algébrico e das equações.

A nossa pesquisa permitiu integrar e conduzir as duas metodologias, o que nos proporcionou observar que, de fato, os alunos puderam desenvolver os conhecimentos por si, apresentando e registrando as resoluções individuais na lousa e com debates para fazer o fechamento das atividades.

Trabalhar com uma nova metodologia não é uma tarefa fácil. Acima destacamos as vantagens pedagógicas que ela poderia proporcionar. Mesmo recebendo elogios de educadores de todo o mundo, a metodologia do Modelo de Barras pode receber resistência por parte de professores, porque possui um ritmo mais lento na sala de aula, devido à oportunidade de envolver a aprendizagem de cada um dos alunos e aparentemente retardar o avanço na exposição de conteúdos curriculares. Porém o ganho no resultado da aprendizagem se revela muito compensador. O aprendizado mais lento, mas no seu ritmo e com significado, proporciona ao aluno adquirir uma base mais sólida, facilitando assim o aprendizado futuro de conceitos mais avançados de maneira mais rápida.

A nossa reflexão neste trabalho é que não basta querer utilizar uma nova metodologia e achar que ela vai ser a solução para os problemas do ensino da álgebra. É de extrema importância a percepção de que é necessário adaptá-la ao ambiente didático, inclusive para atender à cobrança de cumprimento de cronogramas da escola. Toda metodologia inovadora exige tempo para professor e alunos se adaptarem. Os professores que estão acostumados a transmitir o conteúdo através de exercícios repetitivos que não estimulam os alunos encontrarão dificuldade em vivenciar uma mudança de paradigma radical dentro da sala de aula. Por outro lado, alunos acostumados a receberem passivamente os conhecimentos passados linearmente pelo professor terão dificuldade em assumir papel ativo na aprendizagem. Tais mudanças foram desafios para nossa pesquisa.

Entretanto a observação de que os alunos se sentem desmotivados por não participarem ativamente das aulas e isso causa desinteresse em aprenderem conteúdos novos mostra que o caminho para a melhoria do ensino e aprendizagem é realmente de pesquisar novas metodologias e inovar a sala de aula. Esta dissertação é baseada nessa reflexão.

CAPÍTULO 3: DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES

Neste capítulo descrevemos a preparação do material e das atividades desenvolvidas na introdução do conteúdo da álgebra nos alunos de duas turmas do 7º ano (6ª série) de um colégio particular de Campinas – SP, Instituto Educacional Estilo. O colégio se localiza no bairro Jardim Nova Aparecida que faz parte do distrito de Nova Aparecida, um dos quatro distritos de Campinas que fica aproximadamente 10 minutos do centro da cidade. O distrito faz divisa com as cidades de Sumaré e Hortolândia, assim o colégio recebe alunos destas cidades também.

O colégio foi fundado em 1994. Denominava-se Escola de Educação Infantil (Sonho Meu) e oferecia apenas turmas de Educação Infantil. Após seis anos de muito trabalho e a pedido de vários pais, o colégio iniciou o Ensino Fundamental I, com turmas da 1ª a 4ª série (2º ao 5º ano). Com os alunos concluindo o Ensino Fundamental I, o colégio abriu sua segunda Unidade em 2000, implementando o Ensino Fundamental II, turmas da 5ª a 8ª série (6º ao 9º ano). Novamente, com a formatura desses alunos no Ensino Fundamental II, o colégio conseguiu uma autorização para iniciar turmas do Ensino Médio em 2009.

As aulas em que foram aplicadas as atividades desta Dissertação foram ministradas no período da manhã, em duas turmas do 7º ano (6ª série). A turma A tinha 20 alunos, e a turma B 17 alunos, com a idade dos alunos entre 11 e 12 anos. Os alunos das duas turmas já haviam trabalhado com o autor desta dissertação no 6º ano (5ª série).

As atividades foram desenvolvidas para trabalhar as competências curriculares em relação ao conteúdo de álgebra do 7º ano (6ª série) segundo o PCN (Brasil, 1998) e para auxiliar o desenvolvimento do cronograma seguindo o livro didático adotado pelo colégio, o livro **A conquista da Matemática 7º Ano**, Autores Giovanni; Castrucci e Giovanni Jr.

As competências do conteúdo de álgebra para o terceiro ciclo segundo PCN (Brasil,1998) página 64 é:

- Reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problemas e favorecer as possíveis soluções;

- Traduzir informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, generalizando regularidades, e identificar os significados das letras;
- Utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico

As atividades foram preparadas de acordo com as necessidades e dificuldades dos alunos e também para cumprir o cronograma programático das competências curriculares do 7º ano (6ª série).

Deste modo estas foram planejadas por etapas. As etapas seguiram o modelo de execução atividade por atividade, de acordo com os objetivos de conteúdo a ser alcançado, sem se submeter a um cronograma mínimo para sua execução. A justificativa para tal flexibilidade se deve ao fato do trabalho não estar focado no cumprimento de uma carga horária, mas sim no acompanhamento da metodologia adotada que visa essencialmente a aprendizagem dos alunos.

A álgebra é um dos conteúdos mais importantes da matemática e em geral os alunos apresentam muitas dificuldades. Essas dificuldades dos alunos são mais acentuadas na transição da aritmética para a álgebra, o que foi descrita como Pré-Álgebra no Capitulo 2. A grande dificuldade dos alunos nos 8º e 9º anos (7ª e 8ª série) e também apresentada por alunos do ensino médio nos faz refletir que existe um problema na maneira com que este conteúdo é introduzido para os alunos nos anos/séries da transição (6º e 7º anos/ 5ª e 6ª séries). Por isso, as atividades foram trabalhadas nas turmas de 7º ano.

Neste Capitulo iremos apresentar 6 (seis) atividades que foram desenvolvidas na nossa pesquisa visando auxiliar esta transição, organizadas em uma sequencia, segundo a qual o aluno pudesse ir aperfeiçoando o que tivesse aprendido na atividade anterior.

Todas as atividades estão disponibilizadas como apêndice desta dissertação.

As seguintes atividades foram trabalhadas em sequência.

1 - Atividade Fazendo Compras.

2 - Atividade Pedro e Maria.

3 - Atividade Equacionando Parte [A].

4 - Atividade Equacionando Parte [B].

5 - Atividade Kit Produto de Beleza.

6 - Atividade As Quatro Etapas de Uma Viagem.

Conforme já descrito as atividades foram planejadas para introduzirmos novas metodologias de trabalho no ambiente didático, tanto da parte dos alunos como do professor. Queríamos utilizar duas metodologias, sendo primeira a de Resolução de Problemas como estratégia de condução do processo de ensino e aprendizagem, e a segunda a metodologia do Modelo de Barras, segundo a filosofia da Matemática de Singapura, trabalhada como estratégia dentro do processo de Resolução de Problemas.

Com a metodologia de Resolução de Problemas buscamos uma nova postura dos alunos para resolver as atividades, pois a nossa proposta é propor uma nova dinâmica em sala de aula, com a participação ativa dos alunos na execução das tarefas. Buscamos integrar a metodologia de Modelo de Barras na Resolução de Problemas para auxiliar a etapa de entendimento dos alunos sobre as situações problema das atividades. Em seguida, a visualização do modelo matemático por meio de barras auxilia a elaboração e a especulação das estratégias, e a resolução propriamente dita. Assim, as atividades propostas foram planejadas de modo a potencializar as metodologias, com enunciados e situações problema apropriados.

Fazer matemática significa que os alunos, ao resolver problemas, saibam expressar-se com explicação detalhada de todos os passos que o levaram a solucionar a questão, com justificativas fundamentadas. A metodologia do Modelo de Barras é muito adequada para isso, pois, através de representações pictóricas o aluno tem um instrumento que registra todo seu entendimento do problema, facilitando enxergar a justificativa para as estratégias de operação ou algoritmos que utilizou na resolução.

Após cada atividade, a pesquisa desta dissertação prosseguiu com uma análise de todo o procedimento de aplicação na aula, e de fatos observados de como os alunos corresponderam a determinadas partes da atividade, com reflexões sobre se o objetivo da atividade foi alcançado.

Cada atividade seguinte foi então planejada e proposta com base na análise da atividade anterior. As análises das atividades são apresentadas nos tópicos 3.1 ao 3.6, em que nós descrevemos as realizações das atividades e suas avaliações.

O processo de “aplicar uma atividade”, depois “analisar os resultados obtidos pelos alunos”, e seguir para “ planejar a próxima atividade” ocorreu em todas as atividades até concluirmos as seis atividades.

Durante as aulas em que as atividades foram desenvolvidas, não mencionamos explicitamente aos alunos os nomes ou significados das metodologias, tampouco a finalidade do material concreto distribuído na primeira atividade. É de nosso entendimento que tais conceitos não são conteúdos a serem apropriados pelo aluno, mas sim devem ser do conhecimento e domínio do professor. As metodologias têm a finalidade de permitir que o aluno descubra por si a finalidade dos materiais durante sua própria ação de resolver o problema.

Os alunos desenvolveram cada uma das atividades apresentadas por meio de folhas atividade preparadas, e foram orientados a ter cuidado na ordem das etapas de Resolução de Problemas, previsto no planejamento.

As atividades foram desenvolvidas em três momentos.

No **primeiro** momento, foi entregue a cada aluno a folha de atividade e solicitado que fosse resolvido os problemas propostos pela atividade, utilizando um tempo limitado para cada atividade. O tempo para esse momento varia de acordo com a atividade, sendo especificado nos tópicos 3.1 a 3.6 para cada uma delas.

No **segundo**, a resolução da atividade na lousa foi realizada essencialmente pelos alunos, quando um(a) aluno(a) ia à lousa para apresentar e explicar sua ideia e solução para os colegas da turma. Quando havia mais de uma abordagem, seus autores também tinham chance de apresentar.

Por fim, no **terceiro** momento, se realizou o debate e fechamento das resoluções, quando os alunos colocam suas opiniões sobre a resolução da atividade, avaliando-a para validar. Fazem seus questionamentos sobre o que foi exposto pelos alunos no segundo momento. Nesta etapa, o professor interveio somente quando não houve um acordo entre os alunos, e essa intervenção ocorreu na forma de um diálogo que levasse os alunos a perceberem eles mesmo os erros e também a solução correta.

Apresentaremos a seguir as Atividades, com seus respectivos **planejamento** das atividades, **enunciados**, o **objetivo**, o **cronograma** planejado para a atividade, o **desenvolvimento** no ambiente didático e a **análise** das atividades.

3.1 Atividade Fazendo Compras

Planejamento da Atividade: Motivação, justificativa e expectativa.

Ao iniciar o planejamento de atividades, tivemos alguns cuidados ao escolher a primeira atividade, pois esta daria início a uma nova dinâmica de trabalho no ambiente didático. Dinâmica que os alunos não tinham contato até o momento. Não poderíamos simplesmente escolher uma atividade e aplica-la na classe, a atividade teria que estar fundamentada nas metodologias escolhidas na nossa pesquisa: Resolução de Problemas e Modelo de Barras, segundo os princípios da Matemática de Singapura.

Desta forma, escolhemos uma atividade com exercícios que os alunos já tinham familiaridade em anos anteriores, 5º e 6º anos, para podermos realizar o resgate dos conhecimentos nestes exercícios, assim como começar a introduzir uma nova filosofia de trabalho na sala de aula.

Fazer a transição da aritmética para a álgebra não é uma tarefa fácil, já nos capítulos anteriores citamos a importância de realizar essa transição.

Ao planejar a atividade, pensamos na sua importância para os alunos, pois nela queríamos trabalhar a transição da aritmética para a álgebra através da nova dinâmica de aprendizagem para eles.

Esperávamos que ao final da atividade os alunos pudessem ter compreendido as metodologias e a dinâmica de trabalho na qual eles participariam diretamente do desenvolvimento na sala de aula.

Um objetivo específico foi a compreensão do significado matemático do conceito de igualdade entre as medidas ou quantidades, conseguindo estabelecer relações de comparação entre expressões matemáticas que as representem.

O tema da atividade se encaixa no conteúdo do livro adotado pela escola, **A conquista da Matemática 7º Ano**, Autores Giovanni; Castrucci e Giovanni Jr, de modo que o conteúdo programático (7º ano (sexta série)) da atividade está de acordo com o currículo e o cronograma do colégio assim como os Parâmetros Curriculares Nacionais.

Enunciado da atividade: Pedro foi a feira e comprou 1,5 kg de batatas, 1,2 kg de cenouras, 1,3 kg de pimentões e 1,4 kg de feijões.

a) Se todos os alimentos fossem colocados juntos em uma mesma sacola, quantos quilogramas foram colocados nesta sacola?

b) Se colocou a batata e o pimentão juntos na sacola A, a cenoura e o feijão na sacola B, quantos quilogramas foram colocados em cada sacola?

c) utilizando o sinal de <, = ou >, escreva uma relação entre os pesos colocados nas sacolas A e B no item (b).

d) Se colocou a cenoura e o pimentão na sacola A, a batata e o feijão na sacola B, quantos quilogramas foram colocados em cada sacola?

e) utilizando o sinal de <, = ou >, escreva uma relação entre os pesos colocados nas sacolas A e B no item (d).

f) Se colocou a batata e a cenoura na sacola A, o pimentão e o feijão na sacola B, quantos quilogramas foram colocados em cada sacola?

g) utilizando o sinal de <, = ou >, escreva uma relação entre os pesos colocados nas sacolas A e B no item (f).

h) No outro dia Pedro comprou 1,6 kg de tomates, 1,8 kg cenouras, 1,5 kg de maçãs, e certa quantidade de laranjas. Se forem colocados em uma mesma sacola A o tomate e a cenoura e em outra sacola B as maçãs e as laranjas, quantos quilogramas de laranjas Pedro comprou sabendo que as duas sacolas possuem o mesmo peso?

i) Ainda num outro dia Pedro comprou 3,5 kg de arroz, 2,1 kg de ervilhas, 1,6 kg de milhos e latas de palmito com 0,5 kg cada. Se ele colocou em uma sacola A o arroz e a ervilha e em outra sacola B o milho e as latas de palmito, quantas latas de palmito Pedro comprou se as duas sacolas possuem o mesmo peso?

Cronograma: A atividade foi planejada para quatro aulas de 50 minutos cada, em que programamos os itens (a) a (c) na primeira aula; (d) a (g) na segunda aula; o item (h) na terceira aula; e o item (i) na quarta aula.

Reflexões para planejar a atividade: Os alunos estão acostumados a resolverem exercícios deste tipo em uma única aula de 50 minutos, muitas vezes em até menos tempo, pois estão acostumados a apresentar apenas os resultados dos cálculos, sem fazer registro de suas resoluções ou de suas justificativas. Também não estão habituados a ter a oportunidade de mostrar suas resoluções para os demais alunos da turma, e participar de debates sobre as estratégias para o desenvolvimento da atividade. Esta visão mostra a diferença entre utilizar a aula para fazer exercícios de cálculo e utilizar a aula para desenvolver a capacidade de entender e resolver problemas de forma compartilhada.

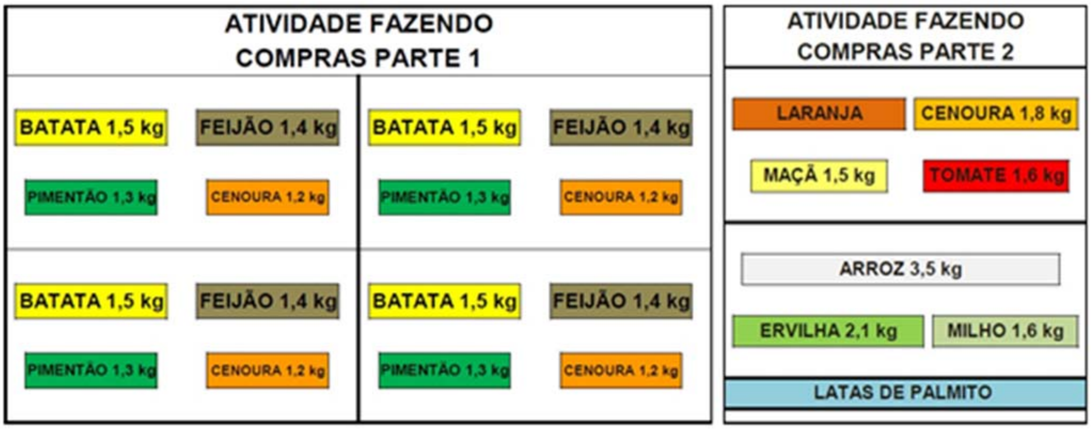
Lembramos que a mudança desejada na classe, tema de nossa pesquisa, tem o objetivo de fazer o aluno participar diretamente no desenvolvimento da aula, e a nova dinâmica na condução da aula por parte do professor deverá promover um aprendizado tanto para os alunos como para o professor, isto é, o aprendizado se torna uma via de mão dupla.

Logo, ao planejar a atividade tomamos cuidado de imaginar previamente os questionamentos e os procedimentos que o professor irá adotar na condução da nova aula. Para introduzir nova sistemática de trabalho, escolhemos trabalhar três itens que resgatariam conhecimento familiar aos alunos, isto é, a soma entre números decimais e a comparação entre números decimais, conteúdos trabalhados em anos anteriores. Previmos 20 minutos para esta parte, planejando o restante de tempo da aula para conduzir a aula que foi dividida em três momentos: resolução individual (20 minutos) que envolve o resgate de conhecimento, apresentação das resoluções, eventualmente diferentes, na lousa (20 minutos) e debate/fechamento (10 minutos).

Com esta visão da metodologia de resolução de problemas na condução de uma aula de 50 minutos, fica claro que os nove itens seriam demasiados para serem trabalhados adequadamente.

Material concreto: Formado por peças retangulares recortados em papel cartolina de 1 cm de largura cada peça e comprimento variável de acordo com a massa. Cada 0,1 kg é representado com 0,25 cm do comprimento. As peças representam os produtos citados no enunciado da atividade. Também foi elaborado um material em tamanho maior para ser trabalho na lousa, com 5 cm de largura e cada 0,1 kg representado por 1,5 cm do comprimento da peça retangular. Outras medidas podem ser usadas desde que sejam proporcionais no modelo de barra, segundo escala correta.

Figura 11 – Material Concreto Atividade 1



Fonte - Próprio Autor

Expectativas antes da aula: Prevemos que o aluno iria encontrar inicialmente dificuldades em registrar suas resoluções e em utilizar o material concreto como auxiliar para apoiar o raciocínio. Também se esperava que o aluno não se sentisse à vontade em ir até a lousa para expor sua resolução. É nesses momentos que a ação do professor será fundamental para que a aula no novo formato alcance seus objetivos.

Objetivo Matemático da Atividade:

- Traduzir corretamente a linguagem do enunciado do problema para uma linguagem matemática;
- Aplicar corretamente as operações com números decimais;
- Associar a ideia de “juntar” à operação de adição de números decimais;
- Associar a ideia de “quanto falta” à operação de subtração de números decimais;
- Usando os sinais =, < ou >, comparar dois números decimais;
- Identificar sentenças que expressam igualdade e traduzir essas sentenças em linguagem matemática;
- Trabalhar as metodologias de Resolução de Problemas e Modelo de Barras;

Desenvolvimento da Atividade

A primeira aula desta atividade foi realizada no dia 15 de junho de 2012, 18 alunos do 7º Ano A e 17 alunos do 7º Ano B participaram. Os alunos estavam bem ansiosos para o inicio da atividade já que foi comentado durante a semana que teríamos uma convidada para ajudar na realização da atividade, a Professora Yuriko Yamamoto Baldin.

No primeiro momento da aula, os alunos receberam o material concreto, figura 13, para realizar a atividade. Com uma tesoura eles recortaram as barras corretamente antes de receberem a ficha de atividade, realizando essa etapa em cerca de 7 minutos, recortando as barras com bastante cuidado.

Figura 12 – Aluno recortando o material concreto

Fonte - Próprio Autor

Após receber a folha de atividade os alunos começaram a desenvolver os itens propostos.

Observamos que nenhum aluno de nenhuma das salas utilizou as barras recortadas para resolver a atividade, desde que não foi explicado previamente aos alunos a finalidade das barras. A intenção era fazer com que eles próprios percebessem e desenvolvessem uma utilidade para esse material. Os alunos desenvolviam a atividade utilizando os conceitos matemáticos já conhecidos de anos anteriores, deixando de lado o material concreto. Realizavam a atividade da maneira que eram acostumados, ou seja, efetuando as operações da maneira que entendiam ser convenientes. No final concluíam os itens da atividade apresentando respostas como: item (a) 5,4 kg foram colocados na sacola, item (b) Na sacola A 2,8 kg e na sacola B 2,6 kg e item (c) A massa da sacola A > massa da sacola B.

Os alunos não se preocupavam em formalizar suas respostas, nem tentar explicar como conseguiram chegar ao resultado. O primeiro resultado encontrado nas operações era tomado como verdade, sem questionarem se aquele fazia algum sentido para o problema proposto.

Isso já era esperado, pois a atividade de explicar e desenvolver o raciocínio usado na resolução nunca tinha sido cobrado anteriormente dos alunos, nos anos anteriores, 6º ano (5ª série) ou 7º Ano (6ª série), até o momento. O professor, responsável por esta pesquisa, não exigiu dos alunos tal formalidade na realização das atividades propostas, neste momento.

Os alunos resolverem os itens (a), (b) e (c) em cerca de 20 minuto. Normalmente eles resolveriam os nove itens da atividade em uma aula de 50 minutos. Nas aulas tradicionais os alunos realizariam somente os cálculos para os itens, e entregariam a folha atividade para que o professor corrigisse e entregasse posteriormente suas respectivas notas.

Com a mudança almejada na rotina do ambiente didático, determinamos que nesta primeira aula fossem resolvidos somente até o item (c) para que o debate e o fechamento das resoluções dos itens fossem discutidos com e pelos alunos, ao contrário da rotina anterior em que uma solução era mostrada pelo professor para os alunos, depois de algum tempo. No inicio, determinamos 15 minutos para a resolução destes três itens, mas foram precisos 20 minutos para que todos os alunos finalizassem suas soluções, o que ocorreu nas duas turmas.

Após a resolução dos itens, passamos à fase da discussão com as respostas encontradas pelos alunos. Determinamos 15 minutos para o debate, pensando 5 minutos para cada item. Para iniciar o debate foi solicitado que um aluno fosse até a lousa e resolvesse o item **(a) Se todos os alimentos fossem colocados juntos em uma mesma sacola, quantos quilogramas foram colocados nesta sacola?**

No início, os alunos estavam constrangidos para ir até a lousa, por nunca terem participado de tal atividade na sala de aula e também pela presença da Professora Yuriko, eles estavam um pouco envergonhados.

Quando foi solicitado para que algum aluno fosse até a lousa resolver o primeiro item (a), a sala ficou muda. Era a primeira vez numa aula de matemática que eles iriam à lousa e ter a oportunidade de expor sua solução para o resto dos colegas. Como nossa reflexão, percebemos o pensamento tradicional de alunos e de professores de que a lousa é de exclusividade do professor e que somente o mesmo tem direito de se expor nela. a atividade de se expressar para a classe na lousa o aluno passa a se motivar mais e a entender que ele próprio pode ser o protagonista no desenvolvimento de sua aprendizagem e também dos demais colegas, quebrando assim uma barreira entre professor e aluno.

Nesta primeira aula, foi preciso a intervenção do professor, fazendo perguntas e incentivando os alunos a irem até a lousa, para quebrar o receio dos alunos pelo constrangimento em caso de uma resposta "errada". Depois dos incentivos, apesar de inseguros os alunos se soltaram e foram até a lousa e mesmo timidamente expuseram suas soluções.

Quando chegou o momento de explicar a solução, sentiu-se a necessidade de utilizar o material para explicar para a turma. Mesmo quando o material disponibilizado não havia sido utilizado como ferramenta direta quando realizou os cálculos, eles utilizaram-no para explicar a solução ao simular uma compra, colocando os produtos dentro de uma sacola, que foi representada por um espaço reservado delimitado na lousa. Uma simulação foi organizada enfileirando as barras correspondentes a produtos uma embaixo da outra. Não colocaram as barras alinhadas, uma ao lado da outra, o que representaria uma soma na reta numérica, como poderia se supor. Em atividades futuras, gradativamente os alunos perceberam por si a representação por barras e suas posições para interpretar as operações, porém na primeira atividade, colocar as barras uma abaixo da outra mostrou-se eficaz para entender a comparação entre grandezas de mesma natureza, no caso a massa em kg.

Após separar as barras que representavam os produtos em um canto da lousa, os alunos realizaram os cálculos necessários e encontraram o valor de 5,4 kg para o total de massa colocada na sacola. Em geral, na primeira ida à lousa, o aluno não se lembrou de justificar ao apresentar sua resposta, mesmo tendo manipulado o material concreto para simular a situação problema. Isso ocorreu nas duas turmas. No trabalho, mostramos que a mudança de postura dos alunos dentro da metodologia de resolução de problemas ocorreu progressivamente.

Item (b) **Se colocou a batata e o pimentão juntos na sacola A, a cenoura e o feijão na sacola B, quantos quilogramas foram colocados em cada sacola?**

Neste item, já começamos a perceber que os alunos estavam mais soltos, mais alunos se ofereceram para ir à lousa, e a barreira começou a se quebrar. Cada vez mais os alunos foram se acostumando com a ideia de ir até a lousa e gostando do desenvolvimento da aula.

Item (c) **Utilizando o sinal de <, = ou >, escreva uma relação entre os pesos colocados nas sacolas A e B no item (b).**

Aqui há observação importante com o uso da palavra “pesos” no enunciado do item (c), que não é apropriado, e foi usado de maneira equivocada pelo autor desta dissertação, já que queremos que os alunos comparem as “massas” dos alimentos colocados em cada sacola. O equívoco foi percebido após a realização da atividade, no momento da análise da sua execução. É necessário deixar claro para os alunos a diferença entre massa e peso, por serem grandezas diferentes. A massa mede a quantidade de matéria de um determinado corpo, e é um conceito que admite uma medida escalar, enquanto que o peso determina a relação que existe entre a massa com a aceleração da gravidade do local onde se encontra o corpo, e é uma grandeza vetorial. Equívocos desta natureza são frequentes, principalmente neste nível de ensino, mesmo por professores e textos, e o uso popular desses termos passa despercebido por não influir em geral no contexto do problema. No entanto, dúvidas poderão surgir em nível de ensino médio ou mais avançado, se cuidados não forem tomados desde o nível fundamental.

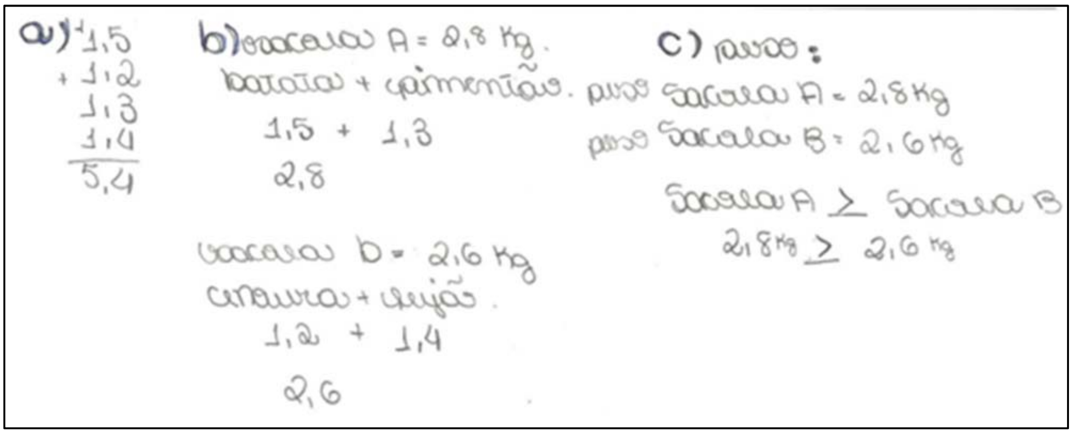
Ambas as turmas apresentaram solução curiosa para este item: 7º Ano A respondeu Sacola A > Sacola B, enquanto o 7º Ano B respondeu A > B. Isto nos fez perceber que, embora as operações numéricas estivessem sendo realizadas com sucesso pela maioria dos alunos, elas apresentam problemas no registro de suas soluções, com abusos de linguagem e erros de expressão matemática. O enunciado pedia que os alunos fizessem uma comparação entre os “pesos dos produtos” colocados nas sacolas e não comparar os “pesos das sacolas” ou ainda as próprias sacolas em si.

Entendemos bem que ao responder: Sacola A > Sacola B ou A > B, os alunos sabem o significado do que querem dizer, porém o registro da resposta em linguagem correta com significado matemático apresentou problemas. É neste ponto que precisamos trabalhar com os alunos a questão do registro do fazer matemática. Percebemos que este detalhe influencia o pensamento matemático posterior na abstração requerida pela linguagem algébrica nos campos numéricos.

Por meio de um problema simples que ajuda o resgate de conhecimento da técnica, podemos fazer os alunos entenderem melhor a importância e o significado de representação, que é fundamental para a passagem da aritmética para a álgebra, quando queremos que os alunos compreendam o uso simbólico de letras para valores generalizados numéricos. O objetivo da discussão dialogada com a classe é levar o aluno a perceber por si a diferença entre responder que "a Sacola A é maior que a Sacola B" e responder que "a medida da massa dos produtos colocados na Sacola A é maior que a medida da massa dos produtos colocados na Sacola B".

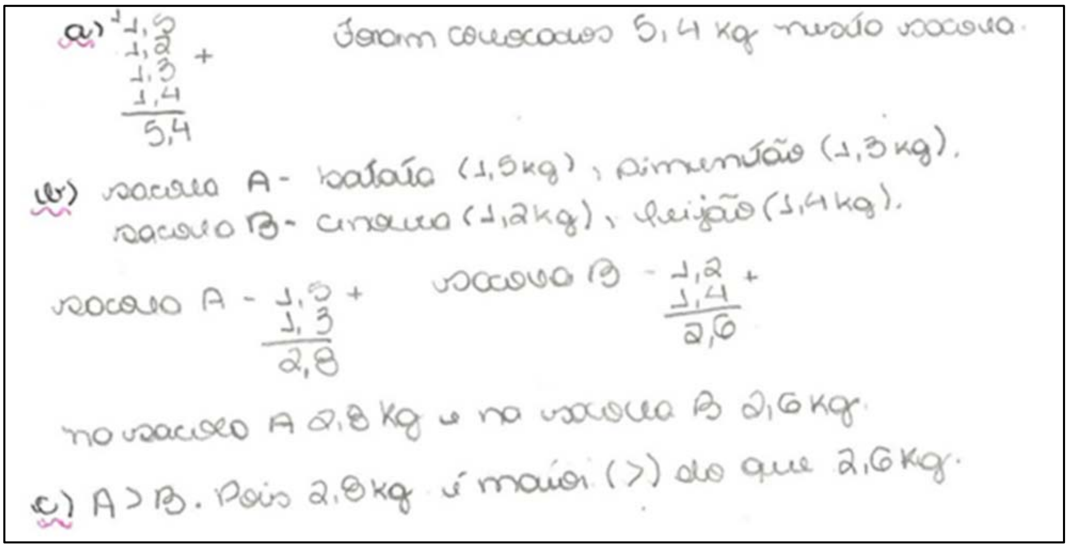
Podemos verificar os erros de registros nas figuras 14 e 15, em que o aluno claramente sabe o que fez para resolver.

Figura 13 – Resposta de um aluno do 7º ano A Atividade 1 itens a, b e c



Fonte - Próprio Autor.

Figura 14 – Resposta de um aluno 7º ano B Atividade 1 itens a,b e c


a) 1,5
1,2 +
1,3
1,4
5,4
foram colocados 5,4 kg na sacola.
b) sacola A- batata (1,5kg), pimentão (1,3kg).
sacola B- cenoura (1,2kg), feijão (1,4kg).
sacola A - 1,5 + 1,3 = 2,8
sacola B - 1,2 + 1,4 = 2,6
no sacola A 2,8 kg e no sacola B 2,6 kg.
c) A > B. Pois 2,8kg é maior (>) do que 2,6kg.

Fonte - Próprio Autor.

O professor participou do debate. Como proposto no planejamento, o professor utilizou a estratégia de diálogo para que o aluno percebesse o equívoco no registro da sua solução, por exemplo, escrever que sacola A = 2,8 kg ou ainda, sacola A > sacola B. Na Metodologia da Resolução de Problemas, a etapa de registro da solução do aluno é muito importante, pois nele pode se constatar e acompanhar todo o seu raciocínio. Com um registro claro é possível saber o que o aluno conseguiu entender para justificar sua solução. Optamos pelo diálogo nesta etapa, que faz parte da Metodologia de Resolução de Problema, mencionado na página 33 para levar o aluno a reexaminar seu registro e confrontar com o seu raciocínio.

A seguir, mostramos um diálogo entre os alunos do 7º Ano A e o professor e um diálogo entre uma aluna do 7º Ano B e o professor. Indicamos por (A) a fala dos alunos do 7º Ano A, (B) a fala da aluna do 7º Ano B e (P) a fala do professor.

Professor dialogando com os alunos do 7º Ano A.

(P) Alunos, ao responder Sacola A > Sacola B, a resposta está correta?

(A) Sim professor.

(P) Vou ler novamente o enunciado do item (c). Item (c) utilizando o sinal de <, = ou >, escreva uma relação entre os pesos colocados nas sacolas A e B no item (b).

(P) O item pede para comparar a Sacola A com a Sacola B, ou o item pede para comparar os pesos colocados em cada sacola?

(A) O item pede para comparar os pesos colocados em cada sacola.

(P) Então a resposta está certa ou errada?

(A) A resposta está errada.

A maneira com que o diálogo é conduzido pelo professor faz o aluno chegar à conclusão de que sua resposta está errada, mesmo reconhecendo que o professor conduz as falas, e usa informalmente a palavra peso que está presente no enunciado. Da maneira que o professor conduziu o diálogo fez com que o aluno pensasse que sua solução estivesse totalmente errada, quando na verdade temos apenas um problema de registro da resposta do aluno, o que não era cobrado anteriormente. Lembramos que esse procedimento foi inédito tanto para o professor como para os alunos, e falhas do professor na condução desta aula foram inevitáveis, sendo também uma grande oportunidade de aprendizado para o professor.

Professor dialogando com uma aluna do 7º Ano B.

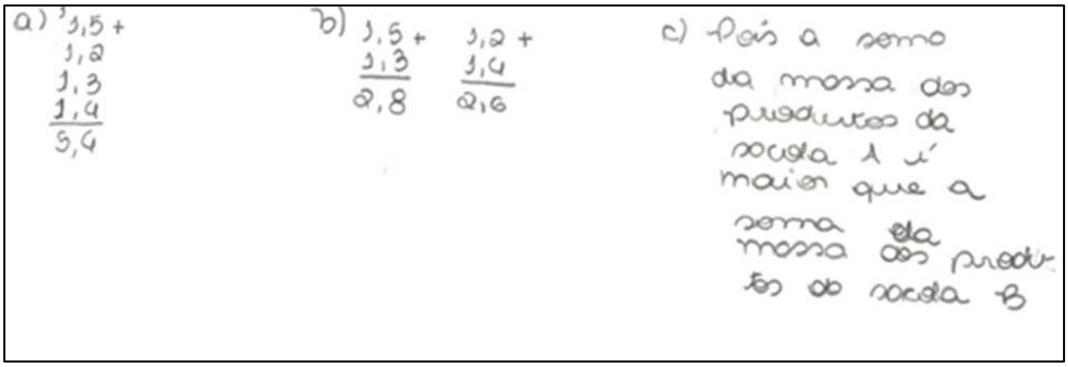
(P) Alunos, ao responder A > B, a resposta está correta?

(B) Professor, eu acho que sim. Eu não respondi assim, mas para mim está correta.

(P) Como você respondeu?

(B) A soma da massa dos produtos da sacola A é maior que a soma da massa dos produtos da sacola B.

Figura 15 – Resposta do item c atividade 1 dada por uma aluna do 7º ano b



Fonte - Próprio Autor

(P) A sua resposta está correta.

(B) Professor, não é a mesma coisa?

(P) O que você acha?

(B) Eu acho que sim

(P) Eu sei de que material é feito ou o tamanho da Sacola A?

(B) Não

(P) Eu sei de que material é feito ou o tamanho da Sacola B?

(B) Não

(P) Então como você sabe que a Sacola A é maior que a Sacola B? Foi isso o perguntado?

(B) Agora eu entendi, ele não quer saber qual a sacola maior, e sim em que sacola foi colocada mais peso, a sacola mais pesada.

Podemos perceber que uma aluna apresentou sua resposta representando corretamente, porém suas ideias ainda misturavam os significados das mesmas, pois para ela as duas respostas são equivalentes. O diálogo levou os alunos a acompanharem o questionamento do professor e eles perceberam o ponto delicado que leva a equívocos nos registros.

Como comentado antes, a primeira aula não ofereceu dificuldades técnicas mas trouxe muitos ganhos ao tornar os alunos mais atentos e participativos, além de compreender as etapas necessárias para se expressarem com mais rigor. Isso justificou o tempo planejado para esta aula.

A segunda aula foi realizada no dia 19 de junho de 2012, 19 alunos do 7º Ano A e 16 alunos do 7º Ano B participaram e fizeram as atividades.

Dividimos o tempo da aula da seguinte maneira: 15 minutos para a resolução individual na folha de atividade, 20 minutos para debate e exposição na lousa e 15 minutos para o fechamento da aula. Nesta aula, os alunos já estavam explorando o material concreto procurando utilidade e significado para ele. Os alunos manipularam as barras e utilizaram como se fossem os próprios produtos. Os alunos do 7º Ano A, representaram de forma concreta a compra selecionando ao lado da mesa as barras como se fossem os alimentos comprados (figura 17). Já os alunos do 7º Ano B estavam utilizando as barras para organizar melhor suas respostas na própria folha de atividade 18.

Figura 16 – Aluno selecionando as barras no canto da carteira

Fonte – Próprio Autor.

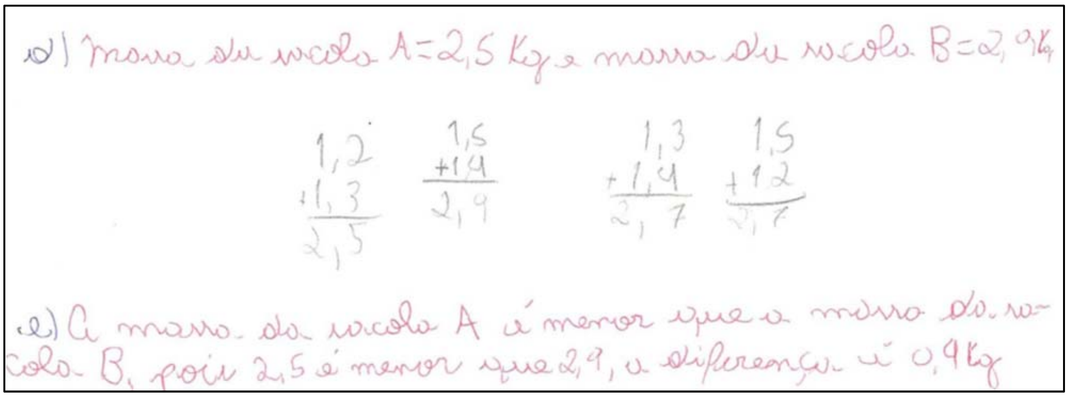
Na figura 17 vemos as barras separadas simulando uma compra de maneira concreta, onde as barras representam os alimentos com suas respectivas medidas de massa.

Figura 17 – Aluno utilizando as barras para justificar sua resposta

Fonte - Próprio Autor.

Nesta atividade os alunos estavam mais soltos, utilizando melhor as barras e resgatando os conhecimentos de comparação e de utilização das barras. Os problemas com o registro, como Sacola A > Sacola B continuaram aparecendo em poucos casos, mas muitos conseguiram melhorar seus registros. Na resposta ao item (e) alguns alunos perceberam claramente que a massa colocada em uma determinada sacola é maior ou menor que a massa colocada em outra, por existir uma diferença entre essas massas (figura 18).

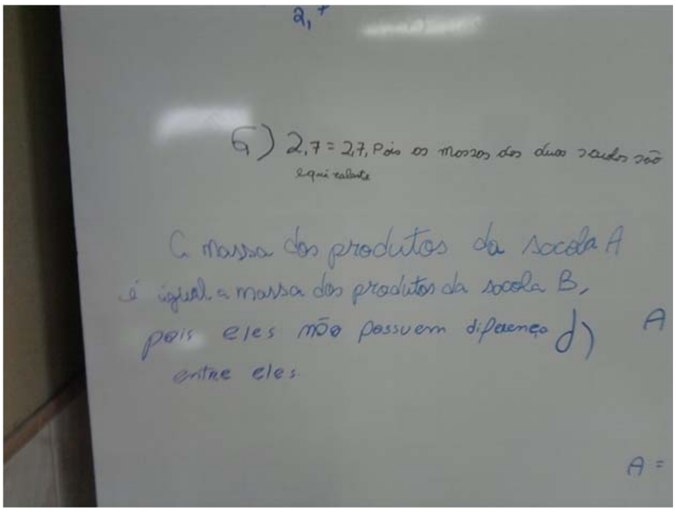
Figura 18 – Aluno percebendo a diferença entre as massas



Fonte - Próprio Autor

Vemos na figura 19 que o aluno realizou o registro corretamente do item (g), percebendo que não existe a diferença entre as massas colocadas em cada sacola.

Figura 19 – Aluno desenvolvendo o item g na lousa



Fonte - Próprio Autor

Na segunda aula os alunos estavam mais participativos. É importante esclarecer que isso não ocorreu ainda com todos os alunos, pois muitos ainda se mostraram inseguros em participar desta nova dinâmica de classe. No entanto, comparando com primeira aula o número de participantes aumentou de maneira significativa, o que aumentou a expectativa de que gradativamente todos possam dar contribuição para o desenvolvimento coletivo da aula. Percebemos portanto que mudar a dinâmica de condução de uma aula necessita de tempo para ocorrer.

É importante também ressaltar que os alunos estavam melhorando suas argumentações, e estavam mais cuidadosos ao realizar seus registros. Muitos alunos já não aceitavam qualquer justificativa para as soluções, se mostrando mais exigentes com os demais colegas da turma.

No fechamento da segunda aula o professor ressaltou aos alunos a importância de seus registros e o que isso significava para uma boa resolução de problema. Os alunos perceberam a importância de fazerem o registro correto, pois mesmo estando seus pensamentos e raciocínio corretos, é muito importante que consigam realizar o registro de forma clara e objetiva, para que outros possam entender completamente o processo realizado.

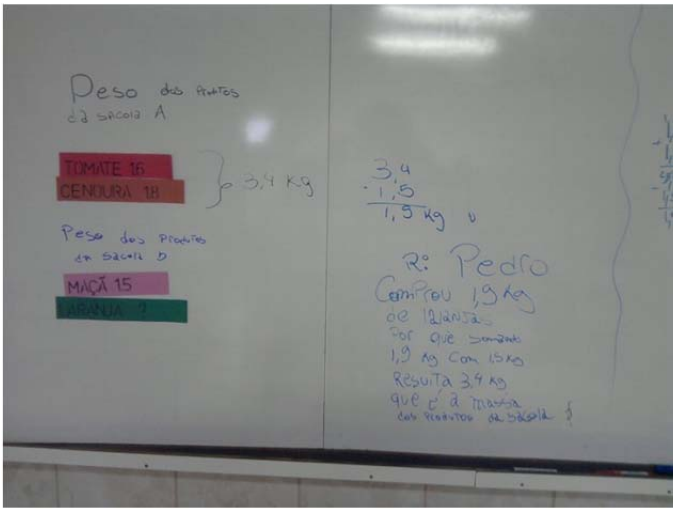
No fechamento desta aula, os alunos perceberam a diferença entre os sinais de desigualdade entre cada item solicitado, desde a primeira aula. Essa percepção ocorreu quando perceberam que a massa dos produtos colocados em determinada sacola é maior ou menor quando existe uma diferença entre essas massas, e igual quando não existe essa diferença. Entender o significo da desigualdade e igualdade entre as massas colocadas em determinadas sacolas será fundamental para as próximas atividades, já que nessas vamos realizar comparações e é importante o aluno perceber essa relação para desenvolver sua capacidade de efetuar cálculos corretos.

No dia 20 de junho de 2012 foi realizada a terceira aula. Participaram 19 alunos do 7º Ano A e 16 alunos do 7º Ano B. Os alunos tiveram 15 minutos para realizar o item da atividade**, h) No outro dia Pedro comprou 1,6 kg de tomates, 1,8 kg cenouras, 1,5 kg de maçãs, e certa quantidade de laranjas. Se forem colocados em uma mesma sacola A o tomate e a cenoura e em outra sacola B as maçãs e as laranjas, quantos quilogramas de laranjas Pedro comprou sabendo que as duas sacolas possuem o mesmo peso?** 20 minutos para exposição na lousa e 15 minutos para fechamento e debate.

Nesta aula, os alunos estavam mais participativos, com a participação de um número maior do que nas aulas anteriores. A argumentação melhorou e também o desenvolvimento da aula. Isso é ilustrado na figura 20, em que um aluno utiliza as barras para representar as compras. Mesmo quando seu uso não esteja representando uma soma de números na reta numérica, aos poucos os alunos utilizaram o material concreto como forma de representar a situação do problema. Nesta figura podemos verificar que o aluno se preocupa em argumentar como chegou à resposta de 1,9 kg.

Resposta do aluno: “Pedro comprou 1,9 kg de laranja por que somando 1,9 kg com 1,5 kg resulta 3,4 kg que é a massa dos produtos da sacola.”

Figura 20 – Aluno utilizando as barras no momento do debate

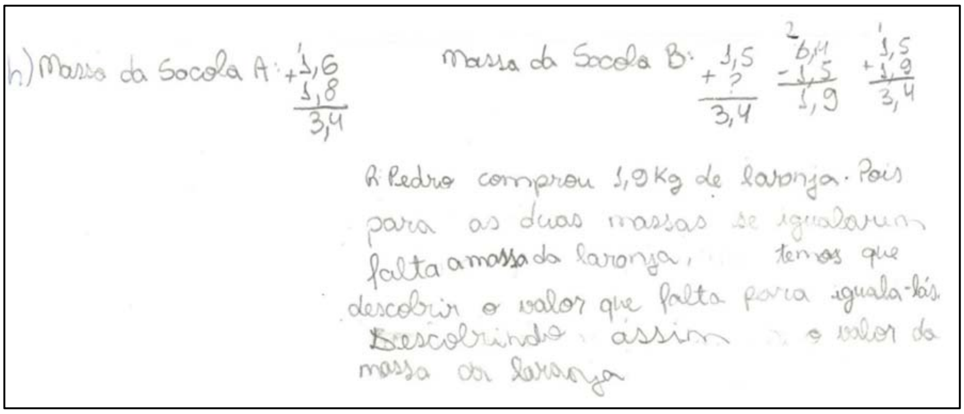


Fonte - Próprio Autor.

Neste item, os alunos descobriram uma forma diferente de apresentar o que é pedido pelo problema, utilizando o material concreto. Antes, a maneira usual com que os alunos eram apresentados para uma solução do problema era levar os alunos a reconhecer que há um valor desconhecido a descobrir, de forma abstrata. A partir do valor da massa dos alimentos colocados em cada sacola, deveriam compreender que o valor desconhecido da incógnita pode ser descoberto após comparar as massas dos alimentos em cada sacola. Com a forma concreta de explorar o problema, esta tarefa é facilitada, pois, ao representar as massas dos produtos nas sacolas, os alunos utilizam o fato conhecido que é o dado “as massas dos alimentos colocados em cada sacola são iguais” e assim, o valor desconhecido é reconhecido como a massa de laranjas, sendo a comparação imediata pela visualização do material e o cálculo necessário claramente identificado e compreendido. Percebemos então que o processo de pensamento algébrico pode ser iniciado pela visualização concreta, sem forçar a abstração precoce, e por meio de representação matemática com compreensão.

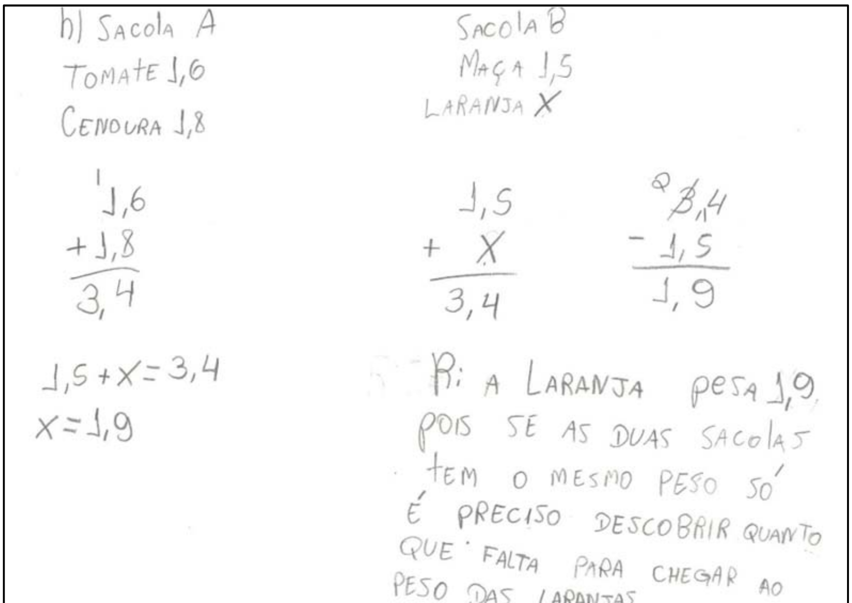
Alguns alunos denominaram este valor desconhecido de [?] (figura 21) e outros já utilizaram a letra [x] para representar este valor (figura 22), confirmando o processo natural de introdução a linguagem algébrica..

Figura 21 – Aluno utilizando [?] para representar o valor desconhecido.



Fonte - Próprio Autor.

Figura 22 – Aluno utilizando [x] para representar o valor desconhecido.



Fonte - Próprio Autor.

Aqui podemos verificar que não importa a maneira como os alunos representam o valor desconhecido, o importante é os alunos desenvolverem o raciocínio da álgebra por meio de operações da aritmética.

Como dito anteriormente os alunos estavam se soltando, perguntando mais, participando na aula. Ao resolver o item (h) na lousa (figura 22), dois alunos proporcionaram um diálogo interessante. Abaixo denotamos por (A1) o aluno que resolveu o item na lousa e (A2) o aluno sentado em sua carteira com dúvida na resolução, ambos do 7º Ano B.

(A2) Como você resolveu esse problema? Por que você fez menos?

(A1) Primeiro eu somei o peso comprado de tomate com o peso comprado de cenoura totalizando 3,4 kg.

(A2) E depois?

(A1) Como na sacola eu tenho a maçã que pesa 1,5 kg eu preciso saber quanto falta para 1,5 kg chegar em 3,4 kg, é por isso que faço menos. Entendeu?

(A2) Agora sim.

Com este item pretendíamos que os alunos descrevessem seus raciocínios para justificar suas estratégias e operações realizadas. Muito mais que chegar ao valor correto da resposta ao problema, é importante o aluno conseguir explicar com clareza como pensou e como desenvolveu sua resolução. No diálogo acima podemos verificar que o aluno A1 além de resolver o item corretamente consegue explicar o seu raciocínio para um colega. A representação pictórica com material concreto certamente ajuda ao aluno A2 acompanhar a justificativa do colega.

Este é um dos objetivos do nosso trabalho, conseguir aumentar a interação entre os alunos e com isso ocorrer a troca de conhecimentos entre eles.

Quarta aula da atividade foi realizada também no dia 20 de junho de 2012. Participaram 19 alunos do 7º Ano A e 16 alunos do 7º Ano B. Nesta os alunos já estavam entendendo melhor o significado do material das barras e muitos utilizaram como ferramenta para resolver o item **(i): Ainda num outro dia Pedro comprou 3,5 kg de arroz, 2,1 kg de ervilhas, 1,6 kg de milhos e latas de palmito com 0,5 kg cada. Se ele colocou em uma sacola A o arroz e a ervilha e em outra sacola B o milho e as**

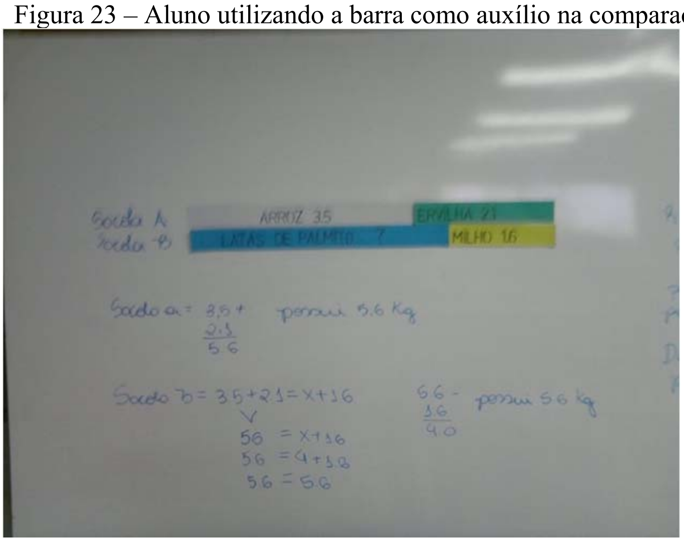
latas de palmito. Quantas latas de palmito Pedro comprou se as duas sacolas possuem o mesmo peso?

Além de uma grande melhora na organização, escrita e justificativa (figura 24) os alunos utilizaram as barras para representar adição na reta numérica e também como forma de comparação, percebendo a vantagem de unir as barras na forma horizontal para pensar nas operações ou comparações entre números que as barras representavam.

Antes desta aula, os alunos estavam utilizando as barras como um objeto, algo concreto apenas para representar os alimentos e claro suas medidas de massa, após perceberem o significado dos números nas barras. Com o desenvolvimento da atividade eles foram percebendo gradativamente outros significados e utilidades para as barras.

Os alunos começaram a perceber que as barras poderiam fazer parte de suas resoluções, ajudando no entendimento do problema, no raciocínio ao elaborar estratégias e também na justificativa. Os alunos não perceberam esses aspectos ao mesmo tempo, um aluno conseguiu enxergar essa possibilidade de trabalho quando discutia em grupo com a turma e apresentou para os demais. Este aluno percebeu que poderia também usar a barra para efetuar uma adição colocando as barras lado a lado e também colocar as barras uma abaixo da outra para representar uma comparação entre dois valores. Com isso percebeu que com as barras sua explicação ficava mais clara e mais evidente para os demais alunos. Na figura 23 abaixo podemos verificar a maneira como ele passou a utilizar as barras e apresentar aos demais alunos da turma.

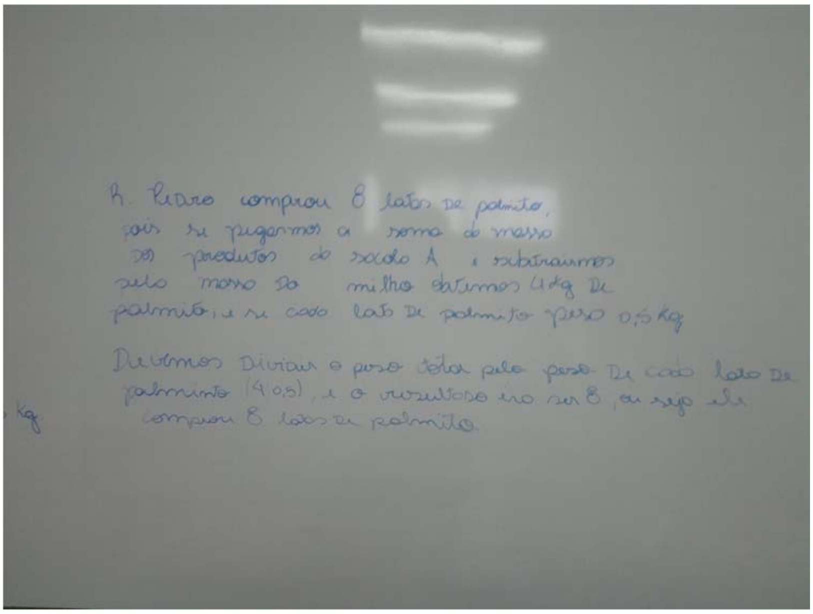
Figura 23 – Aluno utilizando a barra como auxílio na comparação.



Fonte - Próprio Autor.

Na figura 24 podemos verificar que os alunos escrevem mais e se preocupam em justificar seus resultados.

Figura 24 – Alunos apresentam melhoras em suas justificativas

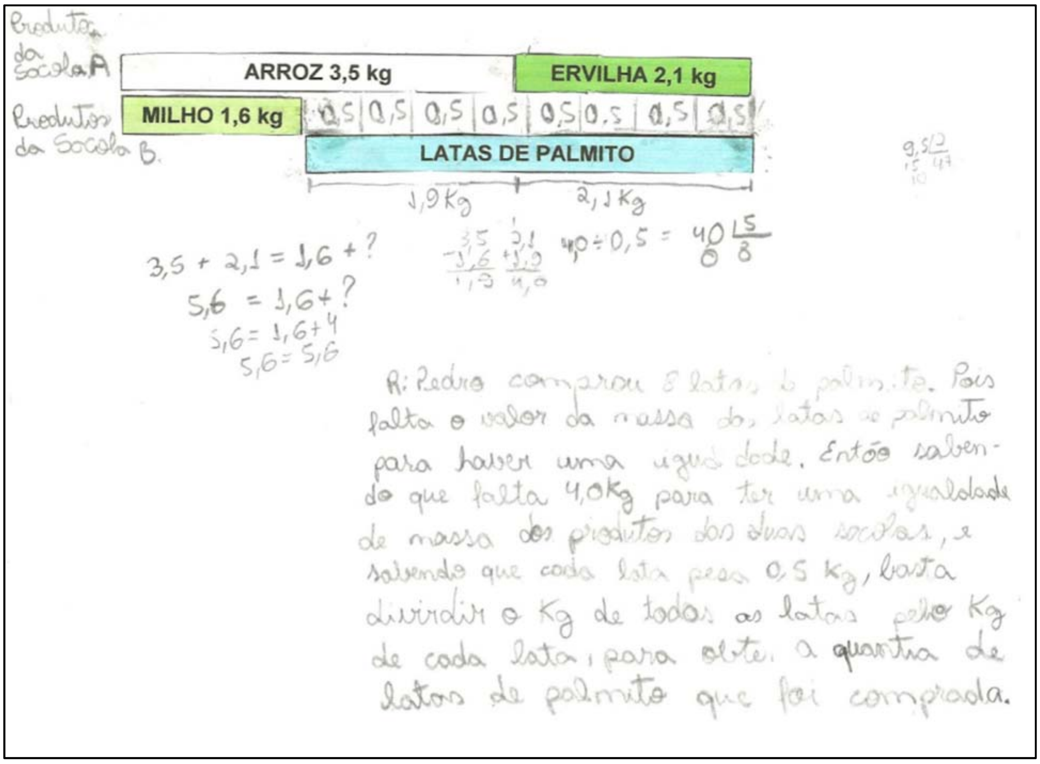


Fonte - Próprio Autor.

Transcrição da foto (figura 24): R. Pedro comprou 8 latas de palmito pois se pegarmos a soma de massas dos produtos da sacola A e subtraímos a massa do milho obtemos 4 kg de palmitos, e se cada lata de palmito pesa 0,5 kg, devemos dividir o peso total do palmito pelo peso de cada lada de palmito (4:0,5), e o resultado irá ser 8, ou seja ele comprou 8 latas de palmito.

Na figura 25 um aluno do 7º Ano B, mostra que começa a desenvolver a metodologia de Modelo de Barras integrando à metodologia de Resolução de Problemas. Nesta o aluno utiliza as barras apropriadamente e segue as quatro etapas da Resolução de Problemas, iniciando com a estratégia até a verificação e solução do item.

Figura 25 – Aluno trabalhando com as duas Metodologias



Fonte - Próprio Autor.

Análise da Atividade

Após a aplicação da atividade foi possível perceber a evolução dos alunos a cada item resolvido e a cada aula realizada. Eles iniciaram a atividade utilizando apenas seus conhecimentos adquiridos em anos anteriores, e ao decorrer desta atividade foram exigidos a retomar estes conteúdos sob uma nova visão, e na retomada tiveram a experiência de adquirir novos em cada item que se apresentou aumentando o grau de dificuldade.

Durante o desenvolvimento da atividade, percebemos alguns problemas que podem ser resolvidos coletivamente, assim como a necessidade de planejar próximas atividades para avançar o nosso trabalho de pesquisa.

Um dos problemas foi conduzir os alunos a aceitar o novo modelo de aula, já que eles tiveram que mudar seus comportamentos na sala de aula. Fazer os alunos participarem diretamente na aula não foi uma tarefa fácil, pois isso não era parte da rotina.

Outro problema foi os alunos também não estarem acostumados a escrever suas soluções para os problemas. Para muitos, escrever era parte da rotina apenas das aulas das disciplinas de humanas e da disciplina de português. Quando foi-lhes proposto que escrevessem e explicassem o desenvolvimento de suas soluções, os alunos tiveram dificuldade em expressarem-se com palavras. O desenvolvimento da atividade, como descrito acima, mostra que conseguimos quebrar essa barreira de maneira gradativa, e uma melhora foi acontecendo no decorrer da atividade.

Sentimos que não podemos nos esquecer da questão da linguagem e representação. Precisamos trabalhar com os alunos a questão do registro. No decorrer da atividade percebemos que muitas vezes os pensamentos dos alunos estavam corretos, porém seus registros não eram adequados para a situação do problema.

As reflexões acima e as descobertas pela experiência nos fizeram pensar para preparar a próxima atividade.

3.2 Atividade Pedro e Maria

Planejamento da atividade: Motivação, justificativa e expectativa.

A primeira atividade foi aplicada aos alunos no final de junho de 2012, próximo às férias escolares deste ano. Desta forma, os alunos ficaram um mês sem contado com o ambiente didático, sendo assim não tiveram mais contato com as metodologias de Resoluções de Problemas e Modelo de Barras desenvolvidas e trabalhadas na primeira atividade. Desta forma, a segunda atividade foi planejada para retomar a aprendizagem anterior.

Enunciado da atividade: Pedro e Maria são irmãos e estão de férias escolares. Para se divertirem durante as férias eles resolveram ir ao shopping para fazer algumas compras.

a) Em um primeiro momento Maria comprou um livro no valor de R$ 17,00 e um Kit de Colorir de R$ 8,00. Já Pedro comprou uma bola no valor de R$ 14,00 e um DVD. Se ambos gastaram a mesma quantia neste primeiro momento quantos reais, Pedro gastou no DVD? Mostre o seu raciocínio.

b) Em um segundo momento Maria comprou um estojo de maquiagem pagando R$ 10,00 e três CDs. Pedro comprou materiais para fazer pipas gastando um total de R$ 13,00 e uma revista no valor de R$ 6,00. Novamente eles gastaram o mesmo valor, quantos reais, Maria pagou em cada CD neste segundo momento sabendo que os CDs possuem o mesmo preço? Mostre o seu raciocínio.

Cronograma: A atividade foi planejada para uma aula de 50 minutos, para desenvolver os dois itens (a) e (b).

Reflexões ao planejar a atividade: Como os alunos estavam acostumados a trabalhar na sala de aula vários exercícios em uma única aula, para exercício como desta atividade eles usariam no máximo 20 minutos, somente para dar uma resposta numérica sem validação, sem necessidade do que chamamos de “Fazer Matemática”. Um ponto a ressaltar é que em anos anteriores e mesmo antes de iniciar o nosso trabalho, os alunos apenas resolviam os exercícios para deixar a cargo do professor fazer a correção individualmente, sem nenhum debate sobre os exercícios ou mesmo sobre os erros cometidos.

Desta forma, ao planejar a segunda atividade, nos preocupamos em fazer os alunos continuarem com nova postura no ambiente didático. Assim, pensamos em uma atividade que pudesse recuperar os conhecimentos adquiridos na atividade anterior, e fazer com que os alunos desenvolvessem a nova rotina. Para isso, planejamos a aula novamente em três momentos: 20 minutos para resolução individual, 20 minutos para resolução na lousa e 10 minutos para debate/fechamento.

Observação sobre Material: Não foi disponibilizado nenhum material concreto para esta atividade, pois com o desenvolvimento e vivencia da atividade anterior (Atividade Fazendo Compras) esperamos que os alunos pudessem desenvolver seu próprio material como estratégia de resolução.

Expectativa antes da aula: Acreditávamos que após este período de férias o aluno conseguisse resgatar os conhecimentos adquiridos na atividade anterior. Pensamos que após as quatro aulas desenvolvidas antes das férias seguindo as novas metodologias e com o debate/fechamento de cada aula os alunos lembrassem o que foi discutido e apresentassem melhoras em todos os aspectos trabalhados, desde o comportamento no desenvolver da atividade e também no cuidado com os registros e representações matemáticas. Prevemos que os alunos possam estar mais soltos, mais adaptados a nova rotina no ambiente didático.

Objetivo Matemático da Atividade:

- Traduzir corretamente a linguagem do enunciado do problema para uma linguagem matemática;

-Trabalhar a grandeza "preço" de objetos utilizando a unidade de medida monetária;

- Aplicar corretamente as operações com números naturais;

- Associar a ideia de "juntar" a operação de adição de números decimais;

- Associar a ideia de "quanto falta" a operação de subtração de números decimais;

- Identificar sentenças que expressam igualdade e traduzir essas sentenças para a linguagem matemática;

- Aplicar as etapas da resolução de problemas, compreensão, o plano (estratégia), execução do plano e retrospecto (verificação)

- Na etapa de elaboração do plano de resolução (estratégia) o aluno é esperado que adote o Modelo de Barras para auxiliar a modelagem do problema, e neste caso criar o próprio modelo por meio de representação pictórica.

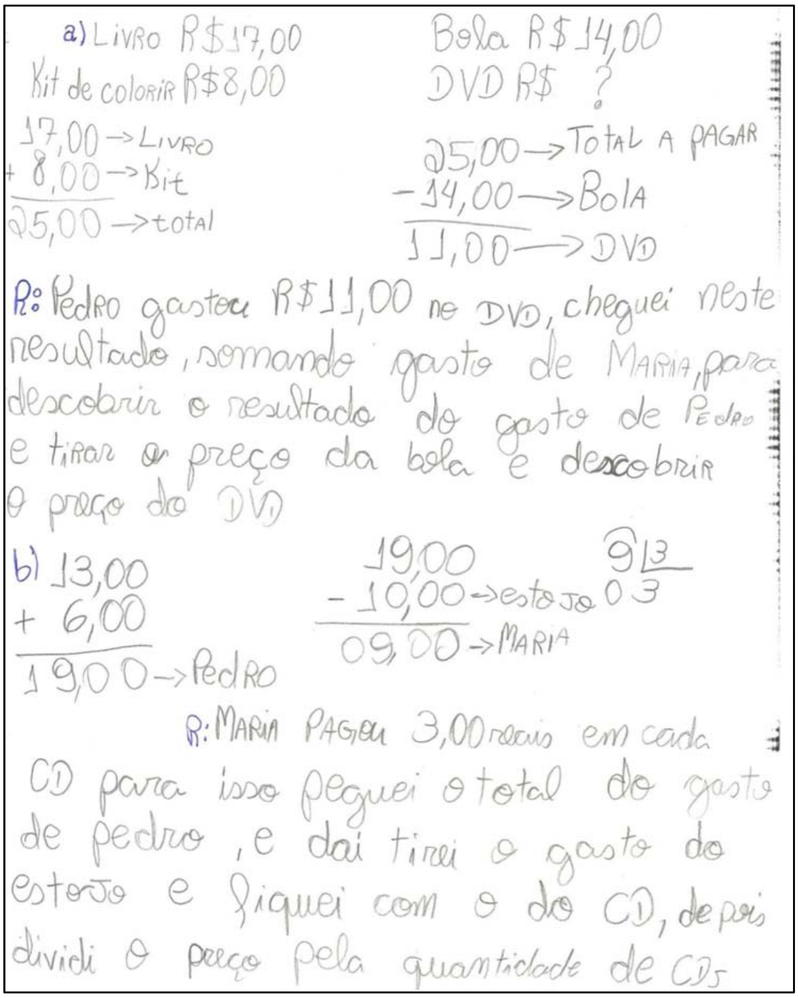
Desenvolvimento da Atividade

A atividade foi realizada no dia 31 de Julho de 2012 para ambas as turmas, primeira aula depois do retorno das férias escolares. Participaram desta atividade 15 alunos do 7º Ano A e 14 alunos do 7º Ano B. A aula foi dividida em três partes, na primeira os alunos tiveram que resolver os itens solicitados, na segunda um aluno iria desenvolver sua resolução na lousa e no terceiro momento o debate coletivo e fechamento da atividade.

No desenvolvimento da atividade pelos alunos, observamos no 7º Ano A, que apesar de muitos estarem resolvendo de maneira correta, ninguém estava utilizando o modelo de barras como estratégia, não ocorrendo o resgate desta metodologia. Porém, a metodologia de Resolução de Problemas estava sendo resgatada por muitos alunos que resolveram o problema usando as etapas de resolução. Ressalvamos que a etapa da verificação/validação não estava sendo efetuada pelos alunos, tornando assim um desafio para nós planejar a próxima atividade, em que desejávamos provocar também a utilização da metodologia do modelo de barras. Talvez, a facilidade da situação problema já conhecida pelos alunos não os estimulasse a sentir necessidade de recorrer a Modelo de Barras para resolver o problema. A elaboração de problemas/atividades que desafiassem os alunos foi também sentida como uma tarefa importante para o professor/pesquisador.

Na figura 26 podemos verificar o aluno utilizando as etapas da Resolução de Problemas para resolver o problema.

Figura 26 - Aluno utilizando metodologia de Resolução de Problemas

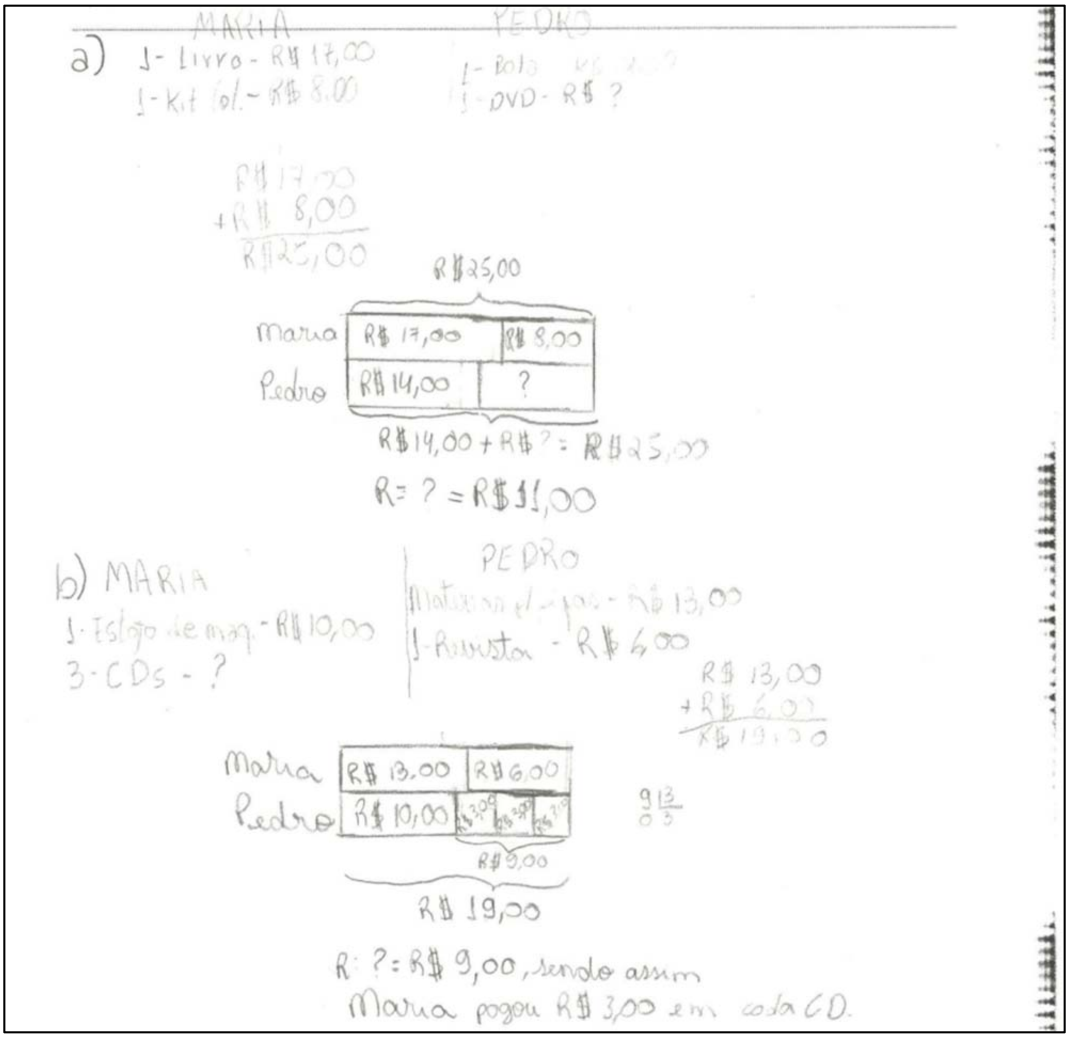

a) Livro R$17,00 Bola R$14,00
Kit de colorir R$8,00 DVD R$?
17,00 -> Livro
+ 8,00 -> Kit
25,00 -> total
25,00 -> Total a pagar
- 14,00 -> Bola
11,00 -> DVD
R: Pedro gastou R$11,00 no DVD, cheguei neste resultado, somando gasto de Maria, para descobrir o resultado do gasto de Pedro e tirar o preço da bola e descobrir o preço do DVD
b) 13,00
+ 6,00
19,00 -> Pedro
19,00
- 10,00 -> estojo
09,00 -> Maria
9 | 3
0 3
R: Maria pagou 3,00 reais em cada CD para isso peguei o total do gasto de pedro, e dai tirei o gasto do estojo e fiquei com o do CD, depois dividi o preço pela quantidade de CDs

Fonte: Próprio Autor.

No 7º Ano B o desenvolvimento não foi diferente. A ausência do uso do modelo de barras também foi total, com exceção de apenas um aluno que resolveu a atividade utilizando este modelo,

Podemos verificar a resolução do aluno na figura 27.

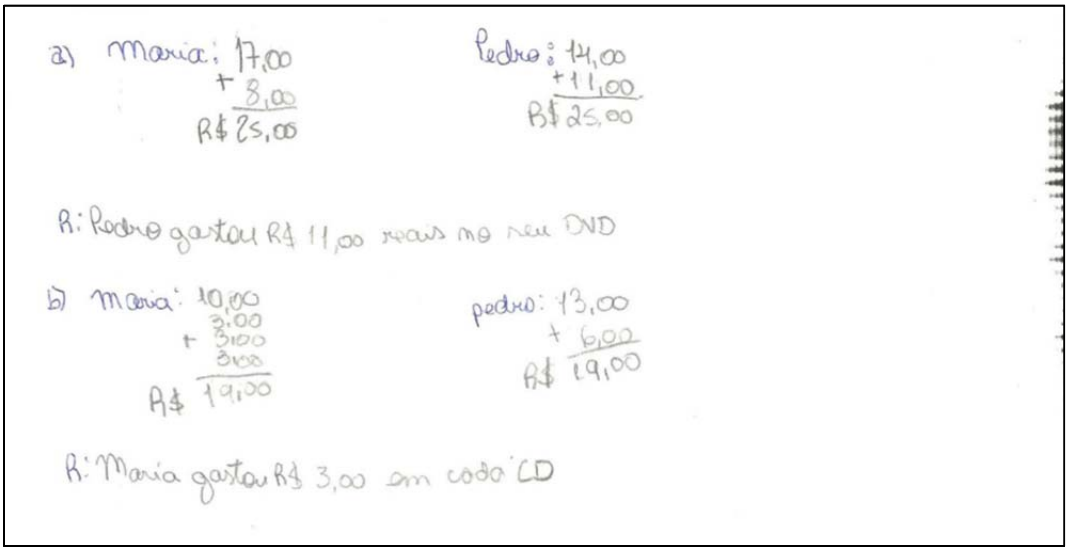
Figura 27 - Aluno utilizando a metodologia do Modelo de Barras.



Fonte - Próprio Autor.

O debate do 7º Ano B nos chamou atenção. Um aluno (J) se ofereceu para ir à lousa e resolver os itens (a) e (b). Chegando à lousa ele apresentou aos seus colegas sua solução, idêntica a que elaborou em sua folha aos colegas figura 28.

Figura 28 – Resolução direta do aluno



Fonte - Próprio Autor.

Vemos que a resposta final do aluno está correta, porém ao finalizar sua apresentação, muitos alunos começaram a questionar sua resolução. Abaixo apresentaremos o dialogo entre uma aluna (R) expressando a ideia da maioria da sala e o aluno (J).

(R): (J) como você encontrou os valores de R$11,00 para o DVD e R$3,00 para cada CD?

(J): Eu fiz por tentativa até encontrar o valor correto.

(R): Mas você não colocou as contas, deveria ter deixado cada tentativa e escrito o seu raciocino, pois assim não vale.

(J): É que fui fazendo as contas no mesmo lugar e apagando quando não dava certo.

Analisando o diálogo acima, verificamos que apesar do aluno (J) ter encontrado a resposta correta do problema utilizando a estratégia “chute”, método da falsa posição, os colegas não aceitaram sua resolução. Isso mostra que eles estão mais exigentes com a atividade de resolução de um problema, os alunos entendem que as atividades devem ser resolvidas cumprindo as etapas da metodologia de Resolução de

Problemas, assim cobraram que numa resolução o raciocínio precisa ser mostrado e justificado.

Análise da Atividade

Embora esta atividade tenha apresentado alto índice de acertos na resposta aos itens, muitos alunos apresentaram dificuldade em mostrar e explicar o raciocínio, como era solicitado no enunciado da atividade, e os alunos apresentaram apenas as respostas sem justificativas. Outros alunos também apresentaram dificuldades na interpretação do enunciado não conseguindo identificar a relação de igualdade entre os valores gastos de Maria e Pedro, e não conseguiram encontrar o valor correto da resposta. Como notamos, apenas um aluno usou o Modelo de Barras no segundo passo da metodologia de Resolução de Problemas, e refletimos se o aproveitamento não teria sido melhor se mais alunos tivessem assimilado mais o Modelo de Barras como estratégia de resolução.

Nesta atividade o registro do raciocínio começou a fazer significado para muitos alunos, pois, como citado no dialogo acima, muitos não aceitavam qualquer tipo de resposta. Apesar do método da falsa posição funcionar em alguns casos, se neste método o aluno não realizar os registros de suas contas, apagando-as até encontrar a resposta correta, não será possível saber seu pensamento para chegar a resposta.

A partir desta atividade, os alunos estavam querendo uma resposta mais formal, uma resposta que registrasse as contas do seu desenvolvimento e também uma resposta em que ficasse claro o raciocino do aluno em seu registro. O que o aluno J tinha registrado só era possível entender depois que ele explicasse o seu raciocino, mas os alunos estavam querendo um melhor registro do mesmo. Deste modo a resolução do aluno da figura 28, foi considerada pelos alunos como uma solução completa onde todo o raciocino ficou claro em seu registro.

3.3 Atividade Equacionando Parte [A]

Planejamento da Atividade: Motivação, justificativa e expectativa.

Como mencionado na análise da atividade anterior (Pedro e Maria) o número de acertos na resposta à atividade foi bastante considerável. Mas isso não significou que eles estivessem entendendo o processo de resolução com metodologias e justificativas Muitos realizaram a atividade de maneira mecânica e não conseguiram explicar como chegaram ao resultado.

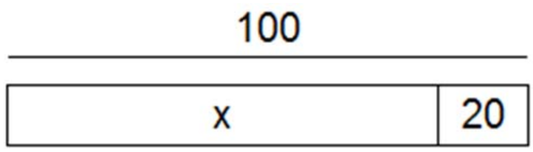
Aqui encontramos uma das principais vantagens da metodologia do Modelo de Barras, como nas propostas didáticas da Matemática da Singapura. Com o Modelo de Barras é possível sintetizar e registrar a interpretação do enunciado de determinado problema por meio de modelos pictóricos. Com este modelo é possível rastrear o entendimento do problema pelo aluno, e com isso esclarecer seu raciocínio e acompanhar o desenvolvimento da estratégia adotada para realizar os cálculos necessários.

Com o modelo que registra seu entendimento, o aluno conseguirá explicar o seu raciocínio, e com isso podemos avaliar se o nosso objetivo de aprendizagem significativa do aluno está sendo alcançado, isto é, não queremos que o aluno apresente apenas uma resposta final "jogada" sem justificativas ou explicação matemática.

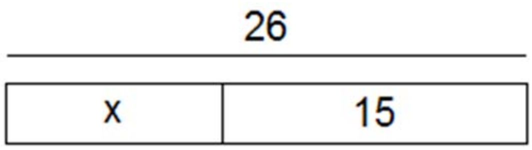
A atividade seguinte foi planejada, motivada pelos exercícios dos livros didáticos para 6º ano da Matemática de Singapura, que trazem o significado potencial do Modelo de Barras para desenvolver o pensamento algébrico, com abstração de raciocínios em contextos aritméticos. É o conceito que apresentamos no Capítulo 2 como a transição da pré-álgebra.

Enunciado da atividade: Em cada uma das barras geométricas abaixo encontre o valor de x:

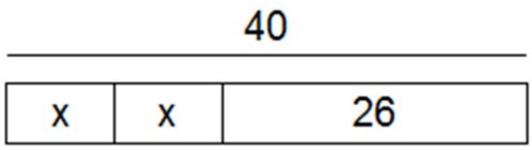
a)



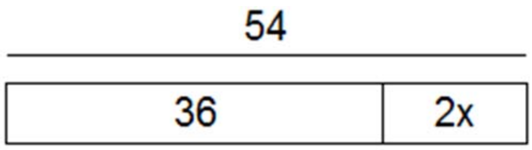
b)



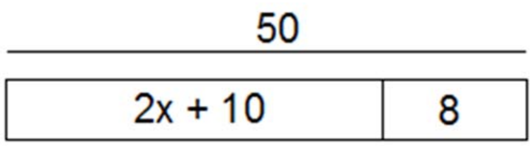
c)



d)



e)



Cronograma da Atividade: A atividade foi planejada para ser realizada em uma aula de 50 minutos, para desenvolver os cinco itens da atividade. A resolução individual para ser realizada nos primeiros 20 minutos, seguida de apresentação da resolução com a duração de 20 minutos e na terceira parte o debate/fechamento em 10 minutos.

Reflexões para planejar a atividade: Os alunos estão acostumados a resolver exercícios sem justificar seus raciocínios e muitas vezes de forma desorganizada. Isso ocorre sempre no ensino fundamental I e fundamental II, inclusive o professor autor desta dissertação não possuía o hábito de cobrar as justificativas.

As atividades anteriores foram insuficientes para motivar os alunos a explorarem de forma adequada o potencial do Modelo de Barras. Desta forma, propusemos nesta atividade aos alunos que trabalhassem diretamente uma situação problema já apresentada com o Modelo de Barras, para que em futuros trabalhos eles possam reconhecer e utilizar os modelos como uma forma de auxiliar seus entendimentos e como uma ferramenta de apoio a justificativas de seus raciocínios e escolha das operações.

Expectativas antes da aula: Acreditava que os alunos pudessem perceber a importância do Modelo de Barras e o quanto isso pode acrescentar nos entendimentos dos exercícios de matemática, e também pudessem enxergar a importância deste modelo para justificar e organizar as resoluções de situações problema no futuro.

Objetivo Matemático da Atividade:

- Traduzir corretamente a linguagem do Modelo de Barras apresentado no exercício e traduzir corretamente para uma linguagem matemática da álgebra;
- Aplicar corretamente as operações num contexto de números generalizados
- Identificar sentenças que expressam igualdade e traduzir essas sentenças para a linguagem matemática com expressões algébricas;
- Identificar equação do 1º grau;
- Identificar o valor desconhecido da equação como incógnita;
- Determinar o conjunto solução da equação do 1º grau;

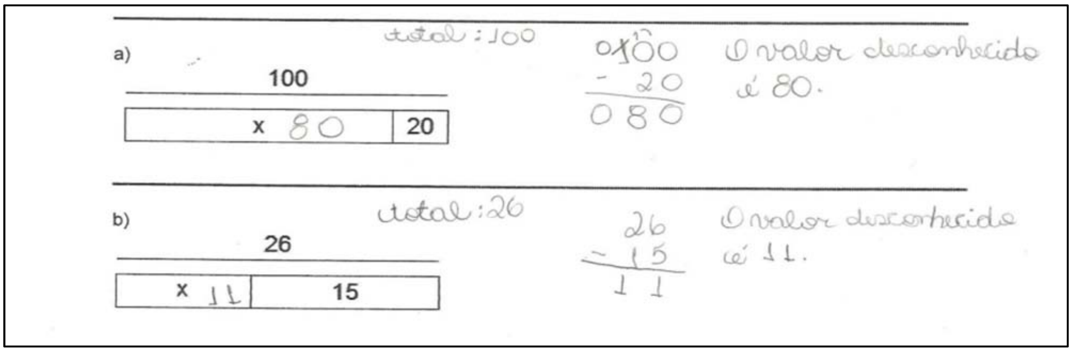
Desenvolvimento da Atividade

No dia 14 de setembro de 2012 a atividade foi realizada para turmas do 7º Ano A e 7º Ano B. Participaram 18 alunos do 7º Ano A e 17 alunos do 7º Ano B. Entreguei uma folha de atividade para cada aluno e solicitei que todos os itens fossem resolvidos e que após a resolução teríamos o debate e o fechamento da atividade.

No decorrer do desenvolvimento da atividade observamos que os alunos adotaram duas estratégias diferentes para resolver cada item.

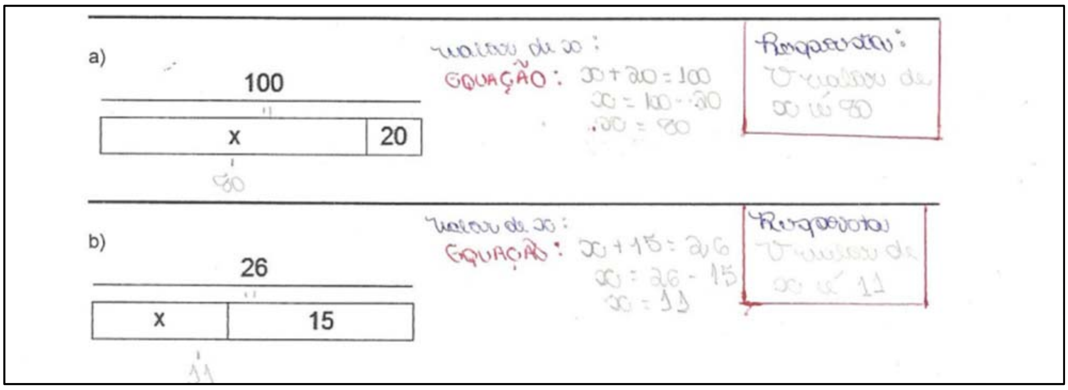
Na primeira os alunos usavam a ideia de “quanto falta” para poder encontrar o valor de x. Já outros alunos estavam equacionando e usando a relação de igualdade para poder encontrar o mesmo, resolvendo a equação.

Figura 29 – Resolução usando a ideia quanto falta



Fonte - Próprio Autor.

Figura 30 – Resolução através de equação



Fonte - Próprio Autor.

Deixamos claro que esta atividade não foi trabalhada de forma tradicional pelo professor responsável. Apesar na resolução da figura 30 o aluno resolver de uma forma tradicional, muitos alunos resolveram com a ideia apresentada pelo aluno da figura 29. Nas aulas anteriores a esta atividade, alguns alunos já tinham tido contatos com os procedimentos da equação do 1º grau, em ambas as turmas. De fato, quando registraram soluções, representaram o valor desconhecido através da letra [x] e outros utilizaram o [?]. Como os procedimentos para resolver equações de 1º grau, como exercícios, haviam sido aprendidos de forma tradicional, esperávamos que na situação da atividade proposta houvesse resgate desse conhecimento ao reconhecer as equações nos modelos pictóricos do exercício. Desta forma, muitos alunos pegaram essa ideia e assim resolveram. Porém, foi notado que muitos resolveram a atividade seguindo a ideia de quanto falta para 20 chegar em 100, o que é importante no processo de aprender a equacionar situações problema. Muitas vezes, o procedimento mecânico que produz resultados rápidos pula esta parte que traz significados ao próprio processo. Vemos os diferentes graus de evolução de pensamentos e isso é importante para o professor acompanhar a aprendizagem dos alunos.

No item (a) desta atividade tivemos 31 acertos, no item (b) 32 acertos, item (c) 30 acertos, item (d) 26 acertos e no item (e) 20 acertos de um total de 35 alunos.

Com o passar das atividades, percebemos que os alunos estavam mais dinâmicos, mais familiarizados com o Modelo de Barras, conseguindo ler e interpretar seu significado. Percebemos isso com o número de acertos nos primeiros itens desta atividade e também com a mudança de comportamento dos alunos.

Antes das atividades, os alunos esperavam o professor a solucionar as atividades, dar a resposta e escrevê-la na lousa. Com as atividades desta dissertação, eles pedem para ir a lousa e gostam de expor suas soluções para os demais colegas da turma, quando se sentem seguros de suas soluções. Assim, pudemos perceber que quando o aluno pede para ir a lousa, ele está confiante em sua solução.

Isso ficou evidente, no momento do debate, pois os alunos estavam mais participativos. Na 3ª atividade eles se ofereceram para organizar como seria a resolução na lousa. O diálogo a seguir entre o professor (P) e um aluno (V) do 7º Ano A mostra essa situação.

(V): Professor você vai escolher um aluno para ir à lousa?

(P): Se ninguém se oferecer, ou precisar escolher alguém para resolver.

(V): Professor como são cinco exercícios e temos cinco fileiras na sala, pode ir um de cada fileira. Eu posso ir da minha?

(P): Sim, você pode começar a fazer o item (a).

Após o dialogo um aluno de cada fileira se ofereceu para ir à lousa, havendo caso de mais de um aluno por fileira se candidatar. Ao verificar que as resoluções eram diferentes, autorizamos que mais de um aluno resolvesse o mesmo item.

No 7º Ano B não foi diferente. Uma aluna (I) também organizou e conduziu o desenvolvimento do debate, a fala da aluna a seguir comprova essa situação.

(A) Professor por que você não divide a lousa em cinco partes e cinco alunos vão até a lousa, todos resolvem ao mesmo tempo e depois verificamos qual está certo ou errado?

Pudemos verificar que os alunos estão cada vez mais participativos e condutores de suas ações, o professor é um coadjuvante do processo de aprendizagem que ocorre com cada aluno, assim eles passam a ditar o ritmo da aula, incluindo a organização da lousa para apresentar suas soluções.

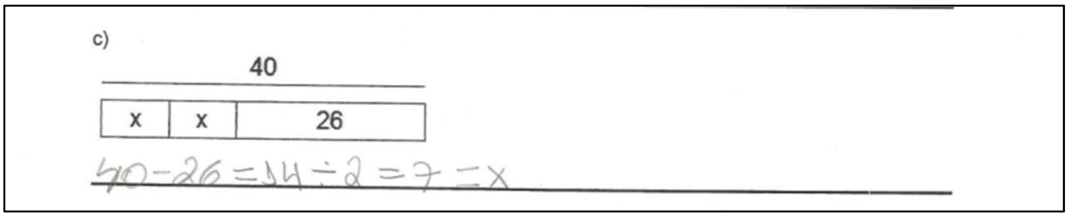
Dificuldades dos Alunos

Muitos alunos apresentaram dificuldades em interpretar as figuras, não entendendo o significado das barras. No item (a), por exemplo, alguns alunos dividiram a barra ao meio, respondendo 50 para o valor de x. Este erro continuou se repetindo em outros itens pelos mesmos alunos. Para sanar essa dificuldade, foi importante a discussão em grupo, pois quando um aluno foi a lousa resolver o item (a) ele argumentou sobre o tamanho de cada parte da barra, afirmando que o valor de x não poderia ser 50, já que a parte da barra que contém o valor de x é bem maior que a barra que contém o valor 20. Devemos comentar que o uso de barras deve atentar ao desvio de raciocínio baseado na interpretação visual do tamanho, mas o papel do professor é conduzir questionamentos não sobre o tamanho mas sobre o significado da relação parte-todo no modelo pictórico. A aprendizagem também é do professor para perceber momentos críticos na discussão em grupo.

Falta de atenção e erros simples envolvendo as quatro operações também aconteceram. Se os alunos tivessem realizado a verificação poderiam ter reconhecido e corrigidos suas falhas por si. Verificamos então que os alunos não estavam dominando as etapas da resolução de problemas, muitos não viram se suas respostas faziam sentido para a solução do problema. Uma provável explicação para esta atitude é que essa atividade parece-lhes um exercício e não um problema, fato que nos fez refletir e pensar nas próximas atividades, que destaquem a importância das quatro etapas da Resolução de Problemas.

Apesar de vinte acertos para o item (c), em um total de 35 alunos, um erro chamou atenção. Embora o aluno queira ter respondido que o valor de x é 7, o que seria correto, o aluno utilizou a sentença matemática de forma errada, desenvolvendo igualdades equivocadas, já que analisando na (figura 31) as igualdades registradas, vemos que ele afirma “x é igual a 7” mas seu registro permite ler também que x é igual a “40 – 26”. O raciocínio do aluno está correto, mas seu registro não. Temos muitos problemas de registro dos alunos, mas dessa maneira, nós podemos avaliar a natureza dos erros. Esse erro é muito comum entre os alunos, o acompanhamento do raciocínio (inclusive, em voz alta) mostra o entendimento do aluno, porém o registro correto das sentenças matemáticas precisa ser aprendido na sala de aula e corrigido prontamente.

Figura 31 – Igualdades equivocadas



Fonte - Próprio Autor.

Pedimos que o aluno que realizou o item (c) fosse até a lousa e apresentasse sua solução para que ocorra um debate sobre a mesma com a turma. Podemos verificar no dialogo abaixo como foi esse debate.

Professor: Vocês conseguem perceber alguma irregularidade com as igualdades?

7º Ano A: Não professor!

Professor: Se temos uma igualdade isso significa que todos os membros são iguais. Vocês concordam?

7º Ano A: Sim professor!

Professor: Então podemos dizer que o primeiro membro é igual ao último. Sim ou não?

7º Ano A: Sim

Professor: Então vocês estão dizendo que 40 – 26 = x, certo?

7º Ano A: Sim

Professor: Qual o valor de 40 – 26?

7º Ano A: 14, professor.

Professor: Vocês acabaram de dizer que x é igual a 14, mas o aluno respondeu que x é igual a 7. Essas igualdades estão corretas?

7º Ano A: Então o resultado final está certo mas a maneira que ele escreveu não está certa.

O professor tentou mostrar aos alunos que há problema no registro de suas resoluções e que embora suas contas estejam corretas seus registros podem não estar, e na metodologia de resolução de problemas, o registro correto é tão importante quanto a resposta numérica de uma operação, pois o registro correto é importante para entendimento e aprendizagem do conteúdo de álgebra.

Após a apresentação das soluções dos alunos na lousa com as respostas corretas, e depois da análise de algumas respostas erradas, os alunos conseguiram discutir e debater os seus entendimentos sobre esta atividade. Nesta atividade não pudemos avaliar se tudo o que foi discutido foi assimilado pelos alunos. Planejamos assim a próxima atividade para conferir se houve progressos na aprendizagem do conteúdo da álgebra assim como no entendimento do Modelo de Barras.

3.4 Atividade Equacionando Parte [B]

Planejamento da Atividade: Motivação, justificativa e expectativa.

Na atividade anterior foi proposto aos alunos que interpretassem o Modelo de Barras apresentado e que encontrassem o valor desconhecido x. Após a aplicação da atividade percebemos muitos erros de interpretação e principalmente do significado do Modelo de Barras.

A próxima atividade foi planejada para que os alunos superem essas dificuldades por eles próprios, e também estimulá-los para que criassem seus próprios Modelos de Barras.

Enunciado da Atividade: 1. Usando x para um número desconhecido, represente cada afirmação abaixo através de barras geométricas. Depois encontre o valor do número desconhecido em cada caso.

a) Um número adicionado de 12 é igual a 30.

b) O dobro de um número adicionado de 25 é igual a 79.

c) O triplo de um número adicionado de 45 é igual ao próprio número adicionado de 85.

2. O pronto-socorro de um hospital atendeu 1400 pessoas no primeiro semestre de 2007. Em janeiro foram atendidas 180 pessoas e, em junho, 160 pessoas. O número de pessoas atendidas nos outros meses do semestre foi o mesmo em cada mês. Quantas pessoas foram atendidas em cada um desses meses?

Cronograma: A atividade foi planejada para uma aula de 50 minutos. Foi proposto aos alunos a resolução e desenvolvimento dos exercícios 1 e 2 da folha de atividade.

Reflexões para planejar a atividade: Os alunos não estão acostumados a justificar suas resoluções, mas com a realização das atividades o hábito de justificar resoluções passou a fazer parte do comportamento dos alunos. Porém, ainda havia problemas em dominar as duas novas metodologias de aprendizagem. Também precisávamos enfrentar o problema de registros insatisfatórios. Queríamos no final do nosso trabalho, sentir que os alunos aprenderam a desenvolver as atividades de resolução de problemas utilizando as etapas da resolução e o modelo de barras.

Material concreto: Para esta atividade esperamos que os alunos conseguissem representar e produzir seus próprios materiais visuais em forma concreta baseados nas atividades anteriores.

Expectativas antes da aula: Na atividade anterior foi exigido dos alunos que interpretassem corretamente os modelos de barras apresentados e com isso encontrassem o valor desconhecido x. Nesta atividade, em vez de oferecer o modelo de barras pronto, esperamos que os alunos desenvolvessem seus próprios modelos de barras. Era esperado que com isso representassem uma modelagem geométrica da sua interpretação para o contexto algébrico da atividade. Também esperávamos uma melhora em registros, com uso adequado de linguagem e símbolos matemáticos.

Objetivo da Atividade:

- Identificar equação do 1º grau;
- Identificar o valor desconhecido da equação como incógnita;

- Determinar o conjunto solução da equação do 1º grau;
- Traduzir corretamente a linguagem do enunciado do problema para uma linguagem matemática;
- Aplicar as etapas da resolução de problemas, compreensão, o plano (estratégia), execução do plano e retrospecto (verificação)

Desenvolvimento da Atividade

A atividade foi desenvolvida no dia 21 de setembro de 2012. Participaram da atividade 18 alunos do 7º Ano A e 17 alunos do 7º Ano B.

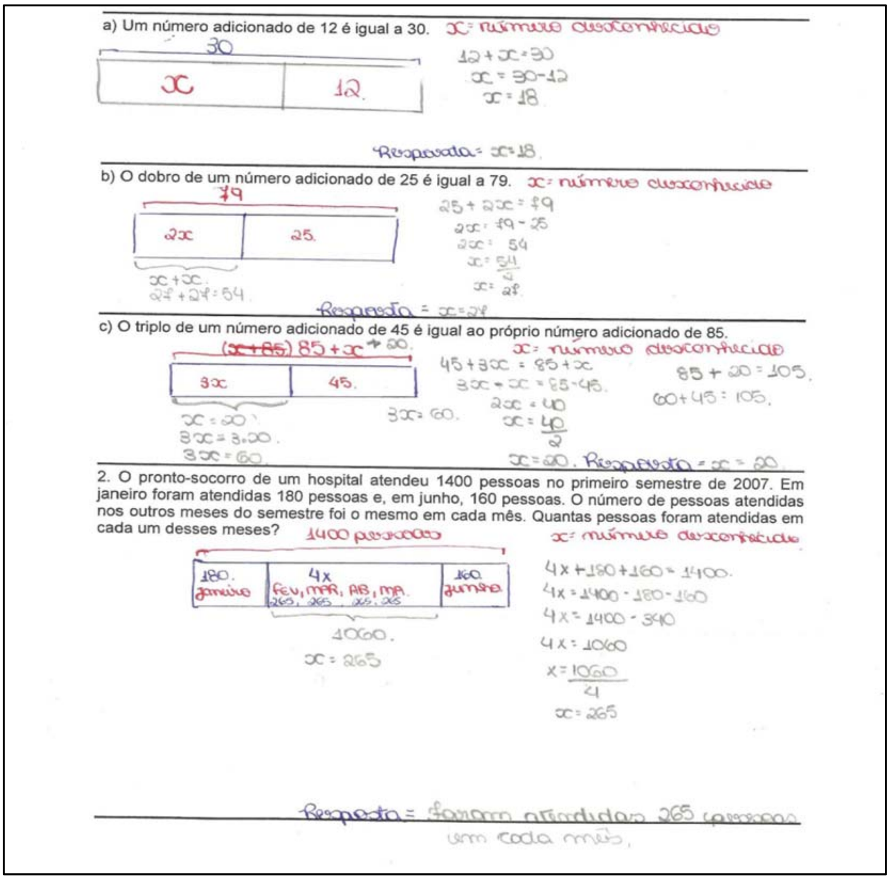
Antes de adotarmos a metodologia de Resolução de Problemas era possível notar que os alunos resolviam de qualquer maneira, deixando muitos exercícios em branco ou pela metade, sem mostrar interesse em solucioná-los. Agora, os alunos já mostravam motivação e vontade em encontrar a resposta ao problema.

A postura durante e organização da aula também são ressaltados. Os alunos já se acostumaram à nova dinâmica da aula, passando todos a participar, seja apresentando suas soluções na lousa ou contribuindo para o debate. Dividir em três momentos (desenvolvimento, debate e fechamento) contribuiu para esse progresso, melhorando a qualidade da aula e da aprendizagem.

Também ressaltamos que muitos alunos começaram a procurar o professor para discutir exercícios do livro didático, aproximando a relação entre professor e aluno.

Nesta atividade foi possível verificar que mais de 70% dos alunos usaram de maneira bem organizada o Modelo de Barras e as etapas da resolução.

Figura 32 - Aluno apresentando evolução com as metodologias



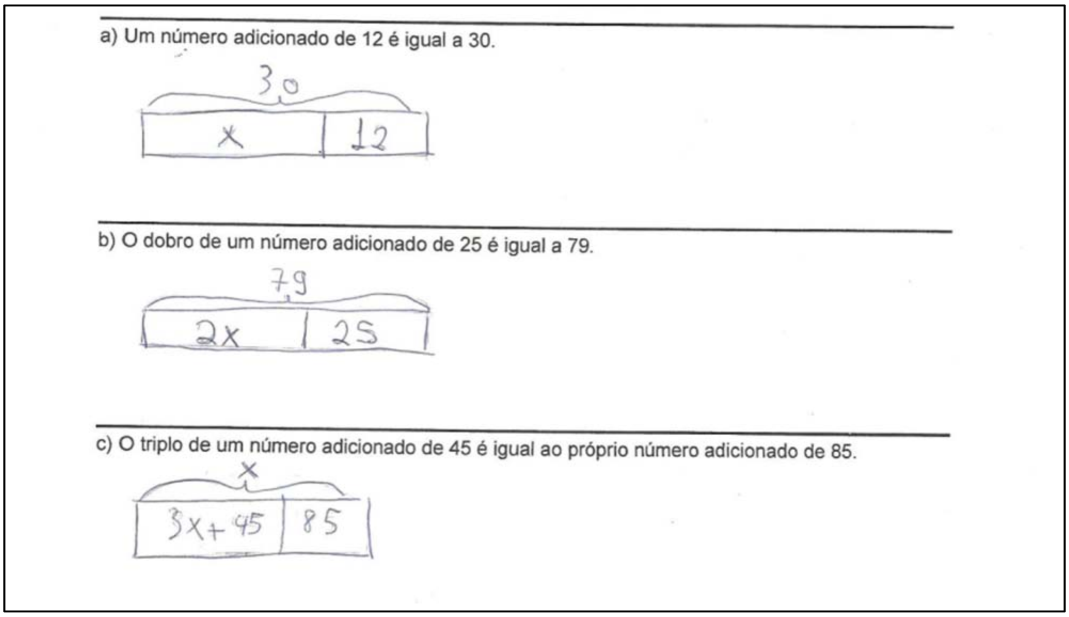
Fonte: Próprio Autor

Dificuldades dos Alunos

No primeiro exercício alguns alunos apresentaram dificuldades em representar as afirmações através de barras geométricas, enquanto outros representaram-nas com barras geométricas mas ignoraram a tarefa de encontrar o valor de x. Isto mostra falta de atenção em entender o solicitado pelo problema, exigindo que volte ao problema para verificar se o que foi perguntado foi respondido. Muitos erros de atenção com as quatro operações também ocorreram. Essas dificuldades mostram que a aprendizagem de matemática necessita de continuo reforço e resgate da prática anterior.

Na figura 33, vemos que a álgebra é uma linguagem abstrata que o auxílio da representação com barras geométricas poderia ajudar no processo de sua aprendizagem. Os erros mostrados na figura mostram um raciocínio insuficiente do aluno que ajuda o professor entender o que foi a estratégia do aluno, que lê o problema e tenta registrar com erros de representação.

Figura 33 – Aluno apresentando falha no quarto passo da Resolução de Problemas



Fonte - Próprio Autor

Muitos erros nesta atividade ocorreram por dificuldade de interpretação. Apareceram algumas respostas em branco e muitos não conseguiram encontrar uma estratégia para solucionar o problema. Foi possível observar que apesar das tentativas, muitos não tinham noção do que estavam realizando e algumas respostas sem sentido apareceram.

Ressaltamos aqui a falta de experiência do professor responsável por esta dissertação. A metodologia do modelo de barras deveria ser algo que os alunos percebessem naturalmente e não deveria ser imposta pelo professor dentro da proposta de uma situação problema. Os alunos deveriam perceber a importância deste modelo pela prática, não como parte do enunciado de um problema.

Outra falta de experiência do professor foi sentida ao ter dificuldades em fazer com que seus alunos sigam os passos da metodologia de resolução de problema, ainda que os alunos estivessem já acostumados com nova dinâmica da sala de aula. Erros principalmente pela falta de verificação da estratégia e validação da solução apareceram. Isso mostra que também para o professor a prática das metodologias promovem espaço de aprendizagem e mais prática das metodologias é necessária.

3.5: Atividade Kit Produto de Beleza

Planejamento da Atividade: Motivação, justificativa e expectativa.

Depois da atividade anterior, percebemos que os alunos utilizam o Modelo de Barras e a metodologia de Resolução de Problema, quando é solicitado que os utilizem pelo professor ou nos enunciados dos problemas. A esperança era que os próprios alunos percebessem a importância destas metodologias e entendessem que elas ajudam e muito no desenvolvimento de seus aprendizados. Refletimos que o processo não é natural nem linear, necessitamos de mais investidas da parte do professor para ajudar o processo.

Para suplantar esta deficiência, preparamos nova atividade em que esquematizamos passos para lembrar aos nossos alunos como eles ajudam a resolução de um problema.

Enunciado da Atividade: Uma loja de produtos de beleza está vendendo um Kit com três produtos, sendo um perfume, uma colônia e um desodorante. O Kit é vendido por R$ 80,00. O preço do perfume é o triplo do preço do desodorante. Já o preço da colônia é R$ 17,00 a mais que o preço do perfume. Qual o valor de cada produto deste Kit?

- Leia o enunciado, identifique os dados fornecidos e represente a situação através do modelo de barras.
- Identifique o que se quer saber, crie uma estratégia e execute para responder o que se pede no problema.
- Leia o enunciado novamente e verifique se o que foi perguntado foi respondido pela resposta que deu. Não se esqueça de verificar se sua resposta está correta e analise se ela faz sentido ao problema.

Cronograma: A atividade foi elaborada para ser realizada em uma aula de 50 minutos.

Reflexões para planejar a atividade: Já foi mencionado que na atividade anterior percebemos uma falha considerável na resolução, no que se diz respeito especialmente na quarta etapa, ou seja, a verificação da solução. Lembramos que essa falha aconteceu por parte dos alunos e também por parte do professor responsável por esta dissertação.

Alguns erros de cálculos poderiam ter sido corrigidos pelos próprios alunos se tivessem voltado ao problema e fizessem um retrospecto para verificar se o que foi perguntado foi respondido, e se sua resposta faz sentido ao problema.

Esperávamos também que o modelo de barras mostrassem o caminho para os alunos perceberem o potencial que este modelo oferece para fazer o retrospecto da estratégia de resolução e assim rastrear onde ocorreu erro de cálculo ou de raciocínio.

Material Concreto: Esperamos que com o roteiro o aluno possa desenvolver seu próprio modelo de barras, adequando-o ao enunciado do problema.

Expectativas antes da aula: Esperamos que os alunos seguissem o roteiro de ações para desenvolver a atividade, e assim eles pudessem melhorar seus registros de cada etapa da resolução.

Objetivo Matemático da Atividade:

- Desenvolver o raciocínio algébrico em problemas de aritmética.
- Ler e representar corretamente os dados do problema.
- Resolver problemas aplicando as propriedades de uma proporção;

Desenvolvimento da Atividade

A atividade foi realizada no dia 9 de outubro de 2012. Participaram da atividade 19 alunos do 7º Ano A e 17 alunos do 7º Ano B.

Todos os alunos de ambas as turmas utilizaram como estratégia a metodologia do Modelo de Barras para justificar seus raciocínios, porque isso era uma exigência dentro do enunciado do problema.

Também utilizaram as etapas Resolução de Problemas, a maioria efetuando os quatro passos, porque novamente o enunciado pedia para que isso fosse feito.

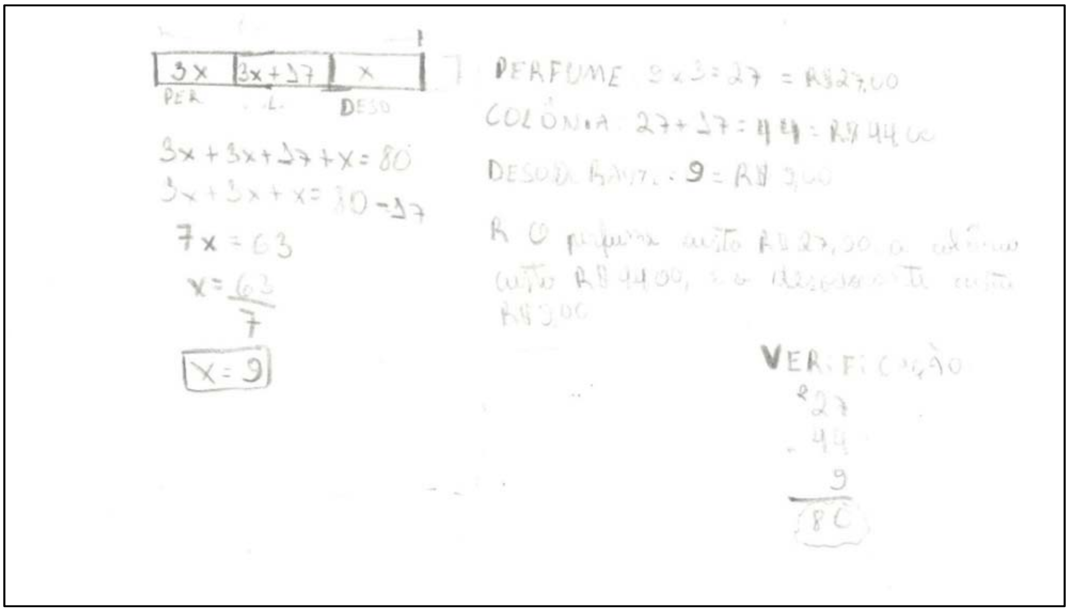
Nas atividades anteriores sempre destacávamos a importância dos quatro passos, principalmente o da verificação, pois esta etapa validaria as respostas e as estratégias. Apesar dos alunos entenderem a importância da verificação, muitos não tinham assimilado como suas ações durante a resolução de um problema, e nesta atividade eles foram obrigados a vivenciar, por exigência do enunciado do problema. Foi uma estratégia didática do professor para diminuir as falhas anteriores, já que a atitude natural de incorporar as etapas da metodologia na resolução de um problema não estava sendo alcançada.

Após o término do desenvolvimento da atividade, passamos ao momento do debate. No 7º Ano A um aluno se ofereceu para ir a lousa e expos sua solução.

Ele representou corretamente a situação através do modelo de barras e atribuiu ao desodorante o valor x, 3x para o perfume e por fim 3x + 17 para a colônia.

Escreveu a equação: 3x + x + 3x + 17 = 80. Ao resolver a equação encontrou x igual a 8, quando dividiu 63 por 7. Desta forma o aluno respondeu R$ 8,00 para o desodorante, R$ 24,00 para o perfume e R$ 41,00 para a colônia. Quando efetuou a verificação encontrou o valor de R$ 73,00 para o Kit todo, e como o Kit custava R$80,00 desconfiou de sua resposta e perguntou para o professor onde estava seu erro. Neste momento, os alunos perceberam a importância de se realizar a verificação ao resolver o problema. Com o erro do aluno na lousa todos se voltaram para sua solução até encontrarem o erro na divisão. Com o erro encontrado, o aluno refez as contas e concluiu a resposta corretamente. Nesta atividade o número de alunos efetuando a verificação aumentou consideravelmente.

Figura 34 – Aluno realizando as verificações



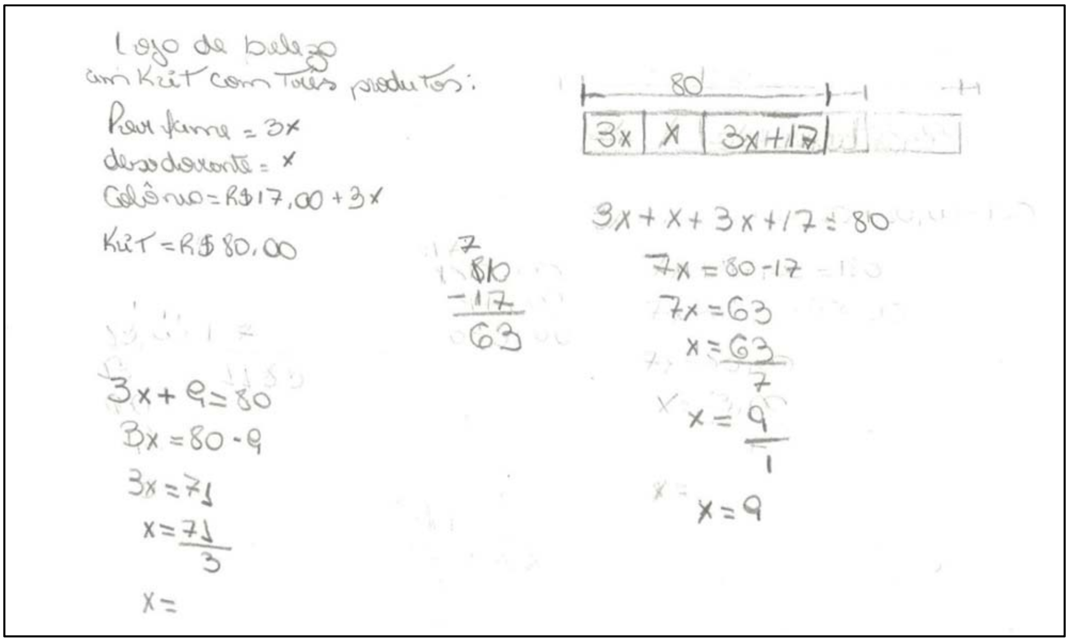
Fonte - Próprio Autor.

Dificuldades dos Alunos

Nesta atividade, todos utilizaram o modelo de barras como estratégia para realizar. Porém, alguns alunos apresentaram dificuldades em resolver as equações do 1º grau. Na montagem das equações até que realizaram com sucesso, mas a manipulação algébrica que segue e o momento de apresentar a resposta apresentaram várias dificuldades. Assim, é interessante para o professor compreender os momentos das dificuldades dos alunos e o modelo de barras que permite detectar até onde o raciocínio do aluno e registro da equação estão corretos. São partes do ensino de álgebra que o professor também aprendeu.

Algo que também chamou atenção foi que alguns alunos conseguiram desenvolver bem a metodologia do modelo de barras, conseguiram resolver a equação encontrando x igual a 9, mas não souberam o que fazer com esse valor. Este fato reflete o ensino tradicional em que o importante é dar uma resposta numérica, não importa o que ela represente ou que signifique. A etapa de validar a resposta mostrou-se novamente importante, mesmo quando o valor numérico da raiz da equação está correto.

Figura 35 – Aluna com dificuldade em finalizar seu raciocínio



Fonte - Próprio Autor.

Neste caso, o momento do debate quando os alunos discutiram a resposta, todos inclusive a aluna conseguiram esclarecer as dúvidas coletivamente.

Comentamos mais uma falha do professor responsável por essa dissertação. Em conversa com a orientadora, ela fez perceber o equívoco em colocar os passos da resolução de problemas como parte do enunciado e também em exigir que utilizem o modelo de barras como estratégia, pois desta maneira as etapas serão consideradas "problema" não parte natural de "fazer matemática" no processo de aprendizagem, assim como pensarão que o modelo de barras será parte de um "problema" que o professor irá indicar quando usar, não como uma estratégia de desenvolver raciocínio algébrico na pré- álgebra. O uso de modelo de barras, dentro do curso natural da aprendizagem da linguagem algébrica, seus registros e suas técnicas, irá gradativamente ser abandonado à medida que a algebrização avance como significado. Reconhecemos que a atividade apresenta o modelo de barras mais como um conceito ou técnica de matemática que são obrigados a aprender. O modelo de barras deve ser uma maneira de representação que ajude a modelar e resolver problemas algébricos.

Embora reconhecendo tal falha, a atividade em si tinha objetivo claro de fazer os alunos vivenciarem, mesmo sob forma de um enunciado de problema, as duas metodologias que são objetivo desta dissertação, e podemos dizer que conseguimos realizar.

3.6: Atividade As Quatro Etapas de Uma Viagem

Planejamento da Atividade: Motivação, justificativa e expectativa.

Ao criarmos um roteiro de resolução na atividade anterior esperávamos que os alunos pudessem perceber a importância de se trabalhar com as metodologias. Com isso, o aluno perceberia que ele pode trabalhar com elas em qualquer momento, especialmente a metodologia de Resolução de Problema para organizar seu raciocínio. E também a metodologia de Modelo de Barras para que o aluno reconheça sua utilidade e a facilidade para criar outros modelos.

Enunciado da Atividade: O motorista fez uma viagem de 124 km em quatro etapas. Na primeira ele percorreu 15 km. Na terceira etapa ele percorreu a soma dos quilômetros da primeira com a segunda etapa. Na quarta etapa ele percorreu a soma dos quilômetros das etapas anteriores. Quantos quilômetros esse motorista fez em cada etapa da viagem?

Cronograma: A atividade foi planejada para uma aula de 50 minutos, e que toda a atividade fosse terminada nesta aula. Desta forma prevemos 20 minutos para os alunos realizarem sua resolução individualmente, 20 minutos para resolução na lousa e 10 minutos para o debate/fechamento.

Reflexões para planejar a atividade: Geralmente os alunos não são cobrados sobre a justificativa de como chegaram a determinado resultado. Muitos professores se sentem satisfeitos apenas com as respostas numéricas dadas pelos alunos, e antes do nosso trabalho de dissertação nós também aceitávamos apenas as respostas.

Este procedimento limita muito a avaliação feita pelo professor, já que a mesma é feita apenas dizendo se uma resposta está certa ou errada. Ao solicitar que o aluno na folha de resposta escreva todo o seu raciocínio, o professor consegue visualizar claramente todos os passos elaborados pelos alunos. Uma resposta errada pode ser causada por um erro de cálculo e não podemos jogar fora todo um raciocínio. A junção das metodologias de Resolução de Problemas e Modelo de Barras facilita esse processo, especialmente na transição da pré-álgebra.

Expectativas antes da aula: Previmos que o aluno pudesse resolver a atividade utilizando as metodologias de Resolução de Problemas junto com o Modelo de Barras. Esperávamos que eles criassem seu próprio modelo de barras, e o utilizassem para apresentar um melhor registro de sua resolução, deixando claro o processo inteiro usado para resolver o problema.

Objetivo Matemático da Atividade:

- Traduzir corretamente a linguagem do enunciado do problema para uma linguagem matemática;

- Aplicar as etapas da resolução de problemas, compreensão, o plano (estratégia), execução do plano e retrospecto (verificação);

- Na etapa do plano (estratégia) verificar se o aluno percebe a vantagem de adotar o Modelo de Barras para facilitar seu raciocínio;

- Resolver o problema utilizando técnicas de resolução de equação de 1º grau.

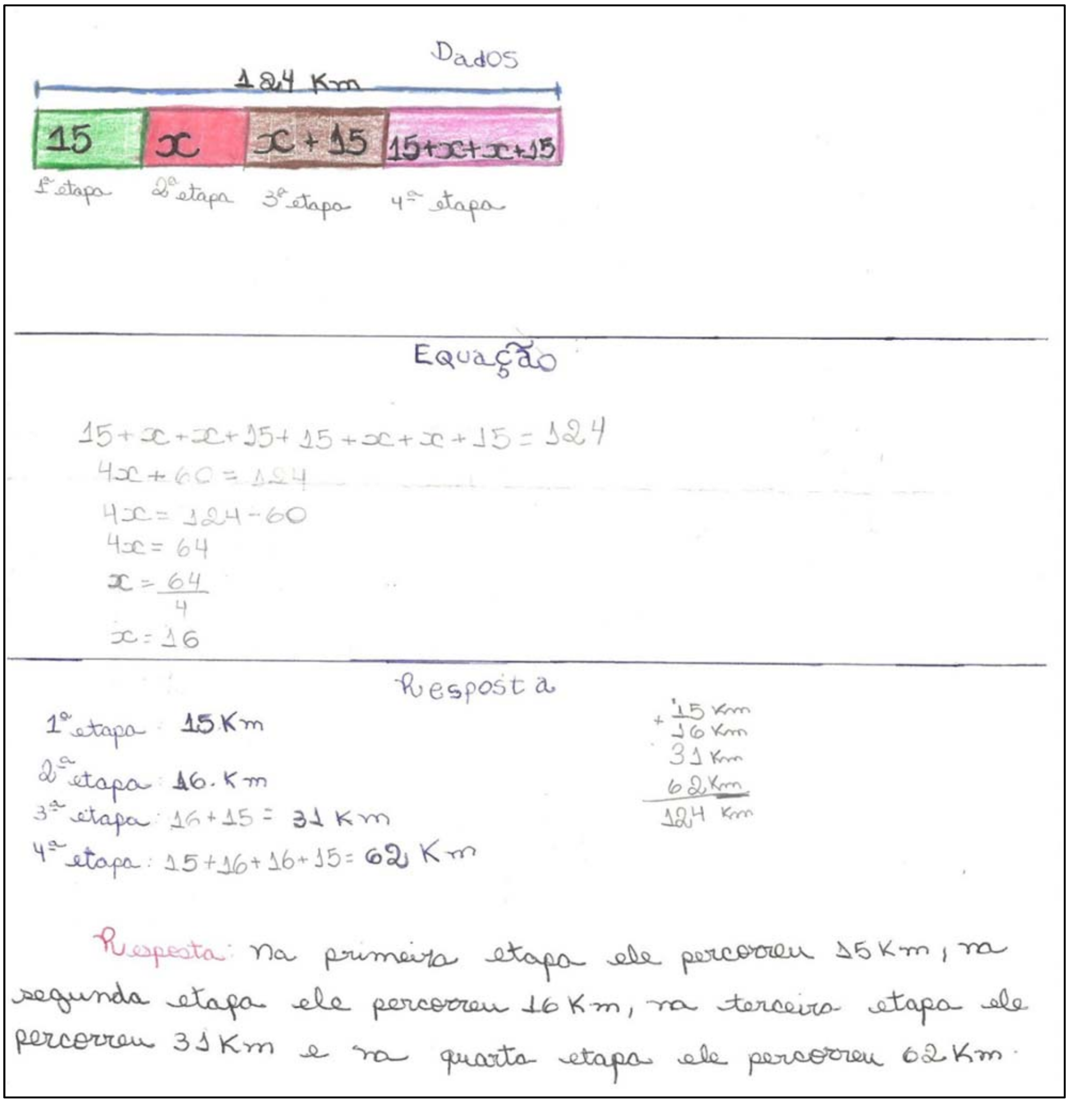
Desenvolvimento da Atividade

Realizada no dia 10 de outubro de 2012, contou com a participação de 18 alunos do 7º Ano A e 15 alunos do 7º Ano B. Todos os alunos de ambas as turmas realizaram a atividade utilizando a metodologia do Modelo de Barras junto com as etapas da metodologia de Resolução de Problemas, mesmo que o enunciado não as mencionassem.

Percebemos que muitos alunos organizaram seus dados e esquematizaram seus raciocínios utilizando barras. Nesta atividade não foi especialmente solicitado que os alunos utilizassem o modelo de barras como estratégia

No debate em ambas as turmas quando os alunos foram para lousa resolver a atividade, os alunos explicaram seus raciocínios e a organização dos dados com o modelo de barras.

Figura 36 - Organização na resolução da aluna



Fonte - Próprio Autor.

Destacamos a autonomia e a iniciativa dos alunos, todos queriam expor suas soluções e se mostravam mais seguros, querendo mostrar para os colegas suas resoluções. Podemos dizer que os alunos conduziram a dinâmica de três momentos da atividade sozinhos.

Dificuldades dos Alunos

Os alunos não apresentaram dificuldades em resolvê-las, e erros que apresentaram foram de atenção na técnica de resolução como de verificação da resolução, como duas alunas do 7º Ano B que, ao resolver a equação montada por elas, cometeram tais erros que não perceberam exatamente por falta da etapa de verificação.

Estando quase no final do semestre letivo, pudemos ver que gradativamente as novas dinâmicas de condução de aulas, e a assimilação de novas metodologias por alunos foram iniciadas e conseguidas.

CAPÍTULO 4. ATIVIDADE DE AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM DOS ALUNOS NESTE PROJETO

Quando não ocorre uma transição gradual e adequada da aritmética para álgebra na aprendizagem do 3º ciclo do ensino fundamental, especialmente no 7º Ano (6ª serie) do ensino fundamental, a introdução à linguagem e representação algébrica pode apresentar dificuldades sentidas como saltos na abstração, por causa do conhecimento prévio baseado em procedimentos mecanizados da aritmética, e isso provoca uma frequente rejeição à matemática que afeta a aprendizagem dos alunos nos anos seguintes. A nossa prática como professor no 7º ano tem mostrado este sentimento.

As atividades planejadas para sala de aula desta pesquisa procuraram preencher esta lacuna na aprendizagem, com objetivo de que o aluno pudesse vivenciar a transição, aprendendo o conteúdo, de modo a desenvolver um raciocínio da aritmética para adquirir um raciocínio algébrico. Procuramos conduzir essa transição por meio de resolução de situações problema, em que tentamos destacar a compreensão do significado da igualdade entre conceitos/expressões matemáticos, do significado das expressões algébricas, assim como do que significa usar letras para representar grandezas e suas medidas numéricas, especialmente de números inteiros e racionais.

Realizamos para esta pesquisa seis atividades, que fazem parte do encarte ANEXO, que podem ser utilizados pelos leitores interessados em aplicar a metodologia pesquisada neste trabalho.

No final das atividades aplicamos uma avaliação diagnóstica com problemas, que apresentamos na próxima seção, para verificar a aprendizagem dos alunos sobre o tema trabalhado. A expectativa desta avaliação era de que os alunos soubessem trabalhar as etapas da Resolução de Problemas, e usar quando adequado o Modelo de Barras como estratégia de resolução.

Na correção da avaliação, não verificamos apenas se o resultado é numericamente correto, analisamos o nível de apropriação pelos alunos das 4 (quatro) etapas da Resolução de Problemas, assim como observar o uso de Modelo de Barras convenientemente.

Desta forma, a correção levou em consideração se o aluno:

- Compreendeu corretamente o problema;
- Criou um esquema para resolver o problema e se usou Modelo de Barras de modo adequado;
- Executou corretamente a estratégia de resolução;
- Comprovou/validou os resultados obtidos.

A avaliação diagnóstica foi realizada no dia 29 de novembro de 2012. Participaram da atividade 19 alunos do 7º Ano A e 17 alunos no 7º Ano B. Os alunos tiveram uma aula de 50 minutos para realizar a avaliação que foi composta de 3 (três) problemas.

4.1. Exercício 1 da Avaliação Diagnóstica.

Enunciado do Exercício 1: Em um campeonato de futsal cada vitória vale 3 pontos para a equipe vencedora e cada empate vale 1 ponto para cada equipe. Este campeonato foi disputado por 20 equipes e todas elas se enfrentaram uma única vez. O número de empates de uma determinada **equipe A** é o dobro do número de derrotas. Já o número de vitórias desta equipe é 4 a mais que o número de empates.

a) Qual o número de vitórias, empates e derrotas dessa **equipe A** neste campeonato?

b) Quantos pontos esta equipe A, obteve neste campeonato?

Este é um exercício de compreensão do conceito da relação **parte todo numa adição**, já que o total de jogos disputados por um time é composto pelos jogos ganhos, jogos perdidos e jogos empatados. Desta forma, cada jogo ganho, perdido ou empatado faz parte do total de jogos realizados, e, portanto a interpretação correta do enunciado deve levar à compreensão de que se trata de uma operação de adição. No problema, as parcelas não são números dados para somar, como na aritmética elementar, mas se baseiam num princípio básico que leva a um raciocínio algébrico da operação de adição.

Resultados da Correção do Exercício: A tabela seguinte sintetiza os dados da correção do exercício 1 da avaliação diagnóstica, itens (a) e (b). Nesta colocamos de forma reduzida os resultados obtidos na correção seguindo os critérios mencionados acima, em relação às metodologias trabalhadas nesta dissertação.

Tabela 1 - Exercício 1 – Item (a) – 7ª A

		SIM	NÃO
Leitura e compreensão de dados	Registrou os dados essenciais corretamente	17	2
	Identificou o que precisa ser calculado	19	0
Estratégia e Modelagem do problema	Representou corretamente um Modelo de Barras usando seus dados	19	0
	Equacionou corretamente usando ou não Modelo de Barras, com seus dados	19	0
Execução da estratégia	Resolveu sem erros a equação que considerou	18	1
Justificativa e Validação	Confirmou a resposta na equação	16	3
	Interpretou a resposta dentro do enunciado do problema	15	4

Fonte: Próprio Autor

Tabela 2 - Exercício 1 – Item (b) – 7ª A

		SIM	NÃO
Leitura e compreensão de dados	Registrou os dados essenciais corretamente	16	3
	Identificou o que precisa ser calculado	19	0
Estratégia e Modelagem do problema	Houve a escolha de operações corretas	17	2
Execução da estratégia	Resolveu sem erros as operações que considerou	18	1
Justificativa e Validação	Interpretou a resposta dentro do enunciado do problema	16	3

Fonte: Próprio Autor

Tabela 3 -Exercício 1 – Item (a) – 7ª B

		SIM	NÃO
Leitura e compreensão de dados	Registrou os dados essenciais corretamente	13	4
	Identificou o que precisa ser calculado	17	0
Estratégia e Modelagem do problema	Representou corretamente um Modelo de Barras usando seus dados	16	1
	Equacionou corretamente usando ou não Modelo de Barras, com seus dados	15	2
Execução da estratégia	Resolveu sem erros a equação que considerou	13	4
Justificativa e Validação	Confirmou a resposta na equação	14	3
	Interpretou a resposta dentro do enunciado do problema	12	5

Fonte: Próprio Autor

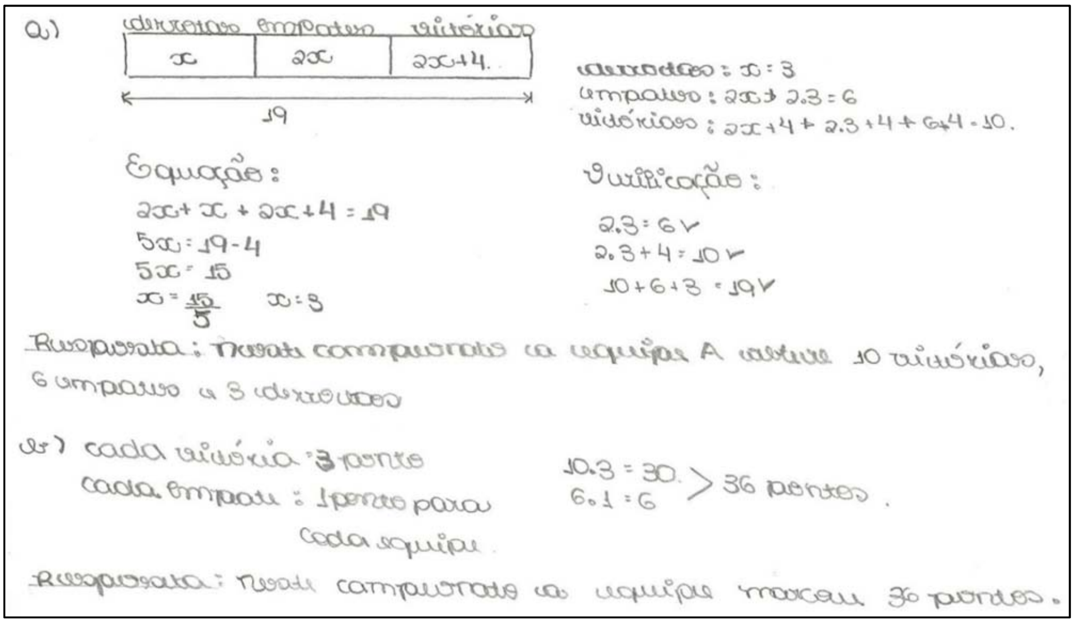
Tabela 4 - Exercício 1 – Item (b) – 7ª B

		SIM	NÃO
Leitura e compreensão de dados	Registrou os dados essenciais corretamente	12	5
	Identificou o que precisa ser calculado	16	1
Estratégia e Modelagem do problema	Houve a escolha de operações corretas	15	2
Execução da estratégia	Resolveu sem erros as operações que considerou	16	1
Justificativa e Validação	Interpretou a resposta dentro do enunciado do problema	12	5

Fonte: Próprio Autor

Resposta Correta: Apresentamos e comentamos uma solução correta que foi bastante frequente na resolução deste problema.

Figura 37 - Resposta correta Exercício 1 avaliação diagnóstica



a) derrotas | empates | vitórias
x | $2x$ | $2x+4$.
19

derrotas: $x=3$
empates: $2x \to 2.3=6$
vitórias: $2x+4 \to 2.3+4 \to 6+4=10$.

Equação:
$2x+x+2x+4=19$
$5x=19-4$
$5x=15$
$x=\frac{15}{5}$ $x=3$

Verificação:
$2.3=6$ ✓
$2.3+4=10$ ✓
$10+6+3=19$ ✓

Resposta: Neste campeonato a equipe A obteve 10 vitórias, 6 empates e 3 derrotas

b) cada vitória: 3 ponto
cada empate: 1 ponto para cada equipe.

$10.3=30$
$6.1=6$ > 36 pontos.

Resposta: Neste campeonato a equipe marcou 36 pontos.

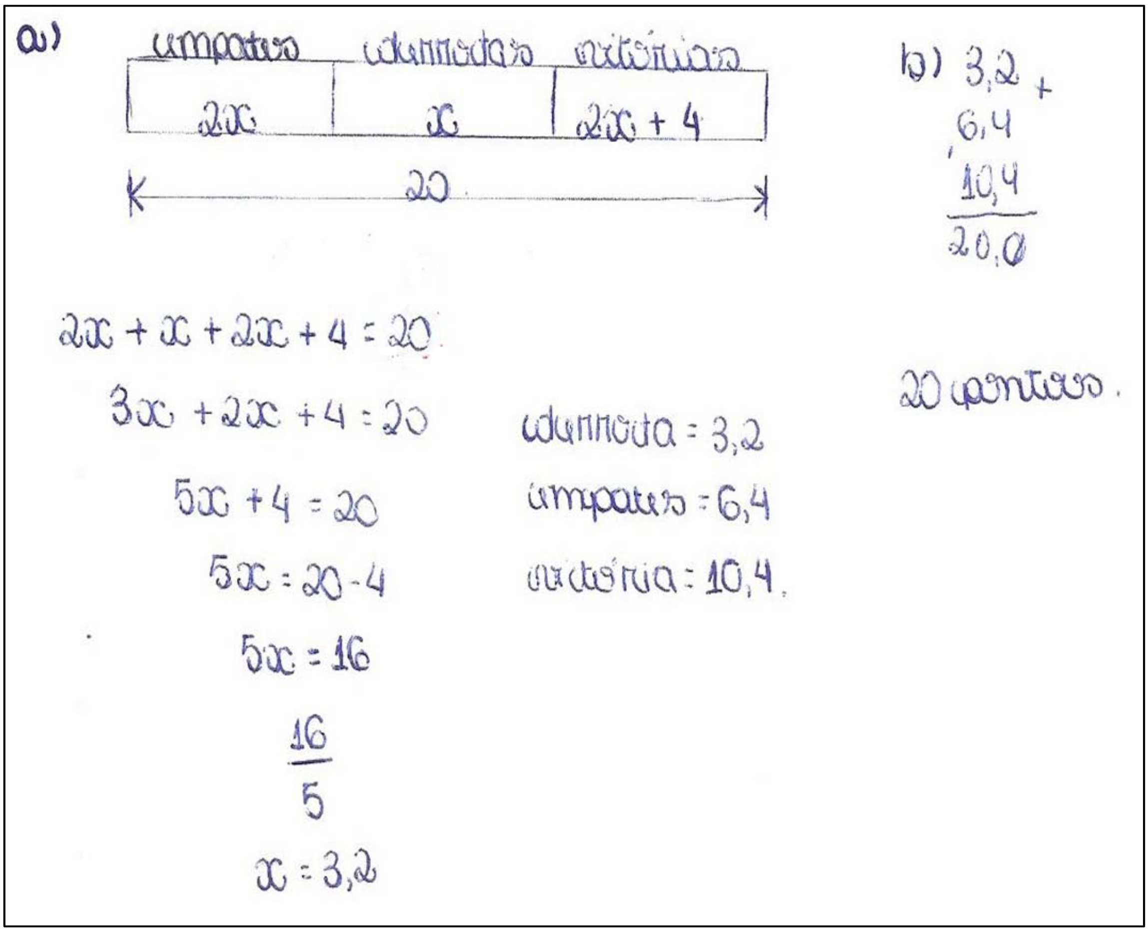
Fonte: O próprio autor.

Na resposta da ilustração acima (Figura 37) verificamos que a aluna mostrou compreender o enunciado do problema, conseguiu modelar algebricamente a situação problema, identificando as partes que compõem a equação modelada. Na montagem da estratégia, o modelo de barra foi utilizado de forma correta para ilustrar o caminho que permite expressar a equação, cujo resultado foi utilizado para responder o problema e também na fase de validação.

Esta resposta e o número de alunos que acertaram o problema mostram o potencial da metodologia para avaliar a aprendizagem satisfatória nas competências visadas pela álgebra neste nível de ensino.

Respostas não satisfatória: Apresentamos algumas soluções que consideramos não satisfatórias e suas respectivas justificativas para este fato.

Figura 38 - Resposta 1 não satisfatória Exercício 1 avaliação diagnóstica.



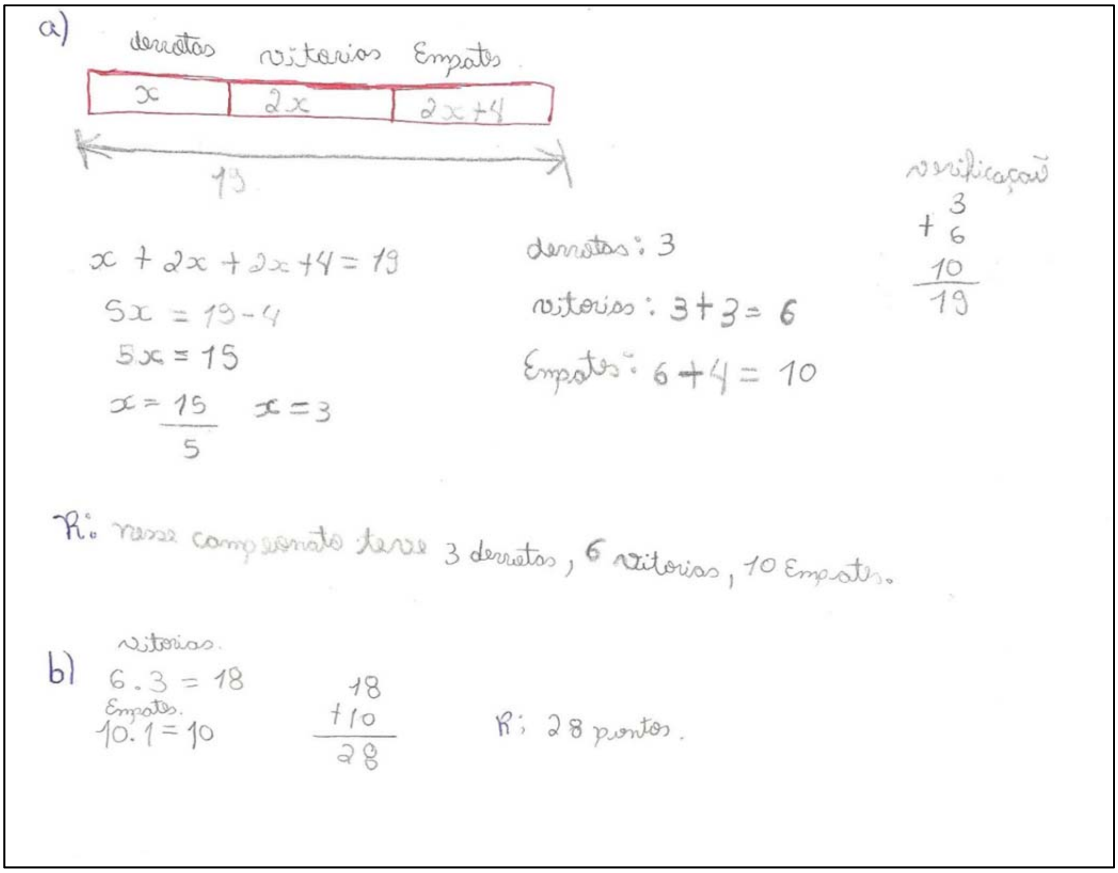
Fonte: O próprio autor.

Na figura 38 aparece uma resposta não satisfatória, em que a metodologia de resolução de problemas permite localizar o erro e analisar qualitativamente o seu significado. Vemos que a aluna compreendeu os dados do problema e a situação problema, pois a modelagem da situação com o modelo de barras deixa claro esta importante fase. Logo, a identificação do erro da aluna é o fato de considerar que o total de jogos é igual a 20, e o erro não é técnico de equacionar algebricamente, fato que ela conseguiu executar. Se em um campeonato temos 20 times, cada time joga 19 vezes em um único turno, pois um time não pode enfrentar a si próprio. A metodologia de resolução por etapas potencializa a aprendizagem ao mesmo tempo que permite ao professor identificar o nível do erro. Analisamos que se a aluna tivesse completado a fase de validação da resposta na quarta etapa da metodologia de Resolução de Problemas, esse erro poderia ter sido revisado e evitado, pois a aluna estranharia que os números de vitorias, derrotas e empates da equipe A não dessem números inteiros, e questionaria sua própria resolução. Caso não conseguisse nesse momento, uma revisão cuidadosa da interpretação dos dados levaria ao reconhecimento da importância da primeira etapa da Metodologia de Resolução de Problemas.

Esta análise mostra a vantagem de trabalhar as etapas da resolução como estratégia de ensino e aprendizagem nas aulas de matemática, e que a análise dos erros com esta perspectiva favorece a avaliação mais precisa da aprendizagem dos alunos.

A participação ativa dos alunos quando compartilha as soluções nas aulas poderá diminuir a ocorrência desse tipo de erro, principalmente como o citado acima em que o desenvolvimento do raciocínio algébrico foi satisfatório.

Figura 39 - Resposta 2 não satisfatória Exercício 1 avaliação diagnóstica.



Fonte: Próprio Autor.

Na figura 39 acima, mais uma vez o modelo de barras permite localizar com facilidade a falha da aluna. Podemos verificar que a aluna consegue identificar o que está sendo pedido no enunciado do exercício. Também podemos verificar que a aluna consegue criar um modelo de barras com os dados que ela extraiu do enunciado do problema, mas claramente percebemos que existe uma falha na leitura do enunciado, onde a aluna inverte em seu modelo de barras a quantidade de vitorias pela quantidade de empates. Assim a aluna encontra como resposta 3 derrotas, 6 vitórias e 10 empates, e não 3 derrotas, 6 empates e 10 vitórias, a resposta correta para o exercício. Percebemos também que a aluna realiza a verificação para a resposta de sua equação criada através do seu modelo de barras. Desta forma podemos concluir que a verificação na metodologia de Resolução de Problemas não pode apenas se limitar às contas realizadas, o aluno deve voltar ao enunciado do problema e verificar se sua resposta faz sentindo, logo deve interpretar sua resposta dentro do enunciado do problema.

4.2. Exercício 2 da Avaliação Diagnóstica.

Enunciado do Exercício 2: Júlio tem um carro com tecnologia flex fuel (pode ser abastecido com gasolina ou álcool ou uma mistura dos dois combustíveis). No último abastecimento, Júlio colocou álcool e gasolina na **proporção** de 1 para 4. Júlio abasteceu 45 litros de combustível.

a) Quantos litros de gasolina e quantos litros de álcool, Júlio colocou no tanque?

b) Com essa mistura o carro de Júlio anda 13 km por litro. Quantos quilômetros serão possíveis de andar com esses 45 litros?

c) Quando Júlio foi abastecer, o preço da gasolina estava R$ 2,59 o litro, já o preço do álcool estava R$ 1,59 o litro. Quantos reais Júlio gastou neste abastecimento?

Este é um exercício sobre o conceito de proporção e a interpretação de fração no contexto. Também o problema exige interpretação de unidade diferente de medida como ‘km por litro’ e seu uso para resolver problemas.

Resultados da Correção do Exercício: Também realizamos uma síntese em uma tabela dos resultados obtidos da correção do exercício 2 da avaliação, itens (a), (b) e (c).

Tabela 5 - Exercício 2 – Item (a) – 7ª A

		SIM	NÃO
Leitura e compreensão de dados	Registrou os dados essenciais corretamente	18	1
	Identificou o que precisa ser calculado	19	0
Estratégia e Modelagem do problema	Representou corretamente um Modelo de Barras usando seus dados	17	2
	Equacionou ou operacional corretamente usando ou não Modelo de Barras, com seus dados	18	1
Execução da estratégia	Resolveu sem erros a equação ou a operação que considerou	18	1
Justificativa e Validação	Confirmou a resposta na equação ou operação	12	7
	Interpretou a resposta dentro do enunciado do problema	18	1

Fonte: Próprio Autor

Tabela 6 - Exercício 2– Item (b) – 7ª A

		SIM	NÃO
Leitura e compreensão de dados	Registrou os dados essenciais corretamente	19	0
	Identificou o que precisa ser calculado	19	0
Estratégia e Modelagem do problema	Houve a escolha de operações corretas	18	1
Execução da estratégia	Resolveu sem erros as operações que considerou	18	1
Justificativa e Validação	Interpretou a resposta dentro do enunciado do problema	17	2

Fonte: Próprio Autor

Tabela 7 - Exercício 2– Item (c) – 7ª A

		SIM	NÃO
Leitura e compreensão de dados	Registrou os dados essenciais corretamente	18	1
	Identificou o que precisa ser calculado	19	0
Estratégia e Modelagem do problema	Houve a escolha de operações corretas	18	1
Execução da estratégia	Resolveu sem erros as operações que considerou	11	8
Justificativa e Validação	Interpretou a resposta dentro do enunciado do problema	11	8

Fonte: Próprio Autor

Tabela 8 - Exercício 2 – Item (a) – 7ª B

		SIM	NÃO
Leitura e compreensão de dados	Registrou os dados essenciais corretamente	14	3
	Identificou o que precisa ser calculado	15	2
Estratégia e Modelagem do problema	Representou corretamente um Modelo de Barras usando seus dados	14	3
	Equacionou ou operacional corretamente usando ou não Modelo de Barras, com seus dados	13	4
Execução da estratégia	Resolveu sem erros a equação ou a operação que considerou	13	4
Justificativa e Validação	Confirmou a resposta na equação ou operação	12	5
	Interpretou a resposta dentro do enunciado do problema	12	5

Fonte: Próprio Autor

Tabela 9 - Exercício 2– Item (b) – 7ª B

		SIM	NÃO
Leitura e compreensão de dados	Registrou os dados essenciais corretamente	11	6
	Identificou o que precisa ser calculado	14	3
Estratégia e Modelagem do problema	Houve a escolha de operações corretas	12	5
Execução da estratégia	Resolveu sem erros as operações que considerou	12	5
Justificativa e Validação	Interpretou a resposta dentro do enunciado do problema	11	6

Fonte: Próprio Autor

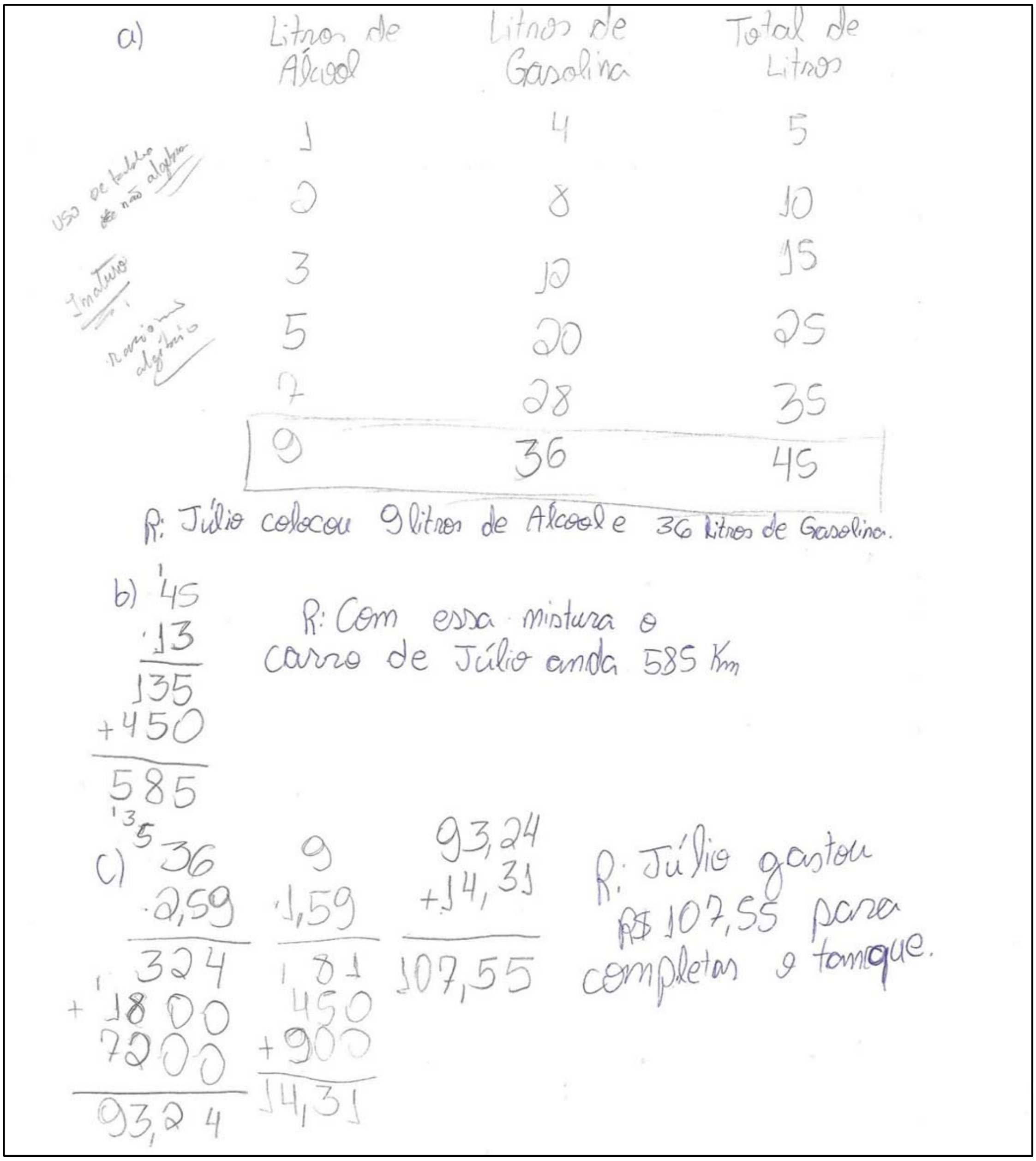
Tabela 10 - Exercício 2– Item (c) – 7ª B

		SIM	NÃO
Leitura e compreensão de dados	Registrou os dados essenciais corretamente	10	7
	Identificou o que precisa ser calculado	14	3
Estratégia e Modelagem do problema	Houve a escolha de operações corretas	11	6
Execução da estratégia	Resolveu sem erros as operações que considerou	10	7
Justificativa e Validação	Interpretou a resposta dentro do enunciado do problema	10	7

Fonte: Próprio Autor

Respostas Corretas: Nesta seção vamos apresentar três soluções que consideramos ser corretas, e vamos analisar os raciocínios desenvolvidos pelos alunos e fazer nossas considerações e analises sobre os mesmos em relação aos aspectos do ensino da álgebra do ensino fundamental II.

Figura 40 - Resposta 1 correta Exercício 2 avaliação diagnóstica

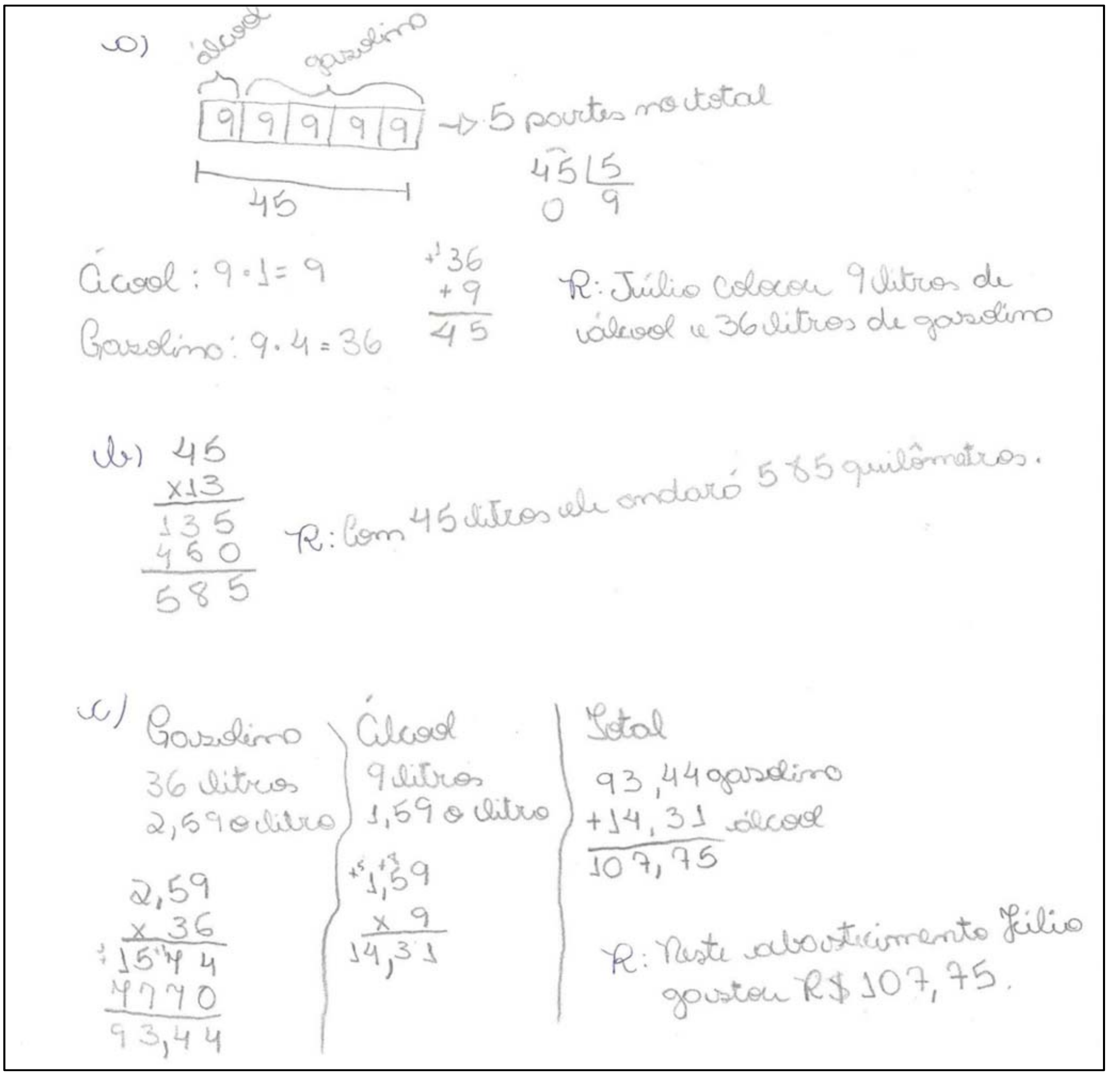


Fonte: Próprio Autor

Na primeira solução (figura 40) que apresentamos, o aluno não escolheu o modelo de barras como estratégia de resolução. Neste o aluno escolhe resolver construindo uma tabela mantendo a proporção determinada no enunciado do exercício. Através desta estratégia o aluno consegue encontrar a solução para este item do exercício. Ao analisar a estratégia do aluno percebemos certa imaturidade, já que não podemos considerar o uso de tabela como sendo álgebra, mas apenas uma precursora de um raciocínio indutivo que precisa caminhar para dedução de caso geral. Assim percebemos que o aluno ainda não desenvolveu um pensamento algébrico.

O aluno precisa consolidar seu conhecimento das operações aritméticas e suas propriedades para desenvolver a Álgebra da Aritmética, para adquirir habilidades e compreender a vantagem do raciocínio algébrico da na resolução de problemas de matemática.

Figura 41 - Resposta 2 correta Exercício 2 avaliação diagnóstica



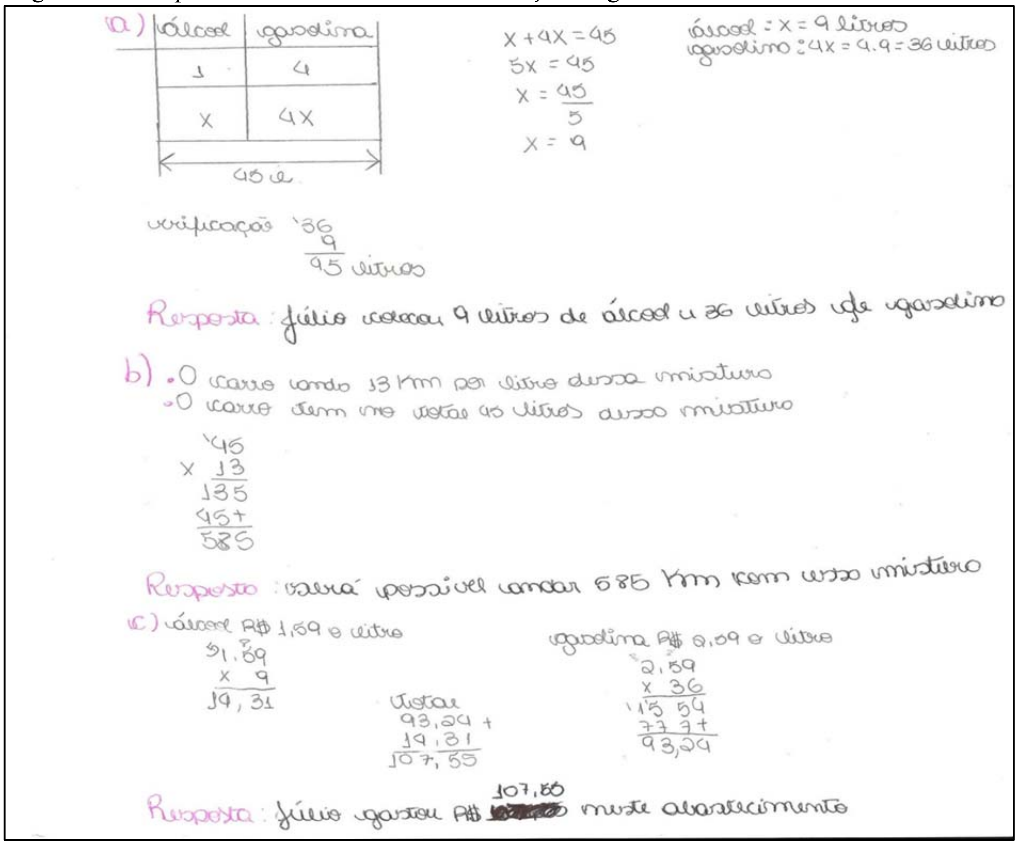
Fonte: Próprio Autor

Na (figura 41), o aluno utiliza representações algébricas para expressar generalizações sobre as propriedades das operações aritméticas e regularidades observadas em algumas sequências numéricas, de modo que poderá compreender a estrutura algébrica de outros campos numéricos como inteiros e racionais. Esta transição entre a aritmética e a álgebra é uma fase das mais importantes na passagem entre os anos elementares e os seguintes, e a dificuldade dos alunos na aprendizagem e dos professores no ensino desses temas geram muita pesquisa na educação matemática.

Ao analisar a solução apresentada pelo aluno percebemos que este utiliza como estratégia de resolução o modelo de barras. O aluno realiza uma atividade de pré-álgebra, pois sua resolução utiliza o modelo de barras para modelar o problema, sem registrar como uma equação. Esse tipo de solução permite observar que o aluno está no início da algebrização, onde o raciocínio algébrico culmina com o conteúdo abstrato de registro simbólico, logo este início é muito importante para a transição.

Muitos alunos tanto do 7º Ano A quanto do 7º Ano B utilizaram essa estratégia como resolução do item (a) do exercício 2.

Figura 42 - Resposta 3 correta Exercício 2 avaliação diagnóstica

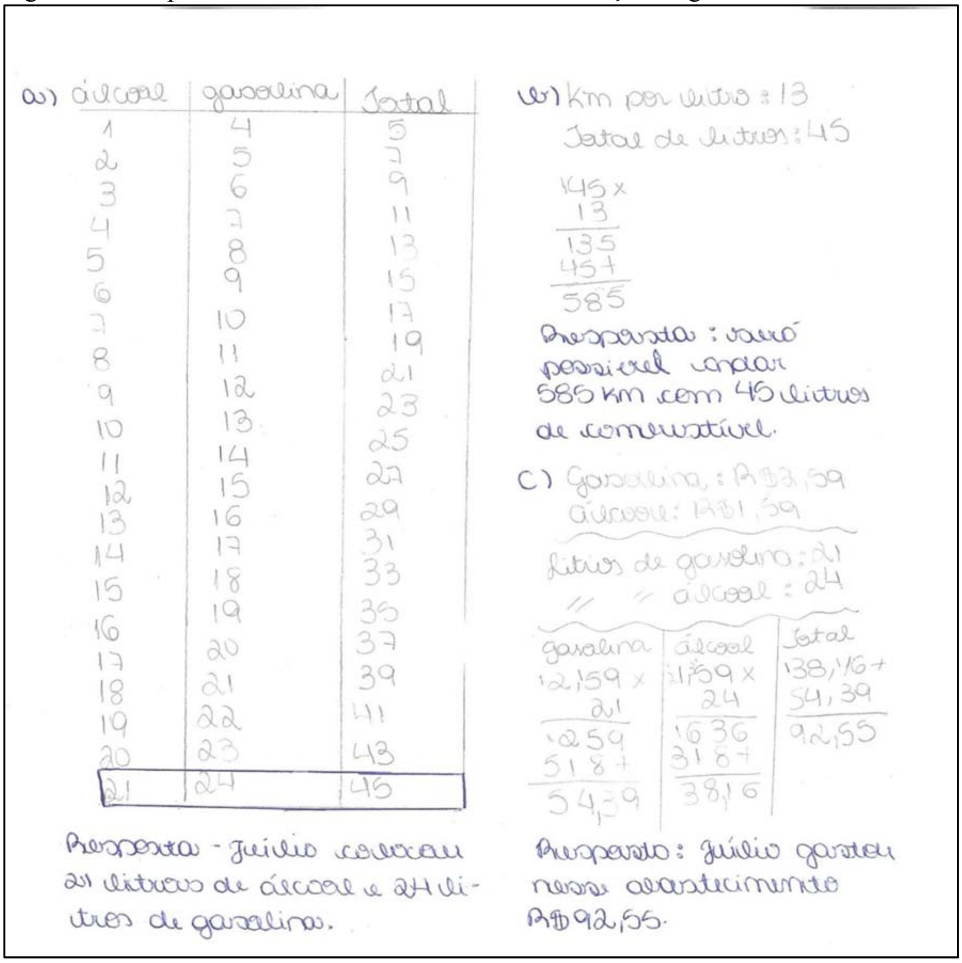


Fonte: Próprio Autor

Aqui percebemos as diferenças entre os raciocínios dos três alunos, o primeiro (figura 40) como já citado, apresenta falta de maturidade em sua solução, e o segundo (figura 41) começa a desenvolver um pensamento algébrico correto essencial para o processo de transição. Na solução (figura 42) podemos verificar o pensamento algébrico já formado pela aluna. Temos uma representação algébrica para os dados do problema onde é possível verificar que a aluna produz e interpreta corretamente a escrita algébrica e consegue resolver a situação problema por meio de uma equação, compreendendo todos dos procedimentos envolvidos.

Respostas não satisfatórias: Duas respostas que consideramos não satisfatórias. Na primeira a aluna utiliza um pensamento imaturo para sua estratégia, desenvolve uma tabela caso a caso para resolver a situação problema. Na segunda o aluno consegue interpretar os dados corretamente, mas se esquece de verificar se sua resposta faz sentido para o contexto do problema.

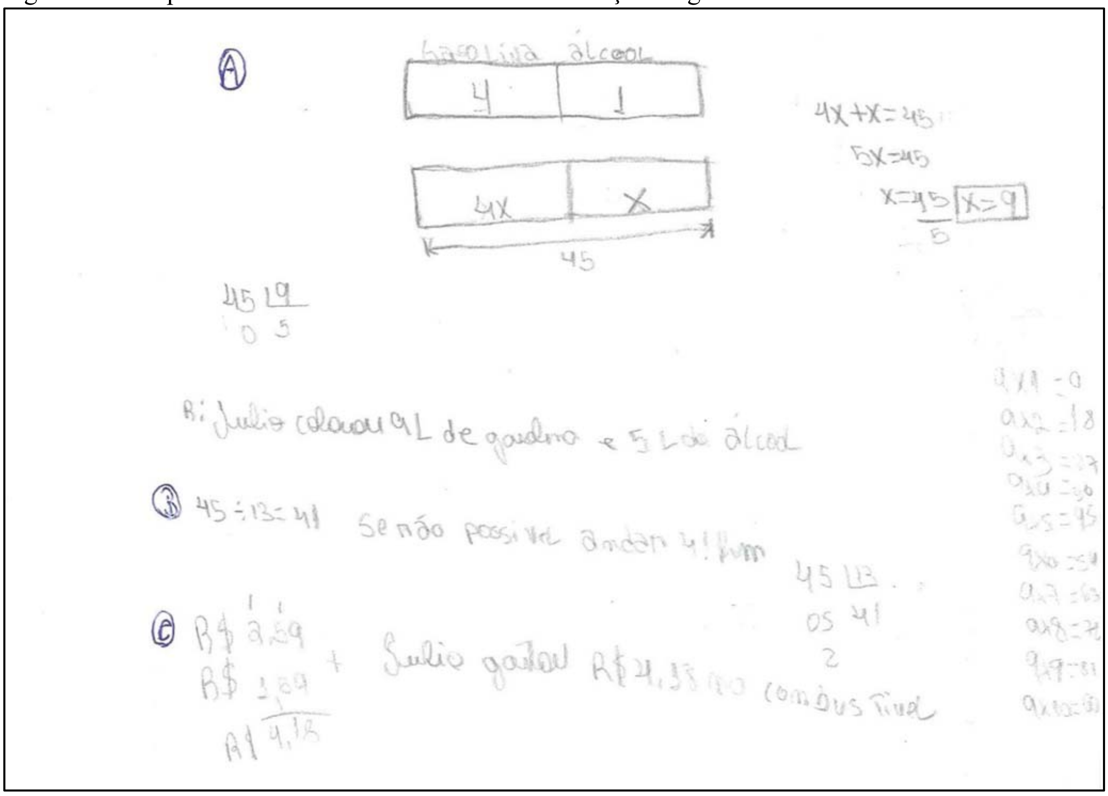
Figura 43 - Resposta 1 não satisfatória Exercício 2 avaliação diagnóstica.



Fonte: Próprio Autor.

Podemos observar (figura 43) que o aluno elabora um esquema de construção passo a passo, caso a caso, de exaustão de casos, até chegar ao dado do problema, total de 45 litros, sem alcançar uma percepção para generalizar. Isto é, não demonstra nenhum entendimento sobre o significado de proporção 1 para 4, que é o objetivo central do problema. Um modelo de barras não teria sido usado por este aluno. O esquema de fazer a tabela e listar as possibilidades (que o aluno acha que são) sem justificativas é uma das estratégias mais comuns que aparecem nas avaliações. Em tal solução fica claro que o aluno considerou a diferença entre a quantidade de álcool e a quantidade de gasolina igual a 3 litros para cada km, como interpretação para o dado numérico que leu no enunciado: 1 para 4, e considerando-a uma constante linear para somar a cada volume de álcool.

Figura 44 - Resposta 2 não satisfatória Exercício 2 avaliação diagnóstica.



Fonte: Próprio Autor

Muitos alunos não enxergam a importância da verificação e validação de sua resolução. Na figura 44 podemos observar que o aluno consegue registrar os dados essenciais corretamente, consegue identificar o que precisa ser calculado, representa coerentemente um modelo para resolver, e resolve a equação corretamente, porém não a confirma a resposta, tampouco interpreta a resposta no enunciado do problema, e acaba deixando sua resposta sem sentido para os dados do problema.

4.3. Exercício 3 da Avaliação Diagnóstica.

Enunciado do Exercício 3: Em um terreno retangular a medida do comprimento do terreno é o dobro da medida da largura. Sabe-se que o perímetro deste terreno é igual a 60 metros.

a) Qual a medida do comprimento e a medida da largura deste terreno?

b) Se Antônio pagou R$ 23,00 por cada metro quadrado, qual foi o total pago por Antônio neste terreno?

Este é um exercício sobre o conceito de proporção entre as medidas dos lados de terreno retangular. No exercício o aluno também precisa saber o conceito de perímetro e de área para resolver os itens do problema.

Resultados da Correção do Exercício: Também realizamos uma síntese em uma tabela dos resultados obtidos da correção do exercício 3 da avaliação diagnóstica, itens (a), (b).

Tabela 11 - Exercício 3– Item (a) – 7ª A

		SIM	NÃO
Leitura e compreensão de dados	Registrou os dados essenciais corretamente	19	0
	Identificou o que precisa ser calculado	19	0
Estratégia e Modelagem do problema	Representou corretamente um Modelo de Barras usando seus dados	13	6
	Equacionou corretamente usando ou não Modelo de Barras, com seus dados	17	2
Execução da estratégia	Resolveu sem erros a equação que considerou	19	0
Justificativa e Validação	Confirmou a resposta na equação	15	4
	Interpretou a resposta dentro do enunciado do problema	15	4

Fonte: Próprio Autor

Tabela 12 - Exercício 3 – Item (b) – 7ª A

		SIM	NÃO
Leitura e compreensão de dados	Registrou os dados essenciais corretamente	13	6
	Identificou o que precisa ser calculado	19	0
Estratégia e Modelagem do problema	Houve a escolha de operações corretas	13	6
Execução da estratégia	Resolveu sem erros as operações que considerou	15	4
Justificativa e Validação	Interpretou a resposta dentro do enunciado do problema	12	7

Fonte: Próprio Autor

Tabela 13 - Exercício 3– Item (a) – 7ª B

		SIM	NÃO
Leitura e compreensão de dados	Registrou os dados essenciais corretamente	15	2
	Identificou o que precisa ser calculado	17	0
Estratégia e Modelagem do problema	Representou corretamente um Modelo de Barras usando seus dados	15	2
	Equacionou corretamente usando ou não Modelo de Barras, com seus dados	17	0
Execução da estratégia	Resolveu sem erros a equação que considerou	17	0
Justificativa e Validação	Confirmou a resposta na equação	17	0
	Interpretou a resposta dentro do enunciado do problema	13	4

Fonte: Próprio Autor

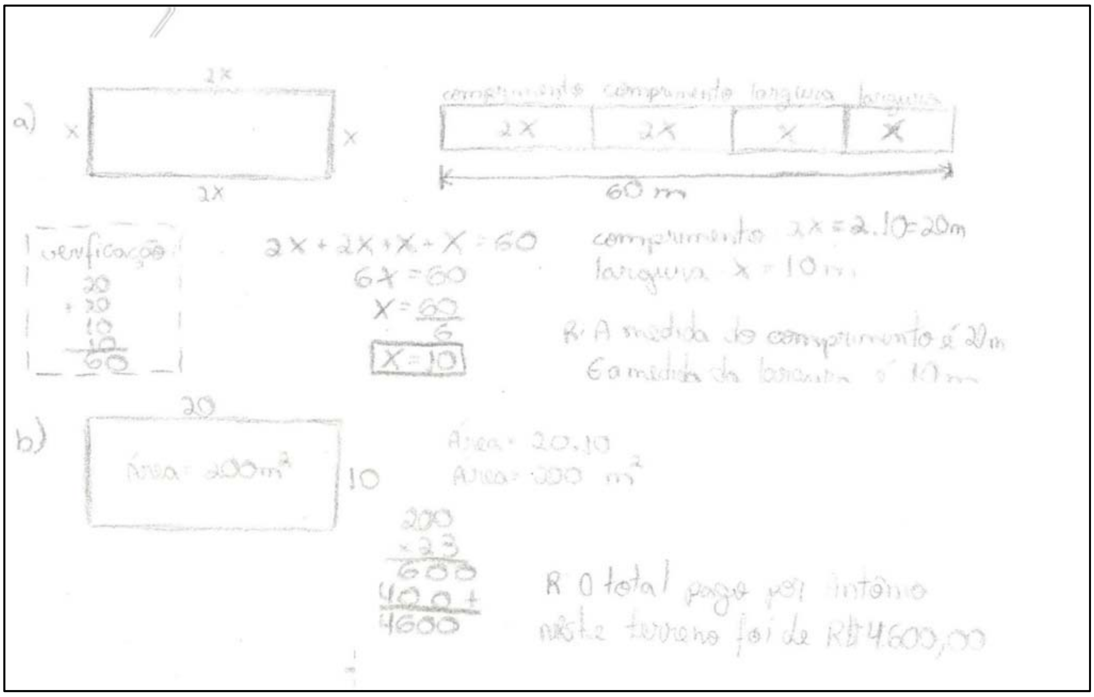
Tabela 14 - Exercício 3 – Item (b) – 7ª B

		SIM	NÃO
Leitura e compreensão de dados	Registrou os dados essenciais corretamente	9	8
	Identificou o que precisa ser calculado	15	2
Estratégia e Modelagem do problema	Houve a escolha de operações corretas	11	6
Execução da estratégia	Resolveu sem erros as operações que considerou	15	2
Justificativa e Validação	Interpretou a resposta dentro do enunciado do problema	9	8

Fonte: Próprio Autor

Respostas Corretas: Vamos analisar uma solução que consideramos estar correta.

Figura 45 - Resposta correta Exercício 3 avaliação diagnóstica



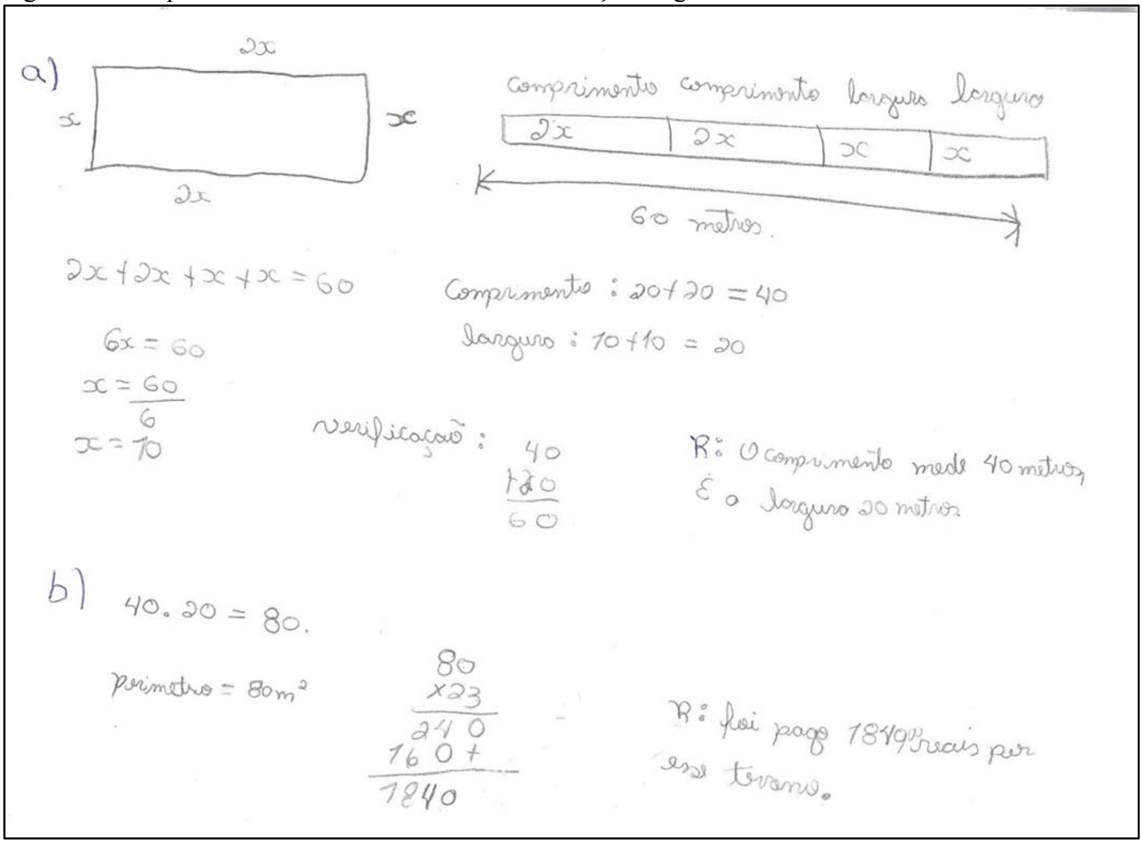
Fonte: Próprio Autor

Podemos observar na resolução que o aluno faz uma figura representativa da situação do problema. Em seguida utiliza o modelo de barras para deixar claro sua compreensão dos dados do problema para posteriormente realizar a execução e a verificação.

Respostas não satisfatórias: Para este terceiro exercício, analisamos uma solução que não consideramos satisfatória, mas ao focar o entendimento da aluna sobre o enunciado da questão, não podemos considera-lo totalmente errado. Isso nos fez questionar se, ao invés de colocarmos no enunciado do item (a): “Qual a medida do comprimento e a medida da largura deste terreno?”, não seria melhor ter perguntado:” Quais são as dimensões do terreno? “

O questionamento surgiu ao analisarmos a resposta da aluna, pois o enunciado pode provocar confusão e gerar esse tipo de interpretação. Procurando em todas as respostas, encontramos 4 soluções iguais a esta entre os alunos do 7º Ano A e 7º Ano B, mostrando a importância ao professor que propõe um problema do enunciado claro e correto. Muitas vezes um enunciado é claro no pensamento do professor que elaborou segundo um objetivo, mas nem sempre é entendido da mesma maneira por quem o lê. A metodologia de Resolução de Problemas, sob perspectiva de Avaliação promoveu este espaço de aprendizagem ao próprio professor, autor desta pesquisa .

Figura 46 - Resposta não satisfatória Exercício 3 avaliação diagnóstica.



Fonte: Próprio Autor.

Nesta solução o aluno também constrói uma figura representativa de um retângulo e demonstra ter compreendido os dados do problema. Resolve corretamente a a equação. Porém, ao responder o item (a) o aluno responde 40 metros para a medida do comprimento e 20 metros para a medida da largura. Será que o aluno considerou o comprimento total, e largura total? Talvez, como citado acima, o enunciado da questão pode ter levado o aluno a pensar desta maneira, sendo possível verificar no modelo de barras desenvolvido pelo aluno os quatro lados do terreno.

No item (b) podemos que a aluna comete um erro de multiplicação e também uma falha no conceito de perímetro e área trabalhado no ano anterior. A falta de conhecimento de conceitos geométricos é uma constante no ensino fundamental e deve ser tópico que merece muita atenção do professor.

4.4. Avaliando um aluno “especial”.

Nesta seção relatamos o caso de um aluno que julgamos ser especial e muito importante para o desenvolvimento deste trabalho. Iremos referir a este aluno como aluno A.

O aluno A é aluno do professor desta pesquisa desde o ano de 2010. Quando ingressou no 6º Ano (2010), ele era um aluno muito desmotivado que não participava das aulas e não realizava nenhum tipo de tarefa, e muitas vezes não levava seus materiais para aula. Em muitas aulas, o aluno mostrava cansaço dormindo sobre a carteira, reagindo muitas vezes de forma agressiva quando era questionado sobre o comportamento. Isso não era apenas nas aulas de matemática, mas sim em todas as aulas de outras disciplinas. Por várias vezes o aluno era encaminhado para orientação, porém quando voltava seu comportamento era pior. Desta forma, com esse comportamento e notas baixas nas avaliações sua reprovação no final do ano foi inevitável.

Com a reprovação, o aluno foi matriculado na turma do 6º Ano A (2011) turma que em 2012 no 7º Ano, fez parte da nossa pesquisa de trabalho. A reprovação não fez bem para o aluno, ele não aceitava estar em uma turma nova, não achava certo todos terem ido para o 7º Ano e somente ele ter ficado no 6º Ano. Neste ano o comportamento do aluno não foi muito diferente, não apresentou melhora em relação aos estudos. Porém ao contrário do ano passado ele estava mais enturmado com seus novos colegas. No final do ano uma nova reprovação era quase certa, mas neste momento os professores do conselho acreditaram que uma nova reprovação poderia trazer muitos problemas para o aluno, e baseados em fundamentos pedagógicos e não apenas na questão do domínio de conteúdo, decidiram que seria melhor o aluno continuar com essa turma com que ele havia adquirido afinidade.

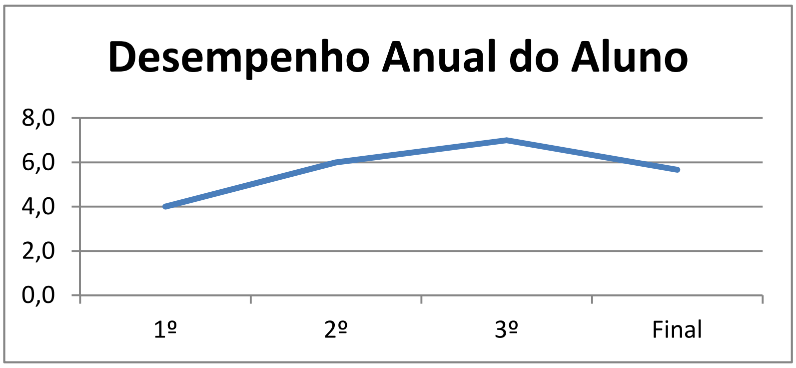
Gostaríamos também de mencionar a participação da família. Todas as vezes em que o aluno apresentou problemas de comportamento ou por falta de participação nas aulas, a orientação comunicou os pais. A participação da família é fundamental, porém em conversas com o aluno era possível perceber problemas familiares, problemas que comprometem o desenvolvimento do aluno em sala de aula. Se o aluno passa por problemas no ambiente familiar é muito complicada a intervenção da escola no sentido de melhorar seu aproveitamento escolar, para o qual o aluno precisa estar amparado por um ambiente familiar que possa dar totais condições para que ele aproveite as oportunidades que são lhe oferecidas no ambiente escolar.

Com a permanência no 7º ano A 2012, ele fez parte deste trabalho de pesquisa. Neste ponto, gostaríamos de ressaltar a importância desta metodologia.

Com a introdução de novas metodologias nas turmas do 7º ano e trabalho em classe com nova dinâmica de participação dos alunos, o aluno foi se sentindo aos poucos fazendo parte do desenvolvimento da aula. No início, ele apresentou certa resistência, não participava dos debates e resolvia suas folhas de atividade de qualquer maneira. Aos poucos, ele começou a participar mais das atividades e querer ir à lousa apresentar sua resolução. Na primeira vez que foi até à lousa expor sua solução, logo que concluiu seu raciocínio para toda turma, todos ficaram muito felizes, por ser a primeira vez que ele tinha feito isso. No final, todos aplaudiram o aluno que ficou bastante emocionado, quase a chorar. Foi a primeira vez que o aluno se sentia totalmente parte da turma e também que, como os demais colegas, ele era capaz de construir seu próprio conhecimento. É importante ressaltar que a melhora de seu comportamento e na realização das tarefas não se deu somente na disciplina de matemática, outros professores também comentaram a melhora em participação na sala de aula e na realização de tarefas. O aluno estava escrevendo melhor, tirando notas melhores e aos poucos deixou de participar nos processos de recuperação.

Ressaltamos que essa melhora aconteceu gradativamente, não esperávamos que o aluno fosse melhorar de um dia para o outro, mas apenas o fato de começar a se interagir com os demais colegas e a participar ativamente das aulas significou um ganho muito significativo.

Figura 47 – Desempenho Anual do Aluno Especial



Fonte: Próprio Autor

No gráfico, verificamos o desempenho anual do aluno em cada trimestre e por fim a sua média final.

Podemos observar que no 1º Trimestre a nota do aluno ficou abaixo da média, e o aluno passou pelo processo de recuperação. Nos próximos dois trimestres quando iniciamos o desenvolvimento das metodologias desta pesquisa com os alunos, podemos observar que seu desempenho foi acima da média, e com isso conseguiu a aprovação no final do ano. Ressaltamos que o aluno ainda apresentava muitas dificuldades, mas podemos afirmar que, com a implantação da nova rotina em sala de aula, foi possível perceber que o aluno adquiriu capacidade para construir novos conhecimentos e ser um protagonista no desenvolvimento das aulas. Sua autoestima era outra no final do ano, e percebemos que a nova postura só lhe trouxe benefícios. A continuidade deste trabalho traria então mais ganhos para o aluno.

4.5. Avaliação do Projeto

Resumimos nesta seção sentimentos finais que achamos relevantes sobre o projeto com influência na profissão.

No inicio do ano de 2012, antes de iniciarmos nossa pesquisa sobre a transição da aritmética para álgebra, realizamos uma avaliação com duração de 50 minutos composta de 4 (quatro) questões. Os alunos terminavam a avaliação em média em 35 minutos, muitas vezes deixando questões em branco, e quando resolvidas, as respostas eram de maneira geral mal organizadas, sem conseguir mostrar o raciocínio presente na resolução. Até então, não era desenvolvido na escola nenhum trabalho para analisar e tentar reverter esses resultados. O professor responsável não tinha nenhum comportamento especial para recuperar o aprendizado nessa situação.

No decorrer do nosso trabalho, com foco em "fazer matemática", ou seja, em argumentar passo a passo seus raciocínios, os alunos começaram a realizar as avaliações com mais cuidado e calma, e se preocuparam em resolver cada questão da melhor maneira possível. Ressaltamos que não somente nas avaliações de matemática, foi possível verificar que em outras disciplinas, por exemplo, em geografia e ciências, os alunos estavam organizando melhor suas respostas. Desta forma, pudemos verificar que a postura dos alunos não mudou somente durante as aulas, mas também na realização de uma avalição. Pudemos verificar que em uma avaliação, os alunos primeiramente efetuam a leitura de todas as questões, e iniciam resolvendo a questão com que possuem mais afinidade, para posteriormente enfrentarem outras questões. O tempo que eles dedicam para uma questão também é diferente, em média eles ficam entre 10 minutos a 15 minutos em uma questão. Isso ocorre não porque estão com dificuldades, mas sim por quererem organizar e responder de maneira completa cada questão da avaliação.

Adotar um livro didático torna mais fácil ao professor seguir o modelo e as atividades propostas pelo autor do livro. Porém, seguir automaticamente um livro didático pode não contemplar o ritmo e a necessidade de aprendizagem de todos os alunos de uma sala, mas apenas para corresponder ao conteúdo programático de determinado ano escolar segundo recomendações curriculares.

Com a realização deste trabalho de dissertação, aprendemos a adaptar o conteúdo do livro didático para seus alunos, pois um professor deve conhecer seus alunos para saber como preparar e conduzir uma aula conforme a necessidade da turma. Hoje conseguimos desenvolver uma aula que prioriza a participação dos alunos e conseguimos enxergar as necessidades e dificuldades dos alunos. Assim conseguimos fazer todos participarem da aula, aumentando o entendimento de todos sobre o conteúdo programado.

A mudança de hábito não aconteceu somente nas turmas trabalhadas, mas sim em todas as turmas que lecionamos, por ter compreendido a importância da nova prática em ambiente escolar, e isso contribui para a satisfação das turmas assim como na profissão.

CAPÍTULO 5. CONCLUSÃO

Quando fomos buscar novas metodologias de ensino e uma nova filosofia de trabalho para o ambiente didático da nossa escola, procuramos incluir no projeto de pesquisa uma ajuda no cumprimento do conteúdo programático escolar para o 7º Ano (6ª serie) do ensino fundamental, contido no livro didático adotado pelo colégio, o livro **A conquista da Matemática 7º Ano**, Autores Giovanni; Castrucci e Giovanni Jr, assim como as recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e o respeito a Lei de Diretrizes e Bases (LDB).

Buscamos uma pesquisa que auxiliasse na melhora da nossa prática docente. Os capítulos 3 e 4 descrevem os alunos, não se referem à trajetória de melhora do autor, que desejava proporcionar aos alunos um ambiente de aprendizagem diferente do ensino tradicional.

Geralmente a introdução do ensino da álgebra se faz através de técnicas algébricas que se baseiam na memorização de procedimentos. Muitas vezes esses procedimentos são exercícios repetitivos, onde o aluno é levado a imitar modelos apresentados pelo professor. Este modo limita a maneira com que o aluno entende o significado da álgebra.

Assim, esta dissertação levantou a problemática das dificuldades dos professores em encontrar uma metodologia para ensinar álgebra de maneira que o aluno consiga encontrar um significado no uso de simbologias e fórmulas.

Na nossa pesquisa desenvolvemos um material didático que deu significado do ensino ao professor e do aprendizado da álgebra para nossos alunos.

O material didático foi trabalhado com duas metodologias que permitiram aos alunos resgatar conhecimentos já trabalhados em anos anteriores e a desenvolver o pensamento algébrico, além de possibilitar-lhes a mudar as rotinas no ambiente didático, que os tornaram mais ativos e participativos na condução de suas aprendizagens.

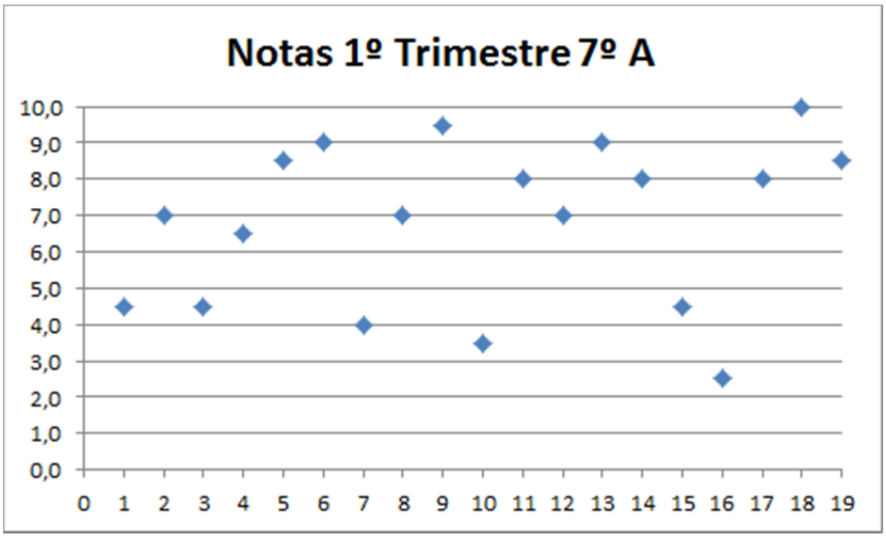
Portanto, a dissertação oferece um material que pode proporcionar aos Professores de Matemática do ensino básico atividades e ideias de um material concreto que podem auxiliar na introdução do ensino da álgebra.

Ao procurar desenvolver esse projeto sentimos necessidade de mudar os métodos tradicionais de condução de aulas, que não se mostravam eficazes para muitos alunos. Com o estudo de novas metodologias, aprendemos a mudar o estilo de lecionar. Passamos a ouvir os alunos e aprendemos a conduzir uma aula com aprendizagem participativa de todos. Ouvindo mais os alunos, conseguimos entender melhor as dificuldades dos alunos e assim preparar melhor as aulas, e efetuar melhor as atividades de avaliação que incluem além da análise dos erros de alunos a nossa própria ptática.

Apresentamos abaixo dois gráficos, com registro das médias dos alunos do 1º trimestre de 2012 de ambas as turmas. Neste trimestre, as aulas ainda eram tradicionais, ou seja, todo o conteúdo era trabalhado pelo professor na lousa e todos os exercícios e atividades propostas eram resolvidos pelo professor. Os alunos não participavam das aulas tampouco das resoluções na lousa. A participação do aluno era limitada a perguntar quando surgia alguma dúvida na explicação ou fala do professor. E o próprio professor respondia e explicava novamente, e não existia nenhum tipo de debate ou manifestação direta dos alunos durante as resoluções das atividades.

O gráfico das notas do 1º trimestre corresponde a avaliações com questões baseadas no livro didático adotado pelo colégio e eram corrigidas apenas levando em consideração a resposta final dos alunos, onde muitas eram apresentadas em branco. O conteúdo trabalhado neste primeiro trimestre foi dos números inteiros.

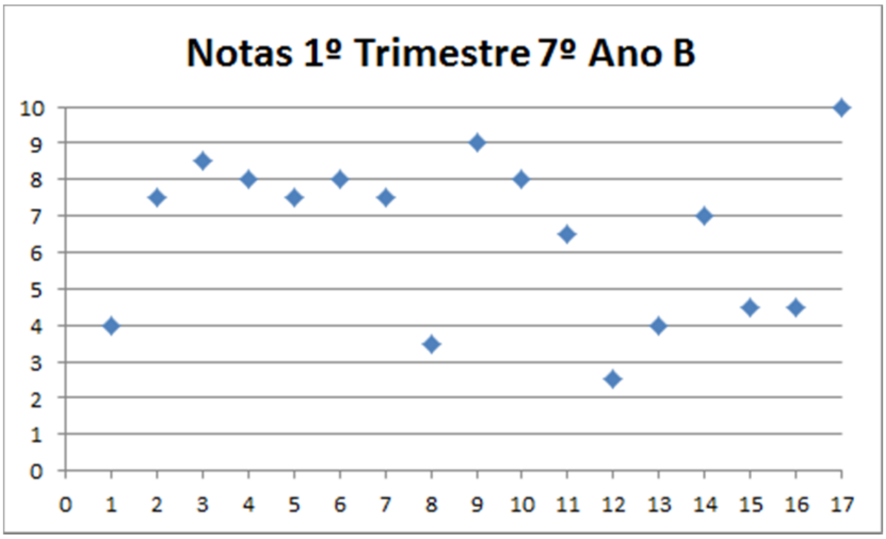
Figura 48 – Gráfico notas 1º Trimestre 7º A



Fonte: Próprio Autor

Neste gráfico temos notas dos 19 alunos desta turma. Podemos verificar que 6 alunos apresentam notas inferiores a 5,0, o que representa aproximadamente 32,6%. Média da turma neste trimestre foi 6,8.

Figura 49 – Gráfico notas 1º Trimestre 7º Ano B



Fonte: Próprio Autor

A Turma 7º Ano B tem 17 alunos. Vê-se que 6 alunos apresentam notas inferiores a 5,0, aproximadamente 35,3 % dos alunos. Média do 7º Ano B foi 6,5.

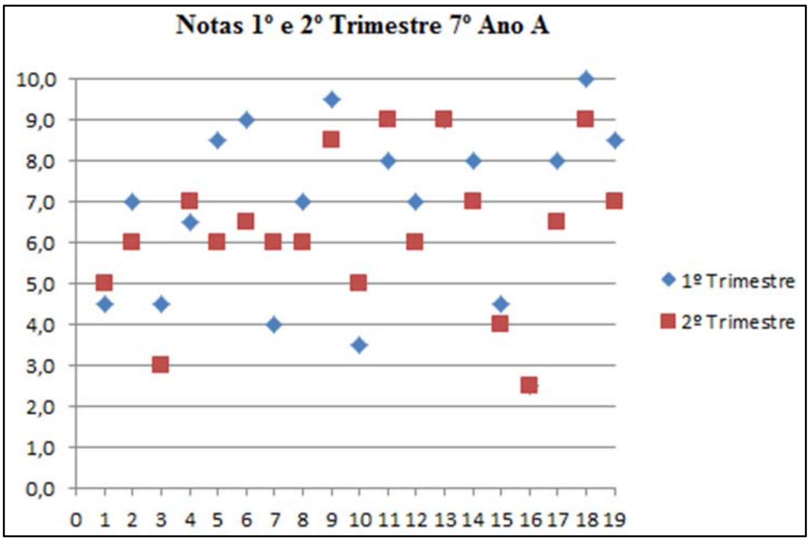
Embora mais da metade dos alunos apresente notas acima da nota 5,0 em ambas as turmas, não ficamos satisfeitos com aproveitamento das turmas, pois tínhamos como objetivo melhorar o desempenho geral dos alunos, em particular dos alunos abaixo da média.

As aulas tradicionais são aproveitadas por uma parte pequena das turmas, desde que 32,6% do 7º Ano A e 35,3% do 7º Ano B, não conseguem acompanhar o ritmo das aulas, e ficam praticamente excluídos do desenvolvimento do conhecimento.

A partir do 2º Trimestre de 2012 aplicamos o material pesquisado com nova dinâmica na sala de aula, buscando uma participação ativa dos alunos segundo o planejamento. A nova rotina foi desafio tanto para os alunos que apresentavam aproveitamento acima da média quanto para os alunos que não tinham, assim como para o professor, sendo a maior dificuldade a necessidade de justificar os raciocínios por meio de argumentação.

Nos gráficos abaixo mostramos as notas dos alunos do 7º Ano A e 7º Ano B do 2º trimestre fazendo um comparativo com as notas do 1º trimestre. Neste trimestre as atividades didáticas já eram desenvolvidas com as novas metodologias

Figura 50 – Gráfico notas 1º e 2º Trimestre 7º Ano A



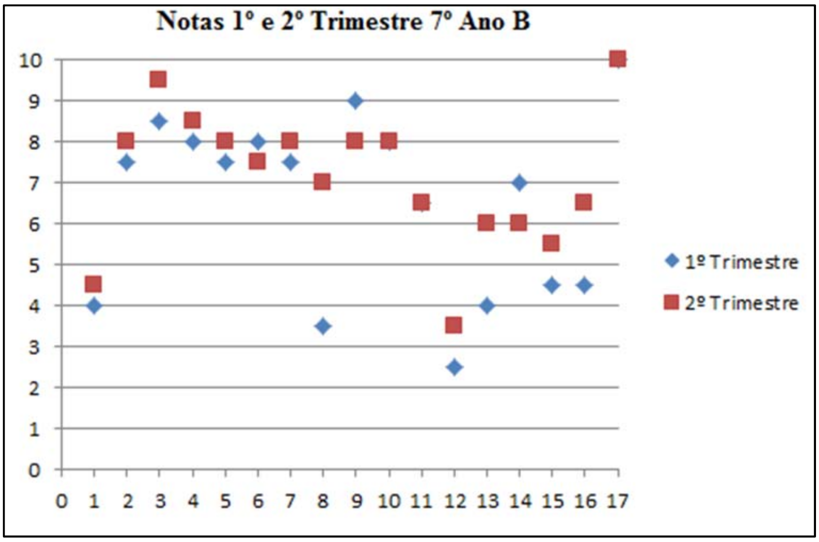
Fonte: Próprio Autor

Analisando o gráfico podemos perceber que dos 13 alunos que estavam com notas acima da média, 10 alunos baixaram sua média. Isso é devido ao fato que os alunos tiveram que argumentar sobre suas resoluções e muitos apresentaram dificuldades em expressar e registrar os raciocínios.

Analisando os 6 alunos que estavam com notas abaixo da média, 3 subiram suas notas para acima da média, esses alunos aumentaram suas participações em sala e se sentiram mais a vontade para perguntar, conseguindo com isso a se aproximar dos colegas da turma. No 2º trimestre 3 alunos ficaram com notas abaixo da média o que corresponde a 16% da turma, e a média da sala caiu de 6,8 para 6,3. Este resultado muda a concepção de uma avaliação, o que amplia o significado do ensino e aprendizagem para além de olhar apenas dados numéricos de uma avaliação objetiva.

A seguir os gráficos de notas do 7º Ano B.

Figura 51 – Gráfico notas 1º e 2º Trimestre 7º Ano B

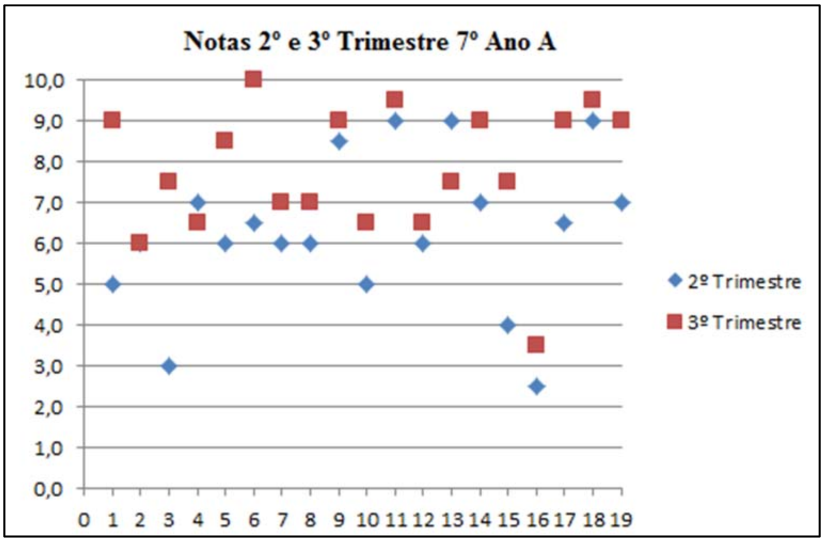


Fonte: Próprio Autor

Em relação ao desempenho dos alunos do 7º Ano B, 11 alunos aumentaram suas notas diferente do ocorrido em 7º Ano A. Um aluno que manteve seu aproveitamento em dois trimestres compreendeu rapidamente a proposta das novas metodologias e começou a usar o Modelo de Barras em suas resoluções, e usar o modelo ao ir a lousa e expor a seus colegas. Seu papel para a turma foi como de tutor para os demais. Desta forma a média da turma passou de 6,5 para 7,1,e no segundo trimestre apenas 2 alunos ficaram com notas abaixo da média. Reconhecemos o potencial de adotar as metodologias para a melhora do aproveitamento geral das turmas.

Abaixo temos o desempenho dos alunos no 7º Ano A no 2º e 3º trimestre.

Figura 52 – Gráfico notas 2 e 3º Trimestre 7º Ano A

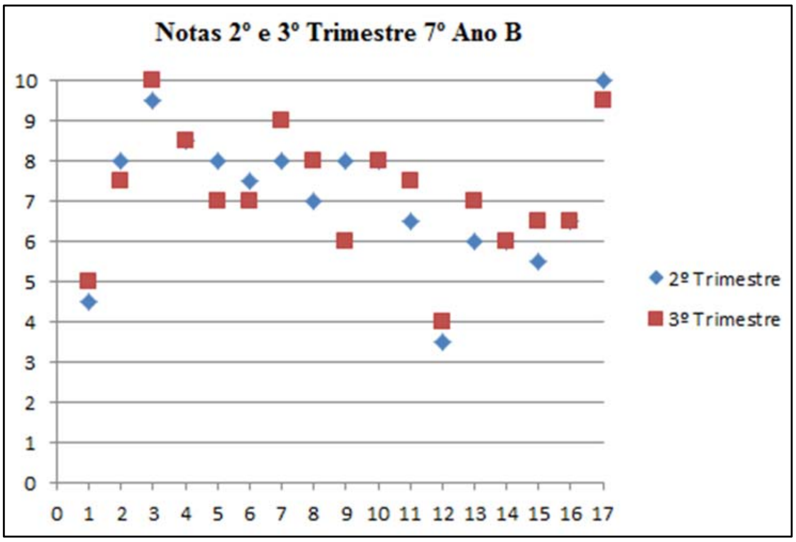


Fonte: Próprio Autor

Observamos o progresso gradativo à medida que a turma se familiariza com as novas metodologias, a média da turma subiu de 6,3 para 7,8.

Abaixo conferimos as notas dos alunos do 7º Ano B.

Figura 53 – Gráfico notas 2º e 3º Trimestre 7º Ano B



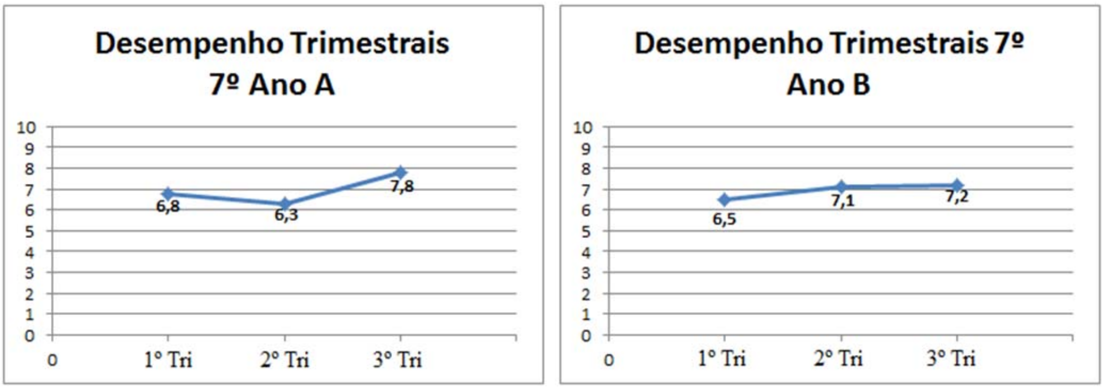
Fonte: Próprio Autor.

Podemos constatar que alguns alunos estão melhorando as notas, e apenas um aluno ficou com nota abaixo da média.

Percebemos que os resultados de melhora no aproveitamento necessitam ser acompanhados e analisados ao longo do ano letivo. É importante salientar que o desempenho e melhora foram alcançados com o trabalho em conjunto de todos.

Abaixo temos os gráficos do desempenho anual dos alunos do 7º Ano A e 7º Ano B.

Figura 54 – Gráfico Desempenho Anual dos alunos



Fonte: Próprio Autor.

A preocupação em envolver os alunos no processo de aprendizagem participativa esteve sempre na motivação deste trabalho, olhando para os alunos que apresentavam mais dificuldades. Analisando os dados obtidos e o comportamento dos alunos em sala de aula, podemos dizer que os objetivos do trabalho de pesquisa foram alcançados, por meio da metodologia de Resolução de Problemas e pela vivência adequada da pré-álgebra facilitada pelo Modelo de Barras.

As metodologias adotadas permitiram também aprendizagem do professor sobre seu papel na sala de aula e também sobre o significado ampliado da Avaliação com Resolução de problemas.

Gostaríamos que a nossa pesquisa possa de alguma maneira auxiliar outros professores na preparação de suas aulas e tornar seus ambientes didáticos em espaço onde os alunos possam ser mais dinâmicos e protagonistas de seus aprendizados.

Esperamos contribuir para a formação de uma nova geração de alunos que possam enriquecer a vivência escolar e melhorar os índices de educação matemática no Brasil.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. **Ensinando matemática na sala de aula através da resolução de problemas**. Boletim GEPEM, Rio de Janeiro, ano 33, n. 55, p. 133-156, jul./dez. 2009.

BALDIN, Yuriko Yamamoto, 2013, Texto explicativo sobre a chamada Matemática da Singapura (versão revisada em fevereiro de 2014), material de apoio para o projeto PROF-OBMEP

BALDIN, Yuriko Yamamoto, comunicação pessoal. (2013)

BARROSO, Juliane Matsubara**. Matemática 7º Ano – Projeto Araribá**. 3ª ed. CED-MODERNA. 2010. 480p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental**. Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática/ Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática/ Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p.

FELIX, Thiago Francisco. **Pesquisando a melhoria de aulas de matemática segundo a proposta curricular do estado de São Paulo, com a metodologia da pesquisa de aulas (Lesson Study)**/ Thiago Francisco Felix. – São Carlos: UFSCar, 2010. 137 f.

FRENCH, Doug. **Teaching and Learning Algebra**. Continuun Lonoon, New York. 2002. 199p.

GIOVANNI, José Ruy Jr; GIOVANNI, Jose Ruy; CASTRUCCI Benedito. **A conquista da matemática 7º Ano. Ensino Fundamental II**. 1ª ed. Editora FTD. 2007. 336.p

HIRONAKA, Heisuke; SUGIYAMA, Yoshishige, and 36 professors and teachers. **Mathematics 4B for Elementary School**. Tokyo Shoseki Co., Ltd. 2006. 101p.

HOVEN, John; GARELICK, Barry. **Singapore Math: Simple or Complex? Using the bar model approach, Singapore textbooks enable students to solve difficult math problems—and learn how to think symbolically**. November 2007. Volume 65. Number 3. Making Math Count Pages 28-31.

KHEONG, Fong Ho; SOON, Gan Kee; RAMAKRISHNAN, Chelvi. **My Pals Are Here! 6A**, 2ª ed. Marshall Cavendish International (Singapore) Private Limited, 2009. 186p.

KHEONG, Fong Ho; SOON, Gan Kee; RAMAKRISHNAN, Chelvi. **My Pals Are Here! 6B**, 2ª ed. Marshall Cavendish International (Singapore) Private Limited, 2009. 162p.

PIMENTEL, Danilo Eudes. **Metodologia da resolução de problemas no planejamento de atividades para a transição da Aritmética para a Álgebra**/ Danilo Eudes Pimentel. –São Carlos: UFSCar, 2010. 133 f.

POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas**. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo, 2ª ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. 179p.

SCHULMAN, LS. Those Who Understand Knowledge Growth in Teaching. **Educational Researcher**. Washington, v.15, n.2, Fev. 1986, p.4-14.

VLASSIS, Joelle; DEMONTY, Isabelle. **A Álgebra Ensinada por Situações-Problemas.** Trad. Teresa Serpa. Lisboa: Instituto Piaget, 2002. 215p. (Horizontes Pedagógicos)

WU, H. **From arithmetic to algebra**. Eugene: University of Oregon, 2009. P.1-49.

Biografia de Polya:
http://www-groups.dcs.st-andrews.ac.uk/~history/Mathematicians/Polya.html

Biografia de Polya: RAMOS, Pires Agnelo; MATEUS, Antônio Ângelo; MATIAS, João Batista de Oliveira; CARNEIRO, Thiago Rodrigo Alves. **Seminários de Resolução de Problemas (MAT450)**. São Paulo: IME-USP, 2002. 21 f.

http://lysigrey.wikispaces.com/Mathematics+Framework.

APÊNDICE

APÊNDICE A – Atividade 1

Pedro foi a feira e comprou 1,5 kg de batatas, 1,2 kg de cenouras, 1,3 kg de pimentões e 1,4 kg de feijões.

a) Se todos os alimentos fossem colocados juntos em uma mesma sacola, quantos quilogramas foram colocados nesta sacola?

b) Se colocou a batata e o pimentão juntos na sacola A, a cenoura e o feijão na sacola B, quantos quilogramas foram colocados em cada sacola?

c) utilizando o sinal de <, = ou >, escreva uma relação entre os pesos colocados nas sacolas A e B no item (b).

d) Se colocou a cenoura e o pimentão na sacola A, a batata e o feijão na sacola B, quantos quilogramas foram colocados em cada sacola?

e) utilizando o sinal de <, = ou >, escreva uma relação entre os pesos colocados nas sacolas A e B no item (d).

f) Se colocou a batata e a cenoura na sacola A, o pimentão e o feijão na sacola B, quantos quilogramas foram colocados em cada sacola?

g) utilizando o sinal de <, = ou >, escreva uma relação entre os pesos colocados nas sacolas A e B no item (f).

h) No outro dia Pedro comprou 1,6 kg de tomates, 1,8 kg cenouras, 1,5 kg de maçãs, e certa quantidade de laranjas. Se forem colocados em uma mesma sacola A o tomate e a cenoura e em outra sacola B as maçãs e as laranjas, quantos quilogramas de laranjas Pedro comprou sabendo que as duas sacolas possuem o mesmo peso?

i) Ainda num outro dia Pedro comprou 3,5 kg de arroz, 2,1 kg de ervilhas, 1,6 kg de milhos e latas de palmito com 0,5 kg cada. Se ele colocou em uma sacola A o arroz e a ervilha e em outra sacola B o milho e as latas de palmito, quantas latas de palmito Pedro comprou se as duas sacolas possuem o mesmo peso?

APÊNDICE B – Atividade 2

Pedro e Maria são irmãos e estão de férias escolares. Para se divertirem durante as férias eles resolveram ir ao shopping para fazer algumas compras.

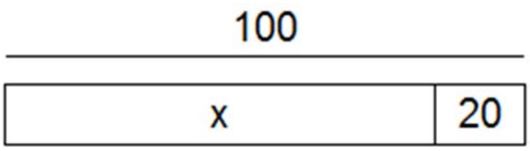
a) Em um primeiro momento Maria comprou um livro no valor de R$ 17,00 e um Kit de Colorir de R$ 8,00. Já Pedro comprou uma bola no valor de R$ 14,00 e um DVD. Se ambos gastaram a mesma quantia neste primeiro momento quantos reais, Pedro gastou no DVD? Mostre o seu raciocínio.

b) Em um segundo momento Maria comprou um estojo de maquiagem pagando R$ 10,00 e três CDs. Pedro comprou materiais para fazer pipas gastando um total de R$ 13,00 e uma revista no valor de R$ 6,00. Novamente eles gastaram o mesmo valor, quantos reais, Maria pagou em cada CD neste segundo momento sabendo que os CDs possuem o mesmo preço? Mostre o seu raciocínio.

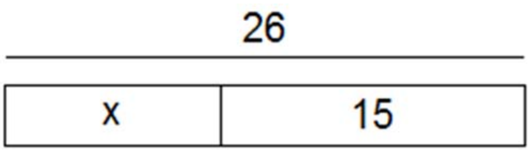
APÊNDICE C – Atividade 3

Em cada uma das barras geométricas abaixo encontre o valor de x:

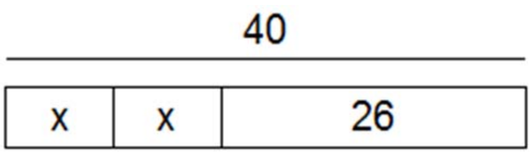
a)



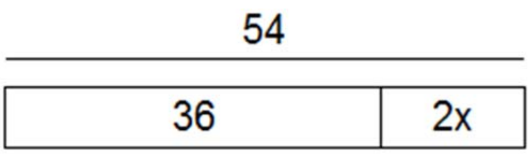
b)



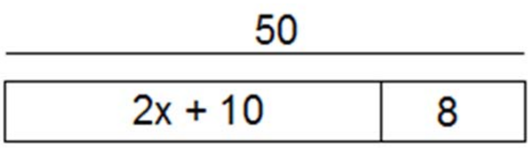
c)



d)



e)



APÊNDICE D – Atividade 4

1 Usando x para um número desconhecido, represente cada afirmação abaixo através de barras geométricas. Depois encontre o valor do número desconhecido em cada caso.

a) Um número adicionado de 12 é igual a 30.

b) O dobro de um número adicionado de 25 é igual a 79.

c) O triplo de um número adicionado de 45 é igual ao próprio número adicionado de 85.

2. O pronto-socorro de um hospital atendeu 1400 pessoas no primeiro semestre de 2007. Em janeiro foram atendidas 180 pessoas e, em junho, 160 pessoas. O número de pessoas atendidas nos outros meses do semestre foi o mesmo em cada mês. Quantas pessoas foram atendidas em cada um desses meses?

APÊNDICE E – Atividade 5

Uma loja de produtos de beleza está vendendo um Kit com três produtos, sendo um perfume, uma colônia e um desodorante. O Kit é vendido por R$ 80,00. O preço do perfume é o triplo do preço do desodorante. Já o preço da colônia é R$ 17,00 a mais que o preço do perfume. Qual o valor de cada produto deste Kit?

- Leia o enunciado, identifique os dados fornecidos e represente a situação através do modelo de barras.
- Identifique o que se quer saber, crie uma estratégia e execute para responder o que se pede no problema.
- Leia o enunciado novamente e verifique se o que foi perguntado foi respondido pela resposta que deu é o que foi respondido. Não se esqueça de verificar sua resposta analisando se ela faz sentido ao problema.

APÊNDICE F – Atividade 6

O motorista fez uma viagem de 124 km em quatro etapas. Na primeira ele percorreu 15 km. Na terceira etapa ele percorreu a soma dos quilômetros da primeira com a segunda etapa. Na quarta etapa ele percorreu a soma dos quilômetros das etapas anteriores. Quantos quilômetros esse motorista fez em cada etapa da viagem?

APÊNDICE G – Material Concreto