UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS - PPGECE

***CAMPUS* DE SÃO CARLOS**

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - DM

ALTAIR PORTES DE ALMEIDA

ESTUDO DE FUNÇÕES UTILIZANDO GEOGEBRA E *MOODLE*

São Carlos

2014

ALTAIR PORTES DE ALMEIDA

ESTUDO DE FUNÇÕES UTILIZANDO GEOGEBRA E *MOODLE*

Dissertação de Mestrado Profissional elaborada junto ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal de São Carlos, como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Exatas.

Orientação: Profa. Dra. Adriana Ramos

São Carlos

2014

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da
Biblioteca Comunitária da UFSCar

A447ef

Almeida, Altair Portes de.
Estudo de funções utilizando Geogebra e *Moodle* / Altair Portes de Almeida. -- São Carlos : UFSCar, 2015.
223 f.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2014.

1. Educação matemática. 2. Software educacional. 3. Ambiente virtual. I. Título.

CDD: 510.7 (20ª)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

Folha de Aprovação

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Altair Portes de Almeida, realizada em 18/12/2014:

Profa. Dra. Adriana Ramos
UFSCar

Profa. Dra. Denise de Mattos
USP

Prof. Dr. Pedro Luiz Aparecido Malagutti
UFSCar

A matemática, senhora que ensina o homem a ser simples e modesto, é a base de todas as ciências e de todas as artes.

Malba Tahan

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos que acreditaram em meu sonho e que, de alguma forma, direta ou indiretamente, colaboraram para que ele se tornasse realidade.

Agradeço, em especial:

Aos meus pais, Abrahão e Neyde, que, incondicionalmente, me apoiaram e me fizeram acreditar que tudo é possível desde que seja feito com amor, dedicação, de forma íntegra e honesta.

Ao meu grande amigo Edmir Roberto Bonora, que por muitas vezes me fortaleceu com suas palavras de apoio e de confiança.

À minha orientadora e professora Dra. Adriana Ramos que acreditou em meu projeto e nas minhas ideias, auxiliando-me de forma muito solidária e democrática.

Às coordenadoras Renata Saes e Débora Longhini, estas que fizeram de tudo para que a aplicação do projeto fosse possível e que se colocaram à disposição em qualquer momento, sempre tentando solucionar conjuntamente os problemas, organizando, orientando e, principalmente, acreditando piamente na eficiência e na importância do projeto.

Ao professor de Informática, Paulo Cesar Spigolon, que sempre esteve disponível para dar as devidas orientações para preparar as máquinas a serem utilizadas no laboratório e para resolver os problemas técnicos prontamente.

Aos meus coordenadores de outras escolas, Gabriela Nunes, Uratã Caldeira, Adriana Matavelli, Benedito Donizete Bueno da Silva, Sergio Bera e Diarone Paschoarelli Dias que por muitas vezes foram muito compreensíveis quando tive que deixar de cumprir com minhas obrigações como professor, e entenderam a necessidade que eu tinha de me ausentar para me dedicar ao Mestrado.

Aos meus amigos de Mestrado Ainá Montesantti Selingardi, Natália Barros e Júlio Américo Selingardi que, durante estes três anos de estudo, conviveram, vivenciaram e compartilharam as agonias, as preocupações e, também, evidentemente, as alegrias dos bons resultados e as satisfações do dever cumprido.

Aos professores que compartilharam suas ideias, seus conhecimentos, suas experiências e dificuldades em sala de aula, dando a mim subsídios que auxiliaram na concepção e criação do projeto. São estes: Adriana Lobos, Edimilson Roseiro, Fábio Redondo, Vagner Figueira de Faria, Pedro Luiz Aparecido Malagutti, José Antonio Salvador e Ducinei Garcia

A todos os meus professores do curso de Mestrado que, com toda a competência e sabedoria souberam instruir e construir novos conhecimentos, fortalecendo as minhas concepções e mostrando que um professor verdadeiro é aquele que utiliza seu conhecimento de forma espontânea e criativa e que a partir de seu trabalho pode mudar a realidade de seus alunos, portanto, além de ser um professor, ser um educador.

Aos meus alunos da 3ª série do Ensino Médio que participaram deste projeto, pois de forma muito significativa, se empenharam e se dispuseram a ajudar e a colaborar.

E, finalmente, não poderia deixar de agradecer a Deus pelo dom da vida, pelas oportunidades, pelas possibilidades de poder viver dignamente e com integridade, pela proteção em momentos difíceis e pela força que Ele me proporcionou para enfrentar os problemas e desafios.

RESUMO

O conceito de relação entre dois conjuntos, em especial, o de função real de uma variável real, é fundamental para a formação matemática do estudante de Ensino Médio, pois é um objeto básico da Matemática e é elementar na modelagem de diversos problemas cotidianos ou do contexto de outras ciências. No entanto, é notória a dificuldade da maioria dos alunos na compreensão desse conceito; destaca-se, também, a dificuldade dos estudantes em interpretar uma função, analisando seu gráfico no plano cartesiano xOy. Sob tal contexto, esta dissertação procura experimentar métodos alternativos que possam contribuir para a melhoria do ensino e da aprendizagem do tema em questão. Mais precisamente, utiliza-se do *software* educacional GeoGebra e do ambiente virtual de aprendizagem *Moodle* para o estudo de funções elementares. Em linhas gerais, com os recursos do GeoGebra, da Geometria Dinâmica e da Álgebra, propicia-se ao aluno a compreensão, da forma devida, das notações e da representação de uma função como uma curva no plano; além disso, o GeoGebra permite conjecturas sobre o comportamento de uma função elementar sujeita à variação de parâmetros. Por sua vez, o uso do ambiente *Moodle* permite comunicação e avaliação mais amplas (entre professor-aluno e aluno-aluno) através de, por exemplo: questionários/testes *online*, videoaulas, fóruns de discussão etc. Este texto trata de seis aulas desenvolvidas com a participação de duas turmas (cada uma com cerca de 35 alunos) da terceira série do Ensino Médio. Inicialmente, a fim de detectar as principais e diversas dificuldades, foi feita uma avaliação (presencial) com questões básicas (de níveis variados). O desempenho desses alunos foi quantificado, qualificado (apreciando os tópicos conceituais mais problemáticos) e, então, serviu como suporte para as atividades - com o intuito de reverter a realidade apresentada e a relação aluno-matemática existente. Vale ressaltar que a utilização de um *software* educacional como o GeoGebra já propõe uma nova dinâmica aluno-professor-matemática. Procura-se com essa mudança que o aluno assuma uma posição mais ativa perante o conteúdo matemático para que, de fato, com a devida orientação do professor, consiga compreender e desmitificar o conceito de função real de uma variável real.

Palavras-chave: Educação, Matemática, *Software* Educacional, Ambiente Virtual.

ABSTRACT

The concept of relationship between two sets, in particular, the real function of a real variable, is fundamental to mathematics education high school student, it is a basic object of mathematics is elementary and the modeling of many everyday problems or context of other sciences. However, one notes the difficulty of most students understand this concept; stands out, also, the difficulty of students to interpret a function by analyzing its graph in the Cartesian plane xOy. In this context, this thesis try alternative methods that can contribute to the improvement of teaching and learning theme in question. More precisely, it uses Geogebra educational software and the virtual environment Moodle learning for the study of elementary functions. In general, the resources of Geogebra, the Dynamic Geometry and Algebra, have to propitiate to student understands, the proper form, the ratings and the function representation as a curve in the plane; Furthermore, Geogebra allow guesses about the behavior of an elementary function parameters subject to variation. In turn, the use of Moodle environment allows communication and broader evaluation (between teacher-student and student-student) through, questionnaires / online tests, video lessons, discussion forums etc. This text is six classes developed with the participation of two groups (each with about 35 students) of the third year of high school. Initially, in order to detect major and several difficulties, an evaluation (presence) was made with basic issues (of different levels). The performance of these students was quantified, qualified (enjoying the most problematic conceptual topics) and then served as support for the activities - in order to reverse the reality presented and the existing student-mathematical relationship. It is noteworthy that the use of an educational software like GeoGebra already proposes a new dynamic student-teacher-mathematics. Wanted with this change that the student take a more active position on the mathematical content so that, in fact, with proper guidance of the teacher, can understand and demystify the concept of real function of a real variable.

Keywords: Education, Mathematics, Educational Software, Virtual Environment.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Tabela 1: Pessimistas *versus* otimistas na educação 36

Figura 01: Conceitos analisados que estavam presentes nas questões da avaliação diagnóstica 43

Figura 02: Vídeo sobre como baixar o *software* GeoGebra 47

Figura 2.1: Instruções para o primeiro acesso publicado no *Facebook* 47

Figura 03: Cronograma com as datas das atividades realizadas e assuntos abordados 48

Figura 04: Apresentação das primeiras atividades – aula 01 50

Figura 05: Primeira atividade da aula 01 53

Figura 06: Outras atividades da aula 01 53

Figura 07: Exemplo da primeira atividade feita por um dos alunos na primeira aula 54

Figura 08: $m_a = 0{,}5$ e $m_b = -2$ 55

Figura 09: $m_a = 0{,}25$ e $m_b = -4$ 55

Figura 10: Primeira atividade a ser depositada para avaliação 56

Figura 11: Atividade 02 – construção no GeoGebra 56

Figura 12: Questão 01 do questionário da atividade 02 da aula 01 57

Figura 13: Questão 02 do questionário da atividade 02 da aula 01 57

Figura 14: Questão 03 do questionário da atividade 02 da aula 01 58

Figura 15: Questão 04 do questionário da atividade 02 da aula 01 58

Figura 16: Questão 05 do questionário da atividade 02 da aula 01 58

Figura 17: Questão 06 do questionário da atividade 02 da aula 01 59

Figura 18: Questão 07 do questionário da atividade 02 da aula 01 59

Figura 19: Questão 08 do questionário da atividade 02 da aula 01 60

Figura 20: Apresentação da atividade 03 da aula 01 60

Figura 21: Mapa utilizado para a realização da terceira atividade da aula 01 61

Figura 22: Questão 01 do questionário da atividade 03 da aula 01 62

Figura 23: Questão 02 do questionário da atividade 03 da aula 01 62

Figura 24: Questão 03 do questionário da atividade 03 da aula 01 62

Figura 25: Questão 04 do questionário da atividade 03 da aula 01 63

Figura 26: Questão 05 do questionário da atividade 03 da aula 01 63
Figura 27: Questão 06 do questionário da atividade 03 da aula 01 63
Figura 28: Apresentação da atividade 04 (instruções) 64
Figura 29: Parte 01 da atividade 04 da aula 01 64
Figura 30: Construção feita pelo professor no GeoGebra – visualização e exploração 65
Figura 31: Questão 01 do questionário da parte 01 da atividade 04 da aula 01 66
Figura 32: Questão 02 do questionário da parte 01 da atividade 04 da aula 01 66
Figura 33: Questão 03 do questionário da parte 01 da atividade 04 da aula 01 66
Figura 34: Questão 04 do questionário da parte 01 da atividade 04 da aula 01 67
Figura 35: Questão 05 do questionário da parte 01 da atividade 04 da aula 01 67
Figura 36: Questão 06 do questionário da parte 01 da atividade 04 da aula 01 67
Figura 37: Gráfico com o desempenho dos alunos no questionário 68
Figura 38: Apresentação da parte 02 da atividade 04 da aula 01 69
Figura 39: Construção enviada por um dos alunos referente à primeira atividade 70
Figura 40: Questão 01 do questionário da atividade 02 da aula 01 70
Figura 41: Resultado obtido com a primeira questão do primeiro questionário 71
Figura 42: Gráfico com o desempenho dos alunos (disponibilizado pelo *Moodle*) 71
Figura 43: Construção feita por um dos alunos referente à atividade 02 72
Figura 44: Notas dos alunos do segundo arquivo enviado na aula 01 72
Figura 45: Desempenho dos alunos no questionário da atividade 03 da aula 01 73
Figura 46: Desempenho dos alunos no questionário da atividade 04 74
Figura 47: Construção detalhada que não foi realizada satisfatoriamente 75
Figura 48: Construção realizada satisfatoriamente 75
Figura 49: Gráfico com as notas dos alunos do desafio da atividade 04 (parte 02) 76
Figura 50: Apresentação do plano de aula 80
Figura 51: Diagrama de flecha 81
Figura 52: Questionário do plano de aula – conceito de função 81
Figura 53: Definição de função 82
Figura 54: Condições para a relação ser chamada de função 82
Figura 55: Representação gráfica 83
Figura 56: Utilização da notação H(aluno) = altura 84
Figura 57: Diagrama de flechas 84

Figura 58: Estabelecimento de condições 85
Figura 59: Definição de função 85
Figura 60: Resultados das respostas: definição de função de forma contextualizada 86
Figura 61: Resposta da primeira questão (gabarito) 86
Figura 62: Resultado estatístico da questão 01 86
Figura 63: Resposta da segunda questão (gabarito) 87
Figura 64: Resultado estatístico da questão 02 87
Figura 65: Respostas das terceira e quarta questões (gabarito) 87
Figura 66: Resposta da última questão (gabarito) 88
Figura 67: Resultado estatístico da questão 05 88
Figura 68: Respostas dadas por um dos alunos 88
Figura 69: Representação gráfica - aluno x altura 89
Figura 70: Exemplo de uma representação gráfica equivocada feita por um dos alunos 90
Figura 71: Exemplo de uma representação gráfica feita corretamente por um dos alunos 90
Figura 72: Apresentação da primeira parte da atividade da aula 02 90
Figura 73: Opções para a escolha que deveria ser feita pelos alunos 91
Figura 74: Definição formal do conceito de função 92
Figura 75: Primeira questão do questionário da primeira parte da aula 02 92
Figura 76: Segunda questão do questionário da primeira parte da aula 02 93
Figura 77: Terceira questão do questionário da primeira parte da aula 02 94
Figura 78: Quarta questão do questionário da primeira parte da aula 02 94
Figura 79: Quinta questão do questionário da primeira parte da aula 02 94
Figura 80: Resultados obtidos com a escolha 95
Figura 81: Resultado estatístico 96
Figura 82: Um valor de x associado a dois valores de y 96
Figura 83: Questão sobre a definição formal de uma função 97
Figura 84: Resultados da questão sobre a definição de função 97
Figura 85: Resultados obtidos com o questionário da parte 01 da aula 02 98
Figura 86 : Apresentação da parte 02 da Aula 02 99
Figura 87:Link com a teoria sobre Função do 1º grau 100
Figura 88: Arquivo dinâmico feito no GeoGebra pelo professor 100

Figura 89: Arquivo dinâmico – observação e investigação 101
Figura 90: Questionário da parte 02 da aula 02 102
Figura 91 : Resultado estatístico do questionário 103
Figura 92: Movimentação no arquivo dinâmico – observação e investigação 104
Figura 93: Resposta da questão 01 do questionário da parte 02 da aula 02 104
Figura 94: Movimentação no arquivo dinâmico – observação e investigação 104
Figura 95: Resposta da questão 02 do questionário da parte 02 da aula 02 105
Figura 96: Movimentação no arquivo dinâmico – observação e investigação 105
Figura 97: Resposta da questão 03 do questionário da parte 02 da aula 02 105
Figura 98: Resposta da questão 04 do questionário da parte 02 da aula 02 106
Figura 99: Resposta da questão 05 do questionário da parte 02 da aula 02 106
Figura 100: Enunciado do Problema do Reservatório 108
Figura 101: Tabelas que deveriam ser preenchidas pelos alunos 109
Figura 102: Primeiras questões do questionário sobre o Problema do Reservatório 110
Figura 103: Gráfico: Nível da Água x Número de Bolas 111
Figura 104: Questão 08 do primeiro questionário da aula 03 111
Figura 105: Questões 09 e 10 do primeiro questionário da aula 03 112
Figura 106: Questões 11 a 14 do primeiro questionário da aula 03 112
Figura 107: Apresentação da atividade da aula 03 113
Figura 108: As primeiras questões do segundo questionário da aula 03 113
Figura 109: Continuação do segundo questionário da aula 03 114
Figura 110: Questão de associação referente à aula 03 115
Figura 111: Preenchimento das tabelas feitas por um dos alunos 115
Figura 112: Exemplo de respostas dadas nas questões 01 e 02 116
Figura 113: Exemplo de respostas dadas nas questões 03, 04 e 05 116
Figura 114: Exemplo de resposta dada na questão 06 117
Figura 115: Representação de pontos em gráfico 117
Figura 116: Exemplo de respostas dadas na questão 08 117
Figura 117: Exemplo de uma resolução feita na questão 09 118
Figura 118: Exemplo de resposta dada na questão 10 118
Figura 119: Exemplo de uma resposta dada na questão 11 119
Figura 120: Exemplo de respostadas dadas nas questões 12 e 13 119
Figura 121: Exemplo de resposta dada na questão 14 120

Figura 122: Questão 01 do primeiro questionário da terceira aula 120
Figura 123: Questão 02 do primeiro questionário da terceira aula (reservatório) 120
Figura 124: Questão 03 do primeiro questionário da terceira aula (reservatório) 121
Figura 125: Questão 04 do primeiro questionário da terceira aula (reservatório) 121
Figura 126: Questão 05 do primeiro questionário da terceira aula (reservatório) 121
Figura 127: Questão 06 do primeiro questionário da terceira aula (reservatório) 121
Figura 128: Questão 07 do primeiro questionário da terceira aula (reservatório) 122
Figura 129: Questão 08 do primeiro questionário da terceira aula (reservatório) 122
Figura 130: Representação gráfica feita no GeoGebra 123
Figura 131: Representação gráfica feita no GeoGebra 123
Figura 132: Gabarito da questão do segundo questionário (reservatório) 124
Figura 133: Apresentação das atividades da aula 04 126
Figura 134: Construção gráfica no GeoGebra – 1ª parte da aula 04 127
Figura 135: Arquivo de Visualização 129
Figura 136: Arquivo de Visualização 129
Figura 137: Arquivo de Visualização 129
Figura 138: Arquivo de Visualização 129
Figura 139: Primeira questão do questionário da aula 04 130
Figura 140: Segunda questão do questionário da aula 04 131
Figura 141: Terceira questão do questionário da aula 04 131
Figura 142: Quarta questão do primeiro questionário da aula 04 131
Figura 143: Quinta questão do questionário da aula 04 132
Figura 144: Sexta questão do questionário da aula 04 132
Figura 145: Sétima questão do questionário da aula 04 133
Figura 146: Oitava questão do questionário da aula 04 133
Figura 147: Nona e décima questões do questionário da aula 04 - Fonte: Produção do autor 134
Figura 148: Décima primeira questão do questionário da aula 04 134
Figura 149: Décima segunda questão do questionário da aula 04- Fonte: Produção do autor 134
Figura 150: Décima terceira questão do questionário da aula 04 135
Figura 151: Construção feita no GeoGebra (por um dos alunos) 135
Figura 152: Construção feita no GeoGebra 136
Figura 153: Construção feita no GeoGebra referente à questão 11 137

Figura 154: Décima terceira questão do questionário da aula 04 137
Figura 155: Gráfico de desempenho dos alunos no questionário da aula 04 138
Figura 156: Apresentação da aula 05 140
Figura 157: Construção do gráfico de uma Função do 2 º grau feita no GeoGebra 140
Figura 158: A primeira pergunta da lição – página 01 143
Figura 159: A resposta certa da primeira pergunta e o feedback 143
Figura 160: A resposta errada da primeira pergunta 143
Figura 161: Feedback da resposta errada 144
Figura 162: Instruções para trabalhar com o gráfico da Função do 2º grau 145
Figura 163: Primeiro exercício – Exemplo (Exercício Resolvido) 145
Figura 164: Segunda questão que deveria ser preenchida – aula 05 146
Figura 165: Representação gráfica do Conjunto Imagem 147
Figura 166: Questões 03 e 04 do roteiro inicial da aula 05 148
Figura 167: Questão 05 do roteiro inicial da aula 05 149
Figura 168: Primeira questão do questionário da aula 05 150
Figura 169: Segunda questão do questionário da aula 05 150
Figura170: Terceira questão do questionário da aula 05 150
Figura 171: Quarta questão do questionário da aula 05 150
Figura 172: Quinta questão do questionário da aula 05 151
Figura 173: Sexta questão do questionário da aula 05 151
Figura 174: Sétima questão do questionário da aula 05 151
Figura 175: Oitava questão do questionário da aula 05 152
Figura 176: Gráfico com os valores dos coeficiente pré-estabelecidos – questão 02 153
Figura 177: Resposta dada por uma das duplas de alunos - Questão 02 153
Figura 178: Desempenho dos estudantes da questão 02 154
Figura 179: Movimentação da parábola a partir das alterações dos valores de a e c 155
Figura180: Outras movimentações feitas a partir de valores para os coeficientes a e c 155
Figura 181: Resposta a questão 03 (resposta satisfatória) 156
Figura 182: Exemplo de uma resposta dada no item a da questão 04 156
Figura 183: Exemplo de uma resposta dada no item b da questão 04 157
Figura 184: Exemplo de uma resposta dada no item c da questão 04 157
Figura 185: Exemplo de respostas dadas na questão 05 158
Figura 186: Exemplo 1 - resposta do exercício 07 do questionário da aula 05 158

Figura 187: Exemplo 2 - resposta do exercício 07 do questionário da aula 05 158
Figura 188: Exemplo 3 - resposta do exercício 07 do questionário da aula 05 158
Figura 189: Questão 01 do questionário da aula 05 159
Figura 190: Questão 02 do questionário da aula 05 160
Figura 191: Construção do gráfico referente a questão 02 160
Figura 192: Questão 03 do questionário da aula 05 161
Figura 193: Gráfico no GeoGebra referente à questão 03 161
Figura 194: Questão 04 do questionário da aula 05 162
Figura 195: Questão 05 do questionário da aula 05 162
Figura 196: Questão 06 do questionário da aula 05 162
Figura 197: Gráfico referente à questão 06 163
Figura 198: Questão 07 do questionário da aula 05 163
Figura 199: Questão 8 (última questão) do questionário da aula 05 164
Figura 200: Enunciado do exercício 01 da aula 06 167
Figura 201: Construção referente ao exercício 01 da Atividade Final 167
Figura 202: Resolução algébrica do exercício 01 da Atividade Final 168
Figura 203: Outro exemplo de resolução algébrica feita para o exercício 01 168
Figura 204: Exemplo para observar - Preparação para o exercício 02 169
Figura 205: Construção feita no GeoGebra para visualização 169
Figura 206: A pergunta sobre o problema proposto e a resposta 170
Figura 207: Enunciado do exercício 02 da Atividade Final 170
Figura 208: Construção feita por um dos alunos referente ao exercício 02 170
Figura 209: Resolução algébrica do exercício 02 da Atividade Final 171
Figura 210: Questão referente ao exercício 02 171
Figura 211: Enunciado do Exercício 03 da Atividade Fina 172
Figura 212: Construção feita por um dos alunos para o exercício 03 173
Figura 213: Resolução algébrica do exercício 03 da Atividade Final 174
Figura 214: Questão 01 do questionário referente ao exercício 03 174
Figura 215: Questão 02 do questionário referente ao exercício 03 174
Figura 216: Questão 03 do questionário referente ao exercício 03 175
Figura 217: Enunciado do exercício 04 da Atividade Final 175
Figura 218: Construção feita no GeoGebra referente ao exercício 04 175
Figura 219: Resolução algébrica referente ao exercício 04 –Atividade Final 176
Figura 220: Questão 01 do questionário referente ao exercício 04 – Atividade Final 176

Figura 221: Questão 02 do questionário referente ao exercício 04 – Atividade Final 177
Figura 222:Questão 03 do questionário referente ao exercício 04 – Atividade Final 177
Figura 223:Questão 04 do questionário referente ao exercício 04 – Atividade Final 177
Figura 224: Enunciado do exercício 05 da Atividade Final 178
Figura 225: Construção gráfica referente ao exercício 05 – Atividade Final 178
Figura 226: Questionário referente ao exercício 05 – Atividade Final 179
Figura 227: Justificativa referente ao questionário do exercício 05 – Atividade Final 179
Figura 228: Enunciado referente ao exercício 06 da Atividade Final 180
Figura 229: Construção feita no GeoGebra referente ao exercício 06 181
Figura 230: Resolução algebricamente referente ao exercício 06 – Atividade Final 181
Figura 231: Questão 01 do questionário do exercício 06 da Atividade Final 182
Figura 232: Questão 02 do questionário do exercício 06 da Atividade Final 182
Figura 233: Questão 03 do questionário do exercício 06 da Atividade Final 182
Figura 234: Questão 04 do questionário do exercício 06 da Atividade Final 182
Figura 235: Questão 05 do questionário do exercício 06 da Atividade Final 183
Figura 236: Questão 06 do questionário do exercício 06 da Atividade Final 183
Figura 237: Enunciado do desafio chamado Desafio – Lugar Geométrico 183
Figura 238: Construção feita no GeoGebra referente ao Desafio proposto na aula 06 184
Figura 239: Questão referente ao Desafio – Lugar Geométrico 185
Figura 240: Alunos desenvolvendo atividades no Laboratório de Informática 189

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO 19
CAPÍTULO 2 - JUSTIFICATIVAS – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA 23
2.1 O material didático 23
2.2 A escolha do conceito matemático 30
2.3 Métodos pedagógicos: resolução de problemas e modelagem matemática 31
2.4 Ferramentas computacionais 33
2.4.1 Por que utilizar estas novas tecnologias no ensino da Matemática? 34
2.4.2 Obstáculos a serem vencidos - visões dos otimistas e pessimistas 36
2.5 Condições favoráveis para a utilização da informática – a realidade atual 38
2.6 A utilização de um *software* gráfico dinâmico – GeoGebra 39
2.7 O sistema *Moodle* (AVA) 41
2.7.1 **A sala *Moodle*** 42
2.8 Prova diagnóstica 43
2.9 O projeto 45
CAPÍTULO 3 - AULAS DO PROJETO 48
3.1 Aula 01 – Introdução ao Moodle e ao GeoGebra 49
3.1.1 Objetivos 50
3.1.2 Descrição e desenvolvimento 51
3.1.3 Desempenho dos estudantes 69
3.1.4 Conclusão do professor 76
3.2 Aula 02 - reconhecer quando uma relação é uma função - plano de aula 78
3.2.1 Objetivos 78
3.2.2 Descrição e desenvolvimento 80
3.2.3 Desempenho dos estudantes 83
3.2.4 Conclusão do professor 89
3.2.5 Laboratório de informática - parte 01(continuação da aula 02) 90
3.2.6 Objetivos 91
3.2.7 Desempenho dos estudantes e conclusão do professor 95
3.2.8 Parte 02 - Laboratório de Informática 98
3.2.9 Desempenho dos estudantes 103

3.2.10 Conclusão do professor 107
3.3 Aula 03 – O Problema dos Reservatórios 108
3.3.1 Objetivos 108
3.3.2 Descrição e desenvolvimento 109
3.3.3 Desempenho dos estudantes 115
3.3.4 Considerações do professor 124
3.4 Aula 04: Função do 1º Grau 126
3.4.1 Objetivos 127
3.4.2 Descrição e Desenvolvimento 129
3.4.3 Desempenho dos Estudantes 135
3.4.4 Considerações do professor 138
3.5 Aula 05 – Funções do 2º Grau 140
3.5.1 Objetivos 142
3.5.2 Descrição e Desenvolvimento 142
3.5.3 Desempenho dos Estudantes 152
3.5.4 Conclusão do Professor 164
3.6 Aula 06 – atividade final – trabalhando com Funções do 1º Grau e do 2º Grau 165
3.6.1 Objetivos 165
3.6.2 Descrição, desenvolvimento e desempenho dos estudantes 166
3.6.3 Conclusões do Professor 185
CONCLUSÃO 187
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 191
APÊNDICES 193

CAPÍTULO 01 INTRODUÇÃO

A Matemática enquanto ciência, sua dimensão histórica e sua estreita relação com a sociedade e a cultura em diferentes épocas, amplia e aprofunda o espaço de conhecimentos não só nesta disciplina, mas nas suas interrelações com outras áreas do saber (BRASIL, 1998).

Toma-se a liberdade para começar esta introdução na primeira pessoa do singular (e eventualmente no plural). "Iniciei meu trabalho como professor de Matemática no Ensino Fundamental, lecionando as disciplinas de Desenho Geométrico e outras disciplinas ligadas à Geometria. Conforme os anos se passaram, ampliei meu trabalho, assumindo outras matérias ligadas à Álgebra e à Aritmética. Após alguns anos, lecionava todas as áreas da Matemática e, por ter adquirido maior experiência, abri mão das séries iniciais para especializar-me nas séries do Ensino Médio e nos cursos pré-vestibulares.

Com base nas minhas experiências como professor, comecei a analisar e refletir sobre as posturas e reações de meus alunos frente àquilo que estava sendo ensinado. Frequentemente, independente da série que estava trabalhando, desde a 1ª série do Ensino Médio até alunos do cursinho, pode-se dizer que eram poucos os alunos que aceitavam e apresentavam facilidade em assimilar os conceitos matemáticos.

Com a frustração e minha necessidade de mudar perante a apatia e dificuldade de meus alunos, comecei a refletir sobre a minha atuação, sobre meus métodos de ensino, sobre a minha prática, esta que poderia ser mais eficiente e melhor planejada. Ou seja, esta reflexão despertou em mim uma quebra de paradigmas e uma necessidade de mudar minhas estratégias e, assim, desenvolver outros métodos de ensino diferenciados, mais flexíveis e menos restritos aos materiais didáticos."

Esse panorama é também abordado por Silva e Santo (2004, p. 33), quando afirmam que:

> A educação atual passa por um momento de reflexão acerca de possibilidades de um ensino mais significativo, na tentativa de superar velhos processos de ensino que não atendem às expectativas dos atores (professor/aluno) do processo ensino-aprendizagem: do professor que não consegue mais conviver com processos arcaicos e que lhe toma enorme energia na execução com baixo retorno; do aluno, que não consegue mais se

> motivar com o processo de ensino tradicional que requer uma postura passiva diante do ato de aprender por repetição e sem reflexão.

"Sempre fomos cobrados ou mesmo exigidos para que elaborássemos métodos de ensino que possibilitasse a formação de novas habilidades nos alunos, considerando as suas competências, e, para isso, devíamos mudar completamente a nossa atuação, inovando e flexibilizando o material didático, deixando de lado toda a obrigação de seguir à risca o material como se fosse o único instrumento de ensino, que nem sempre é o mais eficiente.

Na época em que comecei a minha especialização em Educação Matemática na Faculdade de Americana – FAM, já havia alguns questionamentos sobre as dificuldades que meus alunos apresentavam em face dos conceitos de Geometria Analítica. Em razão disso, comecei a investigar quais eram os motivos pelos quais os meus alunos dificilmente faziam a ligação do saber geométrico com o saber algébrico, e por que esta dificuldade apresentava-se em grande parte dos alunos; mesmo aquele aluno que detinha alguns conhecimentos prévios sobre funções não conseguia fazer uma conexão com alguns resultados obtidos na Geometria Analítica.

Por exemplo, tem-se uma função do tipo $f(x) = x + 2$; é uma função do 1º grau crescente e cujo gráfico é uma reta cuja igualdade pode ser representada como uma equação do tipo $y = x + 2$ ou $x - y + 2 = 0$, que é para a Geometria Analítica uma equação geral da reta. Ou seja, a mesma figura geométrica poderia ser representada algebricamente de formas diferentes, sendo para o alunado grande obstáculo para a sua aprendizagem. O aluno com os conceitos bem assimilados percebe que se trata da mesma coisa, mas representada de forma diferente. Em compensação, a maioria dos alunos não faz a conexão necessária e encara estes dois resultados como ideias totalmente desconexas. Esta realidade nos mostra a dicotomia que existe entre a Álgebra e a Geometria Analítica.

Mesmo com o desenvolvimento da tecnologia e o aparecimento de novos aplicativos educacionais que pudessem ser utilizados na elaboração de novas práticas de ensino, continuava-se a insistir em utilizar o mesmo material didático e raramente eram inseridas estas novas ferramentas para aplicar em sala de aula e mudar a nossa realidade educacional.

A partir destas indagações e reflexões, provindas desta realidade em que me encontrava, comecei a planejar meios para mudar esta situação. Ao ingressar no programa de Mestrado PPGECE (Programa de Pós-graduação de Ensino em Ciências Exatas) oferecido pela UFSCar (Universidade Federal de São Carlos), tive a oportunidade de participar de disciplinas que me ofereçam conhecimento sobre as novas tendências e recursos tecnológicos a serem utilizados e aplicados em sala de aula.

Uma das disciplinas que serviu como base para elaboração do meu projeto foi "Tecnologias de Informação e Comunicação" (TICs) ministradas pelas professoras Dra. Adriana Ramos e Dra. Ducinei Garcia.

Como trabalho final para esta disciplina, elaborei um pré-projeto que foi aplicado numa turma de 10 alunos da 3ª série do Ensino Médio, considerando o interesse e o bom desempenho que os mesmos tinham na área de Exatas. Os conceitos matemáticos escolhidos foram aqueles que já foram vistos pelos alunos em séries anteriores, mais especificamente na 1ª série. Eram os conceitos de Funções do 1º grau e do 2º grau juntamente com a Geometria Analítica.

Ao término da aplicação destas atividades, percebi que os alunos aceitaram muito bem os recursos e as ferramentas utilizadas neste pré-projeto, e, por termos obtido resultados significativos, resolvemos então, eu e minha orientadora Profa. Dra. Adriana Ramos, adotá-lo como base e, assim, planejarmos um novo projeto que serviria de produto final para o presente Mestrado."

Assim sendo, esta dissertação está organizada em capítulos em que o primeiro é esta Introdução do projeto, a conter um relato sobre as experiências do autor como professor de Matemática no Ensino Básico, além das causas que o levaram a buscar novos recursos tecnológicos para desenvolver um projeto a ser aplicado em sala de aula.

O Capítulo 02 contém uma abordagem teórica para justificar os motivos que levaram o autor do projeto a utilizar uma ferramenta como o *software* gráfico GeoGebra e na qualidade de gerenciador de atividades, um Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA): o sistema *Moodle*. Os conceitos matemáticos que serviram de base para a elaboração das atividades aplicadas, bem como a metodologia de ensino baseada na investigação, na modelagem matemática e na resolução de problemas são nesse capítulo igualmente expostos.

No Capítulo 03, o mais importante, estão relatadas todas as aulas que fizeram parte do projeto. Cada subseção desse capítulo contempla cada aula específica em que é apresentado o conteúdo matemático abordado, com as descrições das atividades aplicadas e desenvolvidas pelos alunos. Finalmente, algumas considerações sobre o desempenho dos alunos e uma conclusão do autor sobre a qualidade e eficiência da aula em questão.

Para concluir esta dissertação, no Capítulo 04, têm-se as considerações finais sobre o projeto como um todo, desde as descrições das situações vivenciadas pelos alunos e pelo professor, até algumas observações críticas sobre a eficiência das atividades e também sobre as possibilidades de se desenvolver novos projetos mais elaborados a envolver outros conceitos matemáticos.

CAPÍTULO 02 JUSTIFICATIVAS – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Quando o professor baseia sua prática educacional em mera aplicação e reprodução de um conteúdo pré-estabelecido pelos materiais didáticos acaba criando um método de ensino-aprendizagem pouco efetivo, extremamente ineficaz, ultrapassado , estático e que pode muitas vezes não surtir o efeito esperado. Por ter pouco conhecimento da Matemática, ou por falta de experiência ou interesse, faz com que o professor não tenha a iniciativa de desvencilhar-se deste modelo de ensino enrijecido e pouco eficaz.

É evidente que muitas vezes o professor deixa de ter um papel mais ativo no planejamento de suas aulas, pois ele é impelido e exigido de seus coordenadores ou diretores a seguir as apostilas que a escola em questão adota durante o ano letivo.

Esta realidade é tão frequente nas instituições de ensino que se pensa ser relevante falar um pouco sobre os materiais didáticos e o método de ensino conteudista e fragmentado.

2.1 O material didático

O livro didático é a forma mais elaborada encontrada pelo professor para a apresentação do conteúdo matemático. Os procedimentos metodológicos aí implícitos refletem uma priorização dos resultados conceituais de cada tópico em detrimento do seu processo de elaboração. Isto ocorre na medida que a representação do conteúdo se dá através de uma ênfase na execução de exercícios em detrimento da relação com os aspectos teóricos envolvidos (GIARDINETTI, 2001).

Este conteúdo muitas vezes é apresentado sem dar a devida importância a toda lógica no processo de elaboração do mesmo. O que se privilegia, então, não é a lógica do produto (resultados conceituais), mas apenas se enfatiza um aspecto deste produto, a aplicação da fórmula.

Poder-se-ia dizer então que, na maioria dos livros didáticos, os conceitos, demonstrações e fórmulas são apresentados sempre de forma fragmentada e ordenada.

Essa forma uniformizada e pragmática como tais materiais se apresentam, principalmente nas apostilas dos cursos pré-vestibulares e nos cursos do Ensino Médio, privilegiam a preparação para os vestibulares.

Estes materiais didáticos passaram por uma série de mudanças de *layout* ou diagramação ao longo do tempo, no entanto, não se pode dizer o mesmo com relação ao conteúdo e teorias, já que pouco foi mudado. Trata-se de materiais ou apostilas que são usadas há mais de 30 anos, ou seja, foram elaboradas a partir da década de 60 a 70.

Neste período, a formulação dos materiais era condizente com a tendência metodológica no ensino de Matemática denominada por Fiorentini (1995) de tendência tecnicista:

> Essa tendência fundamenta-se sócio-filosoficamente no funcionalismo, para o qual a sociedade seria um sistema organizado e funcional, isto é, um todo harmonioso em que o conflito seria considerado uma anomalia e a manutenção da ordem uma condição para o progresso (FIORENTINI, 1995).

Esta tendência tecnicista, cuja corrente era norte-americana, tinha como finalidade estabelecer métodos de ensino-aprendizagem que visavam preparar e integrar o indivíduo à sociedade, tornando-o capaz e útil ao sistema de produção capitalista. A escola fazia parte deste sistema preparando seus alunos para torná-los consumidores em potencial, mantendo e equilibrando o sistema. Portanto, as técnicas eram elaboradas fundamentando-se no objetivo de chegar ao resultado final. E professor e aluno eram os mais importantes, mas não personagens ativos neste processo. Ou seja, professor e aluno ocupam uma posição secundária, constituindo-se em meros executores de um processo cuja concepção e controle ficam a cargo de especialistas (FIORENTINI, 1995).

Todo o método pedagógico está concentrado no material didático, principalmente em escolas que têm a tradição de preparar o aluno para o vestibular. Os conteúdos das apostilas são totalmente programados por um calendário pré-estabelecido pela escola-matriz em que todas as escolas-filiais devem seguir rigorosamente o padrão. Portanto, a filosofia destas escolas é conteudista e as áreas da Matemática são separadas por setores. Dependendo da turma tem-se até três setores, ou seja, algumas classes têm três professores de Matemática diferentes: um de Geometria, um de Álgebra e um professor do setor que abrange a Trigonometria, Análise Combinatória e Sistemas Lineares.

Apesar de parecer uma forma organizada de dispor as matérias, esta separação é contrária ao princípio da interdisciplinaridade. Ou seja, no decorrer do curso os alunos passam a conceber que cada setor trata de uma Matemática distinta e não fazem a associação entre os conceitos igualmente aplicáveis e que são vistos em setores diferentes, por exemplo, o que é visto em Geometria não pode ser aplicado ou não tem conexão alguma com a Álgebra e vice-versa.

Fiorentini (1995) cita em seu artigo que o confronto entre o MMM (Movimento da Matemática Moderna) e a pedagogia tecnicista fez surgir, nas décadas de 60 e 70, a combinação denominada tecnicismo formalista. A concepção tecnicista refere-se ao modo de conceber a organização do processo ensino-aprendizagem e a outra concepção (a formalista estrutural) refere-se ao modo de conceber a Matemática.

Esta concepção formalista estrutural dava mais importância às fórmulas, definições, à linguagem e aos símbolos, sem se preocupar em justificar e levar em conta a essência e o significado epistemológico dos conceitos. Com o passar do tempo, a formalização foi deixada de lado, passando a ser mecanicista, ou seja, reduziram a Matemática a uma série de regras, técnicas e "macetes": era o fazer em detrimento do refletir, analisar e justificar. Como exemplo, tem-se o aluno que se vê forçado a memorizar uma fórmula, pois não sabe a relação entre os elementos que a compõem muitas vezes desconhece quando e como aplicá-la corretamente.

A aprendizagem nessa tendência valoriza muito mais a memorização de fórmulas, habilidades na manipulação de algoritmos, ou de expressões algébricas ou na resolução de "problemas-tipo".

Giardinetti ao citar Boulos (1978, *apud* GIARDINETTI, 2001) analisa o que se debate da seguinte forma:

> Nos livros didáticos há um procedimento muito comum que é a ênfase existente na operacionalidade de certas fórmulas em detrimento da própria lógica da elaboração dos conceitos matemáticos, lógica essa da qual a própria operacionalização é apenas um momento. Ou seja, existe a lógica interna do conhecimento matemático (análise conceitual) e a lógica própria dos procedimentos de cálculo (análise procedimental). O que ocorre frequentemente é que no processo de ensino o aluno capta a lógica do cálculo, mas não assimila toda a lógica interna do conhecimento matemático [...]

Enfim, as apostilas são frutos de uma tendência formalista tecnicista, privilegiando a lógica procedimental em detrimento da análise conceitual, segmentando o saber matemático, valorizando a assimilação fragmentada e dada por analogia, além do raciocínio uniformizado, pois reproduz métodos de resolução e aplicações de fórmulas. Provavelmente, todos esses fatores, combinados, têm influenciado atitudes negativas em relação à Matemática e, em particular, aos conceitos relacionados ao estudo das funções da Álgebra e também da Geometria Analítica.

Sendo assim, o professor deixa de levar em consideração a verdadeira necessidade e dificuldade de seus alunos quanto ao estudo da Matemática e desta forma torna as aulas chatas, padronizadas, cansativas e enfadonhas. Afinal, se o aluno já sabe o que será visto e possivelmente ensinado, qual seria a expectativa do mesmo em ter as aulas do professor?

Fica evidente que as expectativas dos alunos bem como as do professor serão sempre as mesmas, com a certeza de no final da aula estar-se cumprindo com a programação, seguindo o objetivo que é a aula tal sendo dada no dia tal e como foi estabelecido; pergunta-se então: afinal, quem realmente está satisfeito com este método de ensino? O professor ou o aluno?

Então, neste modelo educacional em que o professor é mero coadjuvante, fica claro que são grandes as chances dos alunos se frustrarem e não obterem grandes avanços no estudo da Matemática. E o professor, por não exercer o seu verdadeiro papel neste processo educacional, fica cada vez mais distante de seu objetivo final, que é transformar a Matemática em algo mais próximo do aluno e muito mais interessante.

Como afirma Lorenzato (2008):

> [...] que o sucesso ou o fracasso dos alunos diante da matemática depende de uma relação estabelecida desde os primeiros dias de escola entre a matemática e os alunos. Muitos deles ainda sentem dificuldades em aprender porque a grande maioria dos professores omite muitas informações, isso acontece diversas vezes devido a falta de conhecimento da disciplina, sendo assim o professor apenas repete exatamente o que está escrito nos livros didáticos, tornando a aula chata e monótona. Em contrapartida, o professor que ensina com conhecimento, conquista o respeito, a confiança, e a admiração de seus alunos, não só de forma pessoal, mas os alunos também se tornam mais interessados pela disciplina em si, pois dar aulas é diferente de ensinar, ensinar é dar condições para que o aluno construa seu próprio conhecimento [...]

Também, como Lorenzato (2008) afirma, o ato de ensinar é indubitavelmente dar condições para que o aluno construa seu conhecimento. Que o professor tenha o senso crítico para abrir mão de práticas antiquadas e pouco eficientes, dando lugar para outras possibilidades oferecidas pelos inúmeros recursos proporcionados pelas novas tecnologias.

A questão é que se deve estabelecer métodos de ensino baseados numa aprendizagem significativa e crítica, o que Moreira (2000) afirma como sendo uma aprendizagem significativa subversiva, ou seja, qualquer mudança nas práticas pedagógicas feitas a partir de percepções e reflexões na opinião dele nada mais são que subversões que possibilitam a mudança de sua realidade na qualidade de educador, e suas ações como professor.

O fato de muitas vezes vivenciar-se um ambiente de aprendizagem pouco favorável em face da idealizada aprendizagem mais significativa faz perceber que os alunos não são e nem estão motivados, tampouco concentrados, frequentemente frustrados perante seus erros, com grandes dificuldades de assimilação e, principalmente, como se disse, sem motivação alguma para o estudo da Matemática.

Aí vai a questão principal de uma série de outras perguntas provindas dessa reflexão ou ato de subversão: como mudar esta realidade através de novas ferramentas ou estratégias que possibilitem a formação de um ambiente propício para que os alunos possam ver a Matemática e com ela relacionar-se de forma diferente?

Um dos fatores para o desenvolvimento deste projeto era a necessidade latente de mobilizar os alunos; talvez esta seja uma das principais ações. E neste ato de mobilizar tem-se um conjunto de ações a serem articuladas e praticadas previamente.

Com relação ao professor, não há como mobilizar sem antes ser mobilizado. Antes de ser um agente ativo neste processo, o professor tem que refletir seus atos para poder confrontar com tudo o que já foi feito, baseando-se, claro, em sua vivência profissional e em seus conhecimentos adquiridos para construir novos métodos de ensino.

O que se quer dizer é que há um processo de planejamento e preparação para desenvolver e estabelecer novas estratégias ou práticas de ensino que possibilitem dinâmicas ou sequências didáticas que mobilizem seus alunos. E, além disto, o professor precisa estar consciente do seu nível de conhecimento sobre aquilo que será ensinado, bem como a forma com que o mesmo interpreta, assimila, e aplica os conceitos matemáticos.

Com relação ao aluno, a mobilização deste pode estar muito ligada ao despertar, nele próprio, a motivação. O PCNEM (2001) trata disso da seguinte forma:

> [...] Nesse processo, deve-se provocar a motivação do aluno, ou seja, criar situações de desequilíbrio para despertar o interesse. Para que isso ocorra, invariavelmente o professor deve propor situações-problema, desafios e questões instigantes. Situações-problema mobilizam o aluno, colocam-no em uma interação ativa consigo mesmo e com o professor; criam necessidades, provocam um saudável conflito; desestabilizam a situação e paulatina e sucessivamente o vão auxiliando a organizar seu pensamento [..]

Antes de se falar do ato de mobilizar ou de causar a mobilização, pode-se pensar na semântica da palavra mobilizar, que é pôr em movimento ou até mesmo soltar, mover, mexer, arregimentar, e outros sinônimos que descrevem muito bem esta ação. Mas quando se trata de causar algo no aluno referentemente ao ambiente educacional, o ato em si deixa de ser tão simples para ser algo mais complexo e muito delicado, afinal está-se quebrando paradigmas e despertando novas expectativas no aluno. Ou seja, na opinião dos idealizadores deste projeto, para mobilizar o aluno deve-se desenvolver práticas em sala de aula que lhe surpreenda, instigando-o e principalmente motivando-o e, desta forma, despertando-lhe o interesse: somente deste modo, então, estar-se-á verdadeiramente mobilizando-o.

Como foi dito na Introdução, os alunos que fizeram parte deste projeto eram da 3ª série do Ensino Médio, portanto, já tinham vivenciado em sala de aula uma boa parte dos conceitos matemáticos propostos no conteúdo programático. E, também, por estarem numa escola que adota um método de ensino apostilado, já estavam acostumados com um método extremamente engessado, conteudista, fragmentado e extremamente previsível.

Nesse contexto, ter-se-ia que ser bastante cauteloso na elaboração das aulas que comporiam o projeto, afinal, o objetivo principal, como já mencionado, era surpreender para mobilizar, e, sendo assim, dever-se-ia criar um ambiente propício e inovador para construir novas concepções de saberes já apreendidos e, principalmente, novas expectativas.

Para resgatar a vontade de aprender e despertar o interesse nos alunos tinha-se então, que elaborar uma sequência didática que criasse um ambiente de aprendizagem repleto de situações mais instigantes e inovadoras para o corpo discente. Pode-se dizer que estes, ao serem surpreendidos com uma nova prática em sala de aula, colocam-se, muitas vezes, inconscientemente, numa postura que se pode chamar do ser *aprendente* e, da mesma forma, os professores, que antes eram meros reprodutores de algo pronto, assumem um papel mais ativo que é o do ser *ensinante,* formando, pois, um coletivo na busca de uma construção de conhecimento. Como define Iabel (2011):

> O (a) *ensinant*e é aquele(a) que pode estabelecer relação de *aprendência*. É quem facilita, medeia, provoca a construção do conhecimento, possibilita que essa construção se dê de forma significativa.
> O(a) *aprendente* é aquele(a) que pode buscar individual e/ou coletivamente a construção do conhecimento, estabelecendo possibilidades de significância no apreendido.

Além disso, Iabel (2011) salienta que:

> [...] Na docência *ensinante*, estão presentes a *ensinância* e a *aprendência*, na medida que o(a) profissional, ao reconhecer-se *aprendente*, vai ao encontro do(a) educando(a) *aprendente* que, por vezes, poderá ser *ensinante* [...]

Além de desenvolver atitudes positivas no aluno - no que se refere à relação que o mesmo tem com esta ciência -, esperava-se que a relação dialógica entre professor-aluno-professor, ou seja, *ensinante-aprendente-ensinante*, fosse mais efetiva, mais frequente em sala de aula, transformando, assim, a sala de aula em um ambiente escolar mais democrático, reflexivo, de discussão e principalmente de comunicação.

Inicialmente, deveria haver desprendimento, mesmo que parcialmente, do material didático. E isto deveria acontecer de forma muito natural e discreta, sem comprometer a programação e o planejamento do conteúdo estabelecido no início do ano. Mas, para haver este desprendimento, era necessário adotar alguns critérios que serviriam de norteadores ou base para elaboração do projeto. Estes critérios consistiam em:

1 - Determinar o conceito matemático que seria trabalhado; deveriam ser conceitos que já foram vistos em sala de aula, dando importância ao saberes matemáticos prévios. Lorenzato, em seu livro Para aprender Matemática, explicita que:

> [...] ninguém vai a lugar algum sem partir de onde está, toda aprendizagem a ser construída pelo aluno deve partir daquela que ele possui, Isto é, para ensinar, é preciso partir do que ele conhece, o que também significa valorizar o passado do aprendiz, seu saber extraescolar, sua cultura primeira

> adquirida antes da escola, enfim, sua experiência de vida (LORENZATO, 2006, p. 09).

2 – Propor ferramentas computacionais a serem especialmente adotadas, propiciando ao aluno visões novas de um conceito já aprendido, através de recursos dinâmicos e diferenciados;

3 – Promover compilação dos exercícios ou situações com problemas mais contextualizados que permitissem a aplicação dos conceitos matemáticos de forma menos fragmentada, ou seja, mais enredada. Conscientizar o aluno da importância do conceito matemático que está sendo aplicado, tornando assim a aprendizagem mais significativa.

É importante, mais uma vez, salientar que estes exercícios tinham por objetivo principal a construção do conhecimento de forma natural e mais interativa, reorganizando o pensamento a partir de uma nova abordagem, proporcionando-lhe atitudes mais investigativas, engajando-o ativamente no enfretamento de desafios. E, principalmente, criando um ambiente mais solidário, tornando-o um agente ativo que interage e contribui de forma direta ou indireta no processo educacional.

Pois bem, no decorrer desta dissertação serão feitas algumas breves justificativas de cada quesito formador do projeto.

2.2 A escolha do conceito matemático

No início do projeto pensava-se nos conceitos ligados à Geometria Analítica e a ideia embrionária era trabalhar com os conceitos iniciais até chegar em conceitos mais elaborados envolvendo cônicas. Mas decidiu-se pelos conceitos relacionados às Funções do 1º grau e do 2º grau em razão dos conceitos ligados a este assunto já serem do conhecimento dos alunos, e pela sua grande importância e aplicabilidade em outras áreas de conhecimento.

De acordo com Brasil (2002), o estudo das funções permite adquirir a linguagem algébrica como a linguagem da ciências, necessárias para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria Matemática.

Acreditava-se que por eles já terem algum conhecimento sobre o estudo de funções pudesse este ser um fator favorável para o sucesso do projeto. Intencionava-se trabalhar conceitos já vistos pelos alunos sendo reapresentadas a eles as definições de funções com uma abordagem diferente para que estes pudessem adquirir novas concepções sobre assuntos já apreendidos.

Além disso, como é citado no PCNEM (2001):

> [...] O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. Assim, a ênfase do estudo das diferentes funções deve estar no conceito de função e em suas propriedades em relação às operações, na interpretação de seus gráficos e nas aplicações dessas funções [...]

2.3 Métodos pedagógicos: resolução de problemas e modelagem matemática

Há muitos anos fala-se em resolução de problemas e na sua importância para a Educação Matemática, como também existem várias definições para a palavra problema e uma dessas definições foi feita por Damaceno (2011) em seu artigo, em parte assim reproduzido:

> [...] definir problema como sendo uma determinada situação que exige reflexão, boa interpretação, conhecimentos básicos e que atente a curiosidade em quem se depara com o mesmo, ao passo que se prontifica em resolvê-lo. Devido ao fato de que resolver problemas é algo muito comum em todo e qualquer lugar, principalmente em diversos ramos de estudos, não é difícil de imaginar que existe mais de um significado para a Resolução de Problema dentro da Matemática, mesmo que seja algo que caracteriza a mesma [...]

Pode-se também citar Cunha (2000):

> Assim, na prática educativa, a resolução de problemas nunca foi tomada como o ponto de referência em relação ao qual se processa a aprendizagem da Matemática. Muitas vezes se confundem a resolução de problemas e a

> resolução de exercícios, ainda que se trate de atividades distintas: na resolução de problemas, os alunos não dispõem de algoritmos que lhes permitam a obtenção imediata de resultados, ao contrário do que acontece nos exercícios. De qualquer modo, uma mesma situação poderá considerar-se um exercício para alguns alunos e um problema para outros, dependendo essa classificação dos seus conhecimentos prévios.

Então, está-se desprendendo dos métodos mais enrijecidos e extremamente planejados. Desta forma ainda mais inclinados está o mestrando em elaborar essas atividades que se baseiam na resolução de problemas, mas de uma forma inovadora e com uma dinâmica diferenciada, afinal, não se desejava reproduzir práticas pouco eficientes e ultrapassadas.

Muitos métodos que envolvem a resolução de problemas baseiam-se em uma prática pouco inovadora, ou seja, extremamente tradicional, como citam Onuchic *et al* (2012):

> [...] Até tempos bastante recentes, ensinar resolução de problemas significava apresentar problemas e, talvez, incluir uma técnica de resolução específica. Uma atenção mais moderna ao desenvolvimento de habilidades nos alunos em resolução de problemas, nos livros-texto, apresenta-se colorida, com desenhos, chamando a atenção para fatos da vida real, mas sempre com alguém resolvendo o problema e deixando-se uma lista com problemas semelhantes para serem resolvidos [...]

Ou mesmo como afirma Brasil (2002):

> [...] A resolução de problemas é peça central para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios. Essa competência não se desenvolve quando propomos apenas exercícios de aplicação dos conceitos e técnicas matemáticos, pois, neste caso, o que está em ação é uma simples transposição analógica: o aluno busca na memória um exercício semelhante e desenvolve passos análogos aos daquela situação, o que não garante que seja capaz de utilizar seus conhecimentos em situações diferentes ou mais complexas [...] (BRASIL, 2002).

As sequências didáticas que seriam elaboradas foram a *priori* idealizadas considerando a aplicação de situações-problema ou desafios muitas vezes inéditos ou, se não o fossem, seriam exercícios mais contextualizados ou de vestibulares passados. A importância dos problemas contextualizados estava na aproximação do conceito matemático com a realidade do aluno, tornando as questões mais instigantes e com caráter mais investigativo, aguçando a criatividade do aluno e dando a ele maiores possibilidades para aplicar novas estratégias de resolução.

Observa-se esta preocupação em Brasil (2002, p. 112):

> [...] Em resumo, o que se espera é que o aluno seja competente em resolução de problemas, se não de todos, pelo menos daqueles que permitam desenvolver formas de pensar em Matemática. A resolução de problemas é peça central para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios [...]

Ainda sobre as atividades que seriam aplicadas, Brasil (2002, p. 129) observa que:

> [...] A seleção das atividades a serem propostas devem garantir espaço para a diversidade de opiniões, de ritmos de aprendizagem e outras diferenças pessoais. O aspecto desafiador das atividades deve estar presente todo o tempo, permitindo o engajamento e a continuidade desses alunos no processo de aprender. Nesse sentido, a postura do professor de problematizar e permitir que os alunos pensem por si mesmos, errando e persistindo, é determinante para o desenvolvimento das competências juntamente com a aprendizagem dos conteúdos específicos [...]

2.4 Ferramentas computacionais

Fora do ambiente escolar, vive-se uma sociedade extremamente informatizada em que novas tecnologias aparecem e impelem a todos a conviver e aprender a utilizá-las. Muitas destas novidades são extremamente benéficas e práticas, são programas computacionais, ferramentas gráficas, máquinas automatizadas, fontes virtuais de informação, produtos de telefonia e comunicação que auxiliam muito as pessoas no seu dia a dia. Como afirma Santos (2005):

> [...] A última década foi marcada pelo desenvolvimento acelerado das tecnologias e das comunicações, causando impactos em todos os setores da atividade humana. As novas tecnologias tornaram-se, em pouco tempo, no principal meio de comunicação direta ou indireta entre as pessoas, sendo utilizadas de forma rotineira em instituições, empresas e outros locais de trabalho [...]

Então pergunta-se: e por que não usar estas ferramentas num ambiente escolar? Será que a escola pode viver alienada ou desatualizada perante a sociedade tão mutável e tão informatizada? Pois bem, com estas indagações pode-se refletir sobre as práticas pedagógicas e perceber que não se pode manter o ensino da Matemática baseado em métodos arcaicos e ultrapassados. Daí, outras perguntas surgem como: por que utilizar estas novas tecnologias no ensino da Matemática? Como inserir ou incorporar estes novos recursos em sala de aula de uma forma natural, eficiente e sem atropelos, ou seja, que propicie uma aprendizagem significativa sem comprometer o plano de ensino (conteúdo programático) já estabelecido? E quais ferramentas tecnológicas disponíveis utilizar, e por que e como escolhê-las?

Bem, cabe aos professores (idealizadores deste projeto) responder a esta primeira pergunta, no tópico seguinte reproduzida.

2.4.1 Por que utilizar estas novas tecnologias no ensino da Matemática?

Inicialmente pode-se responder a esta pergunta justificando da mesma forma que Mercado (2002) o faz:

> [...] As novas tecnologias e o aumento exponencial da informação levam a uma nova organização de trabalho, em que se faz necessário: a imprescindível especialização dos saberes; a colaboração transdisciplinar e interdisciplinar; o fácil acesso à informação e a consideração do conhecimento como um valor precioso, de utilidade na vida econômica. Diante disso, um novo paradigma está surgindo na educação e o papel dos professor, frente às novas tecnologias, será diferente. Com as novas tecnologias pode-se desenvolver um conjunto de atividades com interesse didático-pedagógico, como: intercâmbios de dados, científicos e culturais de diversa natureza [...]

Ou mesmo conforme a opinião de Valente (1999) que defende que o computador pode provocar uma mudança de paradigma pedagógico. Ou mesmo que:

> Quando o aluno usa o computador para construir o seu conhecimento, o computador passa a ser uma máquina para ser ensinada, propiciando condições para o aluno descrever a resolução de problemas, usando

> linguagens de programação, refletir sobre os resultados obtidos e depurar suas ideias por intermédio da busca de novos conteúdos e novas estratégias.
>
> [...] o aluno usa o computador para resolver problemas ou realizar tarefas como desenhar, escrever, calcular etc. A construção do conhecimento advém do fato de o aluno ter que buscar novos conteúdos e estratégias para incrementar o nível de conhecimento que já dispõe sobre o assunto que está sendo tratado via computador.

Há inúmeros argumentos que justificam a utilização da informática na elaboração de um método de ensino com autores defendendo que as vantagens estão justamente em utilizar novas tecnologias para estimular novas conjecturas, e, também, ter possibilidades para coordenar diversas representações de um conceito.

Borba defende que: "O acesso à informática deve ser visto com um direito e, portanto, nas escolas públicas e particulares o estudante deve poder usufruir de uma educação que no momento atual inclua, no mínimo, uma alfabetização tecnológica" (BORBA, 2007, p. 17).

Ainda citando Borba (2007, p.53) tem-se que:

> Assim, realizamos experimentos de ensino onde é possível se pensar como o conhecimento é produzido quando diferentes mídias são utilizadas. Em tais pesquisas, as propostas pedagógicas, que são desenvolvidas para esses experimentos e/ ou para a sala de aula, são postas também objetos de investigação e são reformuladas de forma constante. Por outro lado, essas propostas mais abertas, como as ligadas à modelagem, onde uma sequência didática é substituída por uma ordem que tem forte influência do interesse dos alunos [...]

Deve-se considerar entre as competências em Matemática a grande meta da inserção do aluno num ambiente mais informatizado ou mais próximo das novas tecnologias que se desenvolvem em diferentes áreas do conhecimento, como se pode observar no PCNEM (2011, p.118) quando trata da competência "contextualização das ciências no âmbito sócio cultural":

> Reconhecer e avaliar o desenvolvimento tecnológico contemporâneo, suas relações com as ciências, seu papel na vida humana, sua presença no mundo cotidiano e seus impactos na vida social.

No que se refere à área da Matemática, pode-se citar Gravina (1998): [...] Os ambientes informatizados apresentam-se como ferramentas de grande potencial frente aos obstáculos inerentes ao processo de aprendizagem [...]"

2.4.2 Obstáculos a serem vencidos - visões dos otimistas e pessimistas

Quando se fala na utilização da informática para o desenvolvimento de uma sequência didática pode-se deparar com visões diferenciadas daqueles envolvidos no processo, existem aqueles otimistas ou mesmo aqueles céticos e desconfiados, há também certa restrição, aversão e apatia quanto à utilização dos computadores. Os otimistas são mais desbravadores e por que não dizer mais corajosos, enquanto os pessimistas são mais precavidos e muito mais pragmáticos.

Tabela 1: Pessimistas *versus* otimistas na educação

PESSIMISTAS	OTIMISTAS
• Detém um conhecimento parco sobre novas tecnologias e não têm interesse em conhecê-las.	• Sempre atentos às novidades tecnológicas, pesquisa e conhece novas ferramentas.
• Acha que se perde muito tempo para elaborar atividades que utilizem novas ferramentas.	• Têm consciência da demanda de tempo de organização e planejamento, mas sabe que isso pode otimizar seu tempo futuramente.
• Têm medo de correr riscos por não dominar plenamente estas novas tecnologias.	• Enfrenta os obstáculos buscando novos desafios, desmistificando que é necessário dominar completamente estas novas ferramentas.
• Precisa ser mais bem remunerado pelo fato de aumentar o tempo de dedicação ao trabalho.	• Acha que pode ser reconhecido de outra forma, pelo seu trabalho inovador e que isso pode fazer com que ele se destaque.
• Mantém a relação aluno-professor de forma convencional e bem.	• Aproxima-se do aluno para intensificar a comunicação entre os pares.

• Baseia-se sempre num material didático para planejar as suas aulas, e com raras exceções utiliza algo inovador.	• Não se apega ao material didático para desenvolver suas práticas de ensino, sempre planejando alguma atividade, ou algum recurso novo para aplicar em sala de aula.
• Pessimista, estático e conformado.	• Atuante na transformação de sua realidade, normalmente sempre muito otimista.

Fonte: Produção do autor (2014).

Além disso, fala–se muito na desumanização que se pode ter na utilização dos computadores, mas aquilo que se deve questionar novamente é: como se pode estar tão alienado e desatualizado perante tudo que ocorre fora do ambiente escolar?

Como cita Valente:

> O computador é um meio didático: assim como temos o retroprojetor, o vídeo etc. devemos ter o computador. Nesse caso o computador é utilizado para demonstrar um fenômeno ou conceito a ser passado ao aluno. De fato, certas características do computador como capacidade de animação, facilidade de simular fenômenos, contribuem para que ele seja facilmente usado na condição de meio didático (VALENTE, 1999, p.05).

A necessidade de desenvolver um método de ensino diferenciado pelo professor de Matemática também é relatado por Marmitt (2009, p. 15) ao dizer que:

> [...] Ao longo de nossa vida escolar, passamos por diferentes professores, que a cada ano nos apresentavam a Matemática de maneiras variadas. Muitos alunos não tiveram a oportunidade de “aprender Matemática” através de uma metodologia diferenciada e assim apresentam uma visão única dessa disciplina. A outros, porém, foi apresentada uma matemática mais ampla, com diferentes aplicações, o que os faz perceber suas diferentes utilidades. Este tratamento diferenciado e consequentemente maneiras diferenciadas de perceber a Matemática fazem com que cada sujeito forme sua visão da disciplina. Essas visões irão formar o sistema de concepções do aluno sobre a Matemática [...]

2.5 Condições favoráveis para a utilização da informática – a realidade atual

Falam-se tanto das condições precárias, do pouco investimentos em tecnologias, da falta de dinheiro, ou mesmo quando se investem em outras mídias; não há critérios ou mesmo uma pesquisa prévia para saber qual tecnologia se deve adquirir ou investir, ou seja, faz-se mal uso de recursos financeiros e acabam adquirindo uma tecnologia obsoleta ou desnecessária. E contrapartida, muitas escolas têm um laboratório de informática extremamente equipado e que têm inúmeros recursos midiáticos e, assim mesmo, são raramente utilizados pelos professores; aí percebe-se as discrepâncias ou mesmo absurdos nas contradições do ter e não saber ou saber e não ter.

Outra tendência evidente em muitas escolas é quanto à utilização da informática como disciplina que trata do computador como alvo principal, ensinando a utilizar os editores de texto, mostrando alguns sistemas operacionais, mas não utiliza o mesmo como ferramenta educacional para as outras disciplinas.

O autor tinha um ambiente propício para o desenvolvimento e aplicação de um projeto como a utilização da informática. Pode-se citar alguns:

1 - Acesso fácil ao laboratório de informática e disponibilidade de horário das aulas e no contraperíodo;

2 – um ambiente agradável com computadores suficientes para o trabalho, lousa e possibilidade de mobilidade para o professor instrutor;

3 - um técnico à disposição que daria um apoio técnico prontamente e de forma muito competente;

4 – todos os computadores ligados em rede em que o servidor (computador principal) tinha um *software* chamado SCHOOL que possibilitava o controle e monitoramento das ações dos alunos durante a aplicação das atividades. Neste caso era possível controlar, auxiliar, exemplificar ações e observar o que os alunos estavam realizando e que poderia ser feito da seguinte forma:

4.1 – frequentemente, quando solicitado ou não, o instrutor podia interceder diretamente no computador do aluno, com novas instruções para resolver os problemas de interpretação, dúvidas ou esclarecimentos sobre os passos a serem realizados;

4.2 - investigar e observar o que (ou como) o aluno estava realizando as atividades; Ou seja, qual era o desempenho, facilidade e agilidade dos alunos na realização das mesmas;

4.3 – evidenciar para os outros alunos na tela de seus computadores ações já realizadas por outros alunos ou até mesmo aquelas que ainda deveriam ser feitas para a finalização das atividades da aula;

4.4 – Controlar o acesso dos alunos em outros *sites* que não faziam parte da atividade a ser realizada. Observa-se neste caso que este controle é muito importante quando o indivíduo trabalha com um número muito grande alunos e que a realidade de cada dupla de alunos tinha sua dinâmica e tempo para completar as atividades das aulas.

4.5 – Possibilidade de comunicação entre o professor-instrutor e o aluno quando era conveniente e necessário.

2.6 A utilização de um *software* gráfico dinâmico - GeoGebra

GeoGebra é um *software* dinâmico com uma interface simples, sendo de domínio público e podendo ser utilizando em qualquer sistema operacional compatível com a interface Java. Esta ferramenta gráfica surgiu em 2002, e tem ganho novas versões; em cada uma delas com o desenvolvimento de novos recursos e comandos. Atualmente, já há disponibilidade de adquirir este *software* numa versão com muitos recursos podendo até construir figuras em 3D e, também, dependendo do sistema operacional, pode ser utilizado em *tablets*.

Outras vantagens devem ser citadas, tais como:

1 – A possibilidade de adquiri-lo gratuitamente, fazendo com que o mesmo seja uma ferramenta bem adequada para ser implementada e utilizada em qualquer ambiente educacional.

2 – Há duas formas de se adquirir o GeoGebra: fazendo o *download* do programa gratuitamente numa máquina ou trabalhando com versões que possibilitam trabalhar como o *software* sem instalá-lo.

3 – Apresenta vários menus de comandos sofisticados num *layout* bem agradável, de interface simples, de fácil compreensão possibilitando até mesmo práticas autodidatas.

4 – Na tela principal há duas áreas de trabalho que são chamadas de janela de álgebra e de janela de visualização, possibilitando fazer tanto a inserção de equações, funções ou

coordenadas de pontos na janela chamada entrada para a visualização de suas representações geométricas. Ou o processo inverso, que se daria a partir da construção das figuras com representações algébricas indicadas na janela de álgebra. Neste caso então, tem-se uma expressão algébrica vinculada a um objeto (figura) na zona gráfica (área de visualização), e vice-versa.

5 – Possibilita a movimentação das figuras construídas, mantendo as propriedades geométricas da sua construção e concomitantemente podendo-se visualizar as mudanças nas expressões algébricas vinculadas a elas; ou seja, gráficos, álgebra e tabelas estão interconectados.

6 - Permite a alteração da apresentação, por exemplos: cor, espessura, tamanho etc.

7 - Registros das construções feitas, o que se convencionou chamar de protocolo de construção; com este recurso pode-se visualizar quais foram os comandos utilizados para a realização das construções feitas, na verdade tendo todo o histórico da construção.

Outras vantagens são citadas por Ferreira (2013), como:

> [...] Ferramenta de produção de aplicativos interativos em páginas WEB; Disponível em vários idiomas para milhões de usuários em torno do mundo; [...] Deste modo, com a utilização das Novas Tecnologias Educacionais e recursos adequados (o uso do *software* GeoGebra), podemos auxiliar nossos alunos a desvendar novos conceitos no campo da Geometria Plana, proporcionando-lhes uma perfeita visão do objeto estudado, tornando-os mais autônomos e participativos.

Outra grande vantagem de se utilizar um *software* gráfico é a possibilidade de visualizar as suas construções e também de movimentá-las. E isso permite que se possa vencer um obstáculo inerente ao processo de aprendizagem que é justamente às relações estabelecidas entre o concreto e o abstrato. Visualizando as construções dinâmicas pode-se levar o aluno para uma outra realidade que transforma algo extremamente abstrato em algo mais visível e perceptível (concreto).

Quando se introduz algum conceito matemático em sala de aula, o mesmo pode aparecer de forma estática e extremamente formal, e se há a possibilidade de visualização e movimentação dos objetos que fazem parte deste conceito, está-se aproximando o abstrato do concreto; ainda citando Gravina (1998):

> Por exemplo, uma rotação não é mais somente um objeto matemático abstrato (dado por uma definição formal) acompanhado eventualmente de uma representação estática (desenho), mas um objeto que pode ser manipulado e entendido a partir de suas invariâncias (ao mudar-se o centro de rotação, o ângulo de rotação, ao transformar figuras).

Existem, atualmente, comunidades de professores e alunos que trocam informações e as suas experiências no GeoGebra de uma forma bastante intensa e eficiente. Há também inúmeros tutorias, vídeos explicativos que ensinam novos recursos e como trabalhar especificamente com algum conceito matemático e vários conjuntos de aulas que estão ordenadas de uma maneira bastante didática. Sem falar que existem congressos e *sites* voltados exclusivamente para a utilização do GeoGebra.

Os menus contendo os comandos, a tela principal e uma descrição mais detalhada do GeoGebra podem ser encontrados no Apêndice A (pág. 194)

2.7 O sistema *Moodle* (AVA)

A escola deve preparar o aluno para enfrentar situações novas em seu cotidiano, não basta entender um conceito matemático e saber aplicar, ou mesmo reproduzir métodos e estratégias de resolução aprendidas, afinal, se o aluno seguir para o ensino superior, talvez nem precise mais utilizar este saber aprendido, mas uma coisa é certa, ele saberá o que e como utilizar um ambiente virtual de aprendizagem, ambiente este que muitas instituições de ensino utilizam com frequência.

A ideia era prepará-los para novas situações e neste caso ampliou-se a capacidade dos mesmos de saber agir, tornando-os mais capazes no enfrentamento de novos desafios.

O sistema *Moodle* é um sistema de gestão de ensino e aprendizagem que permite a criação de cursos *on-line*, aplicações de uma série de atividades, aulas, sequências didáticas e tudo isso possibilitando a criação de um ambiente de aprendizagem virtual. Pelo mundo inteiro há inúmeras instituições de ensino que estão utilizando esta plataforma para a elaboração de cursos totalmente virtuais ou como apoio para cursos presenciais ou semipresenciais como foi utilizado neste projeto.

2.7.1 A sala *Moodle*

O gerenciador de atividades na sala *Moodle* apresenta diversas vantagens e recursos como os que citamos a seguir:

a) **Assiduidade e comprometimento**: o aluno em questão era um participante de uma sala que tinha a sua frequência de acesso controlado e registrado;

b) **Avaliação rápida**: as notas das atividades como os questionários eram na maioria das vezes automaticamente calculadas e registradas;

c) **Interação:** receber informações diretamente no seu *e-mail* como datas de entrega de uma atividade, avisos importantes sobre datas de aulas e atividades que seriam realizadas;

d) **Comunicação:** Nos espaços chamados fórum de discussões, era possível que o aluno os utilizasse para dar a sua opinião, fazer comentários e tirar as suas dúvidas. Estes espaços eram criados pelos idealizadores do projeto dependendo da necessidade, buscando desta forma uma maior integração entre os integrantes deste projeto.

e) **Abrir *links* de acessos** a alguns *sites* que continham informações sobre algum conceito que seria trabalhado ao longo das atividades.

f) **Envio de arquivo**: O aluno teria como abrir o *link* para enviar um arquivo e, neste caso, perceber que:

i) Havia um prazo para o envio do arquivo

ii) Existiam possibilidades de reenviar o arquivo definitivo para a correção.

g) **Questionário**: Cada atividade apresentava um questionário (ou mais de um) que eles deveriam abrir e responder, e eles foram alertados pelo professor que:

i) Havia um número de tentativas para responder o questionário;

ii) Após a abertura do questionário havia um tempo para responder e muitas vezes era colocado um cronômetro para limitar o tempo para a realização do mesmo.

iii) Na maioria dos questionários poder-se-ia ter mais do que uma tentativa de respostas.

iv) Quando se respondia, a aluno poderia receber um aviso ou comentário sobre a sua resposta, a ação estava disponível pelo sistema chamado de *feedback*.

v) Após o término do questionário ele deveria clicar na opção enviar - as repostas não poderiam mais ser alteradas.

vi) As notas eram geradas automaticamente no final da realização do questionário, e assim o aluno estaria ciente de seu desempenho.

2.8 Prova diagnóstica

Antes de iniciar a aplicação do projeto e definir quais seriam os conceitos que serviriam de base para a elaboração das atividades, foi aplicada uma prova com o intuito de analisar quais eram os conhecimentos que os alunos tinham sobre funções em geral. Esta prova foi chamada de PROVA DIAGNÓSTICA.

Figura 01: Conceitos analisados que estavam presentes nas questões da avaliação diagnóstica

I - CONCEITO DE FUNÇÕES

II- LOCALIZAÇÃO DE PONTOS NO PLANO CARTESIANO

III - NOTAÇÃO f(x)

IV- DETERMINAÇÃO DO DOM E CONJUNTO-IMAGEM

V- SINAL DA FUNÇÃO

VI- VALORES DE MÁXIMOS E MÍNIMOS

VII - ASSOCIAÇÃO DA FUNÇÃO E GRÁFICO

VIII - PONTOS DE INTERSECÇÃO

IX- DETERMINAÇÃO DA FUNÇÃO

X- RELAÇÃO ENTRE DUAS FUNÇÕES

XI - ZEROS DA FUNÇÃO

XII - SINAL - RAÍZES

Fonte: Produção do autor.

A prova diagnóstica foi elaborada pelos idealizadores do projeto e seu intuito desta prova era a verificação do nível de conhecimento que os alunos tinham com relação a alguns conceitos associados ao estudo de funções em geral, desde conceitos básicos até a interpretação gráfica e geométrica. Os itens que foram analisados na prova diagnóstica estão evidenciados na Figura 01.

Os alunos não tinham o conhecimento prévio da avaliação, eles tinham o conhecimento apenas de suas participações no projeto e, também, sobre a finalidade deste como parte integrante do término da defesa de um Mestrado.

Os itens que foram analisados na prova diagnóstica estão na Figura 01 a seguir.

A prova diagnóstica (Apêndice B- pág. 197) consistia de 10 questões dissertativas. Cada questão foi elaborada pelos idealizadores do projeto, ou seja, eram questões inéditas. Cada questão abordava um ou vários conceitos matemáticos, mas sempre concentrados na Álgebra e Geometria Analítica.

O aluno respondeu individualmente cada questão com a preocupação única e exclusiva de indicar com suas respostas qual o conhecimento que ele tinha sobre os conceitos envolvidos nas questões. Muitos questionaram se era possível deixar em branco alguma questão, pois alguns alunos estavam bastante relutantes quanto ao fato de não conseguir ou mesmo que sua resposta estivesse errada. E neste caso foi explicado a eles que poderia responder livremente e em qualquer ordem, pois o intuito desta avaliação era analisar o que ele sabia. Deixou-se bem claro que: - resolvam livremente, mostrem o que vocês sabem, se não souberem, deixem em branco.

Havia também uma grande preocupação em como dar a resposta. Acreditou-se que neste caso eles estavam preocupados com toda a formalização das respostas, resquício das exigências quando foi abordado um determinado conceito em sala de aula.

Foi dado ao aluno um tempo de 60 minutos para a realização da prova, a única preocupação era que eles não consultassem nenhum material e nem mesmo o colega, para que as respostas fossem coerentes aos seus conhecimentos e não houvesse algo que desabonasse os dados obtidos.

Cada resposta dos alunos foi analisada e cada questão foi conceituada em S (satisfatório), R (regular) e I (insatisfatório). O conceito satisfatório foi dado quando o aluno realmente respondeu corretamente a questão, e que fique bem claro, que não foi analisado como ele respondeu, mas sim o que ele respondeu. O conceito regular foi dado quando a resposta encontrada foi incompleta ou quando não foi muito clara. O insatisfatório foi dado quando o aluno respondeu erroneamente ou deixou em branco.

Os conceitos foram tabulados (Apêndices C e D, pág.202) numa planilha para que fosse possível uma análise dos conhecimentos dos alunos e desta forma seriam determinados os conceitos a serem trabalhados nas atividades do projeto.

Com esta análise, percebeu-se que foram poucos os alunos que conseguiram o conceito S em mais de 40% dos conceitos analisados. Apesar destes conceitos já terem sido trabalhado em sala de aula, percebeu-se que, assim mesmo, eles tinham um conhecimento parco sobre a maioria dos conceitos que era relacionado ao estudo de funções, principalmente aos conceitos básicos.

2.9 O projeto

Resolveu-se trabalhar com todos os alunos das duas turmas que o mestrando ministrava aula, então fora aplicado o projeto em duas turmas da terceira série do Ensino Médio totalizando 70 alunos. O ambiente de aprendizagem e de aplicação, além do virtual, era também a sala de aula e o laboratório de informática.

As aplicações foram feitas durante os horários das aulas em datas específicas. O intervalo de uma até a próxima aplicação foi de duas semanas ou três semanas; isto se deu para não comprometer o conteúdo e para não sobrecarregar os alunos, haja vista que os alunos estavam bastante concentrados para os vestibulares, que iriam prestar no final do ano.

Iniciou-se a aplicação no mês de agosto, terminando-o no mês de novembro. As atividades foram desenvolvidas, e idealizadas e aplicadas logo em seguida, ou seja, tinha-se a ideia dos assuntos que iriam ser abordados, mas as dinâmicas das atividades e todos os passos que formariam o corpo das atividades foram elaboradas à medida que eram aplicadas.

O estudo da Matemática se torna mais atraente quando é possível utilizar outros métodos de ensino mais inovadores que permitem ao aluno uma interação maior com os processos de ensino. Ou seja, aliando este método de ensino à distância com a sala de aula, é possibilitado ao aluno um contato maior com os conceitos vistos de forma tradicional com uma modalidade de estudo mais elaborado e dinâmico. Além disso, aproximou-se o aluno a uma nova realidade tecnológica, evidenciando-se a necessidade do mesmo ter conhecimentos prévios suficientes para dominar e utilizar estas novas tecnologias.

O gerenciamento das atividades, a aplicação dos questionários, envio de arquivos e avaliação foram feitos na plataforma que utiliza o sistema *Moodle*,

Desse modo, pode-se, também, observar quais são as vantagens e desvantagens na aplicação de um conjunto de atividades aplicadas em parte à distância, ou seja, sem a presença do professor. Era importante que os alunos soubessem e pudessem acessar este sistema *Moodle*. Então, todos os alunos foram cadastrados e com todas as senhas criadas os alunos foram instruídos para o acesso. Em sala de aula, numa breve apresentação, os alunos tiveram o primeiro contato com o ambiente, tendo sido explicado qual seriam os procedimentos iniciais feitos pelos alunos, tais como:

1 - Ler sempre com muita atenção as instruções;

2 - Observar o que deveria ser feito e completar todas as atividades;

3 – Analisar e refletir sobre os conceitos abordados nas aulas;

4 - Responder a todos os questionários que estava no final das atividades;

5 – Respeitar os prazos de entregas e enviar todos os arquivo que forem pedidos;

Além desta preparação para a utilização do AVA, criou-se um grupo chamado Projeto de Mestrado – UFSCar no *Facebook* para que se pudesse, como já referido, ter mais um meio de comunicação.

Na figura 02 tem-se um vídeo em que é explicado como os alunos poderiam instalar o GeoGebra em seus respectivos computadores. A ideia principal era que os alunos instalassem o programa e que pudessem ter um contato inicial com o *software* antes de se aplicar a primeira atividade. Neste grupo também publicou-se as primeiras instruções de acesso ao sistema *Moodle* (Figura 2.1). Este arquivo pode ser visto no Apêndice E (pág. 205).

Figura 02: Vídeo sobre como baixar o *software* GeoGebra

Fonte: Acervo do autor.

Figura 2.1: Instruções para o primeiro acesso publicado no *Facebook*

Fonte: Acervo do autor.

CAPÍTULO 03 - AULAS DO PROJETO

Figura 03: Cronograma com as datas das atividades realizadas e assuntos abordados

Aula	Data	Tema
1	19/08/2013 e 26/08/2013	Familiarização dos comandos básicos do GeoGebra e acesso ao sistema *Moodle*
2	30/09/2013	Parte 01: Análise e Reconhecimento – Relação ou Função
		Parte 02: Função do 1º grau
3	07/10/2013	Problema do Reservatório (Continuação – Função do 1º grau)
4	14/10/2013	Explorando o gráfico de uma função do 1º grau
5	28/10/2013	Função do 2º grau
6	11/11/2013 a 18/11/2013	Problemas envolvendo as funções do 1º grau e do 2º grau/ Desafio final

Fonte: Produção do Autor

As atividades propostas aos alunos consistem em seis aulas que, por sua vez, encontram-se arranjadas em diversos exercícios a fim de contemplar conceitos matemáticos específicos.

Pode-se notar, no decorrer do presente trabalho, que não há um padrão pré-estabelecido no formato das atividades, pois elas foram concebidas à medida que as aulas ocorreram, levando-se em conta a avaliação, feita pelo professor, da eficiência das medidas adotadas na aula anterior.

É necessário, também, que se esclareça ao leitor que as seis aulas mencionadas acima (figura 03) foram aplicadas em intervalos que variaram de acordo com a disponibilidade dos laboratórios oferecidos pela escola e dos próprios alunos que, por estarem em semestre letivo, possuíam, além desta, outras obrigações escolares.

3.1 Aula 01 – Introdução ao *Moodle* e ao GeoGebra

Nenhum dos alunos, deste projeto, tinha vivenciado atividades de aprendizagem em um laboratório de informática. Sendo assim, o professor, ainda em sala de aula, disponibilizou aos estudantes algumas orientações básicas (técnicas) sobre a conduta que seria adotada no desenvolvimento dos trabalhos nesse novo ambiente.

A primeira instrução foi que, devido à quantidade restrita de computadores, os alunos precisariam distribuir-se em duplas para compartilhar as máquinas.

As duplas foram, então, formadas pelos próprios alunos, seguindo um único critério: maior afinidade entre os pares. O professor destacou algumas regras básicas:

- cada dupla não poderia ser alterada ao longo do semestre, no decorrer das atividades no laboratório, a não ser pela ausência de um dos pares, o que permitiria o remanejamento desse aluno para outra dupla, escolhida pelo professor;

- cada dupla, após escolher um dos 25 computadores do laboratório, deveria sentar-se, impreterivelmente, no mesmo computador em todas as aulas seguintes, pois, além de serem responsáveis pela integridade das máquinas, todos os trabalhos feitos em sala seriam gravados em um diretório, especificamente criado, em cada máquina, para a dupla correspondente;

- toda dupla, necessariamente, deveria estabelecer uma senha de acesso ao seu computador – tais senhas foram registradas em uma tabela feita pelo professor, contendo os nomes dos integrantes das duplas e os números dos seus respectivos computadores;

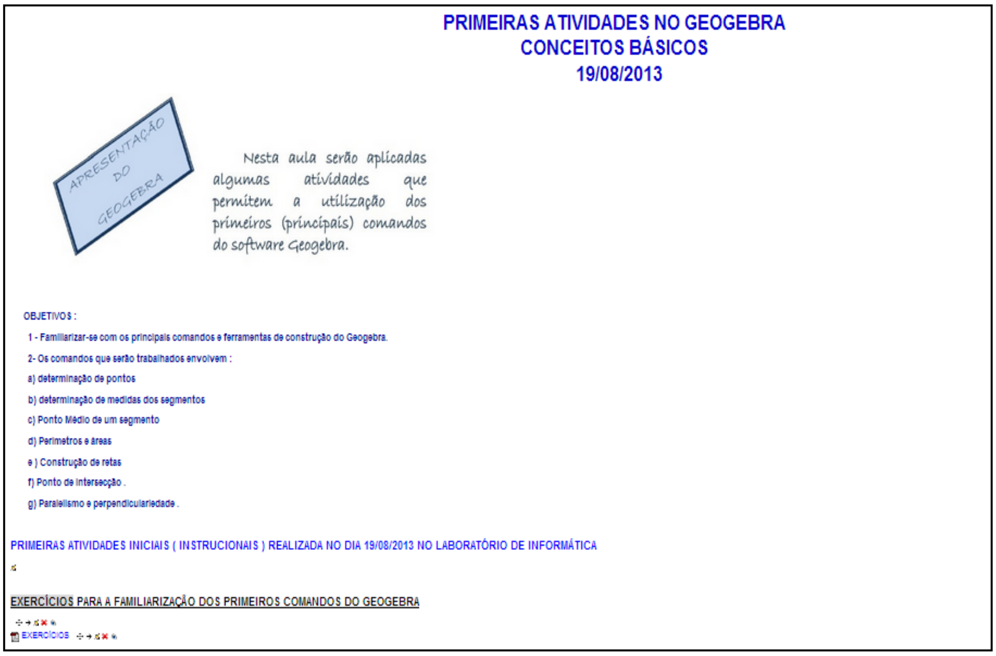
- após o término das atividades propostas, os alunos deveriam gravar seus trabalhos e, antes de deixar o laboratório de informática, desligar o computador de modo seguro.

3.1.1 Objetivos

Os objetivos principais desta aula foi apresentar os primeiros comandos do *software* GeoGebra e acessar o primeiro acesso ao sistema *Moodle*, introduzindo, assim, um novo ambiente de aprendizagem para os alunos no laboratório de informática.

No entanto, é importante ressaltar que o maior objetivo era que a interação de cada aluno com o computador dinamizasse o seu contato com os colegas, com o professor e, especialmente, com conteúdos matemáticos. Assim, pretendeu-se que a sequência de atividades propostas utilizasse comandos básicos do GeoGebra – comandos que seriam importantes para a execução de atividades posteriores – e, concomitantemente, possibilitasse alguma familiarização dos alunos com o sistema *Moodle*.

Figura 04: Apresentação das primeiras atividades – aula 01



Fonte: Produção do autor.

Algumas atividades propostas inicialmente, veja figuras 04 a 06, envolveram construções geométricas e conceitos de Geometria Analítica, com a finalidade de permitir ao aluno adquirir maior autonomia, no uso do GeoGebra, e perceber as vantagens de utilizar um programa de geometria dinâmica: movimentos das construções geométricas (sem alterar as propriedades geométricas de sua construção), mudanças de medidas e, até mesmo, alteração das apresentações (cor, tamanho, nome dos elementos) das figuras e objetos.

Além disso, objetivou-se que o aluno, já no primeiro acesso ao sistema *Moodle*, pudesse utilizar algumas de suas ferramentas básicas, tais como: envio de arquivo, resolução de questionários e acesso a outros *links*. Finalmente, ambicionou-se que cada aluno percebesse que, no ambiente *Moodle*, toda a atividade estava organizada em etapas a serem compridas.

3.1.2 Descrição e desenvolvimento

No laboratório de Informática, após cada dupla alocar-se devidamente em seu computador e acessar a sala do ambiente *Moodle*, explicou-se aos alunos que eles deveriam seguir as instruções passo a passo, sem desviarem a atenção para as muitas novidades que visualizariam na tela.

Feito o primeiro acesso ao *Moodle*, deveriam realizar quatro construções no GeoGebra que estavam lá detalhadas.

Cada dupla abriu, então, o *software* GeoGebra e iniciou a realização de alguns exercícios de reconhecimento de comandos, tais como:

- determinação de ponto com coordenadas específicas;

- determinação do ponto com a localização do mesmo na janela de visualização;

- determinação de segmento;

- medição da distância entre dois pontos;

- determinação de um triângulo a partir de três pontos que são os seus vértices;

- determinação da área de um polígono específico;

- determinação de uma reta a partir da determinação de dois pontos previamente estabelecidos;

- observação da equação da reta construída;

- construção de uma reta perpendicular à uma outra reta já construída;

- determinação do ponto de intersecção entre dois objetos;

Durante a realização destes primeiros exercícios, o professor fez o papel de instrutor, ou seja, os estudantes realizavam cada comando, seguindo as instruções do mesmo. Além disso, foi acordado que eles só seguiriam para a próxima construção quando todos já tivessem finalizado o exercício e gravado sua construção na pasta que era destinada a isso.

Exercícios para familiarização de comandos do GeoGebra

1º Exercício

No primeiro exercício (figura 05), o aluno utilizou comandos bastante importantes, que serviriam como base para a realização da maioria das atividades posteriores. Seguem alguns exemplos.

1 – Utilizar a linha de comando chamada de Entrada ou mesmo localizar o ponto na área de trabalho (plano cartesiano). Neste caso, o aluno observava o conceito de ponto e, simultaneamente, suas coordenadas.

2 – Construir um segmento a partir de pontos determinados e, neste momento, pela primeira vez, deparar-se com a possibilidade de mudar as posições dos pontos extremidades, alterando, por exemplo, a distância entre os mesmos.

3 – Calcular a distância entre estes pontos (ou comprimento do segmento), e visualizar estas distâncias de formas diferentes na própria figura.

Figura 05: Primeira atividade da aula 01

1 ª ATIVIDADE (LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA)

1- Determine o ponto A=(1,2) com o comando
2- Determine o ponto B = (3,4) digitando " B=(3,4) " na caixa de Entrada
3- Determine o segmento $\overline{AB}$ com o comando
4- Determine a distância entre os pontos $\overline{AB}$ (ou comprimento do segmento $\overline{AB}$) com o comando

Fonte: Produção do autor.

Figura 06: Outras atividades da aula 01

2ª ATIVIDADE (LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA)

1- Determine os pontos A=(3,2) , B= (-1,2) e C=(-3,5) .
2- Determine o triângulo ABC com o comando
3- Determine a área do triângulo ABC com o comando
4- Calcular o perímetro do triângulo ABC com o comando na janela de entrada perímetro [polígono]

3ª ATIVIDADE (LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA)

1- Determine os pontos A = (-1,1) e B = (1,3)
2- Determine a reta que passa por estes dois pontos com o comando
3- Qual é a equação da reta ?
4- Movimente o ponto B até chegar no ponto de coordenadas (1,5)
5- Qual é a equação da reta ?

4ª ATIVIDADE

1- Determine os pontos A = (-3,1) e B = (1, 5)
2- Determine a reta que passa por estes pontos
3- Determine o ponto C = (3,2)
4- Determine a reta que passa pelo ponto C e perpendicular à reta AB pelo comando
5- Determine o ponto de intersecção entre a reta recém construída e a reta AB utilizando o comando
6- Determine a medida do ângulo BDC (nesta ordem) utilizando o comando
7- Movimente o ponto C e observe oque acontece (olhe para a janela de Álgebra !!)
8- Movimente o ponto A e observe oque acontece !!

Fonte: Produção do autor.

Nas figuras 05 e 06, estão descritas os primeiros exercícios que foram resolvidos com o auxílio do professor. Percebe-se que, em cada uma delas, o aluno teve que utilizar um novo comando e a quantidade de comandos, assim como a dificuldade de cada um deles, aumentou gradativamente.

No Apêndice F (pág. 207), está representada a continuação das atividades desenvolvidas pelos alunos que fizeram livremente, sem a obrigatoriedade de entrega ao professor. Pretendeu-se, dessa maneira, que aquele aluno interessado pelas construções ficasse à vontade para explorar a lógica do GeoGebra.

2º Exercício

Tratou da construção de um triângulo e cálculo de sua área, com apresentação de comandos para alterar a apresentação da figura (cor e fonte). O propósito foi permitir que o aluno imprimisse às construções uma característica mais pessoal.

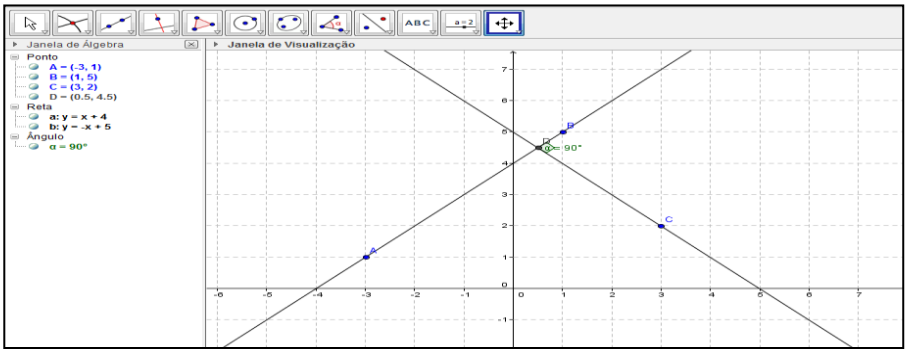
3º Exercício

Construir uma reta e observar a equação dessa reta, representada na janela de álgebra. A representação era feita na forma ax+ by = c, e assim foi dado ao aluno mais um recurso: a da alteração da representação da equação para a forma y = mx + n, desde que tal que reta não fosse vertical.

4º Exercício

Construção de duas retas perpendiculares (Fig. 07) e, após a construção, movimento dos pontos C e A, conforme a dinâmica que segue.

Figura 07: Exemplo da primeira atividade feita por um dos alunos na primeira aula

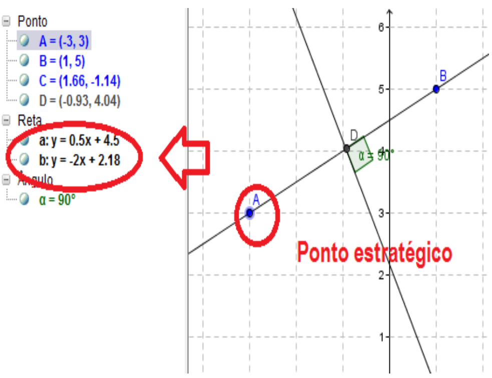


Fonte: Acervo do autor.

1- Movimentando o ponto C a medida do ângulo BDC permanece constante. Com a observação na Janela de Álgebra, o aluno pode perceber que, como a reta CD desliza sobre a reta AB juntamente com o ponto de intersecção D, a equação da reta AB muda sua representação algébrica, mas seu coeficiente angular não se altera. Além disso, o professor questionou e orientou os alunos para sobre o produto dos coeficientes angulares das duas retas, destacando que tal produto fica constante igual a -1, pois, apesar da movimentação de uma reta, é mantida a condição de perpendicularidade.

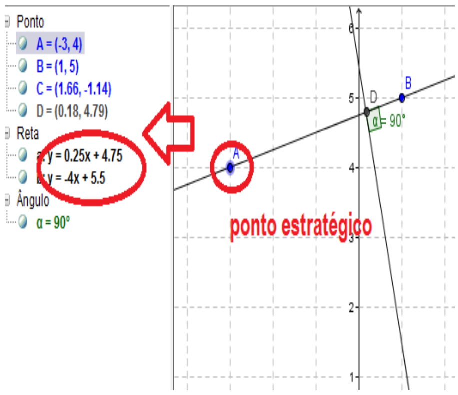
2- Movimentando o ponto A, ainda tem-se o ângulo entre elas inalterado, no entanto, os coeficientes angulares das retas AB e CD mudam; mesmo assim, mantém-se o fato do produto de seus coeficientes angulares ser igual a -1. Neste caso, o professor orientou os alunos a alterar o ponto A localizando-o em pontos estratégicos, para facilitar a observação de tal fato. (Exemplos nas figuras 08 e 09)

Figura 08: $m_a = 0{,}5$ e $m_b = -2$



Fonte: Produção do autor.

Figura 09: $m_a = 0{,}25$ e $m_b = -4$



Fonte: Produção do autor.

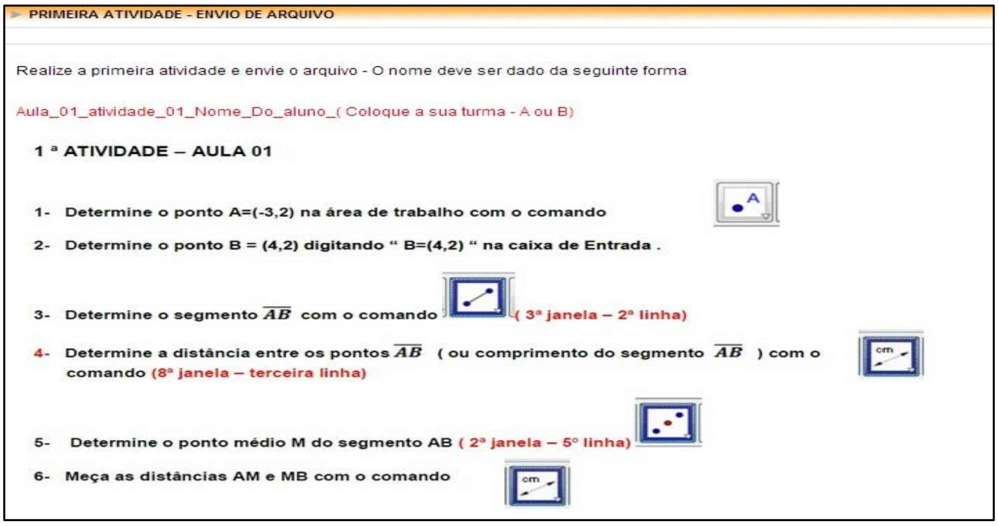
ATIVIDADES PROPOSTAS

A seguir, são descritas as principais atividades que compuseram a primeira aula. Cada atividade foi realizada pelos alunos com a instrução do professor, mas de uma forma menos intensa, ou seja, ele intercedeu somente em alguns momentos já previstos ou quando sua ajuda foi solicitada.

<u>**ATIVIDADE 01**</u>

Envolveu o conceito de ponto médio de segmento e o cálculo de distâncias. Apesar de exigir comandos simples para a sua realização, o maior intuito foi o aluno realizar a construção e, logo após, enviá-la em um *link* específico da sala *Moodle*.

Figura 10: Primeira atividade a ser depositada para avaliação



PRIMEIRA ATIVIDADE - ENVIO DE ARQUIVO

Realize a primeira atividade e envie o arquivo - O nome deve ser dado da seguinte forma

Aula_01_atividade_01_Nome_Do_aluno_(Coloque a sua turma - A ou B)

1 ª ATIVIDADE – AULA 01

1- Determine o ponto A=(-3,2) na área de trabalho com o comando

2- Determine o ponto B = (4,2) digitando " B=(4,2) " na caixa de Entrada .

3- Determine o segmento $\overline{AB}$ com o comando (3ª janela – 2ª linha)

4- Determine a distância entre os pontos $\overline{AB}$ (ou comprimento do segmento $\overline{AB}$) com o comando (8ª janela – terceira linha)

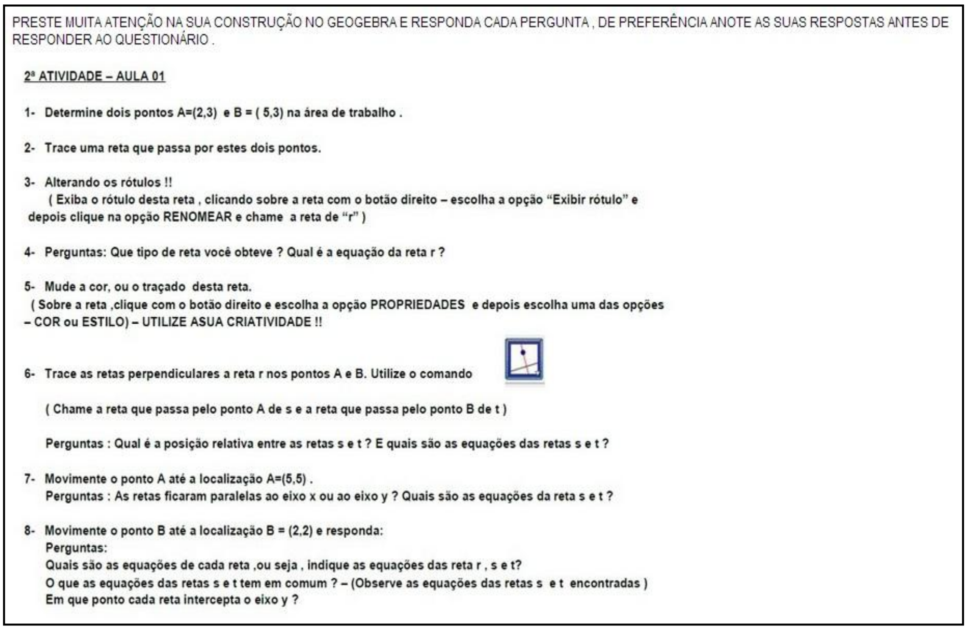
5- Determine o ponto médio M do segmento AB (2ª janela – 5º linha)

6- Meça as distâncias AM e MB com o comando

Fonte: Produção do autor.

ATIVIDADE 02

Figura 11: Atividade 02 – construção no GeoGebra



PRESTE MUITA ATENÇÃO NA SUA CONSTRUÇÃO NO GEOGEBRA E RESPONDA CADA PERGUNTA , DE PREFERÊNCIA ANOTE AS SUAS RESPOSTAS ANTES DE RESPONDER AO QUESTIONÁRIO .

2ª ATIVIDADE – AULA 01

1- Determine dois pontos A=(2,3) e B = (5,3) na área de trabalho .

2- Trace uma reta que passa por estes dois pontos.

3- Alterando os rótulos !!
(Exiba o rótulo desta reta , clicando sobre a reta com o botão direito – escolha a opção "Exibir rótulo" e depois clique na opção RENOMEAR e chame a reta de "r")

4- Perguntas: Que tipo de reta você obteve ? Qual é a equação da reta r ?

5- Mude a cor, ou o traçado desta reta.
(Sobre a reta ,clique com o botão direito e escolha a opção PROPRIEDADES e depois escolha uma das opções – COR ou ESTILO) – UTILIZE ASUA CRIATIVIDADE !!

6- Trace as retas perpendiculares a reta r nos pontos A e B. Utilize o comando

(Chame a reta que passa pelo ponto A de s e a reta que passa pelo ponto B de t)

Perguntas : Qual é a posição relativa entre as retas s e t ? E quais são as equações das retas s e t ?

7- Movimente o ponto A até a localização A=(5,5) .
Perguntas : As retas ficaram paralelas ao eixo x ou ao eixo y ? Quais são as equações da reta s e t ?

8- Movimente o ponto B até a localização B = (2,2) e responda:
Perguntas:
Quais são as equações de cada reta ,ou seja , indique as equações das reta r , s e t?
O que as equações das retas s e t tem em comum ? – (Observe as equações das retas s e t encontradas)
Em que ponto cada reta intercepta o eixo y ?

Fonte: Produção do autor.

Nesta atividade, as instruções da construção no GeoGebra foram acompanhadas de perguntas, sobre conceitos matemáticos envolvidos, cujas respostas auxiliariam o aluno no questionário proposto em seguida, via *Moodle*.

Com a construção da primeira reta, chamada de reta r, foram construídas duas outras retas que passavam pelos pontos A e B, inicialmente determinados. Estas retas seriam chamadas, respectivamente, de s e t. No decorrer da atividade, os alunos movimentaram os pontos A e B, faziam anotações pertinentes para, em seguida, responder o questionário.

Figura 12: Questão 01 do questionário da atividade 02 da aula 01

1

Notas: 1

No início da construção : Qual é a posição relativa entre as retas s e t ?

Resposta:

Fonte: Produção do autor.

Na primeira pergunta a resposta era curta, tratando de posição relativa entre retas.

As próximas questões abordaram *retas verticais e horizontais*. O propósito foi enfatizar a representação destas retas por suas equações. Neste caso o aluno deveria olhar a Janela de Álgebra e verificar como descrever cada uma delas.

Figura 13: Questão 02 do questionário da atividade 02 da aula 01

2

Notas: 1

Quais são as equações das retas s e t ?

Escolher uma resposta.

a. s : x = 2 e t: x= 1

b. s : x = 2 e t: x= 5

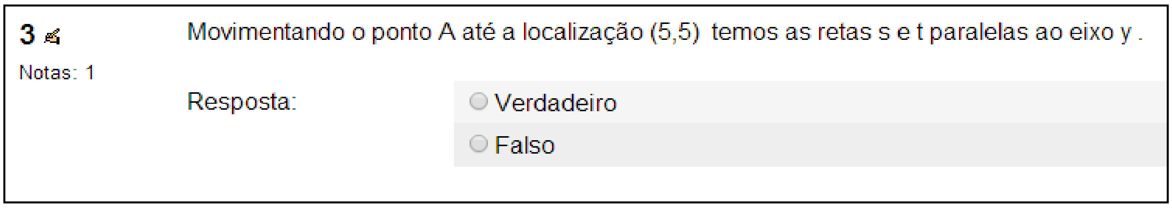
c. s : x = 5 e t: x= 2

d. s : x = 5 e t: x= 1

Fonte: Produção do autor.

Na pergunta da figura 13, o intuito era perceber a representação da reta vertical, x = x_o, onde o x_o é justamente a abscissa do ponto onde a reta intercepta o eixo $\overrightarrow{Ox}$. Pretendeu-se dar ênfase para uma representação que quando feita pelo professor em sala de aula, na maioria das vezes, passa despercebido pela maioria dos alunos.

Figura 14: Questão 03 do questionário da atividade 02 da aula 01



3

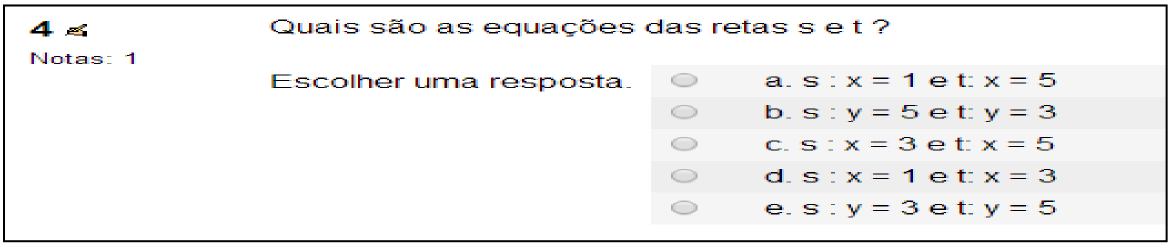
Notas: 1

Movimentando o ponto A até a localização (5,5) temos as retas s e t paralelas ao eixo y .

Resposta: Verdadeiro / Falso

Fonte: Produção do autor.

Figura 15: Questão 04 do questionário da atividade 02 da aula 01



4

Notas: 1

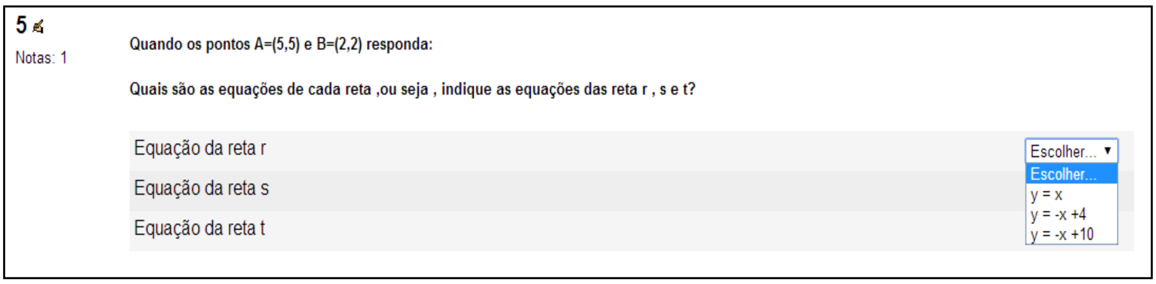
Quais são as equações das retas s e t ?

Escolher uma resposta.

a. s : x = 1 e t: x = 5
b. s : y = 5 e t: y = 3
c. s : x = 3 e t: x = 5
d. s : x = 1 e t: x = 3
e. s : y = 3 e t: y = 5

Fonte: Produção do autor.

Figura 16: Questão 05 do questionário da atividade 02 da aula 01



5

Notas: 1

Quando os pontos A=(5,5) e B=(2,2) responda:

Quais são as equações de cada reta ,ou seja , indique as equações das reta r , s e t?

Equação da reta r

Equação da reta s

Equação da reta t

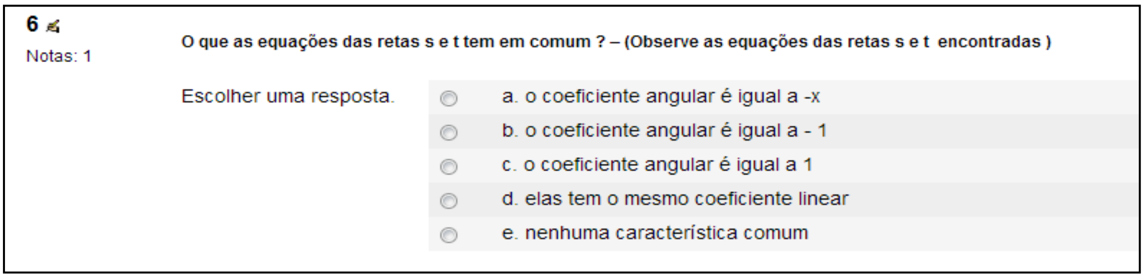
Escolher...
Escolher...
y = x
y = -x +4
y = -x +10

Fonte: Produção do autor.

Quando se movimenta o ponto A, o aluno observa a movimentação das duas retas, e o que ocorria na Janela de Álgebra. Posicionando o ponto na localização (5,5) as retas s e t estariam numa posição horizontal; o aluno, neste momento, observa a representação das retas horizontais e também as posições destas duas retas com relação ao eixo. Neste caso, observa-se que as retas são paralelas distintas entre si e ao eixo $\overrightarrow{Oy}$ (questão da figura 14) e, além disso, como são representadas algebricamente as retas horizontais (questão da figura 15).

Mudando a posição do ponto B para a localização (2,2) no plano cartesiano, as retas se mantêm paralelas, mas deixam de ser paralelas a algum eixo cartesiano.

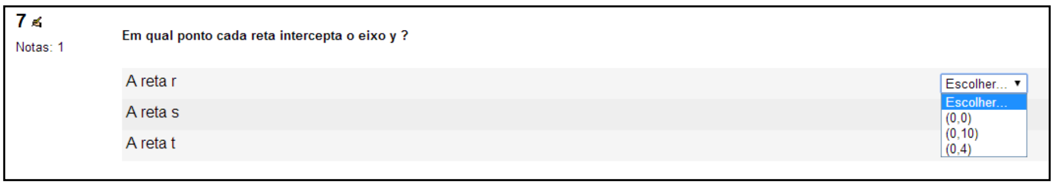
Figura 17: Questão 06 do questionário da atividade 02 da aula 01


6
Notas: 1
O que as equações das retas s e t tem em comum ? – (Observe as equações das retas s e t encontradas)
Escolher uma resposta.
a. o coeficiente angular é igual a -x
b. o coeficiente angular é igual a - 1
c. o coeficiente angular é igual a 1
d. elas tem o mesmo coeficiente linear
e. nenhuma característica comum

Fonte: Produção do autor.

Na questão 06 (figura 17), as retas s e t tem o mesmo coeficiente angular, igual à -1. Objetivava-se enfatizar a relação entre coeficiente angular e a posição relativa entre essas retas.

Figura 18: Questão 07 do questionário da atividade 02 da aula 01

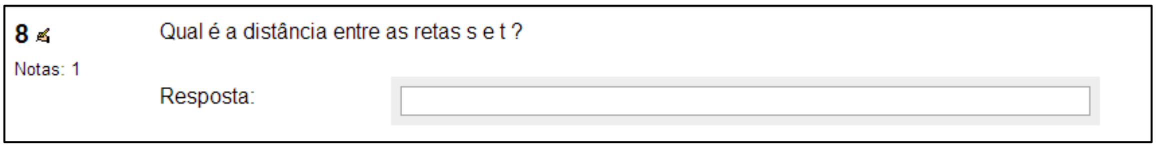

7
Notas: 1
Em qual ponto cada reta intercepta o eixo y ?
A reta r
A reta s
A reta t
Escolher...
Escolher...
(0,0)
(0,10)
(0,4)

Fonte: Produção do autor.

A questão 07, figura 21, é uma questão do tipo Associação, em que, para cada item, o aluno associa uma resposta; neste caso, ele observaria o ponto onde a reta intersecta o eixo $\overrightarrow{Oy}$.

Nesta última questão, o cálculo poderia ser feito por um comando já apresentado e a representação da medida apareceria na própria figura. Neste ponto, vale mencionar a ressalva, feita pelo professor, sobre a limitação da máquina quanto aos números irracionais.

Figura 19: Questão 08 do questionário da atividade 02 da aula 01

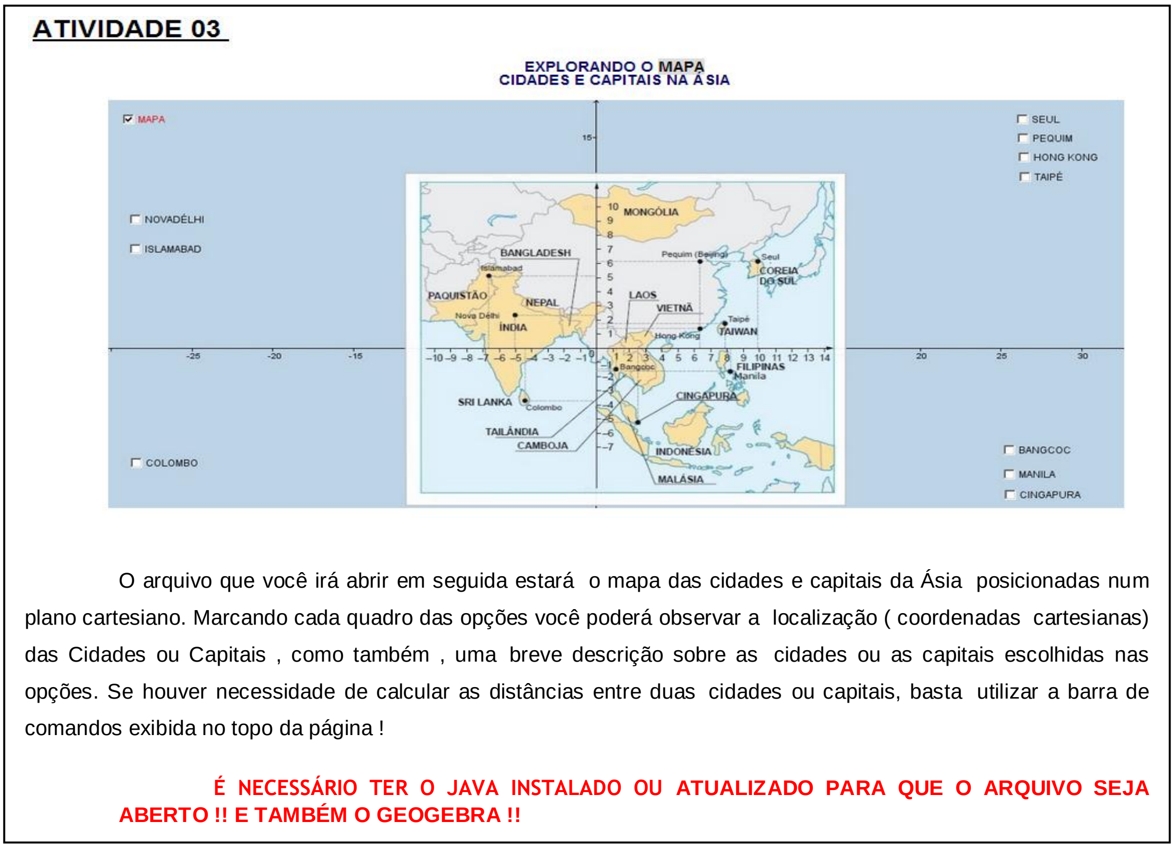

8
Notas: 1
Qual é a distância entre as retas s e t ?
Resposta:

Fonte: Produção do autor.

ATIVIDADE 03

Esta atividade resgatou conceitos envolvendo o plano cartesiano e seus quatro quadrantes, a localização dos pontos e suas coordenadas.

Figura 20: Apresentação da Atividade 03 da aula 01


ATIVIDADE 03

EXPLORANDO O MAPA
CIDADES E CAPITAIS NA ÁSIA

O arquivo que você irá abrir em seguida estará o mapa das cidades e capitais da Ásia posicionadas num plano cartesiano. Marcando cada quadro das opções você poderá observar a localização (coordenadas cartesianas) das Cidades ou Capitais , como também , uma breve descrição sobre as cidades ou as capitais escolhidas nas opções. Se houver necessidade de calcular as distâncias entre duas cidades ou capitais, basta utilizar a barra de comandos exibida no topo da página !

É NECESSÁRIO TER O JAVA INSTALADO OU ATUALIZADO PARA QUE O ARQUIVO SEJA ABERTO !! E TAMBÉM O GEOGEBRA !!

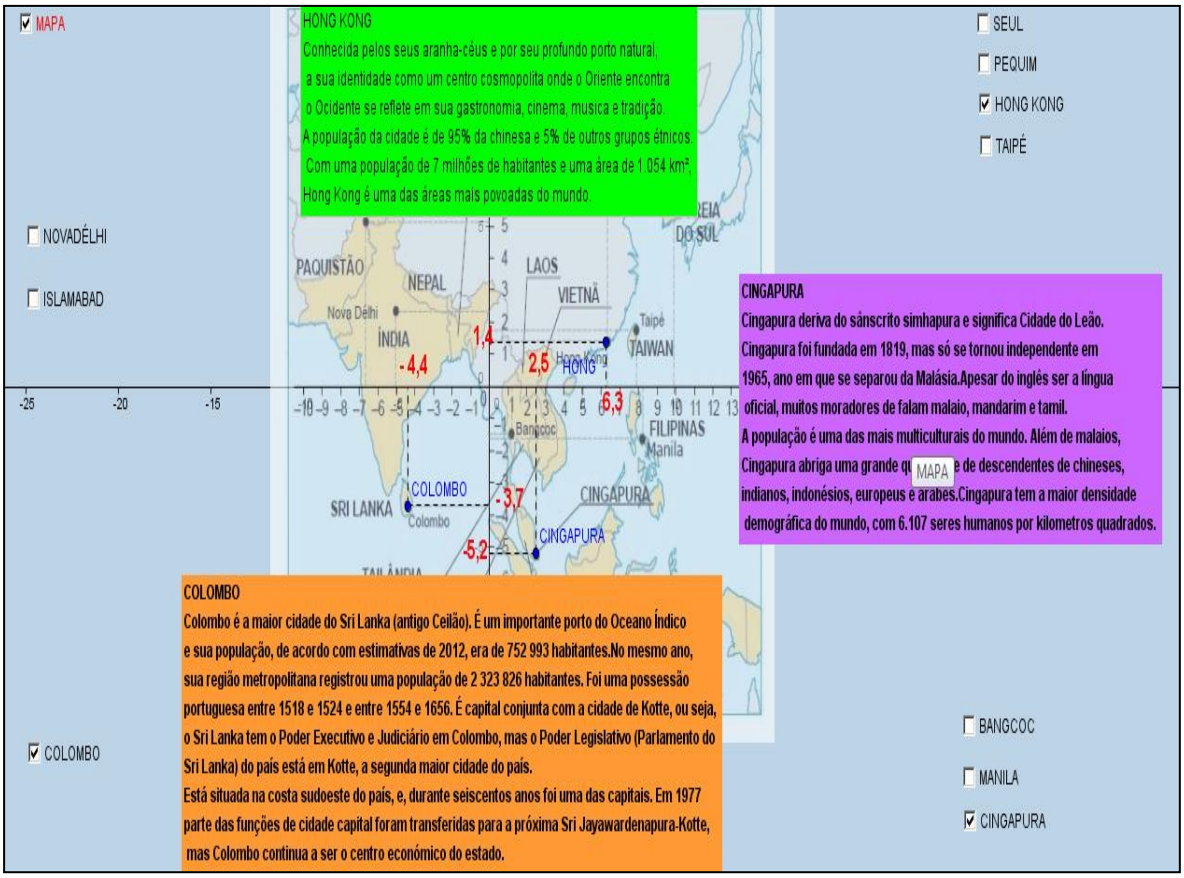
Fonte: Produção do autor.

Além de identificar os quadrantes, os alunos perceberam as localizações associadas aos pontos com suas coordenadas. Os comandos principais utilizados foram a construção do segmento e o cálculo de distância, comandos estes disponíveis da barra de ferramentas.

Anteriormente, o professor discutiu que os cálculos das distâncias somente serviriam para evidenciar qual era a distância considerando o plano, o que era uma medida fictícia, haja visto que as medidas mais corretas seriam aquelas que levam em consideração que o globo terrestre é esférico.

Foi sobreposto ao mapa o plano cartesiano e quando o aluno clicava em cada ícone indicando as cidades, ou estados, abria-se um quadro com alguns detalhes (informações, descrições, características) de cada um deles. Neste caso, os idealizadores do projeto pensaram na questão da interdisciplinaridade, pois os alunos já estavam estudando em Geografia tudo que se relacionava aos países asiáticos.

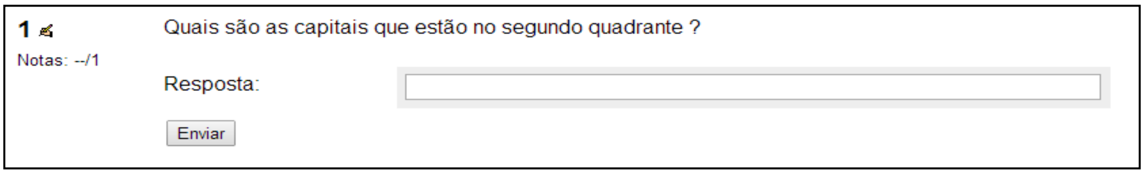
Figura 21: Mapa utilizado para a realização da terceira atividade da aula 01



Fonte: Acervo do autor

Logo após a interação com o mapa, o aluno seguiu diretamente ao questionário (figuras de 22 a 27), ainda com o arquivo do GeoGebra, referente ao mapa, aberto.

Figura 22: Questão 01 do questionário da Atividade 03 da aula 01

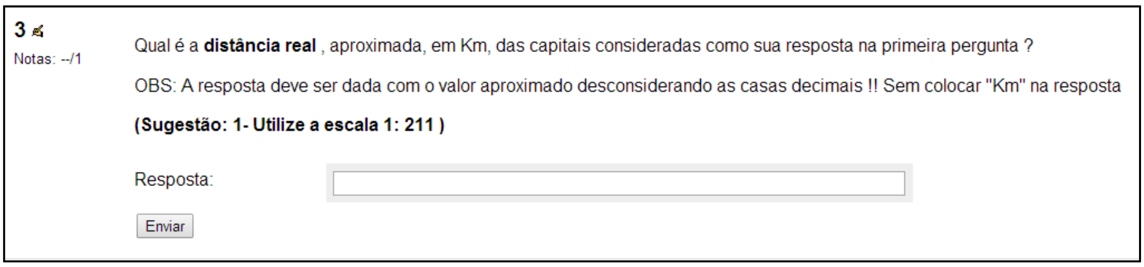


Fonte: Produção do autor.

Figura 23: Questão 02 do questionário da Atividade 03 da aula 01

Fonte: Produção do autor.

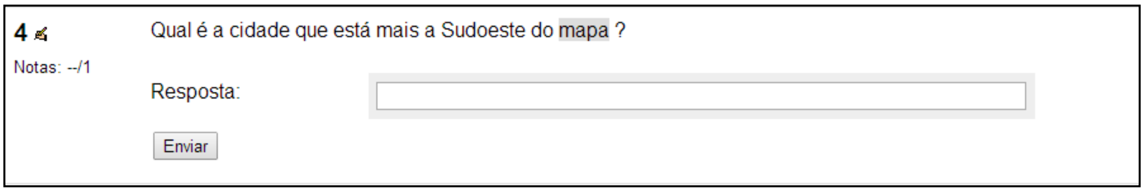
Figura 24: Questão 03 do questionário da Atividade 03 da aula 01



Fonte: Produção do autor.

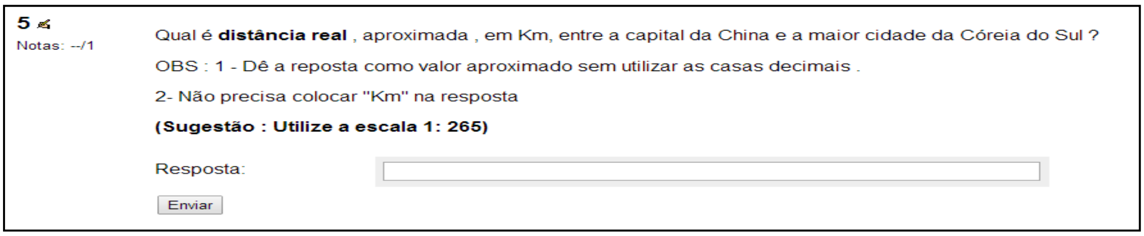
Para responder às primeiras duas perguntas deste questionário (figuras 22 e 23), o aluno observou as capitais que estariam no segundo quadrante e também observou suas respectivas coordenadas no plano cartesiano. Nas próximas perguntas (figuras de 24 a 27), o aluno teve que utilizar os comandos do GeoGebra, como a construção de segmento e cálculo de distância entre dois pontos, e fazer um cálculo a parte: regra de três para a transformação de medidas. Estas escalas foram diferentes para cada pergunta e foram fornecidas em cada questão, quando necessário.

Figura 25: Questão 04 do questionário da Atividade 03 da aula 01


4
Notas: --/1
Qual é a cidade que está mais a Sudoeste do mapa ?
Resposta:
Enviar

Fonte: Produção do autor.

Figura 26: Questão 05 do questionário da Atividade 03 da aula 01


5
Notas: --/1
Qual é **distância real** , aproximada , em Km, entre a capital da China e a maior cidade da Córeia do Sul ?
OBS : 1 - Dê a resposta como valor aproximado sem utilizar as casas decimais .
2- Não precisa colocar "Km" na resposta
(Sugestão : Utilize a escala 1: 265)
Resposta:
Enviar

Fonte: Produção do autor.

Figura 27: Questão 06 do questionário da Atividade 03 da aula 01


6
Notas: --/1
Quais são as capitais , ou cidades , mais distantes ?
Escolher uma resposta.
a. Islamabad e Manila
b. Colombo e Seul
c. Islamabad e Cingapura
d. Islamabad e Taipé
e. Islamabad e Hong Kong
Enviar

Fonte: Produção do autor.

ATIVIDADE 04

A última atividade da primeira aula, foi dividida em duas partes. Na primeira parte o aluno deveria seguir alguns passos, que consistiram em: visualizar uma construção já realizada pelo professor (figura 30), investigá-la e responder um questionário (figura 29). A segunda parte consistiu em fazer uma construção para responder um desafio proposto pelo professor (figura 28).

Figura 28: Apresentação da Atividade 04 (Instruções)

ATIVIDADE 04

PARTE 01

EXPLORANDO O GRÁFICO - IMAGENS DA FUNÇÃO

EXPLORANDO O GRÁFICO - IMAGENS DA FUNÇÃO

VISUALIZE BEM O GRÁFICO ACIMA E RESPONDA O QUESTIONÁRIO !!

VOCÊ TEM APENAS DUAS TENTATIVAS !!

QUESTINÁRIO ATIVIDADE 04 PARTE 01 AULA 01

PARTE 02 : Para esta atividade utilize o mesmo gráfico da parte 01 (Arquivo Geogebra)

Pergunta-se : É possível determinar qual é o valor de x para o qual y assume o valor máximo ?

Instruções :

1 - Utilize o mesmo gráfico (arquivo do Geogebra - Parte 01).

2 - Faça uma construção que determine exatamente estes valores , ou seja , qual é o valor de x tal que y (imagem - o valor correspondente ao valor de x) é máxima !

OBS:
1- Não será aceita a resposta por observação ou pela simples determinação do ponto diretamente , mas sim pela sua construção até obter este ponto e assim a informação necessária para dar a sua resposta com precisão !
2- Pode utilizar qualquer recurso ou comando , além daqueles que foram aplicados nas atividades anteriores .
3 - Depois de encontrado o ponto envie a sua construção na opção abaixo.

ENVIE AQUI O ARQUIVO COM A SUA CONSTRUÇÃO NO GEOGEBRA

Fonte: Produção do autor.

Figura 29: Parte 01 da Atividade 04 da aula 01

PARTE 01

EXPLORANDO O GRÁFICO - IMAGENS DA FUNÇÃO

EXPLORANDO O GRÁFICO - IMAGENS DA FUNÇÃO

VISUALIZE BEM O GRÁFICO ACIMA E RESPONDA O QUESTIONÁRIO !!

VOCÊ TEM APENAS DUAS TENTATIVAS !!

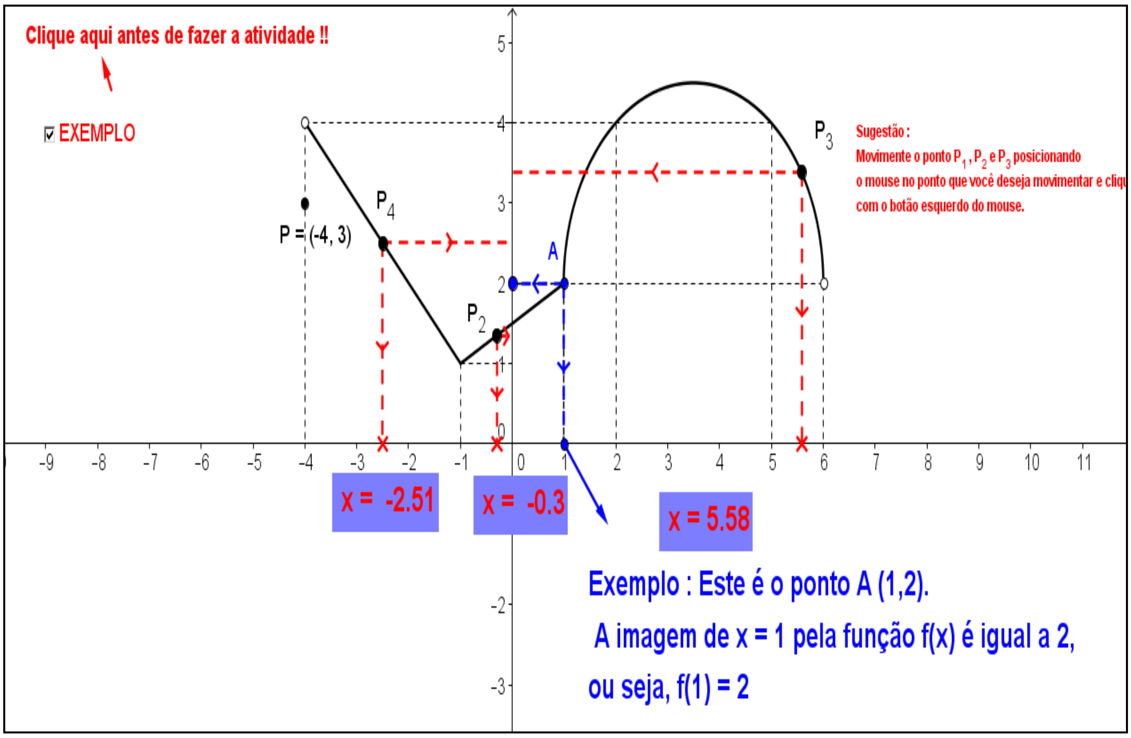
QUESTINÁRIO ATIVIDADE 04 PARTE 01 AULA 01

Fonte: Produção do autor.

No arquivo disponibilizado pelo professor (figura 29), há o gráfico de uma função que, em três intervalos diferentes, apresenta curvas diferentes: com x em]-4,-1], tem-se um segmento de uma reta que representa um função decrescente; no segundo intervalo, com x ∈ [-1,1], tem-se uma um segmento de uma reta que representa um função crescente; finalmente, no último intervalo, com x variando em [1, 6[, tem-se uma semicircunferência.

Posicionando o *mouse* nos pontos P_1, P_2 e P_3, os alunos foram orientados a movimentá-los e verificar quais eram as diferentes imagens, para cada valor de x em cada um dos três intervalos.

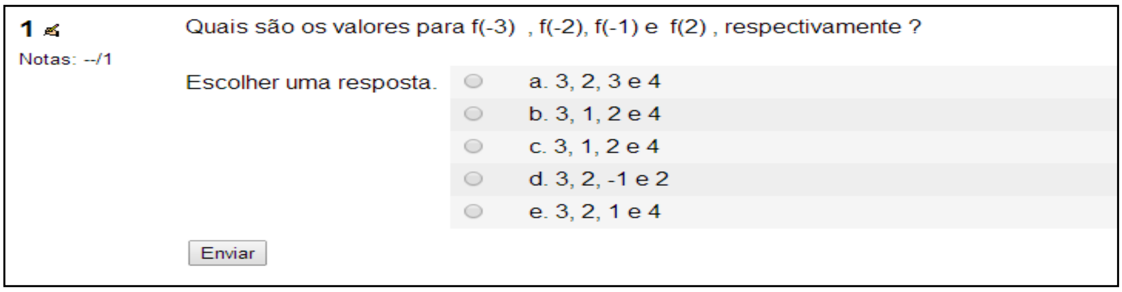
Figura 30: Construção feita pelo professor no GeoGebra – Visualização e Exploração



Fonte: Produção do autor.

Todas as questões do questionário (figuras 31 a 36), aplicado nesta parte, objetivaram a interpretação da notação f(x). Devido à notória dificuldade dos alunos quanto a tal notação, o professor considerou conveniente explorar esse conhecimento: a relação entre dois valores, a partir do gráfico de uma função f, empregando a notação y = f(x); além de esclarecer a nomenclatura y é a imagem de x pela função f. Os valores foram detectados pelo deslocamento dos pontos P_1, P_2 e P_3.

Figura 31: Questão 01 do questionário da Parte 01 da Atividade 04 da aula 01



1
Notas: --/1

Quais são os valores para f(-3) , f(-2), f(-1) e f(2) , respectivamente ?

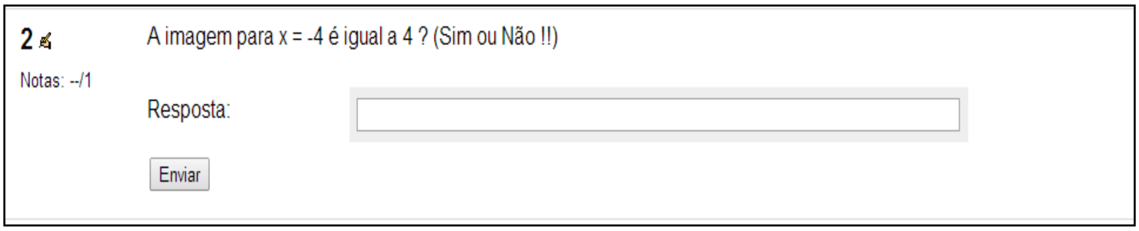
Escolher uma resposta.

- a. 3, 2, 3 e 4
- b. 3, 1, 2 e 4
- c. 3, 1, 2 e 4
- d. 3, 2, -1 e 2
- e. 3, 2, 1 e 4

Enviar

Fonte: Produção do autor.

Figura 32: Questão 02 do questionário da Parte 01 da Atividade 04 da aula 01



2
Notas: --/1

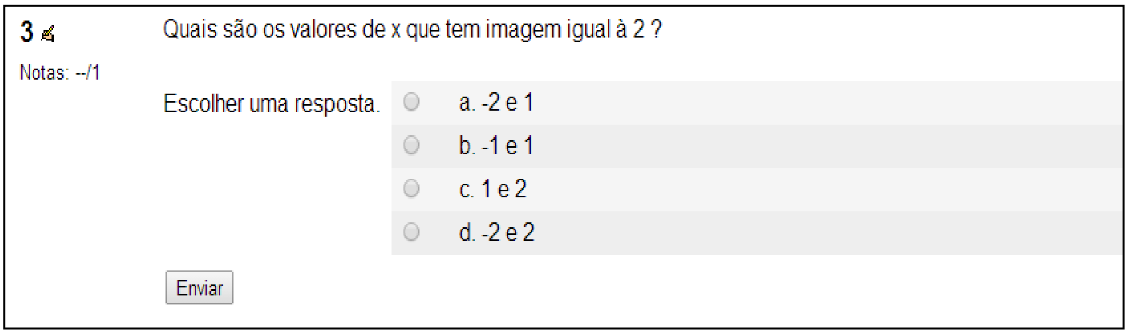
A imagem para x = -4 é igual a 4 ? (Sim ou Não !!)

Resposta:

Enviar

Fonte: Produção do autor.

Figura 33: Questão 03 do questionário da Parte 01 da Atividade 04 da aula 01



3
Notas: --/1

Quais são os valores de x que tem imagem igual à 2 ?

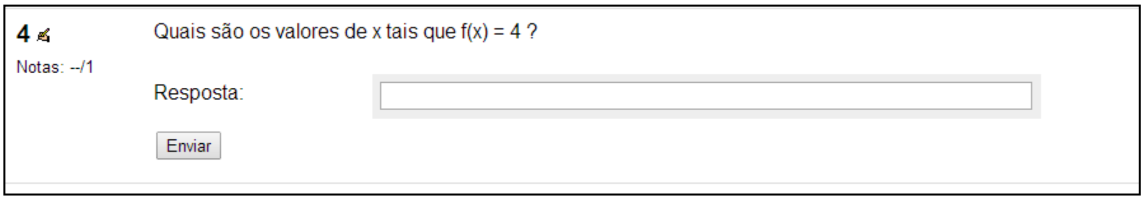
Escolher uma resposta.

- a. -2 e 1
- b. -1 e 1
- c. 1 e 2
- d. -2 e 2

Enviar

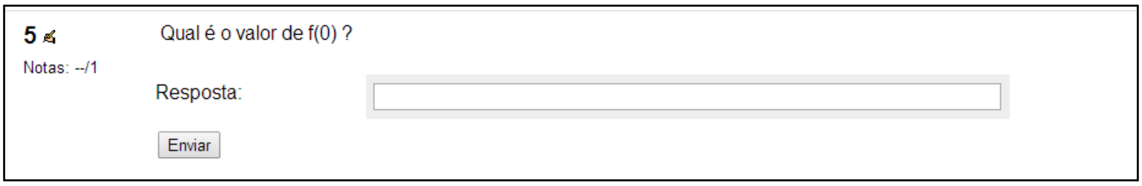
Fonte: Produção do autor.

Figura 34: Questão 04 do questionário da Parte 01 da Atividade 04 da aula 01



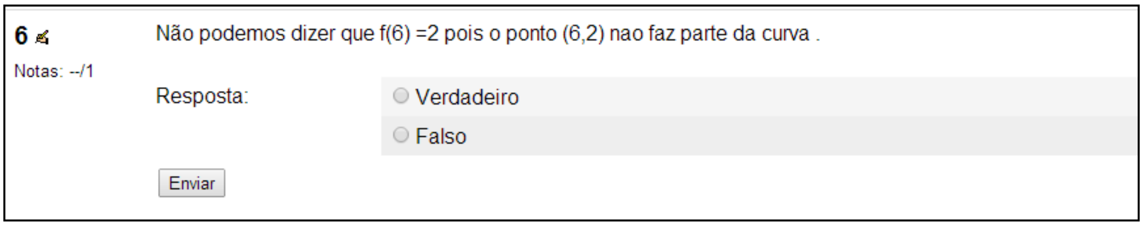
Fonte: Produção do autor.

Figura 35: Questão 05 do questionário da Parte 01 da Atividade 04 da aula 01



Fonte: Produção do autor.

Figura 36: Questão 06 do questionário da Parte 01 da Atividade 04 da aula 01



Fonte: Produção do autor.

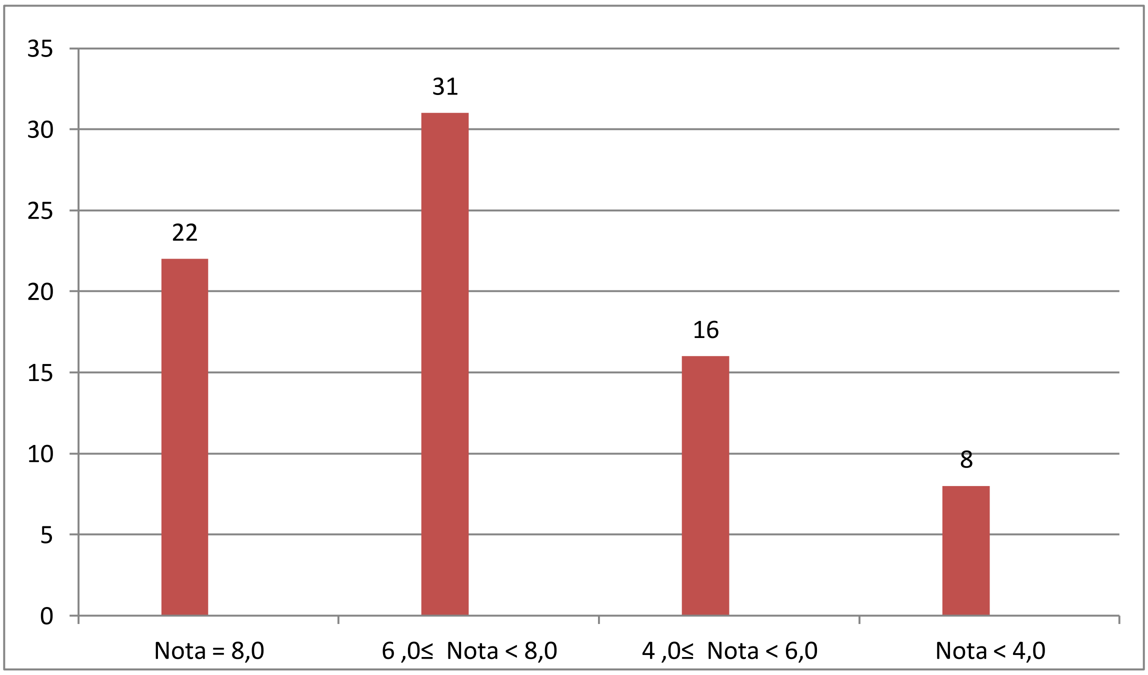
O propósito do professor com tais questões foi, além de esclarecer o significado da notação y= f(x), propiciar uma dinâmica jamais feita em uma aula tradicional, pois o aluno seria o agente ativo, movimentando os pontos, investigando e buscando as informações necessárias para responder cada questão.

Neste primeiro questionário houve 77 tentativas. Os resultados, ou seja, as notas obtidas de 0 a 8 estão representados no gráfico da figura 37(pág. 68).

De todas as perguntas feitas neste questionário a questão 04 foi aquela que os alunos mais erraram, neste caso foram 26 alunos dentre 77. Acredita-se que o aluno ainda encontrava dificuldade em perceber que diferentes valores de x podem ter a mesma imagem.

Na segunda parte da atividade (figura 38), o aluno foi provocado a usar um pouco mais de sua criatividade e teve a oportunidade de utilizar alguns comandos do GeoGebra que já tinha aprendido até então (ou mesmo arriscar – se em utilizar outros comandos).

Figura 37: Gráfico com o desempenho dos alunos no questionário



Fonte: Produção do autor.

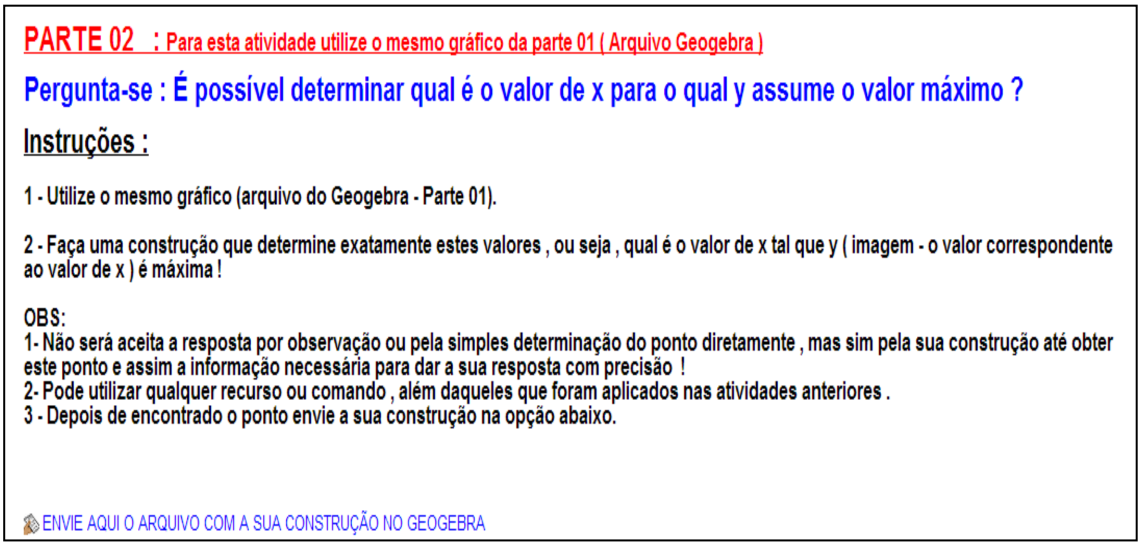
Foi proposta uma construção livre, no GeoGebra, a fim de responder o seguinte desafio: determinar o valor de x que torna f(x) =y máximo.

Esperou-se que o aluno, utilizando o gráfico como modelo, pudesse determinar o valor máximo da função, com as construções de figuras que possibilitassem a obtenção exata deste valor. Objetivou-se, também, que o aluno utilizasse os comandos já aprendidos para chegar nesta resposta, sem muitas orientações do professor - *a não ser que o aluno solicitasse* e, nesse caso, o professor estabeleceria um diálogo com o aluno sobre recursos do GeoGebra ou conceitos matemáticos.

Foi proposta uma construção livre, no GeoGebra, a fim de responder o seguinte desafio: determinar o valor de x que torna f(x) =y máximo.

Esperou-se que o aluno, utilizando o gráfico como modelo, pudesse determinar o valor máximo da função, com as construções de figuras que possibilitassem a obtenção exata deste valor. Objetivou-se, também, que o aluno utilizasse os comandos já aprendidos para chegar nesta resposta, sem muitas orientações do professor - *a não ser que o aluno solicitasse* e, nesse caso, o professor estabeleceria um diálogo com o aluno sobre recursos do GeoGebra ou conceitos matemáticos.

Figura 38: Apresentação da Parte 02 da Atividade 04 da aula 01



PARTE 02 : Para esta atividade utilize o mesmo gráfico da parte 01 (Arquivo Geogebra)

Pergunta-se : É possível determinar qual é o valor de x para o qual y assume o valor máximo ?

Instruções :

1 - Utilize o mesmo gráfico (arquivo do Geogebra - Parte 01).

2 - Faça uma construção que determine exatamente estes valores , ou seja , qual é o valor de x tal que y (imagem - o valor correspondente ao valor de x) é máxima !

OBS:
1- Não será aceita a resposta por observação ou pela simples determinação do ponto diretamente , mas sim pela sua construção até obter este ponto e assim a informação necessária para dar a sua resposta com precisão !
2- Pode utilizar qualquer recurso ou comando , além daqueles que foram aplicados nas atividades anteriores .
3 - Depois de encontrado o ponto envie a sua construção na opção abaixo.

ENVIE AQUI O ARQUIVO COM A SUA CONSTRUÇÃO NO GEOGEBRA

Fonte: Acervo do autor.

3.1.3 Desempenho dos estudantes

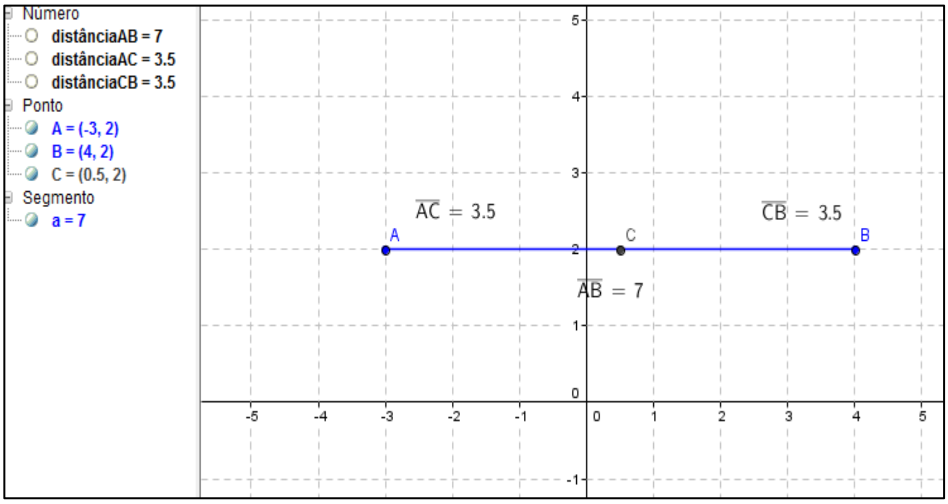
ATIVIDADE 01

Na Atividade 01, foram 58 tarefas entregues; a maioria conseguiu fazer a construção da forma esperada. A figura 39 apresenta exemplo de construção feita por um dos alunos; pode-se, então, evidenciar que o aluno desenvolveu a atividade fazendo todas as construções pedidas e, também, representou as medidas dos segmentos.

Com relação ao primeiro questionário, o professor considera que os resultados foram satisfatórios – afinal, trata-se do primeiro questionário que cada aluno resolveu no sistema *Moodle*.

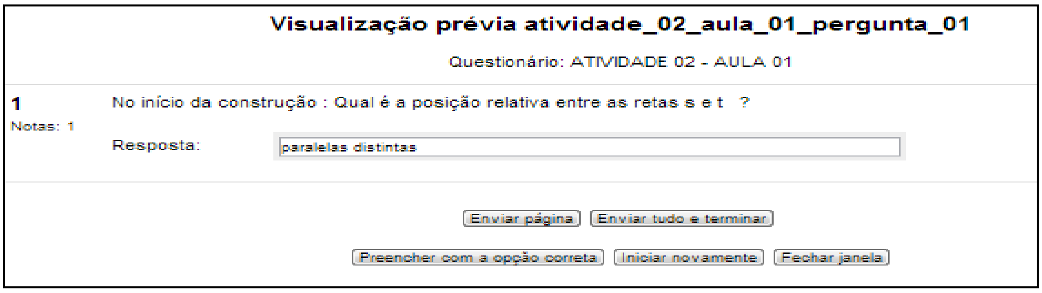
Percebeu - se que boa parte dos alunos errou sua resposta por esquecerem que retas paralelas, pela definição, podem ser coincidentes ou distintas (figura 40). Como os alunos tiveram mais de uma tentativa, muitos utilizaram o *feedback* disponibilizado no sistema *Moodle*, pelo professor para perceber o erro e corrigir a resposta. Na figura 41 tem-se um diagrama mostrando o resultado obtido com esta questão.

Figura 39: Construção enviada por um dos alunos referente a primeira atividade



Fonte: Acervo do autor.

Figura 40: Questão 01 do questionário da atividade 02 da aula 01



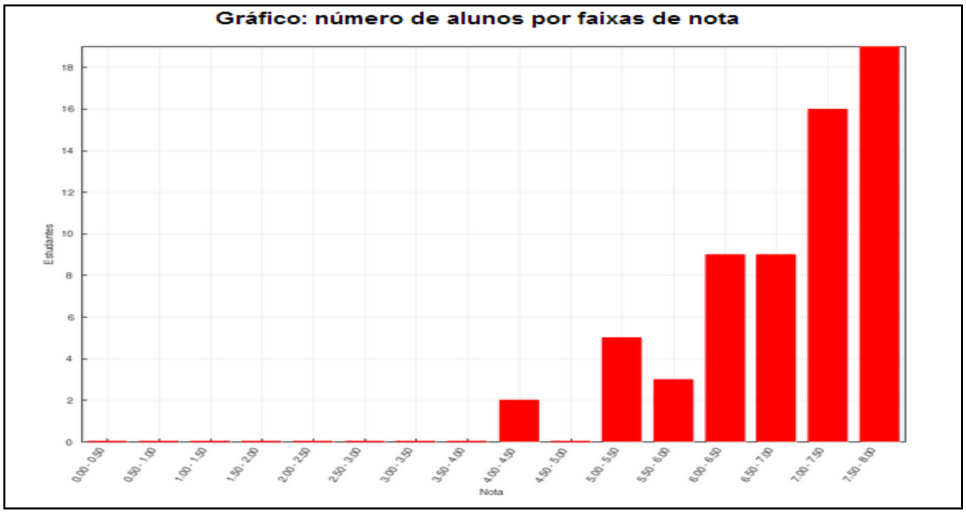
Fonte: Acervo do autor.

Figura 41: Resultado obtido com a primeira questão do primeiro questionário

Fonte: Produção do autor.

Na figura 42, mostramos o desempenho do primeiro questionário que os alunos responderam. Foram feitas 73 tentativas.

Figura 42: Gráfico com o desempenho dos alunos (disponibilizado pelo *Moodle*)

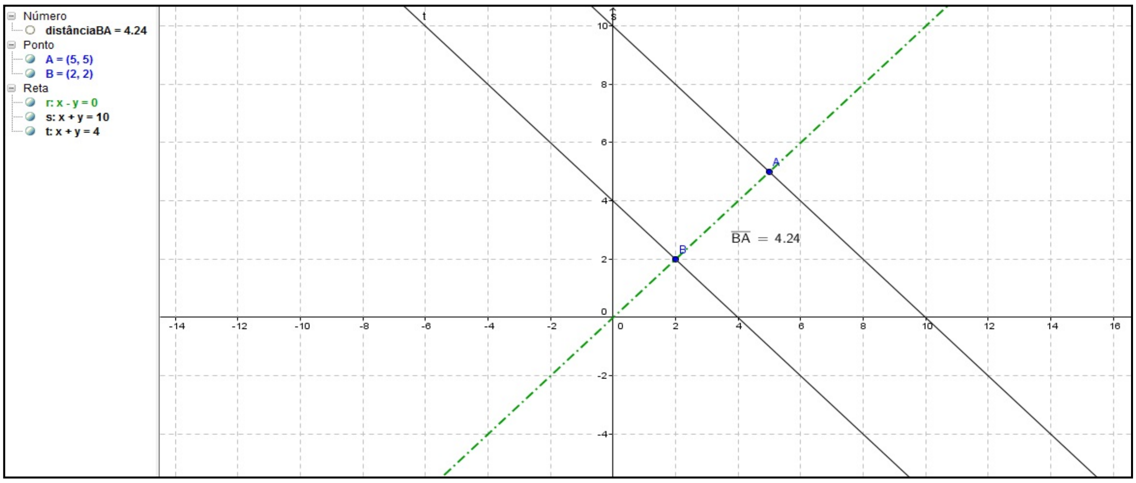


Fonte: Produção do autor.

<u>ATIVIDADE 02</u>

No final foram entregues 54 construções feitas no GeoGebra e depositadas no sistema. Há um exemplo (figura 43) de uma construção feita por um aluno e enviada para a avaliação do professor.

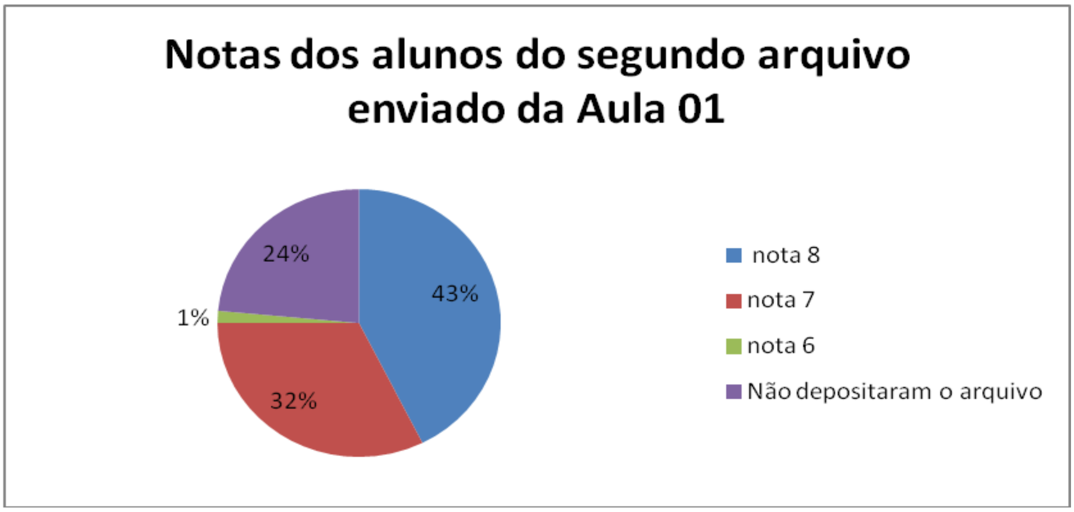
Figura 43: Construção feita por um dos alunos referente à Atividade 02



Fonte: Produção do autor.

Nas notas dos alunos (figura 44) foi considerado além das características da construção o tempo que o aluno demorou para enviar o arquivo.

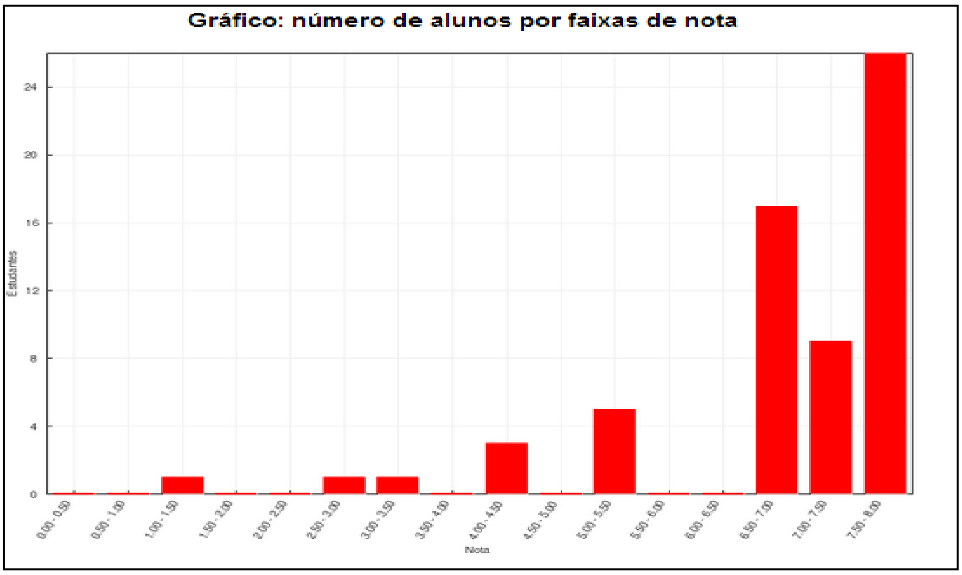
Figura 44: Notas dos alunos do segundo arquivo enviado na aula 01



Fonte: Produção do autor.

ATIVIDADE 03 – EXPLORANDO O MAPA

Figura 45: Desempenho dos alunos no questionário da Atividade 03 da aula 01



Fonte: Produção do autor.

Nesta atividade 03 o aluno teria que responder ao questionário baseando-se na visualização do arquivo (no GeoGebra) disponibilizado pelo professor (via *Moodle*). Foi uma atividade de exploração e investigação em que, além de interagir com o mapa, ele também poderia aplicar o que foi trabalhado nas aulas de Geografia. Muitas vezes, fez cálculo da distância entre duas cidades específicas e, também, em cálculos baseando-se em proporção.

Sobre os resultados obtidos pode-se observa-se na figura 45 o desempenho obtido com as 72 tentativas.

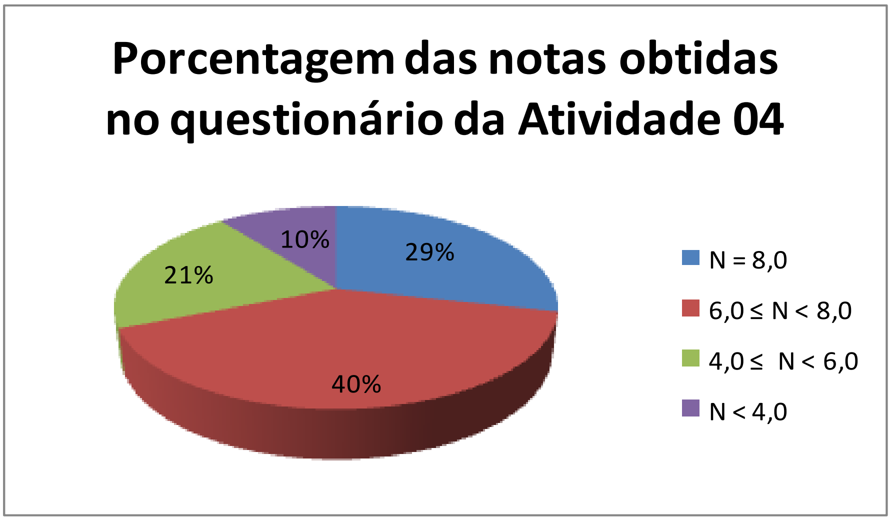
ATIVIDADE 04 – OBSERVANDO OS PONTOS SOBRE O GRÁFICO

PARTE 01

Nesta primeira parte da atividade 04 o aluno visualizou um gráfico previamente construído pelo professor e após a interação com o gráfico para explorar e visualizar, o mesmo buscaria as informações necessárias para responder ao questionário evidenciado exposto nesta seção.

Foram 78 tentativas, e o desempenho esta evidenciado na figura 46, em que há um gráfico de setores indicando as porcentagens de alunos que obtiveram notas de 0 a 8,0.

Figura 46: Desempenho dos alunos no questionário da Atividade 04



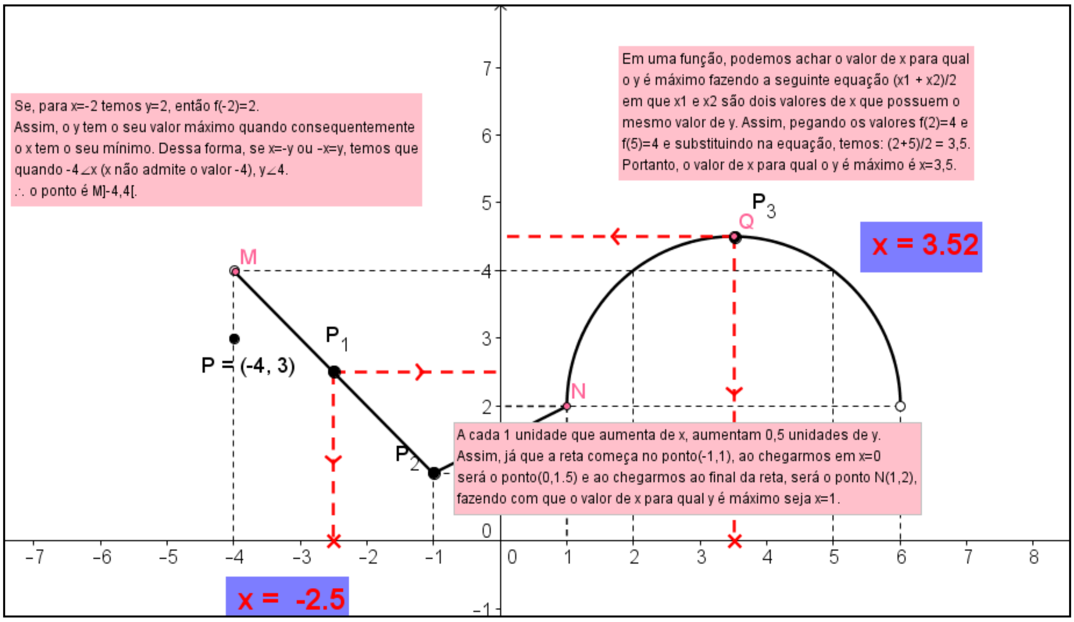
Fonte: Produção do autor.

PARTE 02

Nesta segunda parte da atividade 04 o aluno precisou de mais tempo para concluir e finalizou o desafio num contraperíodo. Os arquivos foram enviados num prazo estabelecido previamente. Evidenciou-se, nas figuras 47 e 48, duas construções. Uma bastante explicativa, mas o ponto em questão não foi obtido exatamente (figura 47). A outra foi realmente desenvolvida de forma satisfatória. (Figura 48).

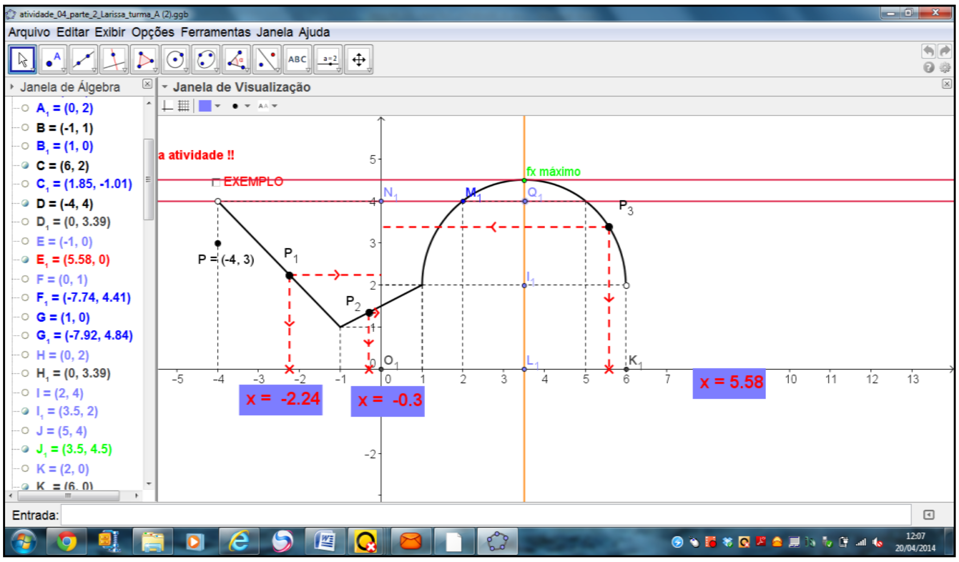
Esta construção (figura 47) foi feita por uma aluna que fez todo um detalhamento. Vale a pena salientar que a mesma resolveu detalhar utilizando todo o seu conhecimento sobre o conceito de funções. A mesma aluna, em um determinado momento, mostrou-se bastante interessada com a oportunidade de resolver o desafio utilizando os recursos do GeoGebra.

Figura 47: Construção detalhada mas não realizou satisfatoriamente



Fonte: Acervo do autor.

Figura 48: Construção realizada satisfatoriamente

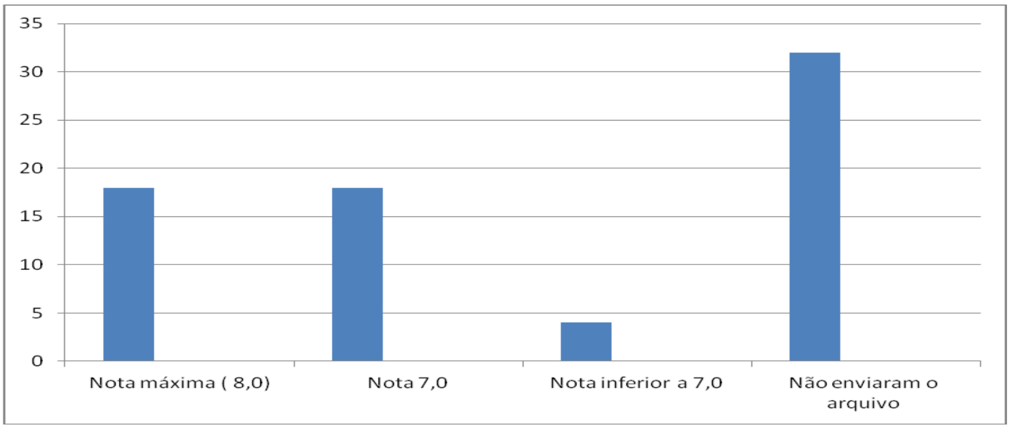


Fonte: Acervo do autor.

Na outra construção (figura 48) tem-se o desafio feito de forma satisfatória, a aluna, em questão, não detalhou muito a sua construção, mas fez as construções necessárias e obteve o ponto procurado.

Foram enviados 40 arquivos, e todos eles foram prontamente analisados pelo professor e também dado a nota para que os alunos percebessem toda a dinâmica envolvida nas atividades. Percebe-se que, o fato do aluno ter que realizar esta atividade por contra própria e ter um prazo para entrega, e fez com que a metade dos alunos fizesse o que foi pedido (figura 49)

Figura 49: Gráfico com as notas dos alunos do desafio da Atividade 04 (Parte 02)



Fonte: Produção do autor.

Pelo gráfico acima observa-se que daqueles que entregaram o arquivo em tempo hábil fizeram a maioria fez de forma satisfatória. Muitos dos que deixaram para executar a atividade em período extra-aula não enviaram o arquivo com a construção pedida na data estabelecida. O professo especula duas explicações para isso: o primeiro é a falta de comprometimento de alguns alunos quando o professor não está presente e segundo é a falta de autonomia do aluno.

3.1.4 Conclusão do professor

Com relação ao envio do arquivo, os alunos se depararam com um recurso inédito. O professor corrigiu prontamente cada atividade (ao todo foram 60 atividades enviadas) e isso teve uma repercussão muito positiva entre os alunos. O fato de ter a sua nota dada prontamente e também registrada no sistema instigou mais os alunos e serviu como incentivo para a realização de outras atividades.

Como o sistema *Moodle* permite que, ao passo que responde uma determinada pergunta, automaticamente é apresentado a ele um comentário ou um alerta baseando-se na sua resposta. Com este *feedback*, ele poderia perceber, se respondeu corretamente, ou mesmo qual foi o erro cometido.

Finalmente o autor registra, a seguir, um relato sobre esta primeira aula em ambiente informatizado.

As primeiras reações dos alunos foram incrivelmente satisfatórias. Creio que durante um ano e meio de trabalho com esses alunos, nos moldes tradicionais, nunca tinha presenciado reações de surpresa dos alunos ao aprender algo novo, ou mesmo a postura da turma de alunos, que estava 100% inteirada, integrada e atenta. Ou seja, raramente presenciei um ambiente tão integrado e com alunos tão interessados e concentrados. Considero que isto ocorreu devido ao ambiente novo, diferente do utilizado na rotina dos alunos, e também pelas novidades proporcionadas pelo *software* GeoGebra tais como: às possibilidades de movimentações das figuras construídas, mudança de rótulos e cores, alteração da representação da equação algébrica e os inúmeros recursos de exploração possibilitados pelos comandos do GeoGebra. Além disso, vi o entusiasmo dos alunos pela dinâmica propiciada via *Moodle*.

É claro que inicialmente, houve todo um alvoroço por parte de todos, causado pela curiosidade e pela ansiedade, mas conforme eles realizavam cada atividade era possível controlar as reações involuntárias (que fique bem claro muito positivas) e deixá-los mais calmos para que ficassem mais atentos as propostas da sequência didática.

No decorrer das outras atividades observei também o entrosamento entre as duplas, a solidariedade e as iniciativas espontâneas de ajudar os seus parceiros. Acreditou-se que, neste ponto, fora atingido o maior objetivo da atividade: proporcionar a descoberta, a investigação, a interação e o cooperativismo entre as duplas e na turma em geral. Destaco, também que, ao longo dos trabalhos, os alunos foram adquirindo autonomia - ou ficaram um pouco menos dependentes das minhas instruções como professor.

3.2 Aula 02 - Reconhecer quando uma relação é uma função plano de aula

Antes de seguir novamente para as atividades no laboratório de informática, os alunos receberam uma folha de questões que eles deveriam responder em sala de aula. Este material foi chamado de **plano de aula**, pois serviu como uma preparação para as atividades subsequentes.

O professor orientou seus alunos da seguinte forma:

1- A resolução poderia ser feita em dupla, considerando a mesma disposição feita no laboratório;

2- Ler atentamente as questões;

3- Os alunos poderiam responder livremente sem muito formalismo;

4- Se não soubessem a resposta de uma determinada questão que a deixassem em branco;

Ao término desta atividade seguimos imediatamente ao laboratório.

3.2.1 Objetivos

O plano de aula aplicado em sala de aula foi elaborado baseando – se na grande dificuldade que os alunos têm em assimilar os conceitos envolvidos no estudo das funções, seguem alguns exemplos:

1- As condições necessárias e suficientes, para que uma dada relação entre dois conjuntos pré- definidos seja uma função.

2- Trabalhar com a notação $y=f(x)$.

3- Interpretar de forma eficiente a representação gráfica de uma função. Ou seja, visualizar um gráfico e perceber quais são os pontos que fazem parte deste gráfico.

4- Identificar qual é o domínio e o conjunto imagem da função através do gráfico.

Para a formulação deste plano de aula intencionou-se abordar os conceitos de função de uma forma diferenciada. Ou seja, abrir-se-ia mão de uma abordagem extremante teórica ou formal, que normalmente se observa nos livros didáticos, para outra mais prática e contextualizada. Desenvolveu-se, então, uma situação problema envolvendo algo mais próximo da realidade dos alunos.

O intuito foi resgatar a gênese de formação do conceito de função, partindo de alguns questionamentos que foram à base para a criação desta atividade. Pergunta-se:

a) Quando uma relação estabelecida entre elementos de um conjunto A e elementos de um conjunto B pode ser chamada de função? Como se pode definir corretamente o conceito de função?

c) Pode-se perceber a partir de diferentes representações (diagramas, gráficos, tabelas, etc.) que a relação apresentada é uma função?

d) Qual é o significado, ou como trabalhar, com a notação f(x)?

e) Como determinar, identificar ou representar o Domínio, Contradomínio e Conjunto Imagem de uma função?

Já que os alunos envolvidos no projeto eram da 3ª série do Ensino Médio, e a maioria deles já tinha visto o conceito de função na 1ª série e no ano corrente; nesse contexto, a proposta foi verificar quais eram as concepções dos alunos sobre o estudo das funções.

Pretendeu-se, então, reforçar estas ideias já concebidas sobre a relação entre duas variáveis que poderia ser chamada de função. E que estas relações podem ser representadas de diferentes maneiras, como num diagrama, numa representação gráfica, ou mesmo, com uma lei de associação que está sempre representada pela notação y = f(x).

A ideia foi alterar as representações de funções com um contexto diferente do usual, afim de abordar mais naturalmente a utilização da notação f(x). O professor elaborou um texto em que estabeleceu uma regra entre um grupo de alunos e as suas alturas (em metros). Este texto encontra-se no Apêndice G (pág. 209).

3.2.2 Descrição e desenvolvimento

A situação problema apresentada no plano de aula era simples. Relacionou-se cada aluno com a sua altura, ou seja, cada aluno, de um conjunto de 10 nomes de alunos da própria turma, foi associado a um número real, que representa a sua altura. O primeiro passo foi o preenchimento dos espaços em branco, com as alturas de cada aluno apresentado no início do texto, como, por exemplo: a Alessandra estava associada ao número real 1,67, logo a altura da aluna Alessandra é de 1,67(metros); além disso, chamando de H a relação do conjunto desses 10 alunos no e que poder-se-ia representar como H(Alessandra) = 1,67 ou de forma mais simples como H(A) = 1,67 (figura 44). Ou seja, nesta primeira parte estava-se enfatizando a utilização da notação H(aluno), H em função do nome do aluno que resultava na sua altura

Figura 50: Apresentação do plano de aula

Alguns alunos de uma determinada escola foram , escolhidos aleatoriamente, para responder a seguinte pergunta : **Qual é a sua altura , em metros ?**

Responderam a esta pergunta, 10 alunos somente, e as respostas foram dispostas numa tabela , onde foram colocadas o nome e a sua respectiva altura.

ALUNO(NOME)	ALTURA(m)
ALESSANDRA	1,67
BRUNO	1,81
CIBELE	1,68
FILIPE	1,72
IGOR	1,81
LETICIA	1,68
NAYARA	1,71
PEDRO	1,91
TAYNA	1,69
VINICIUS	1,74

Observando a tabela, podemos estabelecer uma relação entre aluno e a altura, e isto poderia ser escrito da seguinte forma:

A altura da aluna Alessandra é igual a 1,67 = > altura(Alessandra) = 1,67

Chamando o critério estabelecido como forma de relacionar aluno e altura, como H, podemos escrever a relação aluno e altura como H(Aluno) = Altura . E assim, teríamos estas representações:

H(Alessandra) = H(A) =
H(Bruno) = H(B) =
H(Cibele) = H(C) =
H(Filipe) = H(F) =
H(Igor) = H(I) =

H(Leticia) = H(L) =
H(Nayara) = H(N) =
H(Pedro) = H (P) =
H(Tayna) = H(T) =
H(Vinicius) = H(V) =

Fonte: Produção do autor.

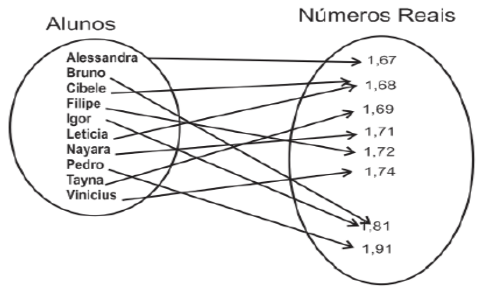
Nesta primeira parte da atividade os alunos deveriam ler atentamente e preencheram os espaços em branco, observando a notação utilizada H(nome) = Altura (figura 50).

Além de representar esta associação na forma de tabela, os alunos também poderiam utilizar o diagrama de flechas (Figura 51), isso possibilitou ao mesmo uma oportunidade de visualizar esta associação.

Figura 51: Diagrama de flecha

Agora, além da tabela, podemos utilizar o diagrama de flechas para representar esta relação. Mas antes, vamos chamar o conjunto formado pelos 10 alunos de A (Alunos) e o conjunto com as alturas considerando o conjunto dos números reais que chamaremos de R (Reais) .

Diagrama de flechas :



Fonte: Produção do autor.

Figura 52: Questionário do plano de aula – Conceito de Função

Pergunta-se:

1) Todos os alunos relacionados estão associados há algum número real que representa a sua altura ?
( ) Sim ( ) Não

2) Dentre os alunos relacionados existe algum aluno associado há dois valores representado a sua altura ?
( ) Sim ( ) Não

3) Existem alunos associados há um mesmo valor que representa as suas alturas ?
( ) Sim ( ) Não

4) Se fosse feita a mesma pergunta para um 11º aluno ele estaria associado a um número real que represente a sua altura? (Lembre-se que o conjunto R é o conjunto dos números reais)
( ) Sim ( ) Não

5) Existiria algum aluno sem uma medida (número real) que representasse a sua altura ?
( ) Sim ( ) Não

Fonte: Produção do autor.

No questionário da figura 52 objetivou-se que o aluno assinalando Sim ou Não pudesse concluir no final do mesmo que, todos os alunos do conjunto de partida estavam associados a um único número real que representava a sua altura e sendo assim eles poderiam conceber o conceito de função (figura 53).

Figura 53: Definição de função

Sabia que esta relação entre os conjuntos A e R poderia ser chamada de função de A em R . Ou seja, a relação Aluno -> Altura poderia ser chamada de função H : A -> R (lê-se : função H de A em R)

Defina o que é uma função utilizando o contexto desta atividade:

____

____

Fonte: Produção do autor.

A proposta da questão da figura 53 foi que, após os alunos assinalarem as opções corretamente, eles pudessem refletir sobre as condições que permitem chamar uma relação de função e isso deveria ser feito respeitando o contexto do plano de aula.

Figura 54: Condições para a relação ser chamada de função

Bom, se você já definiu as condições para que a relação seja considerada uma função .

Podemos agora responder as seguintes perguntas:

01) Qual é o nome dado para o conjunto de "partida " A ?____________________________

02) Qual é o nome dado para o conjunto de " chegada " R ? ____________________________

03) Qual o significado da igualdade H(aluno) = 1,89 ? ____________________________

04) Qual o significado da igualdade H(aluno 1) = H (aluno 2) = 1,67 ? ________________________

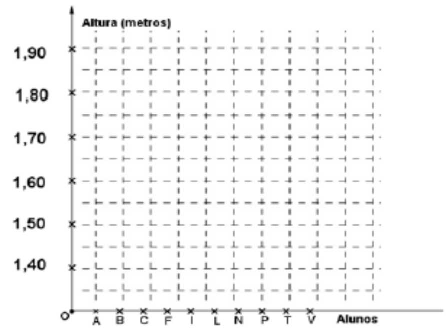
05) Se formássemos um novo conjunto com todas as alturas que foram relacionadas aos 10 alunos, como ele se chamaria (utilize conceitos matemáticos para responder) ?
____

Fonte: Produção do autor.

Na figura 54 pretendeu-se investigar o quanto o aluno sabia sobre as definições de Domínio, Contradomínio e o Conjunto Imagem, e também, se eles realmente entenderam como se trabalha com a notação H(aluno) = altura.

Figura 55: Representação gráfica

06) Represente no gráfico ao lado os pontos que indicam os alunos e suas respectivas alturas :



Fonte: Produção do autor.

Após realizarem esta associação de duas formas (tabela e diagrama de flechas) pediu-se para o aluno a representação dos pontos no gráfico disponibilizado na figura 55. Estes pontos tinham como primeira coordenada a primeira letra do nome do aluno e a segunda coordenada é o número real que representa a sua altura, por exemplo: (A;1,67) é o ponto que representa a aluna Alessandra associada a sua altura que é 1,67 metros.

3.2.3 Desempenho dos estudantes

Notou-se que:

1- Todos estavam bem dispostos e bastante concentrados.

2- Algumas duplas constantemente chamavam o professor, a fim de receber orientações mais detalhadas e específicas; ou seja, a simples leitura do texto e do enunciado das questões não eram suficientes para a boa compreensão do que era pedido.

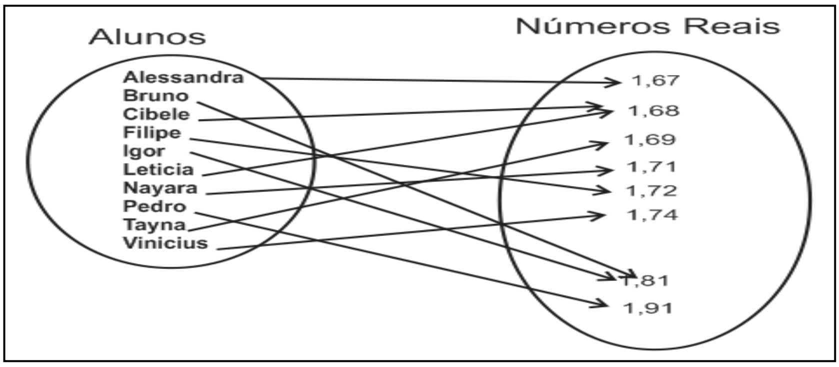
3- Alguns alunos, até mesmo aqueles que possuíam maior destreza, se sentiam incomodados quando não souberam a resposta; muitos deles evitavam deixar de responder aquilo que não sabiam (deste modo, responderam sem critério).

Figura 56: Utilização da notação H(Aluno) = Altura

H(Alessandra) = H(A) =	1,67	H(Leticia) = H(L) =	1,68
H(Bruno) = H(B) =	1,81	H(Nayara) = H(N) =	1,71
H(Cibele) = H(C) =	1,68	H(Pedro) = H (P) =	1,91
H(Filipe) = H(F) =	1,72	H(Tayna) = H(T) =	1,69
H(Igor) = H(I) =	1,81	H(Vinicius) = H(V) =	1,74

Fonte: Produção do autor.

Figura 57: Diagrama de flechas



Fonte: Produção do autor.

Nesta atividade o professor teve um papel de instrutor e orientador intervindo apenas quando solicitado e, mesmo quando o aluno necessitava de sua ajuda, o professor pouco influenciava na sua resposta. Objetivou - se verificar quais eram os saberes prévios destes alunos e como eles trabalhavam e utilizavam os conhecimentos envolvidos.

As primeiras questões (figuras 56 e 57) os alunos preencheram sem dificuldade alguma. A expectativa dos idealizadores era que eles percebessem que da mesma forma que utilizavam a notação H(aluno)=altura, haviam outras formas de fazer a mesma representação e uma delas é o no diagrama de flecha.

Agora na próxima questão (figura 58) pretendia-se que ao assinalar as opções **( ) Sim ou (   ) Não** se estaria resgatando as condições para estabelecer que certa relação pode ou não ser chamada de função.

Figura 58: Estabelecimento de condições

Pergunta-se:

1) Todos os alunos relacionados estão associados à algum número real que representa a sua altura ?
(X) Sim ( ) Não

2) Dentre os alunos relacionados existe algum aluno associado há dois valores representando a sua altura?
( ) Sim (X) Não

3) Existem alunos associados há um mesmo valor que representa as suas alturas?
(X) Sim ( ) Não

4) Se fosse feita a mesma pergunta para um 11º aluno ele estaria associado a um número real que represente a sua altura? (Lembre-se que o conjunto R é o conjunto dos números reais)
(X) Sim ( ) Não

5) Existiria algum aluno sem uma medida (número real) que representasse a sua altura ?
( ) Sim (X) Não

Fonte: Produção do autor.

Como todos acertaram essa questão, o professor concluiu que cada aluno já tivesse subsídio suficientes para responder a próxima questão (figura 59).

Na questão seguinte o aluno deveria definir quando uma relação é uma função utilizando o contexto do plano de aula. Pediu-se a definição a partir do contexto para que o aluno se sentisse mais a vontade, pois se exigisse um formalismo isto poderia ser um obstáculo para ele. Então o aluno faria a definição livremente, mas de uma maneira clara e objetiva. Na figura abaixo evidenciou-se uma das respostas que foram dadas e que se julgou satisfatória.

A seguir foi indicada a resposta de um dos alunos, como também um estudo estatístico sobre os seus desempenhos (figura 60). É relevante dizer que o professor atentou aos alunos para responderem estas questões utilizando as mesmas denominações dos conjuntos utilizadas e definidas no estudo das funções.

Figura 59: Definição de função

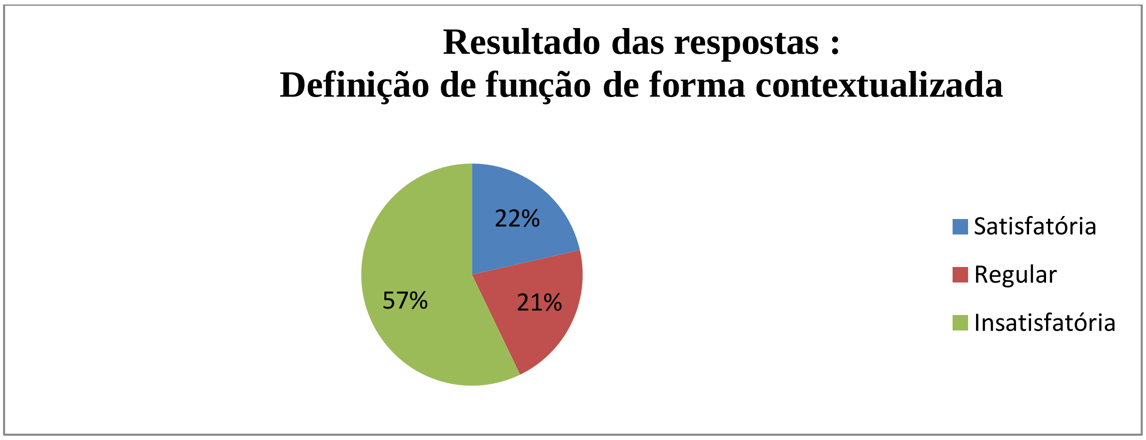
Sabia que esta relação entre os conjuntos A e R poderia ser chamada de função de A em R . Ou seja, a relação Aluno -> Altura poderia ser chamada de função H : A -> R (lê-se : função H de A em R)

Defina o que é uma função utilizando o contexto desta atividade:

Função, nesse caso, é a relação entre o nome dos alunos e suas respectivas alturas, sendo que cada nome só pode estar ligado a apenas um valor real.

Fonte: Acervo do autor.

Figura 60: Resultados das respostas: Definição de função de forma contextualizada.



Fonte: Produção do autor.

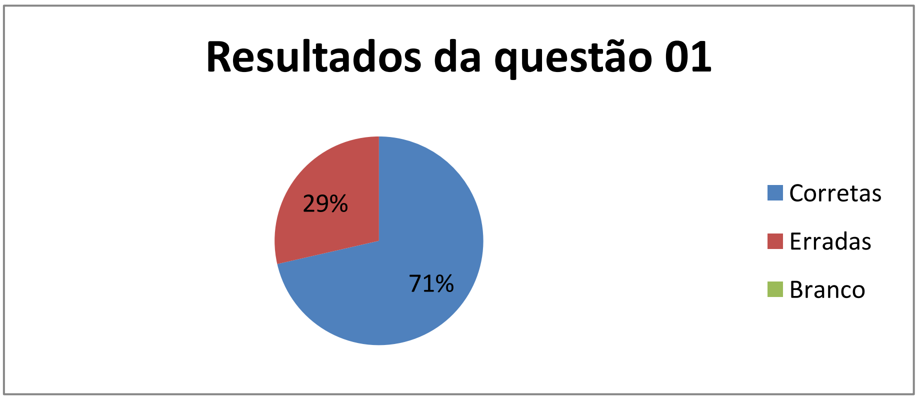
Em cada figura foi indicada em vermelho a resposta esperada pelo professor ou pelo menos algo bem próximo disso.

Figura 61: Resposta da primeira questão (Gabarito)

01) Qual é o nome dado para o conjunto de "partida " A ? _Domínio da função H___________________

Fonte: Produção do autor

Figura 62: Resultado estatístico da questão 01



Fonte: Produção do autor.

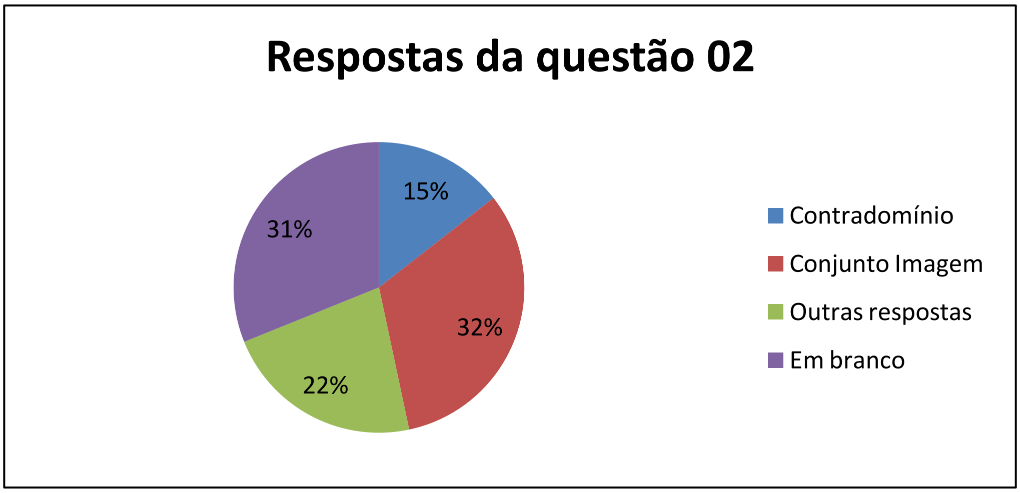
Figura 63: Resposta da segunda questão (Gabarito)

02) Qual é o nome dado para o conjunto de " chegada " R ? __Contradomínio da função H____

Fonte: Produção do autor.

Apenas 15 alunos, o que representa 21,5% do total, erraram as questões 03 e 04 (figura 65)

Figura 64: Resultado estatístico da questão 02



Fonte: Produção do autor.

Figura 65: Respostas das terceira e quarta questões (gabarito)

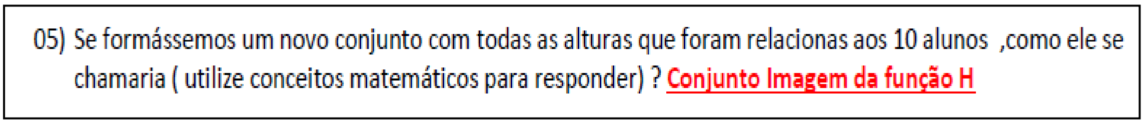
03) Qual o significado da igualdade H(U) = 1,89 ? __O aluno U tem altura igual à 1,89___

04) Qual o significado da igualdade $H(U_1) = H(U_2) = 1{,}67$? Os alunos U_1 e U_2 têm a mesma altura que é igual à 1,67_

Fonte: Produção do autor.

Analisando as respostas da última questão (figura 66) percebe-se que poucos sabem diferenciar o conjunto – imagem do Contradomínio de uma função.

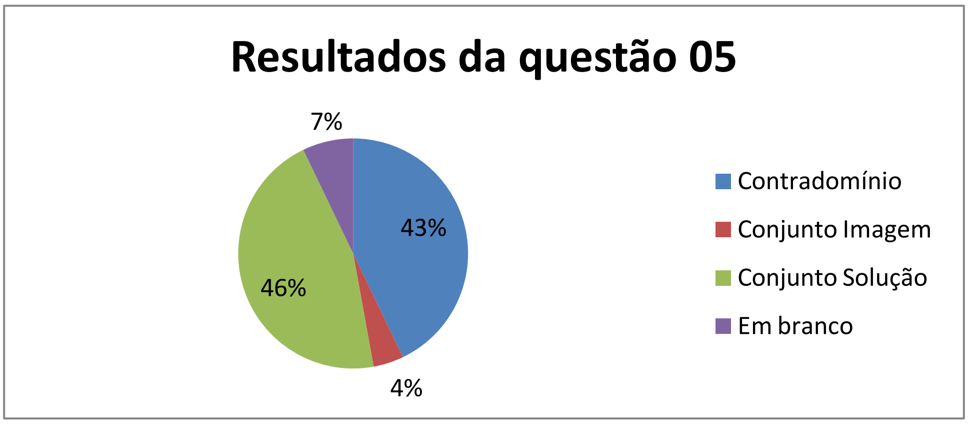
Figura 66: Resposta da última questão (gabarito)



05) Se formássemos um novo conjunto com todas as alturas que foram relacionas aos 10 alunos ,como ele se chamaria (utilize conceitos matemáticos para responder) ? Conjunto Imagem da função H

Fonte: Produção do autor.

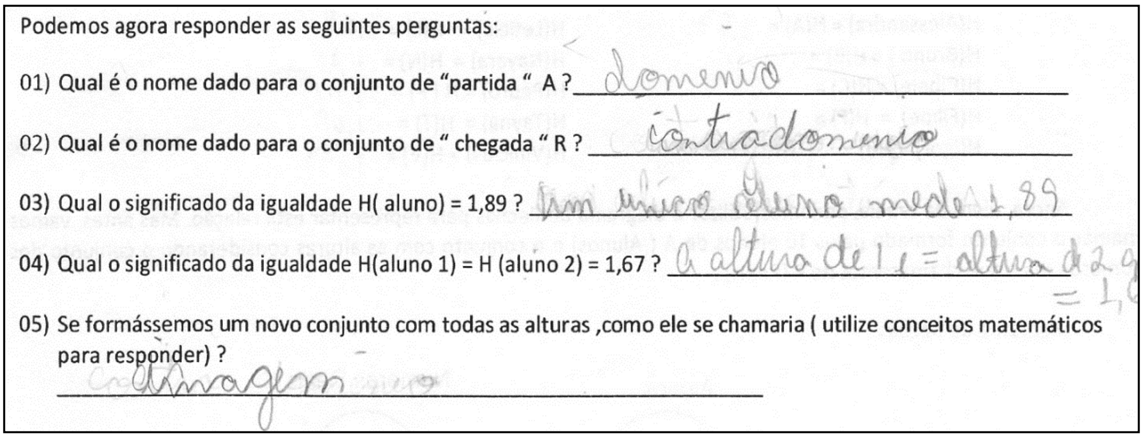
Figura 67: Resultado estatístico da questão 05



Fonte: Produção do autor.

Na figura 68 tem-se um exemplo de uma resposta apresentada por um dos alunos; ele foi o único que chegou mais próximo daquilo que e considerava completamente correto, apesar de algumas estarem incompletas.

Figura 68: Respostas dadas por um dos alunos



Podemos agora responder as seguintes perguntas:

01) Qual é o nome dado para o conjunto de "partida " A ? domenio

02) Qual é o nome dado para o conjunto de " chegada " R ? contradomenio

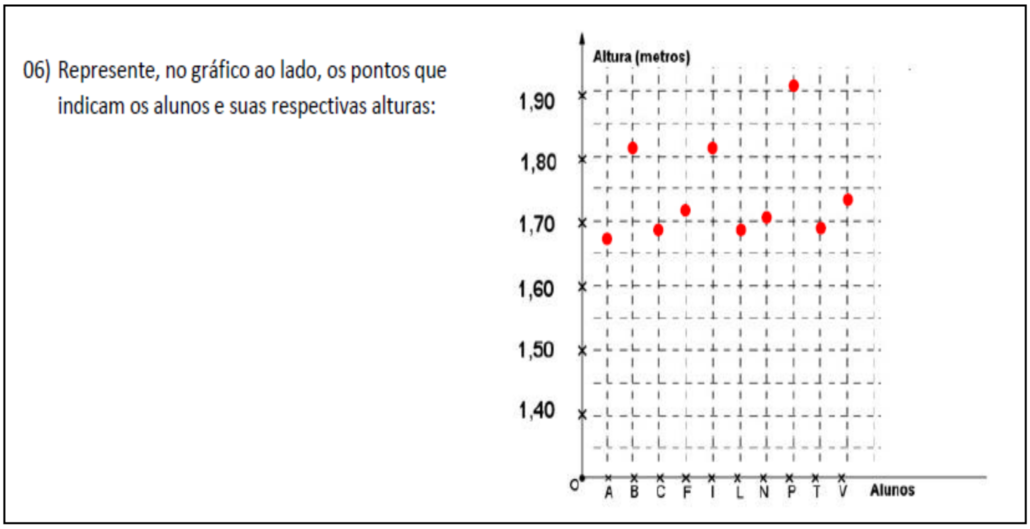
03) Qual o significado da igualdade H(aluno) = 1,89 ? Um único aluno mede 1,89

04) Qual o significado da igualdade H(aluno 1) = H (aluno 2) = 1,67 ? a altura de 1 = altura de 2 = 1,6

05) Se formássemos um novo conjunto com todas as alturas ,como ele se chamaria (utilize conceitos matemáticos para responder) ? imagem

Fonte: Produção do autor.

Figura 69: Representação gráfica Aluno x Altura



Fonte: Produção do autor.

Os alunos tiveram que finalizar o plano de aula fazendo a representação gráfica da situação descrita pelo problema, na figura 69 tem-se o gráfico de um dos alunos e 80% dos alunos fizeram da mesma forma.

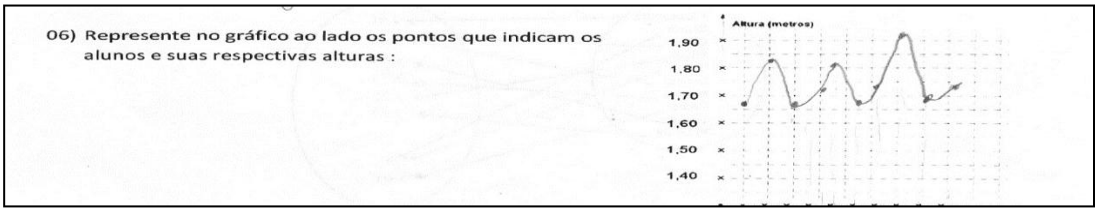
3.2.4 Conclusão do professor

No início da aplicação do plano de aula, os alunos fizeram o preenchimento com tranquilidade, tanto na associação do aluno com a sua altura, utilizando a notação H(aluno) = altura, como também, na utilização do diagrama de flechas (figura 57).

Nas questões, que exigiram do aluno um pouco mais de interpretação de e uma resposta mais formal, boa parte dos alunos depararam-se com alguns obstáculos; por exemplo: o formalismo e as definições dos conjuntos de partida e chegada.

O que mais chamou a atenção foi a grande dificuldade que os alunos tinham para responder a questão sem sentirem a obrigação de acertar todas as questões.

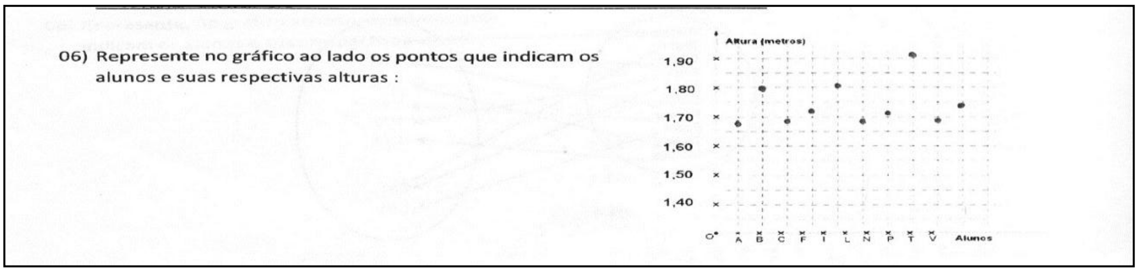
Figura 70: Exemplo de uma representação gráfica equivocada feita por um dos alunos



Fonte: Produção do autor.

Com relação ao gráfico alguns alunos, cerca de 20 %, uniram os pontos como se observa na figura 70. O professor aproveitou este equívoco apresentado para esclarecer a diferença entre Matemática Discreta e a Matemática Contínua.

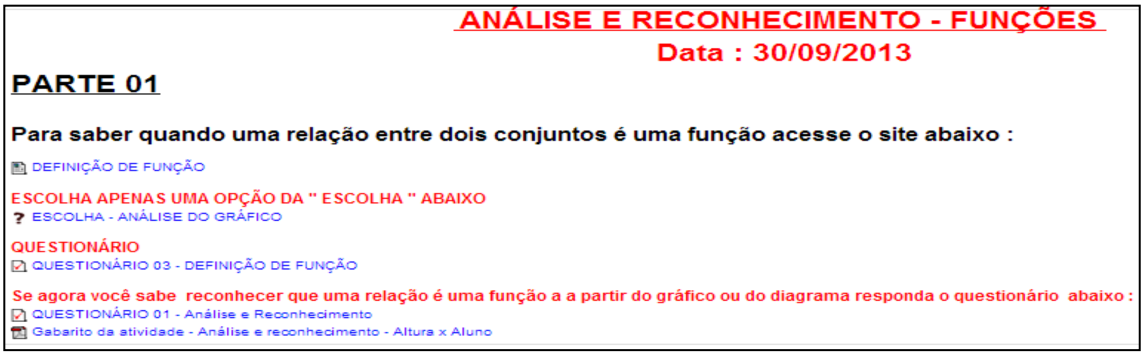
Figura 71: Exemplo de uma representação gráfica feita corretamente por um dos alunos



Fonte: Produção do autor.

3.2.5 Laboratório de informática - Parte 01(Continuação da aula 02)

Figura 72: Apresentação da primeira parte da Atividade da aula 02



ANÁLISE E RECONHECIMENTO - FUNÇÕES
Data : 30/09/2013

PARTE 01

Para saber quando uma relação entre dois conjuntos é uma função acesse o site abaixo :

DEFINIÇÃO DE FUNÇÃO

ESCOLHA APENAS UMA OPÇÃO DA " ESCOLHA " ABAIXO

? ESCOLHA - ANÁLISE DO GRÁFICO

QUESTIONÁRIO

QUESTIONÁRIO 03 - DEFINIÇÃO DE FUNÇÃO

Se agora você sabe reconhecer que uma relação é uma função a a partir do gráfico ou do diagrama responda o questionário abaixo :

QUESTIONÁRIO 01 - Análise e Reconhecimento

Gabarito da atividade - Análise e reconhecimento - Altura x Aluno

Fonte: Produção do autor.

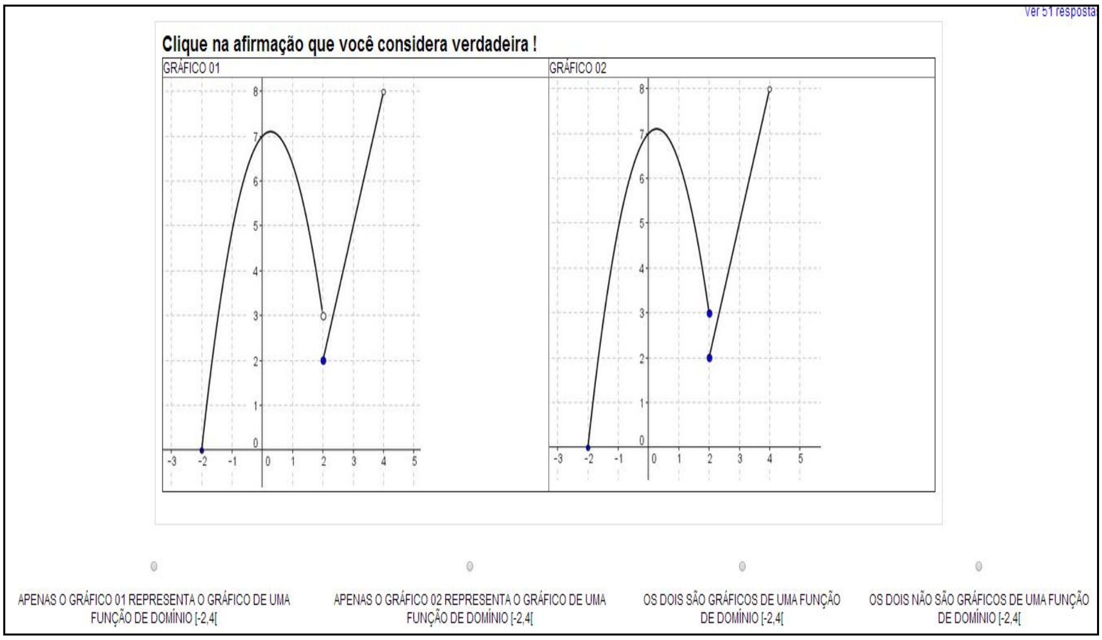
3.2.6 Objetivos

Após a realização do preenchimento do plano de aula Reconhecer quando uma relação é uma função, cada dupla de alunos, já no laboratório de Informática acessou a aula 02 disponível no sistema *Moodle* (figura 72).

Logo no início disponibilizou-se um *link* em que o aluno poderia acessar um site a fim de revisar os conceitos relativos a função, caso achasse necessário.

Após o acesso foi utilizado um recurso interessante disponível no sistema *Moodle*, que é o modelo Escolha[1]. Nesta Escolha, o aluno teve quatro opções para escolher quais dos gráficos abaixo representava o gráfico de uma função (figura 73).

Figura 73: Opções para a escolha que deveria ser feita pelos alunos



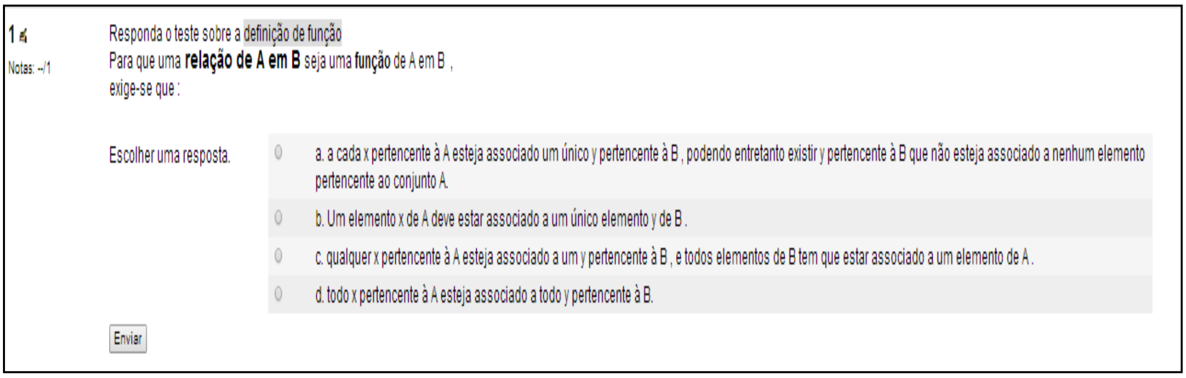
Fonte: Produção do autor.

[1] Escolha é um recurso disponível no Sistema *Moodle* que serve para fazer pesquisas rápidas de opinião, para estimular a reflexão sobre um tópico, para escolher entre sugestões dadas para a solução de um problema ou para obter a permissão de utilizar dados pessoais dos alunos em pesquisas do professor (Fonte: Tutorial do Sistema *Moodle*).

Feito isso, o aluno respondeu uma questão de múltipla escolha, em que o aluno teria oportunidade de, verificar se realmente aprendeu o conceito de uma função. Neste momento, exigia-se do aluno um pouco mais de formalismo (figura 74).

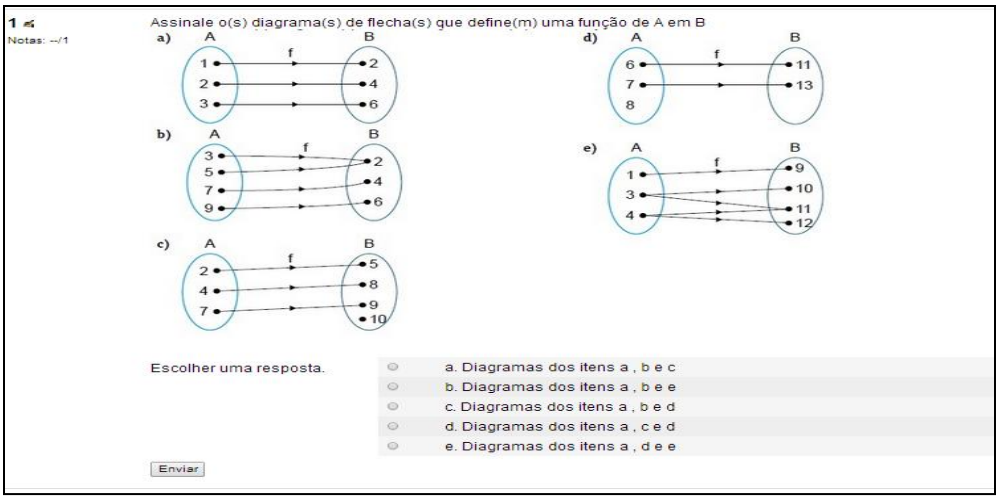
Em seguida para terminar esta primeira parte o aluno entrou num questionário com cinco questões (figuras 75 a 79). Foram permitidas duas tentativas. Ao todo foram 68 tentativas e 46 alunos conseguiram a nota máxima; ou seja, acertaram todas as questões já na primeira tentativa.

Figura 74: Definição formal do conceito de Função



Fonte: Produção do autor.

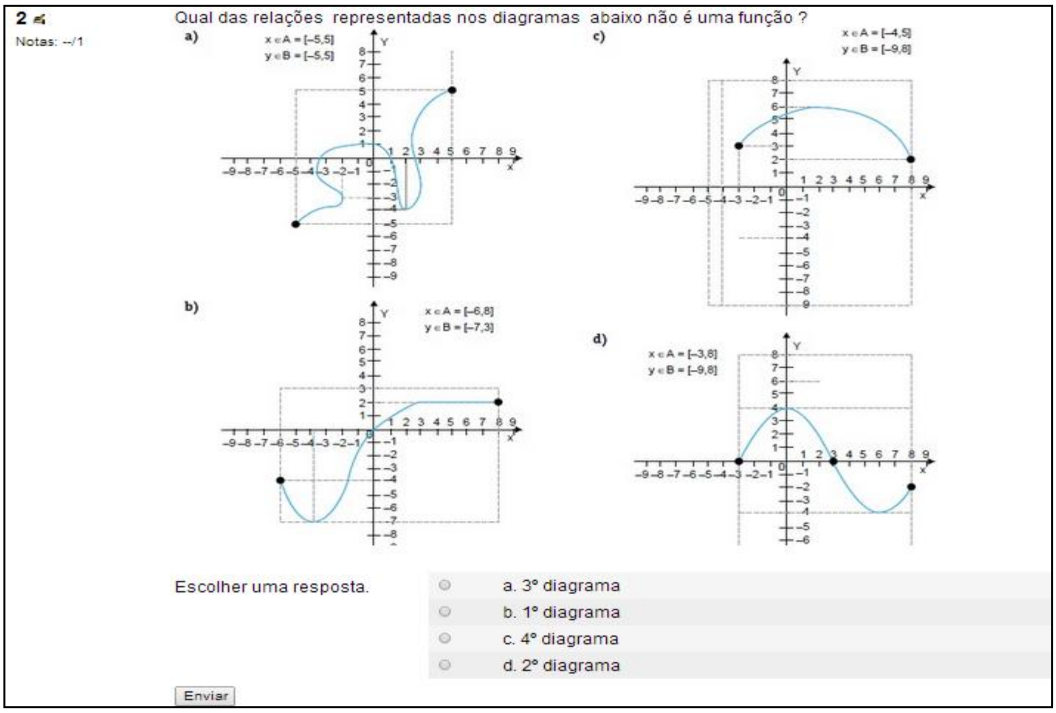
Figura 75: Primeira questão do questionário da primeira parte da aula 02



Fonte: Sistema COC.

Na primeira questão o aluno teve que observar os diagramas e identificar as relações que definem uma função. Na segunda questão o aluno faria a mesma investigação, mas observando os gráficos de cada item. A proposta foi dar ao aluno situações diferentes para utilizar seus conhecimentos.

Figura 76: Segunda questão do questionário da primeira parte da aula 02

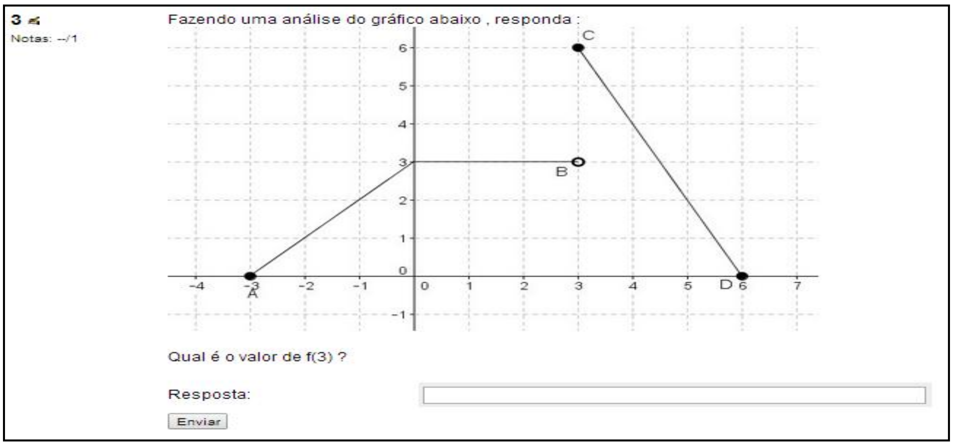


Fonte: Sistema COC.

Nas outras questões retornou-se com as representações gráficas de relações.

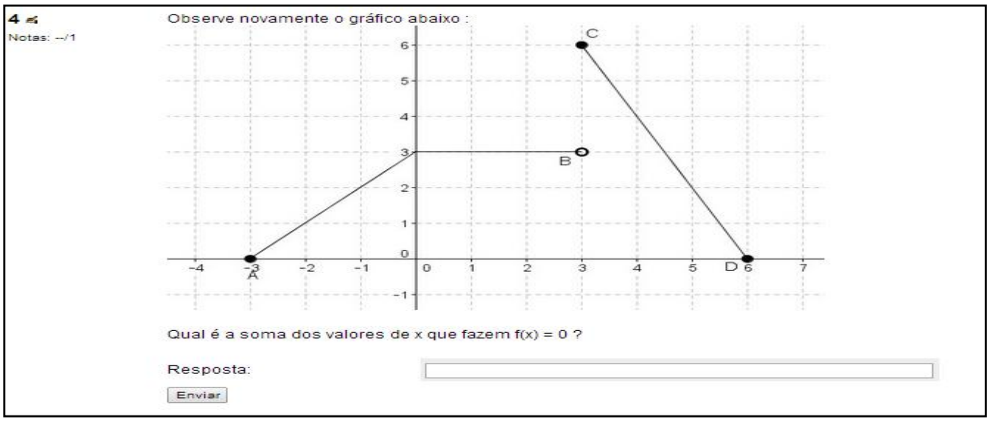
As perguntas foram simples e factuais. Em particular, exploraram a representação de disco aberto e disco fechado e, também, destacaram que, no caso da função, um mesmo valor de x não pode ter dois valores associados a ele. Isto pode ser observado na figura para x igual a 3 tem-se como imagem o número 6 e não 3.

Figura 77: Terceira questão do questionário da primeira parte da aula 02



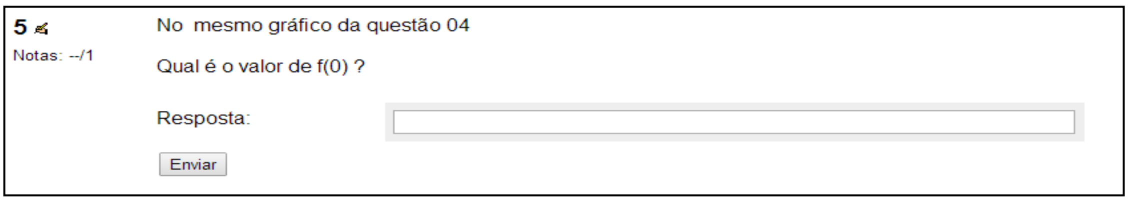
Fonte: Produção do autor.

Figura 78: Quarta questão do questionário da primeira parte da aula 02



Fonte: Produção do autor.

Figura 79: Quinta questão do questionário da primeira parte da aula 02



Fonte: Produção do autor.

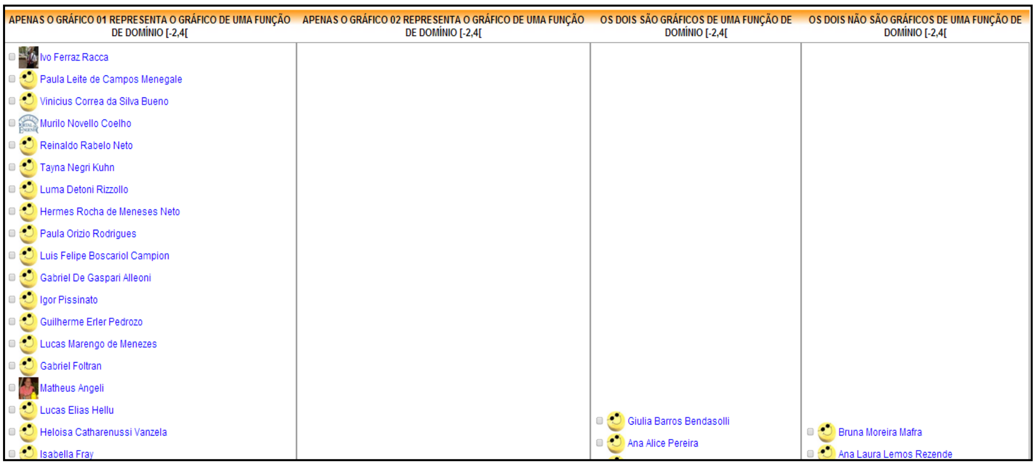
3.2.7 Desempenho dos estudantes e conclusão do professor

Ao iniciar as atividades o professor tinha que alertá-los com relação a necessidade de uma leitura prévia para que eles soubessem quantas atividades eles fariam e quais eram os passos a serem compridos. Percebeu-se que, por terem mais segurança e autonomia nos procedimentos, boa parte dos alunos iniciou a atividade sem fazer uma leitura mais atenta e apurada. Então, notou-se que:

1- Alguns alunos não se preocupou em acessar o *link*, talvez por não ter a necessidade de buscar mais informações sobre a definição de função, ou por não ter prestado a devida atenção para este *link* de acesso.

2- O que mais chamou a atenção dos alunos foi o próximo passo chamado Escolha (figura 73). Este recurso do gerenciador é muito interessante quando se quer analisar o que os participantes entendem sobre um determinado assunto.

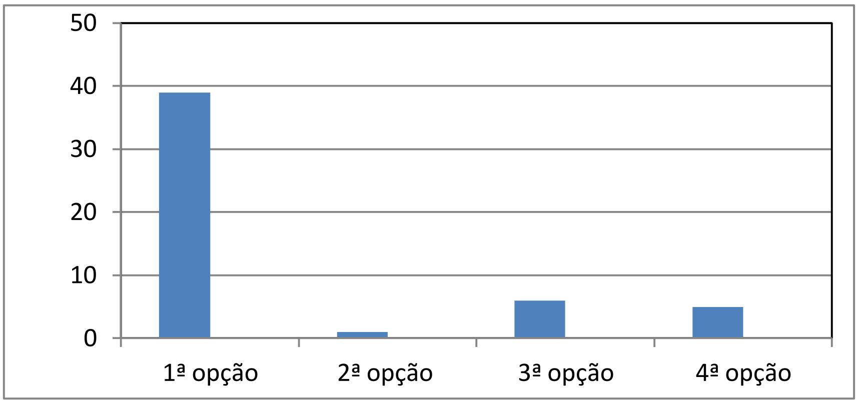
Figura 80: Resultados obtidos com a Escolha



Fonte: Produção do autor.

Os alunos escolheram uma opção entre as aquelas indicadas na figura 73 e os resultados obtidos com a Escolha estão indicados nas figuras 80 e 81.

Figura 81: Resultado estatístico

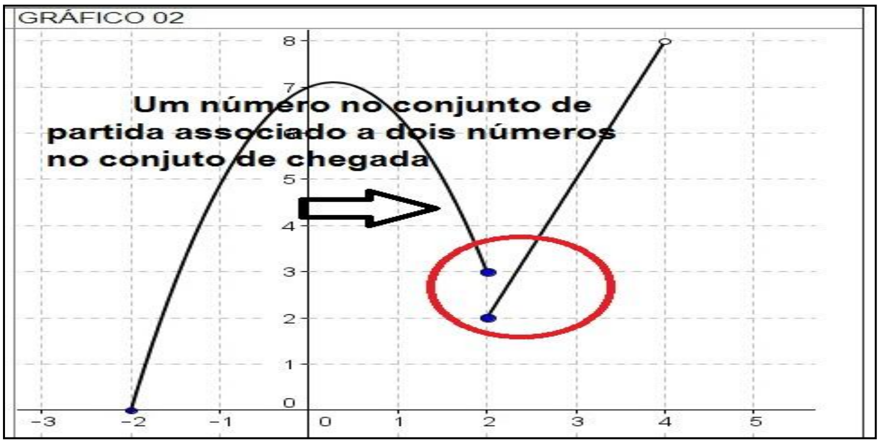


Fonte: Produção do autor.

Com os resultados obtidos conclui-se que a maioria já sabia reconhecer quando o gráfico apresentado é de uma função ou não. E como o aluno tinha a possibilidade de fazer mais que uma tentativa para responder, se ele respondesse errado na primeira tentativa, tinha a chance de corrigir seu erro.

Na figura 81 há a quantidade de alunos que acertaram a escolha na primeira tentativa e na figura 82 a parte do gráfico que justifica o fato da representação gráfica não ser de uma função.

Figura 82: Um valor de x associado a dois valores de y



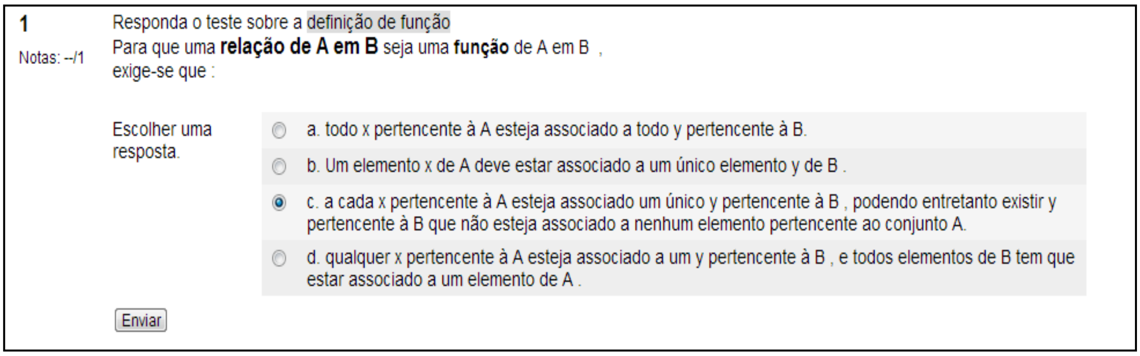
Fonte: Produção do autor.

O próximo passo na primeira parte da aula 02 era responder um questionário com apenas uma questão (figura 83).

Esta questão de múltipla escolha tinha como propósito enfatizar qual seria a melhor definição (formal) para o conceito de função. Foram feitas 66 tentativas e os resultados obtidos estão na figura 84.

As notas obtidas pelos alunos na questão da figura 83 estão representadas no sectograma abaixo (figura 84)

Figura 83: Questão sobre a definição formal de uma função



1

Notas: --/1

Responda o teste sobre a definição de função

Para que uma **relação de A em B** seja uma **função** de A em B ,
exige-se que :

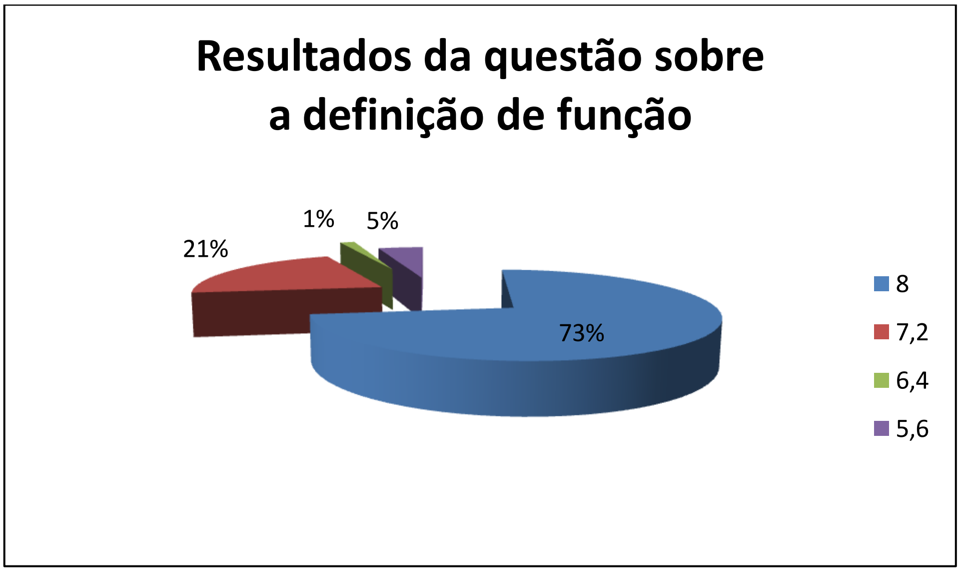
Escolher uma resposta.

- a. todo x pertencente à A esteja associado a todo y pertencente à B.
- b. Um elemento x de A deve estar associado a um único elemento y de B .
- c. a cada x pertencente à A esteja associado um único y pertencente à B , podendo entretanto existir y pertencente à B que não esteja associado a nenhum elemento pertencente ao conjunto A.
- d. qualquer x pertencente à A esteja associado a um y pertencente à B , e todos elementos de B tem que estar associado a um elemento de A .

Enviar

Fonte: Produção do autor.

Figura 84: Resultados da questão sobre a definição de função



Fonte: Produção do autor.

Figura 85: Resultados obtidos com o questionário da parte 01 da aula 02

Fonte: Produção do autor.

Com as notas obtidas pelos alunos percebeu-se que maioria conseguiu a nota máxima, ou seja, escolheram a resposta correta na primeira tentativa.

No questionário foram feitas 68 tentativas, os resultados estão indicados na figura 85.

Para a finalização da atividade (parte 01) foi disponibilizado o gabarito do plano de aula no Apêndice G (pág. 208) para que o aluno pudesse analisar suas respostas e mais uma vez ter a oportunidade de perceber onde eles acertaram ou erraram, e assim, assimilar melhor o conteúdo, acreditando que isso faça parte do processo de aprendizagem também.

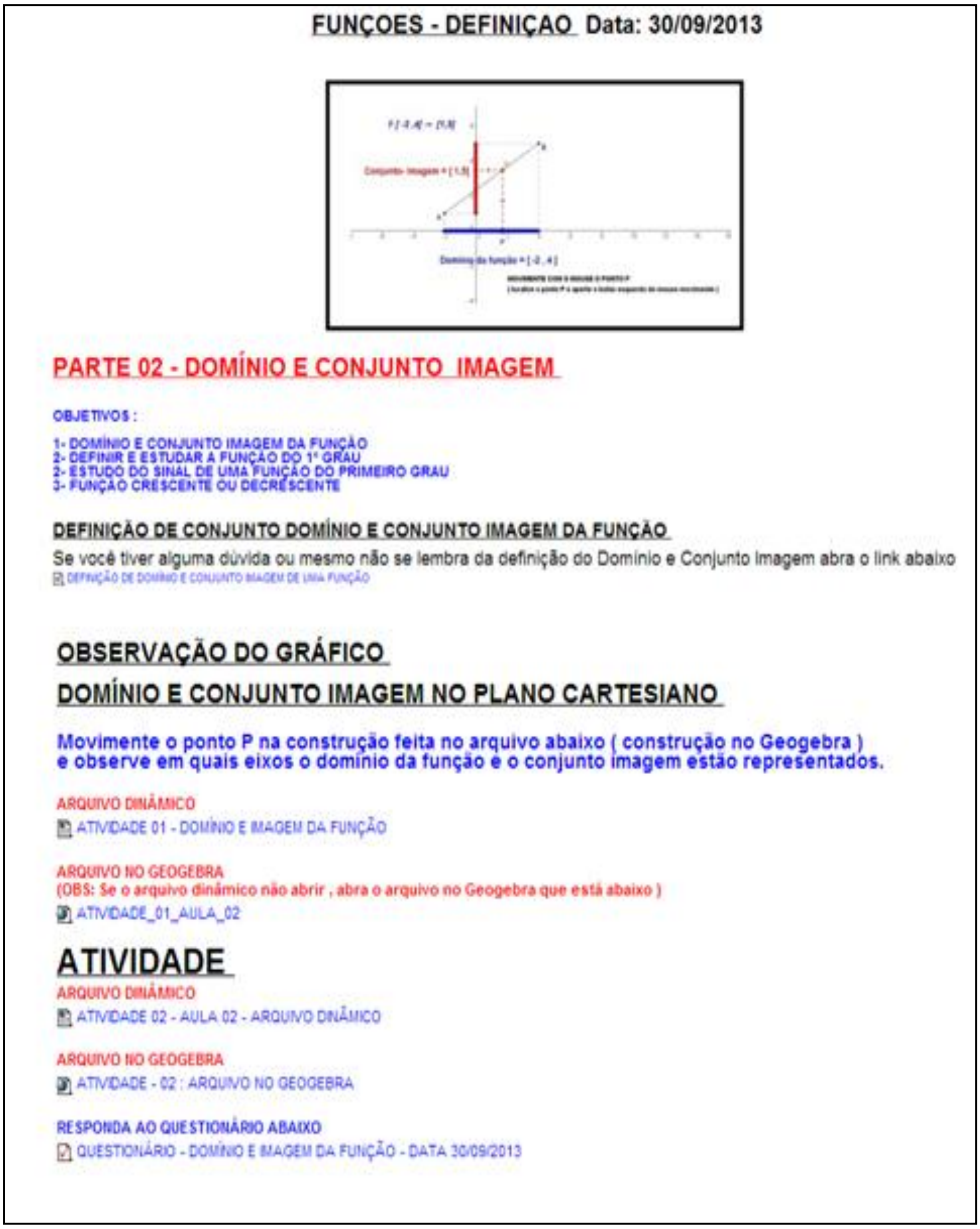
3.2.8 Parte 02- Laboratório de informática

Na segunda parte da aula 02, objetivou-se enfatizar os conceitos de Domínio, Contradomínio e Conjunto Imagem de uma função. A ideia dos idealizadores foi construir um gráfico dinâmico no GeoGebra (figura 88) que serviria como ferramenta de observação e investigação para proporcionar ao aluno subsídios (informações) para responder o questionário desta segunda parte da aula.

Mas antes de responder este questionário, o aluno teve a opção de acessar um site (figura 87) através de um *link* que foi disponibilizado no início desta atividade.

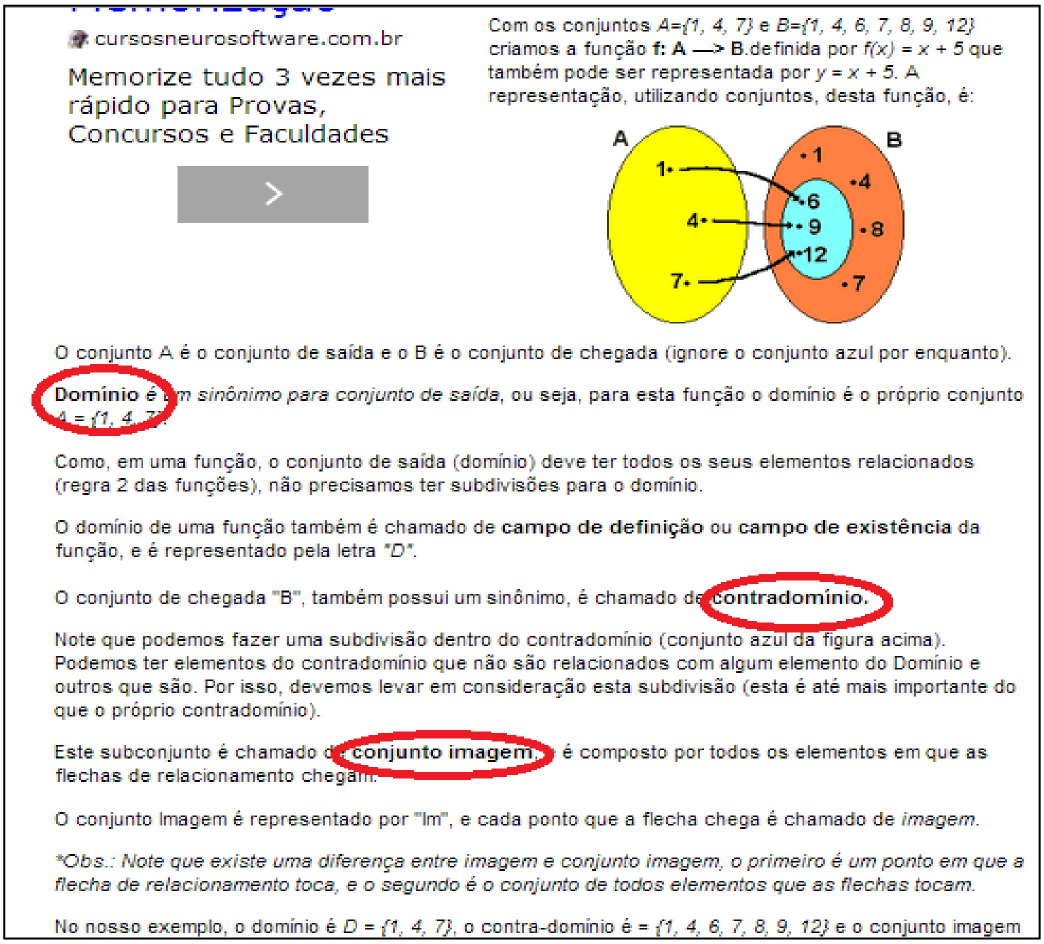
É relevante salientar que o aluno não tinha nenhuma obrigatoriedade em acessar o *link*; na verdade, a proposta foi que o aluno espontaneamente buscasse outros recursos ou fontes de informação para a sua investigação sobre o conceito de função.

Figura 86: Apresentação da parte 02 da Aula 02



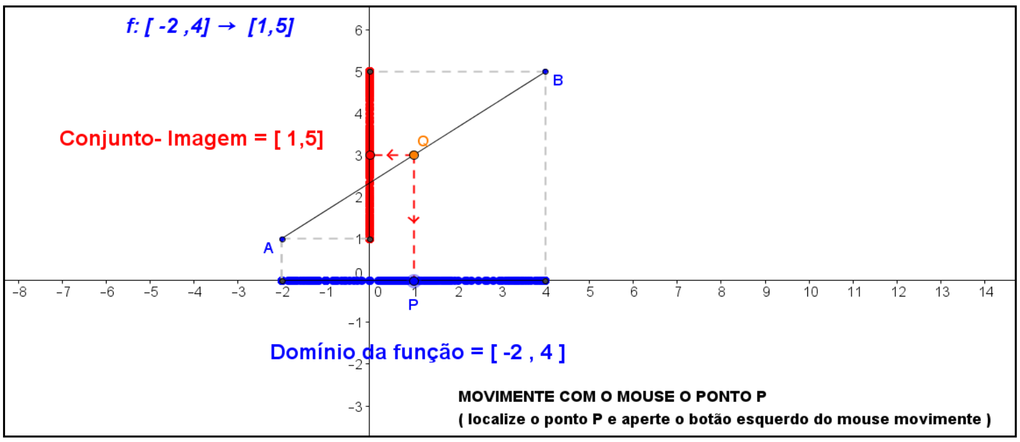
Fonte: Produção do autor.

Figura 87: *Link* com a teoria sobre Função do 1 º grau



Fonte:http://www.tutorbrasil.com.br/estudo_matematica_online/funções

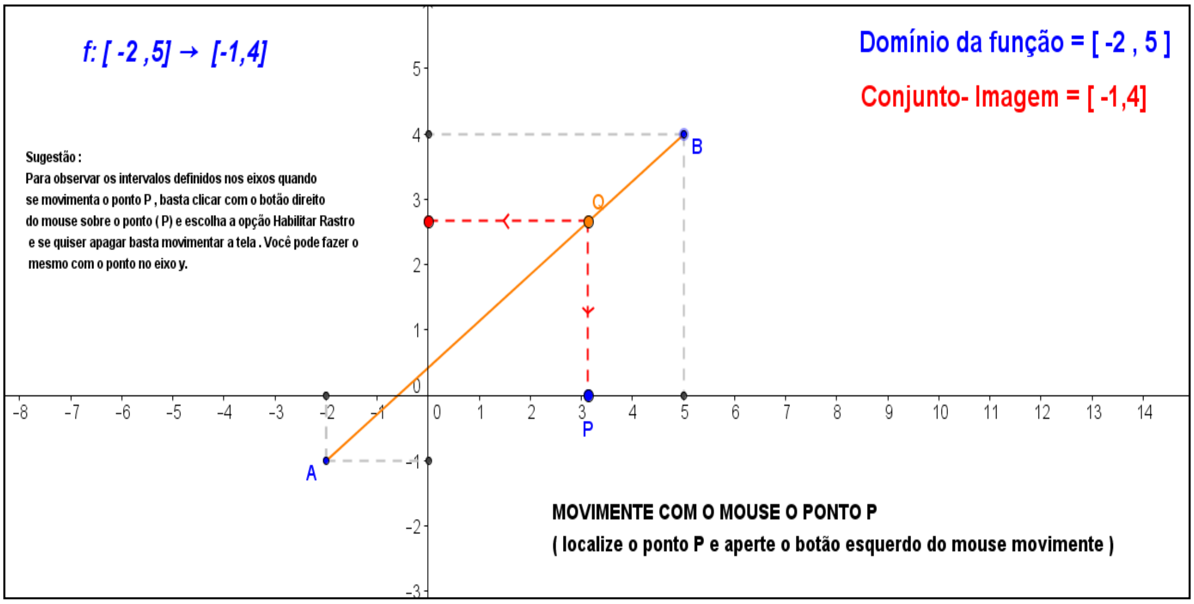
Figura 88: Arquivo dinâmico feito no GeoGebra pelo professor



Fonte: Produção do autor.

Movimentando o ponto P o aluno poderia observar como e onde se representam o domínio da função e o seu conjunto imagem. Neste arquivo dinâmico havia um segmento AB cujos extremos do segmento eram fixos. A proposta foi que o aluno, movimentando o ponto P localizado no eixo $\overrightarrow{Ox}$, percebeu-se que a parte representada em azul era o domínio da função e que o conjunto imagem estava representado em vermelho no eixo $\overrightarrow{Oy}$.

Figura 89: Arquivo Dinâmico – Observação e Investigação



Fonte: Produção do autor.

Na outra construção, que foi disponibilizado para o aluno (figura 89), além da movimentação do ponto P o aluno poderia movimentar as extremidades do segmento AB. Com a possibilidade dinâmica do gráfico, o aluno observava a mudança dos intervalos que indicavam o domínio e o conjunto imagem da função nos eixos $\overrightarrow{Ox}$ e $\overrightarrow{Oy}$, respectivamente.

A ideia era que o aluno pudesse trabalhar com o gráfico e concomitantemente responder ao questionário. Então, com o arquivo dinâmico aberto ele interagia com o gráfico fazendo as movimentações e alterações necessárias, investigando e observando e respondendo posteriormente.

Figura 90: Questionário da parte 02 da aula 02

1
Notas: --/1

Movimente o ponto B quando as coordenadas do ponto forem (6,4) e responda: Qual é o maior valor que y = f(x) pode assumir ?

Escolher uma resposta.
- a. 4
- b. 3
- c. -2
- d. - 1
- e. 6

Enviar

2
Notas: --/1

Mantenha o ponto B na posição e movimente o ponto A até a posição do ponto de coordenadas iguais à (-2,-3) e responda : Qual é o i
função ?
OBS: responda a esta pergunta utilizando o formato [......, ...]

Resposta:

Enviar

3
Notas: --/1

Altere a posição dos pontos A e B => A(-4,-2) e B(2,6) e responda :
Qual é o domínio da função ?
OBS: resposta no formato [,]

Resposta:

4
Notas: --/1

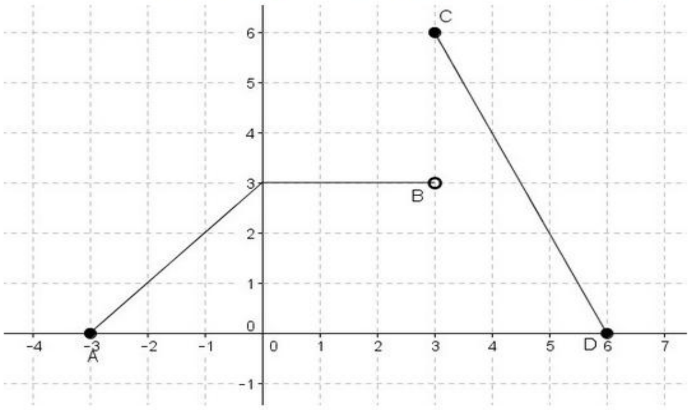
Altere as posições dos pontos . Ponto A(-7,-1) e ponto B(6,2) .
E responda : Qual é o menor valor de y=f(x) ?

Resposta:

Enviar

5
Notas: --/1

Qual é o domínio e o conjunto imagem , respectivamente, da função representada no gráfico abaixo:



Escolher uma resposta.
- a. [-3,0] e [0,3]
- b. [0,6] e [0,3]
- c. [-3,6] e [0,6]
- d. [-3,6] e [0,3]

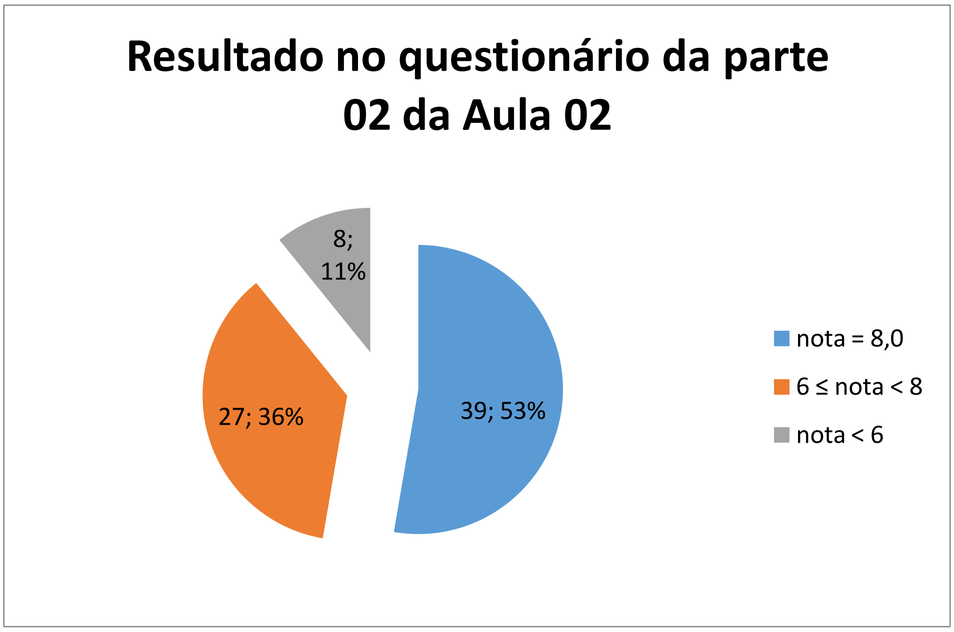
Fonte: Produção do autor

As 5 questões que fizeram parte do questionário estão evidenciadas na figura 90. Os alunos tinham 2 tentativas parar responder cada uma dela e a nota máxima (8,0) era reduzida em 2 décimos para cada tentativa errada.

3.2.9 Desempenho dos estudantes

Todos os alunos fizeram esta atividade (74 tentativas). Foram 39 alunos com a nota máxima (8,0) e os resultados estão representados na figura abaixo.

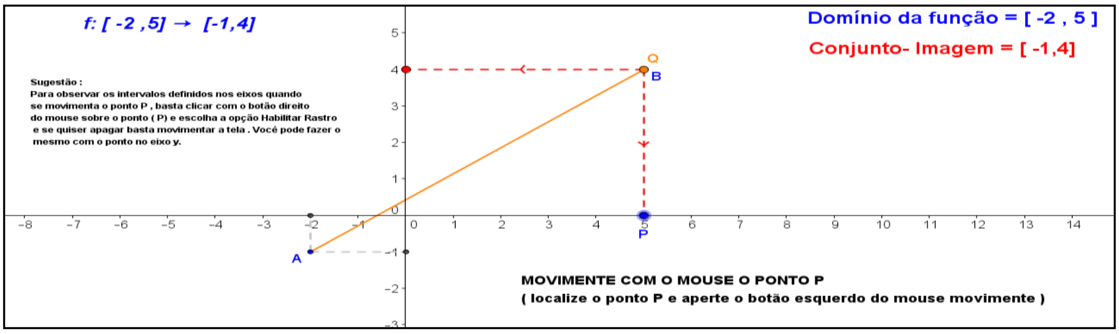
Figura 91: Resultado estatístico do questionário



Fonte: Produção do autor.

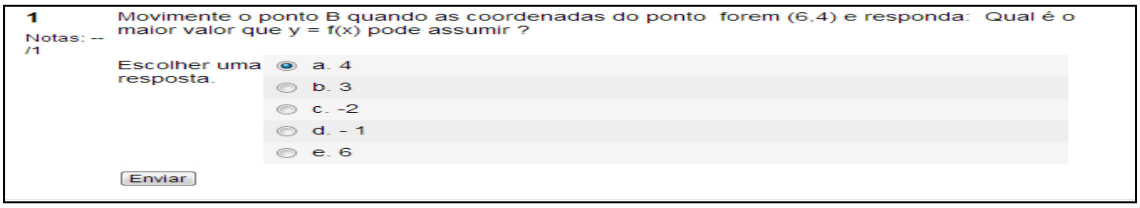
Para responder a primeira questão o aluno deveria movimentar o ponto P sobre o eixo $\overleftrightarrow{Oy}$ até alcançar o extremo do segmento $\overline{AB}$ indicando no enunciado da questão e assim obteve o maior valor para y (figura 92) , que neste caso é igual a 4. (figura 93)

Figura 92: Movimentação no arquivo dinâmico – Observação e Investigação



Fonte: Produção do autor.

Figura 93: Resposta da questão 01 do questionário da parte 02 da aula 02


1

Notas: --/1

Movimente o ponto B quando as coordenadas do ponto forem (6,4) e responda: Qual é o maior valor que y = f(x) pode assumir ?

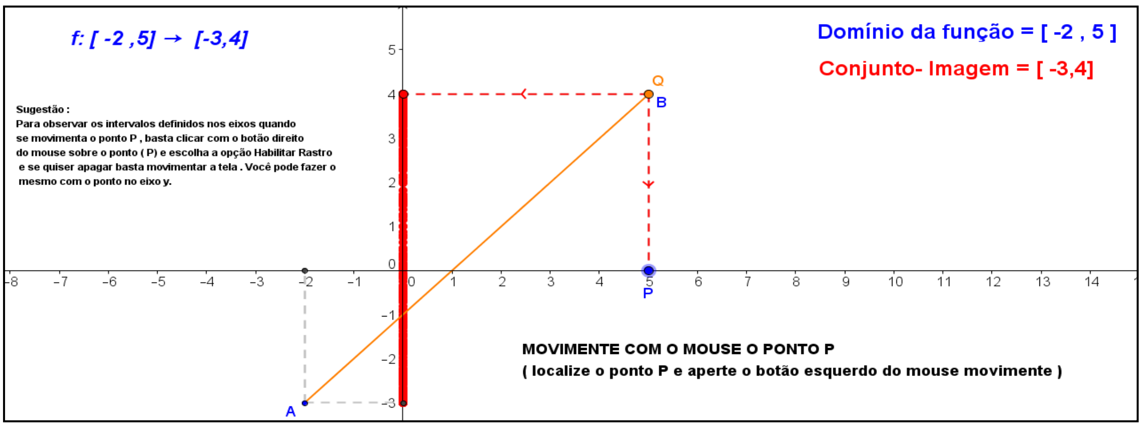
Escolher uma resposta.

- a. 4
- b. 3
- c. -2
- d. - 1
- e. 6

Enviar

Fonte: Produção do autor.

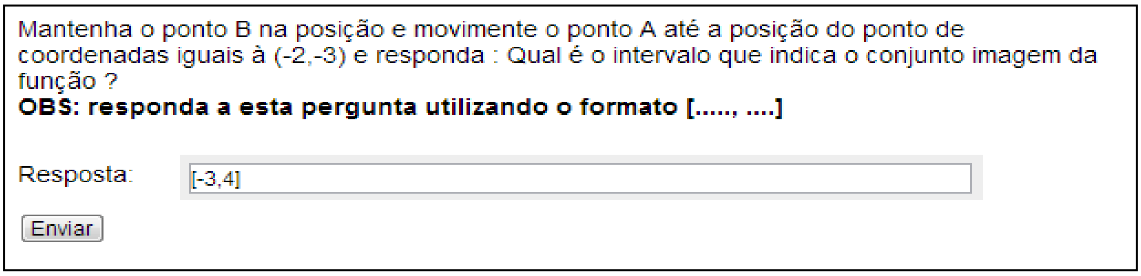
Figura 94: Movimentação no arquivo dinâmico – Observação e Investigação



Fonte: Produção do autor

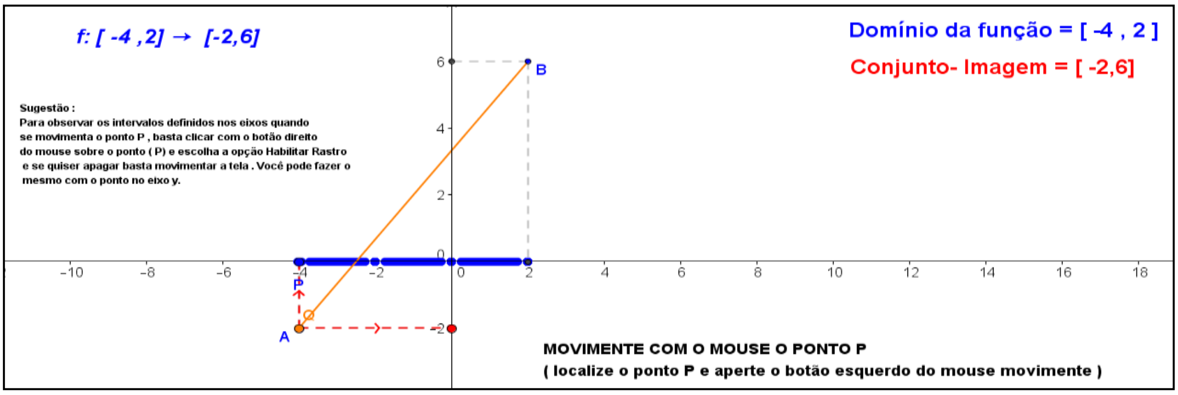
Para a próxima questão (figura 95) o aluno iria movimentar a extremidade A do segmento $\overline{AB}$ para assim obter um intervalo [-3,4] como conjunto imagem. Para visualizar esse conjunto bastaria movimentar o ponto P e o conjunto estaria enfatizado na cor vermelha ou mesmo indicado no canto superior direito do vídeo. (figura 94)

Figura 95: Resposta da questão 02 do questionário da parte 02 da aula 02



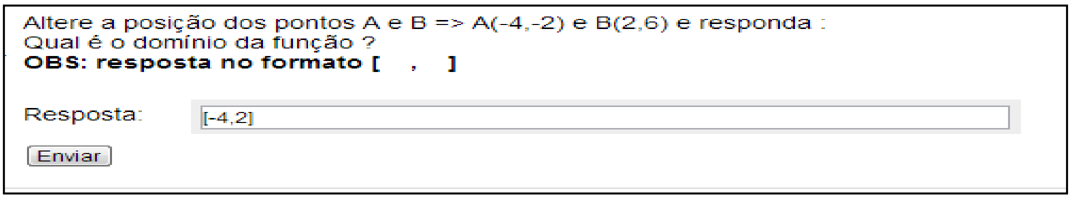
Fonte: Produção do autor.

Figura 96: Movimentação no arquivo dinâmico – Observação e Investigação



Fonte: Produção do autor.

Figura 97: Resposta da questão 03 do questionário da parte 02 da aula 02

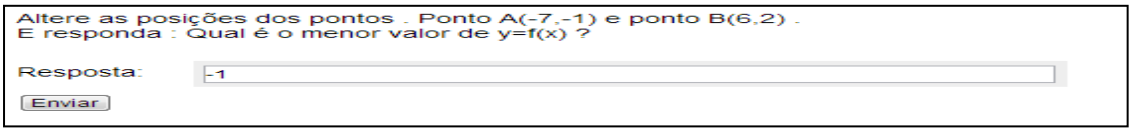


Fonte: Produção do autor.

Na terceira questão (figura 97) movimentava-se as duas extremidades e o aluno teria que visualizar o intervalo (enfatizado em azul) que seria determinado no eixo $\overrightarrow{Ox}$. Neste caso ele daria como resposta o domínio da função que seria o intervalo [-4,2]

A próxima questão (figura 98) já era muito parecida com a primeira, intencionou-se uma interação entre o aluno e gráfico e que desta forma pudesse buscar o valo de y, o menor valor determinado pelo segmento com extremidades nos pontos A(-7,-1) e B(6,2).

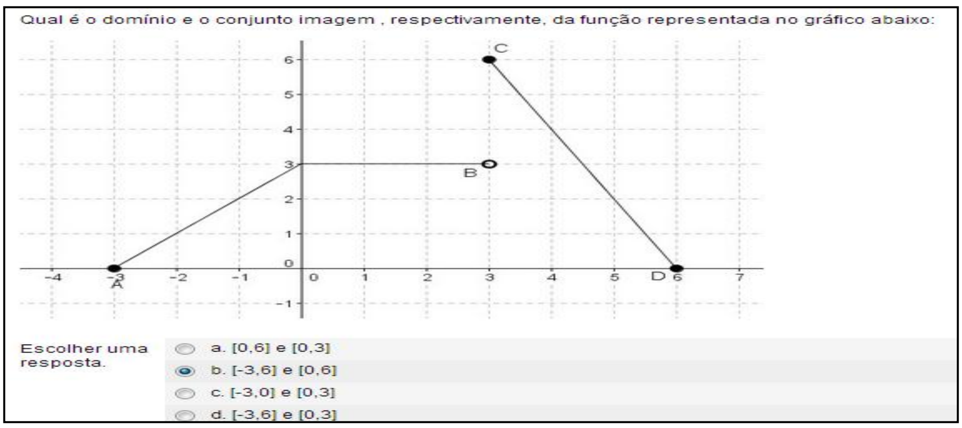
Figura 98: Resposta da questão 04 do questionário da parte 02 da aula 02



Fonte: Produção do autor.

Na figura 99 tem-se uma questão que traz novamente um gráfico conhecido deles, mas agora eles poderiam determinar o domínio da função e o conjunto imagem sem interagir com o arquivo dinâmico. Acreditava-se que agora o aluno poderia identificar e os intervalos pedidos sabendo onde busca-los no gráfico, sem nenhum recurso de movimentação ou indicações no próprio gráfico.

Figura 99: Resposta da questão 05 do questionário da parte 02 da aula 02



Fonte: Produção do autor.

3.2.10 Conclusão do professor

Ao analisar um gráfico, o aluno frequentemente tem muita dificuldade em buscar informações como o domínio de uma função ou também o conjunto imagem. Interagindo e alterando o gráfico, pôde-se causar no aluno o interesse de fazer uma investigação à medida e maneira que fosse necessário para assim chegar a alguma conclusão sobre a função, a sua representação gráfica ou qualquer outra peculiaridade.

Agora ele passa a ser um agente ativo neste processo, ao contrário de uma aula tradicional onde o papel mais ativo é a do próprio professor. E neste caso proporcionou-se ao aluno mais autonomia e iniciativa, possibilitando também o desenvolvimento da criatividade.

Além do dinamismo, um dos fatores que ocasionaram um bom desempenho dos alunos foi que o aluno tinha uma nova oportunidade de rever conceitos já vistos, mas que agora de forma diferenciada.

3.3 Aula 03 – O Problema dos Reservatórios

Iniciada em sala de aula, os alunos receberam um texto sobre uma situação problema que foi chamada de O Problema do Reservatório (Figura 100). A situação descrita no texto, bem como as questões propostas, foram idealizadas pelo autor do projeto. Em uma etapa, os alunos seguiram para o laboratório de informática, onde, além da construção de um gráfico no Geogebra, trabalharam em dois questionários, no *Moodle*, baseando-se em suas resposta às questões do texto.

3.3.1 Objetivos

A situação problema envolve dois reservatórios de dimensões distintas e com níveis de águas em seu interior também distintos, retira-se uma bolinha de um e coloca-se no outro. Estabelecem-se assim dois fenômenos que são justamente o abaixamento do nível do primeiro e o aumento do nível do segundo, e a taxa de variação do nível é constante tanto em um reservatório como no outro.

Figura 100: Enunciado do Problema do Reservatório

Considere dois reservatórios **R_1 e R_2** , tais que :

R_1 é um reservatório de dimensões: **comprimento: 20 cm , largura: 5 cm e altura 60 cm**. Neste reservatório temos várias bolinhas iguais (com a mesma capacidade) totalmente imersas e que fazem o reservatório ter o nível da água até a borda do mesmo.

R_2 é um reservatório com as seguintes dimensões: **comprimento: 10 cm, largura 20 cm e com a mesma altura do reservatório R_1**. Neste reservatório não temos nenhuma bolinha e o nível da água inicialmente é igual a 20 cm.

Quando retiramos uma bolinha de cada vez do reservatório R_1 e colocamos a mesma no reservatório R_2 , temos a seguinte situação descrita nas tabelas abaixo :

Fonte: Produção do autor.

Criou-se então uma situação onde se podem modelar duas funções do 1º grau e, além disso, permite um estudo mais apurado sobre:

1- A obtenção destas funções a partir de cálculos algébricos.

2- Os tipos de funções, classificando-as em crescente ou decrescente.

3- Os cálculos necessários para obter os coeficientes angulares e lineares, e o que estes coeficientes significam com relação ao contexto do problema.

4- Como prever valores dos níveis das águas nos reservatórios a partir das quantidades de bolinhas, ou vice-versa.

5- Como representar graficamente estas duas funções.

6- A determinação do ponto de intersecção, se existir.

7- As desigualdades das funções que podem ser estudadas tanto algébrica como graficamente.

3.3.2 Descrição e desenvolvimento

Após a apresentação da situação problema (figura 100) foram disponibilizadas duas tabelas para os alunos, já dispostos em duplas, completá-las. (figura 101)

Figura 101: Tabelas que deveriam ser preenchidas pelos alunos

Reservatório R_1 = > (x_1, y_1)

Número de bolinhas retiradas do R_1 (x_1)	Nível da água no reservatório $R_1(y_1)$
1	57
2	54
3	51
4	
5	
6	

Reservatório R_2 => (x_2, y_2)

Número de bolinhas colocadas no R_2 (x_2)	Nível da água no reservatório $R_2(y_2)$
1	22
2	24
3	26
4	
5	
6	

Fonte: Produção do autor.

As tabelas deveriam ser preenchidas pelos alunos seguindo o mesmo padrão existente nas três primeiras linhas de cada tabela, e assim o aluno perceberia o fenômeno das taxas de variação de níveis em cada reservatório, onde no primeiro reservatório a cada bolinha retirada tem-se um decréscimo de 3 cm no nível e no segundo, um aumento de 2 cm no nível de água.

Quando solicitado, o professor interveio no trabalho das duplas procurando, através de argumentações e questionamentos, instigar a reflexão sobre o problema.

Os alunos perceberam que o nível da água no primeiro reservatório diminuía a uma taxa constante, enquanto que no segundo reservatório o nível aumentava, também a uma taxa constante. Ao estabelecer duas funções chamadas de f_1 e f_2, que relacionavam o número de bolas retiradas (ou colocadas) com o nível da água em cada um dos reservatório, o aluno relacionou a situação descrita no problema com o conceito de função do 1º grau. Eles concluíram, então, que as duas funções f_1 e f_2 eram duas funções do 1º grau, onde a primeira é crescente e a segunda é decrescente; o que caracterizava as duas funções como tal era que a taxa de variação dos níveis da água, quando a bola retirada de um reservatório era colocada no outro.

Figura 102: Primeiras questões do questionário sobre o Problema do Reservatório

Pergunta-se :

01- O que acontece quando retiramos uma bolinha de cada vez do reservatório R_1 ?

____

02- O que acontece quando colocamos uma bolinha de cada vez no reservatório R_2 ?

____

03- Preencha as duas tabelas completamente

04- Se estabelecemos uma função f_1 (situação 01 – reservatório 01) que representa a função que associa quantidade de bolas retiradas com o nível de água , temos uma função : ( ) crescente ( ) decrescente

05- Se estabelecemos uma função f_2 (situação 02 – reservatório 02) que representa a função que associa quantidade de bolas colocadas com o nível de água , temos uma função : ( ) crescente ( ) decrescente

06- Podemos dizer que estas funções são do 1º grau? E por quê?

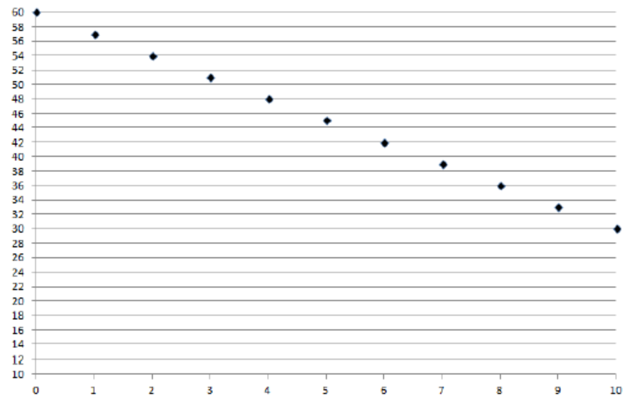
____

Fonte: Produção do autor.

No gráfico da figura 103, a variação do nível da água do primeiro reservatório já estava representada por pontos devidamente posicionados; o aluno deveria fazer o mesmo para a variação obtida no segundo reservatório.

Figura 103: Gráfico Nível da Água x Número de Bolas

07- No gráfico abaixo foram representados os pontos (x, y) obtidos na tabela 01 (foram representados até a retirada de 10 bolas) .Faça o mesmo como os pontos (x, y) obtidos na tabela 02 .



Fonte: Produção do autor.

A questão 08 (figura 104) propôs uma análise dos gráficos e a interpretação do ponto de intersecção, no contexto do problema.

Figura 104: Questão 08 do primeiro questionário da aula 03

08- Analise bem a localização dos pontos no gráfico acima e responda:

a) Os pontos da tabela 01 e da tabela 02 são colineares? ( ) Sim ( ) Não
b) Existe um ponto comum entre os pontos localizados no gráfico? ( ) Sim ( ) Não
c) Se existir um ponto comum para as representações gráficas das funções f_1 e f_2, explique o significado deste ponto.

____

Fonte: Produção do autor.

Nas últimas questões, os alunos justificaram algebricamente os resultados obtidos, ou as respostas dadas. A questão 09 (figura 105), por exemplo, trata das leis que descrevem as funções f_1 e f_2.

Figura 105: Questões 09 e 10 do primeiro questionário da aula 03

09- Imaginado que exista uma reta que passa pelos pontos da tabela 01 e outra reta que passa pelos pontos da tabela 02. Explicite as funções f_1 e f_2 na forma $f(x) = mx + b$ que representam estas retas. [**Sugestão: Pegue dois pontos de cada função e utilize a equação fundamental $(y - y_0) = m\ (x - x_0)$ aprendida nas aulas de Geometria Analítica**]

10- Quais são os valores de m_1 e b_1 na função f_1 e m_2 e b_2 na função f_2, diga qual o significado de cada valor obtido .Pode indicar no próprio gráfico.

Fonte: Produção do autor.

Após a construção do gráfico, e também das representações algébricas de cada função, o aluno pôde fazer algumas investigações acerca dos valores de x (número de bolas) e y (nível da água). Portanto, voltou-se a utilizar a notação $y = f(x)$.

Figura 106: Questões 11 a 14 do primeiro questionário da aula 03

11- Dê os valores e significados de $f_1(9)$ e $f_2(x_2) = 30$.

12- È possível determinar, algebricamente, o fenômeno observado no item 08, ou seja, o ponto de intersecção P onde o nível da água no reservatório R_1 é igual a R_2 ? ( ) Sim ( ) Não

13- Faça o cálculo algébrico no espaço abaixo.

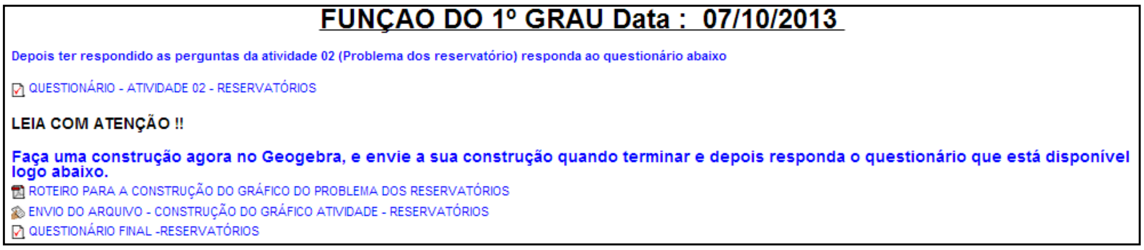
14- Em quais trechos (até que número de bolas retiradas) o nível da água no reservatório R_1 é maior que no R_2 ? E, quando R_1 é menor que R_2 ?

Fonte: Produção do autor.

Ao término desta primeira parte, os alunos já foram para o laboratório, sabendo que, para dar continuidade às atividades, eles deveriam basear-se nas respostas dadas no texto inicial.

Neste momento o aluno acessou o sistema *Moodle* e viu os passos a serem seguidos, conforme figura 107.

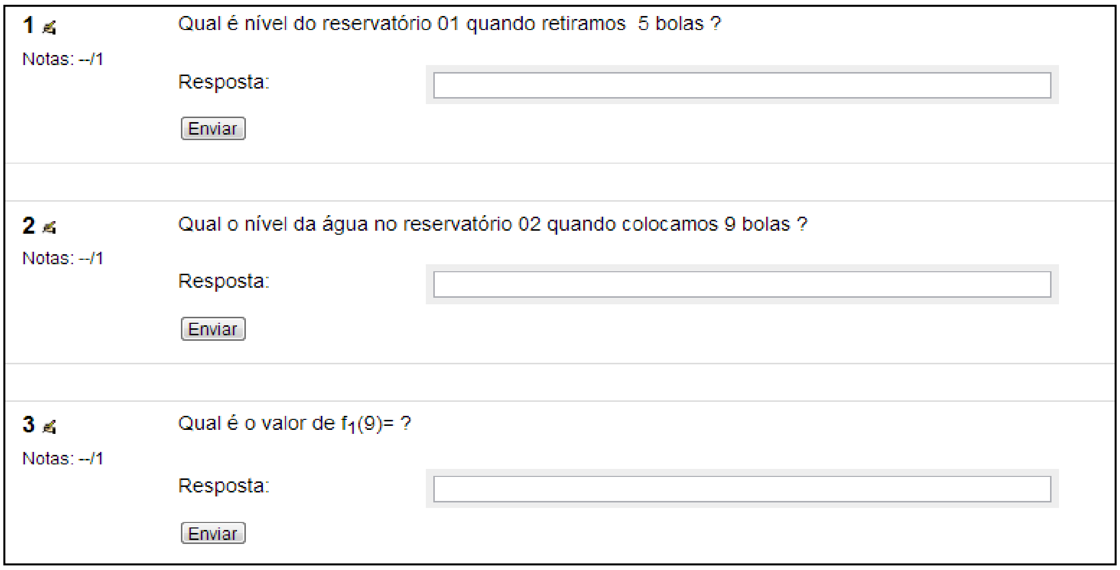
Figura 107: Apresentação da atividade da aula 03



Fonte: Produção do autor.

Em especial, os alunos trabalharam em um questionário, no *Moodle*, contendo 8 perguntas de respostas curtas, explorando o tal Problema dos reservatórios (figuras 108 e 109).

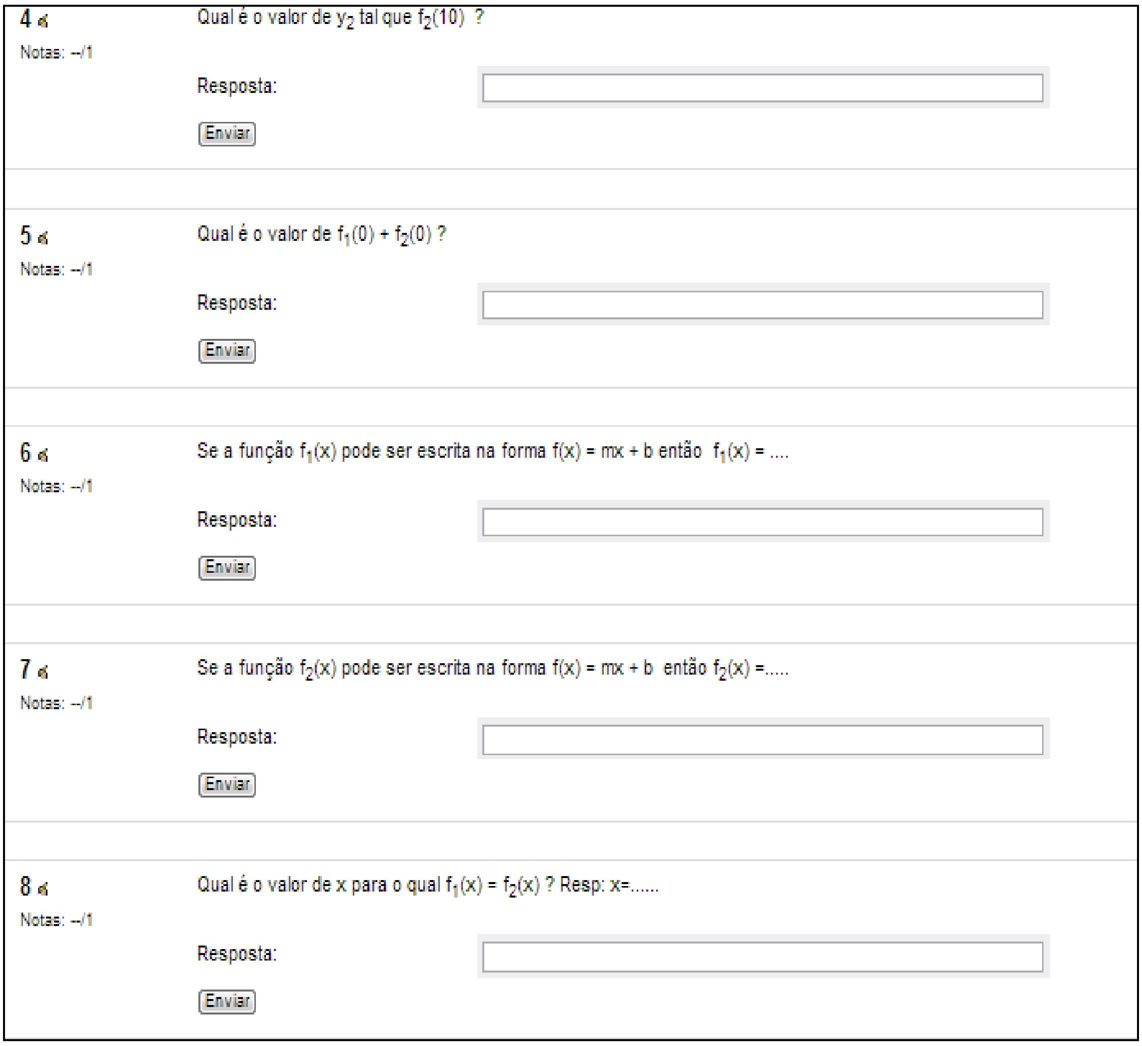
Figura 108: As primeiras questões do segundo questionário da aula 03



Fonte: Produção do autor.

Note que a questão 08 (figura 109) retorna à igualdade $f_1(x) = f_2(x)$, que significa, pelo contexto da atividade, a quantidade de bolas que faz o nível da água dos dois reservatórios serem iguais - no gráfico, trata do ponto de intersecção das retas que representam as variações dos níveis da água.

Figura109: Continuação do segundo questionário da aula 03



4
Notas: --/1
Qual é o valor de y_2 tal que $f_2(10)$?
Resposta:
Enviar

5
Notas: --/1
Qual é o valor de $f_1(0) + f_2(0)$?
Resposta:
Enviar

6
Notas: --/1
Se a função $f_1(x)$ pode ser escrita na forma $f(x) = mx + b$ então $f_1(x) =$ ....
Resposta:
Enviar

7
Notas: --/1
Se a função $f_2(x)$ pode ser escrita na forma $f(x) = mx + b$ então $f_2(x) =$.....
Resposta:
Enviar

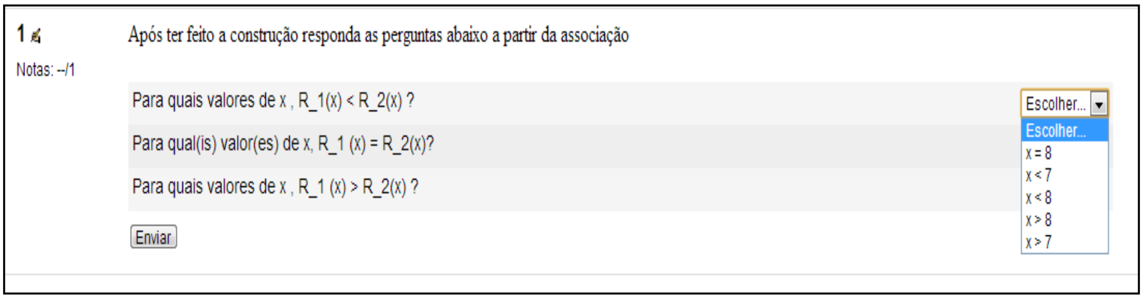
8
Notas: --/1
Qual é o valor de x para o qual $f_1(x) = f_2(x)$? Resp: x=......
Resposta:
Enviar

Fonte: Produção do autor.

Em seguida, os alunos receberam um roteiro para a construção dos gráficos que representam a situação problema dos reservatórios – e enviaram tal construção para avaliação do Professor.

A última etapa da atividade foi uma questão do tipo associação, onde os alunos investigaram as relações entres os níveis da água nos reservatórios (figura 110).

Figura 110: Questão de associação referente à aula 03

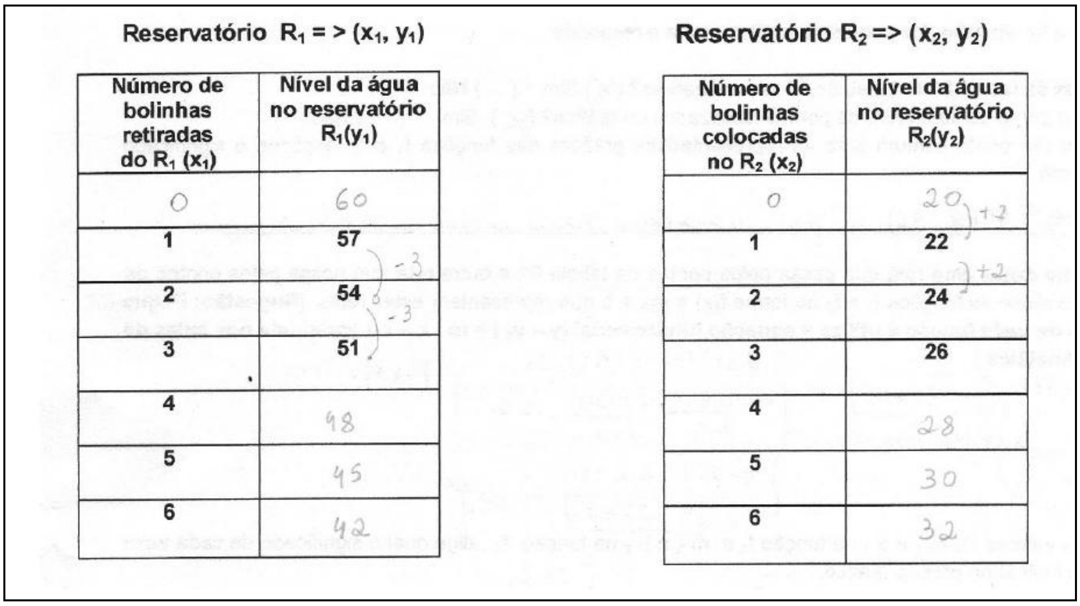


Fonte: Produção do autor.

O propósito desta questão foi justamente destacar a interpretação de expressões do tipo $f_1(x) \leq f_2(x)$, $f_1(x) \geq f_2(x)$, $f_1(x) < f_2(x)$ e $f_1(x) > f_2(x)$; observa-se que essa interpretação dificilmente é bem compreendida quando exposta nos moldes de uma aula tradicional.

3.3.3 Desempenho dos estudantes

Figura 111: Preenchimento das tabelas feita por um dos alunos



Reservatório R_1 = > (x_1, y_1)

Número de bolinhas retiradas do R_1 (x_1)	Nível da água no reservatório $R_1(y_1)$
0	60
1	57
2	54
3	51
4	48
5	45
6	42

-3
-3

Reservatório R_2 => (x_2, y_2)

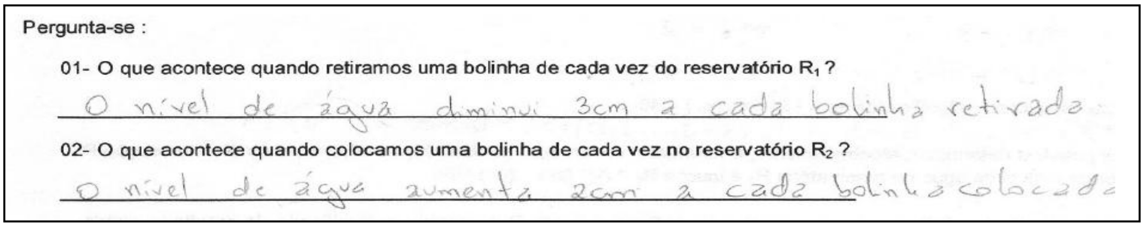
Número de bolinhas colocadas no R_2 (x_2)	Nível da água no reservatório $R_2(y_2)$
0	20
1	22
2	24
3	26
4	28
5	30
6	32

+2
+2

Fonte: Acervo do autor.

A grande maioria dos estudantes preencheu as linhas das duas tabelas, percebendo o padrão existente em cada uma delas. Vale destacar que poucos colocaram o nível da água de cada reservatório inicialmente, neste caso quando x (número de bolas retiradas ou colocadas) é igual a zero. Na figura 111, está um exemplo do que deveria ser a tabela preenchida satisfatoriamente.

Figura 112: Exemplo de respostas dadas nas questões 01 e 02


Pergunta-se :

01- O que acontece quando retiramos uma bolinha de cada vez do reservatório R_1 ?

O nível de água diminui 3cm a cada bolinha retirada

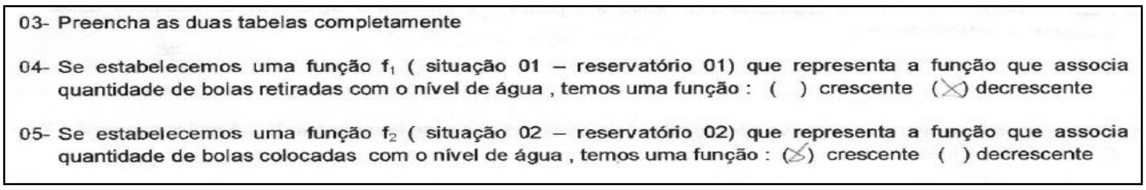
02- O que acontece quando colocamos uma bolinha de cada vez no reservatório R_2 ?

O nível de água aumenta 2cm a cada bolinha colocada

Fonte: Acervo do autor.

Quanto às duas primeiras questões, de todas as respostas analisadas 46 % dos alunos responderam estas duas perguntas citando o fato de haver a redução de 3 cm no nível do primeiro e o aumento de 2 cm no nível do segundo reservatório, e que isto ocorria de forma constante (veja figura 112)

Figura 113: Exemplo de respostas dadas nas questão 03, 04 e 05


03- Preencha as duas tabelas completamente

04- Se estabelecemos uma função f_1 (situação 01 – reservatório 01) que representa a função que associa quantidade de bolas retiradas com o nível de água , temos uma função : ( ) crescente (X) decrescente

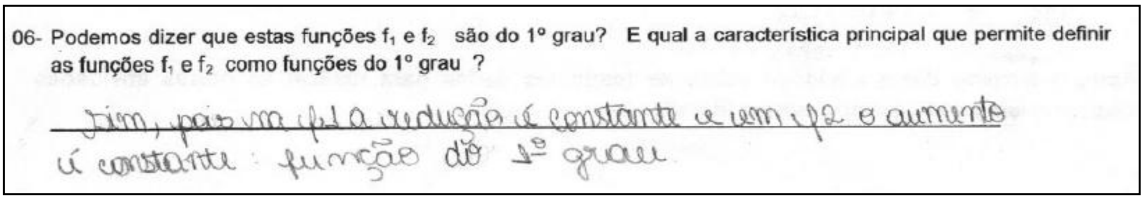
05- Se estabelecemos uma função f_2 (situação 02 – reservatório 02) que representa a função que associa quantidade de bolas colocadas com o nível de água , temos uma função : (X) crescente ( ) decrescente

Fonte: Acervo do autor.

Com relação ao tipo de cada função, crescente ou decrescente, obteve-se 100% de acertos (figura 113).

Quanto às justificativas para o fato das funções f_1 e f_2 serem funções de 1º grau (figura 114), 21 % das respostas citaram as taxas de variação dos níveis serem constantes e 38%, o fato da representação gráfica de cada uma delas ser uma reta. As outras respostas fizeram referência ao fato de ser um crescimento linear e houve algumas poucas que fizeram referência a progressões aritméticas.

Figura 114: Exemplo de resposta dada na questão 06



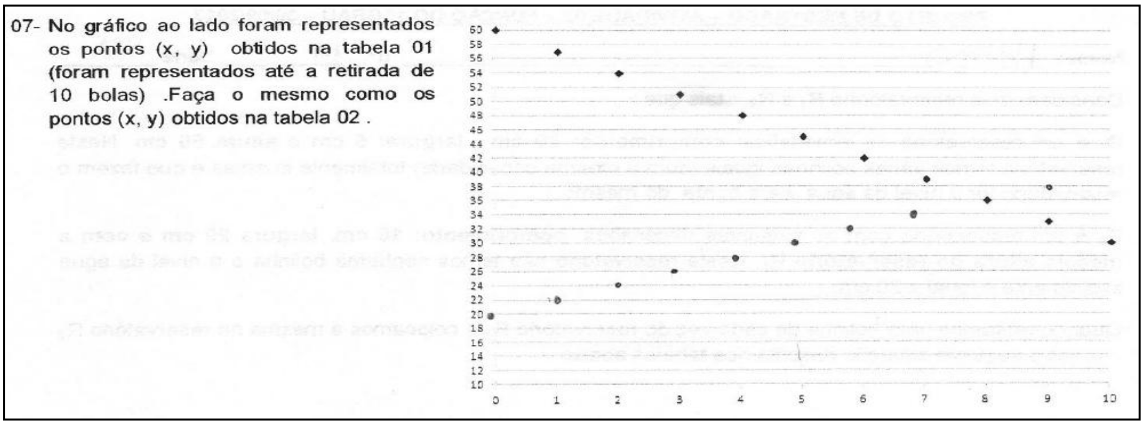
06- Podemos dizer que estas funções f_1 e f_2 são do 1º grau? E qual a característica principal que permite definir as funções f_1 e f_2 como funções do 1º grau ?

Sim, pois na f1 a redução é constante e em f2 o aumento é constante : função do 1º grau

Fonte: Produção do autor.

Na questão 7 (Figura 115), todos seguiram a mesma representação feita pelo professor, seguindo até mesmo o fato de não ligar os pontos.

Figura 115: Representação dos pontos no gráfico

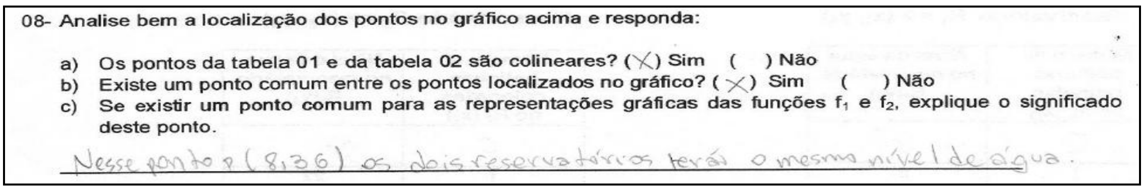


07- No gráfico ao lado foram representados os pontos (x, y) obtidos na tabela 01 (foram representados até a retirada de 10 bolas) .Faça o mesmo como os pontos (x, y) obtidos na tabela 02 .

Fonte: Acervo do autor.

Ao completar o gráfico da figura 115, o aluno percebe que há um ponto comum dentre todos os pontos que são visualizados neste gráfico e com a questão 08 (figura 116) pede-se o significado deste ponto, no contexto do problema dos reservatórios

Figura 116: Exemplo de respostas dadas na questão 08



08- Analise bem a localização dos pontos no gráfico acima e responda:

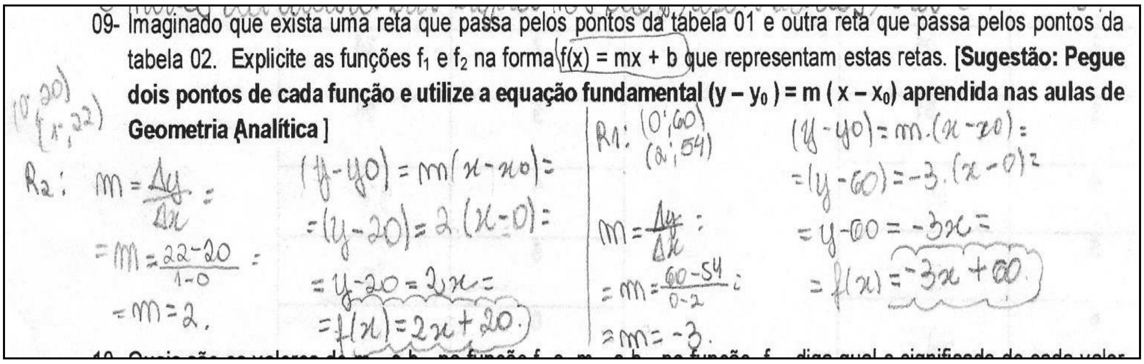
a) Os pontos da tabela 01 e da tabela 02 são colineares? (X) Sim ( ) Não
b) Existe um ponto comum entre os pontos localizados no gráfico? (X) Sim ( ) Não
c) Se existir um ponto comum para as representações gráficas das funções f_1 e f_2, explique o significado deste ponto.

Nesse ponto P (8,36) os dois reservatórios terão o mesmo nível de água.

Fonte: Acervo do autor.

Na questão 09 o aluno utilizaria a equação fundamental $(y - y_0) = m(x - x_0)$ para obter as equações de retas que representam o nível dá água em função da variação do número de bolas. (figura 117), e logo depois daria o significado dos coeficientes angulares e lineares para o contexto do problema.

Figura 117: Exemplo de uma resolução feita na questão 09


09- Imaginado que exista uma reta que passa pelos pontos da tabela 01 e outra reta que passa pelos pontos da tabela 02. Explicite as funções f_1 e f_2 na forma $f(x) = mx + b$ que representam estas retas. **[Sugestão: Pegue dois pontos de cada função e utilize a equação fundamental $(y - y_0) = m(x - x_0)$ aprendida nas aulas de Geometria Analítica]**

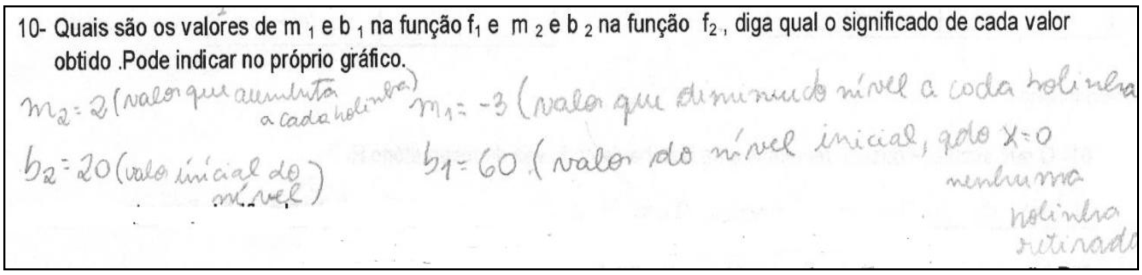
R_2: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = m = \frac{22-20}{1-0} = m = 2$. $(y - y_0) = m(x - x_0) = (y-20) = 2(x-0) = y - 20 = 2x = f(x) = 2x + 20$

R_1: (0;60) (2;54) $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = m = \frac{60-54}{0-2} = m = -3$. $(y - y_0) = m.(x - x_0) = (y-60) = -3.(x-0) = y - 60 = -3x = f(x) = -3x + 60$

Fonte: Acervo do autor.

A obtenção das funções $f_1(x) = -3x + 60$ (1º reservatório) e $f_2(x) = 2x + 20$ (2º reservatório) foram realizadas por 87 % dos alunos, e o significado dos coeficientes angulares e lineares foram dadas satisfatoriamente por 65 % dos alunos (figura 118).

Figura 118: Exemplo de resposta dada na questão 10


10- Quais são os valores de m_1 e b_1 na função f_1 e m_2 e b_2 na função f_2, diga qual o significado de cada valor obtido .Pode indicar no próprio gráfico.

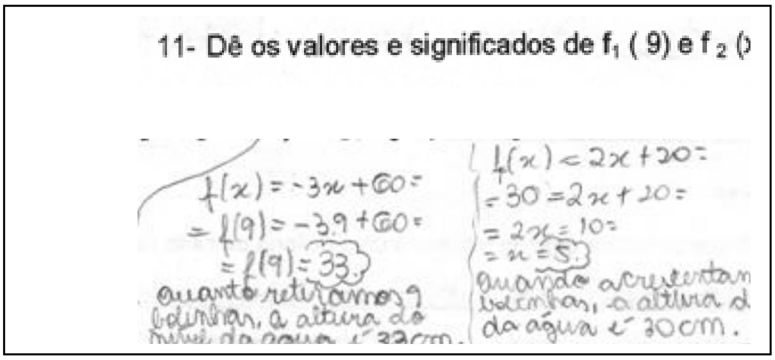
$m_2 = 2$ (valor que aumenta a cada bolinha) $m_1 = -3$ (valor que diminui do nível a cada bolinha

$b_2 = 20$ (valor inicial do nível) $b_1 = 60$ (valor do nível inicial, qdo $x = 0$ nenhuma bolinha retirada

Fonte: Acervo do autor.

Na figura 119, tem-se a questão 11 que pede os valores e significados para $f_1(9)$ e $f_2(x_2) = 30$; ou seja, utilizando o contexto do problema, foi perguntado o nível da água do primeiro reservatório quando foram retiradas 9 bolinhas, e quantas bolinhas deve-se colocar no segundo reservatório para que o nível da água seja de 30 cm. Estes cálculos foram feitos por 80% dos alunos, mas o significado das expressões foram dadas por 40%.

Figura 119: Exemplo de uma resposta dada na questão 11


11- Dê os valores e significados de f_1 (9) e f_2 (

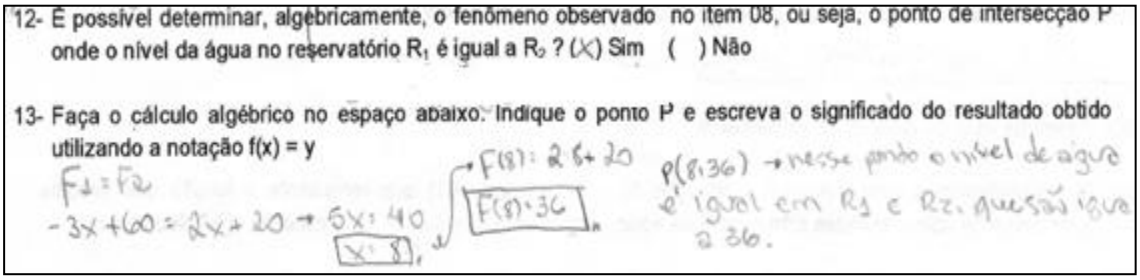
$f(x) = -3x + 60 =$
$= f(9) = -3.9 + 60 =$
$= f(9) = 33.$
quanto retiramos 9 bolinhas, a altura do nível da água é 33cm.

$f(x) = 2x + 20 =$
$= 30 = 2x + 20 =$
$= 2x = 10 =$
$= x = 5.$
quando acrescentam bolinhas, a altura d da água é 30cm.

Fonte: Acervo do autor.

Mesmo representando o ponto de intersecção e dando o seu significado no exercício 08, foi pedido ao aluno nas questões 12 e13 que fizessem o cálculo algébrico, indicando o significado e utilizando a notação y = f(x) (figura 120).

Figura 120: Exemplo de respostadas dadas nas questões 12 e 13


12- É possível determinar, algébricamente, o fenômeno observado no item 08, ou seja, o ponto de intersecção P onde o nível da água no reservatório R_1 é igual a R_2 ? (X) Sim ( ) Não

13- Faça o cálculo algébrico no espaço abaixo. Indique o ponto P e escreva o significado do resultado obtido utilizando a notação f(x) = y

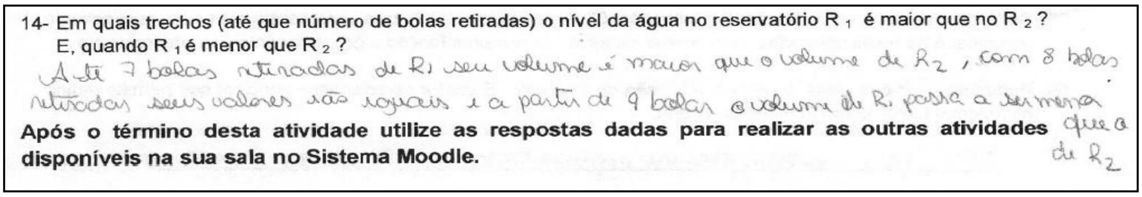
$F_1 = F_2$
$-3x + 60 = 2x + 20 \rightarrow 5x = 40$
$\boxed{x = 8}$
$F(8) = 2.8 + 20$
$\boxed{F(8) = 36}$
P(8,36) → nesse ponto o nível de água é igual em R_1 e R_2, que são igual a 36.

Fonte: Acervo do autor.

Os alunos que justificaram estas questões da figura acima foram os mesmos que realizaram satisfatoriamente a questão 11.

Para responder a última questão bastaria, novamente, interpretar o gráfico e verificar em quais intervalos ter-se-iam as seguintes situações $f_1(x) > f_2(x)$ ou $f_1(x) < f_2(x)$, ou seja, para quais números de bolas o nível do reservatório 1 é maior ou menor que o nível no reservatório 2.

Figura 121: Exemplo de resposta dada na questão 14


14- Em quais trechos (até que número de bolas retiradas) o nível da água no reservatório R_1 é maior que no R_2? E, quando R_1 é menor que R_2?

Até 7 bolas retiradas de R_1 seu volume é maior que o volume de R_2, com 8 bolas retiradas seus valores são iguais e a partir de 9 bolas o volume de R_1 passa a ser menor que o de R_2

Após o término desta atividade utilize as respostas dadas para realizar as outras atividades disponíveis na sua sala no Sistema Moodle.

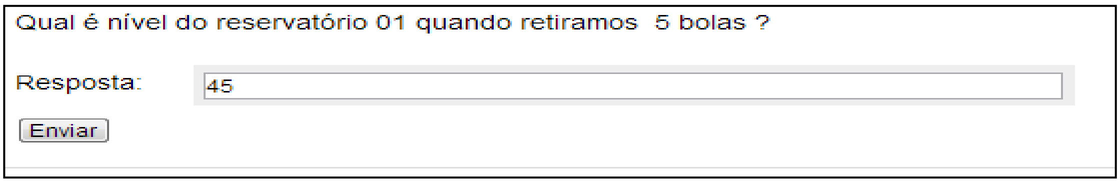
Fonte: Acervo do autor.

Quanto a essa última questão, 46 % dos alunos responderam de maneira bem clara, utilizando o contexto do problema.

Sobre o questionário, de 8 perguntas, propostas no *Moodle*, foram feitas 70 tentativas; não houve limite para tentativas, mas para cada erro cometido foi descontado 0,2 (dois décimos) de uma nota máxima 8,0.

A seguir, seguem todas essas questões, juntamente com a resposta correta.

Figura 122: Questão 01 do primeiro questionário da terceira aula

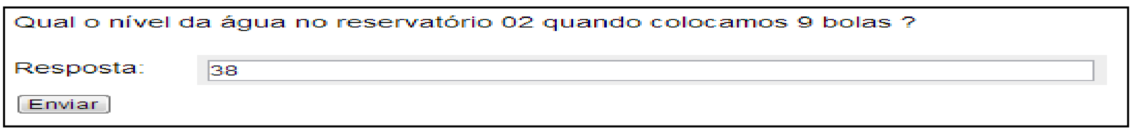

Qual é nível do reservatório 01 quando retiramos 5 bolas ?

Resposta: 45

Enviar

Fonte: Produção do autor.

Figura 123 Questão 02 do primeiro questionário da terceira aula (Reservatório)

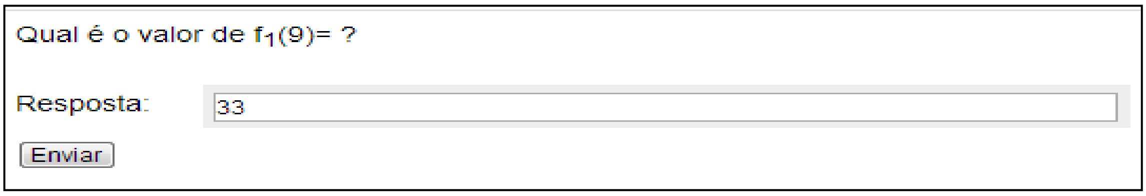

Qual o nível da água no reservatório 02 quando colocamos 9 bolas ?

Resposta: 38

Enviar

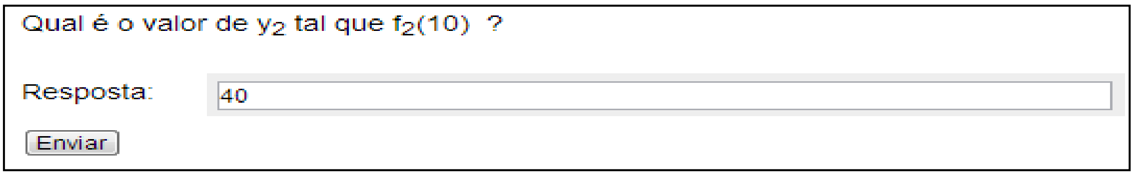
Fonte: Produção do autor.

Figura 124: Questão 03 do primeiro questionário da terceira aula (Reservatório)



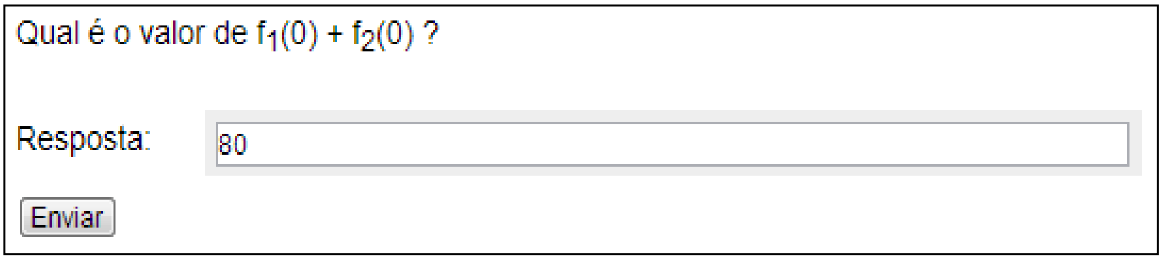
Fonte: Produção do autor.

Figura 125: Questão 04 do primeiro questionário da terceira aula (Reservatório)



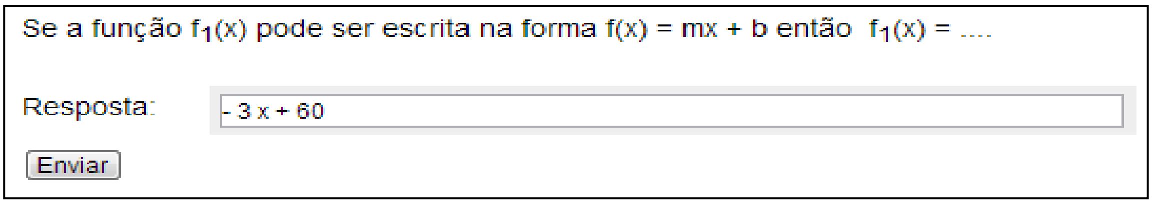
Fonte: Produção do autor.

Figura 126: Questão 05 do primeiro questionário da terceira aula (Reservatório)



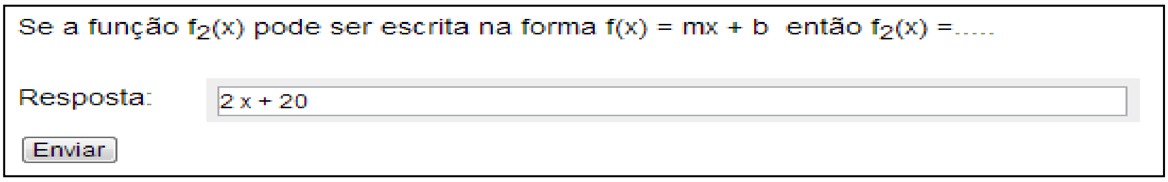
Fonte: Pordução do autor.

Figura 127: Questão 06 do primeiro questionário da terceira aula (Reservatório)



Fonte: Produção do autor.

Figura 128: Questão 07 do primeiro questionário da terceira aula (Reservatório)

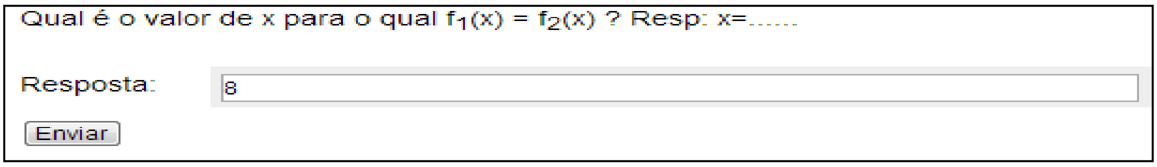

Se a função $f_2(x)$ pode ser escrita na forma $f(x) = mx + b$ então $f_2(x)$ =.....

Resposta: 2 x + 20

Enviar

Fonte: Produção do autor.

Figura 129: Questão 08 do primeiro questionário da terceira aula (Reservatório)


Qual é o valor de x para o qual $f_1(x) = f_2(x)$? Resp: x=......

Resposta: 8

Enviar

Fonte: Produção do autor.

Sobre a construção do gráfico apresentado no problema do reservatório, os alunos receberam um roteiro, disponível no *Moodle* pelo Professor. As instruções foram mais elaboradas e com mais comandos, pois eles deveriam fazer uma representação gráfica com mais detalhes e que respeitasse o contexto do problema (figura 100), ou seja:

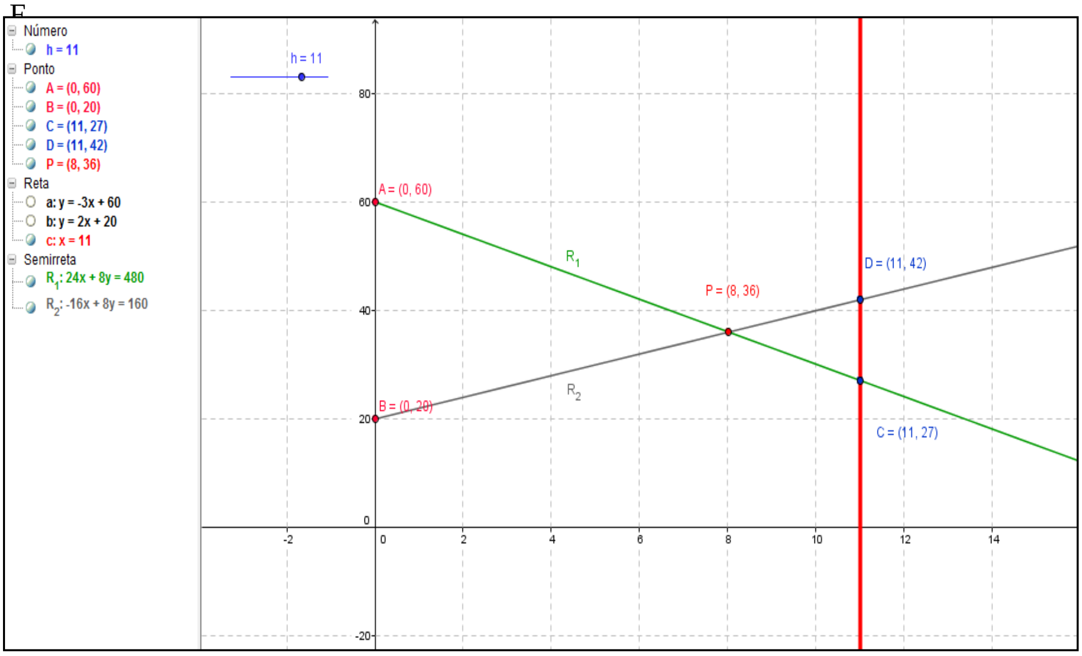
1- o gráfico deveria ter os pontos iniciais, ou seja, quando x = 0 tem-se os níveis da água iniciais de cada reservatório e no gráfico estes pontos são A(0,60) e B(0,20);

2- Construir as retas que descrevem as variações dos níveis da água (na figura.130) estas retas estão representadas em verde e azul)

3- Deslocando a reta vertical (reta representada em vermelho no gráfico da figura 131) ter-se-ia as representações de cada ponto que pertence às duas retas evidenciando as variações de número de bolas e níveis da água, inclusive o ponto de intersecção que foi chamado de ponto P(8,36), indicando assim o número de bolas que faz o nível da água em cada reservatório ser igual.

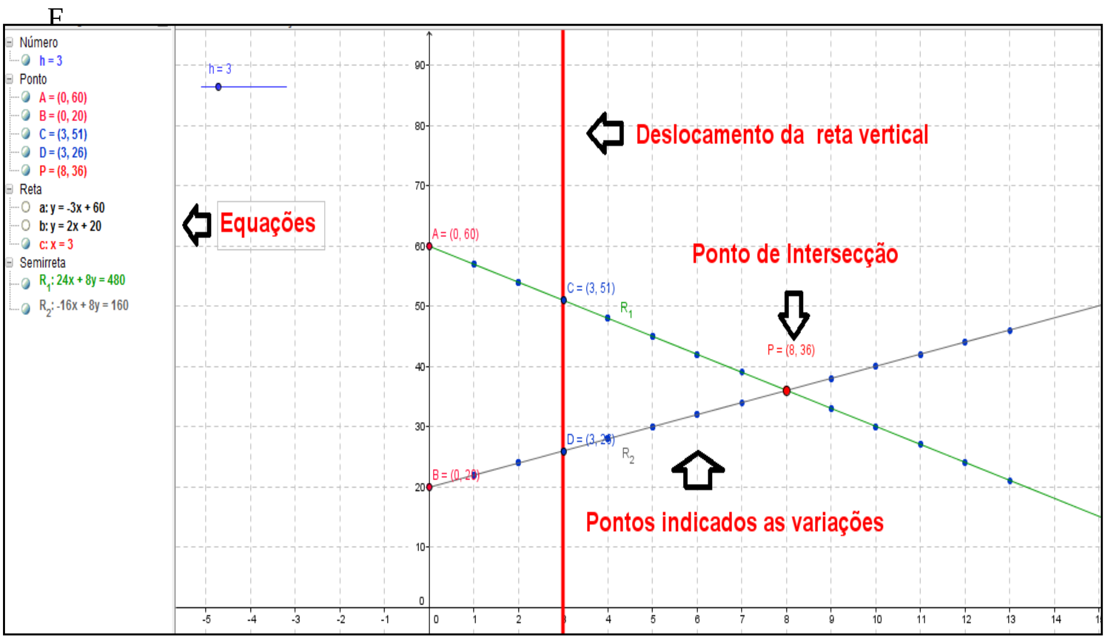
Foram entregues 45 arquivos, lembrando que a maioria estava em dupla e que alguns entregaram individualmente. Na figura 131 tem-se uma construção feita por um dos alunos

Figura 130: Representação gráfica feita no GeoGebra



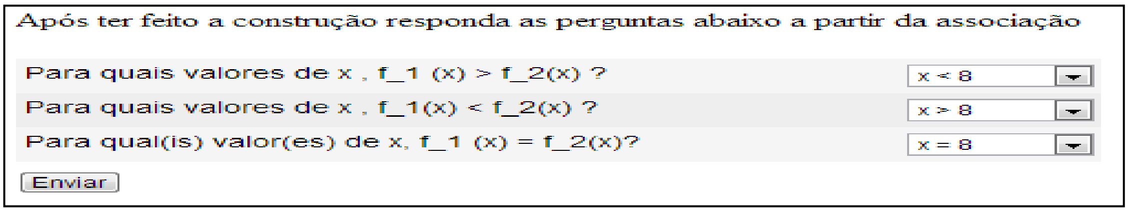
Fonte: Acervo do autor.

Figura 131: Representação gráfica feita no GeoGebra



Fonte: Acervo do autor.

Figura 132: Gabarito da questão do segundo questionário (reservatório)



Após ter feito a construção responda as perguntas abaixo a partir da associação

Para quais valores de x , f_1 (x) > f_2(x) ?	x < 8
Para quais valores de x , f_1(x) < f_2(x) ?	x > 8
Para qual(is) valor(es) de x, f_1 (x) = f_2(x)?	x = 8

Enviar

Fonte: Produção do autor.

O último questionário tinha uma questão chamada de Associação; na figura 132 está seu gabarito.

3.3.4 Considerações do professor

Pretendeu-se com a aplicação dessa sequência didática não somente uma preparação para as atividades que seriam realizadas posteriormente no laboratório, mas também uma forma de estabelecer um ambiente dialógico entre aluno e professor. Interagindo e discutindo criou-se um ambiente mais dinâmico e bem diferenciado daquilo que se vivenciou numa aula tradicional.

Logo no início da aplicação, percebeu-se certa autonomia dos alunos na consecução da atividade, ou seja, eles estavam seguros, engajados, concentrados e muitos solidários, auxiliando os companheiros de dupla. Mas, quando se depararam com a representação gráfica, alguns alunos manifestaram-se apresentando algumas dúvidas. Percebeu-se, então, que quando é solicitada ao aluno uma representação gráfica, são poucos que apresentam segurança e iniciativa, por mais simples que seja. Neste caso, novamente o professor interveio de maneira a não solucionar as dúvidas imediatamente, mas, sim, fazendo com que cada aluno refletisse e iniciasse a construção por si mesmo.

O professor interagiu sempre argumentando e questionando sobre aquilo que causava as dúvidas dos alunos, despertando no aluno uma reflexão para que eles discutissem uma possível solução acerca do problema e chegassem a uma conclusão.

Retornando ao gráfico, um fato importante é que foram poucos os alunos que uniram os pontos, pois eles sabiam que unir os pontos não representaria a realidade, já que a variável x era um número natural. Neste momento o professor intercedeu com a explicação sobre a diferença entre contínuo e discreto. É relevante salientar que este costume de unir os pontos foi corrigido com a atividade das alturas, realizada na atividade da aula 02.

Nas questões posteriores, além de observações ou investigações exigia-se cálculos algébricos para se justificar as respostas. Muitos alunos fizeram os cálculos sem muitos problemas, apesar de precisarem de um tempo maior; as respostas foram dadas de forma bem clara e pela maioria dos alunos, o que não aconteceu quando se pediu a interpretação ou significado dos resultados obtidos.

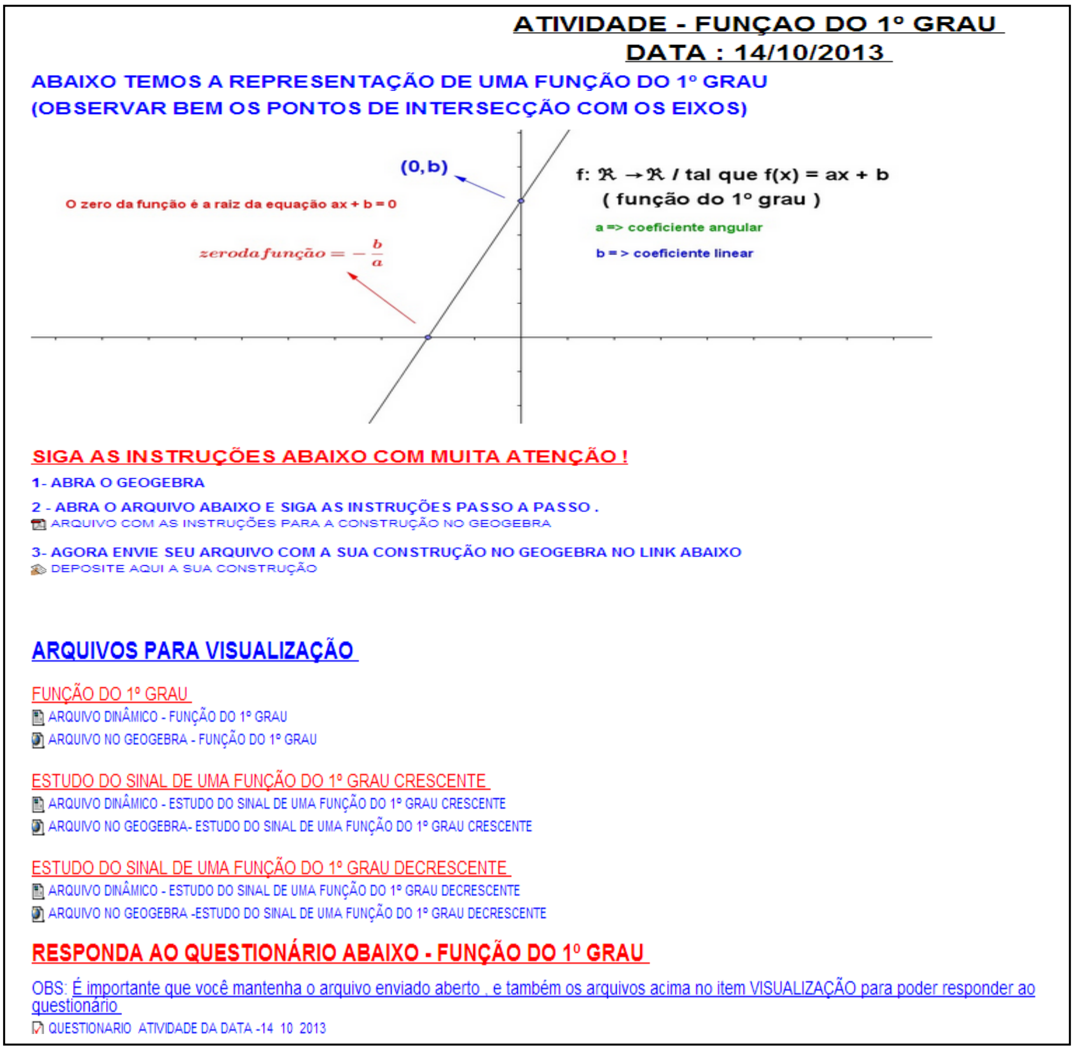
Notou-se certo domínio para realizar cálculos algébricos, mas quando foi pedida uma interpretação, muitos alunos não sabiam qual era o significado, ou mesmo concluir algo sobre aquilo que estava calculando.

Com relação à construção do gráfico no GeoGebra (figuras 130 e 131) os alunos levaram um tempo maior para realizá-la devido a quantidade de detalhes que deveriam ser representados graficamente e, também, pelo fato de que o gráfico representava uma situação-problema com condições pré-estabelecidas.

Nesse contexto, quando o aluno apresentou alguma dúvida e solicitou a ajuda do professor, o mesmo, intencionalmente, pouco intercedeu, para que o estudante, novamente, aprendesse a utilizar os comandos explorando-os ao máximo. A ideia central foi fazer com que o aluno, ao sentir necessidade, explorasse estes recursos utilizando sua criatividade e seu raciocínio lógico.

3.4 Aula 04: Função do 1º Grau

Figura 133: Apresentação das atividades da aula 04



Fonte: Produção do autor.

Para iniciarmos a dinâmica não houve alguma preparação prévia em sala de aula, portanto, neste dia, os alunos foram diretamente ao laboratório e já iniciaram uma sequência didática que consistiu de duas partes:

1ª parte: A partir de um roteiro contendo um conjunto de comandos e passos a serem seguidos, cada dupla deveria realizar uma construção gráfica no GeoGebra;

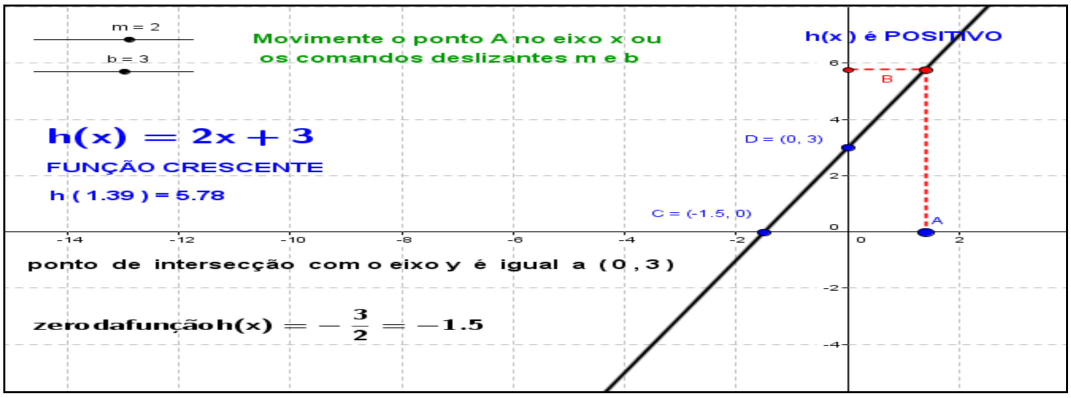
2ª parte: Um questionário que deveria ser resolvido baseado nas visualizações feitas tanto na construção feita pelo aluno como também nos arquivos que foram disponibilizados no sistema *Moodle* (figura133)

3.4.1 Objetivos

Pretendeu-se que o aluno estabelecesse certa autonomia na utilização do GeoGebra, ou seja, que eles se tornassem agentes ativos e mais independentes nos processos de construção utilizando os comandos já aprendidos ou mesmo explorando muito mais a ferramenta, criando e descobrindo outros comandos.

Considerando o fato de que muitos já tinham adquirido um conhecimento maior no manuseio dos comandos, desenvolveu-se um roteiro um pouco mais longo e com mais detalhes.

Figura 134: Construção gráfica no GeoGebra – 1ª parte da aula 04



Fonte: Produção do autor.

Desta forma os alunos foram direto ao laboratório e receberam o roteiro para a realização do gráfico de uma função do 1º grau. (Figura134)

A atividade não era contextual, mas sim conceitual, onde o aluno iria construir o gráfico de uma função genérica do tipo f(x) = ax+ b (função do 1º grau).

Nessa construção se pensou-se em dar ênfase nas principais características deste tipo de função, como:

1- A representação algébrica da reta na forma y =f(x) = ax + b;

2- Os valores do coeficiente angular e do coeficiente linear, como também os seus significados;

3- Os pontos de intersecção das retas com os eixos coordenados;

4- Os sinais da função e o intervalo em que a função é crescente ou decrescente.

Como havia sido dito inicialmente, o gráfico da figura 134 era dinâmico e o aluno podia movimentar o ponto A (localizado no eixo $\overrightarrow{Ox}$) juntamente com o ponto B que estava sobre a reta $\overleftrightarrow{CD}$. (C e D são os pontos de intersecção com os eixos $\overrightarrow{Ox}$ e, respectivamente).

A função foi representada como f(x) = mx + b, onde m e b eram variáveis reais que foram criados com seletores. Quando se alterava os valores de m e b alterava-se também a posição da reta $\overleftrightarrow{CD}$. E, com esta dinâmica, podia-se obter diferentes pontos de intersecção com os eixos e também outros valores para os coeficientes angulares e lineares e para o zero da função.

Além da construção foram inseridos três arquivos dinâmicos chamados de Arquivos para Visualização. O primeiro era um exemplo daquilo que deveria ser feito na primeira construção (figura 134), e os outros dois eram gráficos de uma função do 1º grau crescente (figuras 135 e 136) e decrescente (figuras 137 e 138) e que mostrava como variavam os sinais destas duas funções.

Estes arquivos disponíveis na aula foram essências para que o aluno visualizasse quais seriam os objetos de estudo e, assim, quais eram os conhecimentos prévios e necessários para responder ao questionário disponível nesta atividade.

O questionário foi formado por 13 questões de tipos variados, algumas de respostas curtas e outras de múltipla escolha. E para responder cada uma delas, os alunos deveriam modificar o gráfico da função do 1º grau construído e estas alterações eram feitas dependendo da proposta da pergunta. Objetivou-se então que o aluno fizesse uma investigação nas ferramentas que eles tinham disponíveis para poder responder corretamente estas questões (figuras 139 a 142).

Figura 135: Arquivo de Visualização

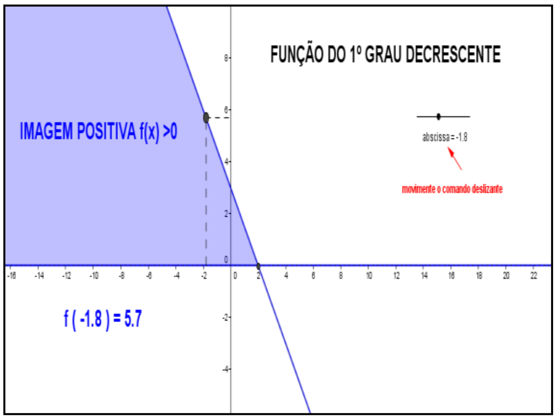


Figura 136: Arquivo de Visualização

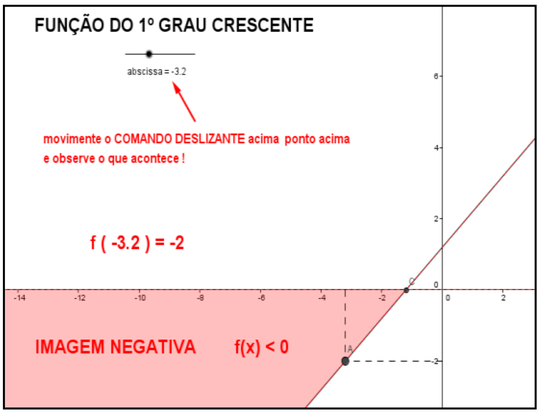


Figura 137: Arquivo de Visualização

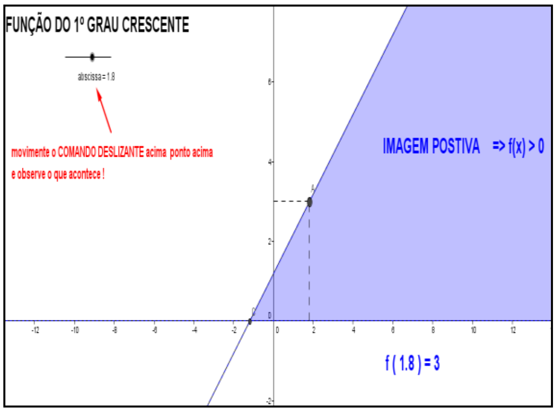
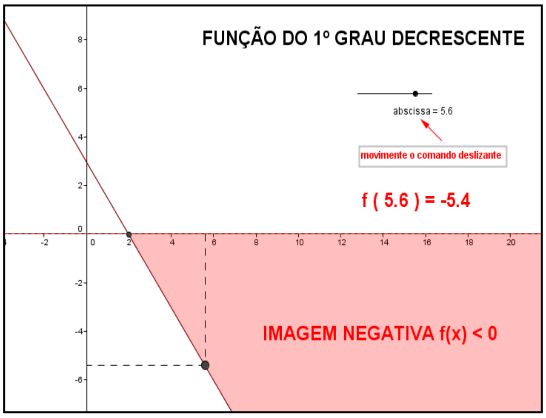


Figura 138: Arquivo de Visualização



Fonte: Produção do autor.

3.4.2 Descrição e Desenvolvimento

Ao receber o roteiro (Apêndice J, pág. 218) os alunos já começaram a construção no GeoGebra, a maioria seguiu os passos de forma bem independente e segura. O professor intervia quando solicitado e instruiu o aluno sem interferir diretamente no processo de construção.

Neste caso estabeleceu-se uma comunicação maior entre o professor e os alunos que, ao ser requisitado, pôde dialogar com o aluno e buscar novas estratégias para continuar a construção.

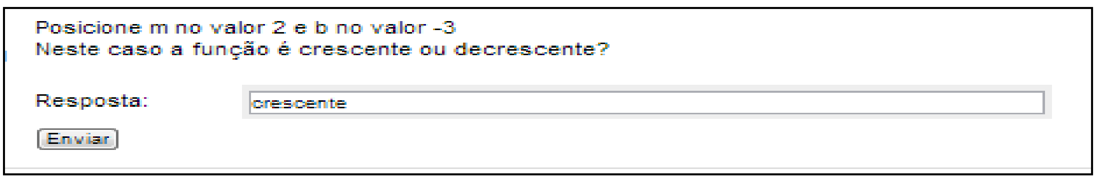
Alertava-se frequentemente que seria importante que eles ficassem livres na elaboração e na apresentação do gráfico, e que não deixassem de evidenciar os detalhes e informações importantes. Para reforçar que pontos ou informações estam sendo referenciadas, bastaria observar a figura 134 em que se tem uma construção como exemplo.

Como havia sido dito, os alunos tinham mais dois arquivos disponíveis para que eles visualizassem se fosse necessário por uma simples curiosidade ou mesmo quando surgisse alguma dúvida. A ideia foi também que eles percebessem as vantagens de se ter um arquivo dinâmico que lhe permite interagir alterando as posições das retas e verificar os sinais das funções obtidas com estas transformações.

Com todos estes arquivos abertos e disponíveis para eles, os alunos começaram a responder o questionário. Os alunos tinham 2 tentativas para responder e se errassem havia uma penalidade de 2 décimos e a nota máxima era 8,0.

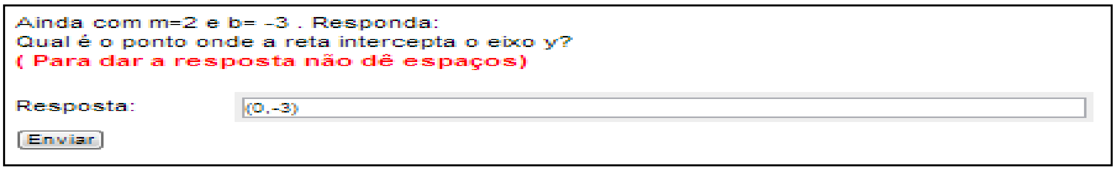
Para responder as duas primeiras questões escolheu-se para m e b os valores 2 e -3 respectivamente, e estes valores foram estabelecidos no enunciado da questão. Pela observação do gráfico perguntou-se se a função é crescente ou decrescente (figuras139 e 140) e o ponto em que a reta intersecta o eixo $\overrightarrow{Oy}$, e intencionou-se que o aluno associaria estes valores com os valores dados, ou seja, como m é igual a 2, portanto positivo, então a função é crescente e como b é igual a -3 pode-se concluir que o ponto onde a reta intersecta o eixo $\overrightarrow{Oy}$ é o ponto de coordenadas (0,-3).

Figura 139: Primeira questão do questionário da aula 04



Fonte: Produção do autor.

Figura 140: Segunda questão do questionário da aula 04


Ainda com m=2 e b= -3 . Responda:
Qual é o ponto onde a reta intercepta o eixo y?
(Para dar a resposta não dê espaços)

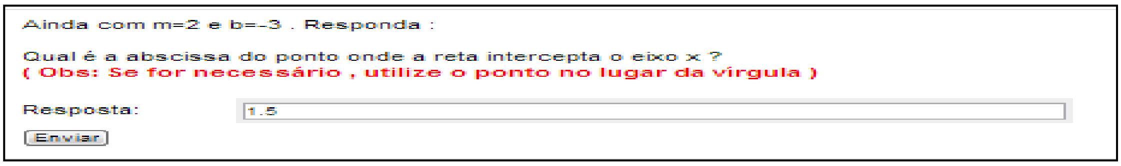
Resposta: (0,-3)

Enviar

Fonte: Produção do autor.

Continuando com os mesmos valores para m e b, a questão 03 (figura 141) pediu para encontrar o ponto em que a reta intercepta o eixo $\overrightarrow{Ox}$; então, neste caso, está-se pedindo o zero da função h(x) = 2x -3 ou a raiz da equação 2x – 3 = 0, que é igual a 1,5.

Figura 141: Terceira questão do questionário da aula 04


Ainda com m=2 e b=-3 . Responda :

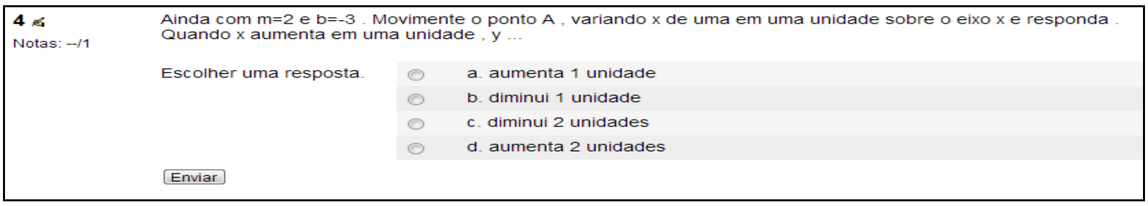
Qual é a abscissa do ponto onde a reta intercepta o eixo x ?
(Obs: Se for necessário , utilize o ponto no lugar da vírgula)

Resposta: 1.5

Enviar

Fonte: Produção do autor.

Figura 142: Quarta questão do primeiro questionário da aula 04


4
Notas: --/1

Ainda com m=2 e b=-3 . Movimente o ponto A , variando x de uma em uma unidade sobre o eixo x e responda .
Quando x aumenta em uma unidade , y ...

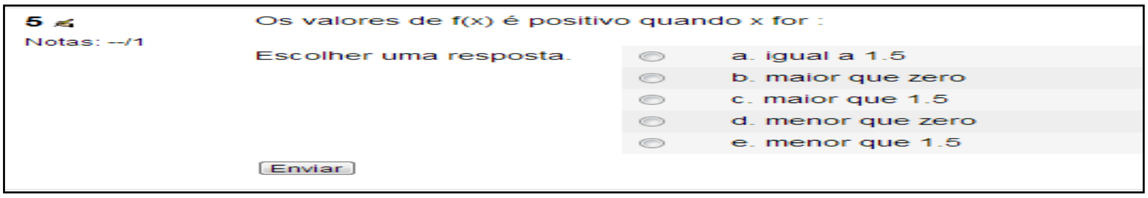
Escolher uma resposta.
a. aumenta 1 unidade
b. diminui 1 unidade
c. diminui 2 unidades
d. aumenta 2 unidades

Enviar

Fonte: Produção do autor.

Na questão 04 (figura 142) a resposta seria dada a partir de uma análise que eles deveriam fazer quando movimentassem o ponto A e, consequentemente, o ponto C sobre a reta, e concluindo que a cada aumento de uma unidade da variável x a variável y aumenta 2 unidades.

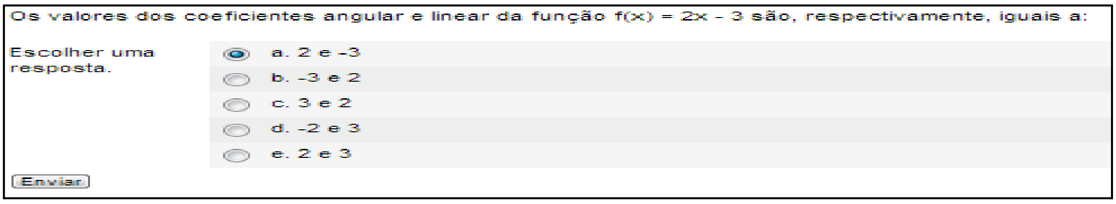
Figura 143: Quinta questão do questionário da aula 04



Fonte: Produção do autor.

Na questão 05(figura 143) foi perguntado sobre o sinal da função e para respondê-la bastaria movimentar o ponto A; as imagens estariam indicadas na Área de Visualização e, assim, o aluno alteraria quando o ponto passasse pelo ponto de coordenadas (1,5;0); então a resposta que deveria ser dada era maior que 1,5.

Figura 144: Sexta questão do questionário da aula 04

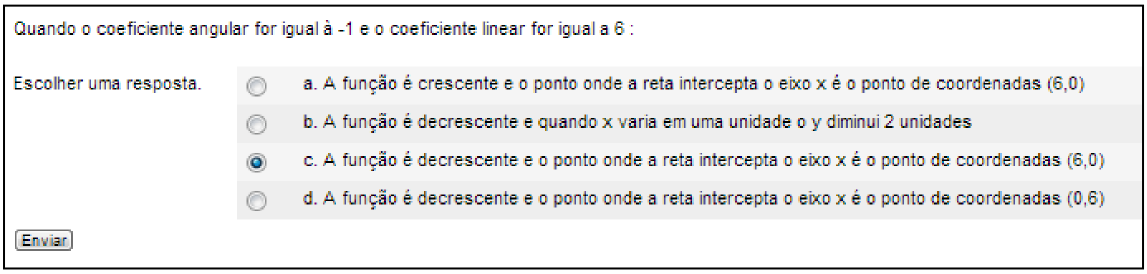


Fonte: Produção do autor.

A próxima questão (figura 144) teve como propósito reforçar os nomes e significados dos coeficientes m e b; neste caso m é o coeficiente angular e b é o coeficiente linear.

Na questão 07 (figura 145) pretendeu-se que o aluno, após conhecer o coeficiente angular e linear, já pudesse concluir sobre o tipo de função (crescente ou decrescente) e em que ponto a reta intersecta o eixo $\overrightarrow{Ox}$, que trata do zero da função. Então, ele teria que fazer um cálculo prévio ou uma visualização na construção do gráfico da função f(x) = - x+ 6. Observou-se que neste momento uma boa parte dos alunos não foi diretamente na construção no GeoGebra, muitos, simplesmente, fizeram os cálculos e depois foram conferir a resposta no gráfico da função.

Figura 145: Sétima questão do questionário da aula 04


Quando o coeficiente angular for igual à -1 e o coeficiente linear for igual a 6 :

Escolher uma resposta.

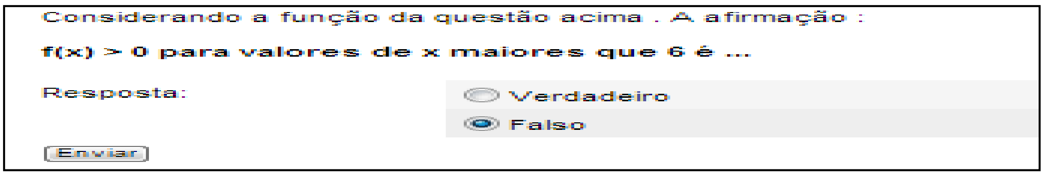
- a. A função é crescente e o ponto onde a reta intercepta o eixo x é o ponto de coordenadas (6,0)
- b. A função é decrescente e quando x varia em uma unidade o y diminui 2 unidades
- c. A função é decrescente e o ponto onde a reta intercepta o eixo x é o ponto de coordenadas (6,0)
- d. A função é decrescente e o ponto onde a reta intercepta o eixo x é o ponto de coordenadas (0,6)

Enviar

Fonte: Produção do autor.

A questão 08 (figura 146) propôs o estudo do sinal perguntando para quais valores de x a função é maior que zero; a resposta correta é para valores de x menores que seis. A maioria percebeu que seria muito mais fácil visualizar o gráfico no GeoGebra para verificar a veracidade desta afirmação.

Figura 146: Oitava questão do questionário da aula 04


Considerando a função da questão acima . A afirmação :

f(x) > 0 para valores de x maiores que 6 é ...

Resposta:

- Verdadeiro
- Falso

Enviar

Fonte: Produção do autor.

Ainda com a função f(x) = -x + 6 voltou-se à notação f(x) e, nas questões 09 e 10 (figura 147), pretendeu-se que o aluno buscasse informações como:

1- Qual é a imagem para x =2? Isto é, f(2) é igual a quanto?

2- Para qual valor de x a imagem era igual à -4? Isto é, quando f(x) =-4?

Os alunos já estavam familiarizados com a notação f(x) e isto foi evidenciado com a facilidade com que eles responderam estas duas perguntas.

Figura 147: Nona e décima questões do questionário da aula 04

9
Notas: --/1

Considerando a função da questão 07 . Qual é o valor de f(2) ?

Resposta:

Enviar

10
Notas: --/1

Considerando a função da questão 07.
Qual é o valor de x para que se tenha f(x) = -4 ?

Resposta:

Enviar

Fonte: Produção do autor.

Na questão 11 (figura 148) perguntou-se qual era a área do triângulo que a reta forma com os eixos coordenados e o aluno teria que fazer algumas construções para obter a resposta. Para a visualização da situação descrita no enunciado os alunos tinham o conhecimento de dois comandos importantes, um deles é a construção do polígono e o outro o cálculo de área para uma região poligonal determinada. Portanto, eles estabeleceram uma estratégia para fazer esta construção e assim obtiveram a resposta.

Figura 148: Décima primeira questão do questionário da aula 04

11
Notas: --/1

Considerando a função da questão 07.
O triângulo determinado pela reta f e pelos eixos coordenados é um triângulo:

Escolher uma resposta.

- a. isósceles e de área igual à 36 u.a.
- b. isósceles e de área igual à 18 u.a.
- c. Não é possível classificar o triângulo e nem mesmo calcular a sua área
- d. equilátero de área igual à 18 u.a.
- e. equilátero e de área igual à 18 u.a.

Enviar

Fonte: Produção do autor.

Figura 149: Décima segunda questão do questionário da aula 04

12
Notas: --/1

Quando m=0 e b = 2 , temos :

Escolher uma resposta.

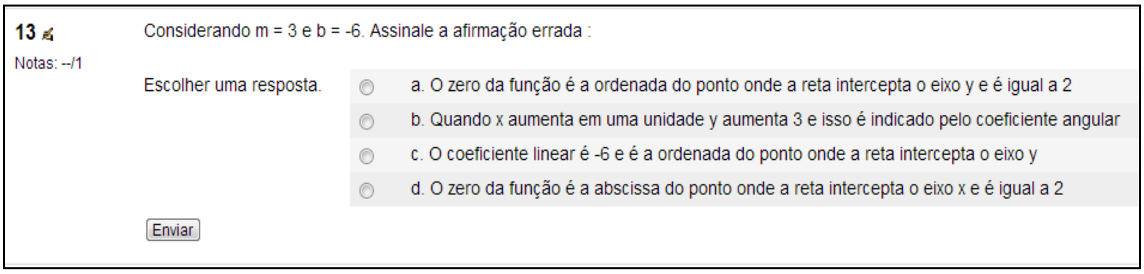
- a. Uma função constante e a reta intercepta o eixo y no ponto (0,2)
- b. Quando x varia o y se mantém constante e igual a 1 .
- c. Uma função crescente e a reta intercepta o eixo y no ponto (0,2)
- d. A reta é paralela ao eixo y
- e. Uma função constante e a reta intercepta o eixo y no ponto (2,0)

Enviar

Fonte: Produção do autor.

Na figura 149 tem-se a questão 12 que abordou a reta horizontal que tem o coeficiente angular igual a zero, desejando-se enfatizar o fato dela ser considerada uma função constante e que intersecta o eixo $\overrightarrow{Oy}$ no ponto de ordenada igual a 2 .

Figura 150: Décima terceira questão do questionário da aula 04



13
Notas: --/1

Considerando m = 3 e b = -6. Assinale a afirmação errada :

Escolher uma resposta.

- a. O zero da função é a ordenada do ponto onde a reta intercepta o eixo y e é igual a 2
- b. Quando x aumenta em uma unidade y aumenta 3 e isso é indicado pelo coeficiente angular
- c. O coeficiente linear é -6 e é a ordenada do ponto onde a reta intercepta o eixo y
- d. O zero da função é a abscissa do ponto onde a reta intercepta o eixo x e é igual a 2

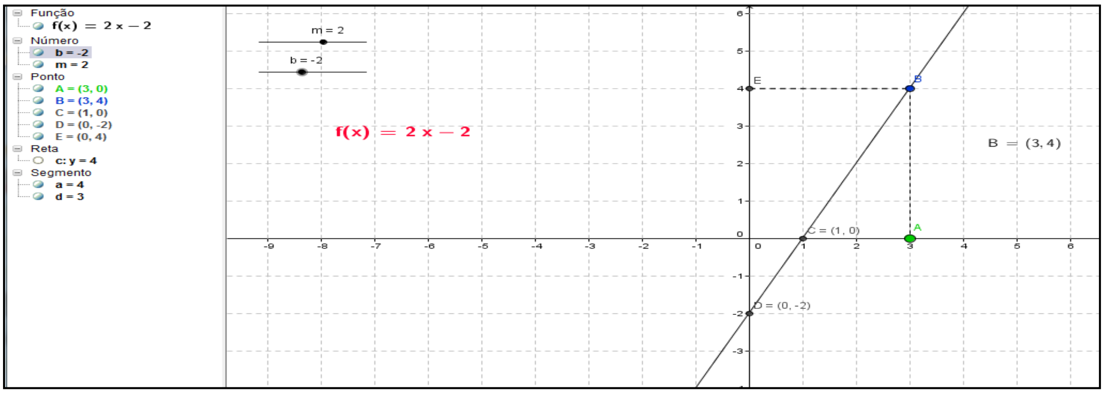
Enviar

Fonte: Produção do autor.

3.4.3 Desempenho dos Estudantes

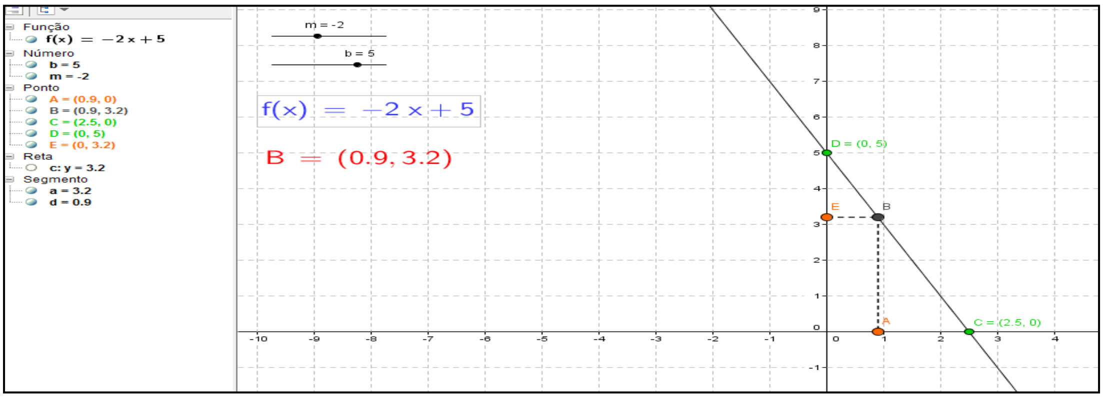
Foram ao todo 58 construções, a maioria feita durante o dia da aplicação, e as outras depositadas num dia pré – estabelecido. Os alunos tiveram o tempo de uma aula, ou seja, 50 minutos para resolver e enviar a construção, para a avaliação do professor pudesse avaliar.

Figura 151: Construção feita no GeoGebra (por um dos alunos)



Fonte: Acervo do autor.

Figura 152: Construção feita no GeoGebra



Fonte: Acervo do autor.

Nas figuras 151 e 152 tem-se os exemplos de duas construções feitas por dois alunos, cada uma com a posição diferente da reta. É importante dizer que o aluno já estava bem mais independente, mas não fazia nada sem seguir o roteiro passo a passo no Apêndice J (pág. 218). Apesar do aluno se basear-se nas instruções para fazer a construção pedida, o diferencial agora foi que o aluno já imprimia uma característica pessoal nas representações dos pontos, das retas e até mesmo das descrições feitas, alternado as cores e tamanhos de todos os elementos da figura.

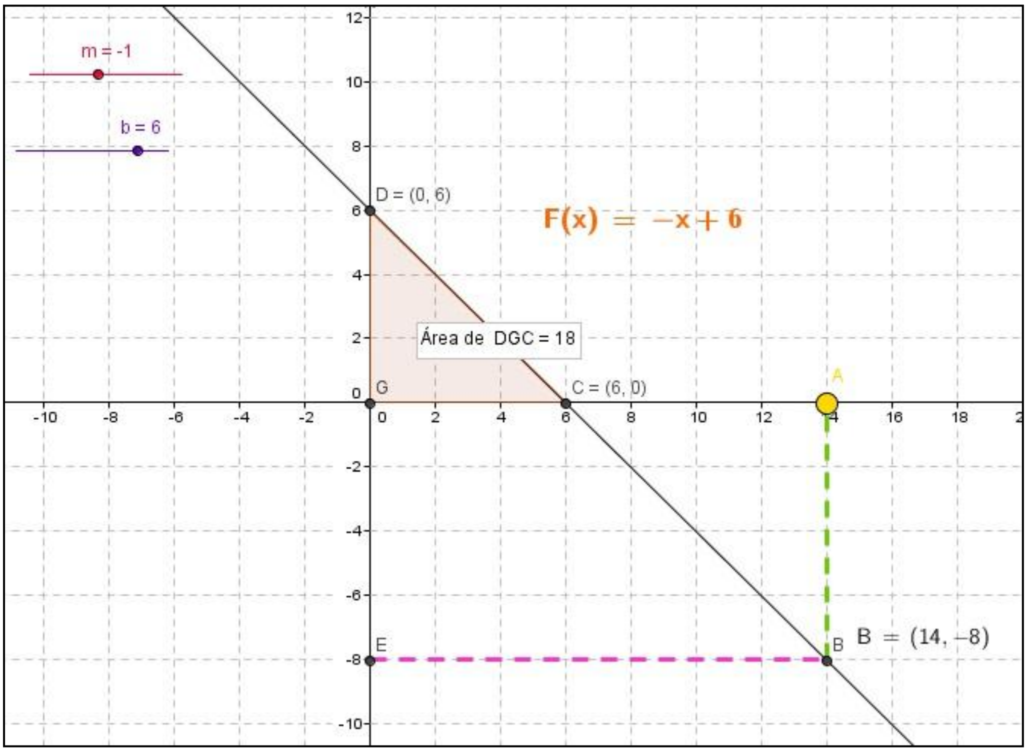
De todas as construções enviadas pelos alunos e que foram observadas pelo professor, somente três continham algum problema, o restante dos arquivos enviados evidenciou que ao seguir o roteiro os alunos tiveram um desempenho muito satisfatório.

Na questão 11 (figura 148) para calcular a área do triângulo o aluno teria que fazer a construção do mesmo utilizando os comandos disponíveis no Geogebra. Não sugerimos nenhum comando, os alunos deveriam explorar a ferramenta e descobrir se haviam comandos que seriam úteis para chegar na resposta. Na figura 153, tem-se uma construção feita por um dos alunos, como também a resposta evidenciada no triângulo construído.

A questão 13 (figura 154) exigiu que refletisse sobre as principais informações que se tem quando se analisa o gráfico de uma função do 1º grau e ficasse atento ao enunciado.

Das 70 tentativas realizadas pôde-se verificar que muitos alunos tiveram nota acima de 7,50 (8,0 era a nota máxima), o que é um resultado bastante satisfatório, pois as atividades envolviam conceitos que, frequentemente, os alunos não apresentam resultados tão bons.

Figura 153: Construção feita no GeoGebra referente à questão 11



Fonte: Acervo do autor.

Figura 154: Décima terceira questão do questionário da aula 04

Considerando m = 3 e b = -6. Assinale a afirmação errada :

Escolher uma resposta.

- a. O zero da função é a ordenada do ponto onde a reta intercepta o eixo y e é igual a 2
- b. O coeficiente linear é -6 e é a ordenada do ponto onde a reta intercepta o eixo y
- c. O zero da função é a abscissa do ponto onde a reta intercepta o eixo x e é igual a 2
- d. Quando x aumenta em uma unidade y aumenta 3 e isso é indicado pelo coeficiente angular

Enviar

Fonte: Produção do autor.

Figura 155: Gráfico de desempenho dos alunos no questionário da aula 04

Fonte: Produção do autor.

3.4.4 Considerações do professor

O primeiro arquivo disponível (figura 134) tinha uma prévia da construção que eles deveriam fazer, a ideia foi evidenciar que eles poderiam realizar uma construção de um gráfico dinâmico e com mais detalhes, que permitindo aos mesmos uma investigação mais apurada e interativa, ou seja, quando fosse necessário buscar uma informação ele poderia procurar no próprio gráfico.

Ao depositar os arquivos com os gráficos, os alunos receberam as notas prontamente, e isto teve um efeito interessante nos alunos, pois cada um deles tinha uma planilha com todas as notas e isto serviu de incentivo para que fizessem as atividades na expectativa das notas que obteriam.

Avaliando os arquivos, percebeu-se que os alunos fizeram as construções seguindo muito bem os passos, o diferencial estava no tempo que alguns levaram para terminar a construção. Uma boa parte dos alunos teve uma facilidade para seguir o roteiro e chegar ao final da elaboração do gráfico, e estes alunos aproveitavam para ajudar os demais.

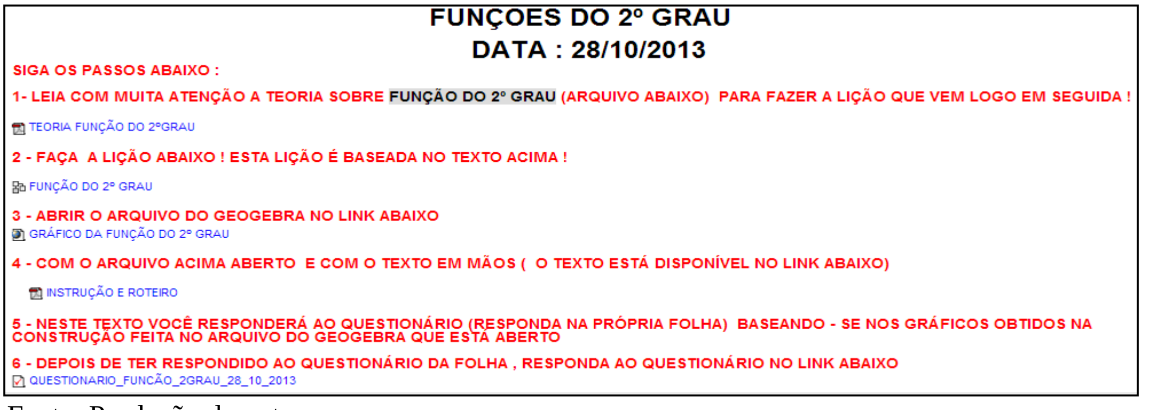
Mobilizaram-se para ajudar os outros de forma muito espontânea e correta, sem interceder de forma extremamente ativa, mais sim orientando e indicando o caminho a seguir.

Enquanto os alunos respondiam ao questionário desta aula, observou-se uma postura diferente, eles se tornaram um agente ativo no processo educacional, desenvolvendo assim atitudes mais positivas no enfrentamento dos problemas sugeridos.

Numa aula tradicional, sem a utilização dos recursos propiciados pelo GeoGebra, a construção de vários gráficos seria algo trabalhoso e muito enfadonho para o aluno. Mas, com a utilização desta ferramenta foi possível obter uma variedade de gráficos, possibilitando a visualização e análise destes gráficos de uma forma dinâmica, interessante e mais instigante.

3.5 Aula 05 – Funções do 2º Grau

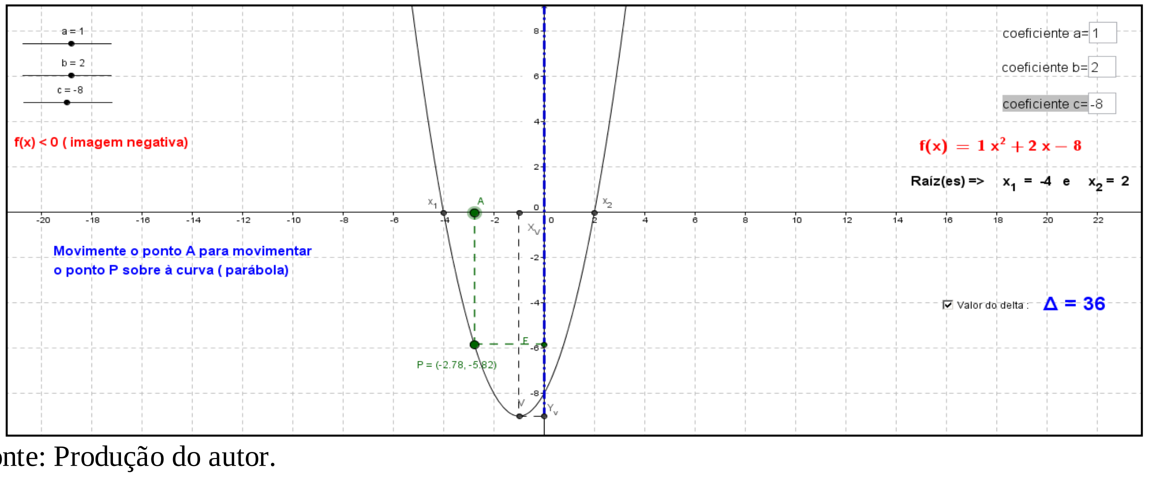
Figura 156: Apresentação da aula 05



Fonte: Produção do autor.

Esta atividade foi realizada no dia 28/10/2013 no laboratório de informática. Ao iniciar a aula disponível no sistema *Moodle*, o primeiro passo foi acessar um arquivo disponível para revisão sobre os conceitos de função do 2º grau. Logo em seguida foi testado o conhecimento dos alunos num recurso chamado de Lição. Uma lição consiste num conjunto de páginas, e em cada uma delas encontra-se uma questão e suas possíveis respostas. Dependendo da resposta escolhida pelo aluno, ou ele passa para a próxima página ou é levado de volta para uma página anterior. No final da lição o aluno recebe automaticamente a nota que obteve, juntamente com os comentários ou observações.

Figura 157: Construção do gráfico de uma Função do 2 º grau feita no GeoGebra



Fonte: Produção do autor.

Foi elaborado um gráfico dinâmico no Geogebra (figura 157). Nesta construção há uma função do 2º grau, onde o aluno pôde alterar os valores dos coeficientes a, b e c da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ para obter diferentes gráficos de uma função quadrática.

A partir deste gráfico dinâmico o aluno teve como responder a um questionário que tratava exclusivamente de funções do 2º grau, onde os exercícios foram conceituais ou contextualizados.

É importante salientar que neste dia houve uma ausência planejada do professor e que os alunos tiveram a ajuda apenas dos companheiros de duplas e de três alunos que foram instruídos anteriormente. Para estes alunos forma atribuídos uma posição de monitores. O critério de escolha destes alunos-monitores foi o desempenho, a facilidade de se comunicação com os demais, afinidade perante o grupo e, principalmente, pela disposição e interesse em ajudar.

Os alunos-monitores receberam as seguintes instruções prévias :

1- Que cada monitor fizesse as atividades antes do dia da aplicação (se houvesse algum um erro ou problema de interpretação eles entrariam em contato com o professor via *Facebook*)

2- No momento da aplicação eles iriam instruir cada dupla a iniciar a aula sem perder o foco e a concentração e, portanto, respeitar a ordem dos passos inseridos na atividade.

3- Evitar excesso de conversa ou um tipo qualquer de dispersão; inclusive que não houvesse uma comunicação muito intensa entre os alunos a ponto de uma dupla influenciar de forma equivocada nos trabalhos das outras.

4- Nunca dar as respostas diretamente, apenas orientar e dar algumas dicas, nas construções ou em qualquer problema de interpretação das questões.

5- Foi observado também que, não havia necessidade de acelerar a turma para que terminasse no dia, afinal o tempo gasto para terminar esta aula era uma incógnita para o professor. Então, se eles percebessem que o tempo era exíguo, a atividade poderia ser feita em outro momento.

6- Se houvesse algum problema de conduta ou desorganização que fosse pedido a ajuda do professor substituto. Para este professor só foi solicitado que controlasse e observasse o comportamento dos alunos e a integridade dos computadores.

3.5.1 Objetivos

Objetivou-se otimizar os processos de análise da função a partir da sua expressão e que o aluno pudesse prever como seria a representação gráfica da mesma. Ou seja, a partir da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, esperava-se que o aluno percebesse:

1 – Quando a parábola da função do 2º grau é Côncava ou Convexa;

2 – O ponto em que a parábola intersecta o eixo y e "onde" podemos verificar isso nos valores dos coeficientes a, b ou c;

3 – O que podemos concluir com relação as raízes e a posição da parábola no gráfico quando $b = 0$ ou $c = 0$;

4 – Onde se representa o conjunto imagem da função no gráfico.

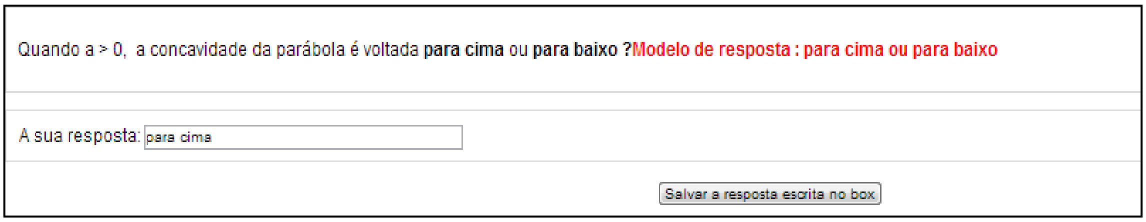
5 – Como obter as coordenadas do vértice e o valor máximo ou mínimo.

Além disso, interagir com o gráfico à medida que fosse necessário. Ou seja, alterar a função para obter as respostas necessárias provindas da simples visualização do gráfico como também a partir de cálculos feitos e assim responder ao questionário disponível nesta aula (figura 157)

3.5.2 Descrição e Desenvolvimento

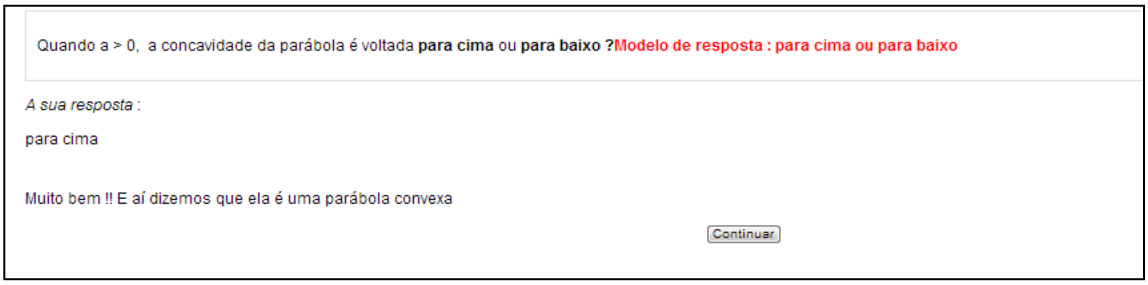
O primeiro passo foi a leitura de um texto que aborda os principais conceitos sobre a função do 2º grau (Apêndice K, pág. 221), na verdade foi um resumo da teoria sobre funções quadráticas. O professor substituto, juntamente com os monitores, alertou os alunos que todas as duplas deveriam ler atentamente o texto disponível no *link* e depois seguir para o próximo passo que seria uma lição (figuras 158 a 161). Esta lição deveria ser respondida baseando-se no texto lido.

Figura 158: A primeira pergunta da lição – página 01



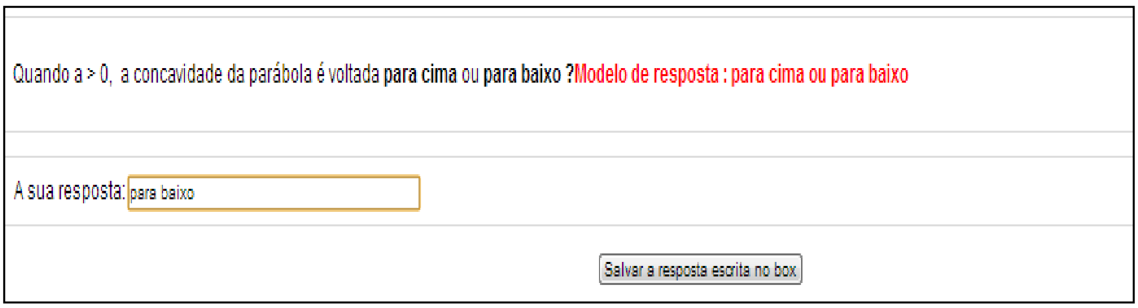
Fonte: Produção do autor.

Figura 159: A resposta certa da primeira pergunta e o *feedback*



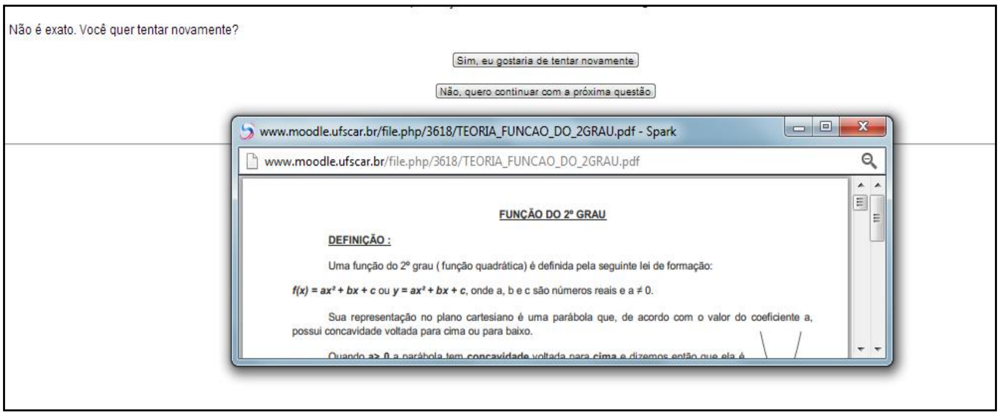
Fonte: Produção do autor.

Figura 160: A resposta errada da primeira pergunta



Fonte: Produção do autor.

Figura 161: *Feedback* da resposta errada



Fonte: Produção do autor.

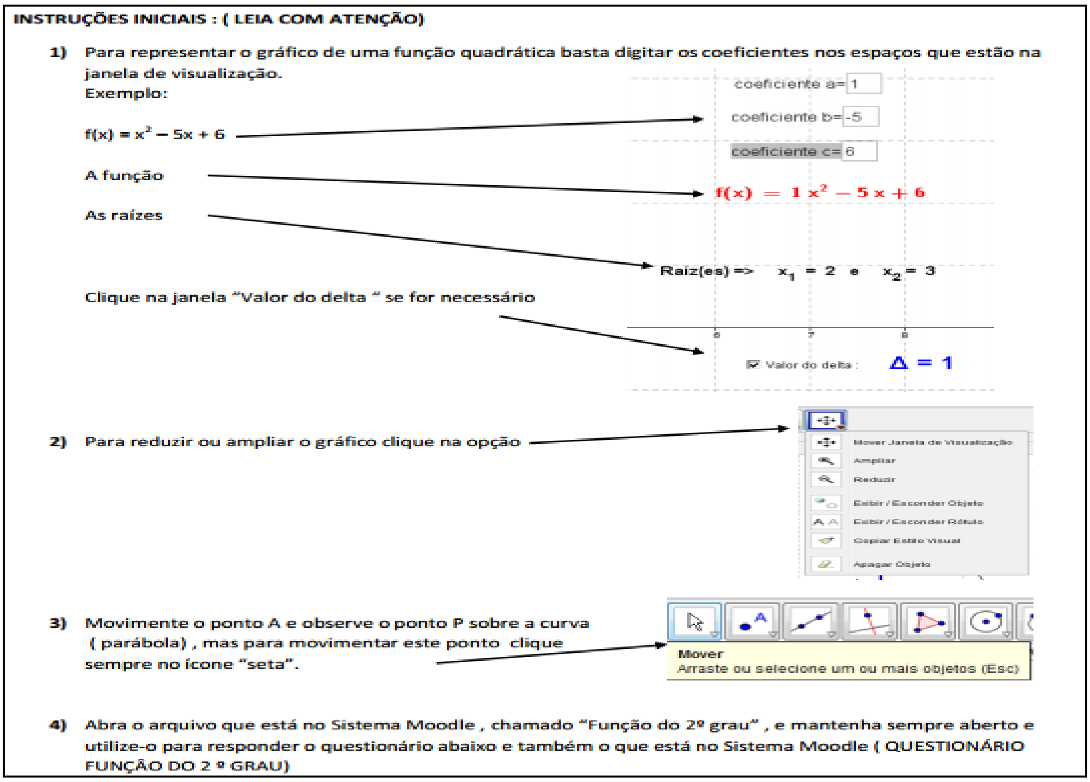
Nas figuras 158 e 161 tem-se a primeira pergunta e a resposta certa da lição, respectivamente. Para cada resposta certa que foi dada o aluno recebia um comentário acerca do que ele respondeu como também os pontos que estava adquirindo. Se o aluno respondeu errado, haveria um comentário referente a sua resposta e neste caso ele poderia voltar para responder novamente a pergunta feita. Em qualquer momento da Lição o aluno podia abrir uma janela para consultar o texto inicial (figura 161).

Após resolver a lição, o aluno seguiu para o próximo passo que foi a abertura de um arquivo com uma construção feita pelo professor, no GeoGebra, e também um roteiro (figura 162) que serviria de apoio para a realização da atividade.

Neste arquivo do GeoGebra o aluno pôde utilizar os controles deslizantes chamados de a, b e c e desta forma, perceber o que acontece com a parábola quando se movimenta estes controles. Disponibilizou-se também, janelas que podiam ser preenchidas por valores convenientes ou pré-estabelecidos. Estas janelas foram chamadas de a, b e c que são os coeficientesda função do 2º grau $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Este arquivo deveria ser mantido aberto, pois ele serviria como apoio para a interação com a construção. Para cada questão a ser resolvida havia a possibilidade de alterar os valores tanto dos coeficientes como também dos seletores e, assim, com o aluno poderia responder as questões do texto.

Figura 162: Instruções para trabalhar com o gráfico da Função do 2º grau



Fonte: Produção do autor.

No texto havia um primeiro exercício que já foi resolvido pelo professor (figura 163).

Figura 163: Primeiro exercício – Exemplo (Exercício Resolvido)

01. **Exercício Resolvido:** Represente a função f(x) = x^2 -5x + 6 e observando a parábola, indique:

a) A concavidade : **para cima**

b) As raízes : **são distintas e são iguais à 2 e 3**

c) As coordenadas do vértice : V **(2,5 , -0,25)**

d) A função f(x) tem valor máximo ou mínimo ? E qual é ? valor **mínimo e é igual a -0,25**

e) Para quais valores de x a imagem de x é positiva, isto é, para quais valores de x temos f(x) >0? **para os valores de x menores que 2 e maiores que 3 , ou seja ,{ x ∈ ℝ / x < 2 e x > 3 }**

f) Para quais valores de x a imagem de x é negativa, isto é, para quais valores de x temos f(x) <0? **para os valores de x que estão entre 2 e 3 , ou seja , { x ∈ ℝ / 2 < x < 3 }**

g) O conjunto imagem de f(x) : **Im f = { y ∈ ℝ / y ≥ -0,25 }**

Fonte: Produção do autor.

A primeira questão (figura 163) foi resolvida pelo professor e disponibilizada ao aluno, com o intuito de esclarecer como eles deviam responder cada questão. Que fique bem claro que não se queria direcionar ou influenciar as respostas dadas pelos alunos, mas devido à ausência do professor, estar-se-ia evitando assim, que o aluno deixasse de responder as questões por terem alguma dúvida na maneira como deveriam responder.

Os alunos responderam as questões com base nas visualizações feitas na construção realizada no GeoGebra e, em cada questão, o aluno concluiu algo referente ao gráfico e as características das funções.

Figura 164: Segunda questão que deveria ser preenchida – aula 05

02. Represente a função $f(x) = -x^2 -2x+3$ e o observando a parábola , indique :

a) A concavidade : ____________________

b) As raízes : _________________________

c) As coordenadas do vértice : ________________________

d) A função f(x) tem valor máximo ou mínimo ? E qual é ? ________________________

e) Para quais valores de x a imagem de x é positiva, isto é, para quais valores de x temos f(x) >0?

____

f) Para quais valores de x a imagem de x é negativa, isto é, para quais valores de x temos f(x) <0?

____

g) O conjunto imagem de f(x) :_________________________________

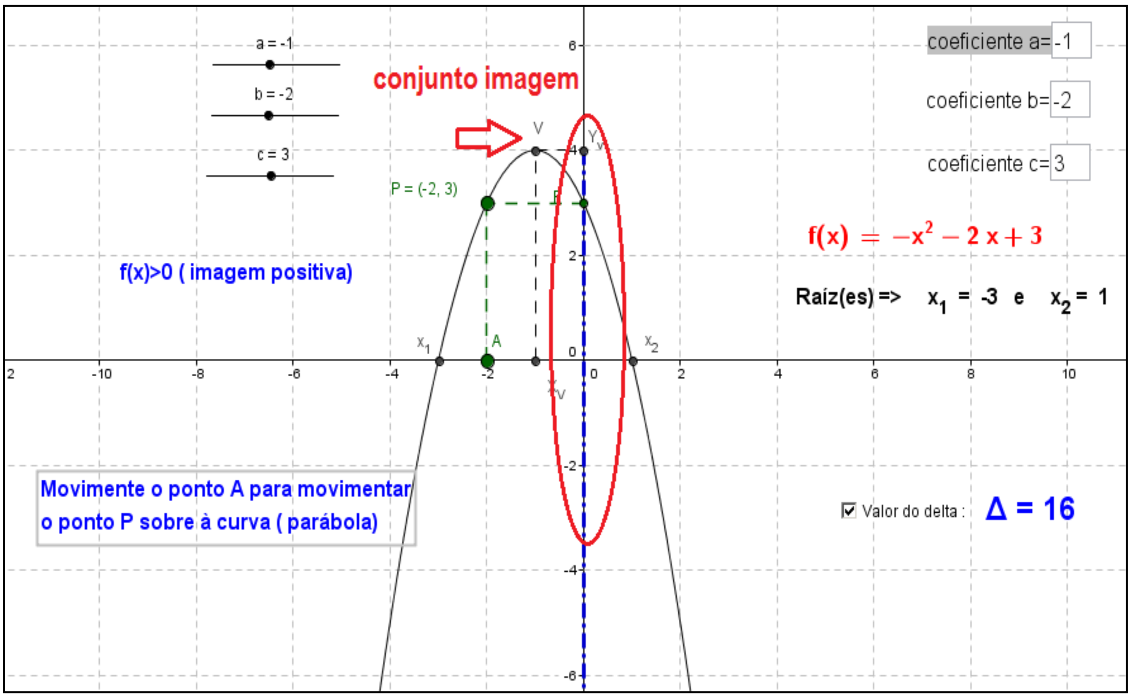
Fonte: Produção do autor.

Observe que na segunda questão (figura 164) o aluno responderia cada item com o intuito de simultaneamente ao preenchimento o mesmo fizesse uma investigação, e que, a partir de uma função determinada, induzimos o aluno a tirar algumas conclusões com relação à concavidade, às raízes, coordenadas do vértice, valores máximos (ou mínimos), o sinal da função e também a representação no conjunto imagem.

É relevante salientar que todas as informações foram obtidas pela observação do gráfico, como por exemplo, era possível observar o conjunto imagem da função que ficava representado no eixo $\overrightarrow{Oy}$. Na figura 165 o conjunto imagem está enfatizado com uma cor azul escuro.

Numa aula tradicional, quando se pede para um aluno construir um gráfico de uma função do 2º grau, o mesmo reproduz cada passo estabelecido pelo professor. Ou seja, o aluno verifica a concavidade, calcula as raízes (frequentemente através do cálculo do descriminante e a fórmula de Bhaskara), e depois o cálculo do vértice. O aluno assimilando bem todos os passos e fazendo os cálculos corretamente consegue construir o gráfico sem muitos problemas. Mas se a função apresentada for incompleta, como por exemplo: $f(x) = ax^2 + bx$, $f(x) = ax^2 + c$ ou $f(x) = ax^2$, ou seja quando os coeficientes assumem os valores b= 0 ou c = 0, os cálculos pode ser feitos de maneira mais simples e rápida. Pretendeu-se evidenciar isso ao aluno de maneira que, ao analisar estas funções, o mesmo poderia interpretá-las, prever quais são as raízes e como seriam as suas representações gráficas.

Figura 165: Representação gráfica do Conjunto Imagem –



Fonte: Produção do autor.

Nas questões 03 e 04 do roteiro inicial (figura 166) o aluno deveria deixar o coeficiente b com o valor igual a zero e variar os valores dos coeficientes a e c.

A questão foi: Quando uma função quadrática tem o coeficiente b = 0 o que se poderia concluir sobre o gráfico desta função? Acreditou-se que com este questionamento chamar-se-ia a atenção do aluno sobre o fato de que quando b é igual à zero, o eixo de simetria coincide com o eixo Oy.

No exercício 04 (figura 166), tem-se três itens, e em cada um deles o aluno experimentaria funções com uma propriedade pré-estabelecida, citando cada um deles:

Item (a): O aluno usaria o arquivo com o gráfico para dar um exemplo de uma função qualquer côncava para cima. Assim, observaria quais são os zeros da função e o valor mínimo. Induzimos o aluno, neste caso, a uma interação com o gráfico para que, com toda a exploração, perceber a relação entre função e representação gráfica.

Item (b): Agora o aluno teria que dar um exemplo de uma função côncava para baixo e com $\Delta < 0$ e, com este exemplo de função, representar o conjunto imagem; neste caso pretendeu-se que o aluno visualizasse e concluísse que no caso de delta negativo, a parábola não tem pontos em comum com o eixo $\overrightarrow{Ox}$ e que o conjunto imagem é determinado pela segunda coordenada do vértice e, assim, ter-se-ia um valor máximo para esta função.

Figura 166: Questões 03 e 04 do roteiro inicial da aula 05

03. No gráfico coloque o seletor b com o valor zero e deixe – o fixo , altere os valores do seletor a e do seletor c.
Responda : Quando altera-se os valores dos seletores a e c , percebemos que as parábolas se alteram, mas que existe uma característica comum entre elas . Descreva qual característica é essa ? Qual a relação entre o eixo y e o eixo de simetria?
____

04. Considerando ainda o exercício 03 (mantenha o seletor b=0 e altere os seletores a e c), e dê um exemplo, em cada item, de uma função:

a) com a concavidade para cima:_f(x)=________________________ . Agora, indique os zeros da função e o seu valor mínimo : ____

b) com a concavidade para baixo e com o $\Delta < 0$: _f(x)=________________________. E indique seu conjunto imagem :____________________________

c) com duas raízes iguais:_f(x)=________________________.Qual é o vértice desta parábola ? ______________

Fonte: Produção do autor.

Item (c): A função teria que ter duas raízes iguais e, para isso, o delta teria que ser igual a zero; uma das coordenadas (a abscissa) do vértice da parábola era a própria raiz dupla da função.

A partir desta prática acreditava-se que o aluno concluiria que dependendo dos valores do delta o gráfico se apresentava de maneiras e posições diferentes, explorando ao máximo o gráfico da função e obtendo outras novas informações a partir dele.

Na questão 05 (figura 167) foi necessário dar alguns exemplos de funções que deveriam ter o valor de c igual a zero e concluir que uma das raízes é igual à zero. Além disso, perceber também que as raízes podem ser obtidas com um cálculo simples e rápido, apenas observando os coeficiente a e b da equação $ax^2 + bx = 0$.

Após o preenchimento deste texto os alunos fariam o questionário sobre funções do 2º grau. Foram 8 questões de múltipla escolha e a nota máxima era 8,0, havia a possibilidade de 2 tentativas com uma penalidade ao erro de 2 décimos.

Figura 167: Questão 05 do roteiro inicial da aula 05

05. Agora, posicione o seletor c com o valor zero , altere os valores dos seletores a e b conforme a indicação em cada item:

a) a= 2 e b= 6 . Escreva a função obtida e indique as raízes :
f(x) = ______________ x_1 = _____ e x_2 = _______

b) a= -3 e b = 12. Escreva a função obtida e indique as raízes :
f(x) = ______________ x_1 = _____ e x_2 = _______

c) a= 1 e b = -4 . Escreva a função obtida e indique as raízes :
f(x) = ______________ x_1 = _____ e x_2 = _______

d) O que estes gráficos têm em comum ?________________________________

Fonte: Produção do autor.

Para responder cada questão o aluno poderia utilizar a construção fornecida no início desta aula, mas ao longo da execução da atividade o aluno perceberia que, para resolver algumas das questões, não seria possível observar simplesmente o gráfico, tendo que fazer alguns cálculos e construções complementares, ou mesmo uma análise mais apurada sobre o problema a ser resolvido.

A seguir estão as 8 questões que compõe o questionário.

Figura 168: Primeira questão do questionário da aula 05-

1
Notas: --/1

O gráfico da função quadrática definida por $f(x) = 4x^2 + 5x + 1$ é uma parábola de vértice V e intercepta o eixo das abscissas nos pontos A e B. A área do triângulo AVB é igual a:

Escolher uma resposta.

- a. 0,19
- b. 0,20
- c. 0,22
- d. 0,23
- e. 0,21

Enviar

Fonte: Produção do autor.

Figura 169: Segunda questão do questionário da aula 05

2
Notas: --/1

O gráfico da parábola cuja função é $f(x) = 40x - 10x^2 + 50$ mostra a velocidade, em quilômetros horários, de um automóvel num intervalo de 0 até 5 segundos.

Analise as afirmativas abaixo e assinale a alternativa correta.
I. A maior velocidade que o automóvel atingiu supera a velocidade inicial em 40 km/h
II. A maior velocidade ocorreu quando o cronômetro indicava x = 2,5 segundos.
III. O automóvel estava parado quando o cronômetro indicava x= 5 segundos.

Escolher uma resposta.

- a. Apenas uma das afirmativas está correta.
- b. Somente as afirmativas I e III estão corretas.
- c. Todas as afirmativas estão corretas
- d. Somente as afirmativas I e II estão corretas.
- e. Somente as afirmativas II e III estão corretas.

Enviar

Fonte: Produção do autor.

Figura170: Terceira questão do questionário da aula 05

3
Notas: --/1

O gráfico da função f : IR =>IR, tal que $f(x) = x^2 - 10x + 9$ é uma parábola

Escolher uma resposta.

- a. que intercepta o eixo das abscissas nos pontos (-1,0) e (- 9,0).
- b. cujo mínimo é -16.
- c. que intercepta o eixo das ordenadas no ponto (0,10).
- d. cujo máximo é 5.

Enviar

Fonte: Produção do autor.

Figura 171: Quarta questão do questionário da aula 05

4
Notas: --/1

Uma empresa que elabora material para panfletagem (santinhos) tem um lucro, em reais, que é dado pela lei $L(x) = -x^2 + 10x - 16$, onde x é a quantidade vendida em milhares de unidades. Assim, a quantidade em milhares de unidades que deverá vender, para que tenha lucro máximo, é

Escolher uma resposta.

- a. 9
- b. 5
- c. 7
- d. 8
- e. 6

Enviar

Fonte: Produção do autor.

Figura 172: Quinta questão do questionário da aula 05

5
Notas: --/1

O lucro de uma empresa é da pela função L(X) = 10(1-x)(x-2) em que x é a unidade vendida . Podemos afirmar que o lucro é :

Escolher uma resposta.

- a. positivo para x > 2
- b. máximo para x =2
- c. positivo para 1< x < 2
- d. positivo para qualquer valor de x

Enviar

Fonte: Produção do autor.

Figura 173: Sexta questão do questionário da aula 05

6
Notas: --/1

O conjunto imagem da função $f(x) = -4 - 3x + x^2$, definida para todo $x \in R$, está contido em

a) $A = \{y \in \Re \,/\, y \leq \frac{25}{4}\}$
b) $B = \{y \in \Re \,/\, y \geq \frac{25}{4}\}$
c) $C = \{y \in \Re \,/\, y \leq -\frac{25}{4}\}$
d) $D = \{y \in \Re \,/\, y \geq -\frac{25}{4}\}$

Escolher uma resposta.

- a. Alternativa A
- b. Alternativa B
- c. Alternativa C
- d. Alternativa D

Enviar

Fonte: Produção do autor.

Figura 174: Sétima questão do questionário da aula 05

7
Notas: --/1

A receita obtida pela venda de um determinado produto é representada pela função $R(x) = -x^2 + 100x$, onde x é a quantidade desse produto. É CORRETO afirmar que as quantidades a serem comercializadas para atingir a receita máxima e o valor máximo da receita são, respectivamente,

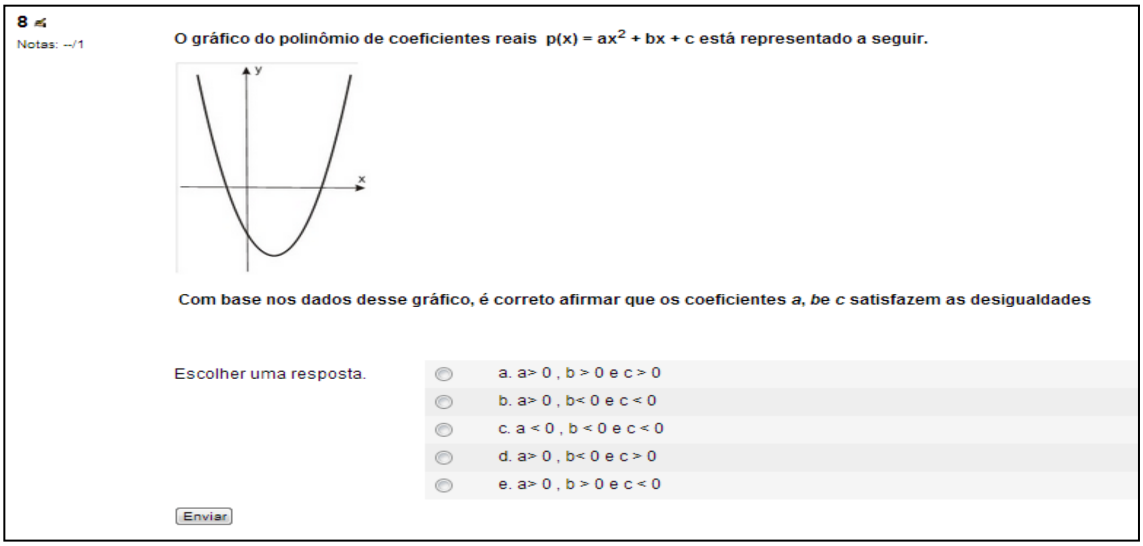
Escolher uma resposta.

- a. 50 e 2500
- b. 100 e 2500
- c. 100 e 2100
- d. 25 e 2000
- e. 50 e 2000

Enviar

Fonte: Produção do autor.

Figura 175: Oitava questão do questionário da aula 05



Fonte: Produção do autor.

3.5.3 Desempenho dos Estudantes

Como o professor estava ausente no dia da aplicação, os resultados obtidos com a aplicação foram analisados a partir das respostas feitas pelos alunos na folha com o texto sobre funções do 2º grau e com as notas do questionário registradas pelo sistema. Foram feitas 66 tentativas e o tempo de duas aulas foi suficiente para a execução de todos os passos da aula.

Com relação à conduta e à postura dos alunos durante esta atividade, os monitores relataram que foi tudo muito tranquilo e organizado, mesmo quando havia alguma dúvida os alunos se ajudavam mutuamente, ou seja, houve uma mobilização para que todos realizassem os passos da atividade completamente.

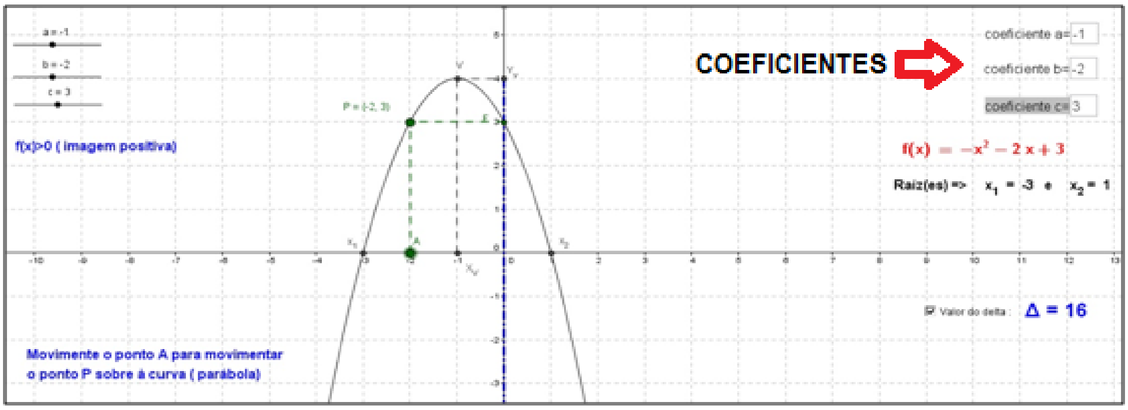
Isto foi confirmado pelo professor substituto que também reforçou o fato de não ter que interceder, pois os monitores agiram de forma muito ativa e bastante significativa para o bom andamento da aplicação da aula.

A seguir tem-se um relato sobre o desempenho dos alunos nas questões da folha texto e também no questionário

Para responder as questões da folha texto o aluno teria que utilizar o gráfico construído no GeoGebra e que foi disponibilizado no início desta aula. A cada questão o aluno poderia preencher os espaços em branco chamados de coeficientes por valores convenientes para ele e desta forma seriam apresentados diferentes gráficos que serviriam como meios exploratórios e de informação para auxiliá-los nas respostas.

Na questão 02 era necessário substituir nos espaços à direita (indicado na figura 176) os valores -1, -2 e 3 para os coeficientes a, b e c, respectivamente. E a partir do gráfico obtido (figura...) e também baseando –se nas respostas dadas na questão 01 o aluno responderia esta questão.

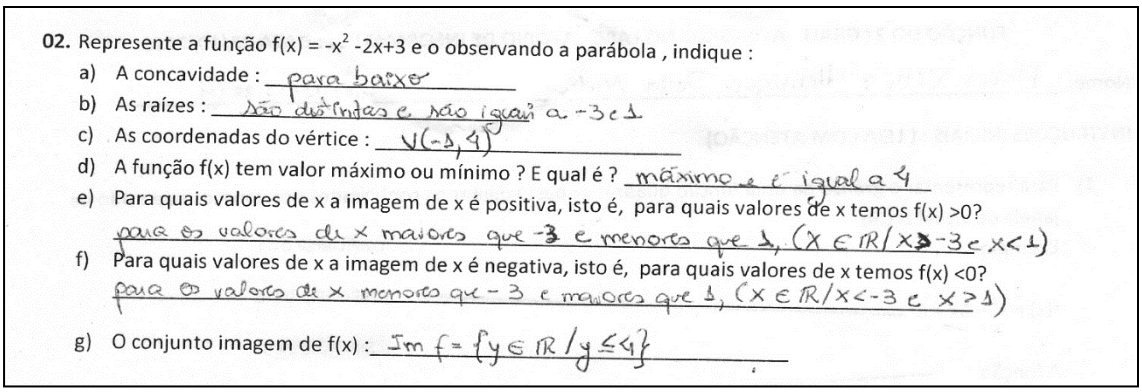
Figura 176: Gráfico com os valores dos coeficiente pré-estabelecidos - questão 02



Fonte: Produção do autor

.

Figura 177: Resposta dada por uma das duplas de alunos - Questão 02



02. Represente a função f(x) = -x² -2x+3 e o observando a parábola , indique :

a) A concavidade : para baixo

b) As raízes : são distintas e são iguais a -3 e 1

c) As coordenadas do vértice : V(-1, 4)

d) A função f(x) tem valor máximo ou mínimo ? E qual é ? máximo e é igual a 4

e) Para quais valores de x a imagem de x é positiva, isto é, para quais valores de x temos f(x) >0?
para os valores de x maiores que -3 e menores que 1, (x ∈ ℝ / x > -3 e x < 1)

f) Para quais valores de x a imagem de x é negativa, isto é, para quais valores de x temos f(x) <0?
para os valores de x menores que -3 e maiores que 1, (x ∈ ℝ / x < -3 e x > 1)

g) O conjunto imagem de f(x) : Im f = {y ∈ ℝ / y ≤ 4}

Fonte: Acervo do autor.

Na figura 177 tem-se um exemplo das respostas dadas por uma das duplas. Observou-se que, neste caso, as respostas foram dadas corretamente, e com a análise feita nas folhas entregue por todos os alunos percebe-se que a dificuldade não estava naquilo que deveria ser respondido, mas como deveria ser respondido. Ou seja, mesmo tendo as respostas evidenciadas pelo gráfico e também o modelo da questão 01, o aluno ainda teve dificuldade em utilizar a formalização para indicar estas respostas, dificuldade esta que foi muito evidenciada nos itens (e),(f) e (g).

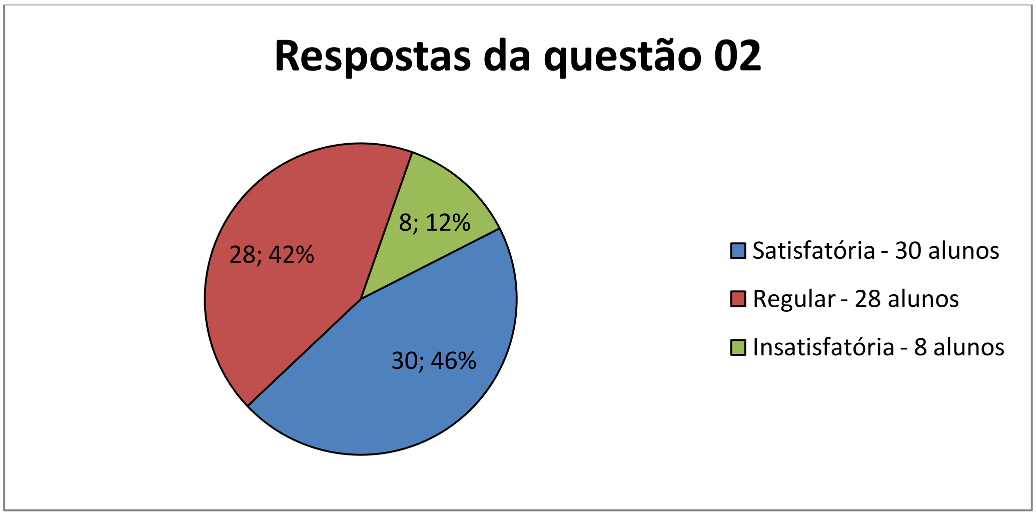
A seguir (figura 178) tem-se os desempenhos na questão 02, classificada da seguinte forma:

1 – Satisfatória: respostas completas e utilizando a formalização corretamente;

2 – Regular: respostas corretas, mas foram dadas com alguns erros na formalização ou incompletamente;

3 – Insatisfatória: mesmo acertando as respostas dos primeiros itens, ao ser necessário a formalização a resposta foi dada incorretamente ou simplesmente não foi dada.

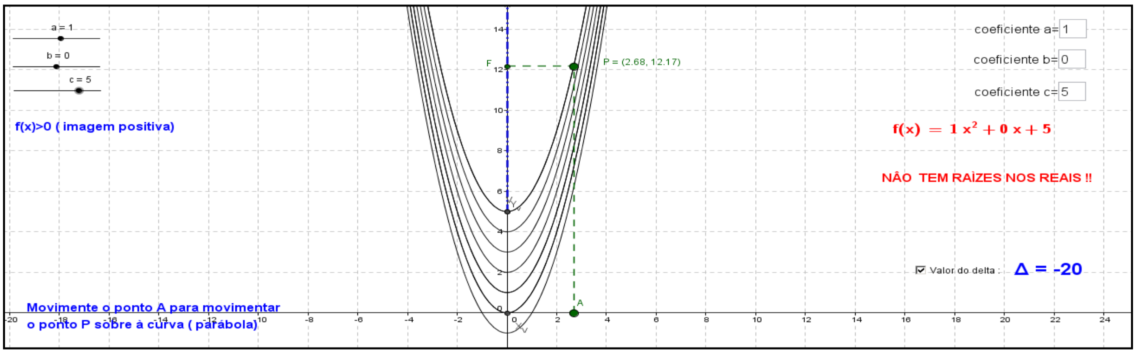
Figura 178: Desempenho dos estudantes da questão 02-



Fonte: Produção do autor.

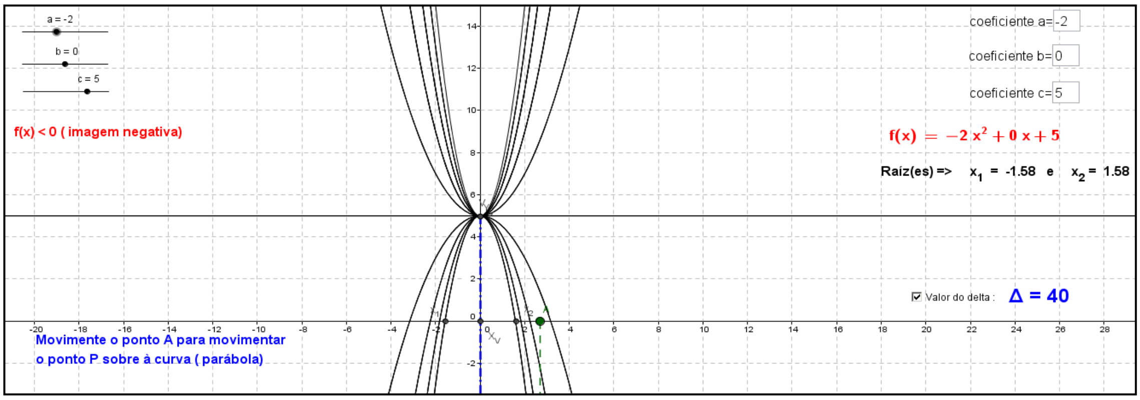
Na questão 03 objetivou-se induzir o aluno a reflexão sobre a característica comum entre os gráficos das funções do 2º grau que tem o coeficiente b=0. Então, para esta questão, o coeficiente deveria ser uma constante nula e as “variáveis” seriam os outros coeficientes (a e b). Após o aluno mudar aleatoriamente estes coeficientes (figura179), ele podia observar a movimentação da parábola, e assim, concluiria a característica comum existente entre os vários gráficos obtidos. A resposta que se esperava do aluno está descrita na figura 181.

Figura 179: Movimentação da parábola a partir das alterações dos valores de a e c



Fonte: Produção do autor.

Figura180: Outras movimentações feitas a partir de valores para os coeficientes a e c



Fonte: Produção do autor.

Analisando as respostas da questão 03 percebeu-se que muitos alunos concluíram que o eixo de simetria era o eixo das ordenadas (aproximadamente 76%), mas infelizmente poucas respostas foram consideradas completas e corretas. O inesperado foi que alguns (aproximadamente 6%) citaram que a ordenada do vértice era igual ao coeficiente c e outros tantos (aproximadamente 3%) fizeram referência à abscissa do vértice que é igual a zero, ou seja poucos citaram algo sobre as duas coordenadas do vértice.

Figura 181: Resposta a questão 03 (resposta satisfatória)

03. No gráfico coloque o seletor b com o valor zero e deixe – o fixo , altere os valores do seletor a e do seletor c.
Responda : Quando altera-se os valores dos seletores a e c , percebemos que as parábolas se alteram, mas que existe uma característica comum entre elas . Descreva qual característica é essa ? Qual a relação entre o eixo y e o eixo de simetria?

a característica em comum é que sempre o $X_V = 0$ e a relação é que o eixo de simetria é o eixo das ordenadas

Fonte: Acervo do autor.

Na questão 04 o aluno ainda manteria o seletor b (coeficiente b) igual à zero e os outros seletores a e c seriam alterados conforme as condições de cada item, tais como:

1- Item (a): Pediu-se uma função do 2º grau com a parábola convexa (Δ> 0) e, ao analisar o gráfico, o aluno poderia perceber que as raízes são números simétricos e as coordenadas do vértice são V(0 , c).

Figura 182: Exemplo de uma resposta dada no item a da questão 04

04. Considerando ainda o exercício 03 (mantenha o seletor b=0 e altere os seletores a e c), e dê um exemplo, em cada item, de uma função:

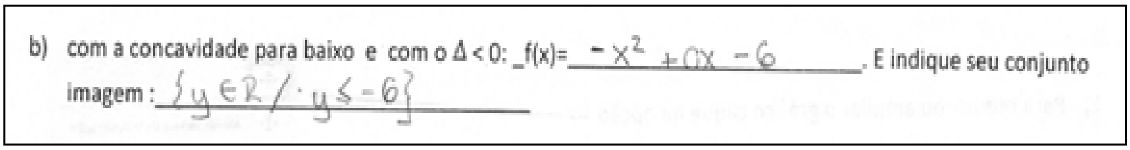
a) com a concavidade para cima: $f(x) = x^2 - 1$. Agora, indique os zeros da função e o seu valor mínimo : $x_1 = -1$ $x_2 = 1$ $Y_V = -1$ $V(0, -1)$

Fonte: Acervo do autor.

Na figura 182 observou-se que o aluno optou por uma função $f(x) = x^2 - 1$ que tem as raízes $x_1 = -1$ e $x_2 = 1$ e o vértice (0,-1)

2 – Item (b): Pediu-se uma função do 2º grau com a parábola côncava ($\Delta < 0$) e ao elaborar uma função nestas condições, o aluno indicaria o conjunto imagem. Na figura tem-se uma função f(x) = - x ^{2} – 6 com conjunto imagem { $y \in \mathbb{R} / y \leq -6$ }

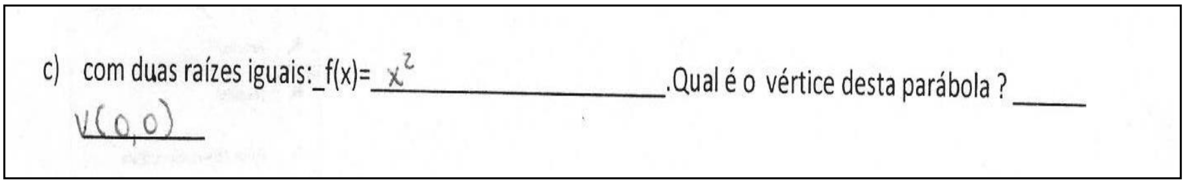
Figura 183: Exemplo de uma resposta dada no item b da questão 04


b) com a concavidade para baixo e com o Δ < 0: _f(x)= $-x^2 + 0x - 6$. E indique seu conjunto imagem : {y ∈ ℝ / · y ≤ -6}

Fonte: Acervo do autor.

3 – Item (c) : pediu –se uma função do 2º grau que tivesse duas raízes iguais e para isso bastaria ter-se $\Delta = 0$. Neste caso, a maioria optou por funções do tipo f(x) = x^2 (figura 184) , f(x) = 2x^2, ou f(x) = 3x^2 em todos estes casos o vértice está na origem do sistema cartesiano.

Figura 184: Exemplo de uma resposta dada no item c da questão 04


c) com duas raízes iguais:_f(x)= x^2 .Qual é o vértice desta parábola ? V(0,0)

Fonte: Acervo do autor.

Na questão 05 o seletor que representa o coeficiente c ficaria nulo e as “variáveis” seriam os coeficientes a e b, pretendeu-se com isso que o aluno, construindo as funções pedidas em cada item, percebesse prontamente quais eram as raízes e as coordenadas do vértice sem realizar muitos cálculos. Além disso, que investigasse o que os gráficos destas três funções têm em comum (figura 185).

As três funções consideradas no exercício 05 são incompletas e por ter o coeficiente c igual a zero foi possível, com a análise dos gráficos, concluir que uma das raízes é o zero, e também que, a abscissa do vértice era a média aritmética entre as raízes.

Figura 185: Exemplo de respostas dadas na questão 05

05. Agora, posicione o seletor c com o valor zero , altere os valores dos seletores a e b conforme a indicação em cada item:

a) a= 2 e b= 6 . Escreva a função obtida e indique as raízes :
f(x) = $2x^2+6x$ x_1 = -3 e x_2 = 0

b) a= -3 e b = 12. Escreva a função obtida e indique as raízes :
f(x) = $-3x^2+12x$ x_1 = 0 e x_2 = 4

c) a= 1 e b = -4 . Escreva a função obtida e indique as raízes :
f(x) = x^2-4x x_1 = 0 e x_2 = 4

d) O que estes gráficos têm em comum ? Todas têm uma das raízes igual a 0

Fonte: Acervo do autor.

Figura 186: Exemplo 1 - resposta do exercício 07 do questionário da aula 05

07. Considerando todos os gráficos construídos nesta atividade , você pode estabelecer uma relação entre a abscissa do vértice V com as raízes (**no caso em que estas raízes existirem e forem distintas**) :

$X_V = \frac{x_1 + x_2}{2}$

Fonte: Acervo do autor.

Figura 187: Exemplo 2 - resposta do exercício 07 do questionário da aula 05

07. Considerando todos os gráficos construídos nesta atividade , você pode estabelecer uma relação entre a abscissa do vértice V com as raízes (**no caso em que estas raízes existirem e forem distintas**) :

A abscissa do vértice é a metade da soma das raízes

Fonte: Acervo do autor.

Figura 188: Exemplo 3 - resposta do exercício 07 do questionário da aula 05

07. Considerando todos os gráficos construídos nesta atividade , você pode estabelecer uma relação entre a abscissa do vértice V com as raízes (**no caso em que estas raízes existirem e forem distintas**) :

A soma das raízes ($x_1 + x_2$) dividido por 2 é igual a X_V (abscissa do vértice).

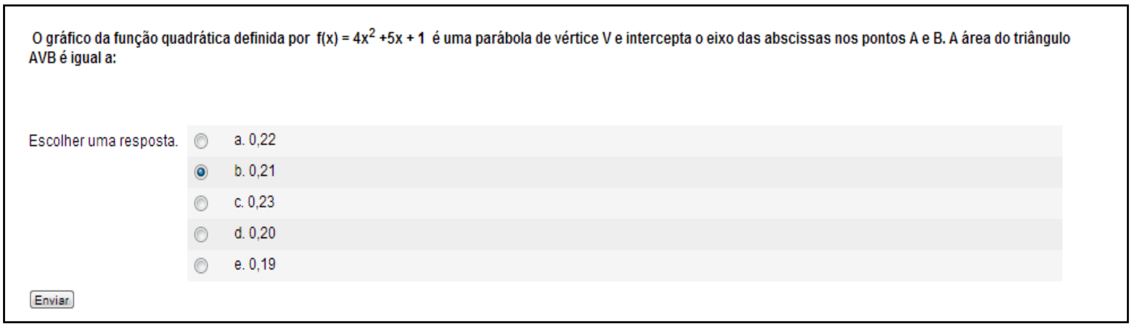
$X_V = \frac{-b}{2a}$ $X_V = \frac{x_1 + x_2}{2}$

Fonte: Acervo do autor.

Nas figuras de 186 a 188, tem-se três exemplos de conclusões acerca da relação entre a abscissa do vértice com as raízes das funções vistas nestes exercícios.

Logo após o preenchimento desta folha-texto os alunos já abriram o questionário para responder as questões Os mesmos 66 alunos responderam todas elas tendo um desempenho bastante satisfatório, pois a média da sala foi 7,89. É importante salientar que foram permitidas três tentativas, o número excessivo de tentativas deve-se ao fato do professor não estar presente no momento da aplicação deste questionário.

Figura 189: Questão 01 do questionário da aula 05



Fonte: Produção do autor.

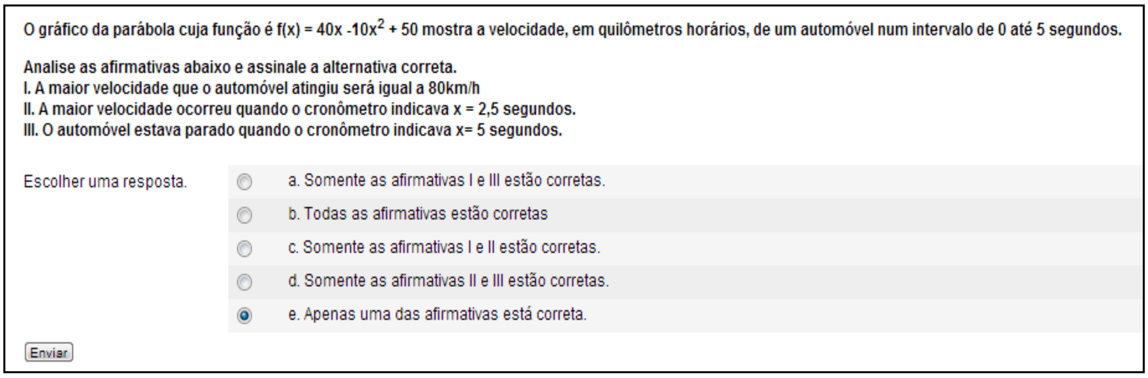
Na figura189 tem-se a primeira questão, onde o aluno teria que observar o gráfico e construir um triângulo AVB para calcular a sua área, neste caso o aluno teria duas opções:

1ª opção: Utilizando o gráfico no GeoGebra e alguns comandos convenientes o aluno obteria a resposta sem fazer cálculos.

2ª opção: A partir da visualização do triângulo AVB no gráfico ele faria os cálculos a partir das raízes e das coordenadas do vértice.

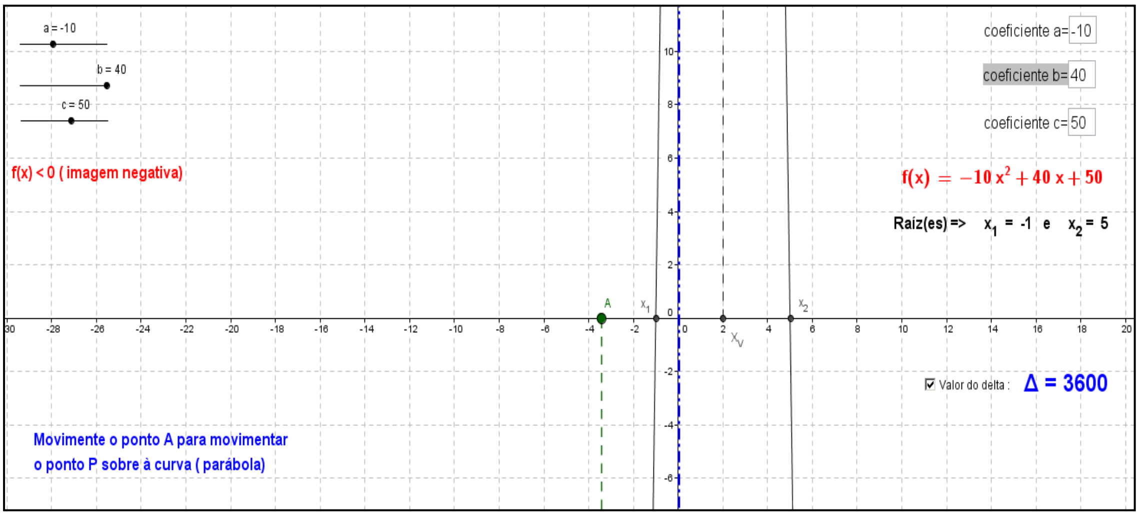
Na figura 190 tem-se a questão 02, que era contextualizada. Para resolvê-la o aluno teria que observar as raízes e também as coordenadas do vértice. A função foi apresentada na forma $f(x) = 40x - 10x^2 + 50$, com uma alteração na ordem para que o aluno ficasse mais atento aos valores exatos dos coeficientes a, b e c.

Figura 190: Questão 02 do questionário da aula 05



Fonte: Produção do autor

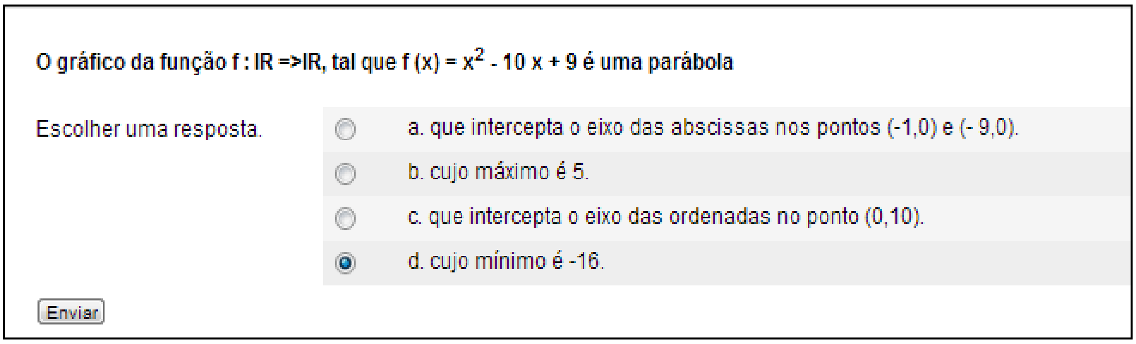
Figura 191: Construção do gráfico referente a questão 02



Fonte: Produção do autor.

Se o aluno optasse por utilizar o gráfico feito no GeoGebra (figura 190) ele teria uma dificuldade em visualizar o gráfico por inteiro, então, neste caso, a melhor forma de concluir algo seria fazendo alguns cálculos para encontrar as raízes e as coordenadas do vértice. Calculando as raízes ele obteria os valores -1 e 5 e pelo fato de uma das raízes ser negativa o único valor que faria a velocidade ser zero é x = 5. Além disso, como a parábola era côncava (para baixo) tem-se que a função tem um valor máximo e isso acontecia quando x = 2 e a velocidade máxima seria igual à 90 km/h

Figura 192: Questão 03 do questionário da aula 05



Fonte: Produção do autor.

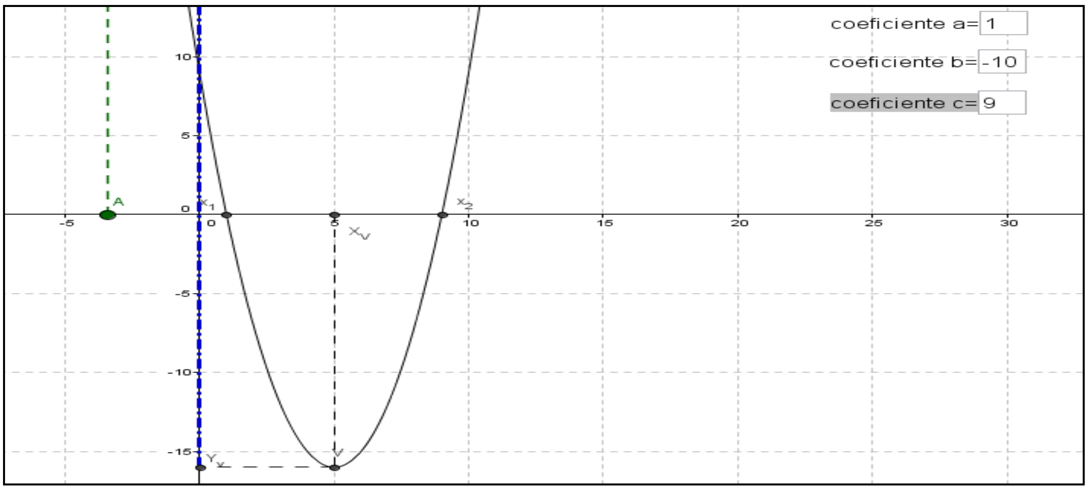
A questão da figura 192 foi conceitual e servia para evidenciar ao aluno que a função do 2º grau $f(x) = x^2 - 10x + 9$ é uma parábola convexa e, além disso, permitir ao aluno concluir que:

1 – as raízes são $x_1 = 1$ e $x_2 = 9$ e o ponto médio entre as raízes é a abscissa do vértice, ou seja, $x_v = 4{,}5$;

2 – a função tem valor mínimo igual a -16;

3 – a parábola intercepta o eixo $\overrightarrow{Oy}$ no ponto de coordenadas (0, 9)

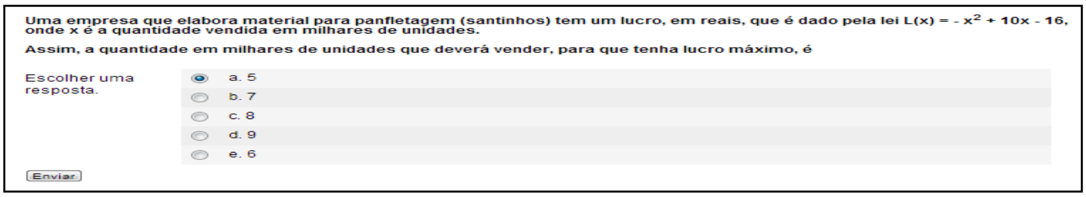
Figura 193: Gráfico no GeoGebra referente à questão 03



Fonte: Produção do autor.

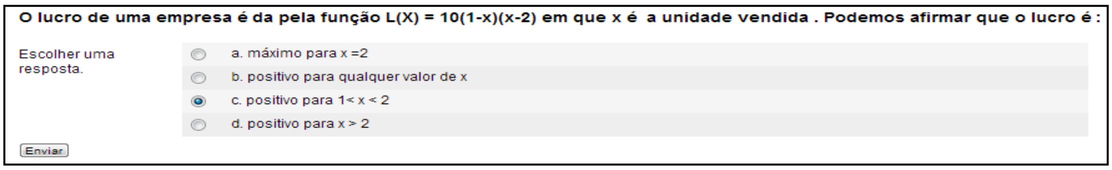
Na questão 04 (figura 194) tem-se uma função quadrática chamada função lucro, como seu gráfico era uma parábola côncava para baixo, tem-se um valor máximo (lucro máximo) e este valor poderia ser obtido para x = 5.

Figura 194: Questão 04 do questionário da aula 05



Fonte: Produção do autor.

Figura 195: Questão 05 do questionário da aula 05

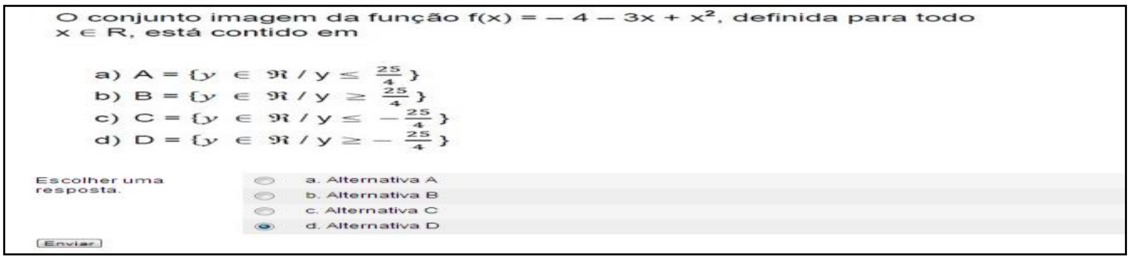


Fonte: Produção do autor.

Na questão 05 (figura 195) a função apresentada estava na forma fatorada e, sendo assim, foi necessário desenvolver a expressão 10(1-x)(x-2) para explicitar quais eram os coeficientes da função do 2º grau.

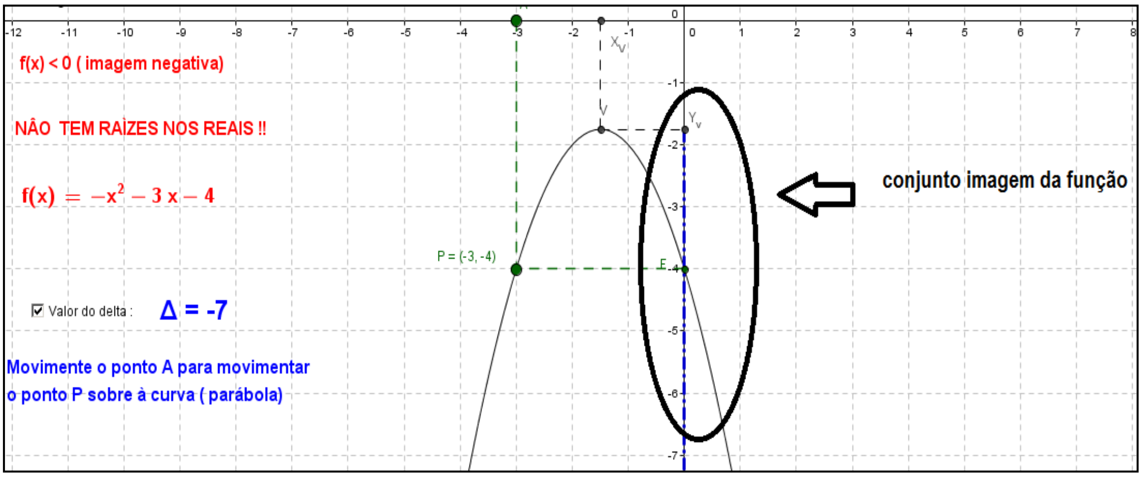
A questão 06 (figura 196) foi conceitual e a função do 2º grau apresentada teve os coeficientes numa ordem alterada, então o aluno deveria perceber quais eram os coeficientes a, b e c, e ao construir o gráfico, e observar que o conjunto imagem era o intervalo enfatizado na cor azul no eixo $\overrightarrow{Oy}$ do gráfico (figura 196).

Figura 196: Questão 06 do questionário da aula 05



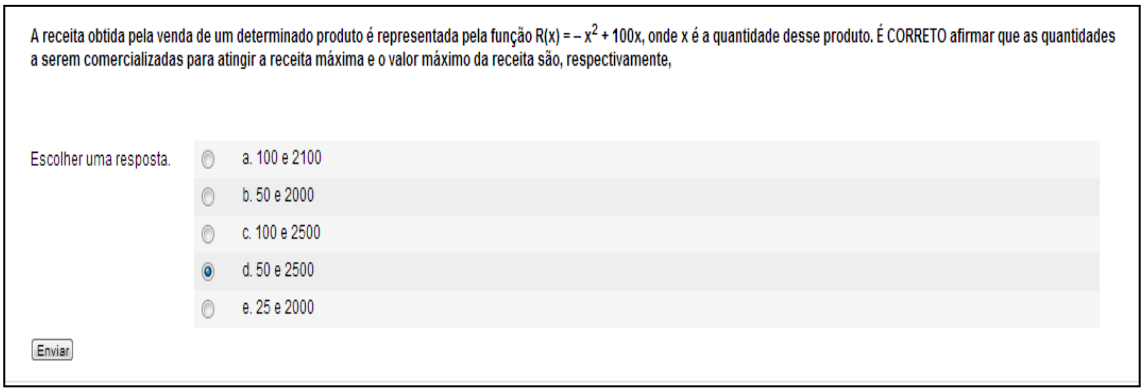
Fonte: Produção do autor.

Figura 197: Gráfico referente à questão 06



Fonte: Produção do autor.

Figura 198: Questão 07 do questionário da aula 05



A receita obtida pela venda de um determinado produto é representada pela função $R(x) = -x^2 + 100x$, onde x é a quantidade desse produto. É CORRETO afirmar que as quantidades a serem comercializadas para atingir a receita máxima e o valor máximo da receita são, respectivamente,

Escolher uma resposta.

- a. 100 e 2100
- b. 50 e 2000
- c. 100 e 2500
- d. 50 e 2500
- e. 25 e 2000

Enviar

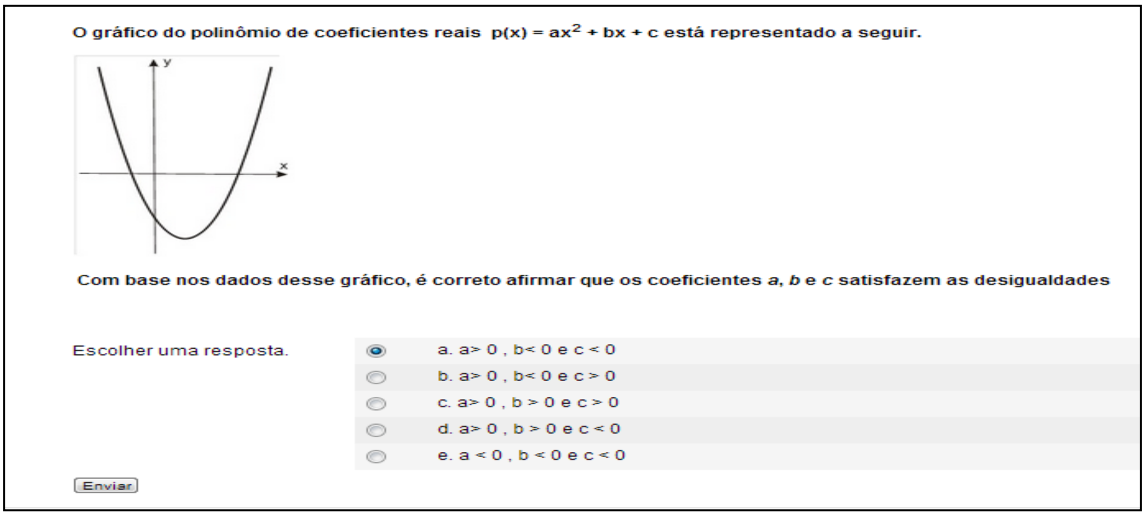
Fonte: Produção do autor.

Na figura 1978 tem-se a questão 07. Novamente uma questão contextualizada que apresentava uma função receita $R(x) = -x^2 + 100x$, e como os coeficientes tinham valores que ultrapassavam os limites da variável b no GeoGebra o aluno teve que utilizar uma nova estratégia para concluir algo acerca dos valores da receita máxima e do valor de x que resulta neste valor. Ou seja, como o aluno não tinha mais a possibilidade da representação gráfica, ele teria que, ou alterar os limites de definição do coeficiente b (aumentando o intervalo de definição para 100), ou fazer cálculos a parte, utilizando as fórmulas para o cálculo das coordenadas do vértice apresenta no texto do início desta aula que são $x_v = -\frac{b}{2a}$, $y_v =$

$-\frac{\Delta}{4a}$ ou fatorar a expressão $-x^2 + 100x = -x(x+100)$ e neste caso evidencia-se quais eram as raízes $x_1 = 0$ e $x_2 = 100$ e a abscissa do vértice é a média aritmética, igual a 50, e a receita máxima é R(50) = 2500.

Finalmente, a última questão (figura 199) deste questionário foi conceitual e bem diferente das demais, pois foi totalmente literal. No enunciado apresentou-se o gráfico de uma função do 2º grau onde nela apenas estavam evidenciados a concavidade, os sinais das raízes e o sinal da ordenada do ponto onde a reta intercepta o eixo $\overrightarrow{Oy}$. Analisando este gráfico o aluno concluiria que o coeficiente a é positivo, pois a concavidade da parábola é para cima e como a curva intercepta o eixo das ordenadas na parte negativa do eixo o coeficiente c é negativo. Para, comprovar que o coeficiente b é negativo, bastaria pensar que se a abscissa do vértice é positivo então, a expressão $-\frac{b}{2a} > 0$ seria válida somente quando b for negativo.

Figura 199: Questão 8 (última questão) do questionário da aula 05



Fonte: Produção do autor.

3.5.4 Conclusão do Professor

Nesta quinta aula percebeu-se que o aluno já estava um pouco mais independente, e sentia-se mais à vontade em utilizar as ferramentas disponíveis e já buscava recursos necessários ou estratégias diferentes para resolver o problema que lhe foi proposto.

Houve certa disposição do aluno frente ao desafio, atitudes pouco prováveis numa aula tradicional. Além disso, o aluno sentiu-se mais à vontade em buscar estratégias de resolução, mesmo na investigação do gráfico que foi disponibilizado na aula, ou pelos cálculos que, algumas vezes, foram necessários serem realizados.

Numa aula tradicional o aluno é um agente passivo e muitas vezes não se cria muitas expectativas com relação ao que está sendo visto, e até mesmo a concentração dos alunos é algo difícil. Percebeu -se que ao utilizar algo diferenciado, como as ferramentas que fazem parte deste projeto, o aluno tornou-se um agente ativo e bem mais interessado, disponível e empenhado.

Escolheu-se para o questionário exercícios tanto conceituais como também contextuais, pois se acreditou que assim o aluno entendendo a aplicação possa tornar o conceito menos abstrato, tornando-o mais concreto e, portanto, mais interessante e de fácil compreensão.

3.6 Aula 06 – atividade final – trabalhando com Funções do 1º Grau e do 2º Grau

Nesta última aula o aluno recebeu uma lista de exercícios com 6 problemas conceituais ou contextualizados e mais um Desafio Final chamado de Lugar Geométrico.

Para resolver cada um deles o aluno teve duas opções:

1 ª opção: utilizar o *software* GeoGebra como ferramenta para construir o gráfico e desta forma responder a questão, mas neste caso ele teria que depositar o arquivo.

2ª opção: resolver a partir de processos algébricos sem utilizar qualquer recurso gráfico.

O diferencial desta aula foi que em cada exercício o aluno teve mais liberdade para escolher os recursos que utilizaria para resolvê-los.

3.6.1 Objetivos

Pretendeu-se, nesta aula, verificar quantos alunos aprenderam a utilizar o GeoGebra e se eles tinham critérios para escolher as estratégias de resolução. Então, para esta aula, que trabalhou com os conceitos de função do 1º grau e função do 2º grau, o aluno teve a oportunidade de mostrar o quanto foi aprendido sobre os comandos do GeoGebra e como eles utilizavam esta nova ferramenta.

Como todos os exercícios foram de vestibulares passados, acreditou-se que isso seria mais um motivo para que os alunos se motivassem para resolvê-los, afinal, estavam num período de revisão pré-vestibulares e esta aula poderia ser considerada como uma revisão.

Sobre o desafio final, que não foi uma atividade obrigatória, pretendeu-se que o aluno fizesse uma construção no GeoGebra seguindo um roteiro e que, após enviar este arquivo, ele teria que responder uma única pergunta sobre o Lugar Geométrico (L.G.) que foi obtido.

3.6.2 Descrição, desenvolvimento e desempenho dos estudantes

A primeira questão foi contextual e trato-se de duas funções lineares do tipo y = mx, em que os coeficientes angulares representavam a taxa de absorção de potássio pelo tecido de folha de certo vegetal, tanto no claro como no escuro (figura 200).

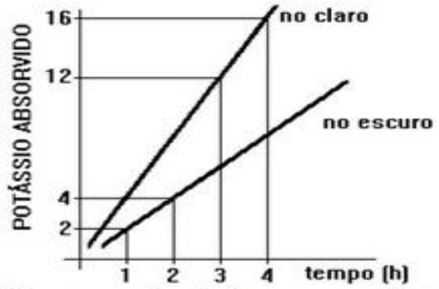
Para responder esta questão o aluno teve que comparar os coeficientes angulares (taxas de absorção) para poder chegar a uma resposta. Se o aluno optasse por fazer o gráfico ele teria que depositar o arquivo com a sua construção e depois resolver o questionário.

Nesta questão, dos 66 alunos que realizaram, 18 optaram por utilizar o *software* GeoGebra para resolvê-la (figura 200) e os demais fizeram a resolução algébrica (figura 201).

Figura 200: Enunciado do exercício 01 da aula 06

EXERCÍCIO 01 :

O gráfico mostra o resultado de uma experiência relativa à absorção de potássio pelo tecido da folha de um certo vegetal, em função do tempo e em condições diferentes de luminosidade.



Nos dois casos, a função linear y = mx ajustou-se razoavelmente bem aos dados, daí a referência a "m" como taxa de absorção (geralmente medida em i moles por unidade de peso por hora). Com base no gráfico, se m_1 é a taxa de absorção no claro e m_2 a taxa de absorção no escuro, a relação entre essas duas taxas é:

a) $m_1 = m_2$.
b) $m_2 = 2m_1$.
c) $m_1 \cdot m_2 = 1$.
d) $m_1 \cdot m_2 = -1$.
e) $m_1 = 2m_2$.

CONSTRUÇÃO REFERENTE AO EXERCÍCIO 01

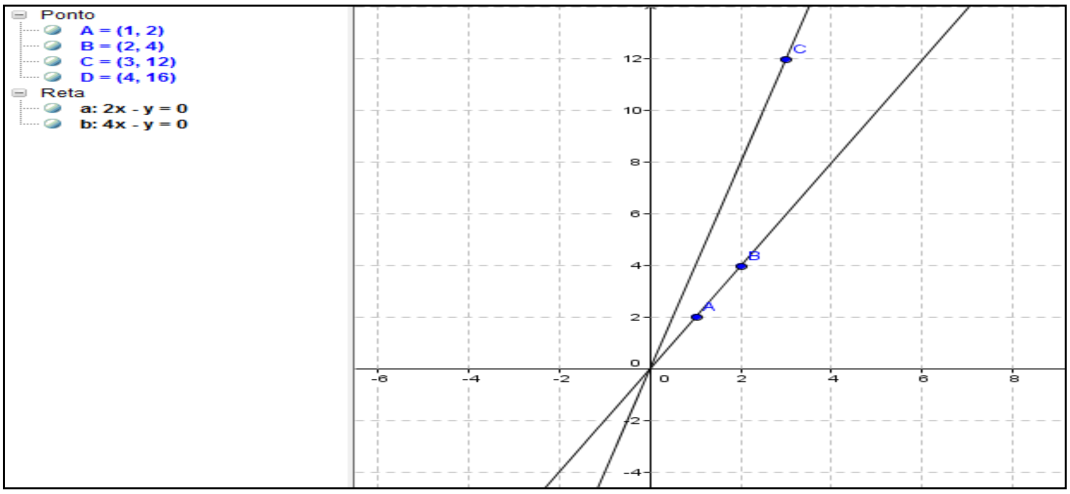
DEPÓSITO DO ARQUIVO COM A CONSTRUÇÃO NO GEOGEBRA - EXERCÍCIO 01

QUESTIONÁRIO REFERENTE AO EXERCÍCIO 01

QUESTIONÁRIO - EXERCÍCIO 01 - AT. FINAL

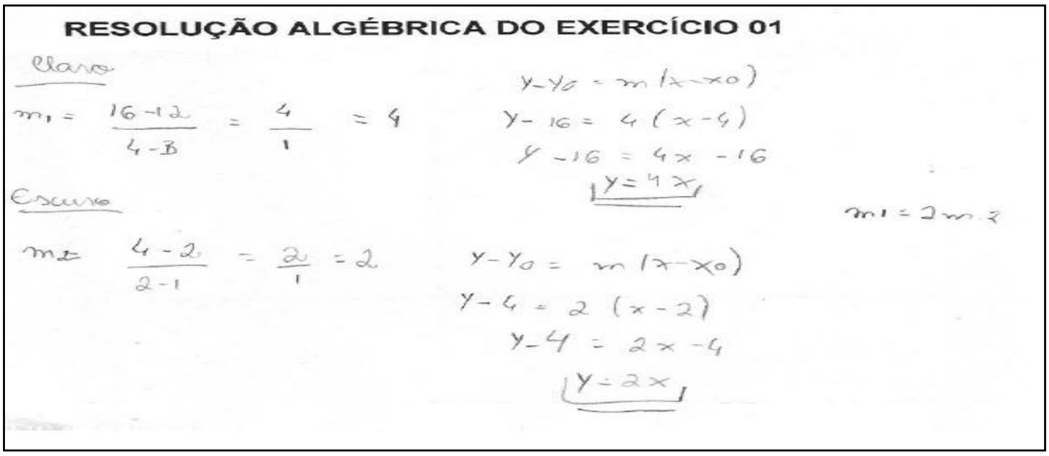
Fonte: Acervo do autor.

Figura 201: Construção referente ao exercício 01 da Atividade Final



Fonte: Acervo do autor.

Figura 202: Resolução algébrica do exercício 01 da Atividade Final


RESOLUÇÃO ALGÉBRICA DO EXERCÍCIO 01

Claro

$m_1 = \frac{16-12}{4-3} = \frac{4}{1} = 4$

$y - y_0 = m(x - x_0)$

$y - 16 = 4(x - 4)$

$y - 16 = 4x - 16$

$y = 4x$

Escuro

$m_2 = \frac{4-2}{2-1} = \frac{2}{1} = 2$

$y - y_0 = m(x - x_0)$

$y - 4 = 2(x - 2)$

$y - 4 = 2x - 4$

$y = 2x$

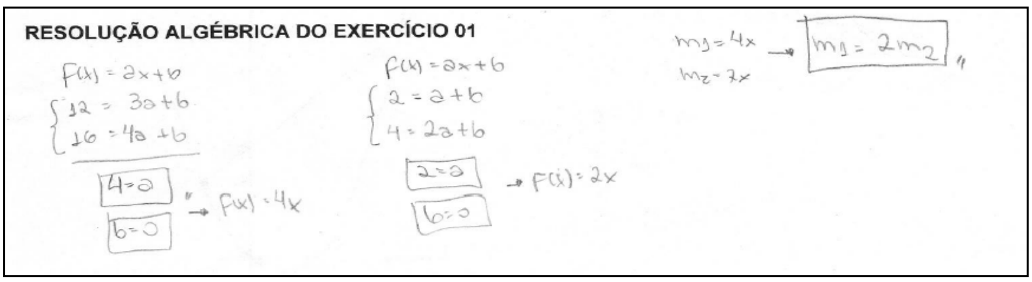
$m_1 = 2m_2$

Fonte: Acervo do autor.

Os alunos que optaram por fazer a construção do gráfico perceberam, a partir da janela de álgebra, quais seriam os coeficiente angulares de cada reta construída e assim, chegaram à conclusão de que, o coeficiente angular de uma é o dobro da outra. É importante dizer que o aluno não tinha nenhum roteiro para a construção do gráfico, ou seja, ele fez utilizando os comandos do GeoGebra aprendidos nas outras atividades.

A maioria dos alunos resolveu algebricamente e para encontrar as duas equações de retas os alunos utilizaram a equação fundamental $(y - y_0) = m(x - x_0)$ (figura 201), ou a forma geral $f(x) = ax + b$. (figura 202)

Figura 203: Outro exemplo de resolução algébrica feita para o exercício 01


RESOLUÇÃO ALGÉBRICA DO EXERCÍCIO 01

$f(x) = ax + b$

$\begin{cases} 12 = 3a + b \\ 16 = 4a + b \end{cases}$

$\boxed{4 = a}$ $\boxed{b = 0}$ → $f(x) = 4x$

$f(x) = ax + b$

$\begin{cases} 2 = a + b \\ 4 = 2a + b \end{cases}$

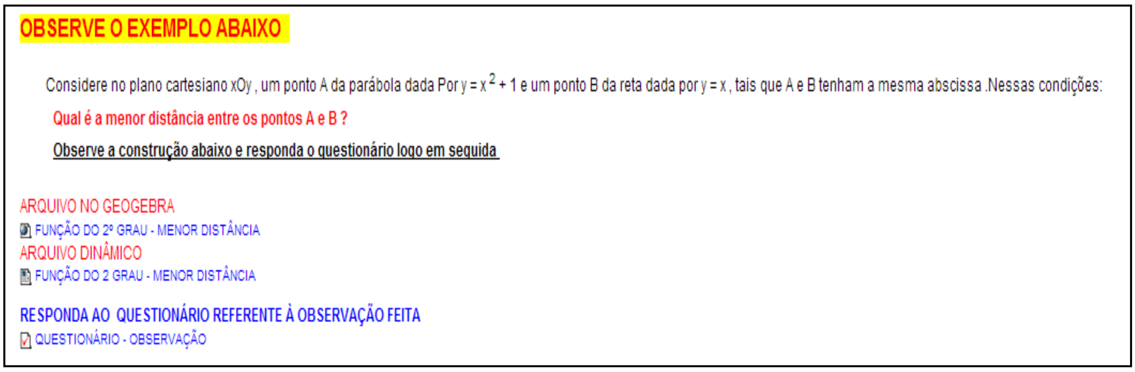
$\boxed{2 = a}$ $\boxed{b = 0}$ → $f(x) = 2x$

$m_1 = 4x$

$m_2 = 2x$ → $\boxed{m_1 = 2m_2}$

Fonte: Acervo do autor.

Figura 204: Exemplo para observar - Preparação para o exercício 02

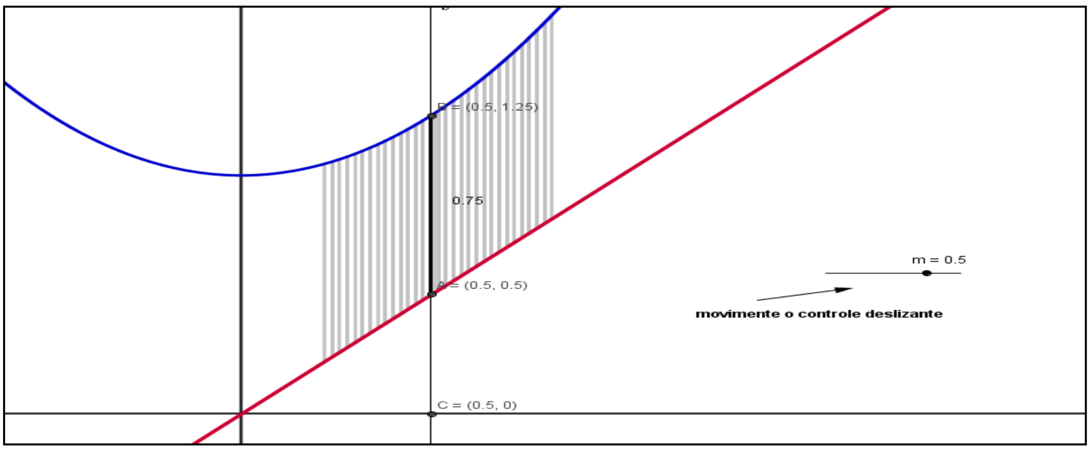


Fonte: Produção do autor.

Antes de realizar a próxima questão o aluno teve que observar um arquivo com uma construção referente ao problema descrito na figura 204.

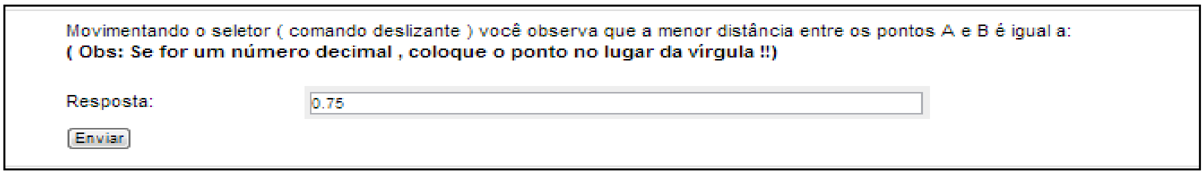
A partir desta visualização, foi possível perceber qual era a menor distância entre os pontos A e B, bastaria movimentar um seletor para ter o resultado (figura 204) e assim responder ao questionário (figura 205). Fonte: Produção do autor.

Figura 205: Construção feita no GeoGebra para visualização



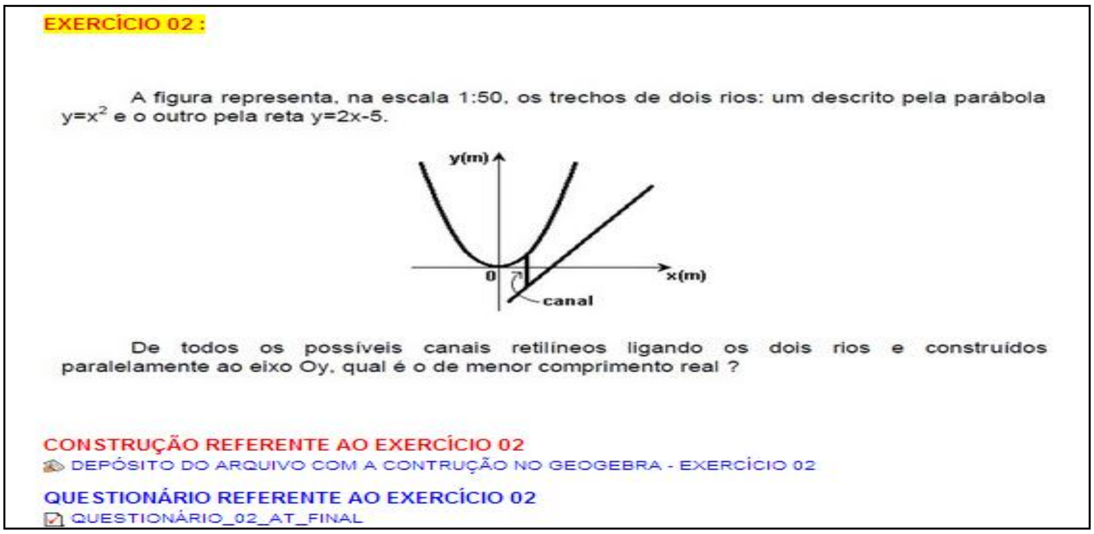
Fonte: Produção do autor.

Figura 206: A pergunta sobre o problema proposto e a resposta



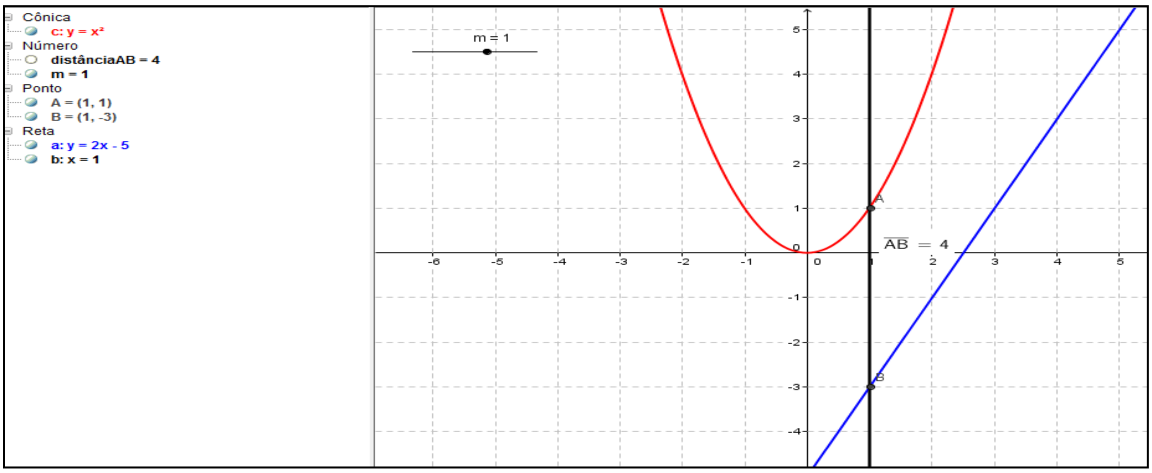
Fonte: Produção do autor.

Figura 207: Enunciado do exercício 02 da Atividade Final



Fonte: Acervo do autor.

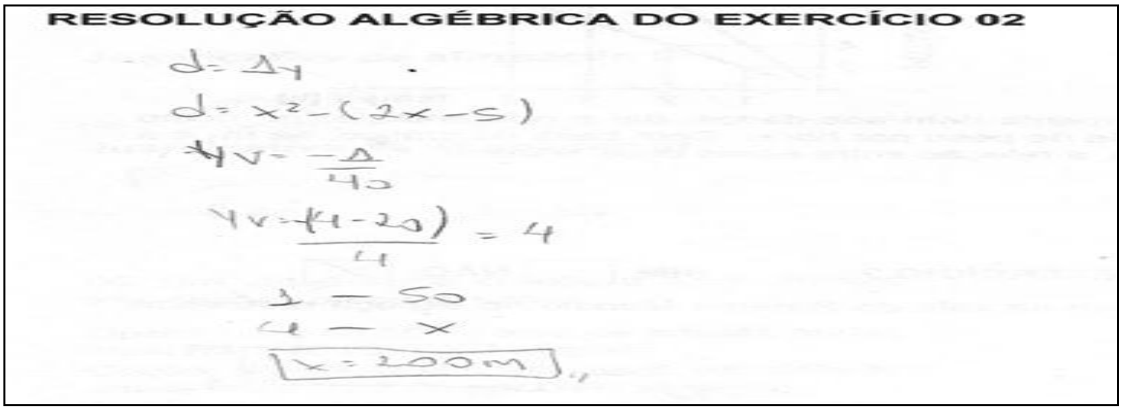
Figura 208: Construção feita por um dos alunos referente ao exercício 02



Fonte: Acervo do autor.

Para resolver este exercício foram depositados 49 arquivos com a construção feita no GeoGebra e o restante optou pela resolução algébrica.

Figura 209: Resolução algébrica do exercício 02 da Atividade Final



Fonte: Acervo do autor.

A maioria dos alunos que optaram por fazer a resolução algébrica fez da forma como está evidenciada na figura 208. Considerando a distância dada pela função $d(x) = x^2 - (2x - 5) = x^2 - 2x + 5$ que tem como valor mínimo a distância igual a 1, que seria dada pelo cálculo $d_{mínimo} = y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{(-2)^2 - 4.1.5}{4.1} = -\frac{(-4)}{4} = 1$ e com a utilização da escala (regra de três) tem-se a resposta igual a 200 m.

A seguir tem-se na figura 209 a única questão que o aluno deveria responder sobre a questão 02.

Figura 210: Questão referente ao exercício 02


Considerando a escala da figura, o comprimento real é igual a:

Escolher uma resposta.

a. 200 m
b. 500 m
c. 100 m
d. 400 m
e. 300 m

Enviar

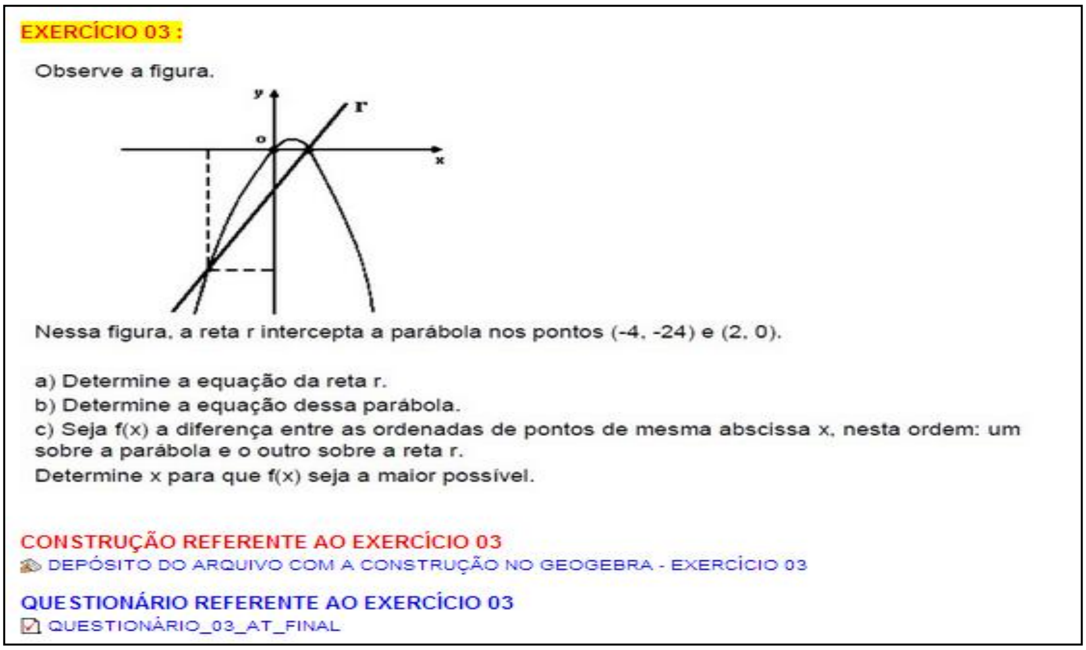
Fonte: Produção do autor.

O exercício 03 (figura 210) apresentou um gráfico com uma reta e uma parábola que se interceptava em dois pontos distintos. A parábola passa pela origem e um dos pontos que são comuns à parábola e a reta está localizado no eixo $\overrightarrow{Ox}$.

O aluno teria que, a partir de dois pontos, encontrar a equação da reta e também a função da parábola que passa pela origem. Pretendeu-se que o aluno tendo os pontos (0, 0) e (2,0), pudesse representar a função quadrática $g(x) = -x^2 + 2x$ diretamente (sem cálculo) e também, que a equação da reta, pudesse ser encontrada com a visualização do gráfico que foi construído ou pelo cálculo algébrico, utilizando a equação fundamental.

Após fazer estes cálculos o aluno poderia então fazer as construções no GeoGebra (figura 211) para obter a resposta de pergunta que foi feita no final desta questão. Pergunta: Sabendo que f(x) era a distância entre as ordenadas dos pontos, de mesma abscissa, que estão na parábola e na reta, qual seria o maior valor de f(x)?

Figura 211: Enunciado do Exercício 03 da Atividade Fina



EXERCÍCIO 03 :

Observe a figura.

Nessa figura, a reta r intercepta a parábola nos pontos (-4, -24) e (2, 0).

a) Determine a equação da reta r.
b) Determine a equação dessa parábola.
c) Seja f(x) a diferença entre as ordenadas de pontos de mesma abscissa x, nesta ordem: um sobre a parábola e o outro sobre a reta r.
Determine x para que f(x) seja a maior possível.

CONSTRUÇÃO REFERENTE AO EXERCÍCIO 03

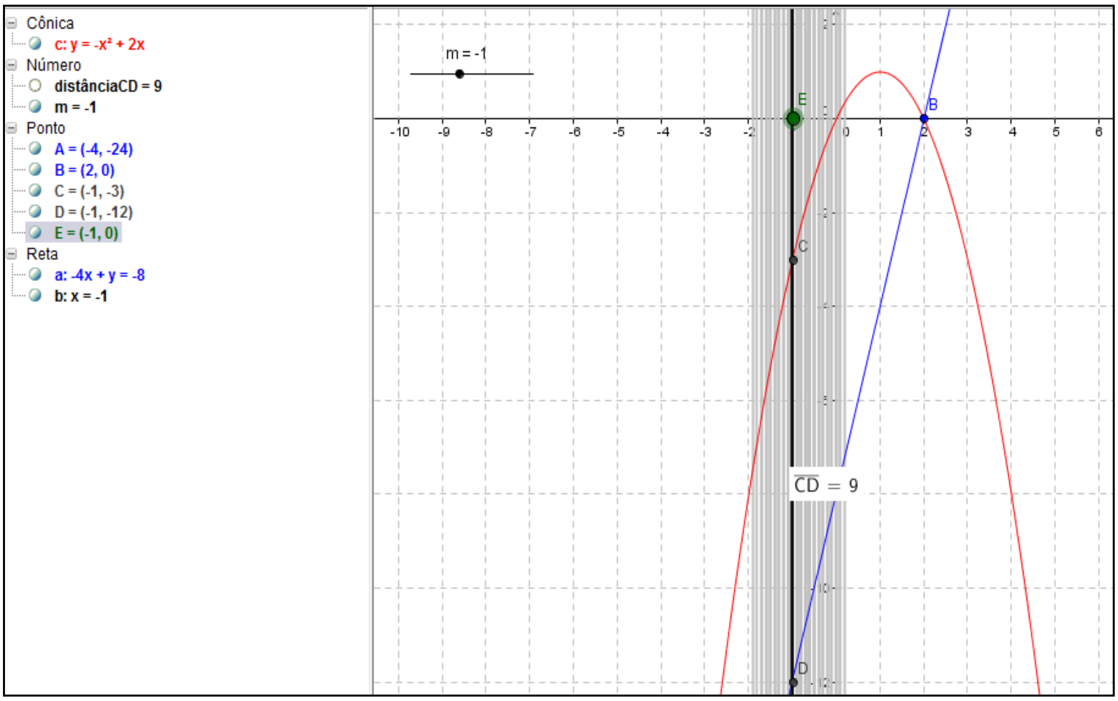
DEPÓSITO DO ARQUIVO COM A CONSTRUÇÃO NO GEOGEBRA - EXERCÍCIO 03

QUESTIONÁRIO REFERENTE AO EXERCÍCIO 03

QUESTIONÁRIO_03_AT_FINAL

Fonte: Acervo do autor.

Figura 212: Construção feita por um dos alunos para o exercício 03

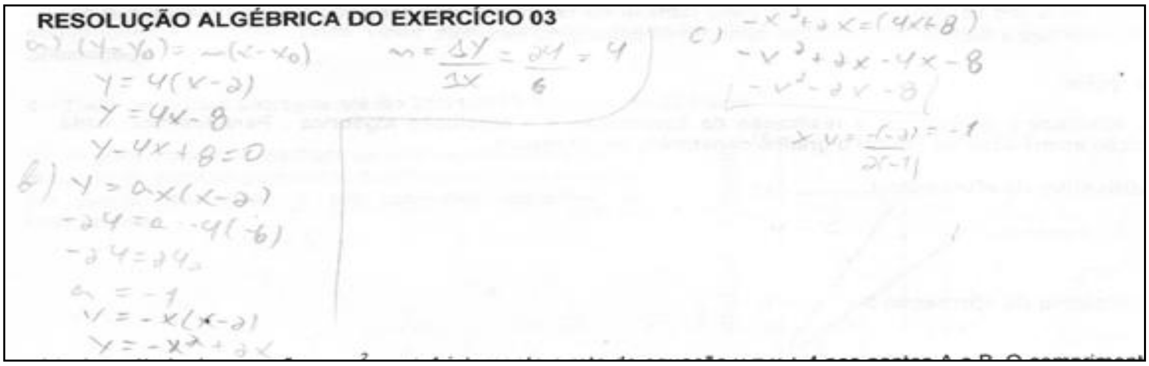


Fonte: Produção do autor.

Após fazer estes cálculos o aluno poderia então fazer as construções no GeoGebra (figura 211) para obter a resposta da pergunta, feita no final desta questão. Pergunta: Sabendo que f(x) é a distância entre as ordenadas dos pontos, de mesma abscissa, que estão na parábola e na reta, qual é o maior valor de f(x)?

Foram entregues 49 arquivos com as construções no GeoGebra. Quem optou por fazer a construção, já pôde obter todas as informações necessárias para responder as perguntas do exercício 03, como também as perguntas do questionário, a serem respondidas no final desta questão. Quem optou pelos cálculos algébricos, como na figura 212, teve um pouco mais de trabalho; mas chegou na equação da reta, f_1 (x) = 4x – 8 , na função quadrática, f_2 (x) = - x^2 + 2x e que ao fazer a diferença das ordenadas dos pontos dos gráficos, ou seja , f(x) = f_2 (x) – f_1(x) = - x^2 + 2x –(4x – 8) = - x^2 + 2x –4x + 8 = - x^2 – 2x + 8. Daí tem-se o valor de x, que resulta no maior valor para esta diferença que é $x_v = -\frac{(-2)}{2(-1)}$ = -1, e neste caso, f(-1) = 9. A seguir tem-se um exemplo de resolução feita por um dos alunos. (figura 212)

Figura 213: Resolução algébrica do exercício 03 da Atividade Final



Fonte: Acervo do autor.

Figura 214: Questão 01 do questionário referente ao exercício 03

Qual é o coeficiente angular e as coordenadas do ponto onde a reta intercepta o eixo y ?

Escolher uma resposta.

- a. 4 e (0,-8)
- b. 4 e (- 8, 0)
- c. - 4 e (0, -8)
- d. -4 e (-8, 0)

Enviar

Fonte: Produção do autor.

Foram 63 tentativas para resolver o questionário referente à questão 03 e a seguir evidenciou-se cada uma das questões.

Figura 215: Questão 02 do questionário referente ao exercício 03

Qual é a equação da parábola e o valor máximo da função, respectivamente ?

a) $y = -x^2 + 2x$ e 1
b) $y = -2x^2 + 2x$ e 1
c) $y = -x^2 + 2x$ e 2
d) $y = -2x^2 + 2x$ e 2

Assinale a alternativa correta

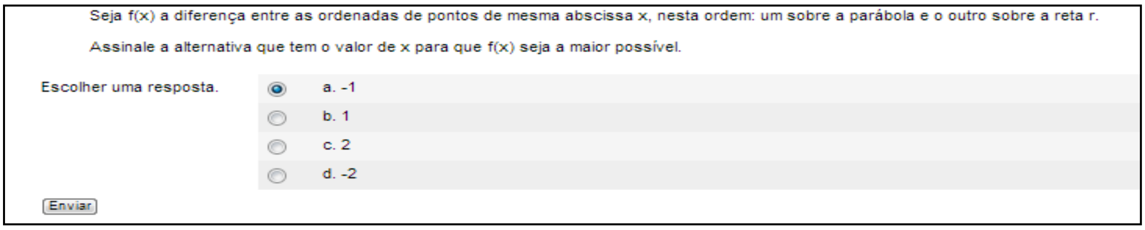
Escolher uma resposta.

- a. Alternativa B
- b. Alternativa A
- c. Alternativa C
- d. Alternativa D

Enviar

Fonte: Produção do autor.

Figura 216: Questão 03 do questionário referente ao exercício 03


Seja f(x) a diferença entre as ordenadas de pontos de mesma abscissa x, nesta ordem: um sobre a parábola e o outro sobre a reta r.

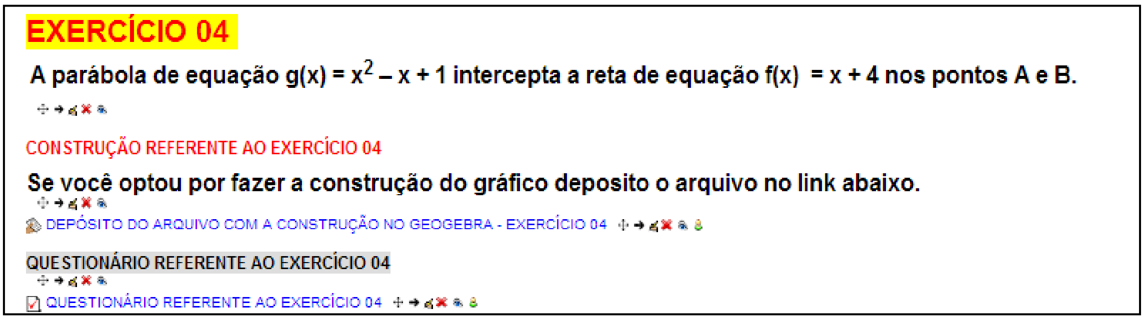
Assinale a alternativa que tem o valor de x para que f(x) seja a maior possível.

Escolher uma resposta.
- a. -1
- b. 1
- c. 2
- d. -2

Enviar

Fonte: Produção do autor.

Figura 217: Enunciado do exercício 04 da Atividade Final


EXERCÍCIO 04

A parábola de equação $g(x) = x^2 - x + 1$ intercepta a reta de equação $f(x) = x + 4$ nos pontos A e B.

CONSTRUÇÃO REFERENTE AO EXERCÍCIO 04

Se você optou por fazer a construção do gráfico deposito o arquivo no link abaixo.

DEPÓSITO DO ARQUIVO COM A CONSTRUÇÃO NO GEOGEBRA - EXERCÍCIO 04

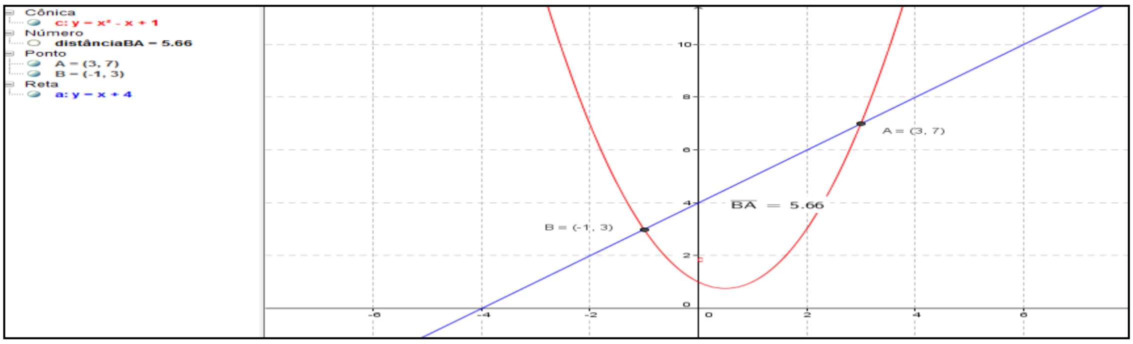
QUESTIONÁRIO REFERENTE AO EXERCÍCIO 04

QUESTIONÁRIO REFERENTE AO EXERCÍCIO 04

Fonte: Acervo do autor.

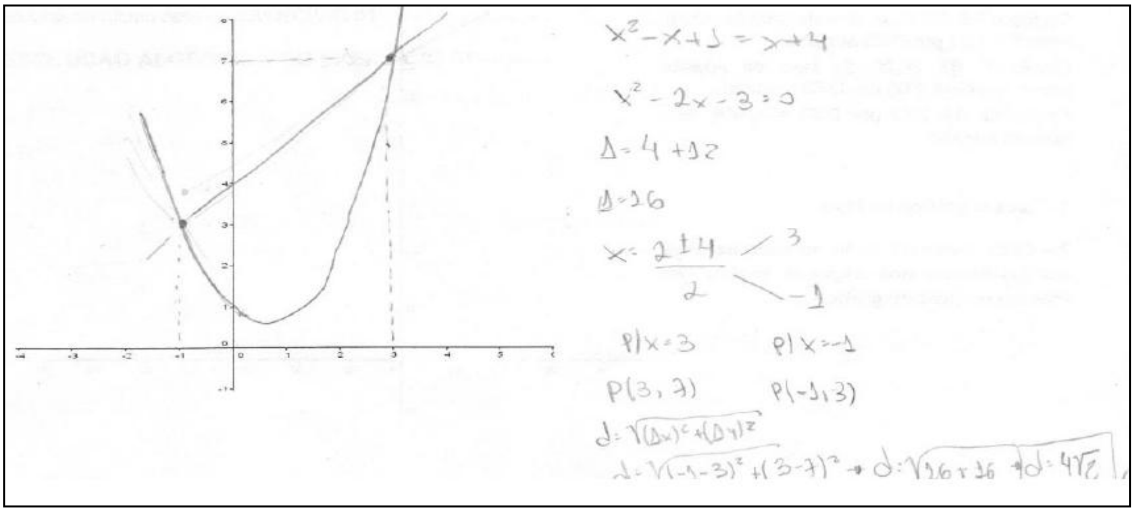
O exercício 04 foi conceitual (figura 216) e que enredou por conceitos de função do 1º grau e de função do 2º grau. O aluno, novamente, optaria pela construção no GeoGebra ou pela resolução algébrica; neste exercício foram 47 arquivos enviados e o restante justificou algebricamente.

Figura 218: Construção feita no GeoGebra referente ao exercício 04



Fonte: Acervo do autor.

Figura 219: Resolução algébrica referente ao exercício 04 –Atividade Final

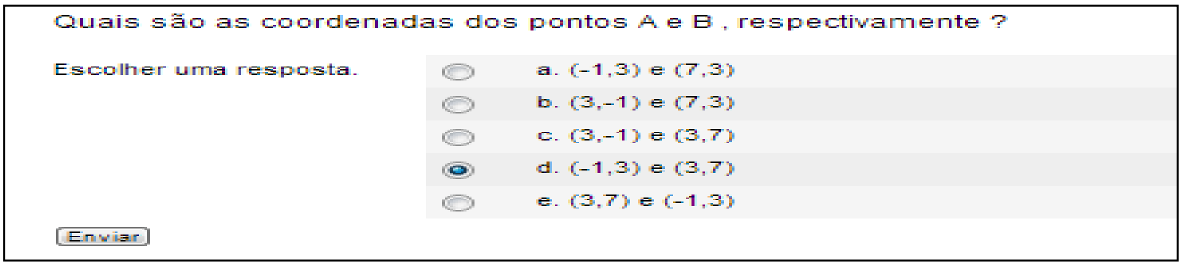


Fonte: Acervo do autor.

O aluno deveria, neste exercício, construir uma reta e uma parábola e calcular a distância entre os pontos de intersecção denominados, A e B. Para responder o questionário referente a este exercício, o aluno teria que fazer uma série de cálculos, mas também poderia construir o gráfico no GeoGebra e, desta forma, ter as respostas necessárias evidenciadas na construção realizada.

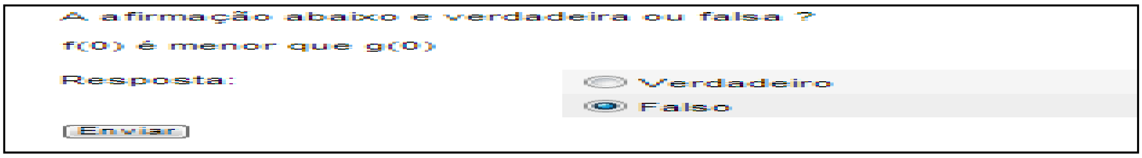
Na figura 217 apresentou-se uma construção feita por um dos alunos. A seguir, tem-se um exemplo de uma resolução algébrica (figura 218) e o questionário que deveria ser respondido.

Figura 220: Questão 01 do questionário referente ao exercício 04 – Atividade Final



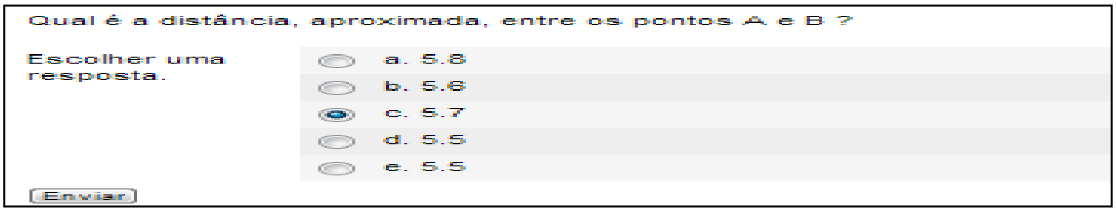
Fonte: Produção do Autor.

Figura 221: Questão 02 do questionário referente ao exercício 04 – Atividade Final



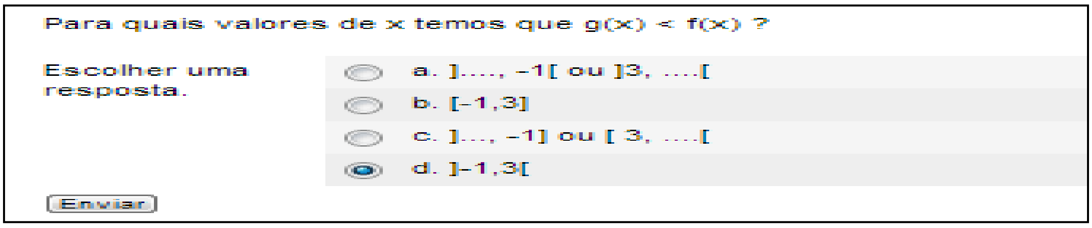
Fonte: Produção do Autor.

Figura 222:Questão 03 do questionário referente ao exercício 04 – Atividade Final



Fonte: Produção do Autor.

Figura 223:Questão 04 do questionário referente ao exercício 04 – Atividade Final



Fonte: Produção do autor.

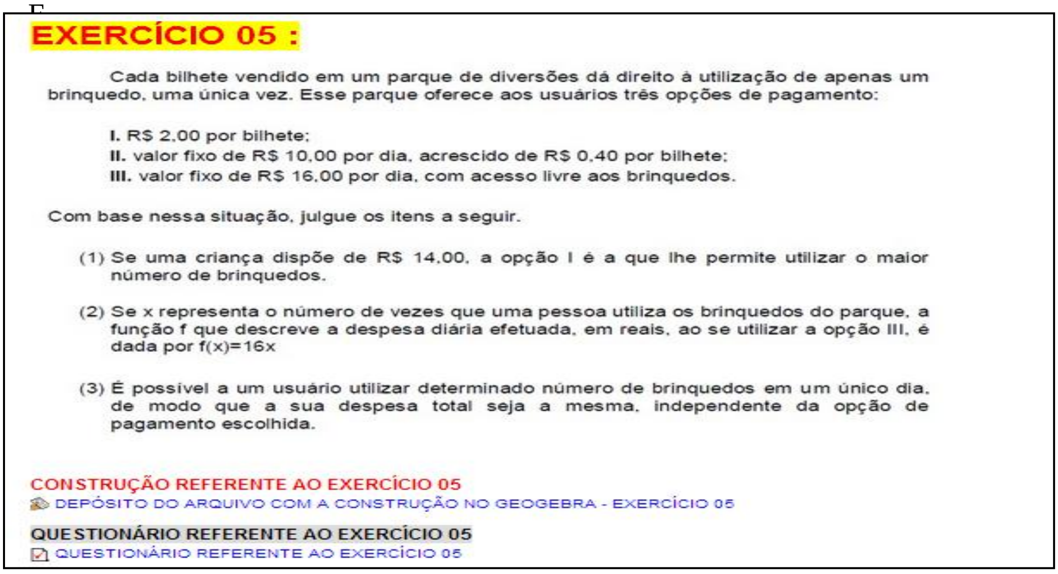
O exercício 05 foi contextual e envolveu o conceito de função do 1º grau (figura 224).

Considerando três opções diferentes para pagar as despesas feitas em um parque de diversões os alunos deveriam elaborar as funções referentes às três formas de pagamento e, a partir disso, fazer uma análise comparativa, baseando–se nas três fórmulas obtidas e nas suas representações gráficas, afim de decidir qual é a opção mais vantajosa.

Da mesma forma que nos exercícios anteriores, o aluno ainda teve liberdade para escolher a sua estratégia de resolução: fazendo a representação gráfica no GeoGebra e depositando o arquivo, ou resolvendo – o algebricamente. Foram depositados 32 arquivos e os restantes dos alunos fizeram a justificativa a partir de cálculos algébricos. Após fazer as justificativas necessárias, o aluno poderia responder o questionário referente.

Figura 224: Enunciado do exercício 05 da Atividade Final

F



EXERCÍCIO 05 :

Cada bilhete vendido em um parque de diversões dá direito à utilização de apenas um brinquedo, uma única vez. Esse parque oferece aos usuários três opções de pagamento:

I. R$ 2,00 por bilhete;
II. valor fixo de R$ 10,00 por dia, acrescido de R$ 0,40 por bilhete;
III. valor fixo de R$ 16,00 por dia, com acesso livre aos brinquedos.

Com base nessa situação, julgue os itens a seguir.

(1) Se uma criança dispõe de R$ 14,00, a opção I é a que lhe permite utilizar o maior número de brinquedos.

(2) Se x representa o número de vezes que uma pessoa utiliza os brinquedos do parque, a função f que descreve a despesa diária efetuada, em reais, ao se utilizar a opção III, é dada por f(x)=16x

(3) É possível a um usuário utilizar determinado número de brinquedos em um único dia, de modo que a sua despesa total seja a mesma, independente da opção de pagamento escolhida.

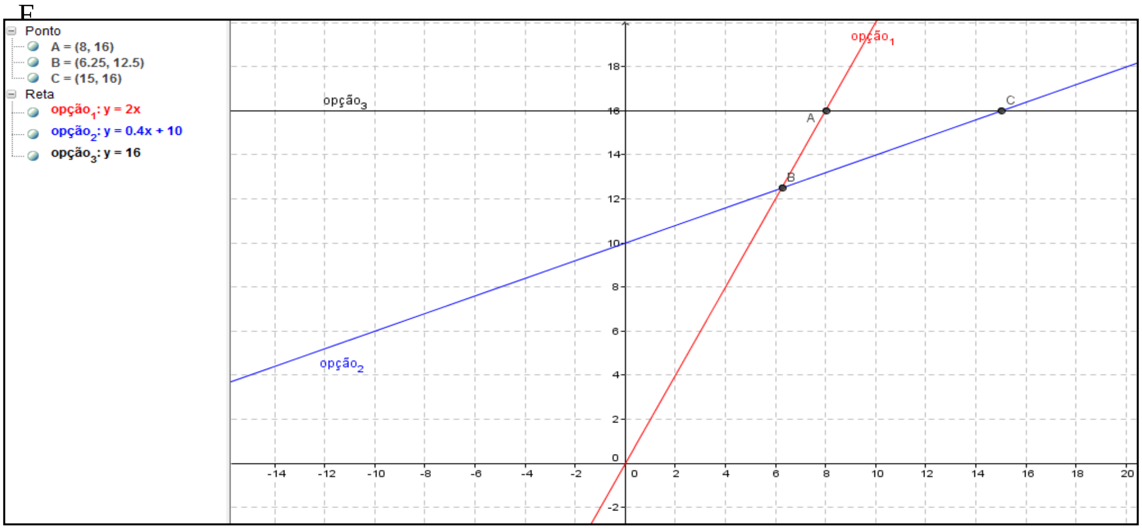
CONSTRUÇÃO REFERENTE AO EXERCÍCIO 05
DEPÓSITO DO ARQUIVO COM A CONSTRUÇÃO NO GEOGEBRA - EXERCÍCIO 05

QUESTIONÁRIO REFERENTE AO EXERCÍCIO 05
QUESTIONÁRIO REFERENTE AO EXERCÍCIO 05

Fonte: Acervo do autor.

Figura 225: Construção gráfica referente ao exercício 05 – Atividade Final

F



Fonte: Acervo do autor.

Figura 226: Questionário referente ao exercício 05 – Atividade Final

Com base nessa situação, julgue os itens a seguir em verdadeiro (V) ou falso (F).

(1) Se uma criança dispõe de R$ 14,00, a opção I é a que lhe permite utilizar o maior número de brinquedos.

(2) Se x representa o número de vezes que uma pessoa utiliza os brinquedos do parque, a função f que descreve a despesa diária efetuada, em reais, ao se utilizar a opção III, é dada por f(x)=16x.

(3) É possível a um usuário utilizar determinado número de brinquedos em um único dia, de modo que a sua despesa total seja a mesma, independente da opção de pagamento escolhida.

Escolher uma resposta.
- a. F - V - V
- b. F - F - F
- c. V - V - F
- d. V - F - V
- e. F - F - V

Enviar

Fonte: Produção do autor.

Pelo gráfico da figura 225 foi possível perceber que os três pontos não se interceptavam em um único ponto, então isso significaria, no contexto do exercício que, não havia como utilizar um número de brinquedos que fizesse a despesa total diária ser única nas três formas de pagamento.

Além disso, era possível, através da *Janela de Álgebra*, obter as funções que determinam as despesas nestas três opções de utilização.

Figura 227: Justificativa referente ao questionário do exercício 05 – Atividade Final

Justificativa da afirmação I

Falsa, pois a segunda opção é a melhor, pois ele poderia utilizar 10 brinquedos

Justificativa da afirmação II

Falsa, pois a equação seria f(x)=16, já que ele pagaria R$ 16 independentemente de quantos brinquedos ele utilizar.

Justificativa da afirmação III

Falsa, já que é impossível todos usarem a mesma quantidade de brinquedos gastando a mesma quantia. Fixando um gasto de R$16 → I - 2 brinquedos

II - 15 brinquedos

III - quantos quiser

Fonte: Acervo do autor.

Com a representação gráfica das três formas de pagamento fica mais evidente qual é o valor a ser pago quando se determina o número de brinquedos e também quais são as opções mais vantajosas, o que evidencia a importância da visualização, interpretação e investigação das informações que se obtém com os gráficos das três opções.

O questionário a ser respondido era bem simples (figura 226) e o aluno teria que julgar a veracidade de três afirmações feitas com relação ao exercício 05 e também fazer as justificativas por escrito (figura 227).

Na figura 228 tem-se o enunciado da última questão da atividade final que era um exercício contextual que envolvia novamente os conceitos de função do 1º grau. Para resolver este exercício o aluno poderia fazer diretamente o gráfico e, a partir da visualização, verificar as relações existentes entre as três opções de pagamentos. Para este exercício, não houve uma obrigatoriedade no envio da construção do gráfico no GeoGebra, pois era esperado que o aluno elaborasse uma estratégia que lhe fosse conveniente para resolver este exercício.

Figura 228: Enunciado referente ao exercício 06 da Atividade Final

EXERCÍCIO 06

Um vídeo-clube propõe a seus clientes três opções de pagamento:
Opção I: R$ 40,00 de taxa de adesão anual, mais R$ 1,20 por DVD alugado.
Opção II: R$ 20,00 de taxa de adesão anual, mais R$ 2,00 por DVD alugado.
Opção III: R$ 2,80 por DVD alugado, sem taxa de adesão.

PARA RESPONDER AO QUESTIONÁRIO FAÇA ANTES A CONSTRUÇÃO NO GEOGEBRA

CONSTRUÇÃO REFERENTE AO EXERCÍCIO 06
DEPÓSITO DO ARQUIVO COM A CONSTRUÇÃO REFERENTE - EXERCÍCIO 06

QUESTIONÁRIO REFERENTE AO EXERCÍCIO 06
QUESTIONÁRIO REFERENTE AO EXERCÍCIO 06

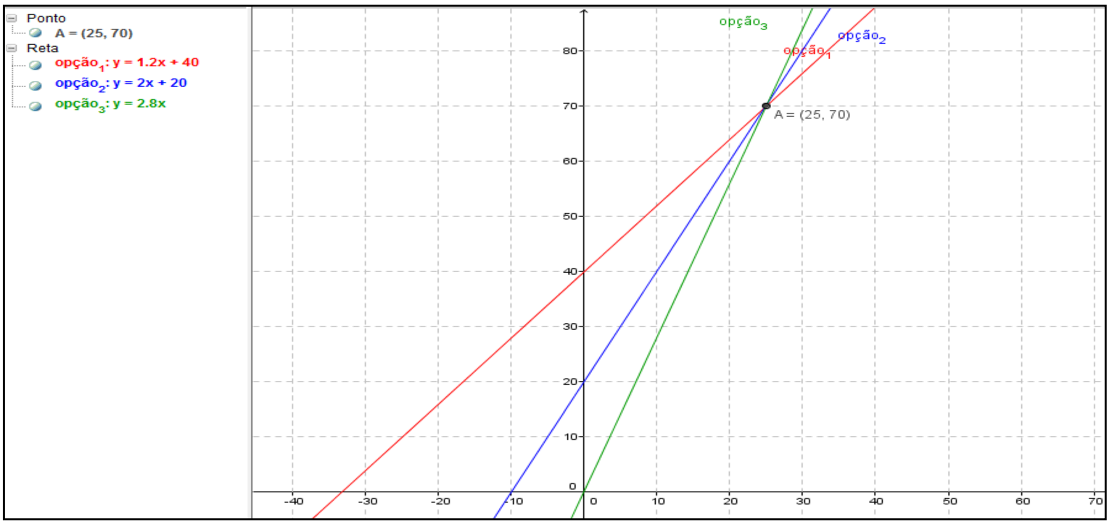
Fonte: Produção do autor.

Foram depositadas 43 arquivos, com as construções gráficas no GeoGebra e o restante dos alunos justificaram com a resolução algébrica.

Na figura 229, tem-se os gráficos das três opções de pagamentos descritas no enunciado da figura 228. Ao analisar esta representação, o aluno deveria perceber que há um único ponto de intersecção que determina para qual quantidade de DVDs alugados há um mesmo valor a ser pago.

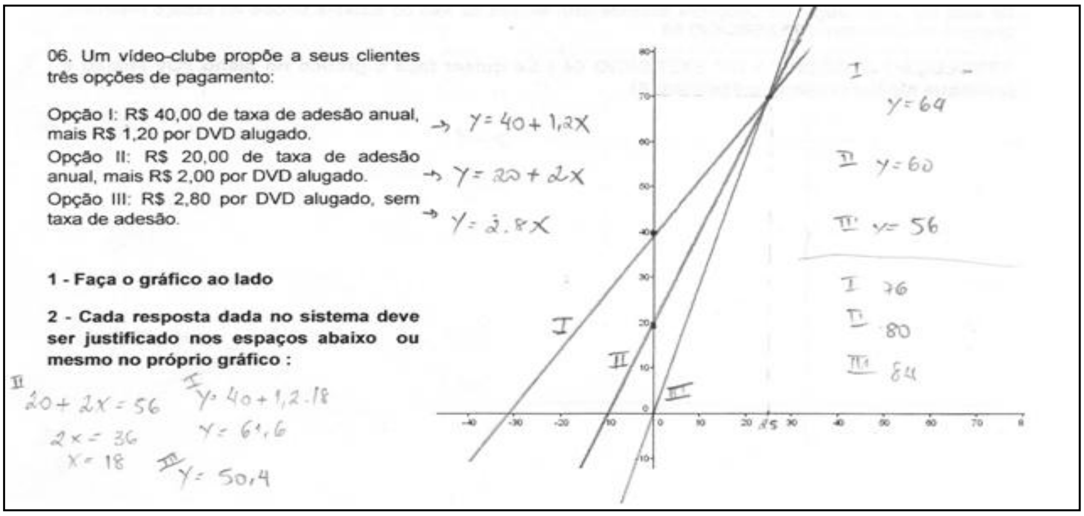
Além disso, com o GeoGebra fica mais evidente quais eram as expressões que indicavam os gastos nestas opções e que permitam fazer os cálculos necessários para responder ao questionário.

Figura 229: Construção feita no GeoGebra referente ao exercício 06



Fonte: Produção do autor.

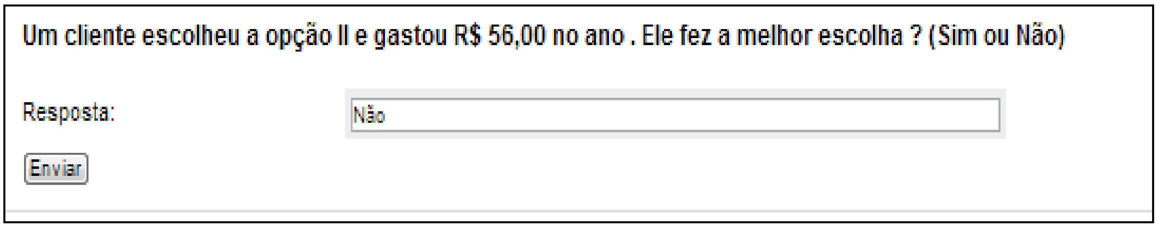
Figura 230: Resolução algebricamente referente ao exercício 06 – Atividade Final



Fonte: Acervo do autor.

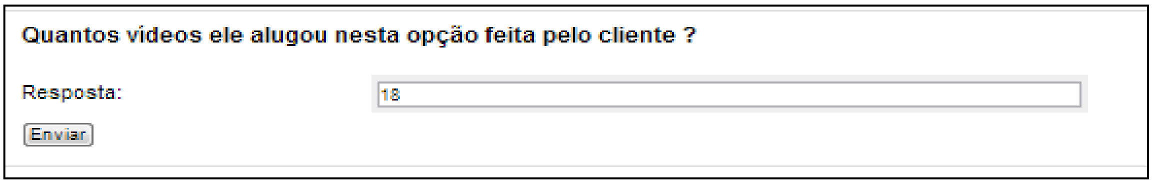
Após a realização dos gráficos o aluno poderia responder ao questionário referente a este exercício.

Figura 231: Questão 01 do questionário do exercício 06 da Atividade Final



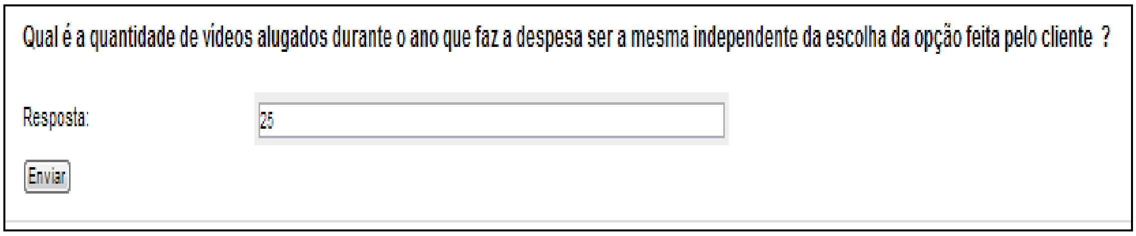
Fonte: Produção do autor.

Figura 232: Questão 02 do questionário do exercício 06 da Atividade Final



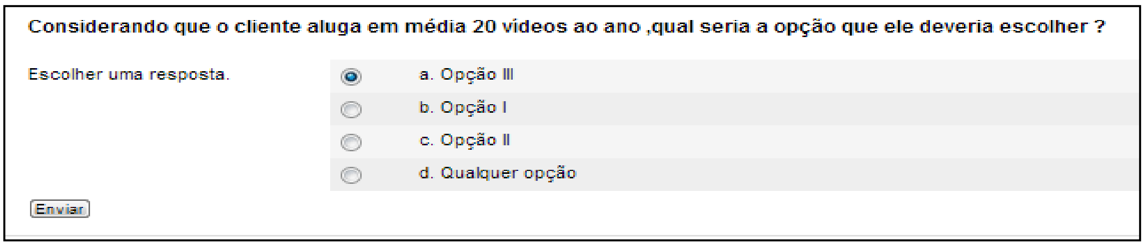
Fonte: Produção do autor.

Figura 233: Questão 03 do questionário do exercício 06 da Atividade Final



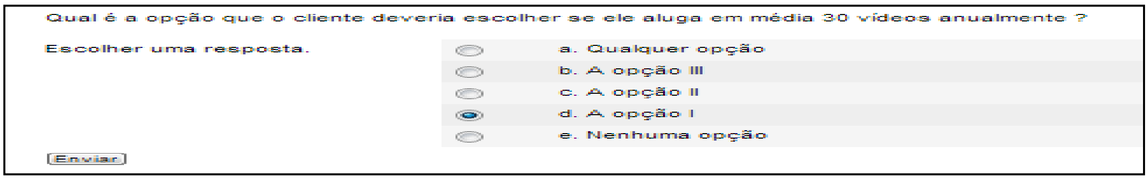
Fonte: Produção do autor.

Figura 234: Questão 04 do questionário do exercício 06 da Atividade Final



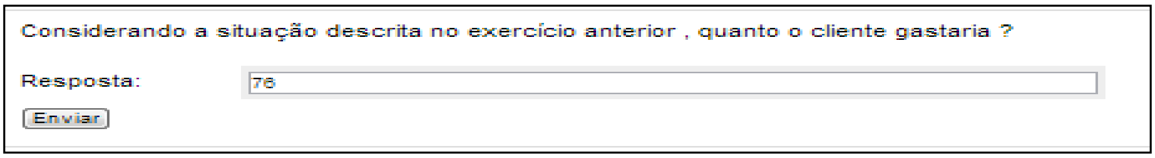
Fonte: Produção do autor.

Figura 235: Questão 05 do questionário do exercício 06 da Atividade Final



Fonte: Produção do autor.

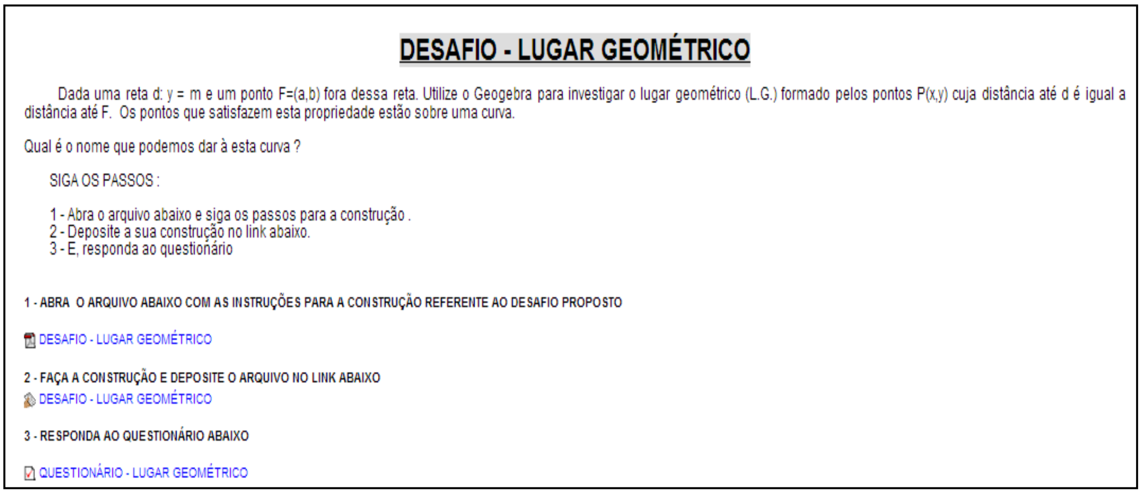
Figura 236: Questão 06 do questionário do exercício 06 da Atividade Final



Fonte: Produção do autor.

Para finalizar estas atividades, foi pedido para que o aluno resolvesse mais um exercício que foi chamado de DESAFIO – LUGAR GEOMÉTRICO. A proposta foi construir um gráfico a partir de um roteiro disponibilizado no sistema *Moodle*. O aluno não teve nenhuma obrigação de entregar o arquivo com a construção e, muito menos, teve a orientação do professor.

Figura 237: Enunciado do desafio chamado Desafio – Lugar Geométrico



Fonte: Produção do autor.

De todas as atividades esta foi a única que os alunos receberam as instruções à distância, ou seja, somente foi avisado a eles que havia uma última atividade a ser feita e ser entregue num prazo pré-determinado.

Com este desafio objetivou-se o seguinte:

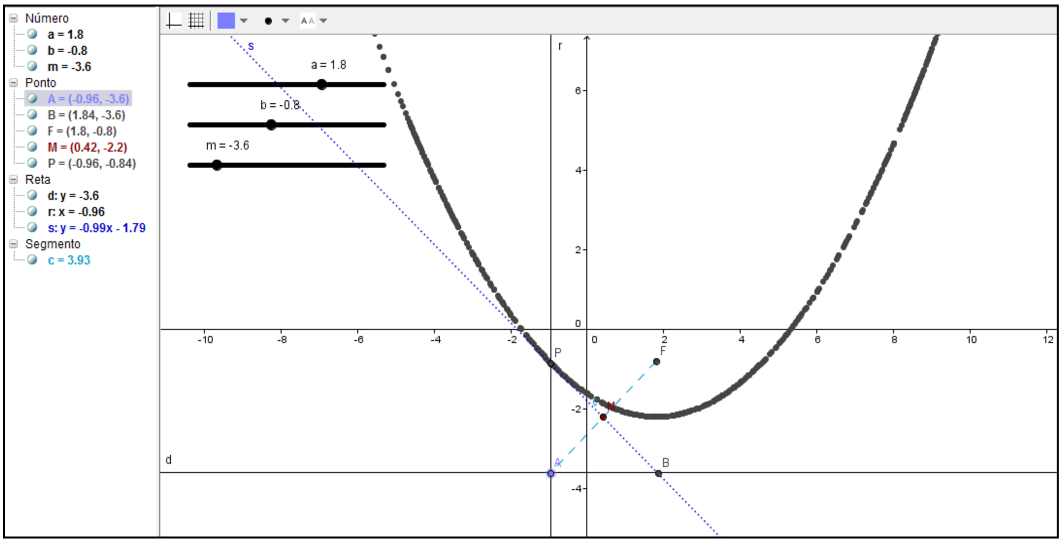
1 – Avaliar o nível de comprometimento dos alunos com relação à realização das atividades, haja vista que não havia a obrigatoriedade da entrega deste exercício.

2 – Avaliar o conhecimento do aluno a cerca dos comandos do GeoGebra e se o aluno já utilizava os mesmos de forma satisfatória.

3 – Enfatizar o conceito de Lugar Geométrico que frequentemente é deixado de lado, pouco aplicado nas aulas de Geometria Analítica.

A partir disso, esperou-se que, uma boa parte dos alunos, fizessem e entregassem as construções feitas no GeoGebra. Nesta última atividade, foram entregues 20 construções, a maioria foi construída corretamente. Na figura 238, há um exemplo da construção feita por um dos alunos.

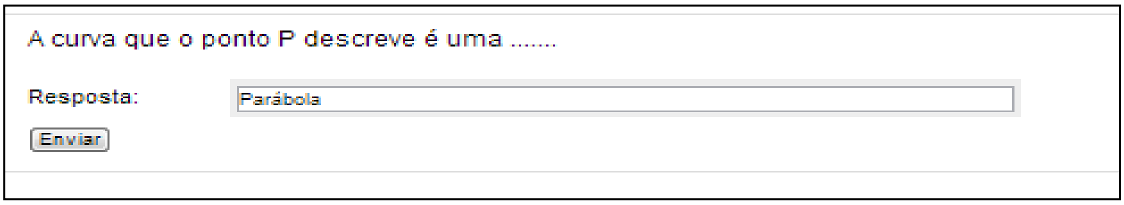
Figura 238: Construção feita no GeoGebra referente ao Desafio proposto na aula 06



Fonte: Acervo do autor.

Após a construção do gráfico o aluno movimentaria o ponto A localizado na reta chamada de d (diretriz) para obter o rastro do ponto P, com as marcas feitas por este ponto no plano pôde-se perceber a curva que está sendo formada e fica evidente que trata-se de uma parábola. Assim, o aluno poderia responder a única pergunta feita a ele no questionário.

Figura 239: Questão referente ao Desafio – Lugar Geométrico



Fonte: Produção do autor.

3.6.3 Conclusões do Professor

Esta última aula foi bastante diferente das anteriores, pois o aluno teve maior liberdade e mais autonomia para escolher as estratégias de resolução dos exercícios propostos. Em cada exercício, ele escolheu como poderia resolver, tendo como opção a utilização do GeoGebra para as construções gráficas ou a justificativa pela resolução algébrica. Objetivou-se com isso que, o aluno, por si próprio, elaborasse as estratégias de resolução para o enfrentamento desses exercícios, utilizando a nova ferramenta GeoGebra quando lhe fosse conveniente ou, simplesmente, não utilizá-la.

Estabeleceu-se então um ambiente de aprendizagem onde o aluno poderia vivenciar o saber aprendido de forma mais livre e criativa. Cada exercício envolveu mais de um conceito, a maioria deles, foi contextualizado e o maior propósito foi evidenciar ao aluno que muito dos saberes aprendidos ou revisados nas cinco aulas do projeto podiam ser aplicados em situações mais próximas de sua realidade.

Esta última aula foi aplicada num período em que os alunos já estavam prestando os principais vestibulares e isso justifica o fato de que nem todos os alunos participaram das entregas dos arquivos e até mesmo do desafio final. Isso mostra que os alunos tiveram um comprometimento enquanto estavam mais inseridos no ambiente escolar, a partir do momento que eles não tinham mais obrigações escolares a adesão dos alunos ficou reduzida.

CONCLUSÃO

Os idealizadores deste projeto não têm a pretensão de estabelecer um método garantidamente eficaz e nem acreditam que as atividades que compuseram as aulas aplicadas sejam um exemplo de excelência. Mas, com certeza, os mesmos têm a consciência do efeito de mobilização causado nos alunos ao longo da aplicação deste projeto.

Acreditou-se que as aulas elaboradas e apresentadas neste projeto, podem servir, futuramente, de modelos para a elaboração de novas sequências didáticas muito mais extensas e elaboradas, ou com mais recursos, e que podem envolver outros conceitos matemáticos, permitindo assim, ao professor introduzir novos saberes, ou mesmo até enfatizar ou reforçar conhecimentos já trabalhados em sala de aula.

Com a utilização de novos recursos tecnológicos, o professor inova as suas práticas, deixando de ser tão pragmático e se tornando mais flexível e mais ousado, permitindo até mesmo um aprendizado necessário, para que o mesmo não fique obsoleto e com atitudes deveras estagnadas, padronizadas e pouco eficazes. Com as novas tendências de mercado e com as novas tecnologias existentes fora do ambiente escolar, há a certeza que a Escola não pode ficar alienada completamente e, por isso, precisa aproximar o ambiente escolar à nova realidade da sociedade vigente.

O professor deve, inicialmente, refletir suas práticas, mobilizar-se e quebrar paradigmas. A elaboração de novas práticas pedagógicas, principalmente aquelas que utilizam recursos diferenciados, aqueles que transcendem totalmente os recursos convencionais como a lousa e o material didático, exigem do professor um certo tempo de preparação, pesquisa e planejamento, o que talvez, seja um entrave para que o mesmo se coloque à frente disso.

Além de todo tempo que deve ter para o desenvolvimento destas novas práticas, há também os riscos que tem pela frente: naturalmente, situações novas surgirão, situações até bastante inesperadas, afinal o professor pode até dominar o conceito matemático que será desenvolvido em sala de aula, mas os recursos que irá utilizar é da mesma forma, em grau diferente, inédito para ele e para os seus alunos.

Com relação aos riscos enfrentados, Borba (2007, pág. 65) cita em seu livro:

> [...] Perda de controle aparece principalmente em decorrência de problemas técnicos e da diversidade de caminhos e dúvidas que surgem quando os alunos trabalham com um computador. Os problemas técnicos podem obstruir completamente uma atividade. Por exemplo, um professor corre o risco de ter que alterar todos os seus planos quando se depara com o fato de que a configuração das máquinas que possibilitaria a execução das atividades foi completamente alterada ... [..]

Mesmo com equipamentos novos e bem modernos disponíveis no laboratório, os idealizadores do projeto tinham a consciência dos problemas que surgiriam durante a aplicação das atividades, tais como:

1- Problemas de compatibilidade e de instalação do *software*;

2- Armazenamento de dados e arquivos com as atividades dos alunos;

3- Outras turmas utilizavam as mesmas máquinas e que poderiam ter acessos aos trabalhos já realizados.

4- Realocação das duplas para outras máquinas;

Nesse contexto, para que a utilização do laboratório fosse feita sem perda de tempo o professor contou com a disposição de um técnico que o auxiliou e garantiu suas condições de trabalho.

Apesar desses possíveis riscos, o professor precisa de ousadia, criatividade e flexibilidade. Ousadia para não ter medo de correr riscos, afinal ele também está entrando em uma zona desconhecida. Flexibilidade no que se refere ao seu planejamento pois, à medida que as aulas eram aplicadas, as posteriores foram planejadas a fim de serem desenvolvidas adequadamente evitando que novos problemas surgissem.

Mesmo assim, apesar destes impropérios, há a certeza de que o professor cria um ambiente de aprendizagem inovador, mais atraente e instigante.

Ao passo que as aulas eram aplicadas no laboratório percebia-se o entusiasmo, a disposição e a expectativa dos alunos. Na verdade, para eles, as aulas tradicionais perderam um pouco a graça, afinal, com as aulas diversificadas criava-se neles atitudes positivas quanto à utilização de novos recursos numa aula de Matemática.

Foto 240: Alunos desenvolvendo atividades no Laboratório de Informática

Fonte: Acervo do autor.

Durante todo o processo pedagógico, a grande preocupação foi quanto à dispersão, desatenção e o receio causados pelas novidades, mas o que se observou era muito mais uma grande ansiedade em aprender e dominar as novas ferramentas. Logo nas primeiras aulas, os alunos prestavam muita atenção nas instruções, e ao passo que eles se sentiam seguros, deixavam de ficar tão dependentes, adquirindo maior autonomia e destreza.

Como em qualquer grupo de alunos, havia aqueles que se destacavam pela facilidade e assimilação da dinâmica e recursos utilizados, e sem planejamento algum se tornaram figuras importantes no decorrer das aulas, auxiliando o professor na instrução de outros alunos e, principalmente, levantando alguns problemas encontrados nos roteiros de construções ou nos exercícios dos questionários.

Um dos objetivos deste projeto foi alcançado, haja visto que se aproveitou de uma vivência do aluno, pois a aprendizagem ocorre num ambiente em que o aluno está, e sendo assim, é necessário propiciar a interação entre seus colegas, pois num simples diálogo, ou discussão sobre algum desafio a ser resolvido, está-se criando um ambiente de interação entre os pares, entre os outros alunos e, principalmente, com o professor.

É necessário salientar que alguns alunos por terem maior dificuldade com a Matemática, encontravam maior dificuldade em assimilar estas novas práticas e, desta forma, percebia-se um falta de comprometimento na realização das atividades. Outro problema observado, mas que no caso era da maioria dos alunos, foi o não cumprimento dos prazos estabelecidos para entrega das atividades. Durante as aulas, na presença do professor, havia uma segurança maior, em compensação a continuidade das atividades em horários extraclasse ficava, geralmente, comprometida.

Como já foi mencionado, os alunos que participaram deste projeto eram da 3ª série do Ensino Médio, e a maioria dos alunos optaram por cursos que não eram da área de exatas; isso para não ter que se deparar com atividades ligadas a cálculos ou fórmulas matemáticas. Com este projeto pretendeu-se resgatar estes alunos, fazendo com que eles voltassem ou adquirissem o gosto pelo estudo da matemática. No decorrer das atividades notou-se que alguns alunos, que normalmente em sala de aula eram extremamente apáticos e pouco atuantes, tornaram-se mais ágeis, interessados e destacavam-se perante aos demais, pela facilidade em executar as construções, em resolver os questionários e, o mais importante, pelo diálogo que foi estabelecido entre eles e o professor; o que foi algo inédito e era pouco provável em uma aula tradicional.

Enfim, acredita-se que este projeto pode ser aplicado e pode ser o ponto inicial para outros projetos que sejam desenvolvidos, a fim de possibilitar novas práticas educacionais na área da Matemática ou em qualquer área de conhecimento.

Destaca-se, ainda que, os planos de aulas desenvolvidos neste projeto têm grande viabilidade de aplicação em qualquer Escola da rede pública.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGUIAR, A. L. *Moodle e Geogebra como apoio virtual ao ensino de trigonometria segundo a nova proposta curricular do estado de São Paulo*. 153f .Tese de Mestrado defendida na Ufscar em 2011.

ALVES, E. V. *Um estudo exploratório dos componentes da habilidade matemática requeridos na solução de problemas aritméticos por estudantes do Ensino Médio*. 186f. Tese de Mestrado defendida na Unicamp em 31 de dezembro de 1999:

ANGLO. *Ensino Médio***:** apostila caderno. São Paulo: Anglo, 2001.

BORBA, M.C.; PENTEADO, M.G. *Informática e Educação Matemática* – Coleção - Tendências em Educação Matemática, São Paulo: Autêntica, 2007.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros *Curriculares Nacionais*: Matemática**.** Brasília: MEC/SEF, 2002.

CUNHA, M. H. *Saberes profissionais de Professores de Matemática: dilemas e dificuldades na realização de tarefas de investigação*. 274 p. Revisão de Literatura da Tese de Mestrado assim intitulada e defendida a 24 de Julho de 1998 - Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

DAMACENO, D. S.; – FECILCAM, *A Resolução De Problemas e os aspectos significativos da sua prática nas aulas de matemática.* VI – EPCT.Encontro de Produção Científica e Tecnológica 12 páginas E56a Encontro de Produção Científica e Tecnológica – EPCT (VI. 2011: Campo Mourão, PR) Evento 24 a 28 de outubro de 2011. Disponível em : http://www.fecilcam.br/nupem/anais_vi_epct/PDF/ciencias_exatas/04-DAMACENO_%20SANTOS.pdf. Acesso em : Dezembro de 2013.

FECILCAM, Escola Superior de Educação de Viseu - *Área Científica de Matemática*. Artigo: Investigações na aula de Matemática. *Link*: http://www.ipv.pt/millenium/17_ect5.htm ; Acesso em : Dezembro de 2013.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil. *Zetetiké*, n. 4, p. 15 -16, 1995.

GAGNÉ, R. M. *Como se realiza a aprendizagem*. Local: Rio de Janeiro Editora Ao Livro Técnico, 1973. 270 p.

.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. A Aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. In: CONGRESSO DA REDE IBEROAMERICANA DE INFORMÁTICA EDUCATIVA - RIBIE, 4. 1998, Brasília. *Anais*... 1998. Brasília, 1998. , p. 8-9. Ou

Disponível em: http://www.ufrgs.br/niee/eventos/RIBIE/1998/pdf/com_pos_dem/117.pdf Acesso em: Fevereiro 2013.

IABEL, L. A. C.. *Relações de ensinância e aprendência através do uso das Tecnologias de Informação e Comunicação* . Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul - *Campus* Sertão. Disponível em: <http://www.periodicos.letras.ufmg.br/index.php/textolivre/article/view/108>. Acesso em: Março de 2014.

JARDINETTI, J.R.B. *A relação entre o abstrato e o concreto no ensino da geometria analítica a nível do 1º e 2º graus.* São Carlos : UFSCar, 1991. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de São Carlos.

LORENZATO, S. Apresentação. *Para aprender matemática*. 2. ed.rev. – Campinas, SP: Autores Associados, 2008. p. 1- 25 (Coleção Formação de professores).

MARMITT, V. R. *Concepções e atitudes em relação à Matemática: maneiras de identificá-las e possibilidades de modificá-las*. Porto Alegre, 2009. 187 f. Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática - Faculdade de Física, PUCRS . Disponível em: http://repositorio.pucrs.br/dspace/handle/10923/3037 Acesso em: Janeiro de 2014.

MERCADO, L. P. L.. *Formação docente e novas tecnologias*. IV Congresso RIBIE, Brasília 1998. Universidade Federal de Alagoas – Brasil ano de 1998. Disponível em: http://www.ufrgs.br/niee/eventos/RIBIE/1998/pdf/com_pos_dem/210M.pdf . Acesso em : Janeiro de 2014

MOREIRA, M. A.. *A aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel*. São Paulo: Moraes, 1982.112p.

ONUCH, Lourdes de la Rosa. *A Resolução de Problemas na Educação Matemática: Onde estamos e para onde iremos*? IV – Jornada Nacional de Educação Matemática – XVII - Jornada Regional de Educação Matemática. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/setembro2012/matematica_artigos/artigo_lonuchic.pdf .Acesso em : Março de 2014.

PCNEM. Disponível em: http://www.cpt.com.br/pcn/pcn-parametros-curriculares-nacionais-do-ensino-medio

VALENTE, José Armando (Org.). ano 1999, *Por que o computador na Educação*? Publicação: OEA_NIED/UNICAMP. Disponível em: http://www.nied.unicamp.br/oea/

VALENTE, J. A. (Org.). *Por que o computador na Educação*? Campinas: OEA_NIED/UNICAMP, 1999. Disponível em: http://www.ich.pucminas.br/pged/db/wq/wq1_LE/local/txtie9doc.pdf Acesso em: Março 2014

SISTEMA COC DE ENSINO**:** *Ensino Médio*: apostila caderno. São Paulo: COC, 2007.

APÊNDICE A

Principais comandos do GeoGebra

Inicialmente serão apresentados os principais comandos encontrados no *software* GeoGebra.

OBS: O tutorial (manual) pode ser encontrado facilmente em qualquer site de busca e há inúmeras apresentações no *You Tube* que são bastantes ilustrativos e explicativos. E, além disso, algumas instruções serão dadas em sala de aula, ou através de videoaulas.

1º) Pode ser feito o download do programa GeoGebra facilmente na internet. O melhor seria a última versão! (Veja o primeiro vídeo – aula disponibilizado no grupo fechado que está no *Facebook*)

É IMPORTANTE QUE VOCÊS TENHAM

2º) Primeiros comandos

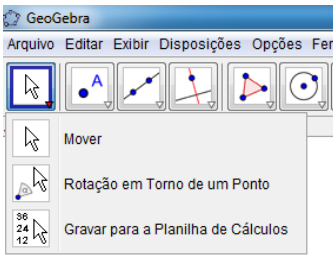
Comandos da barra de ferramenta:

1. Ponto: colocar pontos A e B e o ponto médio C, as distâncias AC e BC .
2. Mover: mover A, B e tentar mover C.
3. Reta: Apagar C, construir a reta AB e o segmento CD, observar na janela de álgebra o comprimento de CD, mover C ou D de modo que o segmento CD interseccione a reta AB, fazer a interseção da reta com o segmento (usar os comandos "interseção de dois objetos", "desfazer" e "novo ponto"). Mover os pontos A, B, C e D.
4. Apagar o ponto D. Traçar uma reta perpendicular à reta AB, passando por C. Colocar o ponto de interseção (D) das duas retas. Medir os ângulos CDA e ADC. Mover os pontos A, B e C. Apagar a medida de 270°. Mover o ponto A, colocando-o à direita e também à esquerda de D.
   Clicar com o botão direito do mouse sobre o ângulo, em propriedades, em Básico e, na Definição, mude Ângulo[A, D, C] por Ângulo[C, D, A].
5. Polígono: geral, regular, preenchimento (Polígono[A,B,6] ≠ Polígono[B,A,6])
6. Formatar: clique com o botão direito do mouse sobre o objeto (ponto, segmento, polígono, etc.) e escolha a opção propriedade. Altere o tamanho dos pontos, a espessura de retas, segmentos, etc., cores, rótulos (mostrar, esconder, renomear).
7. Reta: perpendicular, paralela, mediatriz, bissetriz,...
8. Circunferência: Centro e ponto, raio, compasso, 3 pontos, retas tangentes.

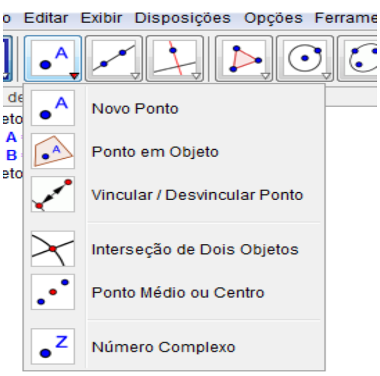
Algumas janelas de comandos:

Obs.: Em cada janela estão uma série de comandos que os alunos aprenderam a utilizar

Janela 01:

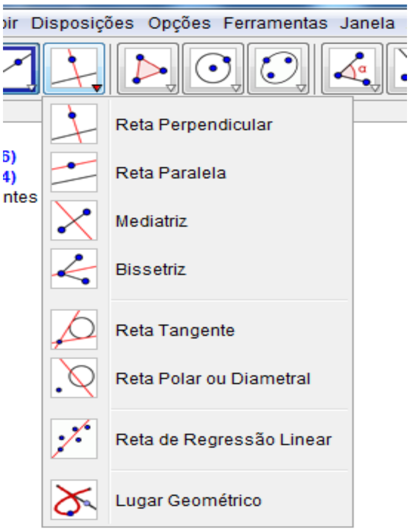


Janela 02:

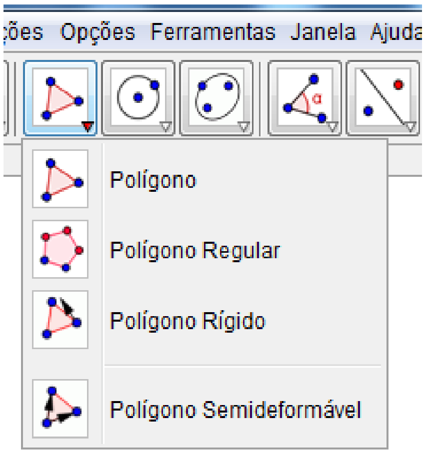


Janela 03:

Janela 04:



Janela 05:



APÊNDICE B

Avaliação diagnóstica

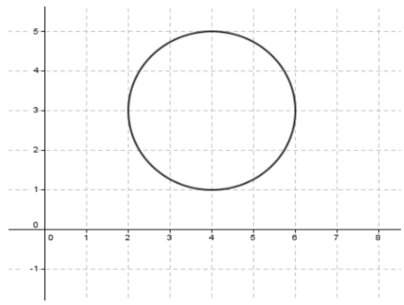
PROVA DIAGNÓSTICA – PROJETO DE MESTRADO DA FEDERAL DE SÃO CARLOS

PROF. ALTAIR PORTES DE ALMEIDA

ORIENTADORA: Pro(a). Dra ADRIANA RAMOS

01. Um professor ao elaborar uma prova com a intenção de avaliar o que seus alunos sabiam sobre o conceito de funções elaborou uma questão onde ele pedia uma investigação sobre os pontos que pertencem ao gráfico. Analise a questão desta prova e explique por que este professor foi bastante equivocado quanto à elaboração da mesma.

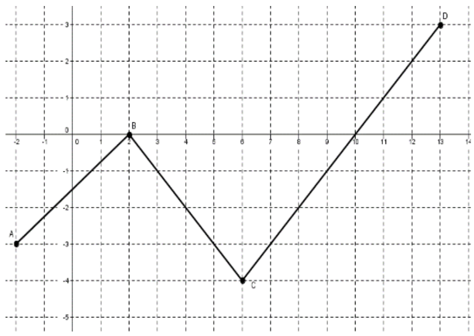
Questão: **Considerando a função f(x) que está representado no gráfico abaixo, indique as imagens determinadas pela função quando x =2 , x= 4 e x = 6**



Resposta: ____

02. Determine o domínio e o conjunto-imagem da função f : $[a, b] \rightarrow$ **R** cujo o gráfico está representado no plano cartesiano abaixo :

OBS: (a e b são números reais que pertencem ao intervalo $[-3{,}14]$



a) Indique as coordenadas dos pontos A, B, C e D

A= (,) ; B = (,) ; C = (,) e D = (,)

b) Determine:

(i) f (4) = ...

(ii) f (0) = ...

(iii) f (x) = 8 então x = ...

(iv) f (x) = 0 então x = ...

c) Determine o Domínio da função f =>..

d) Determine o Conjunto – imagem da função f =>....................................

(Sugestão : se por um acaso você não conseguir responder utilizando a linguagem de conjuntos , represente no gráfico acima os intervalos que indicam o domínio e o conjunto-imagem)

03. Ainda no gráfico do segundo exercício, determine os intervalos onde :

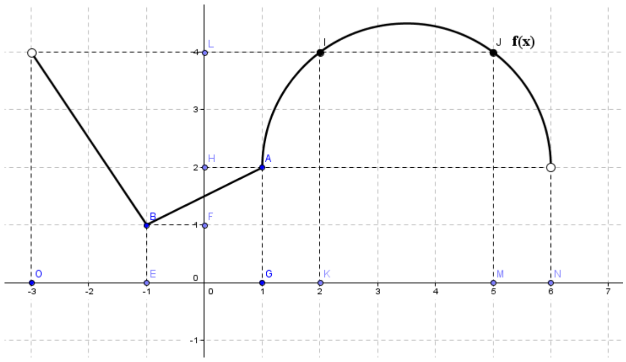
a) f(x) > 0 quando ....

b) f(x) = 0 quando ....

c) f(x) < 0 quando ....

(Sugestão : se por um acaso você não conseguir responder utilizando a linguagem de conjuntos , represente no gráfico acima os intervalos que indicam o sinal da função) .

04. Observando o gráfico abaixo:



(Obs: o gráfico é formado por dois segmentos e uma semicircunferência)

a) Complete a tabela abaixo:

x	-3	-1	1	2	5	6
f(x)						

b) (

i) Existe um valor máximo para f(x) ? ( ) sim ( ) não

(ii) Se existir, é possível determinar exatamente qual é o valor de x que determina o valor máximo ?

( ) sim ( ) não

(iii) E qual é este valor máximo ? ______________________________

c) Em quais intervalos para a variável x a função é crescente e , ou decrescente ?

Função crescente => ____

Função Decrescente => _____________________________________

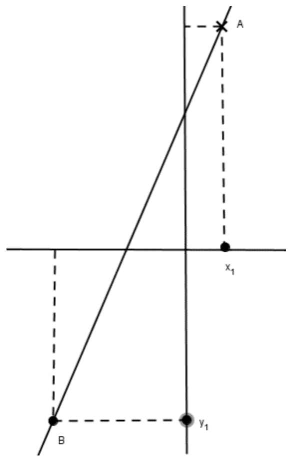
d) (i) É possível determinar f(-2) e f(0)? ( ) sim ( ) não

(ii) Se for possível, dê estes valores e justifique como você achou estes valores.

(Observação: Você pode utilizar o próprio gráfico para justificar suas respostas)

e) Quais são os valores de x que tem imagem igual à 4 ?

05. Observando o gráfico ao lado que representa a reta de equação $2x - y + 4 = 0$



a) Considerando o gráfico, represente a equação acima com y em função de x .

b) Este gráfico é de uma função do ___________ grau .

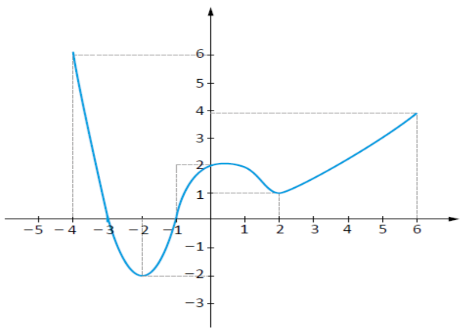
c) O gráfico representa uma função

( ) crescente ou ( ) decrescente

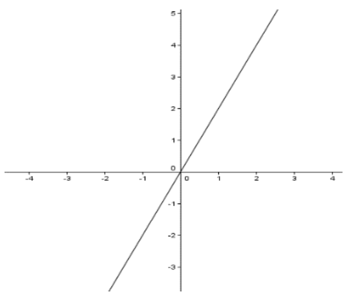
d) A reta intercepta o eixo y no ponto ____________

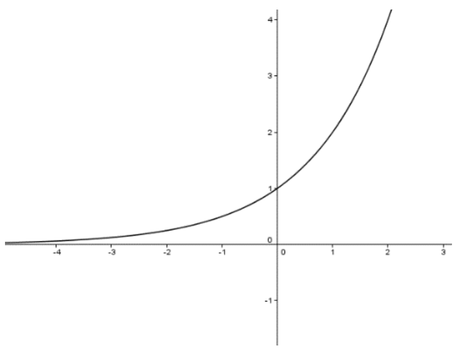
e) Onde a reta intercepta o eixo x ? Qual é o nome dado para este valor de x encontrado?

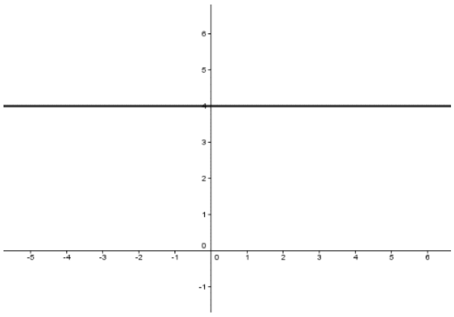
06. Observando o gráfico da função f(x) indique quantas soluções tem a equação f(x) = 1.

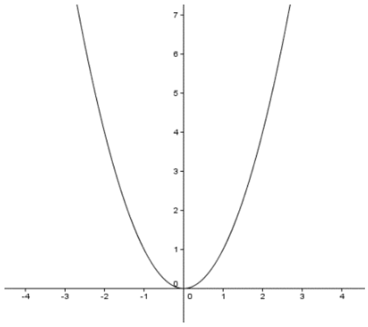


07. Relacione cada um dos gráficos com as funções $f(x) = 2^x$, $g(x) = 2x$, $h(x) = x^2$ e $r(x) = 2^2$

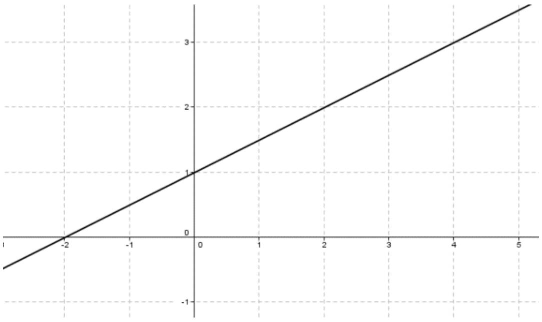






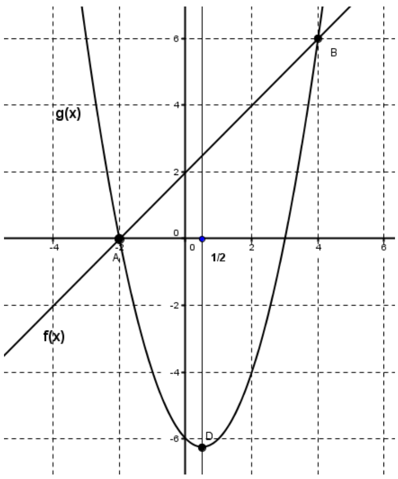


08. Observe o gráfico e responda :



a) É possível prever qual é a imagem determinada pela função quando x for igual a 20 . Por que podemos prever e determinar exatamente este valor apenas com a análise do gráfico ? Qual é a característica principal desta função ?

b) Se a representação geral da função f é a f(x) =ax + b , é possível , somente com a análise deste gráfico , ou seja , sem a utilização de cálculos algébricos prévios quais são os valores de a e de b ?



09. a) Indique em quais pontos f(x) = g(x) =>____________

b) Indique em qual(is) ponto(s) g(x) = 0 => ____________

c) Em qual intervalo $f(x) \geq g(x)$?____________________

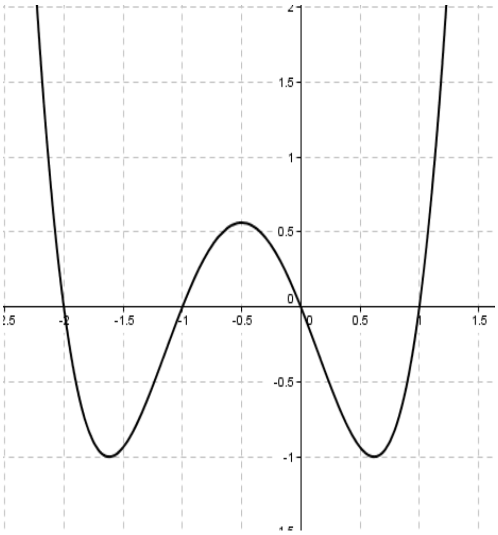
d) (i) A função g(x) tem valor de máximo ou mínimo ?

____

(ii) Qual é o valor de y (máximo ou mínimo) ?

____

10. Observando o gráfico da função polinomial ao lado, responda:



a) Quantas raízes tem a função ?

b) Qual é o possível grau da função ?

c) Como seria uma possível representação algébrica desta função ?

d) O que acontece com os valores das imagens em torno dos pontos de intersecção do gráfico com o eixo x ?

APÊNDICE C

Resultados obtidos pela turma A na avaliação diagnóstica

		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
01-	Aline	I	S	I	I	R	I	S	I	I	I	I	I
02-	Amanda	I	I	I	I	I	I	R	I	I	I	I	I
03-	Ana Alice	I	S	I	S	R	R	S	I	I	I	I	I
04-	Ana Laura	I	S	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
05-	Beatriz	I	S	R	I	I	I	R	R	I	I	I	I
06-	Bruna	I	S	R	R	R	R	S	I	R	R	I	I
07-	Gabriel Alleoni	I	S	R	I	I	I	I	I	I	I	I	I
08-	Gabriel Foltran	S	S	S	R	I	I	S	R	I	I	I	I
09-	Giulia	I	S	I	I	R	I	R	R	I	I	I	I
10-	Giuliano	S	S	R	S	S	R	S	S	S	R	R	I
11-	Guilherme	I	S	R	I	I	I	S	R	I	I	I	I
12-	Heitor	I	S	R	R	I	I	S	I	I	I	I	I
13-	Henrique	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
14-	Hermes												
15-	Igor	S	S	S	R	R	I	S	S	I	I	I	I
16-	Ivo	R	S	R	I	I	I	I	I	I	I	I	I
17-	Jaqueline	I	S	R	R	R	R	S	R	S	S	R	I
18-	Larissa	I	S	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
19-	Leonardo	I	S	S	S	S	I	R	I	I	I	I	I
20-	Lucas H.												
21-	Lucas M.	R	S	R	I	R	I	S	R	I	I	I	I
22-	Lucca	I	S	R	I	I	I	S	I	I	I	I	I
23-	Luis Felipe	R	S	I	I	I	I	S	I	I	I	I	I
24-	Luma	I	S	R	I	S	I	S	R	I	I	I	I
25-	Matheus	R	S	R	S	R	I	R	R	I	I	I	I
26-	Matheus Eduard	I	S	S	S	S	I	S	I	S	I	I	I
27-	Murilo	I	S	R	I	R	I	S	I	I	I	I	I
28-	Nicole	I	S	R	I	R	I	I	I	I	I	I	I
29-	Patricia	I	S	I	I	R	I	S	I	I	I	I	I
30-	Paula	I	I	I	I	I	I	R	I	I	I	I	I
31-	Paula Rodrigues	I	S	S	S	R	R	S	R	I	R	R	R
32-	Rafaela												
33-	Reinaldo												
34-	Sabrina Luiza	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
35-	Tainá	I	S	I	I	I	I	S	R	I	I	I	I
36-	Tayna	I	S	I	I	I	I	R	I	I	I	I	I
37-	Vinicius	I	S	R	R	R	I	S	I	I	I	I	I

I - CONCEITO DE FUNÇÕES

II - LOCALIZAÇÃO DE PONTOS NO PLANO CARTESIANO

III - NOTAÇÃO f(x)

IV - DETERMINAÇÃO DO DOM E CONJUNTO-IMAGEM

V - SINAL DA FUNÇÃO

VI - VALORES DE MÁXIMOS E MÍNIMOS

VII - ASSOCIAÇÃO DA FUNÇÃO E GRÁFICO

VIII - PONTOS DE INTERSECÇÃO

IX - DETERMINAÇÃO DA FUNÇÃO

X - RELAÇÃO ENTRE DUAS FUNÇÕES

XI - ZEROS DA FUNÇÃO

XII - SINAL - RAÍZES

S => SATISFATÓRIO

R => REGULAR

I => INSATISFATÓRIO

APÊNDICE D

Resultados obtidos pela turma B na avaliação diagnóstica

	TURMA B												
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
01-	Alessandra C	I	S	R	S	R	S	S	I	I	I	I	I
02-	Alessandra												
03-	André												
04-	André C	I	I	I	I	I	R	S	I	I	I	I	I
05-	Bruno	I	S	S	I	R	R	S	I	I	I	I	I
06-	Bruno F	S	S	S	S	S	R	S	S	R	S	S	I
07-	Caique	I	S	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
08-	Cibelli												
09-	Ellen	S	S	R	S	R	R	S	I	I	I	I	I
10-	Emersom	I	I	I	I	I	I	S	I	I	I	I	I
11-	Filipe	R	S	R	S	S	R	S	S	S	S	R	I
12-	Flávia	I	S	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
13-	Guilherme	I	S	I	I	I	I	S	I	I	I	I	I
14-	Heloisa	S	S	R	S	R	I	S	R	I	R	I	I
15-	Henrique	I	S	R	I	R	I	S	I	I	I	I	I
16-	Isabella	S	S	I	S	S	R	S	I	I	R	I	I
17-	João Vitor	I	S	I	I	I	I	S	S	I	R	I	I
18-	Julia M	I	S	R	I	R	I	S	S	I	I	I	I
19-	Julia V	S	S	S	S	S	R	S	I	I	I	I	I
20-	Kalel	I	S	I	I	I	I	S	I	I	I	I	I
21-	Laleska	I	S	R	S	S	I	S	I	I	I	I	I
22-	Leonardo F	S	S	R	S	S	I	S	S	I	I	I	I
23-	Leonardo T	S	S	R	I	S	R	S	I	I	I	I	I
24-	Leticia L	I	S	I	S	S	I	S	R	I	R	I	I
25-	Leticia												
26-	Lucas	I	S	I	I	I	I	S	I	I	I	I	I
27-	Lucas Henrique												
28-	Luma	I	S	R	I	S	R	S	R	I	I	I	I
29-	Nayara	I	S	R	I	S	I	S	S	R	I	I	I
30-	Paulo	I	S	R	I	I	I	S	I	I	I	I	I
31-	Pedro C	I	S	R	R	R	I	I	I	I	I	I	I
32-	Pedro P	I	S	R	I	S	I	S	S	I	I	I	I
33-	Thamires	I	S	I	I	R	I	S	I	R	I	I	I
34-	Thiago												
35-	Thiago												
36-													

I - CONCEITO DE FUNÇÕES

II- LOCALIZAÇÃO DE PONTOS NO PLANO CARTESIANC

III- NOTAÇÃO f(x)

IV- DETERMINAÇÃO DO DOM E CONJUNTO-IMAGEM

V- SINAL DA FUNÇÃO

VI- VALORES DE MÁXIMOS E MÍNIMOS

VII- ASSOCIAÇÃO DA FUNÇÃO E GRÁFICO

VIII - PONTOS DE INTERSECÇÃO

IX- DETERMINAÇÃO DA FUNÇÃO

X- RELAÇÃO ENTRE DUAS FUNÇÕES

XI - ZEROS DA FUNÇÃO

XII - SINAL - RAÍZES

S=> SATISFATÓRIO

R => REGULAR

I => INSATISFATÓRIO

APÊNDICE E

Instruções para o primeiro acesso ao sistema *Moodle* (Ambiente de Aprendizagem da UFSCar)

1 - Acessando o site (Endereço do site do Ambiente de Aprendizagem da UFSCar) :

http://www.moodle.ufscar.br/

Informações para o acesso ao ambiente de aprendizagem Moodle-UFSCar:

- Para alunos de graduação, o "**Nome de usuário** e **Senha**" é o número do RA.
- Para os demais alunos (pós-graduação, extensão e etc) ou professor convidado (exceto os da UfSCar) o(a) professor(a) responsável enviará uma lista dos alunos com nome completo e e-mail para que possamos cadastrá-los no ambiente. O "**Nome de usuário**" e "**Senha**" deles será, inicialmente, o prenome do e-mail (nome antes da letra @ do e-mail deles) com exceção para o caractere "_" que deverá ser retirado.

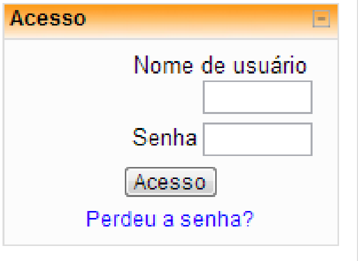
2 - Como fazer o primeiro acesso:

IMPORTANTE: Após o primeiro acesso é muito importante o aluno trocar a senha e atualizar o *e-mail* em seu perfil. Através do *e-mail* atualizado o aluno recebe todas as informações trocadas no ambiente *Moodle* além de recuperar o acesso ao ambiente caso esqueça a senha!

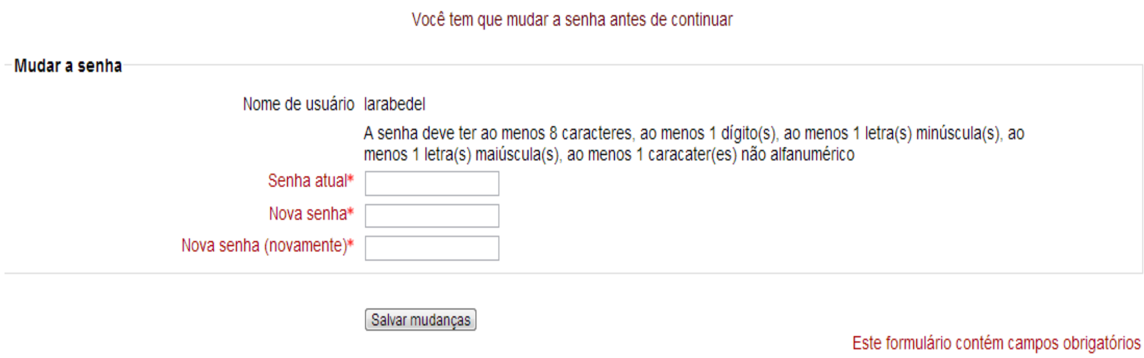
- Exemplos:

E-mail do aluno	Nome de usuário e Senha
pepepe@ufscar.br	pepepe
pe_pepe@ufscar.br	pepepe
pe.pepe@ufscar.br	pe.pepe
pe-pepe@ufscar.br	pe-pepe

3- Para acessar (Janela à sua esquerda do vídeo)



4- Mudança de senha (Obrigatório)



IMPORTANTE: Observem as regras para a elaboração da senha no item 05

Exigências para cadastramento de nova senha do ambiente Moodle-UFSCar.

Fomos alertados, pela comunidade Moodle.org, para solicitar aos nossos usuários que alterassem suas senhas para a seguinte *configuração/composição obrigatória*:

1. no mínimo de **8 caracteres**;
2. ao menos *uma letra maiúscula*;
3. ao menos *uma letra minúscula*;
4. ao menos *um caractere especial* (evite acentos!) e
5. ao menos *um número*.

Exemplo: Moodle1*

5 - Regras para elaboração da nova senha !!

OBSERVAÇÃO: Qualquer problema envie um *email* pra mim <u>a_almeida2000@hotmail.com</u> e tento acessar e enviar a senha!

APÊNDICE F

Continuação das atividades propostas na Aula 01 - Familiarização dos conceitos

5ª Atividade:

1- Determine dois pontos A e B quaisquer na área de trabalho.
2- Ligue este dois pontos com um segmento.
3- Represente sua medida e observe o que acontece quando se movimenta estes pontos.
4- Determine o ponto médio M.
5- Represente a distância entre o ponto M e as extremidades A e B do segmento.

6ª Atividade:

1- Determine dois pontos A=(2,3) e B = (5,2) na área de trabalho.
2- Trace uma reta que passa por estes dois pontos
3- Construa uma reta passando pelos pontos A e B
4- Mude a cor, o traçado desta reta, e chame – a de reta r. (Utilize o comando de rotular a reta com nome e valor)
5- Trace as retas perpendiculares a reta r nos pontos A e B (rotular com nome e valor as retas construídas)
6- Movimente o ponto A até que a reta fique paralela ao eixo x e observe o que acontece.
7- Movimente o ponto B até que a reta fique paralela ao eixo y e observe o que acontece. (Obs.: veja os rótulos de cada reta)
8- Represente a medida dos ângulos formado pelas retas.

7ª Atividade:

1- Construa um segmento AB
2- Coloque o ponto médio M de AB
3- Trace a mediatriz de AB
4- Qual é a definição de mediatriz? Existem outras formas de defini-la?

(Sugestão: Coloque um ponto P≠M sobre a mediatriz, encontre as distâncias de P a A e de P a B, movimente estes pontos e observe o que acontece)

8ª Atividade:

1- Construa duas semirretas com origem em A e passando pelos pontos B e C
2- Meça o ângulo BAC
3- Trace a bissetriz do ângulo BAC

4- Encontre a distância do ponto P (sobre a bissetriz) dos lados do ângulo. Como se define distância de ponto à reta?
5- Mova o ponto P, movimente os pontos A, B e C. O que você observa com relação às distâncias representadas do ponto P aos lados do ângulo?
6- Construa os segmentos que fornecem as distâncias

APÊNDICE G

RECONHECER QUANDO UMA RELAÇÃO É UMA FUNÇÃO- GABARITO

Nome: ____ nº ________Série ________

Alguns alunos de uma determinada escola foram, escolhidos aleatoriamente, para responder a seguinte pergunta: **Qual é a sua altura, em metros?**

Responderam a esta pergunta, 10 alunos somente, e as respostas foram dispostas numa tabela, onde foram colocadas o nome e a sua respectiva altura.

ALUNO(NOME)	ALTURA(m)
ALESSANDRA	1,67
BRUNO	1,81
CIBELE	1,68
FILIPE	1,72
IGOR	1,81
LARISSA	1,68
NAYARA	1,71
PEDRO	1,91
TAYNA	1,69
VINICIUS	1,74

Observando a tabela, pôde-se estabelecer uma relação entre aluno e a altura, e isto poderia ser escrito da seguinte forma:

A altura da aluna Ana é igual a 1,67 = > altura(Ana) = 1,67

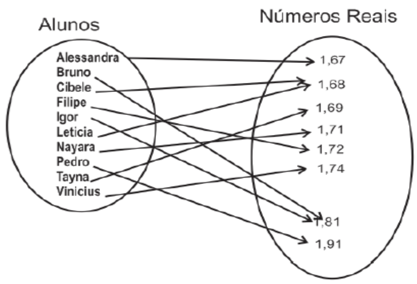
Chamando o critério estabelecido como forma de relacionar aluno e altura, como H, pôde-se escrever a relação aluno e altura como H(Aluno) = Altura. E assim, ter-se-iam estas representações:

H(Alessandra) = H(A) = 1,67
H (Bruno) = H(B) = 1,81
H(Cibele) = H(C) = 1,68
H(Filipe) = H(F) = 1,72
H(Igor) = H(I) = 1,81

H(Larissa) = H(L) = 1,68
H(Nayara) = H(N) = 1,71
H(Pedro) = H (P) = 1,91
H(Tana) = H(T) = 1,69
H(Vinicius) = H(V) = 1,74

Agora, além da tabela, podemos utilizar o diagrama de flechas para representar esta relação. Mas antes, vamos chamar o conjunto formado pelos 10 alunos de A (Alunos) e o conjunto com as alturas considerando o conjunto dos números reais que chamaremos de R (Reais) .

Diagrama de flechas :



Pergunta-se:

1) Todos os alunos relacionados estão associados a algum número real que representa a sua altura?
(X) Sim ( ) Não

2) Dentre os alunos relacionados existe algum aluno associado há dois valores representando a sua altura?
( ) Sim (X) Não

3) Existem alunos associados há um mesmo valor que representa as suas alturas ?
(X) Sim ( ) Não

4) Se fosse feita a mesma pergunta para um 11º aluno ele estaria associado a um número real que represente a sua altura? (Lembre-se que o conjunto R é o conjunto dos números reais)
(X) Sim ( ) Não

5) Existiria algum aluno sem uma medida (número real) que representasse a sua altura?
( ) Sim (X) Não

Esta relação entre os conjuntos A e R poderia ser chamada de função de A em R. Ou seja, a **relação Aluno -> Altura** poderia ser chamada de **função H: A -> R** (lê-se: **função H de A em R**)

Defina o que é uma função utilizando o contexto desta atividade:

<u>Cada elemento do conjunto de partida A (cada aluno) estão associado à um único número real do conjunto de chegada_R (número real que representa a sua altura)</u>

Bem, se você já definiu as condições para que a relação seja considerada uma função . Podemos agora responder as seguintes perguntas:

01) Qual é o nome dado para o conjunto de partida? **<u>Domínio da função H</u>**

02) Qual é o nome dado para o conjunto de chegada R? **<u>Contradomínio da função H</u>**

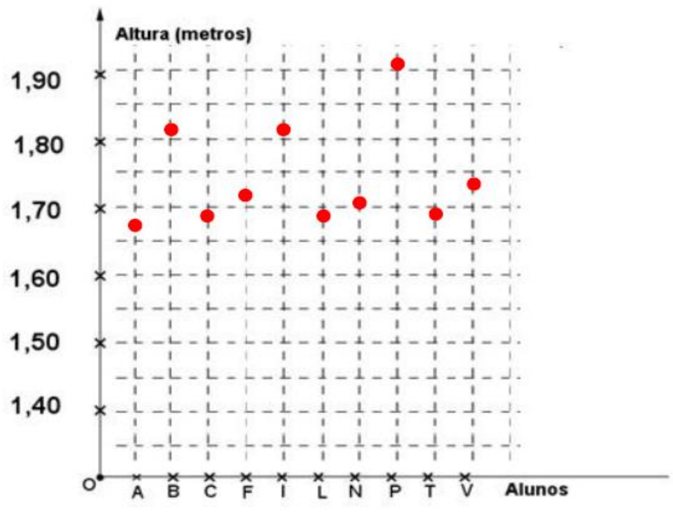
03) Qual o significado da igualdade H(U) = 1,89? ***<u>O aluno U tem altura igual à 1,89</u>***

04) Qual o significado da igualdade $H(U_1) = H(U_2) = 1{,}67$? ***<u>Os alunos H_1 e H_2 têm a altura igual à 1,67 metros</u>***

05) Se formássemos um novo conjunto com todas as alturas que foram relacionas aos 10 alunos, como ele se chamaria (utilize conceitos matemáticos para responder)?

<u>Conjunto Imagem da função H</u>

06) Represente, no gráfico ao lado, os pontos que indicam os alunos e suas respectivas alturas:



APÊNDICE H

ATIVIDADE 02 – PROBLEMA DO RESERVATÓRIO – FUNÇÃO DO 1º GRAU

Considere dois reservatórios **R_1 e R_2**, tais que:

R_1 é um reservatório de dimensões: **comprimento: 20 cm, largura: 5 cm e altura 60 cm**. Neste reservatório temos várias bolinhas iguais (com a mesma capacidade) totalmente imersas e que fazem o reservatório ter o nível da água até a borda do mesmo.

R_2 é um reservatório com as seguintes dimensões: **comprimento: 10 cm, largura 20 cm e com a mesma altura do reservatório R_1**. Neste reservatório não temos nenhuma bolinha e o nível da água inicialmente é igual a 20 cm.

Quando foi retirada uma bolinha de cada vez do reservatório R_1 e foi colocada a mesma no reservatório R_2, teve-se a seguinte situação descrita nas tabelas abaixo:

Reservatório R_1 = > (x_1, y_1)

Número de bolinhas retiradas do R_1 (x_1)	Nível da água no reservatório $R_1(y_1)$
1	57
2	54
3	51
4	
5	
6	

Reservatório R_2 => (x_2, y_2)

Número de bolinhas colocadas no R_2 (x_2)	Nível da água no reservatório $R_2(y_2)$
1	22
2	24
3	26
4	
5	
6	

Pergunta-se:

01- O que acontece quando retiramos uma bolinha de cada vez do reservatório R_1?

____

02- O que acontece quando colocamos uma bolinha de cada vez no reservatório R_2?

03- Preencha as duas tabelas completamente

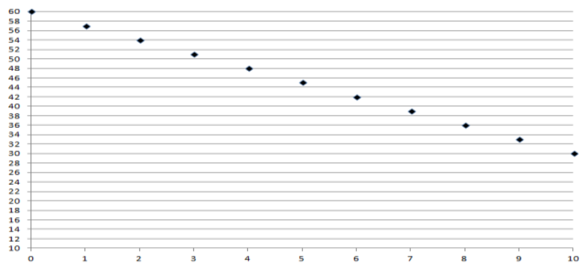
04- Se estabelecemos uma função f_1 (situação 01 – reservatório 01) que representa a função que associa quantidade de bolas retiradas com o nível de água, temos uma função: ( ) crescente ( ) decrescente.

05- Se estabelecemos uma função f_2 (situação 02 – reservatório 02) que representa a função que associa quantidade de bolas colocadas com o nível de água, temos uma função: ( ) crescente ( ) decrescente .

06- Podemos dizer que estas funções são do 1º grau? E por quê?

____

07- No gráfico abaixo foram representados os pontos (x, y) obtidos na tabela 01 (foram representados até a retirada de 10 bolas). Faça o mesmo como os pontos (x, y) obtidos na tabela 02.



08- Analise bem a localização dos pontos no gráfico acima e responda:

a) Os pontos da tabela 01 e da tabela 02 são colineares? ( ) Sim ( ) Não

b) Existe um ponto comum entre os pontos localizados no gráfico? ( ) Sim ( ) Não

c) Se existir um ponto comum para as representações gráficas das funções f_1 e f_2, explique o significado deste ponto.____

09- Imaginado que exista uma reta que passa pelos pontos da tabela 01 e outra reta que passa pelos pontos da tabela 02. Explicite as funções f_1 e f_2 na forma f(x) = mx + b que representam estas retas. **Sugestão: Pegue dois pontos de cada função e utilize a equação fundamental $(y - y_0) = m (x - x_0)$ aprendida nas aulas de Geometria Analítica**.

10- Quais são os valores de m_1 e b_1 na função f_1 e m_2 e b_2 na função f_2, diga qual o significado de cada valor obtido. Pode indicar no próprio gráfico.

11- Dê os valores e significados de $f_1(9)$ e $f_2(x_2) = 30$.

12- É possível determinar, algebricamente, o fenômeno observado no item 08, ou seja, o ponto de intersecção P onde o nível da água no reservatório R_1 é igual a R_2? ( ) Sim ( ) Não

13- Faça o cálculo algébrico no espaço abaixo.

14- Em quais trechos (até que número de bolas retiradas) o nível da água no reservatório R_1 é maior que no R_2? E, quando R_1 é menor que R_2?

APÊNDICE I

<u>Construção do gráfico para o problema dos reservatórios – Atividade do dia 30/09 e 07/10</u>

Siga os passos: (Leia com atenção !!)

1- Posicione o mouse na janela de visualização e clique nas opções:

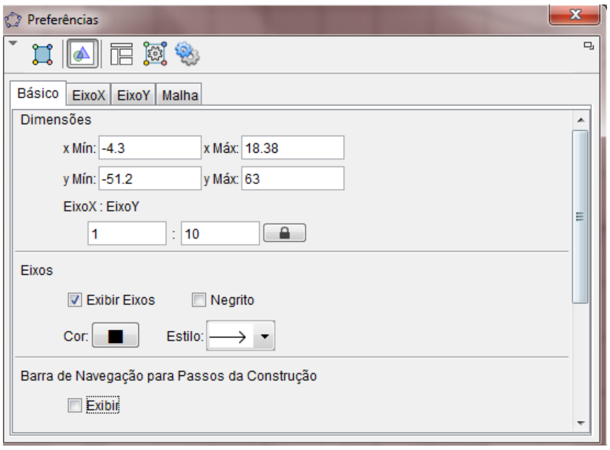
a. Malha (isso se a malha não estiver aparecendo);

b. Eixos (isso se os eixos não estiverem aparecendo);

Ou seja, é importante que a malha e os eixos estejam aparecendo

c. Ainda com o botão direito do mouse, aparecerá novamente uma janela, e escolha a última opção Janela de Visualização.

d. Aparecerá a janela abaixo, na opção **EixoX:EixoY** altere a escala para 1: 10



2- Vamos traçar no gráfico a reta que passa pelos pontos da tabela 01 (reservatório 1)

No campo Entrada, digite y = -3x + 60

3- Vamos traçar no gráfico a reta que passa pelos pontos da tabela 02 (reservatório 2)

No campo Entrada, digite y = 2x + 40

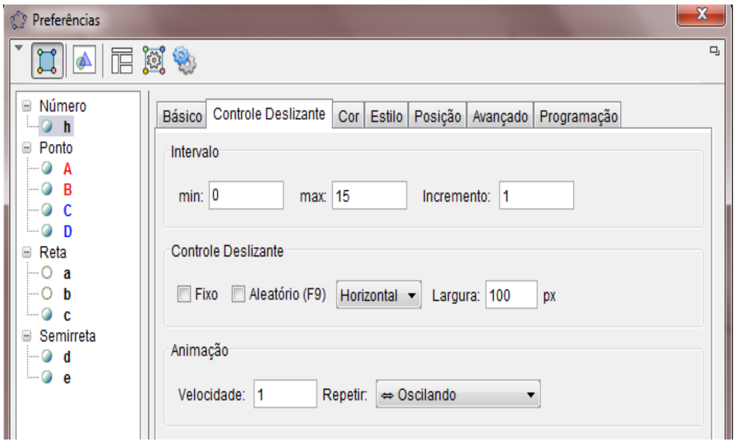
4- Agora vocês vão descobrir um novo comando, o comando deslizante.

a. Digite na Entrada a expressão h = 0

b. Na Janela de Álgebra irá aparecer h=0 e se a bolinha estiver em branco clique em cima dela (botão esquerdo) e ela ficará azul. E você perceberá um segmento com um ponto chamando h.

5- Vamos alterar o tamanho deste segmento, ou seja, alterar a variação de h (valor mínimo e máximo de h). Siga os passos:

Clique sobre o segmento com a variável h, na janela que será aberta escolha a opção Propriedades e em seguida a opção Controle Deslizante e digite no valor mínimo 0, no valor máximo 15 e no Incremento digite 1



Para movimentar o ponto h, o ícone Seta da barra de ferramentas tem que estar ativada

6- Agora escreva na janela Entrada x = h

Observe o que acontece e movimente h e você irá movimentar uma reta especial,

Preste atenção na reta que você obterá?

7- Enfatize esta reta, mude a cor para um cor em negrito, por exemplo.

8- Escolha a opção intersecção de dois objetos:

9- E clique com o botão esquerdo do mouse nas retas a e o eixo y, nas retas b e o eixo y, a reta vertical e a reta a e, também, a reta vertical e a reta b

10- Movimente o comando deslizante h e observe o que acontece;

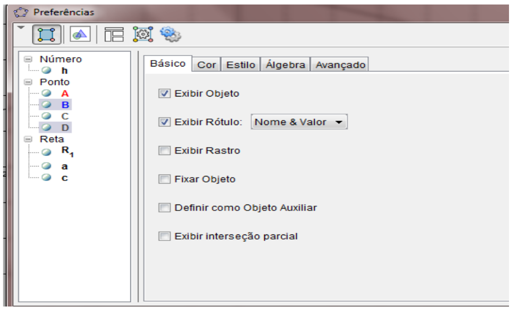
11- Você pode mudar as cores destes pontos de intersecção, por exemplo:

a) Vermelho para pontos de intersecção das retas a e b com o eixo y;

b) Azul para pontos de intersecção da reta vertical com as retas a e b.

12- Obtenha agora um ponto importante que é o ponto de intersecção entre as retas a e b, que é um ponto importante pois permite responder algumas perguntas sobre o problema dos reservatórios !! Chame este ponto e de P enfatiza-o !!

13- Façamos mais uma alteração e clique com o botão direito do mouse sobre os pontos de intersecção e escolha a opção Propriedades e irá aparecer a seguinte janela. Observe que na janela Exibir rótulo aparece a opção Nome & Valor escolha esta opção (faça isso com todos os pontos, pelo jeito os pontos determinados tem nomes A, B, C e D). **Agora você tem as coordenadas x e y de cada ponto aparecendo na tela!**



14- Agora vamos ajustar o gráfico construído para ser coerente com o problema dos reservatórios!

15- Escolha a opção Semirreta Definida por Dois Pontos

Na reta a construa uma semirreta clicando com o botão esquerdo do **mouse no ponto de intersecção com o eixo y e**

O ponto P (intersecção da reta a e b)

Faça o mesmo com a reta b.

16- Na Janela de Álgebra, procure a expressão a: y = -3x +60 e clique com o botão esquerdo do mouse na bolinha azul e deixe-a branca e veja o que acontece. Faça o mesmo para a reta b !!

17- Mude as cores das semirretas enfatizando cada uma delas, e para renomear cada semirreta siga com o mouse sob a semirreta e clique com o botão direito do mouse e escolha a opção Renomear e digite R_1 e você verá o que acontece, faça o mesmo para a outra semirreta, chamando a outra semirreta de R_2 (digite R_2).

18- Para finalizar clique com o botão direito sobre o ponto de intersecção da reta vertical com a semirreta R_1 e escolha a opção **Habilitar Rastro**. Faça o mesmo para o ponto da semirreta R_2!

19- Movimente o comando deslizante e observe o que acontece

OBS: Como os valores de x são números naturais [quantidade de bolas retirada (colocadas)] temos a representação dos pontos somente, mas se x for os números reais temos os infinitos pontos das duas semirretas representadas no gráfico.

20- Pronto seu gráfico já está pronto e nas condições corretas para representar o problema dos reservatórios!

21- Movimente o comando deslizante h e veja o que acontece em relação as coordenadas dos pontos de intersecção da reta vertical com as semirretas. E responda as perguntas abaixo:
OBS: Estas respostas devem ser colocadas no Questionário Final - Reservatórios

a. Para quais valores de x, $\mathbf{R_1 (x) < R_2 (x)}$?
b. Para qual(si) valor(es) de x, $\mathbf{R_1 (x) = R_2(x)}$?
c. Para quais valores de x, $\mathbf{R_1 (x) > R_2 (x)}$?

22- **Após terminar a construção envie o arquivo no *link* disponível na sua sala do sistema *Moodle*. Está logo abaixo do Roteiro de Construção**

APÊNDICE J

Roteiro para a construção do gráfico da função do 1º grau

ATIVIDADE: CONSTRUÇÃO DA FUNÇÃO DO 1º GRAU DATA: 14/10/2013

Siga os passos: (Leia com atenção !!)

INSTRUÇÕES INICIAIS:

Posicione o mouse na janela de visualização e clique nas opções:

Malha (isso se a malha não estiver aparecendo);

Eixos (isso se os eixos não estiverem aparecendo);

É importante que, antes de iniciar a construção, a malha e os eixos estejam aparecendo.

E qualquer passo a ser feito é importante visualizar a Janela de Álgebra que fica do seu lado esquerdo !!

INSTRUÇÕES PARA A CONSTRUÇÃO:

1- Comandos deslizantes (dependendo dos valores que está variável assume temos a alteração do gráfico da função do 1º grau)

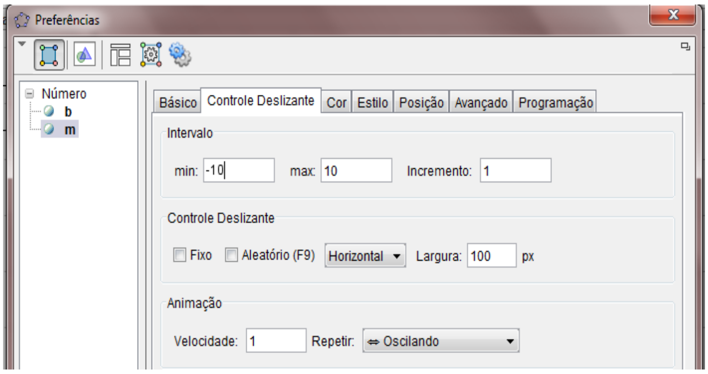
a. Na janela de Entrada digite m=0 e clique entre.

b. Siga até a bolinha branca do lado esquerdo na Janela de Álgebra e clique com o botão esquerdo do mouse e observe o que acontece.

c. Clique com o botão direito do mouse em cima do comando deslizante m e escolha a opção PROPRIEDADES

d. Vamos alterar o intervalo de variação da variável m para

1. Valor mínimo -10
2. Valor máximo 10
3. Incremento 1



e. Faça os mesmos passos, com a variável b, digite b=0 e continue da mesma forma que nos passos a, b, c e d acima.

f. Se quiser alterar as características de cada comando deslizante m ou b, utilize as opções COR e ESTILO. Na opção PROPRIEDADES (encontrada quando você clica com o botão direito do mouse sobre cada comando deslizante)

2- Escreva na Janela de Entrada a expressão => f(x) = m + b

3- Na Janela de Álgebra siga até a expressão que aparece e com botão esquerdo (ou direito) clique e arraste esta expressão até a Janela de Visualização.

a. Altere as características da expressão f(x) =... como cor e tamanho da fonte, para isso faça o seguinte:

a.1. Clique com o botão direito do mouse sobre a expressão que você acabou de arrastar para a Janela de Visualização e escolha a opção PROPRIEDADE.

a.2. Escolha as opções TEXTO e ou COR e faça as alterações livremente.

4- Movimente os comandos deslizantes m e b, um de cada vez e observe o que acontece.

5- Crie um ponto sobre o eixo x.

a. Escolha a opção novo ponto

b. E, e em cima do eixo x clique com o botão esquerdo.

c. Altere as características deste ponto escolha uma cor e um estilo que evidencie o mesmo.

c.1. Com o botão direito do mouse clique sobre o ponto A e escolha a opção PROPRIEDADES.

6- Você irá criar um ponto B que estará sobre a reta f e que ao movimentar o ponto A você também movimentará este ponto B.

7- Digite na janela de Entradas a expressão => B**=(x(A), f(x(A)))**

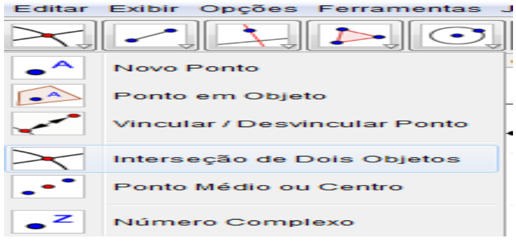
PRESTE MUITA ATENÇÃO NA SENTENÇA ESCRITA E NO SIGINIFICADO DELA!

8- Com o botão esquerdo (ou direito) do mouse sobre a expressão **B = (...**e arraste até a Janela de Visualização e, também altere as características do ponto B.

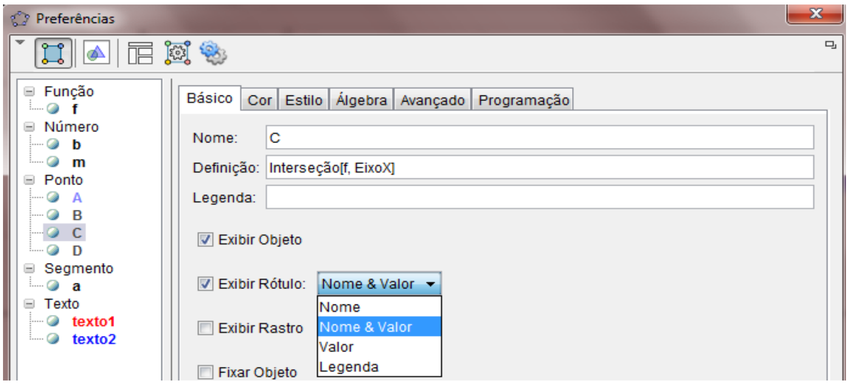
9- Movimente o ponto A e observe o que acontece.

10- Determinação dos pontos de intersecção com os eixos coordenados Ox e Oy.

10.1. Escolha a Opção interseção de Dois Objetos e clique na reta f e no eixo x e depois na reta f e no eixo y.



10.2. Clique com o botão direito do mouse sobre o ponto C e escolha as opções **PROPRIEDADES – BÁSICO E DEPOIS ESCOLHA A OPÇÃO EXIBIR RÓTULO CLIQUE NA OPÇÃO NOME & VALOR**



11- Faça o mesmo para o ponto de interseção da reta com o eixo Oy , o ponto D.

12- Construa o segmento AB e altere o seu Estilo para TRACEJADO.

13- Construa um reta perpendicular ao segmento construído passando pelo ponto B. Utilize o comando Reta Perpendicular que se encontra na 4ª janela – 1ª opção

14- Escolha a opção Interseção de Dois Objetos e clique na reta construída no item 12 e o eixo Oy

15- Construa o segmento EB e altere seu Estilo para TRACEJADO.

16- Com o botão direito do mouse clique na reta horizontal que passa pelo ponto B e E e escolha a opção Exibir objeto, você irá esconder a reta.

17- Pronto! Agora você tem o ponto B sobre a reta e suas projeções ortogonais sobre os eixos Ox e Oy

18- Movimente os comando deslizantes e o ponto A e observe o que acontece.

19- Envie este arquivo no *link* reservado para isto e depois responda ao questionário a partir das alterações que serão feitas na construção que você acabou de fazer, ou seja, mantenha este arquivo aberto e responda ao questionário baseando-se nas suas observações.

APÊNDICE K

FUNÇÃO DO 2º GRAU – TEORIA (RESUMO)

DEFINIÇÃO: Uma função do 2º grau (função quadrática) é definida pela seguinte lei de formação ***f(x) = ax² + bx + c*** ou ***y = ax² + bx + c***, onde a, b e c são números reais e a ≠ 0.

Sua representação no plano cartesiano é uma parábola que, de acordo com o valor do coeficiente a, possui concavidade voltada para cima ou para baixo.

Quando **a > 0** a parábola tem **concavidade** voltada para **cima** e dizemos então que ela é uma parábola **CONVEXA**.

Quando **a < 0** a parábola tem **concavidade** voltada para **baixo** e dizemos então que ela é uma parábola **CÔNCAVA**.

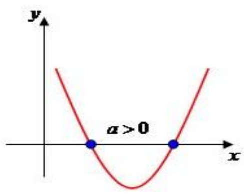
Quando fazemos a função do 2º grau ***f(x) = ax² + bx + c*** ou ***y = ax² + bx + c*** ser igual à zero, ou seja, **f(x) = 0 ou y = 0**, teremos uma **equação** que pode **assumir três possibilidades de resultados ou raízes**. Este resultados (ou raízes) são chamados de **zeros da função**.

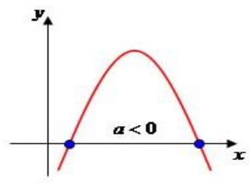
Para resolver esta equação podemos utilizar a fórmula de **Bhaskara.**

Resolução da equação $ax^2 + bx + c = 0$:

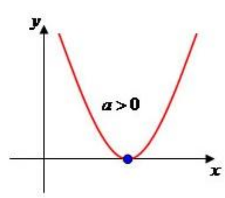
$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \text{e} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

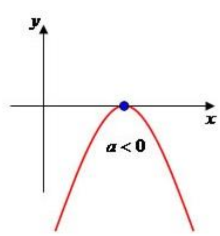
Quando $\Delta > 0$ a equação do 2º grau acima terá duas raízes distintas e a **parábola intersecta o eixo x (eixo das abscissas) em dois pontos distintos.**



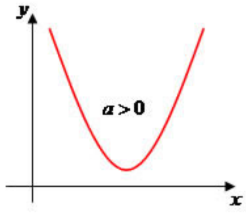


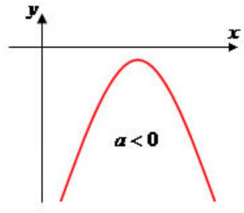
Quando $\Delta = \mathbf{0}$ a equação do 2º grau acima terá duas raízes iguais e a parábola intersecta o eixo x (eixo das abscissas) em um único ponto. **Dizemos então que a parábola tangencia o eixo x**.





Quando $\Delta < 0$ a equação do 2º grau não possui soluções reais, portanto, a função do 2º grau **não intersectará o eixo x** (eixo das abscissas).





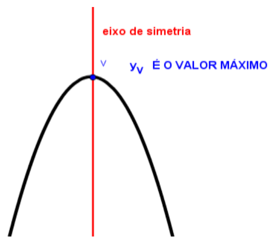
PONTOS NOTÁVEIS

1- VÉRTICE:

O Vértice da parábola é o ponto de intersecção do eixo de simetria com a parábola. Este ponto V tem coordenadas x_v e y_v e cada uma delas pode ser encontrada a partir das fórmulas:

$$x_v = \frac{-b}{2a} \quad \text{e} \quad y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

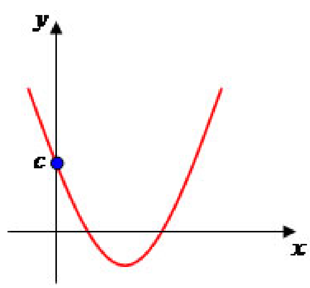
Quando a < 0, temos que a ordenada do vértice y_v é o valor máximo da função.



Quando a > 0, temos que a ordenada do vértice y_v é o valor mínimo da função.

2- Ponto onde a reta intersecta o eixo y

O valor do coeficiente c na função quadrática corresponde ao valor da ordenada do ponto onde a parábola intersecta o eixo y.



IMPORTANTE:

Toda função do 2º grau pode ser escrita na forma FATORADA, da seguinte forma:

$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$, onde x_1 e x_2 são os zeros da função ($a \neq 0$).

APÊNDICE L

Roteiro para a construção do Lugar Geométrico – DESAFIO FINAL

Instruções para a construção do Lugar Geométrico (L.G.) :

1- Crie os seletores m =0 , a = 0 e b =0;
2- No campo de Entrada , digite y = m , e depois digite F (a,b) .
3- Movimente os seletores e observe o que acontece;
4- Chame a reta horizontal que você observa na área de visualização de d ;
5- Determine sobre esta reta d o ponto A (detalhe: o ponto deve estar preso à reta – faça um teste e veja se o ponto está realmente vinculado à reta)
6- Construa o segmento AF e determine o ponto médio M;
7- Construa uma reta perpendicular à reta d e que passa pelo ponto A;
8- Chame esta reta de r ;
9- Construa a mediatriz do segmento AF (lembre-se que esta reta é perpendicular ao segmento AF e que passa pelo ponto médio M);
10- Chame esta reta de s ;
11- Determine o ponto de intersecção com as retas r e s;
12- Chame este ponto encontrado de P;
13- Escolha a opção Habilitar rastro para o ponto P;
14- Se quiser e retire os eixos cartesianos;
15- Movimente o ponto A e observe que tipo de curva o ponto P descreve quando o mesmo se movimenta.
16- Altere os valores dos seletores e repita o passo 12 e observe o que acontece.