

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL**

**CAROLINA ALVARES CAMILLO**

**CONTINUIDADE DE PAINÉIS DE LAJE ALVEOLAR EM EDIFÍCIOS**

**São Carlos**

**2012**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL**

**CONTINUIDADE DE PAINÉIS DE LAJE ALVEOLAR EM EDIFÍCIOS**

**Carolina Alvares Camillo**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Estruturas e Construção Civil da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Estruturas e Construção Civil.

**Área de Concentração:** Sistemas Construtivos

**Orientador:** *Prof. Dr. Roberto Chust Carvalho*

**São Carlos**

**2012**

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da  
Biblioteca Comunitária da UFSCar**

C183cp

Camillo, Carolina Alvares.

Continuidade de painéis de laje alveolar em edifícios /  
Carolina Alvares Camillo. -- São Carlos : UFSCar, 2013.  
162 f.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São  
Carlos, 2012.

1. Concreto pré-moldado. 2. Lajes alveolares. 3.  
Pavimentos de edificações. I. Título.

CDD: 693.522 (20<sup>a</sup>)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA  
Programa de Pós-Graduação em Construção Civil  
Rod. Washington Luís, Km 235  
13565-905 – São Carlos – SP  
Fone: (16) 3351-8261 Fax (16) 3351-8262  
e-mail: [ppgciv@ufscar.br](mailto:ppgciv@ufscar.br) site: [www.ppgciv.ufscar.br](http://www.ppgciv.ufscar.br)

## CONTINUIDADE DE PAINÉIS DE LAJE ALVEOLAR EM EDIFÍCIOS

CAROLINA ALVARES CAMILLO

Dissertação de Mestrado defendida e aprovada em dez de dezembro de 2012.

Banca Examinadora constituída pelos membros:

**Prof. Dr. Roberto Chust Carvalho**

Departamento de Engenharia Civil/PPGECiv/UFSCar  
Orientador

**Prof. Dr. Elcio Cassimiro Alves**

Departamento de Engenharia Civil/Centro Tecnológico/UFES  
Examinador Externo

**Prof. Dr. Paulo Sérgio dos Santos Bastos**

Departamento de Engenharia Civil/Faculdade de Engenharia e Tecnologia de Bauru/UNESP  
Examinador Externo

*“Sê humilde  
para evitar o orgulho,  
mas voa alto  
para alcançar a sabedoria.”  
(Santo Agostinho)*

*“Feliz aquele que  
transfere o que sabe e  
aprende o que ensina.”  
(Cora Coralina)*

*Aos meus pais,  
com todo amor e carinho.*

# Agradecimentos

---

Meus mais sinceros agradecimentos...

... a Deus, por mais este objetivo alcançado. Por me iluminar em minhas decisões, por ser minha fortaleza e, por sempre colocar em meu caminho pessoas tão maravilhosas.

... ao meu pai Luiz Carlos, meu exemplo de engenheiro, meu melhor amigo e fonte de inspiração. Obrigada por seus conselhos, pela dedicação e por ser o melhor pai do mundo. Um dia, espero poder retribuir tudo o que fez e faz por mim. Te amo!

... a minha mãe Ana Maria, pelas conversas e por ser minha amiga, minha conselheira e minha base. Obrigada pelas orações, por acreditar em mim e por ser meu maior exemplo de mãe e mulher. Qualquer agradecimento aqui seria pouco a você.

... ao meu noivo Henrique primeiramente pela paciência, pelas ideias e pela grande ajuda neste trabalho. Por ser compreensivo em todos os momentos e por, simplesmente, existir em minha vida. Obrigada do fundo do meu coração.

... aos meus avós pelas orações e apoios.

... aos meus amigos de mestrado pelas conversas, pela convivência e pelos momentos de descontração. Não poderia deixar de agradecer aqueles “amigos irmãos” de sempre: Luís Augusto, Matheus, Fernando, Tiago e Luiz Eduardo.

...aos meu amigos de Atibaia, por tornar os meus finais de semana mais divertidos.

... a Universidade Federal de São Carlos, em especial aos docentes do Programa de Pós Graduação em Estruturas e Construção Civil. Enfim, por toda ajuda dentro e fora das salas de aula. Principalmente, ao Professor Marcelo de Araujo Ferreira, pelas ótimas contribuições neste trabalho e pelas referências bibliográficas compartilhadas.

... ao Professor Roberto Chust Carvalho, por ter aceitado me orientar em mais um trabalho. Agradeço pela ajuda inestimável, pelas conversas descontraídas e pela paciência em ensinar tudo o que aprendeu nestes anos de docência e profissional. Muito obrigada professor, ao longo destes anos trabalhando juntos, pude perceber que o senhor realmente tem um dom que poucos possuem.

... a empresa Leonardi Construção Industrializada pela oportunidade do conhecimento obtido ao longo destes anos de trabalho e por permitir que eu fizesse mestrado. Principalmente, aos colegas do departamento de Engenharia.

... enfim, a todos aqueles não mencionados aqui que de alguma maneira contribuíram para a conclusão deste trabalho, deixo o meu eterno agradecimento.

## RESUMO

---

CAMILLO, C. A. **Continuidade de painéis de laje alveolar em edifícios**. 2012. 162f. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2012.

Os pavimentos formados por laje alveolar estão sendo cada vez mais utilizados no Brasil, porque podem vencer grandes vãos, ter um baixo peso próprio, permitirem rapidez de montagem, não necessitam de escoramento e em diversas situações são mais econômicos do que outras soluções. Tais pavimentos são normalmente projetados, por facilidade de execução, para que as lajes funcionem como simplesmente apoiadas, sem continuidade. Apresenta-se neste trabalho um roteiro de cálculo e verificações baseados em modelos teóricos conhecidos e ensaios já realizados considerando que as lajes alveolares do pavimento funcionam como contínuas. Esta continuidade é feita através da adição de armadura passiva na capa das lajes. Detalham-se os procedimentos de cálculo também para as situações em que existem ações acidentais alternadas, assim como para a situação em que há cargas concentradas móveis atuantes no pavimento. Exemplos numéricos comparativos considerando a continuidade com a situação simplesmente apoiada mostram, que é possível alcançar: economia na armadura longitudinal ativa, aumento do valor de carga acidental atuante e atender verificações de deformação excessiva, não atendidas em um sistema simplesmente apoiado. Aponta-se também em quais situações a consideração da continuidade não chega a trazer grande vantagem. Em todos os exemplos desenvolvidos são mostrados os detalhes necessários para executar a continuidade. Toda a metodologia de cálculo é baseada nas instruções das normas Brasileiras e salienta-se que os cálculos são feitos considerando-se as perdas de protensão simultâneas. No final do trabalho são propostos estudos que podem ser realizados para melhorar o entendimento do comportamento de pavimentos contínuos com lajes alveolares.

**Palavras-Chave:** Concreto. Pré-fabricados. Laje alveolar. Lajes de Piso. Continuidade.

## ***ABSTRACT***

---

CAMILLO, C. A. **Continuity of hollow core panels on buildings**. 2012. 162f. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2012.

The floors consist of hollow core slabs are being increasingly used in Brazil, because it can overcome large spans, have a low self-weight, allow fast assembly, require no shoring in many situations and are more economical than other solutions. These floors are normally designed for ease of implementation, so that the slabs act as simply supported, without continuity. This work presents a roadmap of calculation and verification based on known theoretical models and tests already carried out considering that the hollow core slabs of pavement work as continuous. This continuity is made by adding passive reinforcement in the topping region. The calculation procedures are also detailed for the situations in which there are alternate accidental actions, as well as the situation in which there are concentrated mobile loads acting on the floor. Numerical examples comparative considering continuity with the situation simply supported show what can be achieved: the active reinforcement economy, increasing the value of accidental load and checks excessive deformation that is not checked on a system simply supported. Some situations are also pointed in which the consideration of continuity fails to bring great advantage. In all the examples developed are shown the details required to perform continuity. Every calculation methodology is based on Brazilian codes and should be noted that the calculations are done considering the simultaneous loss of prestressing. At the end of the work are proposed studies that may be performed to improve understanding of the behavior of pavements with continuous hollow core slabs.

***Keywords:*** Concrete. Precast. Hollow core slab. Floors. Continuity.

## LISTA DE FIGURAS

---

Figura 1.1 – Esquema dos painéis simplesmente apoiados. ....	17
Figura 1.2 – Esquema dos painéis considerando a continuidade sobre o apoio 2. ....	18
Figura 2.1 – Seção Transversal. ....	24
Figura 2.2 – Fabricação de lajes em pista extrusora. ....	25
Figura 2.3 – Máquina extrusora. ....	25
Figura 2.4 – Fabricação de lajes em pista moldadora. ....	26
Figura 2.5 – Aplicação do desmoldante. ....	26
Figura 2.6 – Posicionamento da cordoalha. ....	27
Figura 2.7 – Recorte junto ao pilar. ....	29
Figura 2.8 – Corte lateral no vão da laje. ....	29
Figura 2.9 – Tipos básicos de lajes compostas: laje alveolar, pré-laje e laje duplo T, respectivamente. ....	30
Figura 2.10 – Mecanismo de biela-tirante criado na região do apoio de lajes alveolares em situação de continuidade. ....	34
Figura 2.11 – Amostra 2 após o ensaio (a) e gráfico (Carregamento X deslocamento) dos dados de ensaio (b). ....	37
Figura 2.12 – Esquema do ensaio (a) e simulação numérica (b). ....	37
Figura 2.13 – Seções características dos 3 protótipos, identificando dimensões transversais, armaduras de protensão e armaduras de continuidade. ....	38
Figura 2.14 – Continuidade através de armadura na região dos alvéolos. ....	39
Figura 2.15 – Pavimento de laje sem capa estrutural. ....	40
Figura 3.1 – Esquema de painéis simplesmente apoiados (a), considerando a continuidade (b), pavimento como grelha (c) e considerando a capa (d). ....	42
Figura 3.2 – Representação esquemática característica de Carregamento X Vão, em elementos de flexão. ....	44
Figura 3.3 – Cálculo da reação devida a $(g_1+g_2)$ e $(g_3+q)$ . ....	46
Figura 3.4 – Envoltória de esforços para obtenção do máximo momento positivo presente na laje. ....	47
Figura 3.5 – Esquema estrutural de um pavimento contínuo. ....	48
Figura 3.6 – Diagrama de momentos fletores para os diferentes esquemas estáticos. ....	49
Figura 3.7 – Seção composta de um número de camadas com módulos de elasticidade diferentes. ....	52
Figura 3.8 – Figura básica para o cálculo da tensão de cisalhamento. ....	52
Figura 3.9 – Retração diferencial $\Delta\epsilon_{cs}$ , entre a unidade pré-fabricada e a capa. ....	54
Figura 3.10 – Diagrama de tensão e o retângulo equivalente para o concreto: laje composta de concreto no ELU. ....	55
Figura 3.11 – Princípios para o cálculo do ELU em elementos compostos. ....	56
Figura 3.12 – Efeito do apoio temporário no momento no meio do vão de uma viga composta. ....	57
Figura 3.13 – Ligação de interfaces irregulares. ....	60
Figura 3.14 – Seção transversal crítica A-A para a falha por tensão de cisalhamento. ....	62

Figura 3.15 – Pavimento composto por lajes alveolares apoiadas em vigas deformáveis.....	62
Figura 3.16 – Momentos negativos indesejados.....	64
Figura 4.1 – Tabela para pré-dimensionamento de lajes alveolares.....	66
Figura 4.2 – Variação de $\epsilon_{ccf}(t)$ .....	75
Figura 4.3 – Hipótese de cálculo para dimensionamento da armadura negativa.....	80
Figura 4.4 – Tensões de compressão na borda inferior provocadas pela protensão.....	81
Figura 4.5 – Deformação do concreto pela efeito da protensão ( $\epsilon_{cp}$ ) e momento negativo ( $\epsilon_c$ ).....	81
Figura 4.6 – Laje com alvéolos preenchidos.....	83
Figura 4.7 – Esforços a serem considerados para verificação do fendilhamento.....	85
Figura 4.8 – Força de protensão resultante.....	86
Figura 4.9 – Definição de $e_b$ e $e_t$ na nervura, para o cálculo do fendilhamento.....	87
Figura 5.1 – Planta do pavimento Exemplo 1.....	90
Figura 5.2 – Verificação da região de ocorrência do máximo momento fletor positivo (somando-se o momento positivo devido ao $g_3+q$ e o devido a $g_1+g_2$ ).....	92
Figura 5.3 – Diagrama de momento fletor devido aos carregamentos $g_3$ e $q$ , na laje alveolar contínua.....	102
Figura 5.4 – Verificação do tamanho da barra negativa para absorver o momento negativo.....	103
Figura 5.5 – Detalhamento em 3D do pavimento contínuo (vista superior).....	103
Figura 5.6 – Pavimento do Exemplo 1 detalhado em 3D.....	104
Figura 5.7 – Detalhamento do Pavimento Contínuo.....	104
Figura 5.8 – Diagrama da força cortante devido ao peso próprio ( $g_1$ ) e a capa ( $g_2$ ).....	106
Figura 5.9 – Diagrama da força cortante devido ao revestimento ( $g_3$ ) e a carga acidental ( $q$ ).....	106
Figura 5.10 – Planta do pavimento Exemplo 2 (Pavimento contínuo).....	110
Figura 5.11 – Verificação da ocorrência do máximo momento fletor positivo ( $M_{k+}$ ).....	112
Figura 5.12 – Quadro da planilha que apresenta as perdas iniciais. Os valores apresentados são as perdas respectivas em $kN/cm^2$ e em porcentagem.....	113
Figura 5.13 – Quadro da planilha que apresenta as perdas diferidas. Os valores apresentados são as perdas respectivas em $kN/cm^2$ e em porcentagem.....	113
Figura 5.14 – Quadro da planilha que apresenta a verificação do ELU no tempo infinito. Os valores apresentados são MPa e em porcentagem.....	114
Figura 5.15 – Quadro da planilha que apresenta a verificação do ELS-D no tempo infinito. Os valores apresentados são $kN/m^2$ .....	114
Figura 5.16 – Quadro da planilha que apresenta a verificação do ELS-F no tempo infinito. Os valores apresentados são $kN/m^2$ .....	115
Figura 5.17 – Momento fletor negativo ( $M_d$ ) devido aos carregamentos $g_3$ e $q$ .....	116
Figura 5.18 – Quadro da planilha que apresenta a verificação da força cortante com o preenchimento de alvéolos após a liberação da protensão.....	117
Figura 5.19 – Diagrama de força cortante total da laje.....	117
Figura 5.20 – Pavimento composto por laje alveolar do Exemplo 3.....	120

<i>Figura 5.21 – Verificação da ocorrência do máximo momento fletor positivo.</i>	121
<i>Figura 5.22 – Quadro da planilha que pré-dimensiona o número de cordoalhas para o tempo infinito no ELU.</i>	122
<i>Figura 5.23 – Quadro da planilha que apresenta as perdas iniciais. Os valores apresentados são as perdas respectivas em kN/cm<sup>2</sup> e em porcentagem.</i>	123
<i>Figura 5.24 – Quadro da planilha que apresenta as perdas diferidas. Os valores apresentados são as perdas respectivas em kN/cm<sup>2</sup> e em porcentagem.</i>	123
<i>Figura 5.25 – Quadro da planilha que apresenta a verificação do ELU no tempo infinito, os valores apresentados são MPa e em porcentagem.</i>	124
<i>Figura 5.26 – Quadro da planilha que apresenta a verificação do ELS-D no tempo infinito, os valores apresentados são kN/m<sup>2</sup>.</i>	124
<i>Figura 5.27 – Quadro da planilha que apresenta a verificação do ELS-F no tempo infinito. Os valores apresentados são kN/m<sup>2</sup>.</i>	125
<i>Figura 5.28 – Momento fletor negativo devido aos carregamentos g<sub>3</sub> e q (majorados).</i>	126
<i>Figura 5.29 – Quadro da planilha que apresenta a verificação da cortante com o preenchimento de alvéolos antes da liberação da protensão.</i>	127
<i>Figura 5.30 – Quadro da planilha que apresenta a verificação da cortante com o preenchimento de alvéolos após a liberação da protensão.</i>	127
<i>Figura 5.31 – Quadro da planilha que pré-dimensiona o número de cordoalhas para o tempo infinito no ELU.</i>	128
<i>Figura 5.32 – Quadro da planilha que apresenta as perdas iniciais. Os valores apresentados são as perdas respectivas em kN/cm<sup>2</sup> e em porcentagem.</i>	129
<i>Figura 5.33 – Quadro da planilha que apresenta as perdas diferidas, os valores apresentados são as perdas respectivas em kN/cm<sup>2</sup> e em porcentagem.</i>	130
<i>Figura 5.34 – Quadro da planilha que apresenta a verificação do ELU no tempo infinito, os valores apresentados são MPa e em porcentagem.</i>	130
<i>Figura 5.35 – Quadro da planilha que apresenta a verificação do ELS-D no tempo infinito, os valores apresentados são kN/m<sup>2</sup>.</i>	131
<i>Figura 5.36 – Quadro da planilha que apresenta a verificação do ELS-F no tempo infinito, os valores apresentados são kN/m<sup>2</sup>.</i>	131
<i>Figura 5.37 – Quadro da planilha que apresenta a verificação do aumento da resistência à força cortante com o preenchimento de alvéolos, após a liberação da protensão.</i>	132
<i>Figura 5.38 – Planta do pavimento Exemplo 4 (Pavimento contínuo).</i>	134
<i>Figura 5.39 – Considerações sobre a alternância da carga accidental (5kN/m).</i>	135
<i>Figura 5.40 – Verificação da ocorrência do máximo momento fletor positivo.</i>	136
<i>Figura 5.41 – Quadro da planilha que pré-dimensiona o número de cordoalhas para o tempo infinito no ELU.</i>	137
<i>Figura 5.42 – Quadro da planilha que apresenta a verificação do ELU no tempo infinito. Os valores apresentados são MPa e em porcentagem.</i>	138
<i>Figura 5.43 – Quadro da planilha que apresenta a verificação do ELS-D no tempo infinito, os valores apresentados são kN/m<sup>2</sup>.</i>	138

<i>Figura 5.44 – Quadro da planilha que apresenta a verificação do ELS-F no tempo infinito, os valores apresentados são kN/m<sup>2</sup>.</i>	139
<i>Figura 5.45 – Momento fletor máximo negativo considerando a alternância de cargas</i>	140
<i>Figura 5.46 – Planta do pavimento do Exemplo 5 (Pavimento contínuo).</i>	143
<i>Figura 5.47 – Trem tipo da empilhadeira considerando revestimento e sobrecarga acidental.</i>	145
<i>Figura 5.48 – Verificação da ocorrência do máximo momento fletor positivo atuante no pavimento.</i>	145
<i>Figura 5.49 – Quadro da planilha que pré-dimensiona o número de cordoalhas para o tempo infinito no ELU.</i>	146
<i>Figura 5.50 – Quadro da planilha que apresenta a verificação do ELS-D no tempo infinito, os valores apresentados são kN/m<sup>2</sup>.</i>	147
<i>Figura 5.51 – Quadro da planilha que apresenta a verificação do ELS-F no tempo infinito, os valores apresentados são kN/m<sup>2</sup>.</i>	148
<i>Figura 5.52 – Valores de cortante para a laje com seção simples e composta.</i>	149
<i>Figura 5.53 – Resultado da envoltória de esforços da cortante</i>	150
<i>Figura 5.54 – Pavimento do Exemplo 6.</i>	153

# SUMÁRIO

---

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>17</b>
<b>1.1 JUSTIFICATIVA</b> .....	<b>18</b>
<b>1.2 OBJETIVOS</b> .....	<b>20</b>
<b>1.3 METODOLOGIA DE PESQUISA</b> .....	<b>20</b>
<b>2. PAVIMENTOS DE LAJES ALVEOLARES: O ESTADO DA ARTE</b> .....	<b>23</b>
<b>2.1 LAJES ALVEOLARES PROTENDIDAS: DO PROJETO À MONTAGEM</b> .....	<b>23</b>
2.1.1 Considerações a respeito das lajes alveolares .....	23
2.1.2 Paginação de Lajes Alveolares .....	28
2.1.3 Recorte em Lajes Alveolares .....	28
2.1.3.1 Corte Longitudinal .....	28
2.1.3.2 Corte nas extremidades .....	29
2.1.3.3 Cortes laterais no vão da laje .....	29
<b>2.2 CONTINUIDADE EM PAVIMENTOS DE LAJES ALVEOLARES</b> .....	<b>30</b>
2.2.1 Generalidades .....	30
2.2.2 Definição da estrutura .....	30
2.2.3 Estudos Internacionais .....	31
2.2.4 Estudos Nacionais .....	38
<b>3. ANÁLISE DE PAVIMENTOS SIMPLEMENTE APOIADOS E CONTÍNUOS</b> .....	<b>41</b>
<b>3.1 PROJETO ESTRUTURAL DE ELEMENTOS INDIVIDUAIS</b> .....	<b>43</b>
<b>3.2 PAVIMENTOS HIPERESTÁTICOS X ISOSTÁTICOS</b> .....	<b>44</b>
3.2.1 Pavimentos isostáticos .....	44
3.2.2 Pavimentos hiperestáticos (contínuos) .....	45
3.2.2.1 Método analítico para cálculo do máximo momento positivo .....	46
3.2.2.2 Método simplificado para cálculo do máximo momento positivo .....	46
3.2.2.3 Considerações sobre as cargas variáveis .....	47
<b>3.3 ESTRUTURAS COMPOSTAS: VANTAGENS E DESVANTAGENS</b> .....	<b>50</b>
3.3.1 Lajes compostas .....	50
3.3.2 Aspectos teóricos de estruturas compostas (Propriedades mecânicas de seções compostas) .....	50
<b>3.4 LAJES E VIGAS COMPOSTAS: PRINCÍPIOS GERAIS DE PROJETO</b> .....	<b>53</b>

3.4.1	Estado Limite de Serviço .....	53
3.4.1.1	Cisalhamento na Interface .....	57
3.4.2	Laje Alveolar com capa .....	61
3.4.2.1	Estado limite de serviço .....	61
3.4.2.2	Estado limite último.....	61
<b>3.5</b>	<b>CAPACIDADE DE CISALHAMENTO DE LAJES ALVEOLARES EM APOIOS FLEXÍVEIS .....</b>	<b>62</b>
<b>3.6</b>	<b>EFEITOS RESTRITIVOS INDESEJADOS E MOMENTOS NEGATIVOS.....</b>	<b>63</b>
3.6.1	Cálculo das lajes com momento negativo.....	63
<b>4.</b>	<b><i>DIMENSIONAMENTO E VERIFICAÇÕES .....</i></b>	<b>66</b>
<b>4.1</b>	<b>PRÉ-DIMENSIONAMENTO DE LAJES ALVEOLARES .....</b>	<b>66</b>
<b>4.2</b>	<b>DIMENSIONAMENTO DE LAJES ALVEOLARES CONTÍNUAS.....</b>	<b>67</b>
4.2.1	Fases .....	67
4.2.2	Cargas e Ações.....	68
4.2.3	Características Geométricas.....	68
4.2.4	Tipo de protensão.....	68
4.2.5	Cálculo da armadura longitudinal de uma laje protendida .....	69
4.2.6	Tensão inicial nos cabos.....	70
4.2.7	Pré-dimensionamento no ELU no tempo infinito .....	70
4.2.8	Verificação no tempo zero .....	71
4.2.9	Cálculo das perdas de protensão.....	72
4.2.9.1	Perdas Iniciais (Fase 1) .....	72
4.2.9.2	Perdas Diferidas (Fases 2, 3, 4 e 5) .....	74
4.2.9.3	Simultaneidade das perdas .....	77
4.2.10	Dimensionamento no ELU .....	77
4.2.11	Verificação das tensões no ELS .....	77
4.2.12	Deformações.....	79
4.2.13	Cálculo da armadura negativa (região da capa).....	79
4.2.14	Verificação da compressão excessiva.....	81
4.2.15	Verificação do Cisalhamento .....	82
4.2.15.1	Preenchimento de alvéolos antes da liberação da protensão .....	83
4.2.15.2	Preenchimento de alvéolos depois da liberação da protensão.....	84
4.2.16	Resistência ao fendilhamento longitudinal .....	84
<b>4.3</b>	<b>ROTEIRO PARA O DIMENSIONAMENTO DE LAJES ALVEOLARES CONTÍNUAS .....</b>	<b>88</b>
<b>5.</b>	<b><i>EXEMPLOS.....</i></b>	<b>89</b>

<b>5.1</b>	<b>EXEMPLO 1: COMPARAÇÃO ENTRE O CUSTO DA ARMADURA LONGITUDINAL PARA A LAJE CONTÍNUA E SIMPLEMENTE APOIADA .....</b>	<b>89</b>
5.1.1	Laje Contínua.....	91
5.1.1.1	Determinação dos esforços.....	91
5.1.1.2	Pré-dimensionamento .....	92
5.1.1.3	Verificação no tempo zero .....	94
5.1.1.4	Perdas Iniciais.....	95
5.1.1.5	Perdas Diferidas.....	97
5.1.1.6	Verificação do ELU .....	99
5.1.1.7	Verificação do ELS.....	99
5.1.1.8	Deformações .....	100
5.1.1.9	Cálculo da armadura negativa.....	102
5.1.1.10	Verificação da compressão excessiva .....	105
5.1.1.11	Cisalhamento.....	105
5.1.2	Laje Simplesmente Apoiada .....	107
5.1.3	Comparação de custos.....	108
<b>5.2</b>	<b>EXEMPLO 2: COMPARAÇÃO ENTRE CAPACIDADE DE CARGA.....</b>	<b>110</b>
5.2.1	Laje Simplesmente Apoiada X Contínua.....	111
5.2.2	Laje Contínua – Dimensionamento.....	111
5.2.2.1	Pré-dimensionamento .....	112
5.2.2.2	Tensões no tempo zero – Verificação em vazio .....	112
5.2.2.3	Perdas no Tempo Zero .....	113
5.2.2.4	Perdas no Tempo Infinito.....	113
5.2.2.5	Verificação no ELU .....	114
5.2.2.6	Tensões no Tempo Infinito – Verificação .....	114
5.2.2.7	Deformações .....	115
5.2.2.8	Cálculo da Armadura Negativa .....	115
5.2.2.9	Verificação do cisalhamento .....	116
5.2.3	Laje Simplesmente Apoiada .....	118
<b>5.3</b>	<b>EXEMPLO 3: VERIFICAÇÃO DA DESVANTAGEM DA CONTINUIDADE .....</b>	<b>120</b>
5.3.1	Laje Contínua.....	121
5.3.1.1	Esforços solicitantes .....	121
5.3.1.2	Pré-dimensionamento .....	121
5.3.1.3	Tensões no Tempo Zero – Verificação em vazio.....	122
5.3.1.4	Perdas no Tempo zero .....	122
5.3.1.5	Perdas no Tempo Infinito.....	123
5.3.1.6	Verificação no ELU .....	124

5.3.1.7	Tensões no Tempo Infinito – Verificação .....	124
5.3.1.8	Deformações .....	125
5.3.1.9	Cálculo da Armadura Negativa .....	126
5.3.1.10	Verificação do cisalhamento .....	126
5.3.2	Laje Simplesmente Apoiada .....	127
5.3.2.1	Esforços solicitantes .....	127
5.3.2.2	Pré-dimensionamento .....	128
5.3.2.3	Tensões no Tempo Zero – Verificação em vazio.....	128
5.3.2.4	Perdas no Tempo Zero .....	129
5.3.2.5	Perdas no Tempo Infinito.....	129
5.3.3	Verificação no ELU .....	130
5.3.3.1	Tensões no Tempo Infinito – Verificação .....	130
5.3.3.2	Deformações .....	131
5.3.3.3	Verificação do cisalhamento .....	132
<b>5.4</b>	<b>EXEMPLO 4: ALTERNÂNCIA DE CARGA.....</b>	<b>134</b>
5.4.1	Verificação da utilização da alternância de cargas .....	135
5.4.2	Laje Contínua – Dimensionamento.....	135
5.4.2.1	Pré-dimensionamento .....	136
5.4.2.2	Tensões no tempo zero – Verificação em vazio .....	137
5.4.2.3	Perdas .....	137
5.4.2.4	Verificação no ELU .....	138
5.4.2.5	Tensões no Tempo Infinito – Verificação .....	138
5.4.2.6	Deformações .....	139
5.4.2.7	Cálculo da Armadura Negativa .....	139
5.4.2.8	Verificação do cisalhamento .....	140
5.4.2.9	Verificação do cisalhamento junto à interface.....	141
5.4.2.10	Resistência ao fendilhamento longitudinal.....	141
<b>5.5</b>	<b>EXEMPLO 5: CONSIDERAÇÃO DE CARGA CONCENTRADA MÓVEL .....</b>	<b>143</b>
5.5.1	Carregamentos .....	144
5.5.1.1	Pré-dimensionamento .....	146
5.5.1.2	Tensões no tempo zero – Verificação em vazio .....	146
5.5.1.3	Perdas .....	147
5.5.1.4	Verificação no ELU .....	147
5.5.1.5	Tensões no tempo infinito – Verificação.....	147
5.5.1.6	Deformações .....	148
5.5.1.7	Cálculo da Armadura Negativa .....	148
5.5.1.8	Verificação do cisalhamento .....	149

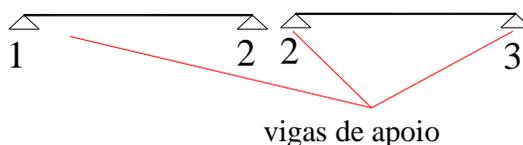
5.5.2	Comparação com a laje simplesmente apoiada .....	150
<b>5.6</b>	<b>EXEMPLO 6: LAJE SIMPLEMENTE APOIADA COM LIMITAÇÃO DE FLECHA.....</b>	<b>152</b>
5.6.1	Laje simplesmente apoiada .....	152
5.6.2	Laje Contínua.....	154
<b>6.</b>	<b>CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>156</b>
6.1	VANTAGENS E DESAVANTAGENS DA CONTINUIDADE .....	156
6.2	PROCEDIMENTOS PARA A CONSIDERAÇÃO DA CONTINUIDADE.....	158
6.3	USO DOS PROCEDIMENTOS PARA A CONSIDERAÇÃO DA CONTINUIDADE .....	158
6.4	SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS.....	158
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>160</b>

# 1. INTRODUÇÃO

Os pavimentos compostos por lajes alveolares protendidas pré-fabricadas são largamente difundidos no mundo inteiro. O principal benefício em utilizar tal elemento para composição de um pavimento está no baixo custo da mão de obra utilizada em canteiro, baixo peso próprio, alta qualidade final, um baixo consumo de concreto e, principalmente, o fato de ser pré-moldada. Além disso, não necessita nem de fôrmas nem de escoramento gerando maior rapidez e economia de materiais em canteiro. Todas as questões envolvidas anteriormente permitem a utilização do pavimento bem rapidamente, pois a montagem ocorre em curto espaço de tempo e a execução das ligações e da capa são rápidas e não impedem a continuidade dos trabalhos no andar inferior e mesmo sobre o pavimento recém executado. Apesar de ser um elemento antigo, existem algumas lacunas em relação ao dimensionamento de tal elemento, principalmente na região de apoio.

Antigamente, as lajes alveolares eram dimensionadas considerando que elas eram simplesmente apoiadas (Figura 1.1) fazendo com que os esforços solicitantes (momento fletor) no meio do vão fossem altos. Desta maneira, à medida que o vão aumentava e as sobrecargas também, as lajes alveolares passavam a ser difíceis de dimensionar, pois a altura de sua seção transversal aumentava consideravelmente. Porém, à medida que a altura aumentava, as vantagens da utilização da laje alveolar eram reduzidas.

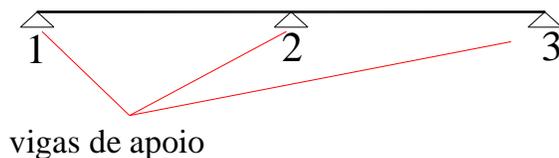
Figura 1.1– Esquema dos painéis simplesmente apoiados.



(Fonte: CARVALHO, 2010).

Depois de alguns estudos e ensaios realizados observou-se que promover a continuidade entre painéis de lajes subsequentes auxilia no seu desempenho em termos de: resistência ao fogo, abalos sísmicos e até mesmo na redução do momento fletor positivo no meio do vão; além da deformação devida à carga accidental. Por tal motivo, atualmente, opta-se pela utilização da continuidade em regiões de apoio da laje (Figura 1.2) a fim de otimizar a utilização deste elemento.

Figura 1.2 – Esquema dos painéis considerando a continuidade sobre o apoio 2.



(Fonte: CARVALHO, 2010).

Contudo, hoje em dia não existe uma metodologia difundida para o cálculo da continuidade em pavimentos compostos por lajes alveolares. Por tal motivo, julga-se que este trabalho torna-se interessante ao propor uma metodologia de dimensionamento de pavimentos compostos por painéis de lajes alveolares através de adição de armadura negativa na região da capa.

## 1.1 JUSTIFICATIVA

Apesar de ser um dos elementos pré-fabricados mais antigos, o dimensionamento de pavimentos compostos por lajes alveolares ainda apresenta muitas dificuldades. Tal fato torna o estudo de laje alveolar interessante, uma vez que é um assunto não muito difundido no Brasil. Isso porque ao pesquisar sobre o tema em dissertações e teses das universidades brasileiras, quase não existem estudos a respeito da continuidade (sobre os apoios) em lajes alveolares. Barbieri & Gastal (2000), Petrucelli & Carvalho (2010) e Gastal & Resende (1999) tratam do assunto de continuidade em pavimentos de laje alveolar, sendo que o primeiro e o último, o tratam de maneira numérico-experimental onde não se deixa claro o método de dimensionamento e o segundo trata da continuidade porém, em termos de redução de cordoalhas, sem verificar a deformação do pavimento ao longo do tempo e nem a cortante na região do apoio. Araujo (2011) também cita a questão da continuidade, porém, não é o foco de seu trabalho que trata de recomendações em projetos de lajes alveolares.

Quando a pesquisa é feita no âmbito internacional encontram-se vários estudos referentes à continuidade no pavimento. A grande maioria das pesquisas versa sobre a utilização da armadura de continuidade na região dos alvéolos e chavetas da laje, e quase sempre as vigas em que as lajes se apoiam são moldadas no local e não existe a capa com armadura em cima das lajes. Quando existe, a capa auxilia na questão de maior resistência ao fogo e a abalos sísmicos.

Contrastante a isso, a laje alveolar é um elemento em que se pensou, primeiramente, nos benefícios de montagem e redução do peso próprio e, por isso, tal elemento apresenta dificuldades de protensão em sua execução na fábrica, pois a seção transversal é diferenciada devido a presença dos alvéolos. Além disso, o cálculo dos painéis de laje alveolar deve ser feito considerando as diversas etapas: aquela em que a capa ainda não está curada e depois, quando o elemento passa a funcionar como sendo composto (efeito da capa e da chave de cisalhamento). Somado a isso está o fato de que, atualmente, as cargas acidentais consideradas estão cada vez maiores e, sendo assim, a somatória de tais cargas se iguala à somatória dos carregamentos permanentes, aumentando ainda mais a dificuldade do seu dimensionamento. Nestas situações (em que a ação acidental é da mesma ordem de grandeza das ações permanentes) é prudente trabalhar com esforços decorrentes da envoltória, ou seja, considerar regiões do pavimento com carga acidental ou não, dependendo do que for mais desfavorável.

A região do apoio geralmente é a parte crítica, já que para o esforço cortante o elemento só conta com a resistência do concreto (não há armadura transversal) e é justamente na região do apoio que os estudos estão menos avançados. Por este motivo, julga-se que um trabalho que trate dessa região, aliado aos benefícios trazidos para o elemento, seja necessário.

O mercado brasileiro se difere ainda do internacional porque as lajes alveolares mais utilizadas aqui são aquelas com altura inferior a 20 cm, já que se utiliza a capa estrutural. Nos países europeus, por exemplo, muitos pavimentos são feitos com lajes de espessura superior a 26,5 cm. Por este motivo, a questão da continuidade no Brasil deve ser tratada de uma maneira diferente.

Além do mais, a NBR 14861:2011 foi revisada para incluir itens importantes referentes a cálculo, projeto e ensaios de painéis de lajes alveolares. Porém, o texto deixou em aberto a questão da continuidade, uma vez que se julgou que cada projetista poderá ter seus próprios critérios de dimensionamento da continuidade em pavimentos compostos por lajes alveolares.

Usualmente, o comportamento estrutural e o cálculo deste elemento sequer são ensinados em cursos de engenharia civil e, quando são, o máximo que o estudante aprende é o cálculo através de tabelas e ábacos, considerando a laje biapoiada. Sabe-se que à medida que as cargas aumentam e os vão também, as lajes biapoiadas passam a não ser facilmente dimensionadas. Desta forma, um trabalho que trate a respeito da continuidade em lajes alveolares contribuiria para um assunto ainda pouco estudado no Brasil.

Por fim, pretende-se deixar claro para os interessados da área, quais os detalhes construtivos a serem empregados nas lajes alveolares pré-fabricadas (sobre os apoios intermediários) para que a continuidade seja considerada em pavimentos compostos por tal elemento construtivo.

## **1.2 OBJETIVOS**

O objetivo principal do presente trabalho é propor uma metodologia para o dimensionamento de pavimentos compostos por lajes alveolares, considerando a continuidade na região dos apoios intermediários. Tal estudo será feito com a colocação de armaduras negativas na região da capa da laje.

Mais especificamente, pretende-se:

- Indicar os detalhes construtivos necessários para que a laje funcione de fato como sendo contínua;
- Avaliar o potencial existente no uso da continuidade, tanto do ponto de vista econômico como no desempenho estrutural no Brasil, ou seja, pretende-se avaliar se a continuidade pode promover uma diminuição dos cabos de protensão e o aumento da força cortante, e verificar se as deformações ao longo do tempo são diminuídas em relação às simplesmente apoiadas;

Além disso, pretende-se ainda avaliar situações especiais de carregamentos, tais como: cargas pontuais aplicadas no pavimento e alternância de cargas acidentais.

## **1.3 METODOLOGIA DE PESQUISA**

A estratégia de pesquisa se classifica como de natureza aplicada, com abordagem quantitativa do ponto de vista exploratório. As fontes de informação da pesquisa são bibliográficas e os procedimentos técnicos realizados por meio de simulações e modelagens.

O presente trabalho divide-se em três fases distintas para alcançar os objetivos propostos anteriormente. Tais fases são: revisão bibliográfica, validação e conceituação e simulações.

Inicialmente, faz-se uma análise a respeito de todas as tipologias que, atualmente, são empregadas na consideração da continuidade em pavimentos. Para isso, é feita uma pesquisa bibliográfica de modo a avaliar as características de cada elemento empregado bem como as ligações típicas entre os elementos. Pretende-se ainda estudar em bibliografia internacional o

assunto de continuidade em pavimentos formados por lajes alveolares protendidas, de modo que se verifique como são feitos os cálculos de armadura negativa e detalhes construtivos. Serão considerados, ainda, os estudos realizados no Brasil a respeito de detalhes de projeto e considerações de cálculo.

Apresenta-se, então, um estudo da análise de pavimentos simplesmente apoiados e contínuos. É feita também uma revisão relativa à de estruturas compostas e elementos pré-moldados compostos por concretos adicionados em etapas diferentes. É importante que se faça este estudo, para comparar posteriormente as diferenças de cálculo e vantagens entre utilizar lajes alveolares contínuas ao invés de simplesmente apoiadas.

Faz-se ainda um estudo sobre como é feito o cálculo dos esforços solicitantes quando o pavimento de laje alveolar protendida é considerado contínuo. Mais especificamente, pretende-se verificar se é necessário o cálculo de uma envoltória de momento fletor e cortante para dimensionamento da armadura negativa e ativa da laje. Além disso, faz-se uma pesquisa a respeito do dimensionamento do pavimento, tais como: cálculo da armadura ativa, passiva negativa, perdas de protensão, deformação e verificação do cisalhamento.

Com a metodologia definida, a fim de que se comprovem as vantagens da utilização da continuidade em pavimentos com lajes alveolares, são realizados seis exemplos. O primeiro faz uma comparação entre um pavimento composto por lajes alveolares contínuas e outro por simplesmente apoiadas, de modo a verificar se existe a possibilidade de redução da armadura ativa e considerável economia ao se substituir lajes biapoiadas por contínuas. A simulação é feita no programa *FTool* (MARTHA, 2008) onde as lajes serão simuladas como elementos lineares.

O segundo exemplo também faz uma comparação, porém agora se realiza um estudo a respeito do aumento da capacidade de carga da laje contínua em relação à simplesmente apoiada. Para isso, utiliza-se a mesma quantidade de armadura ativa para ambas as lajes e verifica-se se a laje contínua tem um aumento considerável de capacidade de carga. A partir deste exemplo, os cálculos passam a ser realizados em uma planilha *Excel*<sup>®</sup> desenvolvida para fazer a verificação do elemento contínuo ou biapoiado.

No terceiro exemplo, verifica-se uma situação em que o uso da continuidade em pavimentos compostos por lajes alveolares não é vantajoso, quando comparado à laje simplesmente apoiada.

O quarto exemplo é sobre o estudo da consideração da alternância de cargas em pavimentos contínuos. Faz-se uma análise das condições de envoltórias de esforços para cortante e momentos negativo e positivo na laje de extremidade. A partir desta análise pode-se

verificar a importância da consideração da alternância de carga em um pavimento, evitando assim o seu subdimensionamento.

O quinto exemplo trata de um pavimento que serve de passagem para uma empilhadeira. Desta maneira, são estudados o trem tipo e a envoltória de esforços resultante deste carregamento concentrado, flechas ao longo do tempo, tensões nas fibras e cortante. Posteriormente, os resultados são comparados aos obtidos em uma laje que funciona como simplesmente apoiada.

O sexto exemplo busca mostrar a vantagem da laje contínua quando um pavimento está com limitação de deslocamentos. É mostrada uma laje biapoiada que tem limitação da flecha ao longo do tempo e depois se compara tal laje com uma contínua, a fim de se provar se o pavimento contínuo possui vantagens para diminuição da flecha final.

---

## 2. PAVIMENTOS DE LAJES ALVEOLARES: O ESTADO DA ARTE

Pretende-se, neste item, proceder a uma discussão e levantamento de informações a respeito dos assuntos envolvidos neste trabalho e que serão descritos ao longo do texto.

Elliott (2002) define concreto pré-moldado como sendo aquele preparado, moldado e curado em um local que não seja seu destino final. A distância entre o elemento pré-moldado e o canteiro pode ser de apenas alguns metros, quando se quer evitar custos altos devidos ao transporte, ou tal distância pode superar muitos quilômetros, quando há um elevado valor acrescentado aos materiais, porém o custo do transporte é baixo.

No Brasil, porém, a NBR 9062:2006 distingue as duas definições feitas acima como sendo elementos pré-moldados e elementos pré-fabricados. A diferença entre tais elementos é que os primeiros são executados em condições menos rigorosas de controle de qualidade, e por isso, necessitam que suas peças sejam inspecionadas individualmente ou por lotes. Já os elementos pré-fabricados, são aqueles produzidos em usina ou instalações analogamente adequadas aos recursos para produção e que disponham de pessoal, organização de laboratório e demais instalações permanentes para o controle de qualidade, devidamente inspecionadas.

Ainda segundo Elliott (2002), o que difere realmente o concreto pré-moldado daquele moldado no local é o comportamento em relação aos efeitos internos (variação volumétrica) e externos (carregamento existente), quando este está submetido a esforços de tração e compressão. Isso porque, na realidade, o concreto pré-moldado é, por definição, apenas uma peça que deverá ser ligada a outros elementos, de modo a formar uma estrutura completa.

A aplicação do pré-moldado pode ser feita em diversos ramos da construção civil, seja em edifícios, pontes, passarelas, galpões, casas ou em conjunto com algum outro material.

### **2.1 LAJES ALVEOLARES PROTENDIDAS: DO PROJETO À MONTAGEM**

#### **2.1.1 Considerações a respeito das lajes alveolares**

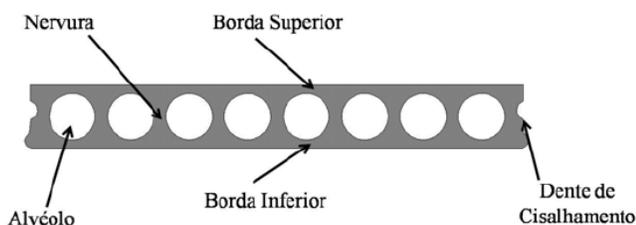
Segundo Costa (2010), as lajes alveolares protendidas pré-fabricadas representam uma das soluções estruturais mais avançadas para sistemas de piso, podendo ser utilizadas em todo tipo de construção. As primeiras lajes alveolares surgiram ainda nos anos 1950 e, portanto, a

sua tecnologia de produção atual é bastante desenvolvida e consolidada. Apesar do alto custo inicial do maquinário, a produção é praticamente automatizada e com grande produtividade. Desta forma, havendo demanda de mercado, este tipo de produto se apresenta bastante competitivo devido à sua racionalização de materiais, com redução considerável de concreto e de aço, e também pela grande economia nas fôrmas, ausência de escoramento e velocidade na montagem.

Este tipo de laje pode ser empregado em diversos sistemas estruturais: concreto pré-moldado, concreto moldado no local, estrutura metálica e alvenaria estrutural. Por esta razão, o uso das lajes alveolares como soluções para pisos em construções mistas, tem aumentado consideravelmente em todos os continentes, começando por Europa e EUA, indo até países asiáticos e africanos. No Brasil, esta tecnologia passou a ser empregada na década de 1980 e teve a sua consolidação a partir do início do século XXI, acompanhando o maior aumento das estruturas pré-moldadas no Brasil (COSTA, 2010).

Costa (2010) define ainda que as lajes alveolares pré-moldadas protendidas surgiram da necessidade de se reduzir o peso próprio do elemento e dessa forma, conseqüentemente, reduzir o custo de fabricação e o preço de venda, permitindo seu uso em grandes vãos. O seu baixo peso próprio é devido ao uso de vazios ou alvéolos na seção transversal do elemento de laje, como visto na Figura 2.1.

Figura 2.1 – Seção Transversal.



(Fonte: COSTA, 2010).

Segundo Petrucelli (2009), as lajes alveolares, por possuírem seus núcleos vazios, são relativamente leves, e por serem protendidas, conseguem vencer grandes vãos. O processo de produção é linear e contínuo, onde as pistas de protensão possuem comprimentos variáveis. São produzidas em pistas com máquinas extrusoras (Figura 2.2 e Figura 2.3) ou moldadoras (Figura 2.4).

Figura 2.2 – Fabricação de lajes em pista extrusora.



- 1 - Cordoalha - aço para protensão.
- 2 - Cabeceiras de protensão.
- 3 - Pista de 150m, com laje alveolar já extrudada.
- 4 - Pista de 150m, com cordoalhas sendo posicionadas para fabricação de lajes.
- 5 - Macaco de protensão de cordoalhas.

(Fonte: [http://www.r4tecnico.com.br/laje.alveolar/perguntas.frequentes/#3\\_alveolar](http://www.r4tecnico.com.br/laje.alveolar/perguntas.frequentes/#3_alveolar))

Figura 2.3 – Máquina extrusora.



Figura 2.4 – Fabricação de lajes em pista moldadora.



(Fonte: MIGLIORE, 2008).

A protensão aplicada nas lajes alveolares é do tipo pré-tração. A NBR 6118:2007 define concreto com armadura pré-tracionada como sendo:

*“Concreto protendido em que o pré-alongamento da armadura ativa é feito utilizando-se apoios independentes do elemento estrutural, antes do lançamento do concreto, sendo a ligação da armadura de protensão com os referidos apoios desfeita após o endurecimento do concreto; a ancoragem no concreto realiza-se só por aderência.”*

A mesma Norma também define os tipos de protensão, devido à agressividade ambiental do meio e o tipo de construção, que são: completa, parcial ou limitada.

De um modo geral, a fabricação das lajes alveolares pode ser dividida em sete etapas, segundo Petrucci (2009):

- 1) Limpeza e aplicação do desmoldante na pista (Figura 2.5);

Figura 2.5 – Aplicação do desmoldante.



(Fonte: PETRUCELLI, 2009).

- 2) Posicionamento das cordoalhas de protensão (Figura 2.6);

Figura 2.6 – Posicionamento da cordoalha.



- 3) Lançamento do concreto e produção da laje;
- 4) Marcação dos painéis e possíveis recortes na pista;
- 5) Endurecimento e cura;
- 6) Liberação da protensão e corte das lajes;
- 7) Recortes e acabamentos, quando necessários.

Melo (2004) cita que dentre as principais vantagens das lajes alveolares, estão:

- ✓ Aplicações variáveis;
- ✓ Baixo custo de produção (alta produtividade com mão de obra reduzida);
- ✓ Dispensa forros devido ao bom acabamento da face inferior;
- ✓ Peso próprio é reduzido devido à geometria;
- ✓ Bom isolante térmico e acústico.

Dentre as principais desvantagens das lajes alveolares, estão:

- ✗ Inflexibilidade em projetos arrojados, que exijam muitos recortes, por exemplo;
- ✗ Limitada resistência à flexão transversal, pois não há armadura de cisalhamento;
- ✗ Diferentes deformações;

- ✘ Requer equipamentos especiais de produção, manuseio e, principalmente, montagem (no caso de edifícios de múltiplos pavimentos).

### 2.1.2 Paginação de Lajes Alveolares

A paginação das lajes alveolares tem se tornado cada vez mais difícil, uma vez que os projetos arquitetônicos estão cada vez mais complexos, o que dificulta a execução de elementos pré-fabricados, principalmente no caso da laje. Tal dificuldade está no fato dela apresentar seção reduzida combinada à protensão da peça.

Melo (2004) cita que a paginação deve ser vista como o aspecto mais importante do projeto, pois garante a viabilidade econômica do sistema. Alguns critérios devem ser obedecidos em relação à paginação de lajes alveolares, dentre eles:

- Não considerar folgas entre as lajes;
- Em recortes junto a pilares deve existir uma folga de 1 cm;
- Recortes longitudinais devem ser evitados;
- A primeira laje deve estar encostada na fachada;
- Não é permitida a instalação lado a lado de panos de lajes cortadas longitudinalmente;
- Não é permitida a instalação de *shafts* ao lado de lajes recortadas longitudinalmente;
- Caso a modulação não seja padrão, é preferível recorte junto ao pilar com reforço do que realizar com laje cortada longitudinalmente;
- O máximo recorte junto ao pilar, utilizado apenas com a intenção de reforçar a laje alveolar, é de 41 cm. Acima desse valor, além de reforço é necessário apoio no pilar;
- Não são permitidos recortes para os pilares no centro da laje alveolar apenas em suas extremidades. Tal recorte aumenta a probabilidade de fissuras, acarretando em problemas na segurança no momento da montagem.

### 2.1.3 Recorte em Lajes Alveolares

Os itens a seguir explicam os tipos de recortes mais comuns presentes em pavimentos compostos por lajes alveolares. Além disso, para cada corte é dada uma recomendação sobre como proceder ao se realizar cada um.

#### 2.1.3.1 Corte Longitudinal

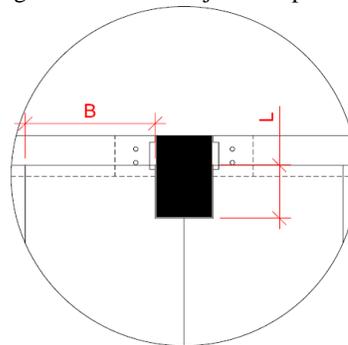
Melo (2004) cita ainda que os cortes longitudinais são os menos indicados e, entretanto, os mais utilizados para laje alveolar. Tal corte deve ser realizado na região dos

alvéolos e apresentar cordoalhas simétricas. Em lajes cortadas longitudinalmente são permitidos recortes de adequação ao pilar somente na lateral já cortada, devendo permanecer 75% da largura da laje com apoio em viga ou em consolo no pilar. Há necessidade de instalação de quatro alças de içamento padronizadas, pois a borda recortada é frágil.

### 2.1.3.2 Corte nas extremidades

Ocorre principalmente para o ajuste junto aos pilares. O apoio mínimo da laje alveolar é de 66% de sua largura (B), tal como visto na Figura 2.7.

Figura 2.7 – Recorte junto ao pilar.

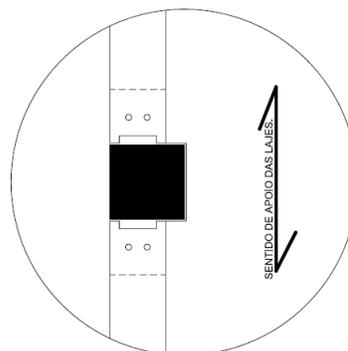


(Fonte: RAYMUNDO, 2011).

### 2.1.3.3 Cortes laterais no vão da laje

Os cortes laterais são necessários em alguns casos, quando um pilar intermediário não tem apoio para receber a laje alveolar, como pode ser visto na Figura 2.8. No caso da necessidade de tal corte, se ele for menor que o tamanho do primeiro alvéolo, não é necessário o reforço com armadura, caso contrário, é necessário fazer um reforço para evitar o aparecimento de fissuras.

Figura 2.8 – Corte lateral no vão da laje.



(Fonte: RAYMUNDO, 2011).

## 2.2 CONTINUIDADE EM PAVIMENTOS DE LAJES ALVEOLARES

### 2.2.1 Generalidades

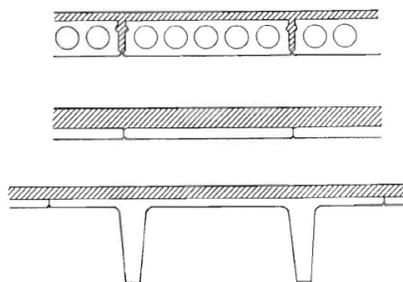
Segundo a FIB (1998), a estrutura de concreto da laje composta consiste em uma laje de concreto pré-fabricado com uma capa moldada *in loco*. A laje e a capa formam uma estrutura monolítica sólida e funcionam em conjunto. A ligação entre as lajes e a capa é essencial e deve ser sempre verificada em projeto e garantida na fabricação.

### 2.2.2 Definição da estrutura

Ainda segundo a FIB (1998), os tipos de lajes pré-fabricadas mais comuns são divididos em três grupos (Figura 2.9):

- Lajes Alveolares
- Pré-lajes
- Duplo “T”

Figura 2.9 – Tipos básicos de lajes compostas: laje alveolar, pré-laje e laje duplo T, respectivamente.



(Fonte: FIB, 1998).

As lajes alveolares possuem espessuras que podem variar de 100 a 420 milímetros e a largura normalmente de 600 a 2400 milímetros. São utilizados vãos de até 18m. As lajes alveolares são fabricadas por extrusão ou por formas deslizantes, como já explicado anteriormente.

Na maioria dos casos a superfície superior é suficientemente áspera para que a ligação adequada com a capa seja efetiva. Quando uma ligação adicional é necessária, recomenda-se fazer ranhuras na superfície da laje que fica em contato com a capa. As lajes alveolares consideradas são pré-tracionadas e com resistência do concreto aos 28 dias ( $f_{ck}$ ) variando entre 40 e 50 MPa.

As pré-lajes (Figura 2.9) são elementos pré-fabricados de concreto e podem ser feitas com diferentes tipos de placas planas ou sulcadas, usadas principalmente como um molde para o concreto moldado *in loco*. Suas dimensões variam de 0,6 a 2,40 metros de largura e de 1,50 a 8 metros de comprimento. A espessura varia, normalmente, de 40 a 100 milímetros, geralmente não mais de 50% da profundidade total da laje estrutural composta. O tipo de concreto utilizado é de C20 a C50, e as placas são normalmente armadas ou protendidas (FIB, 1998).

As pré-lajes transmitem a carga, principalmente, em uma direção. Sua finalidade é servir tanto como:

- um molde para o concreto moldado *in loco* e, na fase final, como uma proteção para a estrutura (por exemplo, contra o fogo);
- conter o reforço principal (flexão e cisalhamento) da laje composta.

As lajes duplo “T” possuem de 2,40 a 3 metros de largura, 0,30 a 1,20 metros de altura, e vance até 25m de vão. A espessura da alma e da mesa varia de 40 a 70 milímetros.

O concreto da capa pode ser feito com concreto normal, auto-adensável, concreto leve ou com qualquer outro concreto especial, com uma resistência mínima de C25/30. Além dos requisitos de resistência, o concreto da capa deve ser escolhido em relação à boa trabalhabilidade e baixa retração. Deve possuir, ainda, uma resistência à abrasão adequada para uma superfície de piso. É importante que a trabalhabilidade seja ajustada para o método de compactação utilizado. O tamanho máximo do agregado não deve exceder metade da espessura da capa, embora a relação de 1/3 seja a preferida para facilitar o tratamento de superfície. O teor de cimento deve ser inferior a 400 kg/m<sup>3</sup> e o abatimento entre 50 e 100 mm.

A espessura da capa da laje alveolar geralmente varia de 40 a 100 milímetros. Ela pode ser reforçada com armadura ou não. Por exemplo, se a laje é submetida a cargas dinâmicas ou concentradas, a capa deve ser reforçada com uma malha de aço. Essa malha no topo também distribui fissuras de uma possível retração.

### 2.2.3 Estudos Internacionais

O PCI (1998) esclarece que normalmente os pavimentos formados por lajes alveolares são simplesmente apoiados. No entanto, a continuidade entre os elementos sobre os apoios pode ser feita através de preenchimento dos alvéolos, armadura na capa estrutural ou ainda através de barras passando pelas chavetas grauteadas. Dentro dos limites, os resultados serão benéficos para a diminuição do deslocamento vertical e do momento positivo no meio do vão.

Com o reforço de armadura em capas estruturais ou na região dos alvéolos, momentos elásticos permitem o aparecimento do momento negativo que determinam a quantidade de armadura requerida. .

Segundo o Manual Técnico da Associação Australiana de Pré-fabricados (2003), o uso mais econômico de lajes em uma estrutura contraventada é com elementos simplesmente apoiados em um “layout” onde o vão da laje seja maior que o vão das vigas. Caso seja utilizada a continuidade, é necessário que se tenham tirantes em números adequados (o que resulta no grau de continuidade). Conforme descrito abaixo deve-se atentar se a laje terá ou não a presença de capa.

É preciso ter cuidado para não desenvolver momentos negativos indesejáveis nos apoios em lajes sem capa. Isso porque nesta região já ocorrem as tensões devidas à excentricidade da pré-tração aplicada, e um esforço adicional poderia causar fissuras na região das nervuras da laje. Caso haja certa negligência no detalhamento do projeto, isso pode levar a uma falha inesperada do elemento por cisalhamento em baixos carregamentos. As duas causas mais típicas de momentos negativos indesejados são:

- O graute da ligação viga-laje penetrar nos alvéolos criando uma grande rigidez. Deve, portanto, existir sempre um anteparo a 50 mm do final da laje para evitar tal acontecimento;
- As extremidades das lajes confinadas entre paredes, restringindo a rotação. Uma folga ou um material compressível podem ser usados para evitar a transferência de esforço da parede na laje.

Ainda segundo o Manual Técnico da Associação Australiana de Pré-fabricados (2003), pode-se realizar uma continuidade limitada através de adição de armadura na capa na região do apoio das lajes.

A continuidade só deve ser usada onde há uma vantagem clara para a estrutura e, portanto, só em construção composta (concreto pré-fabricado com concreto moldado no local). O custo por kN de força de protensão fornecido por cordoalha é de aproximadamente um terço do valor gasto com a armadura passiva para resistir ao momento negativo.

A continuidade pode ser usada para alcançar uma maior durabilidade em condições de incêndio. Tal fato torna-se útil quando não for possível nem recomendável o aumento da altura do cabo de protensão em relação à borda inferior. A continuidade também é útil para aumentar a rigidez de uma estrutura sujeita a uma sobrecarga muito alta. Os seguintes pontos, porém, devem ser observados:

- Não se deve alterar os fornecedores de laje sem antes recalculando a capacidade de resistir ao cisalhamento. Isso porque, a nervura entre as lajes e o tamanho dos alvéolos pode variar até 60%, entre diferentes fabricantes, o que influencia diretamente na capacidade ao cisalhamento.
- Pode ser necessário o preenchimento de alvéolos para aumento da capacidade ao cisalhamento.
- Verificar se a laje não rompe na liberação da protensão, por excesso de cabos inferiores. Se necessário, adicionar cordoalhas na face superior.
- Fazer com que a armadura negativa seja maior do que o comprimento necessário para resistir ao momento, evitando assim que fissuras indesejáveis penetrem no elemento pré-fabricado.

De acordo com o Bulletin 6 da FIB (2000) as recomendações da FIP eram restritas aos elementos de piso simplesmente apoiados. Entretanto, experiências foram realizadas com condições de apoios restritos, especialmente em combinações com vigas moldadas *in loco*, paredes ou em estruturas compostas. Essas aplicações são comuns em alguns prédios e em projetos para estruturas que se localizam em regiões sísmicas, principalmente na Itália, Espanha e Turquia.

A análise do pavimento composto por lajes alveolares com apoio engastado deve ser realizada em todas as seções críticas próximas aos apoios, levando em consideração o esquema estrutural e duas condições de carregamento:

- a) Condição temporária:** com apoios articulados e carregamentos permanentes (peso próprio e capa) antes da cura do concreto.
- b) Condição final:** apoios restritos, cargas acidentais e carregamentos permanentes.

O Bulletin 6 da FIB (2000) explica ainda que os elementos de laje alveolar (simplesmente apoiados) têm sido utilizados, desde os anos 1950, combinados a pré-moldados ou estruturas de aço. Os elementos de laje alveolar que anteriormente eram aplicados com apoio simples e rotulado, sem nenhuma restrição no mesmo, são frequentemente utilizados hoje em dia em estruturas pré-fabricadas.

Desde os anos 1970, no entanto, as lajes têm sido largamente aplicadas em edifícios residenciais, comerciais e estacionamentos ou estruturas mistas com o tradicional concreto

moldado *in loco*. Com o aumento de vãos e cargas criou-se a necessidade da utilização de continuidade em pavimentos formados por lajes alveolares.

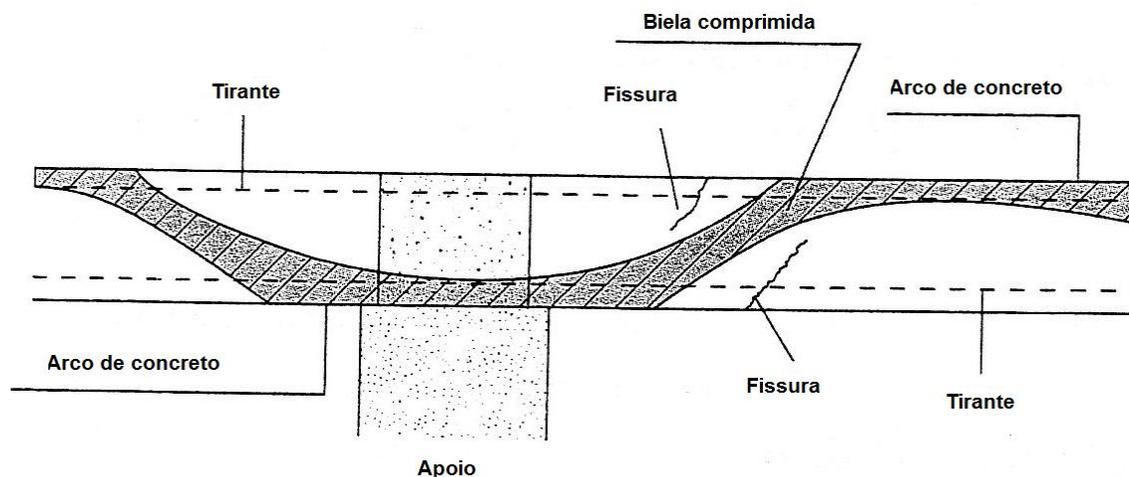
Restringir o apoio é “recomendado”, porém, requer cuidados no projeto de ligações, pois exige o conhecimento de uma estrutura comportando-se como sendo praticamente monolítica.

Em muitos edifícios o concreto adicional *in loco* e as armaduras não trarão nenhum problema adicional para o contratante, desde que parte da estrutura já seja moldada *in loco* (por exemplo, pilares, caixas de escadas, vigas e capa de concreto). Restringir o apoio torna-se interessante quando as lajes alveolares são utilizadas em estruturas com pórticos ou paredes, pois permitem regiões de apoio mais largas. Também é interessante a utilização da restrição do apoio ou continuidade, quando o acabamento do pavimento não permite fissuras nos apoios intermediários e quando a deformação sujeita as cargas acidentais ou carregamentos duradouros deve ser pequena (FIB, 2000).

A continuidade longitudinal na zona de apoio de lajes alveolares, pode ser alcançada com um projeto adequado no final da laje e armadura para absorver o momento negativo.

De acordo com ASSAP (2002), nos casos em que a continuidade é obtida *in situ*, a situação de tensões internas é melhorada substancialmente pela presença de tensões de compressão na parte inferior do flange. Tal situação pode ser visualizada na Figura 2.10.

Figura 2.10 – Mecanismo de biela-tirante criado na região do apoio de lajes alveolares em situação de continuidade.



(Fonte: Adaptado de ASSAP, 2002).

Com efeito, a possibilidade de formação de fissuras na zona sujeita a momento negativo em elementos contínuos, não impede o aparecimento do mecanismo de dois arcos

entre concreto e aço (biela e tirante) em direções opostas. A presença da biela comprimida de concreto impede que as fissuras se encontrem.

A Tabela 2.1 apresenta as vantagens e desvantagens da utilização da continuidade em pavimentos de laje alveolar, segundo ASSAP (2002):

Tabela 2.1 – Vantagens e desvantagens do uso da continuidade (ASSAP, 2002).

<i>Requisitos de projeto</i>	<i>Vantagens da continuidade</i>	<i>Desvantagens da continuidade</i>
<b>1. Resistência à cortante nos ELU e ELS e deformações</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Com a mesma laje alveolar (mesma altura e protensão), é possível obter momentos resistentes com valores até 30% maiores;</li> <li>- A resistência ao cisalhamento depende do número de alvéolos que foram preenchidos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Custo elevado devido à armadura adicional (até 3 kg/m<sup>2</sup>) e do concreto moldado in loco, colocados na extremidade das lajes (até 20 l/m<sup>2</sup>);</li> <li>- É necessário usar armadura ativa até mesmo na face superior da laje e alguns alvéolos precisam ser abertos;</li> <li>-É necessário verificar a protensão máxima nas lajes na sua parte inferior para evitar forças de compressão excessiva devidas ao momento negativo.</li> </ul>
<b>2. Resistência ao fogo</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Com a mesma laje alveolar (mesma altura e protensão), é possível obter resistências até 30% maiores;</li> </ul>	- Ver item 1.
<b>4. Deformações ao longo do tempo devido a cargas permanentes e ocasionais</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Para uma laje alveolar biapoiada de mesma altura, os deslocamentos diminuem de duas a cinco vezes.</li> </ul>	- Ver item 1.
<b>5. Eliminação de fissuras visíveis em regiões de apoios intermediários</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- O requisito é atendido em todos os casos, exigindo-se cuidado com relação ao número, diâmetro e distância entre as armaduras para resistir ao momento fletor.</li> </ul>	- Ver item 1.

Eliott (2002) explica que no caso do uso de capa para a realização da continuidade, essa capa deve possuir resistência variando de 25 a 30 MPa e que, normalmente, já é utilizada uma área mínima de tela de 0,13% x área do pavimento. O autor mostra ainda, que o benefício da utilização da continuidade é o aumento da resistência e rigidez à flexão e que as vantagens da utilização de um pavimento composto por laje e capa são:

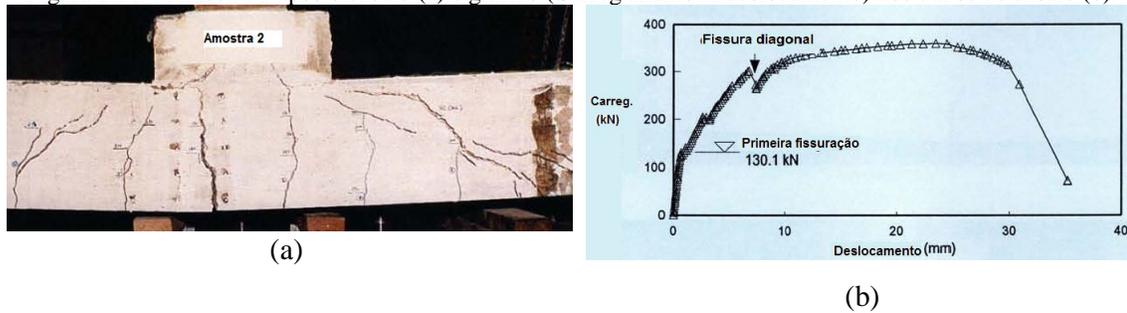
- Melhorar a vibração do pavimento e o desempenho térmico;
- Promover a ação diafragma;
- Fornecer estabilidade horizontal;
- Fornecer um pavimento contínuo e monolítico.

Elliott (2002) atenta para o fato de que os pavimentos compostos por estruturas pré-moldadas e moldadas *in loco* passam necessariamente por duas etapas. A primeira antes da inserção da capa e a segunda logo depois da sua cura. Em casos de peças pré-tracionadas devem ser consideradas ainda a etapa de transferência da tensão.

Na primeira etapa o elemento de laje alveolar deve ser capaz de suportar o seu peso, o peso da capa não curada e um carregamento de 1,5 kN/m<sup>2</sup> de tráfego de construção. Já na segunda etapa, quando o pavimento funciona composto, ele deve suportar o seu peso, o peso da capa e outros carregamentos advindos de sobrecargas permanentes e acidentais. No caso do cálculo da deformação do pavimento, os efeitos relativos ao encolhimento da capa também devem ser levados em consideração.

Tan *et al.* (1996) realizaram um estudo teórico-experimental onde foi estudada a continuidade em lajes alveolares em apenas um apoio e em ambos os apoios. As fórmulas relativas ao aumento da capacidade do vão quando é utilizada a continuidade, redistribuição dos momentos e os momentos negativos dos apoios foram obtidas teoricamente e apresentados em forma de tabelas. Para demonstrar a capacidade da continuidade em lajes foram realizados ensaios com três diferentes amostras, todas compostas por duas lajes alveolares, apoiadas sobre vigas e com a presença de capa estrutural moldada *in loco*. Os resultados mostraram que a capacidade à flexão realmente aumentou e que o fato de os alvéolos terem sido rasgados e preenchidos na extremidade da laje aumentou significativamente a capacidade resistente ao cisalhamento. Os resultados da amostra 2 ensaiada podem ser vistos na Figura 2.11.

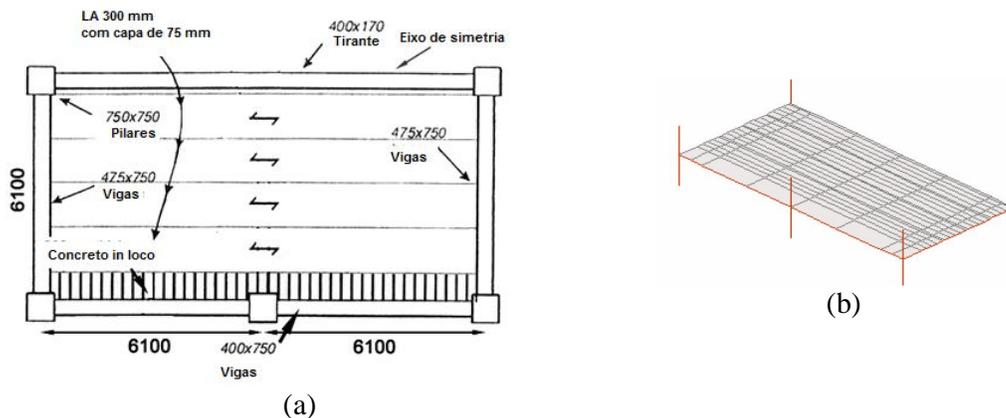
Figura 2.11 – Amostra 2 após o ensaio (a) e gráfico (Carregamento X deslocamento) dos dados de ensaio (b).



(Fonte: Adaptado de TAN *et al.*, 1996)

Buchanan *et al.* (2006) promoveram um estudo a respeito da resistência ao fogo de pavimentos compostos por laje alveolar. Foi realizado um estudo numérico-experimental onde se variou a ligação entre os elementos e as condições de apoio. O modelo de ensaio está representado na Figura 2.12.

Figura 2.12 – Esquema do ensaio (a) e simulação numérica (b).



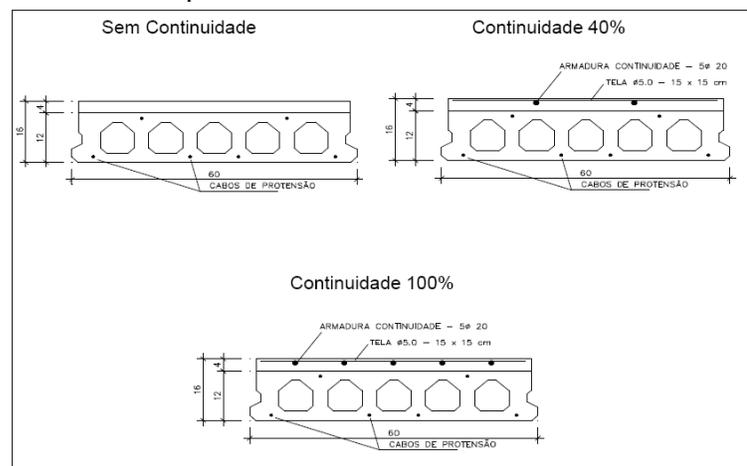
(Fonte: BUCHANAN *et al.*, 2006)

Através de tal estudo os autores puderam concluir que a modelagem numérica pôde prever bem o desempenho das lajes ao fogo, desde que a ruptura não ocorresse por cisalhamento nem que os deslocamentos devidos ao cisalhamento fossem significantes. Além disso, recomenda-se que em projetos de pavimentos compostos por lajes alveolares o uso de restrições axiais seja utilizado, porém a restrição da rotação nas laterais é pouco benéfica para o aumento na resistência ao fogo.

## 2.2.4 Estudos Nacionais

Gastal & Resende (1999) realizaram um estudo numérico experimental para analisar o comportamento de lajes alveolares que possuíam armadura de continuidade na região da capa. A análise numérica realizada foi feita através de um modelo de elementos finitos isoparamétricos de viga e elementos de continuidade. O estudo experimental foi realizado através de três ensaios sendo um onde a continuidade não é considerada e os outros dois onde a taxa de armadura de continuidade varia. As seções características dos três protótipos podem ser observadas na Figura 2.13.

Figura 2.13 – Seções características dos 3 protótipos, identificando dimensões transversais, armaduras de protensão e armaduras de continuidade.

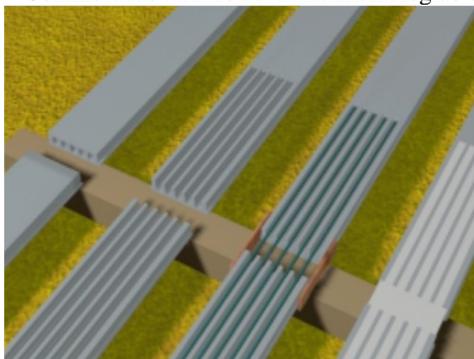


(Fonte: GASTAL & RESENDE, 1999).

Os resultados experimentais de Gastal & Resende (1999) mostram um expressivo aumento da capacidade portante dos elementos pré-moldados, em função da continuidade, bem como a redução proporcional dos deslocamentos verticais nos vãos. A avaliação numérica realizada para um carregamento distribuído sobre os protótipos também demonstra resultados similares.

Barbieri & Gastal (2000) realizaram um estudo numérico-experimental do desempenho de lajes alveolares, considerando a adição de armadura negativa na região dos alvéolos, conforme a Figura 2.14.

Figura 2.14 – Continuidade através de armadura na região dos alvéolos.



(Fonte: BARBIERI & GASTAL, 2000)

Foram realizados três ensaios com protótipos em escala real, variando-se a quantidade de armadura negativa. A análise numérica envolveu a simulação das condições observadas experimentalmente e a posterior comparação entre os resultados. Após a validação do modelo numérico foi desenvolvida uma análise com lajes alveolares com continuidade posterior por adição de armadura, em diferentes condições de carregamento e de disposição de vãos. Os resultados numéricos demonstram o bom desempenho da técnica utilizada, a validade do modelo numérico e o bom comportamento dos elementos sob diferentes condições de continuidade.

Pôde-se observar que quanto maior a quantidade de armadura negativa, mais resistente a laje se torna. Barbieri & Gastal (2000) citam ainda que a utilização de continuidade posterior entre lajes alveolares com diferentes comprimentos de vãos apresenta, para carregamentos últimos, uma elevada solicitação da região adjacente ao elemento de conexão no vão carregado, ocasionando o esmagamento do concreto na zona comprimida desta região, antes que a armadura de continuidade atinja sua deformação de ruptura.

Petruccelli & Carvalho (2010) mostraram que o uso de continuidade entre os painéis de lajes alveolares protendidas, em diversas situações, pode melhorar o desempenho de um pavimento composto por estes elementos. No estudo dos autores foi apresentado resumidamente como pode ser considerada a plastificação do concreto nos apoios, dada pelo concreto da capa vinculado ao concreto da laje alveolar, para aumentar a sua eficiência utilizando armadura passiva de tração nessa região.

Petruccelli & Carvalho (2010) observaram que quando se optar pela continuidade, através do preenchimento de alvéolos (Figura 2.15) e utilização de armaduras negativas passando por eles, deve-se garantir que a linha neutra não passe pela região onde foram efetuados os rasgos.

Figura 2.15 – Pavimento de laje sem capa estrutural.



(Fonte: ELLIOTT, 2002).

Desta forma, a eficiência do sistema pode ser garantida. O estudo dos autores, porém, não apresentou verificações a respeito do cisalhamento e deformações ao longo do tempo. A conclusão foi que a utilização da continuidade resultou em uma diminuição significativa dos cabos de protensão e um aumento na capacidade de carga, quando comparados a lajes calculadas como sendo simplesmente apoiadas.

Araujo (2011) estudou os efeitos dependentes do tempo nas estruturas hiperestáticas formadas por painéis de lajes alveolares contínuos e o comportamento na região do apoio dos painéis. As análises dos resultados mostraram que a utilização de lajes alveolares com continuidade longitudinal é uma solução eficiente, mas requer verificações adicionais de projeto devido ao processo construtivo. A avaliação apropriada da protensão dos vãos internos e externos é importante para um projeto eficiente de estruturas contínuas. Como mostrado nos exemplos de Araujo (2011), com uma distribuição diferente de cordoalhas, é possível aprimorar o desempenho estrutural, sem risco do aparecimento de momentos positivos nos apoios intermediários. Se o objetivo for a utilização do mesmo número de cordoalhas, vãos laterais menores são preferíveis; caso contrário, alguns inconvenientes podem surgir no estado limite de serviço, tais como tração nas fibras inferiores nos apoios internos.

Araujo (2011) cita ainda que no contexto de projetos de lajes alveolares com seção composta, a retração diferencial é um importante componente das tensões internas dependentes do tempo, e não deveria ser negligenciada. Além disso, especialmente para estruturas contínuas, a utilização de programas computacionais permite facilmente o estudo de alternativas de projeto, aperfeiçoando o seu desempenho.

### 3. ANÁLISE DE PAVIMENTOS SIMPLESMENTE APOIADOS E CONTÍNUOS

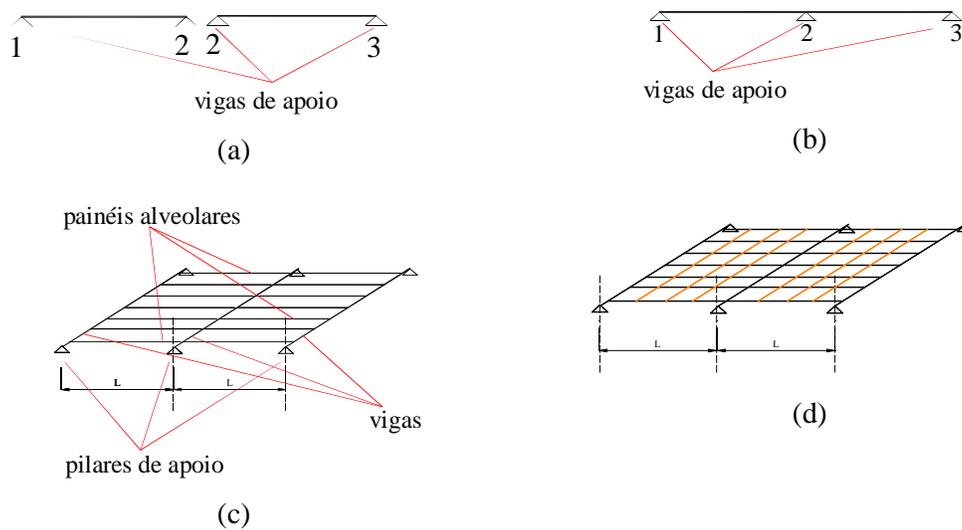
Os pavimentos são os responsáveis por absorver e transmitir esforços horizontais e verticais para os pilares de uma edificação. Com relação a esta transmissão de esforços as lajes alveolares podem funcionar como chapa ou como placa.

O pavimento funciona como uma placa quando resiste aos esforços verticais advindos de cargas permanentes e acidentais do edifício. Já o funcionamento como chapa acontece quando o pavimento absorve os esforços horizontais advindos, por exemplo, da ação do vento. Neste caso, o pavimento funciona como diafragma rígido.

Na análise do pavimento funcionando como placa, ele pode ser dimensionado considerando a interação dos painéis (presença de continuidade na região dos apoios) e o cálculo dos elementos isolados. Carvalho (2010) explica que existem alguns modos de simular o comportamento do pavimento formado por laje alveolar e eles são explicados a seguir:

- Elemento isolado e simplesmente apoiado em apoios indeslocáveis na vertical (Figura 3.1a);
- Elemento isolado com continuidade por meio de armação na capa ou preenchimento de concreto nos alvéolos, com colocação de armadura e apoios indeslocáveis na vertical (Figura 3.1b);
- As situações anteriores considerando uma grelha, ou seja, os apoios (geralmente vigas) deformáveis na vertical (Figura 3.1c);
- A mesma situação anterior considerando uma grelha equivalente em que alguns elementos representam a capa (Figura 3.1d).

Figura 3.1 – Esquema de painéis simplesmente apoiados (a), considerando a continuidade (b), pavimento como grelha (c) e considerando a capa (d).



(Fonte: Adaptado de CARVALHO, 2010)

Segundo Carvalho (1994), quando o detalhamento da armadura é realizado, devem-se considerar os estados limites últimos e de serviço. Assim sendo, torna-se interessante conhecer o desenvolvimento dos esforços no estado de utilização, para que a concepção do detalhamento também esteja o mais próximo possível da realidade.

Carvalho (1994) cita que dentre os inúmeros modelos que o projetista pode utilizar devem ser destaque aqueles que tenham: a) maior abrangência de informações; b) menor restrição de utilização; c) sido bem testados; d) facilidade de uso. Isso porque modelos muito sofisticados para determinadas utilizações podem se tornar difíceis de empregar. É importante ressaltar que, através das análises mais simples, podem ser obtidos subsídios para a utilização dos mais complexos.

É importante que se tenha consciência das hipóteses que norteiam o modelo empregado, para que se possa alcançar a análise mais realista dos resultados. A determinação dos esforços, deslocamentos e armadura de um pavimento, que possui vigas, é feita classicamente através da análise individual dos elementos que o constituem. Assim, quando o sistema é constituído por lajes e vigas, analisam-se isoladamente as placas (lajes) apoiadas nos seus contornos em vigas (CARVALHO, 1994).

As vigas são consideradas indeslocáveis na direção vertical devido ao fato de terem rigidez bem superior à das lajes. Supõe-se, ainda, que as vigas estejam apoiadas nos pilares considerados indeformáveis na direção vertical. Desta forma, as principais hipóteses

simplificadoras empregadas neste procedimento são expostas por Carvalho (1994) e podem ser vistas a seguir:

- a) As placas (lajes) são constituídas de material elástico, isotrópico, linear e têm pequenos deslocamentos;
- b) A rotação nos contornos da placa ou é livre (apoio simples) ou é totalmente impedida (engaste);
- c) A ação das lajes nas vigas de contorno se faz somente através de forças verticais, não havendo transmissão de momentos de torção nas vigas;
- d) Considera-se ainda que as ações das lajes nas vigas sejam uniformemente distribuídas e que não há transmissão de reação direta para o pilar, ou seja, as cargas para chegarem a ele devem passar pelas vigas;
- e) Para o cálculo das lajes, consideram-se as vigas no seu contorno indeslocáveis na direção vertical;
- f) Considera-se que os pilares são elementos mais rígidos à deformação vertical do que as vigas, funcionando como apoios indeslocáveis na direção vertical.

Estas hipóteses, quando adotadas, têm como objetivo a subdivisão do pavimento em elementos mais simples, que já possuem uma solução conhecida para carregamentos usuais através da resistência dos materiais.

As lajes, normalmente, não são consideradas engastadas nas vigas periféricas, pois a rigidez à torção de elementos retangulares de pequena espessura (vigas) é bem baixa.

### **3.1 PROJETO ESTRUTURAL DE ELEMENTOS INDIVIDUAIS**

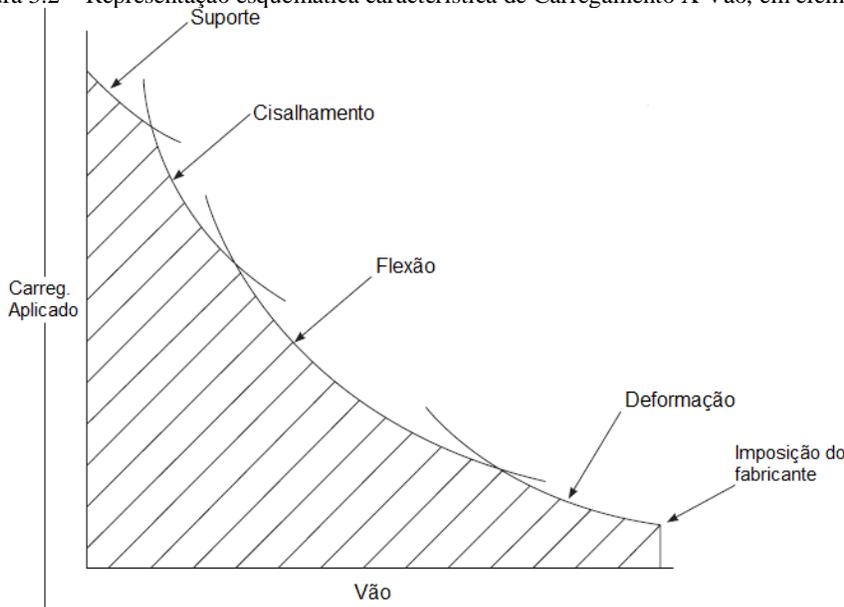
Elliott (2002) mostra que 90% de todo concreto pré-moldado utilizado em pavimentos é protendido. É necessário checar todos os mecanismos de falhas possíveis mostrados no diagrama da Figura 3.2. Tais falhas variam de acordo com o menor ou o maior vão, sendo elas relativas a:

- Capacidade de suporte;
- Resistência ao cisalhamento;
- Resistência à flexão;
- Limites de deformação;
- Restrições da fábrica.

Ou seja, se o vão for pequeno, o que condiciona o seu dimensionamento é a cortante. À medida que o vão aumenta, a laje tende a romper por flexão, posteriormente ela rompe por

deformação excessiva e por fim, caso a fábrica tenha limites de pistas e alturas de lajes, a laje alveolar não poderá ser fabricada.

Figura 3.2 – Representação esquemática característica de Carregamento X Vão, em elementos de flexão.



(Fonte: Adaptado de Elliott, 2005)

## 3.2 PAVIMENTOS HIPERESTÁTICOS X ISOSTÁTICOS

Araujo (2011) cita que nas situações em que o projeto das lajes alveolares apresentarem continuidades – sendo essas intencionais ou não intencionais – esforços hiperestáticos surgirão em decorrência do sistema construtivo adotado e dos efeitos dependentes do tempo.

Em geral, as lajes alveolares são montadas em um esquema estrutural isostático que deverá suportar o peso próprio da estrutura e outros possíveis carregamentos, como o peso próprio da capa moldada no local ainda no estado fresco e eventuais cargas de construção. Para equilibrar esses carregamentos, ainda existirão os esforços devidos à protensão. Desse modo, ocorrerão deformações na estrutura com esquema isostático, e tais deformações permanecerão no esquema hiperestático (ARAUJO, 2011).

### 3.2.1 Pavimentos isostáticos

Os pavimentos de lajes alveolares são considerados isostáticos quando, mesmo depois da cura da capa, eles permanecem sendo calculados como biapoiados. Ou seja, o pavimento

isostático não possui armadura negativa para absorver os momentos presentes na região de apoio das lajes.

### 3.2.2 Pavimentos hiperestáticos (contínuos)

Os pavimentos formados por lajes alveolares podem ser considerados contínuos, segundo ASSAP (2002), se as seguintes condições forem atendidas:

- a) A armadura que garante a continuidade entre os elementos deve ser disposta com espaçamento de menos de 60 centímetros entre centro de barras;
- b) As regras de aderência entre o concreto moldado no local e o pré-moldado devem ser obedecidas, assim como da aderência entre a armadura de continuidade e o concreto moldado no local;
- c) O concreto não deve ultrapassar a tensão limite de compressão devido a ação conjunta da armadura ativa e passiva, ou seja, o valor de  $\epsilon_c$  não deve ultrapassar 0,35%;
- d) As armaduras de continuidade devem ser devidamente ancoradas;
- e) A altura da laje não deve ser inferior a 12 centímetros.

Além disso, as regras gerais de projeto do Bulletin 6 da FIP (2000) recomendam que os comprimentos das barras devem ser calculados de acordo com as regras de ancoragem e do diagrama de momento fletor negativo. Portanto, as barras normalmente são projetadas com 2 ou 3 comprimentos diferentes, mas o comprimento mínimo da barra deve ser maior que o comprimento de transferência ( $l_{bp}$ ) da armadura ativa.

Para os casos em que o pavimento for calculado como contínuo, as cordoalhas dispostas na borda inferior devem ser capazes de resistir aos esforços provenientes do peso próprio do elemento e da capa de concreto, ainda fresca. Somente os carregamentos permanentes e variáveis presentes depois da cura da capa vão gerar momentos negativos na região dos apoios (vigas) e tais esforços irão comprimir a borda inferior e tracionar a região da capa, onde a armadura de continuidade estará presente. Portanto, os pavimentos considerados contínuos, compostos por laje alveolar, são dimensionados em duas etapas:

1ª etapa: a laje deve resistir ao momento positivo devido ao peso próprio da laje e da capa moldada no local, com esquema estático simplesmente apoiado.

2ª etapa: deve resistir também ao máximo momento positivo devido a cargas permanentes e variáveis, para vão contínuos na pior condição de carregamento. Ou seja, nesta etapa é necessário avaliar por meio de envoltória de esforços a seção em que ocorre o

momento máximo positivo, considerando o peso da laje e da capa e os outros carregamentos permanentes e variáveis.

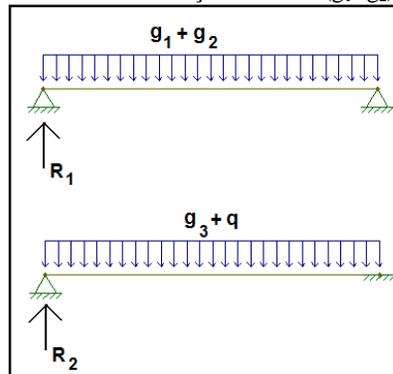
Nos itens 3.2.2.1 e 3.2.2.2 são propostos dois métodos para o cálculo do máximo momento positivo, que ocorre na etapa em que todos os carregamentos estão atuando.

### 3.2.2.1 Método analítico para cálculo do máximo momento positivo

O método clássico para o cálculo do momento máximo positivo deve ser feito considerando os seguintes passos:

1. Calcular as reações ( $R_1$  e  $R_2$ ) devidas a primeira e segunda etapa descritas anteriormente, conforme a Figura 3.3. Fazer a soma das reações, encontrando assim, a reação total ( $R_t$ );
2. A partir dos valores de  $R_t$  e dos carregamentos distribuídos encontra-se a seção ( $x$ ), onde ocorre o maior momento devido aos carregamentos. O valor  $x$  é calculado pela razão entre a reação  $R_t$  e a soma dos carregamentos, ou seja,  $x = \frac{R_t}{g_1+g_2+g_3+q}$

Figura 3.3 – Cálculo da reação devida a  $(g_1+g_2)$  e  $(g_3+q)$ .



3. Por fim, calcula-se o valor do momento máximo presente na seção  $x$  pela Equação 1.

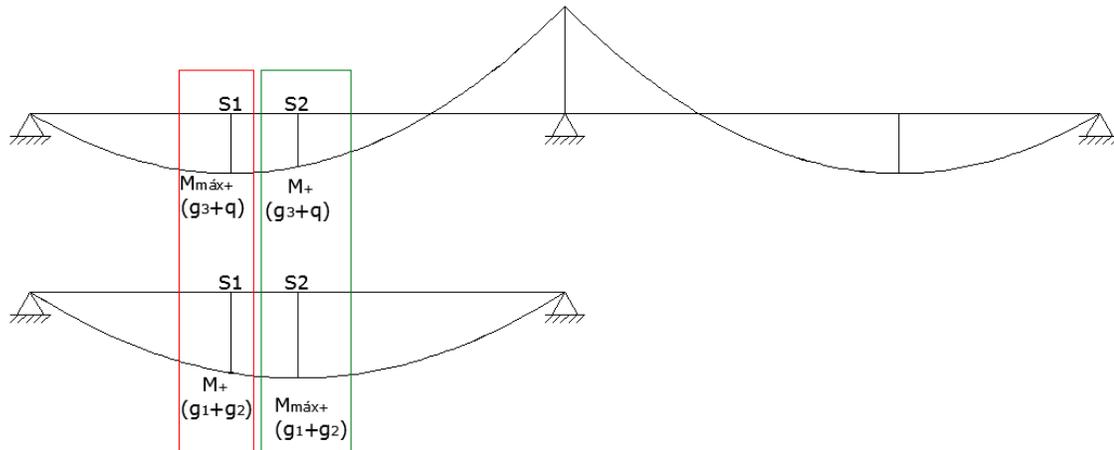
$$M_{sx} = R_t x - (g_1 + g_2) \frac{x^2}{2} - (g_3 + q) \frac{x^2}{2} \quad (1)$$

### 3.2.2.2 Método simplificado para cálculo do máximo momento positivo

Outra maneira de calcular o máximo momento positivo é utilizando o exemplo da Figura 3.4, que mostra que nas seções S1 e S2 ocorrem, respectivamente, o máximo momento positivo devido a carga permanente ( $g_3$ ) e acidental ( $q$ ) e o máximo momento positivo devido

ao peso próprio ( $g_1$ ) e a capa ( $g_2$ ). Somam-se os momentos em S1 e em S2 e verifica-se qual o maior momento positivo presente na laje alveolar, para o seu posterior dimensionamento.

Figura 3.4 – Envolvória de esforços para obtenção do máximo momento positivo presente na laje.



Como foram feitos testes que mostraram que a diferença entre o método clássico e o simplificado foi muito pequena, opta-se neste trabalho por fazer os exemplos utilizando o método simplificado.

### 3.2.2.3 Considerações sobre as cargas variáveis

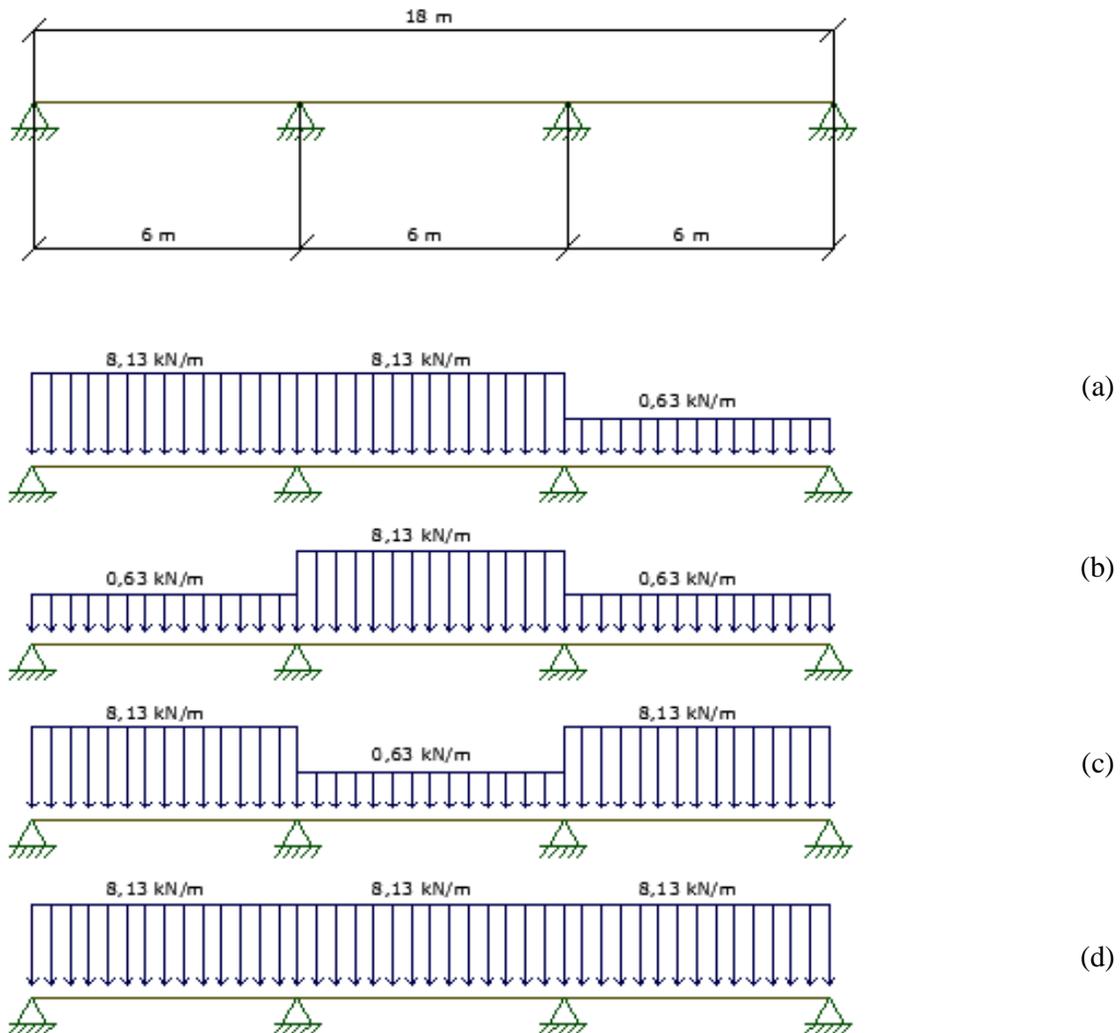
Em pavimentos de lajes alveolares contínuas, após a cura da capa, como já explicado, a estrutura se torna contínua e as cargas variáveis atuantes no pavimento devem ser consideradas na situação mais desfavorável para a estrutura. Isso implica que, em situações como esta é necessário estudar se a alternância de cargas variáveis gera esforços maiores do que a consideração da carga atuante em todo o pavimento. A NBR 6118:2007 trata no item 14.6.7.3 quando a consideração de alternância de cargas deve ser considerada no pavimento. A norma considera que em edifícios com cargas variáveis cujo valor seja, no máximo, igual a 20% da carga total, a análise estrutural não precisa levar em conta a alternância de cargas.

A carga variável em lajes alveolares é uma parcela muito importante, portanto, faz-se um exemplo onde se procura demonstrar se existe, ou não, grandes diferenças entre a consideração de alternância de cargas em pavimentos formados por este tipo de elemento.

Considera-se uma laje com 15 centímetros de altura ( $202 \text{ kg/m}^2$ ) e 1,25 metros de largura, com capa estrutural de 5 centímetros ( $125 \text{ kg/m}^2$ ), revestimento de  $50 \text{ kg/m}^2$  e uma carga acidental de ( $600 \text{ kg/m}^2$ ). Tal laje possui um vão de 6 metros. Após a cura da capa

haverá 3 tramos contínuos de 6 m cada. Como a carga acidental representa um valor superior a 20% da carga total, segundo a NBR 6118:2007, a alternância de cargas deve ser considerada. O esquema estrutural do pavimento após a cura da capa pode ser observado na Figura 3.5.

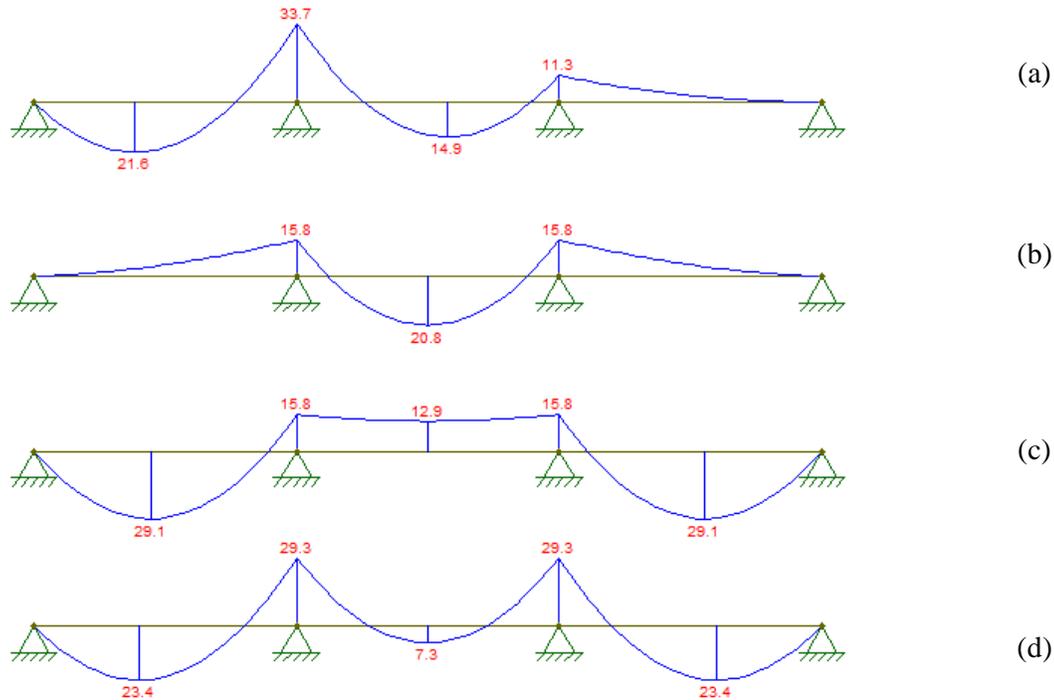
Figura 3.5 – Esquema estrutural de um pavimento contínuo.



Os carregamentos presentes no pavimento contínuo, considerados para o cálculo da laje alveolar são: o revestimento e a carga acidental. Como o revestimento é um tipo de carga permanente, ele estará presente em todos os tramos, sendo assim a carga variável é a acidental de 600 kg/m<sup>2</sup>. Portanto, a alternância de cargas será feita de três maneiras: a primeira considerando a carga acidental nos dois primeiros tramos (Figura 3.5(a)), a segunda somente com carga acidental no tramo do meio (Figura 3.5(b)), a terceira considerando carga acidental

no primeiro e terceiro tramo (Figura 3.5 (c)) e a quarta considerando a carga acidental presente em todos os tramos (Figura 3.5(d)), os valores indicados foram obtidos multiplicando-se a largura da laje pela ação atuante em questão. Por fim, comparam-se os resultados de momento fletor (Figura 3.6) com aqueles obtidos sem a consideração da alternância de cargas.

Figura 3.6 – Diagrama de momentos fletores para os diferentes esquemas estáticos



Com os resultados da Figura 3.6, pode-se fazer uma comparação entre os momentos fletores encontrados, com e sem o uso da alternância das cargas acidentais. Tais resultados podem ser mais bem entendidos na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Valores de momentos máximos (positivo e negativo) com e sem alternância de carga acidental ( $q = 6 \text{ kN/m}^2$ )

Momento (na seção)	Positivo (Tramo 1) (kN.m)	Negativo (kN.m)	Positivo (Tramo 2) (kN.m)
Com alternância	29,10	33,70	20,80
Sem alternância	23,40	29,30	7,30
Relação entre os momentos	1,24	1,15	2,85

Observando a Figura 3.6 e a Tabela 3.1, verifica-se a importância da consideração da alternância de cargas variáveis em pavimentos compostos por lajes alveolares contínuas, isso porque a sua não consideração pode levar a um subdimensionamento da estrutura.

### **3.3 ESTRUTURAS COMPOSTAS: VANTAGENS E DESVANTAGENS**

#### **3.3.1 Lajes compostas**

A FIB (1998) menciona que as capas de concreto moldado no local, podem ser utilizadas em um elemento pré-moldado de laje:

- Para aumentar a capacidade de resistência aos esforços, mesmo em todo o pavimento ou em regiões específicas, como ao redor de aberturas, em áreas sujeitas a carregamentos pontuais etc.;
- Em seções de lajes onde devem ser previstos espaços para passagem de tubulação, cabos elétricos etc.;
- Para aumentar a resistência ao fogo quando a laje se comporta como contínua ou parcialmente contínua e para promover o efeito de diafragma para cargas horizontais significantes, por exemplo, em situação de abalos sísmicos;
- Para melhorar a estanqueidade e o isolamento acústico dos pavimentos;
- Em trabalhos de reformas onde a capacidade da laje pode ser melhorada com a adição de capa de concreto.

A capa de concreto também permite o ajuste entre contraflechas diferentes. Isso ocorre, especialmente, quando a laje requer um alto grau de protensão.

Quando a laje é projetada como parcial ou completamente contínua, o aumento na força cortante e a possível diminuição na resistência ao cisalhamento, devido ao momento negativo na região do apoio, devem ser levados em consideração. A capa pode fornecer uma camada suficiente para a inserção do reforço de armadura na resistência a esses mecanismos.

O preço dessa capa depende, principalmente, do tipo de concreto, da tela de reforço e do tipo de ligação empregados. Como regra, a demanda por ações compostas não gera um aumento significativo no custo da capa porém, tanto a capa, como a interface da laje com a capa devem ser de boa qualidade (FIB, 1998).

#### **3.3.2 Aspectos teóricos de estruturas compostas (Propriedades mecânicas de seções compostas)**

A FIB (1998) descreve que a fim de facilitar o cálculo da tensão em seções transversais compostas, a rigidez axial, a flexão e suas componentes devem ser conhecidas.

Um levantamento dessas expressões, para uma seção composta de  $m$  partes, é baseado na teoria da elasticidade.

*Propriedades da seção transversal:*

- (1) Rigidez axial de uma camada submetida à compressão normal na parte  $i$ :

$$K_i = E_i A_i \quad (2)$$

Onde:

$E$  é o módulo de elasticidade da camada;  
 $A$  é a área da camada.

- (2) Rigidez axial de  $m$  partes:

$$(EA)_o = \sum_{i=1}^m E_i A_i \quad (3)$$

- (3) Posição do centroide elástico de uma seção composta em relação à fibra inferior do componente mais baixo.

$$z_o = \frac{\sum_{i=1}^m z_i E_i A_i}{(EA)_o} \quad (4)$$

- (4) Rigidez a flexão da parte  $i$ :

$$S_i = E_i I_i \quad (5)$$

- (5) Rigidez a flexão da seção composta

$$(EI)_o = \sum_{i=1}^m E_i I_i + \sum_{i=1}^m (z_i - z_o)^2 E_i A_i \quad (6)$$

*Efeito de uma força normal axial  $N_o$ , aplicada no centroide da seção composta:*

- (6) Força normal na parte  $i$ :

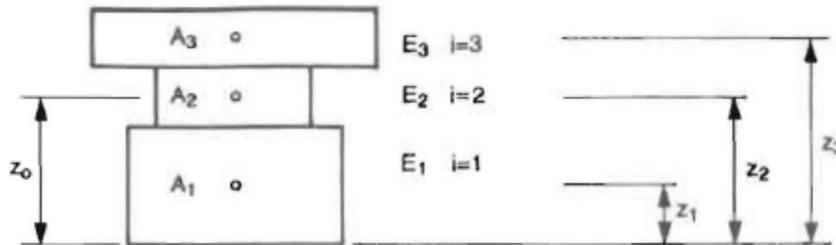
$$N_i = N_o \frac{E_i A_i}{(EA)_o} \quad (7)$$

Efeito do momento, aplicado na seção composta:

(7) Momento atuante no componente  $i$ :

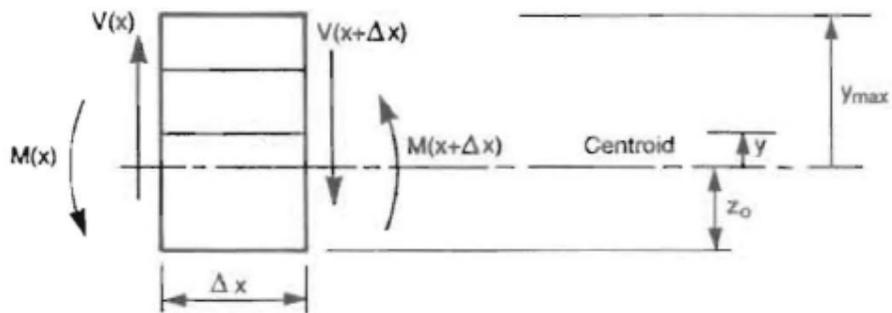
$$M_i = M_o \frac{E_i I_i}{(EI)_o} \tag{8}$$

Figura 3.7 – Seção composta de um número de camadas com módulos de elasticidade diferentes.



(Fonte: FIB, 1998)

Figura 3.8 – Figura básica para o cálculo da tensão de cisalhamento.



(Fonte: FIB, 1998)

(8) Força normal no componente  $i$ , causado pelo momento  $M_o$ :

$$N_i = M_o \frac{(z_i - z_o) E_i A_i}{(EI)_o} \tag{9}$$

(9) Tensão axial a uma distância  $y$  do centroide da seção composta:

$$\sigma(y) = E_i \frac{M_o y}{(EI)_o} \tag{10}$$

Onde:

$E_i$  é o módulo de elasticidade local a uma distância  $y$ .

*Tensão de cisalhamento na região de momento variável:*

$$\tau(y) = \frac{V}{b(EI)_o} \int_y^{y_{max}} Ey \, dA \quad (11)$$

Para o cálculo da tensão de cisalhamento na interface dos dois componentes, a Equação 12 pode ser utilizada:

$$\tau(y) = \frac{V}{b(EI)_o} \sum_y^{y_{max}} (z_i - z_o) E_i A_i \quad (12)$$

Onde:

$y$  é a distância entre a interface considerada ao centroide da seção composta.

### 3.4 LAJES E VIGAS COMPOSTAS: PRINCÍPIOS GERAIS DE PROJETO

#### 3.4.1 Estado Limite de Serviço

##### Análise da tensão

As tensões no estado limite de serviço em uma estrutura composta podem ser obtidas pela adição das tensões decorrentes de situações de cargas diferentes, tendo em vista as tensões devido à retração diferencial e fluência, conforme menciona FIB (1998).

As tensões no elemento pré-fabricado, antes da execução do elemento composto, são:

- Força inicial de protensão;
- Peso próprio;
- Cargas durante a montagem;
- Perdas de protensão.

Após a execução do elemento composto as ações resultam dos:

- Carregamentos permanentes;
- Carregamentos variáveis;
- Retração diferencial e fluência;
- Perdas de protensão, depois do endurecimento do concreto moldado *in loco*.

A análise de tensões da estrutura composta deve incluir também os efeitos de possível fissuração da seção transversal.

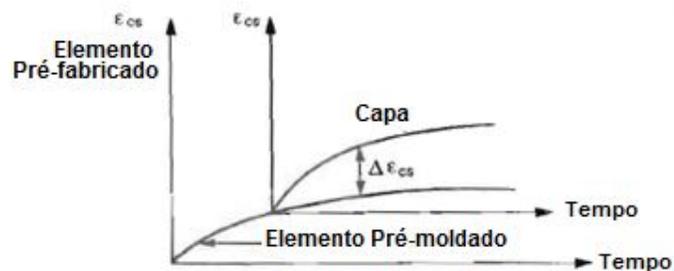
### Fissuração e deformação

As verificações de deformação e fissuração em uma estrutura composta são realizadas como uma estrutura monolítica, lembrando que parte das ações ocorre somente no elemento pré-moldado e parte na estrutura composta. As deformações desenvolvidas na estrutura antes da ação entre os elementos compostos devem ser somadas às deformações da seção composta. Em vigas mistas contendo lajes alveolares, fissuras longitudinais podem ocorrer na superfície inferior da laje devido a retração, havendo rupturas na região da ancoragem das cordoalhas. Se a laje estiver completamente na zona de compressão da viga, isso não irá acontecer. Tais fissuras não devem ocorrer no estado limite de serviço. Todas as fissuras que se desenvolverem por cargas mais altas não devem diminuir a capacidade da laje alveolar no estado limite último, a menos que a fissura tenha sido levada em conta no projeto das lajes alveolares. Fissuras longitudinais passando pelas cordoalhas são especialmente perigosas e devem ser evitadas (FIB, 1998).

### Retração diferencial e fluência

A FIB (1998) cita ainda que, ao se projetar uma estrutura composta, deve se dar uma atenção especial à fluência e a retração diferencial entre a unidade concreto de pré-moldado e a parte moldada *in loco*, porque a concretagem moldada no local ocorre, geralmente, de 1 a 3 meses após a montagem da estrutura de pré-moldados, e as características do concreto moldado no local são diferentes das relativas ao concreto pré-moldado, pois o concreto que compõe a capa encolhe ainda mais rápido do que o concreto pré-moldado. Se o encolhimento não for contido, não haverá ligação entre a laje pré-moldada e a capa (encolhimento livre). A retração diferencial pode ser ilustrada conforme a Figura 3.9.

Figura 3.9 – Retração diferencial  $\Delta \epsilon_{cs}$ , entre a unidade pré-fabricada e a capa.



(Fonte: Adaptado de FIB, 1998)

Assumindo que a capa tem maior retração do que o elemento pré-moldado, a retração diferencial provoca uma deflexão para baixo e tração na superfície inferior no elemento pré-moldado. Existem tensões consideráveis no elemento pré-moldado no momento de lançar a capa. O concreto da capa é inicialmente livre de tensões.

O desenvolvimento da retração diferencial é um processo a longo prazo; a fluência e a relaxação do concreto moldado no local reduzem as tensões causadas por ele. O valor de cálculo de encolhimento diferencial pode ser reduzido pelo fator calculado pela Equação 13:

$$\eta = \frac{1 - e^{-\varphi}}{\varphi} \quad (13)$$

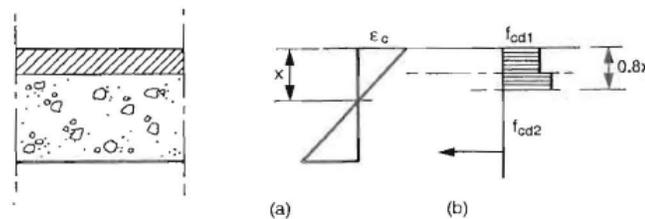
Onde:

$\varphi$  – é o coeficiente de fluência para o concreto moldado no local.

### Estado limite Último

No Estado Limite Último, a plastificação da estrutura elimina as tensões devidas à retração diferencial e fluência, e estas não precisam ser consideradas. O cálculo no estado limite último pode ser feito como uma estrutura monolítica. As forças diferentes das várias partes de uma estrutura composta devem ser levadas em conta, conforme a Figura 3.10.

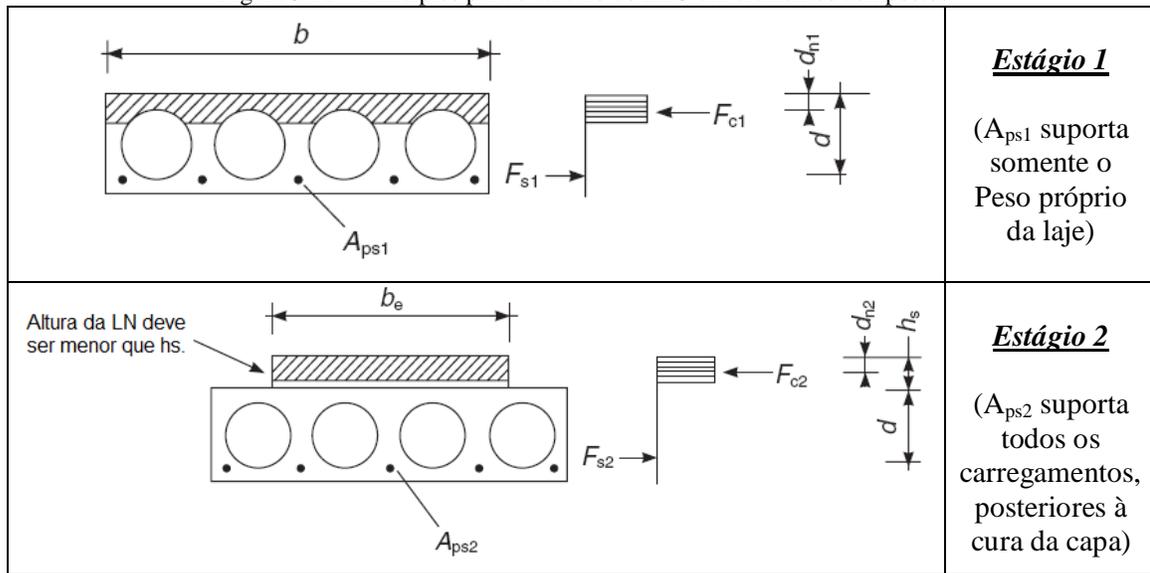
Figura 3.10 – Diagrama de tensão e o retângulo equivalente para o concreto: laje composta de concreto no ELU.



(Fonte: FIB, 1998)

Elliott (2002) explica que, o projeto no ELU, é também um processo de dois estágios, com as cordoalhas resultando do peso próprio do elemento e de qualquer concreto adicional moldado no local. O método para calcular a área consiste em calcular a armadura para o estágio 1 (laje trabalhando sem capa) e adicionar uma armadura no estágio 2 (laje trabalhando composta). No segundo estágio o braço de alavanca sofrerá um aumento devido a solidarização da capa. A função da capa estrutural é aumentar o braço de alavanca da armadura (Figura 3.11).

Figura 3.11 – Princípios para o cálculo do ELU em elementos compostos.



(Fonte: Adaptado de ELLIOTT, 2002)

Porém, como a capa e a laje alveolar possuem resistências diferentes é necessário que se faça o cálculo da largura efetiva da capa, para que os cálculos sejam realizados de uma maneira mais correta. A largura efetiva da capa pode ser calculada de acordo com a Equação 14, proposta por Elliott (2002):

$$b_{ef} = b_0 \cdot \left( \frac{f_{ck,1}}{f_{ck,2}} \right) \quad (14)$$

Onde:

$b_0$  – é a largura total da laje

$f_{ck,1}$  – é a resistência característica à compressão do concreto da capa

$f_{ck,2}$  – é a resistência característica à compressão do concreto da laje alveolar

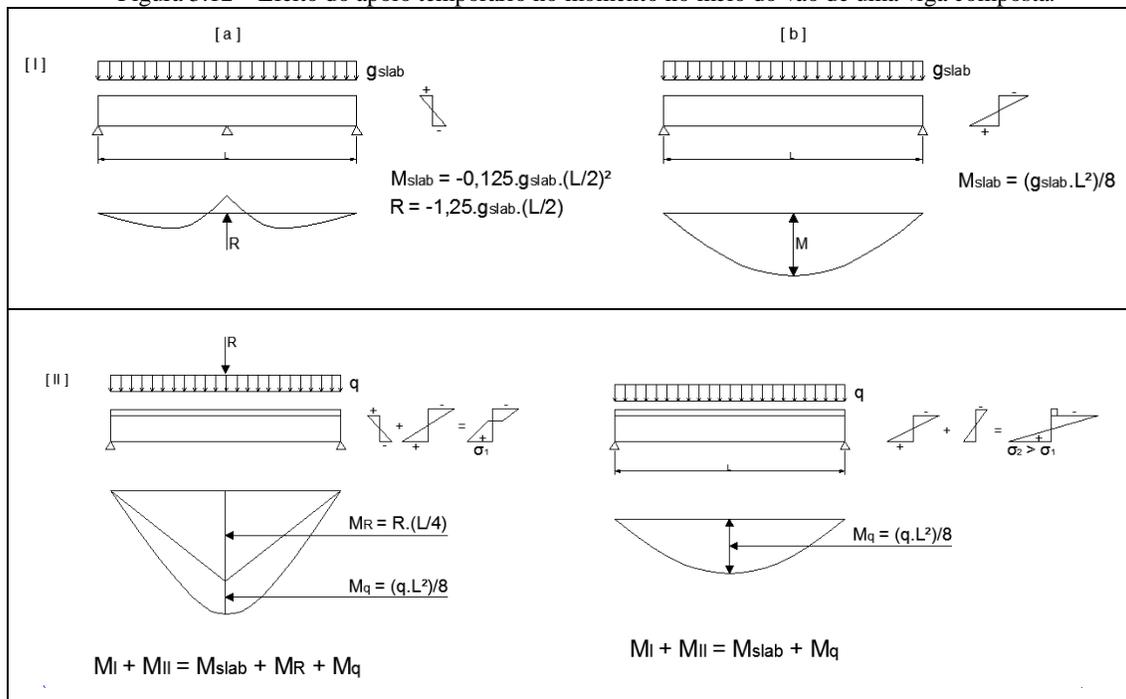
Ainda segundo Elliott (2002), muitos projetistas optam por não separar o projeto em dois estágios, como exposto anteriormente, utilizando as propriedades da seção composta sozinha. É claro que tal consideração é menos conservadora, mas as diferenças entre os métodos são mínimas. O exemplo 4.10 de Elliott (2002), deixa isso bem claro ao comparar os momentos últimos de uma laje de 20,30 cm de altura com capa de 5 cm.

Efeitos de apoios intermediários

Se uma parcela do carregamento que atua na unidade pré-moldada antes da cura da capa é significativa em comparação com a carga total, a montagem e o grauteamento podem determinar o projeto da estrutura composta (FIB, 1998).

Segundo FIB (1998), quando apoios temporários são usados, o elemento pré-moldado atua como uma estrutura contínua em fase de montagem e grauteamento. As reações de apoio do suporte temporário podem ser tratadas como cargas pontuais negativas da estrutura composta. Assim, a deformação e as tensões resultantes da carga permanente permanecem menores do que sem apoios temporários. A Figura 3.12 mostra o efeito do apoio intermediário no meio do vão de uma viga composta sujeita a peso próprio  $g_{slab}$  (I<sub>a</sub>) e a um carregamento  $q$  (I<sub>b</sub>). O caso (b) representa uma viga composta sem apoio intermediário. Quando apenas a deformação da viga é crítica, uma contraflecha pode ser dada.

Figura 3.12 – Efeito do apoio temporário no momento no meio do vão de uma viga composta.



(Fonte: Adaptado de FIB,1998).

**3.4.1.1 Cisalhamento na Interface**

A interface das lajes pré-fabricadas com a capa está sujeita a tensões de cisalhamento que podem levar a ruptura. Os métodos de projeto apresentados por FIB (1998) podem ser utilizados desde que a laje composta seja feita de acordo com as regras dadas no guia da FIP.

Ao calcular a capacidade de cisalhamento na interface da laje pré-moldada com a capa no ELU, as tensões devidas à retração diferencial são negligenciadas, porque elas normalmente reduzem as tensões de cisalhamento devido às cargas impostas.

Supõe-se que os requisitos do ELS para a capacidade de cisalhamento na interface são atendidos quando os requisitos do ELU são satisfeitos.

A NBR 9062:2006 cita que o cálculo de peças compostas deve considerar as tensões existentes na parte pré-moldada da peça antes do endurecimento do concreto aplicado na segunda etapa, as propriedades mecânicas do concreto pré-moldado e do concreto moldado posteriormente, a redistribuição de esforços decorrentes da retração e da fluência e a incidência dessas ações sobre o esforço de deslizamento das superfícies em contato.

Ainda segundo a mesma Norma, a estrutura pode ser considerada como monolítica para duas situações:

- Colaboração completa no ELU;
- Colaboração parcial no ELS.

Se não houver um cálculo mais rigoroso para a peça composta, a NBR 9062:2006 permite que o elemento seja calculado como monolítico, se a tensão de aderência de cálculo  $\tau_{sd}$  satisfizer as condições das Equações 15 e 16:

$$\tau_{sd} \leq \beta_s \left( \frac{f_{yd} \cdot A_s}{b \cdot s} \right) + \beta_c \cdot f_{td} < 0,25f_{cd} \quad (15)$$

Onde:

$A_s$  – área da armadura que atravessa perpendicularmente a interface e totalmente ancorada nos elementos componentes;

$f_{yd}$  – resistência de cálculo da armadura;

$s$  – espaçamento da armadura  $A_s$ ;

$b$  – largura da interface;

$\beta_s$  – coeficiente de minoração aplicado à armadura;

$\beta_c$  – coeficiente de minoração aplicado ao concreto.

$f_{td}$  – segundo a NBR 6118:2007, valor de cálculo da resistência à tração para o menos resistente dos concretos em contato.

$$\tau_{sd} = \frac{F_{md}}{a_v \cdot b} \quad (16)$$

Onde:

$F_{md}$  – valor médio da força de compressão ou de tração acima da ligação, ao longo do comprimento  $a_v$ ;

$a_v$  – distância entre os pontos de momento nulo e máximo, respectivamente, na peça;

O EC2:2004 cita que o cisalhamento em elementos compostos por concretos moldados em etapas diferentes deve respeitar à seguinte condição:

$$V_{Edi} \leq V_{Rdi}$$

Onde:

$V_{Edi}$  – é a força de cisalhamento de projeto;

$V_{Rdi}$  – é a força resistente de cisalhamento.

A força  $V_{Edi}$  deve ser calculada pela Equação 17:

$$V_{Edi} = \beta \cdot V_{Ed} / (z \cdot b_i) \quad (17)$$

Onde:

$\beta$  – é a razão entre a força longitudinal da nova área de concreto e a força total longitudinal, quer na zona de compressão ou tração, ambas calculadas para a seção considerada;

$V_{Ed}$  – força transversal de cisalhamento;

$z$  – braço de alavanca da seção composta;

$b_i$  – largura da interface.

A força  $V_{Rdi}$  deve ser calculada pela Equação 18:

$$V_{Rdi} = c f_{ctd} + \mu \sigma_n + \rho f_{yd} (\mu \sin \alpha + \cos \alpha) \leq 0,5 v f_{cd} \quad (18)$$

Onde:

$c$  e  $\mu$  – são fatores que dependem da rugosidade da interface (ver Tabela 3.2);

$f_{ctd}$  – valor de projeto da resistência à tração;

$f_{cd}$  – resistência de cálculo à compressão do concreto;

$f_{yd}$  – resistência de cálculo à tração do aço;

$\sigma_n$  – valor de força de tração por área, causada pela força normal externa mínima que pode atuar em conjunto com a força de cisalhamento. Para tração deve ser considerada com valor negativo, e para compressão, positivo. Quando estiver tracionando o valor  $c_{f_{ctd}}$  deve ser considerado nulo;

$\rho = A_s/A_i$ ;

$A_s$  – é a área de armadura que atravessa a interface, incluindo o reforço ao cisalhamento (se houver), com a devida ancoragem em ambos os lados;

$A_i$  – é a área da interface;

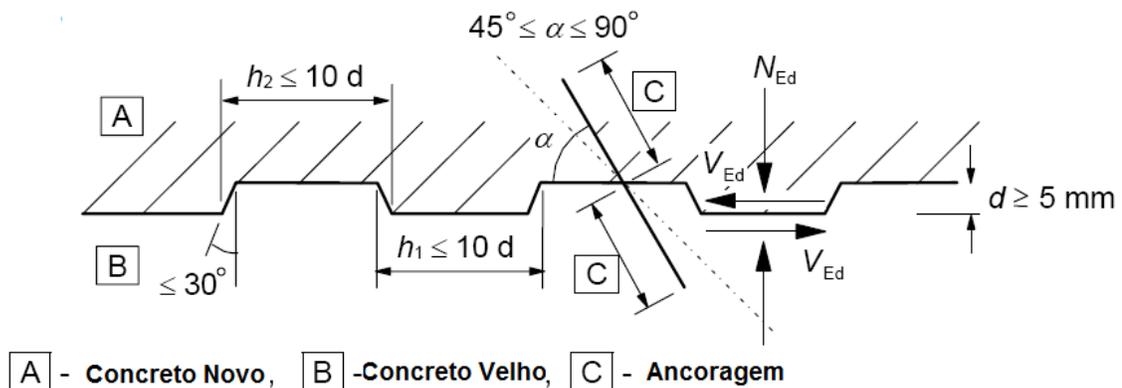
$\alpha$  – é definido pela Figura 3.13, e deve estar limitado entre  $45^\circ$  e  $90^\circ$ ;

$v$  – fator de redução da resistência.

Tabela 3.2 – Valores de  $c$  e  $\mu$  para diferentes superfícies.

Superfícies	Valores de $c$	Valores de $\mu$
Muito lisa	0,25	0,50
Lisa	0,35	0,60
Rugosa	0,45	0,70
Irregular	0,50	0,90

Figura 3.13 – Ligação de interfaces irregulares



(Fonte: EC2:2004)

Tanto na NBR 9062:2006 como no EC2:2004, as parcelas das equações que tiverem referência à armadura devem ser desprezadas. Tal fato ocorre porque não há armadura entre a capa e o elemento de laje alveolar.

### 3.4.2 Laje Alveolar com capa

Neste item é descrito algumas especificações de cálculo da FIB (1998), para o Estado limite de serviço e último.

#### 3.4.2.1 Estado limite de serviço

A FIB (1998) especifica que as tensões e deformações são calculadas pelo método de superposição. As tensões na interface da laje e da capa não precisam ser verificadas no estado limite de serviço.

#### 3.4.2.2 Estado limite último

Os seguintes mecanismos de falha são considerados:

- (a) falha de compressão do concreto na flexão;
- (b) Escoamento das cordoalhas em flexão;
- (c) falha de ancoragem;
- (d) falha de compressão por cisalhamento;
- (e) falha de tensão por cisalhamento perto do apoio;
- (f) falha de cisalhamento na interface da laje e capa.

Os mecanismos (a) - (e) são relevantes também para lajes alveolares sem capa. As capacidades correspondentes aos mecanismos (a) - (e) são calculadas como lajes alveolares sem capa (FIB, 1998).

Ao calcular a capacidade de compressão contra falhas por cisalhamento, a resistência de projeto do concreto é determinada pelo concreto da capa. A falha de tensão de cisalhamento é considerada a  $0,5h$  da borda interna do apoio, onde  $h$  é a altura da laje composta (Figura 3.14). A tensão principal máxima no concreto é encontrada nesta seção transversal. Em lajes com alvéolos circulares a maior tensão ocorre no local mais estreito da nervura. A força de protensão atuando na seção transversal crítica é utilizada ao calcular as tensões principais.

O esforço final de cisalhamento na interface é calculado através da Equação 19:

$$\tau_d = \frac{V_{Sd} \cdot S}{I \cdot b_t} \quad (19)$$

Onde:

$\tau_d$  – é a tensão de cisalhamento na interface;

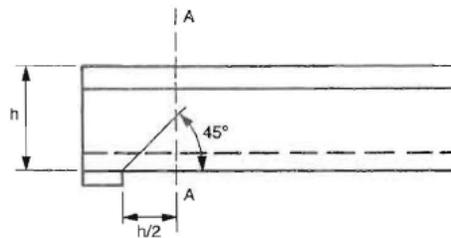
$V_{sd}$  – é a força cortante de projeto, que inclui apenas as ações dos carregamentos após a cura da capa;

$S$  – é o primeiro momento da área da capa ao redor do eixo baricêntrico;

$I$  – é o segundo momento da área do concreto composto;

$b_t$  – largura transversal da interface.

Figura 3.14 – Seção transversal crítica A-A para a falha por tensão de cisalhamento.



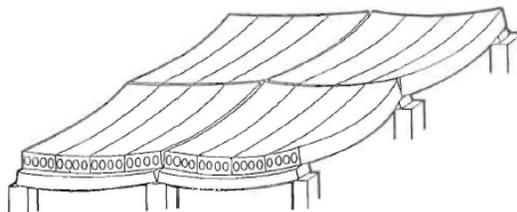
(Fonte: FIB,1998)

### 3.5 CAPACIDADE DE CISALHAMENTO DE LAJES ALVEOLARES EM APOIOS FLEXÍVEIS

Ensaio mostraram, segundo a FIB (1998), que a capacidade de cisalhamento de lajes alveolares apoiadas em vigas pode ser menor do que a capacidade de lajes semelhantes apoiadas em paredes. A capacidade de cisalhamento é reduzida devido ao fato de que a deformação das vigas de apoio dá origem à deformação transversal e tensões nas unidades de laje.

Considerando um pavimento em que lajes alveolares são apoiadas em vigas. Quando o pavimento é carregado, tanto as lajes como as vigas serão submetidas à deformação. A forma resultante do piso deformado é mostrada na Figura 3.15.

Figura 3.15 – Pavimento composto por lajes alveolares apoiadas em vigas deformáveis.



(Fonte: FIB, 1998)

Assumindo que não ocorre nenhuma ação composta e nem atrito entre laje e viga, as unidades de lajes irão deslizar ao longo de seus apoios, sem qualquer deformação transversal. No entanto, a situação descrita é puramente hipotética, bem como os efeitos de atrito.

Quando a viga deforma, as lajes também deformam. A ação composta parcial entre a laje e a viga irá causar uma força de compressão na parte superior das lajes e em alguns casos, forças de tração na parte inferior. A força de cisalhamento causada pela mudança na resultante de compressão é transferida da borda superior até a borda inferior das lajes por meio das nervuras, de modo que a nervura atua como um elemento ligando as partes superior e inferior das bordas.

### 3.6 EFEITOS RESTRITIVOS INDESEJADOS E MOMENTOS NEGATIVOS

O EN 1168:2005 diz que os efeitos restritivos indesejados e momentos negativos nos apoios devem ser considerados no projeto dos elementos e no detalhamento das ligações nos apoios, para evitar fissuras que possam causar possível falha por cisalhamento próximo ao apoio. Existem três métodos para lidar com momentos negativos ou não intencionais:

- Detalhando a ligação de forma a evitar tais momentos;
- Concepção e detalhamento de tal forma que as fissuras não levem a situações de risco;
- Calcular o pavimento de forma que o mesmo resista a tais momentos.

#### 3.6.1 Cálculo das lajes com momento negativo

O seguinte cálculo pode ser adotado, segundo EN1168:2005, para lajes com momento negativo:

- a) em apoios de laje que foram considerados para trabalharem articulados, o momento negativo não pode se desenvolver; o menor dos dois valores de  $M_{Edf}$  deve ser levado em conta, calculados a partir das Equações 20 e 21:

$$M_{Edf} = \frac{M_{Eds}}{3} \quad (20)$$

Onde:

$$M_{Eds} = \gamma_g (M_{gs} - M_{ws}) + \gamma_q M_{qs};$$

$M_{gs}$  é o valor característico do máximo momento devido a cargas permanentes;

$M_{qs}$  é o valor característico do máximo momento devido a cargas variáveis;

$M_{ws}$  é o valor característico do máximo momento devido ao peso próprio;

$\gamma_g, \gamma_q$  são coeficientes de segurança das cargas permanentes e variáveis;

$$M_{Edf} = \frac{2}{3} N_{sdt} \alpha + \Delta + \Delta_M \quad (21)$$

Deve ser adotado  $\Delta_M$  como o maior entre:

$$\begin{aligned} \Delta_M &= f_{ctd} W \\ \Delta_M &= f_{yd} d A_y + \mu_b N_{Edt} h \end{aligned}$$

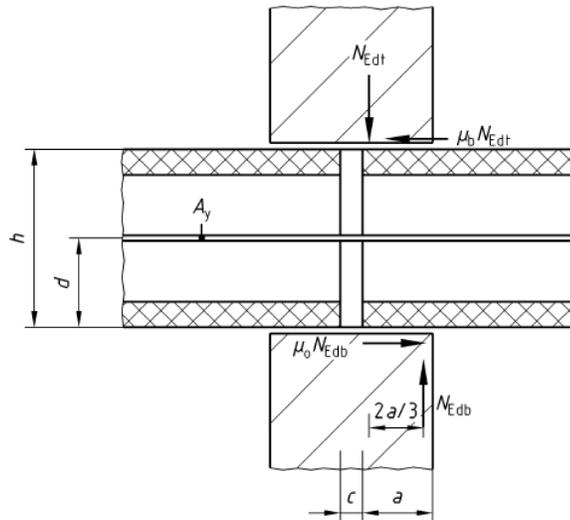
Se a ligação de extremidade da laje não for preenchida ou for menor que 50mm, então o menor valor entre os das Equações 22 e 23 deve ser levado em consideração:

$$\Delta_M = \mu_b N_{Edt} h \quad (22)$$

$$\Delta_M = \mu_0 N_{Edb} h \quad (23)$$

A Figura 3.16 mostra a localização das incógnitas referentes às Equações 22 e 23 em um local da laje onde o momento negativo não é desejado.

Figura 3.16 – Momentos negativos indesejados.



(Fonte: EN1168:2005)

Onde:

$a$  – é o comprimento de apoio da laje como mostrado na Figura 3.16;

$A_y$  – é a seção transversal da possível armadura de ligação;

$d$  – é a distância da fibra inferior da laje até a armadura de ligação;

$f_{yd}$  – é o valor de cálculo da resistência do aço;

$N_{Edt}$  – é o valor de projeto da força normal presente na estrutura, acima do pavimento;

$N_{Ebd}$  – é o valor de projeto da força normal na estrutura, abaixo do pavimento;

$W$  – é o módulo da seção de concreto moldado no local entre as extremidades dos elementos;

$\mu_0$  – coeficiente de atrito na parte inferior da laje;

$\mu_b$  – coeficiente de atrito na parte superior da laje;

Os valores de  $\mu_0$  e  $\mu_b$  variam de acordo com o material que está em contato; sendo assim admite-se:

0,8 para concreto em concreto;

0,6 para concreto na argamassa;

0,25 para concreto em borracha ou neoprene.

- a) A armadura de reforço para momentos negativos indesejados pode ser omitida se a Equação 24 for satisfeita:

$$M_{Edf} \leq 0,5(1,6 - h)f_{ctd}W_t \quad (24)$$

Onde:

$h$  – altura da laje em metros;

$f_{ctd}$  – valor de projeto da resistência à tração;

$W_t$  – seção relacionada à fibra superior.

- b) Se, de acordo com o item “a”, a armadura para resistir aos momentos negativos for requerida, então existem três possibilidades que podem ser utilizadas:
- Aplicar armadura ativa superior;
  - Aplicar armadura entre as lajes (chavetas) ou na região dos alvéolos;
  - Aplicar armadura na capa.

Em todos estes três casos, além da verificação de cisalhamento relacionada com os momentos positivos e a armadura positiva correspondente, uma segunda verificação é necessária, com os momentos negativos e armadura negativa.

# 4. DIMENSIONAMENTO E VERIFICAÇÕES

## 4.1 PRÉ-DIMENSIONAMENTO DE LAJES ALVEOLARES

O uso de tabelas para o pré-dimensionamento de lajes alveolares tem sido muito utilizado no ato de venda do produto. Trata-se de um procedimento prático, para que o departamento comercial da empresa fabricante da laje consiga prever os limites de vão e o número de cordoalhas, que os diferentes tipos de laje conseguem vencer.

Melo (2004) apresenta tais tabelas idealizadas pelo escritório de cálculo chamado Zamarion Consultores S/C Ltda. A tabela para lajes com altura de 20 cm e 5 cordoalhas inferiores pode ser vista na Figura 4.1:

Figura 4.1 – Tabela para pré-dimensionamento de lajes alveolares.

**ZAMARION CONSULTORES S/C LTDA.**

**TABELA TÉCNICA DE LIMITES**

**LAJES ALVEOLARES** [REDACTED] **TIPO LAM26,5-TEcc**

Protensão superior: 2 CP190RB diâmetro: 3x3,5mm Pi:3tf

Protensão inferior: 10 CP190RB diâmetro: 12,7mm Pi:14,5tf

h: 26,5cm      capa: 5cm

**Propriedades:**

fcj: 35 MPa      Ecj: 25 GPa

fck: 50 MPa      Eck: 32 GPa

fck<sub>capa</sub>: 25 MPa      MRd: 38267 kgf/m/pc

VRd: 12972 kgf/pc

**Carregamentos:**

peso próprio: g<sub>1</sub> = 340 kgf/m<sup>2</sup>

capa: g<sub>2</sub> = 125 kgf/m<sup>2</sup>

permanente eventual: g<sub>3</sub>

acidental: q

**Coef. Majoração:**

γ<sub>f,g1</sub>: 1,3

γ<sub>f,g2</sub>: 1,3

γ<sub>f,g3+q</sub>: 1,4

Vão (m)	Cargas-Limite (valores característicos)					Momento M <sub>d,max.</sub> (kgf/m/pc)	Deformações	
	(g <sub>3</sub> +q) flexão-limite=M <sub>Rd</sub> (kgf/m <sup>2</sup> )	(g <sub>3</sub> +q) fissuração-limite=f <sub>ctd</sub> /γ <sub>s</sub> (kgf/m <sup>2</sup> )	(g <sub>3</sub> +q) deformação-limite=L/300 (kgf/m <sup>2</sup> )	(g <sub>3</sub> +q) cortante-limite=V <sub>Rd</sub> (kgf/m <sup>2</sup> )	(g <sub>3</sub> +q) máximo (kgf/m <sup>2</sup> )		Inicial (cm) limite=L/150	final (cm) limite=L/300
5,00	6857	5972	27475	2623	2623	16041	-1,01	-1,12
5,25	6179	5371	24148	2476	2476	16834	-1,10	-1,21
5,50	5592	4850	21334	2343	2343	17626	-1,20	-1,29

(Fonte: MELO,2004)

Marquesi *et al.* (2009) mostraram um método para o desenvolvimento de ábacos e tabelas, no qual foram feitas análises da possibilidade de montagem das lajes, mostrando como podem ser consideradas as condições de cisalhamento, flexão no estado limite último, a verificação de fissuração (que são função do tipo da obra e condição de agressividade ambiental) e deformação excessiva. Os autores explicam ainda que há situações em que o ábaco e as tabelas não são suficientes para o projetista definir pela aceitação de uma laje,

principalmente quando os resultados indicados na tabela estão próximos aos considerados atuantes, tornando-se necessária uma verificação mais minuciosa.

Selecionando as literaturas vigentes e padronizando seções e quantidade de fios/cordoalhas, é possível projetar o sistema de piso considerando-se todas as combinações de carga e vãos. São elas: capacidade de suporte, resistência à força cortante, resistência à flexão, limites de deformação e transporte. Quanto menor o vão da laje mais crítica se torna sua capacidade de suporte. À medida que o vão aumenta, a laje tende a romper por flexão.

## **4.2 DIMENSIONAMENTO DE LAJES ALVEOLARES CONTÍNUAS**

Após a definição do tipo de protensão é necessário verificar a peça para os estados limites de serviço ligados à fissuração.

Petrucci (2009) propôs um roteiro de cálculo para determinação da armadura longitudinal de lajes alveolares simplesmente apoiadas. O cálculo é feito considerando o funcionamento dos painéis individualmente (simplesmente apoiados), como se fossem vigas que se apoiam em elementos indeslocáveis (vigas do pavimento) na direção vertical. O roteiro pode ser consultado na dissertação de Petrucci (2009).

Araujo (2011) apresentou critérios para o projeto de lajes alveolares com enfoque nos diferentes arranjos de armaduras, efeitos dependentes do tempo, investigação em relação à região de apoio das lajes e verificação da resistência à força cortante. Ainda segundo Araujo (2011), a análise numérica não linear apresentada representou bem o comportamento das lajes alveolares. Em tais análises observou-se que são as pequenas variações de tensão na armadura de protensão, entre os estágios de liberação da protensão e o estado limite último e, que perto do apoio, as tensões nas fibras inferiores da laje são de compressão, evitando fissuras de flexão dentro do comprimento de transferência.

### **4.2.1 Fases**

Para o cálculo de um pavimento composto por lajes alveolares, devem ser consideradas as sequências dos intervalos entre as fases de carregamento descritas na Tabela 4.1. As ações consideradas no pavimento são: carga de protensão ( $p$ ), peso próprio da laje alveolar ( $g_1$ ), peso da capa ( $g_2$ ), carga permanente ( $g_3$ ) e sobrecarga acidental ( $q$ ).

Tabela 4.1 – Sequência de intervalos entre as etapas, ações atuantes, seções e perdas consideradas.

Fase	Tempo	Ação	Perdas
1	$t_0 = 20$ horas	$p + g_1$	Deformação por ancoragem, Relaxação da armadura, Deformação imediata do concreto, Retração e Fluência.
2	$t_0 = 15$ dias	$p + g_1 + g_2$	Retração, Fluência e Relaxação da armadura.
3	$t_0 = 45$ dias	$p + g_1 + g_2 + g_3$	Retração, Fluência e Relaxação da armadura.
4	$t_0 = 60$ dias	$p + g_1 + g_2 + g_3 + q$	Retração, Fluência e Relaxação da armadura.
5	$t = \infty$	$p + g_1 + g_2 + g_3 + q$	Retração, Fluência e Relaxação da armadura.

Pela Tabela 4.1, observa-se que a laje se comporta com seção simples e simplesmente apoiada, nas fases 1 e 2. Nas fases subsequentes, ela já trabalha com a seção composta (laje + capa) e contínua.

#### 4.2.2 Cargas e Ações

Após a definição das fases em que as ações começam a atuar, é necessário definir as ações presentes no pavimento. Pode-se dizer que na grande maioria dos pavimentos, as mais usuais são: peso próprio da laje alveolar, peso da capa estrutural, revestimento e a carga accidental.

#### 4.2.3 Características Geométricas

Com o auxílio do programa de desenho *Autocad*<sup>®</sup>, é possível obter as características geométricas necessárias para o cálculo da laje alveolar protendida. Dentre as características necessárias, estão: área da seção transversal,  $y_{cg}$  (distância em y do centro de gravidade), perímetro da seção transversal, inércia e  $W_i/W_s$  (módulo de resistência da seção inicial em relação a borda inferior ou superior, respectivamente).

#### 4.2.4 Tipo de protensão

O tipo de protensão dada na peça é escolhido de acordo com a classe de agressividade em que a mesma se encontra, tal definição é feita pela NBR 6118:2007 e pode ser visualizada na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função da classe de agressividade ambiental.

Tipo de concreto estrutural	Classe de agressividade ambiental (CAA) e tipo de protensão	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
Concreto simples	CAA I a CAA IV	Não há	--
Concreto armado	CAA I	ELS-W $w_k \leq 0,4$ mm	Combinação freqüente
	CAA II e CAA III	ELS-W $w_k \leq 0,3$ mm	
	CAA IV	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	
Concreto protendido nível 1 (protensão parcial)	Pré-tração com CAA I ou Pós-tração com CAA I e II	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	Combinação freqüente
Concreto protendido nível 2 (protensão limitada)	Pré-tração com CAA II ou Pós-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação freqüente
		ELS-D <sup>1)</sup>	Combinação quase permanente
Concreto protendido nível 3 (protensão completa)	Pré-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação rara
		ELS-D <sup>1)</sup>	Combinação freqüente
<sup>1)</sup> A critério do projetista, o ELS-D pode ser substituído pelo ELS-DP com $a_p = 25$ mm (figura 3.1). NOTAS 1 As definições de ELS-W, ELS-F e ELS-D encontram-se em 3.2. 2 Para as classes de agressividade ambiental CAA-III e IV exige-se que as cordoalhas não aderentes tenham proteção especial na região de suas ancoragens.			

(Fonte: NBR 6118:2007)

#### 4.2.5 Cálculo da armadura longitudinal de uma laje protendida

Para o cálculo de uma laje alveolar protendida, assim como qualquer outro elemento protendido, deve-se optar por um método de pré-dimensionamento para que se determine a área de armadura ativa necessária para as verificações. Existem dois métodos possíveis, o primeiro é considerar o cálculo de pré-dimensionamento pelas verificações de tensões no Estado Limite de Serviço e verificar o elemento no Estado Limite Último. Já o segundo, corresponde à determinação da armadura ativa pelo ELU e, posterior verificação das tensões nos ELS. Inforsato (2009) estudou o dimensionamento de vigas protendidas pelo primeiro método, enquanto Petrucelli (2009) utilizou o segundo método para o dimensionamento de lajes alveolares.

Considerando o estudo de Petrucelli (2009), opta-se pelo dimensionamento de pavimentos de laje alveolar segundo o roteiro proposto em sua dissertação. Deste modo, o pré-dimensionamento da laje é feito considerando o ELU. A partir daqui, inicia-se então a sequência de etapas que devem ser seguidas para o correto dimensionamento de lajes alveolares contínuas.

#### 4.2.6 Tensão inicial nos cabos

Considerando o tipo de aço utilizado na armadura ativa, de acordo com a NBR 6118:2007, têm-se os seguintes limites de tensão, indicados na Equação 25, a serem aplicados pelo macaco nas cordoalhas.

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,77 \cdot f_{ptk} \\ 0,85 \cdot f_{pyk} \end{cases} \quad (25)$$

Onde:

$f_{ptk}$  – resistência característica à ruptura por tração do aço de protensão;

$f_{pyk}$  – limite de escoamento convencional do aço de protensão.

#### 4.2.7 Pré-dimensionamento no ELU no tempo infinito

No pré-dimensionamento de lajes alveolares contínuas é considerado que a laje já se tornou um elemento composto, pois a capa estrutural já passou pelo processo de cura. Além disso, o pavimento já é considerado contínuo, portanto deve ser feito um estudo da envoltória de esforços que gera os maiores valores de momento positivo na laje, para que a armadura ativa possa ser calculada. Neste item, é necessário supor que a linha neutra esteja passando na região da capa e verificar se, de fato, isso ocorre.

A equação que determina o cálculo da posição da linha neutra pode ser obtida em Carvalho e Figueiredo Filho (2007) e pode ser vista na Equação 26.

$$KMD = \frac{M_d}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \quad (26)$$

Onde:

$M_d$  – somatória do maior momento;

$b_w$  – largura da laje alveolar;

$d$  – altura útil;

$f_{cd}$  – resistência de cálculo do concreto da capa estrutural.

Sendo a tensão final o produto da tensão inicial pela perda estimada no tempo infinito, pode-se utilizar a publicação de Vasconcelos (1980) na determinação da parcela de  $\epsilon$  do aço de protensão. A tabela publicada por Vasconcelos (Tabela 4.3) indica o pré-alongamento na armadura ativa de acordo com a tensão atuante no cabo.

Tabela 4.3 – Tabela de pré-alongamento da armadura ativa (Vasconcelos, 1980).

$\epsilon$ (‰)	5,25	6,794	7,438	8,167	9,000	9,962	10,00	12,50	15,00	17,5
CP175	1025	1264	1316	1344	1365	1368	1368	1378	1388	1397
CP190	1025	1314	1411	1459	1482	1486	1486	1496	1507	1517

$\epsilon$ (‰)	20,00	22,50	25,00	27,5	30,00	32,50	35,00	37,50	40,00
CP175	1407	1416	1426	1436	1445	1455	1464	14,74	1484
CP190	1527	1538	15,48	1559	1569	1579	1590	1600	1611

Procede-se então, uma interpolação linear entre os valores de tensão para determinação de  $\epsilon$  do aço de protensão. O pré-alongamento final da armadura será, portanto, o valor resultante da Equação 27.

$$\epsilon_{p,final} = \epsilon_p + \epsilon_s \quad (27)$$

Com o valor de pré-alongamento final, novamente interpolando-se os valores da Tabela 4.3, obtém-se o valor da tensão final presente na laje alveolar protendida. Calcula-se, então a armadura de protensão necessária para atender ao ELU, a partir da Equação 28.

$$A_p = \frac{M_d}{(KZ) \cdot d \cdot \sigma_{pd}} \quad (28)$$

Onde:

$A_p$  – área total de cabos;

$M_d$  – momento máximo resistente;

$KZ$  – coeficiente obtido pela tabela 3.1 de Carvalho e Figueiredo Filho (2007);

$d$  – altura útil;

$\sigma_{pd}$  – tensão na armadura de protensão no tempo infinito devido ao pré-alongamento e a deformação da seção para que seja obtido o equilíbrio na flexão.

#### 4.2.8 Verificação no tempo zero

Verifica-se neste item se existem esforços de tração na borda superior da peça, no ato da protensão, ou seja, somente com a ação  $M_{g1}$  atuando. De acordo com NBR 14861:2011, as tensões limites no ato da protensão devem estar entre  $f_{ct,m}/1,2 < \sigma < 0,85 f_{cj}/\gamma_c$  (quando se permite tração) e entre  $0 < \sigma < 0,85 f_{cj}/\gamma_c$  (quando a tração não é permitida). A tensão atuante inicial é obtida depois que se estima um valor de perda inicial no ato da liberação da protensão.

A verificação deve ser feita na seção onde ocorre a transferência da protensão. A distância, na qual ocorre tal transferência pode ser calculada pela Equação 29.

$$l_{bpd} = \sqrt{h^2 + (0,6 \times l_{bpt})^2} \geq l_{bpt} \quad (29)$$

Onde:

h – altura do elemento;

$l_{bpd}$  – distância de regularização das tensões;

$l_{bpt}$  – comprimento de transferência da protensão.

Verifica-se então a tensão normal do concreto junto a borda inferior ou superior, através da Equação 30.

$$\sigma = \frac{N_p}{A} \pm \frac{N_p \times e}{W} \mp \frac{M_g}{W} \quad (30)$$

Onde:

$\sigma$  – tensão normal no concreto junto à borda superior ou inferior;

$N_p$  – Normal de protensão no ato de liberação da mesma;

e – excentricidade do cabo na seção;

A – área da seção simples do elemento;

W – módulo de resistência da seção simples em relação à borda superior ou inferior;

$M_g$  – momento fletor devido ao peso próprio do elemento.

#### 4.2.9 Cálculo das perdas de protensão

A partir do pré-dimensionamento da armadura no ELU, deve-se calcular as perdas reais no tempo zero e infinito para que se verifique a laje alveolar no ELS. E, também, se as perdas não foram superiores àquelas estimadas, fazendo com que a armadura adotada fosse inferior à necessária. As perdas calculadas serão aquelas expostas no item 4.2.1, na Tabela 4.1.

##### 4.2.9.1 Perdas Iniciais (Fase 1)

De acordo com Inforsato (2009), as perdas iniciais podem ser divididas como se indica a seguir.

- **Deformação por ancoragem:** tal perda é calculada de acordo com o comprimento da pista e uma acomodação da cunha do macaco. O cálculo de tal perda pode ser visto na Equação 31;

$$\Delta\sigma_{ancor} = \frac{\Delta l \cdot E_p}{l} \quad (31)$$

Onde:

$\Delta l$  – acomodação ou recuo da cunha do macaco;

$l$  – comprimento da pista de protensão;

$E_p$  – módulo de elasticidade do aço.

- **Relaxação da armadura:** Para o cálculo da perda por relaxação da armadura (Equação 32) deve-se descontar a perda ocorrida pela deformação da ancoragem na tensão do aço.

$$\Delta\sigma_{pr} = \Psi(t, t_0) \cdot \Delta\sigma_i \quad (32)$$

Onde:

$$\Psi(t, t_0) = \Psi_{1000} \cdot \left(\frac{t-t_0}{41,67}\right)^{0,15}, \text{ para } t=1$$

$\Psi_{1000}$  – coeficiente obtido pela tabela 8.3 da NBR6118:2003, fazendo-se a relação entre a tensão no instante  $t_0$  e a tensão última de protensão no aço;

$\Delta\sigma_i$  – Tensão do aço.

- **Perda por deformação imediata do concreto:**

Segundo Inforsato (2009), como se tem o sistema de pré-tração com aderência inicial, a tensão que atua na deformação imediata do concreto nesta fase é o valor inicial ( $\sigma_p$ ) descontadas as duas perdas calculadas anteriormente, isso porque se considera que, no momento do corte dos cabos é que a tensão é transferida para a peça. O valor da perda no cabo pode ser calculado pela Equação 33.

$$\Delta\sigma_{pd} = \alpha_p \cdot \sigma_{c,po+g} \quad (33)$$

Onde:

$$\sigma_{c,po+g} = \frac{N_p}{A} + \left(\frac{M_p - M_{g1}}{I}\right) \cdot e_p - \text{tensão no CG dos cabos};$$

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_{ci}} - \text{relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto}$$

(considerando o  $f_{cj}$ );

$N_p$  – esforço normal de protensão;

$M_p$  – Momento devido a protensão;

$M_{gl}$  – Momento devido ao peso próprio;

A – área da seção transversal;

I – inércia da seção;

$e_p$  – excentricidade do cabo na seção.

#### 4.2.9.2 Perdas Diferidas (Fases 2, 3, 4 e 5)

De acordo com Petrucelli (2009), a partir da fase 2 as perdas já são consideradas ‘perdas ao longo do tempo’, ou seja, são determinadas as perdas por fluência do concreto, retração do concreto e relaxação da armadura, conforme a idade adotada na Tabela 4.1. Para aplicar as formulações é preciso definir a área da seção e o perímetro de concreto em contato com ar. A laje sofre uma alteração em sua seção quando a capa cura, ou seja, ela passa de uma seção simples para uma seção composta. Portanto, Petrucelli (2009) propôs um método simples para a determinação da área da seção e do perímetro da laje, de acordo com as fases adotadas na Tabela 4.1. A Tabela 4.4 mostra como é feito o método.

Tabela 4.4 – Etapas de cálculo para fluência. Tabela 4.5

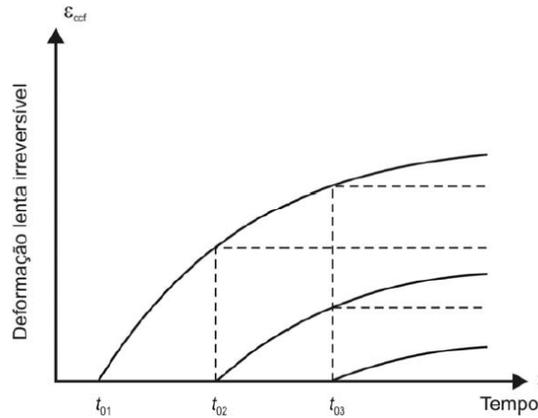
Etapa	Área	Perímetro	Explicação
2	Média da área da seção composta e simples	Seção simples	Contato com o ar é bem grande e a capa não está endurecida.
3	Área da seção composta	Soma da largura (inferior e superior) e metade do perímetro dos alvéolos.	O ar do alvéolo está bem saturado e a capa já começa a ser considerada.
4	Área da seção composta	Soma da largura inferior e metade do perímetro dos alvéolos.	O revestimento já foi colocado e, portanto, a parte superior não está mais em contato com o ar.
5	Área da seção composta	Largura inferior	O ar dentro dos alvéolos está totalmente saturado.

- **Perda por fluência do concreto**

De acordo com o item A2.2.2 da NBR6118:2003, para o cálculo dos efeitos da fluência, quando as tensões no concreto são as de serviço, admitem-se as seguintes hipóteses:

- a) A deformação por fluência  $\epsilon_{cc}$  varia linearmente com a tensão aplicada;
- b) Para acréscimos de tensão aplicados em instantes distintos, os respectivos efeitos de fluência se superpõem;

- c) A fluência rápida produz deformações constantes ao longo do tempo; os valores do coeficiente  $\varphi_a$  são função da relação entre a resistência do concreto no momento da aplicação da carga e a sua resistência final;
- d) O coeficiente de deformação lenta reversível  $\varphi_d$  depende apenas da duração do carregamento; o seu valor final e o seu desenvolvimento ao longo do tempo são independentes da idade do concreto no momento da aplicação da carga;
- e) O coeficiente de deformação lenta irreversível  $\varphi_d$  depende de:
- umidade relativa do ambiente;
  - consistência do concreto no lançamento;
  - espessura fictícia da peça  $h_{fic}$ ;
  - idade  $t_0$  no instante da aplicação da carga;
  - idade fictícia do concreto no instante considerado ( $t$ ).
- f) Para o mesmo concreto, as curvas de deformação lenta irreversível em função do tempo, correspondentes a diferentes idades do concreto no momento do carregamento, são obtidas, umas em relação às outras, por deslocamento paralelo ao eixo das deformações conforme a Figura 4.2.

Figura 4.2 – Variação de  $\varepsilon_{ccf}(t)$ .

(Fonte: FIGURA A1 da NBR 6118:2007).

A perda por fluência do concreto pode, então, ser calculada de acordo com a Equação 34.

$$\Delta\sigma_{p,c} = \alpha_p \cdot \left[ \left( \frac{N_p}{A} + \left( \frac{M_p - M_{g1}}{I} \right) \cdot e_p \right) \cdot \varphi_1 - \sum_{i=2}^3 \frac{M_{gi} \cdot e_p}{I} \cdot \varphi_i - \psi_2 \frac{M_q \cdot e_p}{I} \varphi_q \right] \quad (34)$$

Onde:

$\varphi$  – coeficiente de fluência para cada etapa;  
 $M_p$  – momento devido à força de protensão na seção;  
 $M_{g1}$  – momento devido ao peso próprio;  
 $M_{gi}$  – momento devido aos carregamentos atuantes na seção;  
 $N_p$  – esforço normal de protensão;  
 $e_p$  – excentricidade do cabo na seção;  
 $A$  – área da seção transversal de concreto;  
 $I$  – inércia da seção.

- **Perda por retração do concreto**

A NBR6118:2003 discorre sobre algumas hipóteses que devem ser levadas em consideração no cálculo da perda por retração do concreto, e são elas: umidade relativa do ambiente, consistência do concreto no lançamento e espessura fictícia da peça. A perda por retração do concreto pode ser calculada de acordo com a Equação 35.

$$\Delta\sigma_{p,s} = \varepsilon_{cs} [\beta_s(t) - \beta_s(t_0)] \cdot E_p \quad (35)$$

Onde:

$\varepsilon_{cs}$  – coeficiente de retração obtido em A.2.3 – Anexo A da NBR 6118:2007;  
 $\beta_s(t)$  e  $\beta_s(t_0)$  – coeficientes obtidos através da figura A.3, item A.2.3.2 da NBR 6118:2007;  
 $E_p$  – Módulo de elasticidade da cordoalha.

- **Perda por relaxação da armadura**

A variação na tensão do cabo representante devido a esta perda é dada pela Equação 36.

$$\Delta\sigma_{pr} = \chi(t, t_0) \cdot \Delta\sigma_i \quad (36)$$

Onde:

$$\chi(t, t_0) = -\ln[1 - \Psi(t, t_0)]$$

$$\Psi(t, t_0) = 2,50 \cdot \Psi_{1000}$$

$\Psi_{1000}$  – coeficiente obtido pela tabela 8.3 da NBR 6118:2007, fazendo-se a relação entre a tensão no instante  $t_0$  e a tensão última de protensão no aço;

$\Delta\sigma_i$  – Tensão do aço considerando as perdas anteriores.

#### 4.2.9.3 Simultaneidade das perdas

De acordo com NBR 6118:2007, a consideração da simultaneidade das perdas definidas anteriormente pode ser feita de acordo com a Equação 37, na qual o numerador representa as três perdas diferidas definidas anteriormente.

$$\Delta\sigma_p(t, t_0) = \frac{\epsilon_{cs}(t, t_0)E_p - \alpha_p\sigma_{c,p0+g}\varphi(t, t_0) - \sigma_{cp0}\chi(t, t_0)}{\chi_p + \chi_c\alpha_p\eta\rho_p} \quad (37)$$

Onde:

$$\chi_p = 1 + \chi(t, t_0)$$

$$\chi_c = 1 + 0,5 \cdot \varphi(t, t_0)$$

$$\eta = 1 + e_p^2 \cdot \frac{A_c}{I_c}$$

$$\rho_p = \frac{A_p}{A_c}$$

$e_p$  – excentricidade no cabo na seção;

$A_c$  – área da seção transversal de concreto;

$I_c$  – inércia da seção de concreto;

$A_c$  – área total dos cabos de protensão.

#### 4.2.10 Dimensionamento no ELU

A partir do momento em que se calculam as perdas reais presentes na laje alveolar, é possível verificar se ela está com a quantidade suficiente de armadura ativa para que não haja ruptura da seção na utilização. Para isso, refazem-se os cálculos apresentados no item 4.2.7 para que se faça a verificação.

#### 4.2.11 Verificação das tensões no ELS

Após o cálculo das perdas e da verificação da laje no ELU, é necessário que se verifique as tensões presentes na laje alveolar de modo a validá-la também no Estado Limite de Serviço. As verificações a serem feitas dependem, principalmente, do tipo de protensão adotada. Como na maioria das vezes o cálculo das lajes alveolares é feito considerando a

classe de agressividade II, a protensão neste caso é classificada como limitada e exige que sejam feitas as verificações para descompressão (ELS-D) e formação de fissuras (ELS-F). Caso o cálculo da laje seja feito em um local onde a classe de agressividade seja diferente, a Tabela 4.2 deve ser consultada a fim de que sejam definidas as verificações necessárias para as tensões no ELS. Neste trabalho será sempre considerada esta situação cabendo ao leitor fazer as devidas alterações para os casos de protensão parcial e completa.

Considerando a NBR 14861:2011, para a combinação quase permanente que analisa o ELS-D o limite de tensão (Equação 38) deve estar entre:

$$0 \leq \sigma \leq \frac{0,85 f_{ck}}{\gamma_c} \quad (38)$$

Para a combinação frequente que analisa o ELS-F o limite de tensão (Equação 39) deve estar entre:

$$- f_{ctk,inf} \leq \sigma \leq \frac{0,85 f_{ck}}{\gamma_c} \quad (39)$$

Onde:

$$f_{ctk,inf} = 0,21 f_{ck}^{2/3}$$

$f_{ck}$  – tensão do concreto aos 28 dias;

$\gamma_c$  – coeficiente de minoração da resistência do concreto.

O cálculo da tensão para ambas as verificações deve seguir a Equação 40:

$$\sigma = \frac{N_p}{A} \pm \frac{N_p \cdot e}{W} \mp \frac{M_i}{W_i} \quad (40)$$

Onde:

$\sigma$  – tensão normal no concreto junto a borda superior ou inferior;

$N_p$  – Normal de protensão no ato de liberação da mesma;

$e$  – excentricidade do cabo na seção;

$A$  – área da seção simples do elemento;

$W_i$  – módulo de resistência da seção em relação a borda superior ou inferior considerando a etapa i;

$M_i$  – momento fletor na seção devido à ação i.

#### 4.2.12 Deformações

É necessário que o pavimento de laje alveolar seja verificado também em relação a sua deformação, uma vez que se ele for muito deformável causará desconforto visual e estético. Além disso, existem utilizações em que o piso deve possuir o mínimo desnivelamento possível e uma deformação excessiva prejudicaria seu uso. O cálculo da deformação de um elemento como a laje alveolar deve ser feito em etapas pois, como visto anteriormente, o elemento passa por mudanças geométricas e recebe os carregamentos em tempos diferentes.

Portanto, como as etapas são diferentes existem diferentes coeficientes de fluência como visto no cálculo da perda por fluência. A deformação da laje alveolar pode ser calculada de acordo com a Equação 41:

$$a_{total} = (a_p + a_{g1}) \cdot (1 + \varphi_{(1+\infty)}) + a_{g2} \cdot (1 + \varphi_{(15+\infty)}) + a_{g3} \cdot (1 + \varphi_{(45+\infty)}) + a_q \cdot (1 + \varphi_{(60+\infty)}) + a_{\Delta p} \cdot \frac{(1 + \varphi_{(1+\infty)})}{2} \quad (41)$$

Onde:

$a_p$  – flecha devido ao efeito da protensão;

$a_{g1}$  – flecha devido ao peso próprio;

$a_{g2}$  – flecha devido ao peso próprio da capa;

$a_{g3}$  – flecha devido a carga permanente (revestimento);

$a_q$  – flecha devido a carga acidental;

$a_{\Delta p}$  – flecha devido a perda da protensão;

$\varphi_{(t+\infty)}$  – coeficiente de fluência no tempo t.

#### 4.2.13 Cálculo da armadura negativa (região da capa)

O cálculo da armadura negativa passiva, disposta na região da capa para absorver o momento negativo devido aos esforços de  $g_3$  (revestimento) e  $q$  (sobrecarga acidental) pode ser feito a partir das Equações 42 e 43. A Equação 42 fornece um valor adimensional que será utilizado para o cálculo da armadura negativa.

$$KMD = \frac{M_d}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \quad (42)$$

Onde:

$M_d$  – Momento máximo negativo atuante para carregamentos posteriores a cura da capa;

$b_w$  – largura da laje alveolar;

$d$  – altura útil;

$f_{cd}$  – resistência de cálculo do concreto da laje alveolar.

$$A_s = \frac{M_d}{KZ \cdot d \cdot f_{yd}} \quad (43)$$

Onde:

$M_d$  – Momento máximo negativo atuante para carregamentos posteriores a cura da capa;

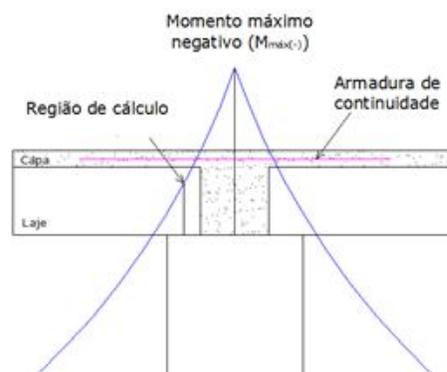
$KZ$  – coeficiente obtido na Tabela 3.1 de Carvalho e Figueiredo Filho (2007);

$d$  – altura útil;

$f_{yd}$  – resistência do aço.

A hipótese utilizada neste trabalho para o dimensionamento da armadura negativa de lajes alveolares contínuas será: considerar, a favor da segurança, o momento máximo negativo resultante do diagrama devido à  $g_3$  e  $q$ . Tal hipótese pode ser mais bem visualizada na Figura 4.3.

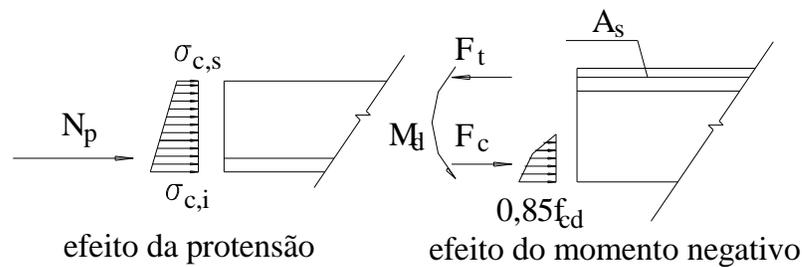
Figura 4.3 – Hipótese de cálculo para dimensionamento da armadura negativa.



#### 4.2.14 Verificação da compressão excessiva

Ao se considerar o momento  $M_d$  atuando no apoio de um pavimento com lajes alveolares contínuas, pode-se calcular a armadura  $A_s$  na capa de maneira usual (como mostrado em 4.2.13) e depois verificar se a protensão atuando concomitante não causa uma compressão excessiva. Na Figura 4.4 podem ser vistas as tensões de compressão na borda inferior provocadas pelo efeito da protensão e do momento negativo  $M_d$ .

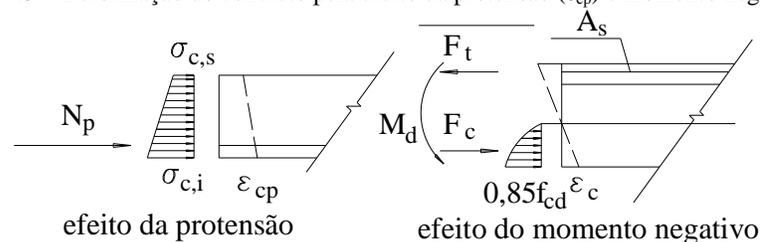
Figura 4.4 – Tensões de compressão na borda inferior provocadas pela protensão.



Ao fazer o cálculo da armadura  $A_s$  pode-se determinar o valor da deformação do concreto na borda mais comprimida ( $\epsilon_c$ ) e somá-lo ao valor da deformação ( $\epsilon_{cp}$ ) causada pela protensão (Figura 4.5). O valor da deformação  $\epsilon_{cp}$  pode ser calculado pela Equação 44.

$$\epsilon_{cp} = \frac{1}{E_c} \left( \frac{N_p}{A} + \frac{N_p}{W} \cdot e - \frac{M_{g1+g2}}{W} \right) \quad (44)$$

Figura 4.5 – Deformação do concreto pela efeito da protensão ( $\epsilon_{cp}$ ) e momento negativo ( $\epsilon_c$ )



Desta forma, se a soma de  $\epsilon_c$  e  $\epsilon_{cp}$  for inferior a 0,35% a condição está satisfeita.

#### 4.2.15 Verificação do Cisalhamento

O cisalhamento das lajes alveolares deve obedecer aos critérios expostos na NBR 14861:2011. Para que as lajes sejam consideradas resistentes à força cortante, duas condições devem ser verificadas, simultaneamente, os valores são calculados pelas Equações 45, 46, 47 e 48:

$$V_{sd} \leq V_{Rd1} \text{ e } V_{sd} \leq V_{Rd2} \text{ ou } V_{sd} \leq V_{Rd2 \text{ capa}}$$

Sendo:

$$V_{Rd1} = [\tau_{rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40\rho_1) + 0,15 \cdot \sigma_{cp}] \cdot \sum b_{w,1} \cdot d \quad (45)$$

$$V_{Rd2} = \frac{1}{2} v \cdot f_{cd} \cdot 0,9d \cdot \sum b_{w,1} \quad (46)$$

$$V_{Rd2, \text{capa}} = \frac{1}{2} v \cdot f_{cd} \cdot 0,9d_{tot} \cdot \sum b_{w,2} \quad (47)$$

$$v = 0,7 - \frac{f_{ck}}{200} \geq 0,5 \quad (48)$$

Onde:

$$\tau_{rd} = 0,25 f_{ctd}$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk, \text{inf}}}{\gamma_c}$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s,1}}{\sum b_{w1} d} \leq |0,02|$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_p}{A_c}$$

$$k = |1,6 - d| \geq 1$$

$\Sigma_{bw,1}$  e  $\Sigma_{bw,2}$  – somatório das nervuras internas e externas da laje;

$A_s$  – área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada;

$d$  – altura útil da seção transversal da laje;

$d_{tot}$  – é a altura útil da seção transversal da laje mais a capa;

$f_{cd}$  – resistência de cálculo à compressão do concreto.

Como pode ser visto na Equação 44 a resistência à força cortante da laje alveolar depende diretamente da resistência do concreto e da cordoalha. Porém, utiliza-se sempre para o caso de cálculo da força cortante, a armadura tracionada na região que está sendo analisada. Por isso, quando se trata de análise da força cortante na região onde existe continuidade entre as lajes alveolares, deve-se utilizar para o cálculo somente a armadura tracionada resultante

dos cálculos expostos no item 4.2.13. Desconsidera-se, portanto, neste caso, que a parcela da armadura ativa está colaborando para a resistência à força cortante.

De acordo com a NBR 14861:2011, a resistência à força cortante nas lajes alveolares pode ser aumentada com a especificação da capa estrutural e/ou preenchimento dos alvéolos. Quando se optar pelo preenchimento dos alvéolos, o comprimento longitudinal deste preenchimento é de  $L_{pr}$  (Equação 49). O concreto que deve preencher os alvéolos deve possuir a mesma resistência e durabilidade do concreto do elemento a ser preenchido.

$$L_{pr} = L_{pt2} + L_{fc} \quad (49)$$

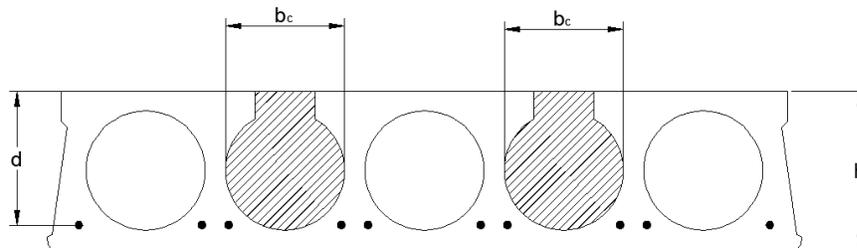
Onde:

$L_{pt2}$  – é o valor superior de projeto para o comprimento de transmissão ( $85\Phi$ );

$L_{fc}$  – é a soma do comprimento necessário para atender às solicitações de força cortante a altura da seção transversal.

Cabe ressaltar que o preenchimento de alvéolos, quando adotado, deve considerar somente até dois alvéolos preenchidos com contribuição de 50% da largura do alvéolo, conforme Figura 4.6. Além disso, o preenchimento de alvéolos pode ser feito de duas maneiras distintas: uma considerando o mesmo antes da liberação da protensão e outro depois da liberação da protensão. Os itens 4.2.15.1 e 4.2.15.2 mostram as diferenças a serem levadas em conta nestes dois processos distintos.

Figura 4.6 – Laje com alvéolos preenchidos.



#### 4.2.15.1 Preenchimento de alvéolos antes da liberação da protensão

Segundo a NBR 14861:2011, para o cálculo da força cortante com alvéolos preenchidos antes da liberação da protensão na pista, a resistência à força cortante deve ser verificada da seguinte maneira pelas Equações 50, 51 e 52:

$$V_{Rd,a1} = V_{c,2} + V_{p,2} \quad (50)$$

$$V_{c,2} = 0,25 f_{ctd} k(1,2 + 40 \rho_2) \sum b_{w2} d_{tot} \quad (51)$$

$$V_{p,2} = 0,15 \sigma_{cp,2} \sum b_{w2} d \quad (52)$$

Onde:

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c}$$

$$\rho_2 = \frac{A_s}{\sum b_{w,2} d}$$

$$\sum b_{w,2} = \sum b_{w,ext} + \sum b_{w,int} + 0,5 n b_{alv} \cdot \frac{E_c}{E_p}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_p}{A_{c,2}}$$

$$A_{c,2} = A_c + n A_{alv}$$

#### 4.2.15.2 Preenchimento de alvéolos depois da liberação da protensão

Para o cálculo da cortante com alvéolos preenchidos depois da liberação da protensão na pista, a resistência à força cortante deve ser verificada da seguinte maneira segundo a NBR 14861:2011 (Equação 53):

$$V_{Rd,a2} = V_{c,2} + V_{p,1} \quad (53)$$

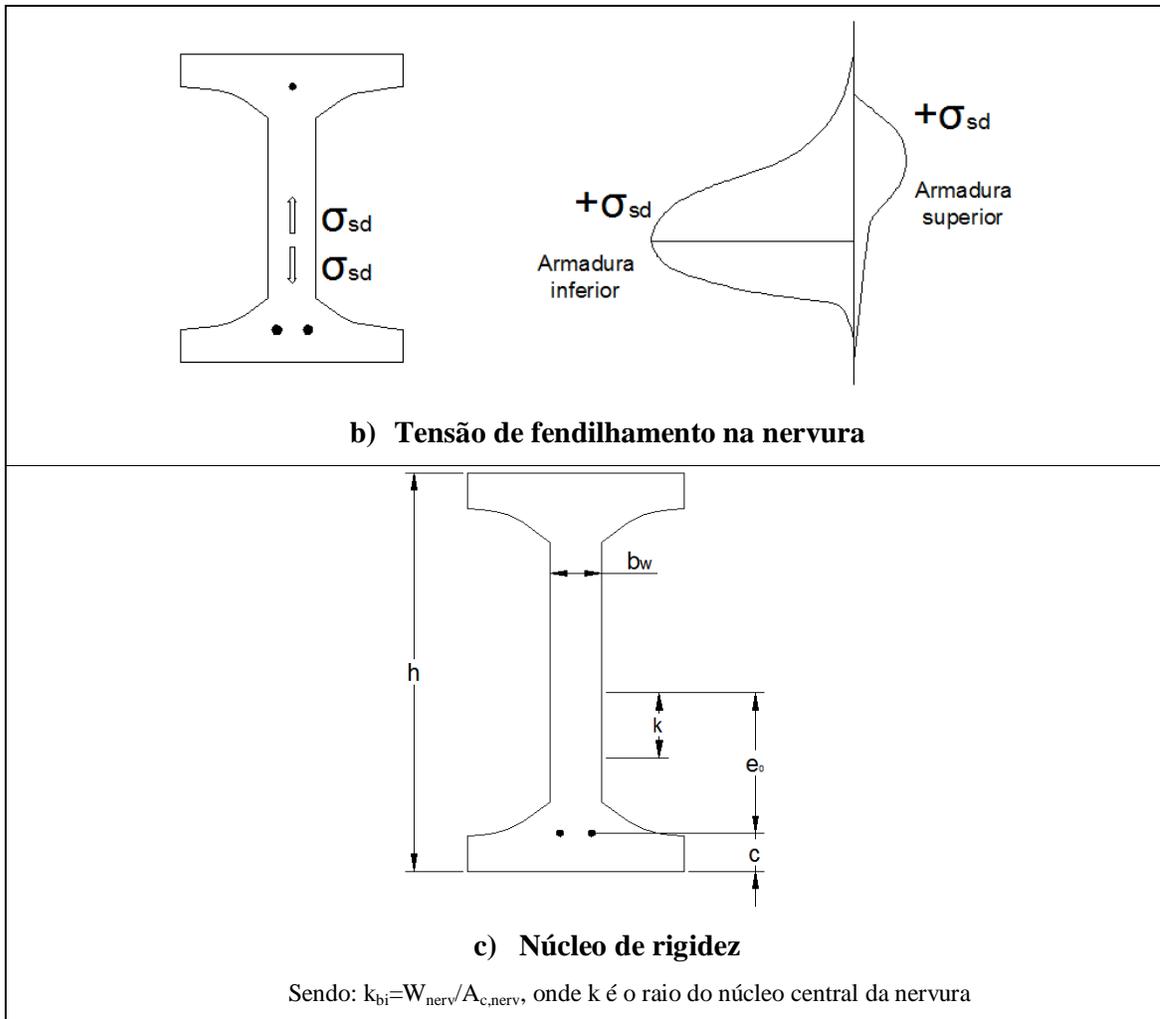
Onde:

$V_{Rd1,a2}$  – força cortante de cálculo na seção, com ou sem capa estrutural, com alvéolos preenchidos após a liberação da protensão.

#### 4.2.16 Resistência ao fendilhamento longitudinal

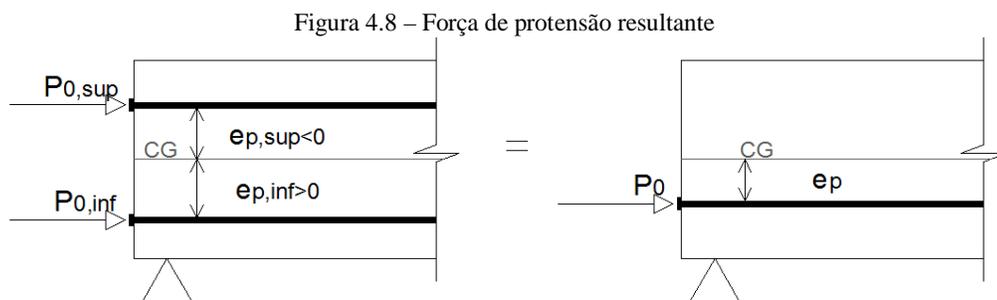
A NBR 14861:2011 cita que deve ser feita uma verificação de fendilhamento nas lajes, pois, no processo produtivo nenhum tipo de fissuração longitudinal nas nervuras é permitido. Desta forma, deve-se garantir que a tensão na nervura mais solicitada ( $\sigma_{sp}$ ) seja inferior à tensão de tração do concreto ( $f_{ctkj,inf}$ ), ou seja:





(Fonte: Adaptado da NBR 14861:2011)

Para o caso de presença de armadura ativa superior, a verificação deve ser feita levando em conta os efeitos da força de protensão resultante, conforme ilustra a Figura 4.8.



(Fonte: Adaptado da NBR 14861:2011)

A excentricidade resultante é obtida pela Equação 57:

$$e_p = \frac{P_{0,inf} \cdot e_{p,inf} + P_{0,sup} \cdot e_{p,sup}}{P_0} \quad (57)$$

Sendo:

$$P_0 = P_{0,inf} + P_{0,sup}$$

Onde:

$e_{p,inf}$  – excentricidade dos fios/cordoalhas de protensão inferior;

$e_{p,sup}$  – excentricidade dos fios/cordoalhas de protensão superior;

$P_{0,inf}$  – força de protensão com perdas iniciais e imediatas nos fios/cordoalhas inferiores;

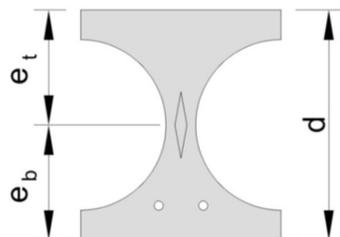
$P_{0,sup}$  – força de protensão com perdas iniciais e imediatas nos fios/cordoalhas superiores;

$P_0$  – força de protensão resultante (do fio/cordoalha equivalente).

Hendriks (2011) explica que o EN 1168 recomenda que o valor máximo da tensão de protensão deve ser calculado de acordo com a Equação 54 e que o valor de  $\alpha_e$  mencionado na Equação 55 deve ser sempre maior ou igual a zero. As fissuras horizontais não devem ser permitidas na região das nervuras das lajes alveolares e, por isso, o estudo da resistência ao fendilhamento longitudinal é recomendado.

Hendriks (2011) cita ainda que houve um erro de tradução na definição do módulo resistente da seção ( $W_b$  e  $W_t$ ), causando assim um equívoco na NBR 14861:2011 que está baseada no EN 1168. Na verdade,  $W_b$  é calculado para a tensão de protensão nas cordoalhas superiores e  $W_t$  é calculado para a tensão das cordoalhas inferiores. Portanto, o cálculo do núcleo de rigidez ( $k$ ) deve ser a relação entre o módulo resistente da seção na fibra superior e a área da seção transversal de concreto.

Figura 4.9 – Definição de  $e_b$  e  $e_t$  na nervura, para o cálculo do fendilhamento.



(Fonte: HENDRIKX, 2011).

### **4.3 ROTEIRO PARA O DIMENSIONAMENTO DE LAJES ALVEOLARES CONTÍNUAS**

Após os estudos referentes aos cálculos e considerações para o dimensionamento de pavimentos contínuos, é possível resumir na forma de um roteiro o passo-a-passo para o cálculo do pavimento considerando a armadura negativa na região da capa.

1. Obtenção das características geométricas da seção transversal e esforços solicitantes;
2. Pré-dimensionamento da armadura ativa longitudinal no tempo infinito, através do Estado Limite Último (ELU), neste item estimam-se as perdas;
3. Verificação da laje no tempo zero (no comprimento de transferência) para verificar se há tração na fibra superior, o que pode causar a necessidade de armadura ativa na borda superior caso ultrapasse os limites estabelecidos pela NBR14861:2011;
4. Determinação das perdas iniciais e diferidas ao longo do tempo;
5. Dimensionamento da armadura ativa considerando, agora, os valores reais de perda calculados;
6. Verificação no Estado Limite de Serviço (ELS) para combinação frequente e quase permanente no caso de protensão limitada considerando CAA II;
7. Verificação das deformações inicial e final da laje, verificando assim, se ela atende aos limites estabelecidos pela NBR 6118:2007;
8. Determinação da armadura de continuidade passando na capa da laje alveolar.
9. Verificação da compressão excessiva na borda mais comprimida;
10. Verificação da resistência ao cisalhamento no tempo zero e infinito, verificando se a laje atende a condição de cisalhamento sem armadura (sem ou com o preenchimento dos seus alvéolos);
11. Verificação da resistência ao fendilhamento longitudinal;
12. Verificação do cisalhamento junto a interface entre laje e capa.

Para facilitar a análise e obter maior rapidez na decisão, foi confeccionada uma planilha de cálculo do tipo “EXCEL”, utilizada nos exemplos desenvolvidos no capítulo 5.

## 5. EXEMPLOS

Neste capítulo são feitos três exemplos onde é verificado se ao fazer o projeto do pavimento com painéis contínuos, ele apresenta melhor comportamento e mesma economia. Para isso, é considerada a metodologia analítica para o cálculo de lajes alveolares definida no Capítulo 4.

Algumas hipóteses de cálculos foram levadas em consideração e são elas: os elementos de laje são simulados como barras, ligação entre os painéis é rígida, a viga do pavimento é considerada indeslocável conforme escrito anteriormente e não será contemplada a alternância de cargas no pavimento. A continuidade, portanto, é considerada somente entre dois tramos de laje e não entre a ligação de extremidade laje-viga. O programa para o cálculo do momento fletor, força cortante e deslocamentos escolhido foi o programa livre *Ftool* (MARTHA,2008), com exceção do Exemplo 5 onde utilizou-se o programa STRAP<sup>®</sup> para o cálculo dos deslocamentos do pavimento.

### 5.1 EXEMPLO 1: COMPARAÇÃO ENTRE O CUSTO DA ARMADURA LONGITUDINAL PARA A LAJE CONTÍNUA E SIMPLEMENTE APOIADA

O Exemplo 1 faz uma comparação entre um pavimento composto por lajes contínuas e outro por lajes simplesmente apoiadas, no sentido de verificar se há diminuição do número de cabos e relativa economia ao se efetuar a continuidade. Os seguintes dados são utilizados: laje com altura de 20 cm, dois tramos com vão de 9 m (Figura 5.1), concreto da laje com  $f_{cj} = 28$  MPa (sendo  $j=20$  horas),  $f_{ck}$  da laje de 50MPa, capa com espessura de 5 cm e resistência de 25 MPa, aço CP190 RB e  $E_p = 2,05 \times 10^5$  MPa. O pavimento está inserido em um ambiente cuja classe de agressividade é moderada (CAA II), classificando a protensão como limitada.

Os carregamentos presentes na laje além de seu peso próprio ( $g_1$ ) e a capa estrutural ( $g_2$ ) são: carga devida ao revestimento ( $g_3$ ) de 0,25 kN/m<sup>2</sup> e sobrecarga acidental ( $q$ ) de 4,25 kN/m<sup>2</sup>. Os valores de perdas iniciais e finais adotados para o pré-dimensionamento foram de 5% e 18%, respectivamente. Os fatores de redução adotados foram para um local onde há elevada concentração de pessoas, ou seja,  $\Psi_1 = 0,6$  e  $\Psi_2 = 0,4$ . As etapas em que os carregamentos começam a atuar estão descritas na Tabela 5.1. As características geométricas podem ser vistas na Tabela 5.2.

Figura 5.1 – Planta do pavimento Exemplo 1

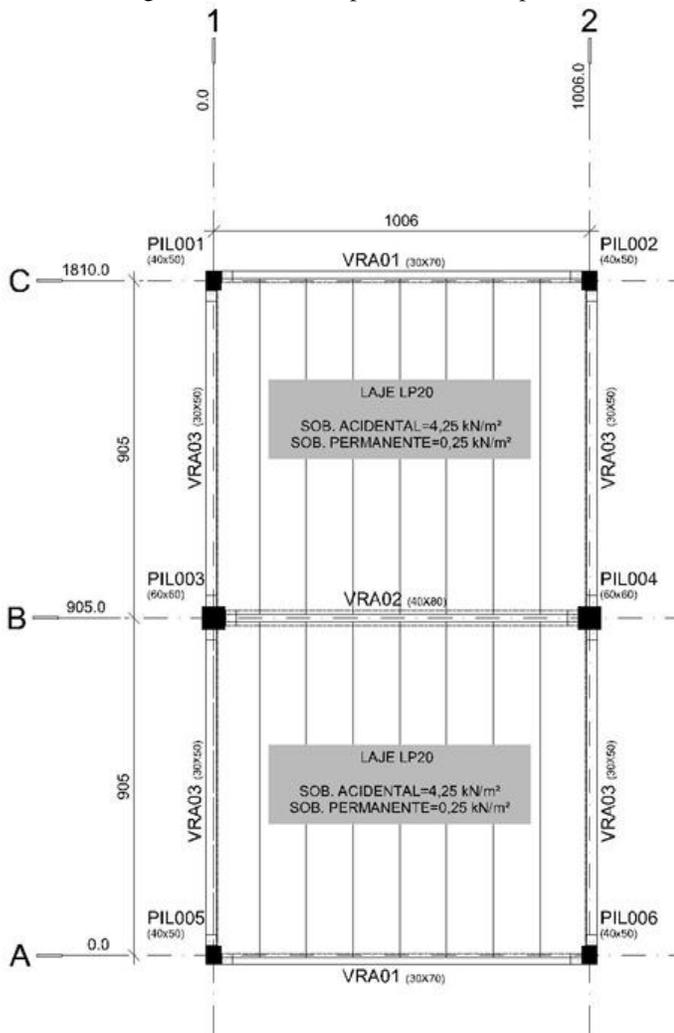
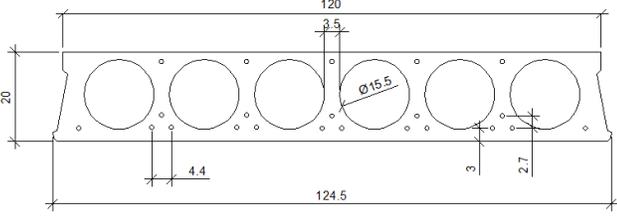
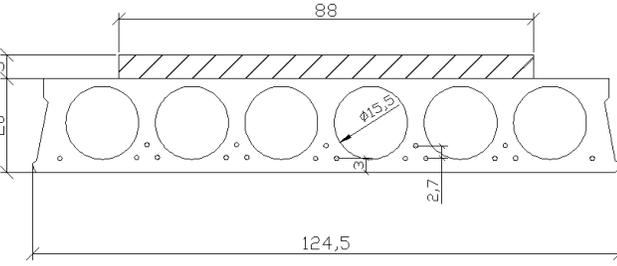


Tabela 5.1 – Etapas de atuação dos carregamentos.

Fase	Tempo	Ação
1	$t_0 = 20$ horas	$p + g_1$
2	$t_0 = 15$ dias	$p + g_1 + g_2$
3	$t_0 = 45$ dias	$p + g_1 + g_2 + g_3$
4	$t_0 = 60$ dias	$p + g_1 + g_2 + g_3 + q$
5	$t = \infty$	$p + g_1 + g_2 + g_3 + q$

Tabela 5.2 – Características Geométricas da Laje 20cm

Seção transversal da Laje Alveolar de 20 cm	Características Geométricas
 <p style="text-align: center;">Seção Simples</p>	Perímetro = 5,78 m Área = 0,1238 m <sup>2</sup> $y_s = 0,0938$ m $I = 0,0007$ m <sup>4</sup> $W_s = 0,0075$ m <sup>3</sup> $W_i = 0,0066$ m <sup>3</sup> $e_s = 0,0762$ m
 <p style="text-align: center;">Seção Composta</p>	Perímetro = 5,88 m Área = 0,1722 m <sup>2</sup> $y_s = 0,1274$ m $I = 0,0012$ m <sup>4</sup> $W_s = 0,0094$ m <sup>3</sup> $W_i = 0,0098$ m <sup>3</sup> $e_c = 0,0926$ m

### 5.1.1 Laje Contínua

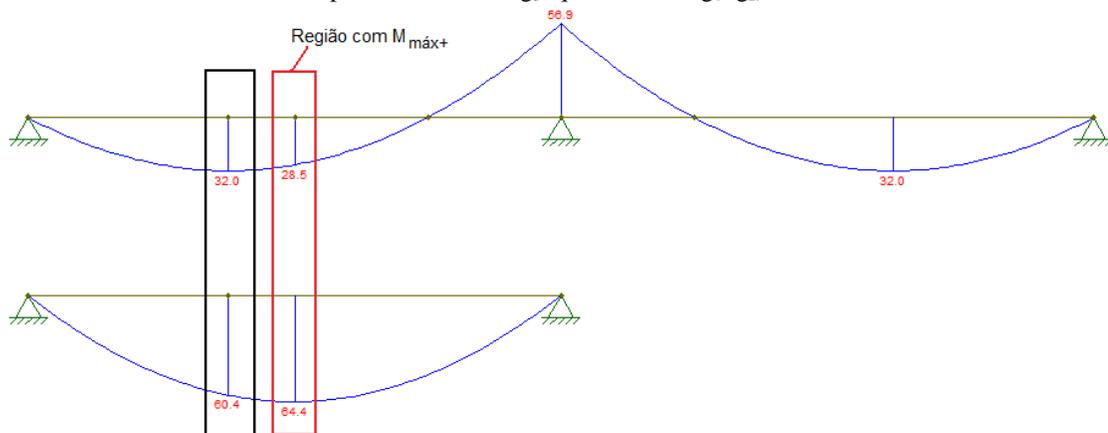
Primeiramente, é feito o cálculo detalhado da laje funcionando como contínua e posteriormente os resultados são comparados com os resultados da mesma laje funcionando como simplesmente apoiada.

#### 5.1.1.1 Determinação dos esforços

A Tabela 5.3 apresenta os esforços solicitantes presentes na laje alveolar contínua, ressaltando que para os carregamentos  $g_1$  e  $g_2$  a laje ainda funciona como simplesmente apoiada e depois da cura da capa quando os carregamentos  $g_3$  e  $q$  passam a atuar, ela já está funcionando como contínua. A intensidade dos esforços presentes na Tabela 5.3 está multiplicada pela largura da laje (1,25m) e os momentos foram calculados pelo Ftool. Considerando o exposto na Figura 3.4, deve-se verificar a região onde ocorre o maior momento fletor positivo. A Figura 5.2 mostra que, neste caso, a seção da laje onde ocorre o máximo momento positivo corresponde ao meio do vão.

Tabela 5.3 – Esforços solicitantes

Carregamento	Sigla	Intensidade (kN/m)	Momento fletor positivo (kN.m)
<i>Peso Próprio</i>	$g_1$	3,21	32,47
<i>Capa</i>	$g_2$	1,56	15,82
<i>Revestimento</i>	$g_3$	0,31	1,60
<i>Acidental</i>	$q$	5,31	26,90
<i>Acidental (quase permanente)</i>	$0,4*q$	2,13	10,76
<i>Acidental (frequente)</i>	$0,6*q$	3,19	16,14

Figura 5.2 – Verificação da região de ocorrência do máximo momento fletor positivo (somando-se o momento positivo devido ao  $g_3+q$  e o devido a  $g_1+g_2$ ).

### 5.1.1.2 Pré-dimensionamento

A partir dos esforços solicitantes obtém-se o momento de cálculo, pela Equação 58:

$$M_d = 1,3 \times 32,47 + 1,4 \times (15,82 + 1,60 + 26,90) = 104,26 \text{ kN.m} \quad (58)$$

Com o valor do momento atuante é possível calcular o coeficiente adimensional utilizando a Equação 26, que permite que seja verificada a posição da linha neutra (Equação 59).

$$KMD = \frac{104,26}{1,25 \cdot 0,22^2 \cdot 25000 / 1,4} = 0,0965$$

$$x = KX \cdot d = 0,1511 \cdot 0,22 = 0,033 \text{ m} < 0,05 \text{ m (região da capa)} \quad (59)$$

A linha neutra, portanto, está na capa por apresentar um valor inferior a 5 cm.

Como explicado anteriormente, a perda total considerada para efeito de pré-dimensionamento foi de 18%, desta forma, é possível calcular o valor da tensão, conforme Equação.

$$\sigma_p = 0,85 \cdot 1900 = 1453 \text{ MPa}$$

A partir do valor acima obtido é possível calcular a tensão final da cordoalha e a partir deste valor obter a quantidade de armadura ativa da laje contínua.

$$\sigma_p = 1453 \cdot (1 - 0,18) = 1191,5 \text{ MPa}$$

O valor de  $\varepsilon_p$  pode ser obtido pela Equação 60:

$$\varepsilon_p = \left( \frac{\sigma_{pi}}{E_p} \right) \cdot 1000 = \left( \frac{1191,5}{2,05 \times 10^5} \right) \cdot 1000 = 6,14\% \quad (60)$$

Onde:

$\varepsilon_p$  – deformação da cordoalha;

$\sigma_{pi}$  – tensão final da cordoalha;

$E_p$  – módulo de elasticidade da cordoalha.

Considerando que a armadura se encontra no domínio 2, a deformação  $\varepsilon_s$  é de 10%, portanto o valor da porcentagem de deformação total da cordoalha é de:  $\varepsilon_t = \varepsilon_p + \varepsilon_s = 16,14\%$ .

A partir da Tabela 4.3 de Vasconcelos (1980), é possível obter por interpolação a tensão  $\sigma_{pd}$  de 1512 MPa.

Desta maneira, é possível determinar a quantidade de armadura ativa da laje contínua, através da Equação 28, de modo que se atenda o Estado Limite Último (ELU) no tempo infinito.

$$A_p = \frac{104,26}{0,9396 \cdot 0,22 \cdot 151,2} = 3,34 \text{ cm}^2$$

A armadura necessária é de 3,34 cm<sup>2</sup>, como a cordoalha utilizada é de 9,5 mm e a mesma possui área de 0,55cm<sup>2</sup>, utilizam-se 7 cordoalhas.

### 5.1.1.3 Verificação no tempo zero

É necessário verificar se a laje não está com excesso de protensão de modo a causar a ruptura da mesma no ato da protensão. A verificação deve ser feita na seção onde ocorre a transferência da protensão.

A tensão atuante pode ser calculada a partir da perda inicial adotada de 5%. Desta maneira, tem-se:

$$\sigma_{pi} = 1453 \cdot (1-0,05) = 1380,35 \text{ MPa}$$

$$N_p = 7 \cdot 0,55 \cdot 138,035 = 531,43 \text{ kN}$$

$$M_p = N_p \cdot e_s = 531,43 \cdot 0,0762 = 40,50 \text{ kN.m}$$

A distância em que ocorre tal transferência, para este exemplo pode ser calculada pela Equação 29. Primeiramente, deve-se calcular o comprimento de transferência da protensão através da Equação 61.

$$l_{bpt} = \frac{7 \cdot 0,5 \cdot \phi \cdot \sigma_{pi}}{36 f_{bpd}} \quad (61)$$

Onde:

$\phi$  – diâmetro do aço

$\sigma_{pi}$  – tensão no aço no instante considerado

$f_{bpd}$  – resistência de aderência de cálculo entre a armadura e o concreto na ancoragem da armadura de protensão (pré-tração), obtida através do item 9.3.2.2 da NBR 6118:2007.

Observação importante: Caso a liberação da protensão seja do tipo não gradual, o resultado da Equação 60 deve ser majorado em 25%.

Portanto, o valor de  $l_{pbd}$  é calculado a seguir, considerando a liberação da protensão não gradual.

$$l_{bpt} = \frac{1,25 \cdot 7 \cdot 0,5 \cdot 0,0095 \cdot 1380,35}{36 \cdot 1,66} = 0,97 \text{ m}$$

Calculando agora a distância de regularização das tensões pela Equação 29.

$$l_{bpd} = \sqrt{0,2^2 + (0,6 \cdot 0,97)^2} = 0,62 \text{ m}$$

Como o valor de  $l_{bpd}$  deve ser igual ou maior ao de  $l_{bpt}$ , adota-se o valor de 0,97 m para a distância de regularização das tensões. O valor do momento devido ao peso próprio nesta seção é de 12,49 kN.m.

Verifica-se, então a tensão normal do concreto junto às bordas inferior e superior, através da Equação 30:

$$\sigma_i = \frac{531,43}{0,1283} + \frac{40,50}{0,0066} - \frac{12,49}{0,0066} = 8386 \text{ kN/m}^2 = 8,39 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = \frac{531,43}{0,1283} - \frac{40,50}{0,0075} + \frac{12,49}{0,0075} = 400 \text{ kN/m}^2 = 0,40 \text{ MPa}$$

Como dito anteriormente a NBR 14861:2011 cita que a tensão no tempo zero deve estar entre  $(-0,3f_{ctj,m})/1,2 < \sigma < 0,85 f_{cj}/\gamma_c$  (quando a tração não é permitida). Ou seja, a tensão deve estar no intervalo de 0 a 17 MPa. Como nenhuma das tensões nas bordas ultrapassam tais limites, considera-se que no caso desta laje a mesma não está com excesso de protensão no tempo zero.

#### 5.1.1.4 Perdas Iniciais

Após o pré-dimensionamento da laje, é necessário calcular o valor das perdas reais iniciais e finais, conforme exposto a seguir.

- **Deformação por ancoragem (Equação 31):**

Considerando-se uma pista com 150 m de comprimento, acomodação da cunha do macaco de 0,60 cm e módulo de elasticidade do aço de 205000 kN/cm<sup>2</sup>, a perda por deformação por ancoragem é:

$$\Delta\sigma_{\text{ancor}} = \frac{0,6 \cdot 20500}{15000} = 0,82 \text{ kN/cm}^2$$

- **Relaxação da armadura:** Para o cálculo da perda por relaxação da armadura (Equação 32) deve-se descontar a perda ocorrida pela deformação da ancoragem na tensão do aço, portanto:

$$\sigma_{pi} = 145,3 - 0,82 = 144,48 \text{ kN/cm}^2$$

Verifica-se então o valor de  $\Psi_{1000}$ , para isso calcula-se o valor de R (porcentagem da resistência à tração):

$$R = \frac{144,48}{190} = 0,76$$

Pela Tabela 8.3 da NBR 6118:2007 o valor de  $\Psi_{1000}$  para R de 0,76 é 3,10% e, portanto:

$$\Psi(1,0) = 3,1 \cdot \left( \frac{1-0}{41,67} \right)^{0,15} = 1,723\%$$

Com o valor de  $\Psi(1,0)$  calculado, pode ser feito o cálculo da perda por relaxação da armadura.

$$\Delta\sigma_{pr} = 0,01723 \cdot 144,48 = 2,49 \text{ kN/cm}^2$$

- **Perda por deformação imediata do concreto (Equação 33):**

Neste caso também se deve descontar o valor encontrado de perda por relaxação da armadura, deste modo:

$$\sigma_{pi} = 144,48 - 2,49 = 141,99 \text{ kN/cm}^2$$

O cálculo da perda por deformação imediata do concreto pode, então, ser realizado:

$$N_p = 7 \cdot 0,55 \cdot 141,99 = 546,66 \text{ kN}$$

$$M_p = 3,85 \cdot 141,99 \cdot 0,0762 = 41,66 \text{ kN.m}$$

$$M_{g1} \cdot e = 32,47 \cdot 0,0762 = 2,47 \text{ kN.m}$$

$$\sigma_{c,po+g} = \frac{546,66}{0,1283} + \left( \frac{41,66 - 2,47}{0,0007} \right) \cdot 0,0762 = 5260 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = 0,526 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\alpha = \frac{2,05 \times 10^5}{0,85 \cdot 5600 \cdot \sqrt{28}} = 8,14$$

$$\Delta\sigma_{pd} = 8,14 \cdot 0,526 = 4,28 \text{ kN/cm}^2$$

A tensão final considerando as perdas de primeira fase é de 137,71 kN/cm<sup>2</sup> o que implica em uma perda inicial de 5,22%.

### 5.1.1.5 Perdas Diferidas

Para se determinar os coeficientes de fluência e retração (utilizados no cálculo das perdas por fluência e retração do concreto) é utilizada uma planilha feita por Inforsato (2009), indicada ainda neste capítulo, em programa *Excel*.

As características da seção pré-moldada são:

- Cimento do tipo ARI;
- A temperatura média foi tomada como 30°C, umidade relativa do ar de 80% e abatimento do concreto de 0 cm. O tempo infinito foi tomado com 10000 dias.

Considerando-se o exposto na Tabela 4.4, o perímetro e a área variam de acordo com as etapas, portanto, a Tabela 5.4 mostra o perímetro em contato com o ar e a área da seção conforme cada carregamento começa a atuar. Lembrando que para o caso deste cálculo o perímetro e a área são considerados sem a diminuição da capa, proposto em ELLIOT (2002).

Tabela 5.4 – Área da seção e perímetro, considerando as etapas de carregamento e cura da capa.

Ação	Descrição	Área da seção (m <sup>2</sup> )	M	Perímetro em contato com o ar (m)	Etapas	Período
g1	PP	0,1583	5,8780	3,45	2	1-∞
g2	Capa	0,1883	3,9608	2,64	3	15-∞
g3	Rev.	0,1883	2,7108	1,98	4	45-∞
q	Acidental	0,1883	1,2500	1,25	5	60-∞

- **Perda por fluência do concreto**

A Tabela 5.5 indica os valores do coeficiente de fluência considerando a atuação de cada carregamento.

Tabela 5.5 – Coeficientes de fluência em cada fase

Ação	t <sub>0</sub>	Coeficiente φ	Retração
PP laje (g1)	1	3,074	-0,00023
Capa (g2)	15	1,871	-0,000186
Rev. (g3)	45	1,447	-0,000164
Acidental (q)	60	1,384	-0,000164

A perda por fluência do concreto pode, então, ser calculada de acordo com a Equação 34.

$$\Delta\sigma_{p,c} = \left\{ 8,61 \cdot \left[ \left( \frac{532,07}{0,1283} + \left( \frac{40,54 - 32,47}{0,0007} \right) \cdot 0,0762 \right) \cdot 3,074 - \frac{15,82 \cdot 0,0762}{0,0007} \cdot 1,871 \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1,60 \cdot 0,085}{0,0012} \cdot 1,447 - 0,4 \frac{26,90 \cdot 0,085}{0,0012} \cdot 1,384 \right] \right\} / 100^2 = 9,48 \frac{kN}{cm^2}$$

A perda por fluência vale, portanto, 9,48 kN/cm<sup>2</sup>.

- **Perda por retração do concreto**

A Tabela 5.6 mostra a planilha desenvolvida por Inforsato (2009) para o cálculo do coeficiente de fluência e retração. O método para o cálculo do coeficiente de fluência e retração pode ser visto no Anexo A da dissertação de Inforsato (2009).

Tabela 5.6 – Planilha para cálculo da fluência e retração do concreto (INFORSATO, 2009).

<b>Autor:</b> Thiago Bindilatti Inforsato		
<b>Dados</b>		
Área da seção de concreto Ac	1883	cm <sup>2</sup>
Perímetro da seção em contato com o ar (T)	125	cm
<b>Ambiente e material</b>		
Umidade relativa do ar (U)	70	%
Temperatura média (T)	20	graus C
Abatimento do concreto (slump)	0	cm
Tipo do cimento utilizado	3	1 CP III e IV    2 CPI e II    3 CPV-ARI
<b>Idade do concreto</b>		
no início do período considerado (t <sub>0</sub> )	60	
no final do período considerado (t)	10000	
<b>Resultados</b>		
Coeficiente de fluência Φ(t,t <sub>0</sub> )	<b>1,384</b>	
Retração do concreto ε <sub>cs</sub> (t,t <sub>0</sub> )	<b>-1,64E-04</b>	

A perda por retração do concreto é calculada de acordo com a Equação 35:

$$\Delta\sigma_{p,s} = -1,641 \cdot 10^{-4} \cdot 2,05 \cdot 10^4 = -4,72 \text{ kN/cm}^2$$

- **Perda por relaxação da armadura**

A variação na tensão do cabo representante devido a esta perda é dada pela Equação 36.

$$R = 137,71 / 190 = 0,73$$

$$\Psi(t,t_0) = 2,5 \cdot 2,80 = 7\%$$

$$\chi(t,t_0) = -\ln[1-0,07] = 0,0725$$

$$\Delta\sigma_{pr} = 0,0725 \cdot (137,71) = 9,99 \text{ kN/cm}^2$$

- **Simultaneidade das perdas**

Considerando a simultaneidade das perdas, pela Equação 37, calcula-se a perda total no final das etapas.

$$\Delta\sigma_p(t, t_0) = -20,38 \text{ kN/cm}^2$$

A partir das perdas diferidas é possível chegar ao valor da tensão final nas cordoalhas, que vale 116,36 kN/cm<sup>2</sup>, isto representa uma perda de 19,25%.

As perdas diferidas sem considerar a simultaneidade resultaram em -24,19 kN/cm<sup>2</sup>.

#### 5.1.1.6 Verificação do ELU

Com o cálculo do valor real das perdas, deve-se verificar se a armadura anteriormente pré-dimensionada atende aos requisitos para que não chegue à ruptura. Para tal verificação é necessário refazer os cálculos apresentados no item 5.1.1.2, substituindo agora o valor da perda diferida por 19,25%.

Refazendo-se o cálculo chega-se a conclusão que as 7 cordoalhas de 9,5 mm são suficientes para atender ao ELU.

Como o valor da perda inicial adotada para o pré-dimensionamento foi de 5% e o real encontrado foi de 5,22%, a reavaliação do elemento na situação em vazio é feita e o mesmo encontra-se dentro dos limites estabelecidos.

#### 5.1.1.7 Verificação do ELS

Prossegue-se, então neste item, com as verificações das tensões no Estado Limite de Serviço. Como a classe de agressividade do meio em que o pavimento está inserido é a II e a protensão é do tipo limitada, pela Tabela 4.2, pode-se verificar que as combinações para verificar o ELS-D é a do tipo quase permanente e aquela que verifica o ELS-F é a frequente.

- **ELS-D (Estado Limite de Serviço – Descompressão)**

Pela Equação 40 verificam-se as tensões nas fibras inferior e superior do elemento.

##### a) Verificação da Fibra Inferior

$$\sigma_i = \frac{N_p}{A} + \frac{N_p \cdot e}{W} - \frac{M_{g1+g2}}{W_{simples}} - \frac{M_{g3+0,4q}}{W_{composta}} = \frac{451,7}{0,1283} + \frac{34,4}{0,0066} - \frac{48,29}{0,0066} - \frac{12,36}{0,0098} = 1121 \text{ kN/m}^2$$

*b) Verificação da Fibra Superior*

$$\sigma_s = \frac{N_p}{A} - \frac{N_p \cdot e}{W} + \frac{M_{g1+g2}}{W_{simples}} + \frac{M_{g3+0,4q}}{I} y_s = \frac{451,7}{0,1283} - \frac{34,14}{0,0075} + \frac{48,29}{0,0075} + \frac{12,36}{0,0094} (0,1274) = 5998 \text{ kN/m}^2$$

Como o valor da tensão  $\sigma$  deve estar entre, 0 e 30357,14 kN/m<sup>2</sup>, considera-se que as tensões no ELS-D atendem aos limites estabelecidos pela NBR14861:2011.

- **ELS-F (Estado Limite de Serviço – Fissuração)**

Considerando novamente a Equação 40 verificam-se as tensões nas fibras inferior e superior do elemento.

*a) Verificação da Fibra Inferior*

$$\sigma_i = \frac{N_p}{A} + \frac{N_p \cdot e}{W} - \frac{M_{g1+g2}}{W_{simples}} - \frac{M_{g3+0,6q}}{W_{composta}} = \frac{451,7}{0,1283} + \frac{34,14}{0,0066} - \frac{48,29}{0,0066} - \frac{17,74}{0,0098} = 992,4 \text{ kN/m}^2$$

*b) Verificação da Fibra Superior*

$$\sigma_s = \frac{N_p}{A} - \frac{N_p \cdot e}{W} + \frac{M_{g1+g2}}{W_{simples}} + \frac{M_{g3+0,4q}}{I} y_s = \frac{448}{0,1283} - \frac{34,14}{0,0075} + \frac{48,29}{0,0075} + \frac{17,74}{0,0094} 0,1274 = 6267 \text{ kN/m}^2$$

Como o valor da tensão  $\sigma$  deve estar entre, -2850,14 e 30357,14 kN/m<sup>2</sup>, considera-se que as tensões no ELS-F atendem aos limites estabelecidos pela NBR14861:2011.

### 5.1.1.8 Deformações

Na etapa 1, a força de protensão a ser considerada é de:

$$\sigma_{t=20h} = 138,20 \text{ kN/cm}^2$$

$$N_p = 138,2 \cdot 7 \cdot 0,55 = 532,07 \text{ kN}$$

$$M_p = 532,07 \cdot 0,0762 = 40,544 \text{ kN.m}$$

O efeito da perda de protensão pode ser obtido considerando um momento fletor de protensão equivalente a perda, dado por:

$$\Delta_{p,t=\infty} = 20,38 \text{ kN/cm}^2$$

$$N_p = 20,38 \cdot 7 \cdot 0,55 = 78,46 \text{ kN}$$

$$M_p = 78,46 \cdot 0,0926 = 7,26 \text{ kN.m}$$

Os módulos de elasticidade utilizados para o cálculo das flechas são diretamente influenciados pela fase em que cada carregamento passa a atuar, desta forma existem três casos para a laje: o primeiro quando a laje possui  $f_{cj=1}$  (28 MPa), o segundo que é um período de transição quando a laje não tem mais o  $f_{cj}$  de 1 dia mas de 15 dias, e o terceiro quando a mesma já atingiu sua resistência característica ( $f_{ck}$ ) aos 28 dias (50MPa).

Para o cálculo da resistência de um elemento de concreto antes dos 28 dias a NBR 6118:2007 diz que o  $f_{ck}$  da peça deve ser minorado por um  $\beta_1$  (Equação 62), como a laje recebe o carregamento da capa após 15 dias de sua fabricação a resistência deve ser calculada desta maneira.

$$\beta_1 = \exp \left\{ s \left[ 1 - \left( \frac{28}{t} \right)^{0,5} \right] \right\} = \exp \left\{ 0,2 \left[ 1 - \left( \frac{28}{15} \right)^{0,5} \right] \right\} = 0,929 \quad (62)$$

Onde:

$s = 0,20$  para cimento tipo CPV-ARI;

$t$  – idade efetiva do concreto em dias.

Sendo assim os módulos de elasticidade calculados para cada etapa podem ser vistos na Tabela 5.7:

Tabela 5.7 – Módulos de elasticidade de cada etapa

Etapa	Carregamento	Módulo de elasticidade (MPa)
1 (20h)	PP e protensão	25187,55
2 (15 dias)	Capa	32441,42
3 (45 dias)	Revestimento	33658,28
4 (60 dias)	Sobrecarga acidental	33658,28

O cálculo da deformação é feito como o item 4.2.12, portanto as deformações considerando cada carregamento podem ser vistas na Tabela 5.8.

Tabela 5.8 – Deformações considerando cada carregamento

Ação	Intensidade	$\varphi(t,t_0)$	$I(m^4)$	$a$ (mm)
Protensão	40,400	3,074	0,0007	-23,20
Perda de Protensão	7,27	1,537	0,0007	4,17
PP	3,21	3,074	0,0007	15,54
Capa	1,56	1,87	0,0007	5,88
Revestimento	0,31	1,45	0,0012	0,01
Acidental quase permanente	2,13	1,384	0,0012	0,05

Desta maneira, pode-se efetuar o cálculo da contra-flecha no tempo zero que é de:

$$a_{t=0} = -23,20 + 15,54 = -7,66 \text{ mm}$$

Sendo o limite  $-25,71 \text{ mm}$  ( $L/350$ ), com um vão de  $9 \text{ m}$ , a laje encontra-se dentro do limite de contra-flecha.

A flecha final da laje no tempo infinito pode ser calculada de acordo com a Equação 41, e a mesma pode ser vista a seguir:

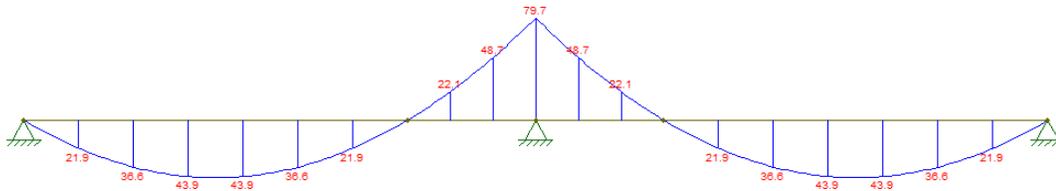
$$a_{t=\infty} = -3,60 \text{ mm}$$

Sendo o limite  $36 \text{ mm}$  ( $L/250$ ) de flecha e  $-25,71 \text{ mm}$  de contra-flecha, a laje encontra-se dentro do intervalo permitido por norma.

### 5.1.1.9 Cálculo da armadura negativa

O cálculo da armadura negativa passiva, disposta na região da capa para absorver o momento negativo devido aos esforços de  $g_3$  (revestimento) e  $q$  (sobrecarga acidental), pode ser feito a partir das Equações 42 e 43, explicadas em 4.2.13. A Figura 5.3, mostra o momento fletor negativo máximo para o cálculo da armadura negativa, calculado pelo programa livre *Ftool*.

Figura 5.3 – Diagrama de momento fletor devido aos carregamentos  $g_3$  e  $q$ , na laje alveolar contínua.



Calculando o adimensional KMD com os dados obtidos é possível chegar ao valor da armadura negativa  $A_s$ :

$$KMD = \frac{79,70}{1,25 \times 0,22^2 \times \frac{50000}{1,4}} = 0,0369$$

Deve-se verificar a região onde a linha neutra (LN) está passando, pois isto pode modificar o cálculo, uma vez que a seção pode estar trabalhando como retangular (LN – passa na mesa) ou seção “T” (LN – passa na nervura). Portanto, a posição da LN é:

$$x = KX \cdot d = 0,01221 \text{ m}$$

A distância da borda inferior até o alvéolo é de 0,023 m e a LN está numa posição inferior a esta. Sendo assim, a seção trabalha como sendo retangular e o cálculo de  $A_s$  pode ser feito conforme indicado:

$$A_s = \frac{79,79}{0,9778 \cdot 0,22 \cdot \left(\frac{50}{1,15}\right)} = 8,53 \text{ cm}^2/\text{laje}$$

Obtém-se, portanto uma armadura de 8,53 cm<sup>2</sup>/laje alveolar. Ou seja, para este pavimento é necessário utilizar 1Φ12,5mm a cada 18 cm. Pela Figura 5.4, pode-se perceber que pelo momento negativo, efetuando-se a decalagem do diagrama, são necessárias barras de 5,20m e barras de 2,6m alocadas alternadamente (Figuras 5.5, 5.6 e 5.7), considerando o seu comprimento de ancoragem necessário de acordo com a NBR 6118:2007.

Figura 5.4 – Verificação do tamanho da barra negativa para absorver o momento negativo.

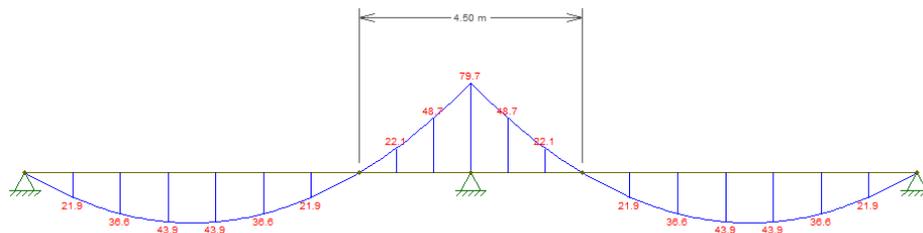


Figura 5.5 – Detalhamento em 3D do pavimento contínuo (vista superior).

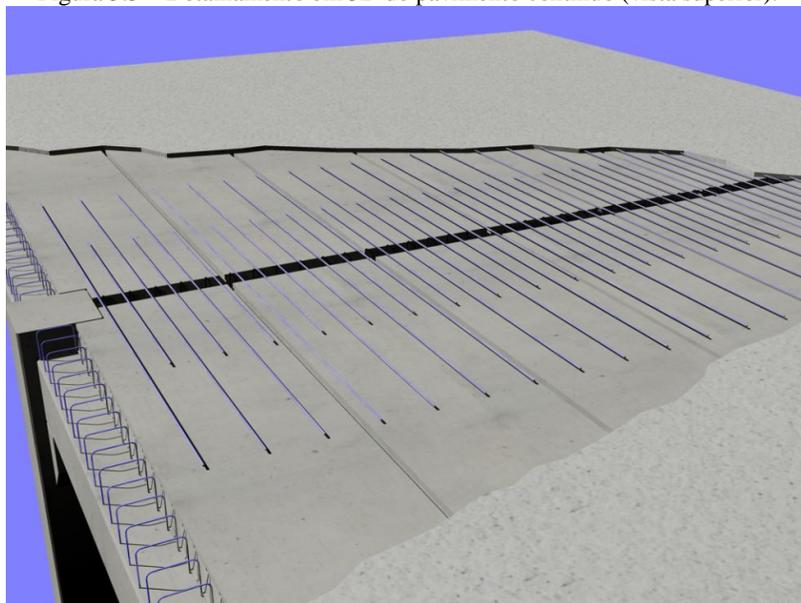


Figura 5.6 – Pavimento do Exemplo 1 detalhado em 3D.

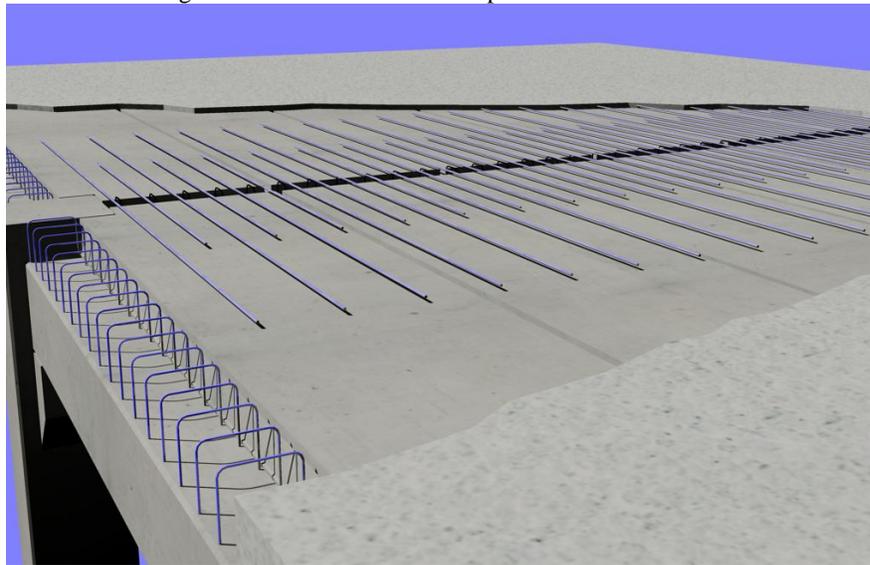
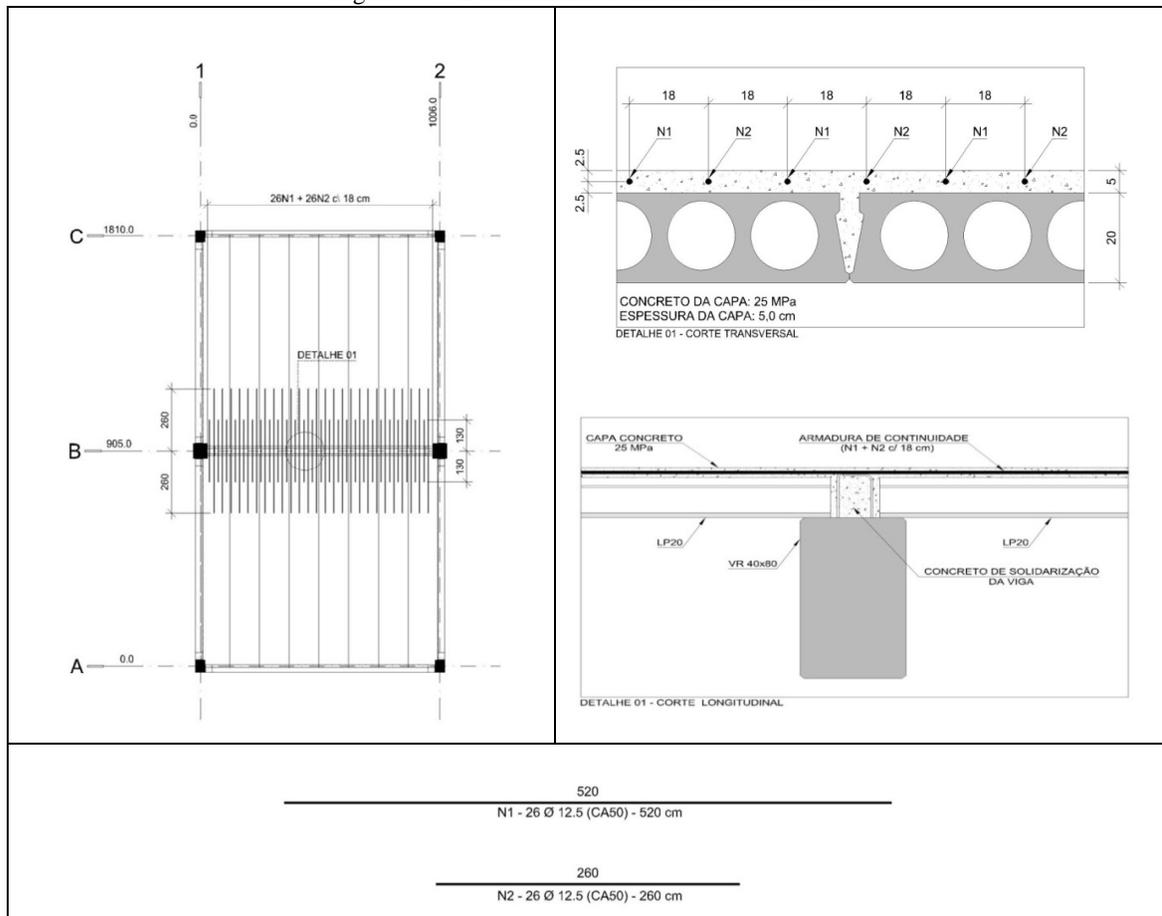


Figura 5.7 – Detalhamento do Pavimento Contínuo



### 5.1.1.10 Verificação da compressão excessiva

Neste item devem ser calculados os valores de  $\varepsilon_c$  e  $\varepsilon_{cp}$ , para verificar se a soma dos dois é menor que 0,35%, atendendo assim as condições da não ocorrência da compressão excessiva. Esta verificação deve ser feita no tempo mais desfavorável, ou seja, quando ainda existem somente o peso próprio e a capa atuando (28 dias). Deste modo, se faz uma média de perdas diferidas considerando a perda inicial e a do infinito.

Pelo item 5.1.1.9 chegou-se ao valor de KMD de 0,0369, o que caracteriza a peça no domínio 2. Pela tabela do KMD de Carvalho & Figueiredo Filho (2003), é possível a obtenção de  $\varepsilon_c$  0,06414%. Pela Equação 44, é possível calcular o valor de  $\varepsilon_{cp}$ . A perda média considerada para verificação desta etapa é de 12,24%.

$$\varepsilon_{cp} = \frac{1}{(0,85 \cdot 5600 \cdot \sqrt{50})} \left( \frac{483,84}{0,1283} + \frac{37,32}{0,0066} + \frac{48,29}{0,0066} \right) = 6,3 \times 10^{-5} = 0,0063\%$$

Como a soma de  $\varepsilon_c$  e  $\varepsilon_{cp}$  foi de 0,070% e o valor limite é de 0,35%, considera-se que tal verificação satisfaz o limite estabelecido. Conclui-se, portanto, que se a armadura negativa estiver no domínio 2 tal verificação sempre estará atendida.

### 5.1.1.11 Cisalhamento

Como visto em 4.2.14, o cisalhamento da laje deve ser verificado tanto para a seção simples como composta na extremidade da laje e deve sempre obedecer aos seguintes requisitos:  $V_{sd} \leq V_{Rd1}$  e  $V_{sd} \leq V_{Rd2}$  ou  $V_{sd} \leq V_{Rd2 \text{ capa}}$

Como a laje funciona como sendo contínua em somente uma das extremidades, o cisalhamento deve ser verificado em ambas as extremidades da mesma. Isto porque, na região em que não há armadura de continuidade somente a armadura ativa deve ser a responsável por absorver a força cortante. Portanto, a verificação do cisalhamento será feita em duas regiões.

#### a) Extremidade contínua da laje – Verificação do cisalhamento

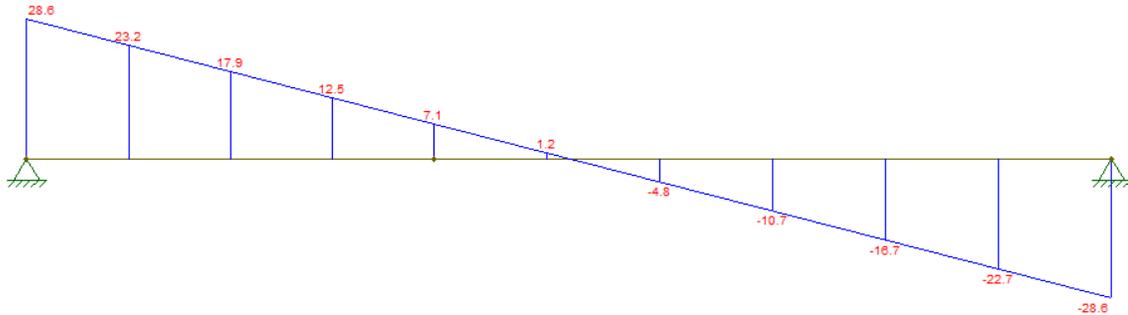
Primeiramente, calcula-se o cisalhamento para a primeira fase ( $g_1 + g_2$ ) onde a capa ainda não está curada e, portanto, a seção ainda trabalha como simples:

$$V_{Rd1} = [345,78 \cdot 1,43 \cdot (1,2 + 40 \cdot 0,0848) + 0,15 \cdot 41,47] \cdot 0,2672 \cdot 0,17 = 62,83 \text{ kN}$$

$$V_{Rd2} = \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 20000 \cdot 0,9 \cdot 0,17 \cdot 0,2672 = 204,41 \text{ kN}$$

O valor de  $V_{sd,m\acute{a}x.}$  (28,60kN) pode ser obtido através do programa livre *Ftool* (Figura 5.8), lembrando que o valor de  $g_1$  é majorado em 1,3 e  $g_2$  em 1,4:

Figura 5.8 – Diagrama da força cortante devido ao peso próprio ( $g_1$ ) e a capa ( $g_2$ ).



Observando os valores de  $V_{Rd,1}$ ,  $V_{Rd,2}$  e  $V_{sd}$  chega-se a conclusão que antes da cura da capa o cisalhamento não é um fator determinante para o rompimento da laje.

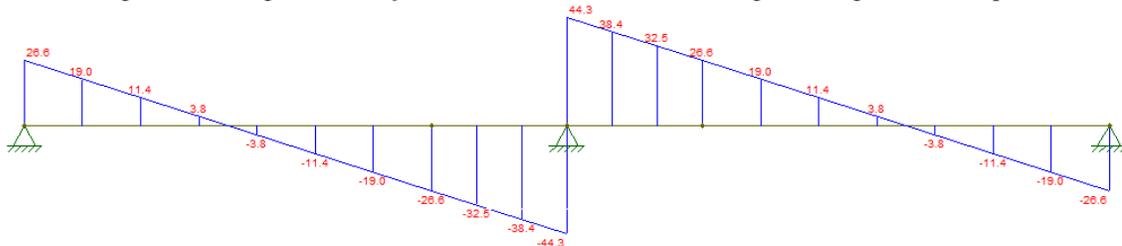
Inicia-se, então, a verificação do cisalhamento para o tempo infinito onde a capa já está com a resistência característica  $e$ , portanto, a seção trabalha como composta. Lembrando que para o cálculo de  $V_{Rd,1}$  a parcela devido à protensão não é considerada pois, a favor da segurança, a única armadura tracionada trabalhando neste caso é a passiva posicionada na região da capa.

$$V_{Rd1} = [508,96 \cdot 1,38 \cdot (1,2 + 40 \cdot 0,0145)] \cdot 0,2672 \cdot 0,22 = 73,50 \text{ kN}$$

$$V_{Rd2} = \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 17857 \cdot 0,9 \cdot 0,22 \cdot 0,2672 = 236,19 \text{ kN}$$

O valor de  $V_{sd,m\acute{a}x.}$  pode ser obtido através do programa livre *Ftool* (Figura 5.9) somado a  $V_{sd,m\acute{a}x.}$  da fase anterior (28,60 kN), lembrando que o valor de  $g_3$  é majorado em 1,4 e  $q$  em 1,4:

Figura 5.9 – Diagrama da força cortante devido ao revestimento ( $g_3$ ) e a carga acidental ( $q$ ).



Portanto, o valor de  $V_{sd}$  final equivale à soma de 28,60 kN e 44,30 kN, resultando em 72,90 kN. Como tal valor não excede a nenhuma das forças cortantes resistidas ( $V_{sd,1}$  e  $V_{Rd, \text{capa}}$ ), a laje está verificada no tempo infinito para o cisalhamento.

### b) Extremidade não contínua da laje – Verificação do cisalhamento

Pela Figura 5.9 observa-se que a cortante na outra extremidade da laje é de 26,60 kN, somando-se tal valor à cortante da primeira fase (28,60 kN), obtêm-se o valor total da cortante ( $V_{Sd}$ ) de 55,21 kN. Calculando-se os valores  $V_{Rd1}$  e  $V_{Rd2, \text{capa}}$ , têm-se:

$$V_{Rd1} = [508,96 \cdot 1,38 \cdot (1,2 + 40 \cdot 0,0145) + 0,15 \cdot 2601,47] \cdot 0,2672 \cdot 0,22 = 83,30 \text{ kN}$$

$$V_{Rd2} = \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 17857 \cdot 0,9 \cdot 0,22 \cdot 0,2672 = 236,19 \text{ kN}$$

Como o valor de  $V_{Rd,1}$  é maior que o valor de  $V_{Sd}$ , o cisalhamento nesta região também está verificado. Observa-se que neste caso o valor de  $\sigma_{cp}$  passa a ser utilizado uma vez que a armadura ativa é quem deve resistir ao esforço de cisalhamento juntamente com o concreto. Desta maneira, conclui-se que a verificação do cisalhamento nesta região não precisa ser feita, pois o valor de  $V_{Sd}$  é sempre menor e o de  $V_{Rd}$  nesta região é sempre maior.

Portanto, se o cisalhamento for verificado na região onde ocorre a continuidade e a laje atender aos requisitos da NBR 14861:2011, pode-se considerar que o cisalhamento na região da outra extremidade também está verificado.

### 5.1.2 Laje Simplesmente Apoiada

O cálculo da laje simplesmente apoiada foi feito da mesma maneira que o item 5.1.1, a diferença está nos esforços solicitantes já que neste caso a laje se comporta como biapoiada, mesmo depois da cura da capa de concreto. Com isso, os únicos esforços diferentes são o  $g_3$  e o  $q$ , uma vez que para este caso o momento máximo positivo ocorreu no meio do vão, e podem ser vistos na Tabela 5.9:

Tabela 5.9 – Esforços Solicitantes na Laje simplesmente apoiada.

Carregamento	Sigla	Intensidade (kN/m)	Momento (kN.m)
<i>Revestimento</i>	$g_3$	0,31	3,16
<i>Acidental</i>	$q$	5,31	53,79
<i>Acidental (quase permanente)</i>	$0,4 \cdot q$	2,13	21,52
<i>Acidental (frequente)</i>	$0,6 \cdot q$	3,19	32,27

Efetuando-se as mesmas verificações de 5.1.1.2 a 5.1.1.10, sem considerar o cálculo do item 5.1.1.9, a laje biapoiada fica com as seguintes características:

<b>Número de cabos</b>	9 cordoalhas de 9,5 mm
<b>Perda Inicial</b>	6,63%
<b>Perda diferida</b>	22,68%

Pela Tabela 5.10, pode-se observar os valores de tensões calculados e os limites inferior e superior para cada borda:

Tabela 5.10 – Valores de Tensão nas bordas no ELS.

Tensão	ELS – D	ELS – F
	(0 MPa < $\sigma$ < 30,36MPa)	(-2,85MPa < $\sigma$ < 30,36MPa)
$\sigma_i$	0,91MPa – VERIFICADO!	-0,18 MPa – VERIFICADO!
$\sigma_s$	6,60 MPa – VERIFICADO!	7,30 MPa – VERIFICADO!

As deformações podem ser vistas na Tabela 5.11:

Tabela 5.11 – Deformações considerando cada carregamento.

Ação	Intensidade	$\varphi(t,t_0)$	$I(m^4)$	a (mm)
Protensão	51,171	3,074	0,0007	-29,39
Perda de Protensão	10,69	1,537	0,0007	6,14
PP	3,21	3,074	0,0007	15,54
Capa	1,56	1,87	0,0007	5,88
Revestimento	0,31	1,45	0,0012	0,66
Acidental quase permanente	2,13	1,384	0,0012	4,49

	$a_{t=0}$	$a_{t=\infty}$
<b>Flecha</b>	-13,85 mm – VERIFICADO!	-11,62 mm – VERIFICADO!

A verificação do cisalhamento pode ser vista Tabela 5.12:

Tabela 5.12 – Força cortante de cálculo e resistentes.

	$V_{sd}$ (kN)	$V_{Rd1}$ (kN)	$V_{Rd2}$ (kN)
<b>Seção simples</b>	28,60	72,71	204,41
<b>Seção composta</b>	64,04	91,96	236,19

### 5.1.3 Comparação de custos

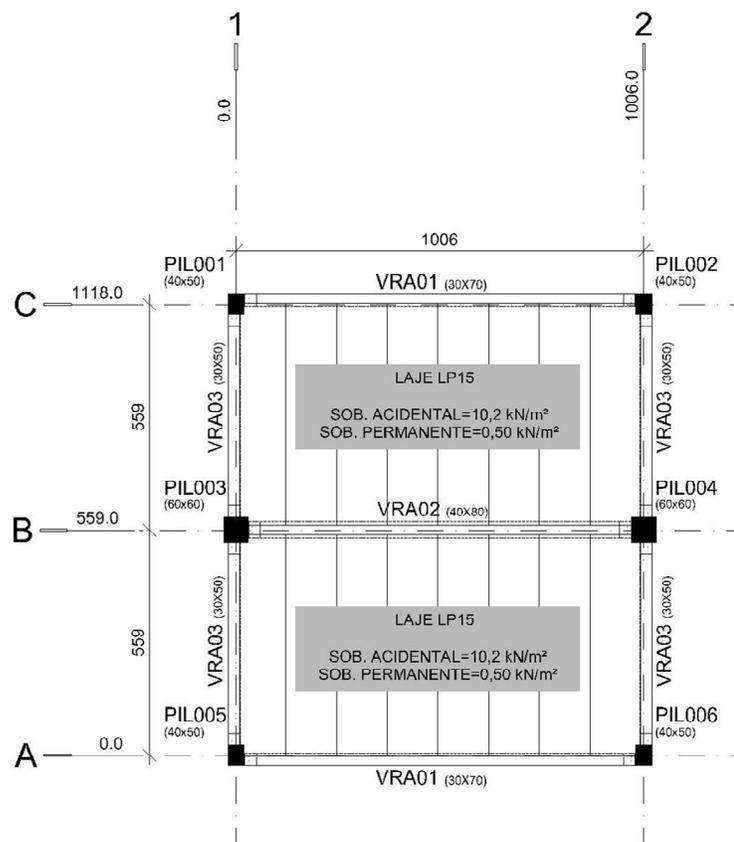
Para fazer o custo da armadura longitudinal considera-se o preço de mercado de barras CA-50 como R\$2,40/kg e a cordoalha R\$3,70/kg, pesquisado na cidade de São Paulo em Junho de 2012. No projeto contínuo economizaram-se duas cordoalhas por laje, ou seja, 18 m de cordoalha de 9,5mm o equivalente a R\$ 29,40/laje e foram colocadas 7 barras de 12,5mm com comprimento total de 26 m, custando R\$61,65. A diferença é que as barras de continuidade são utilizadas para os dois tramos de laje, isso porque a armadura negativa calculada é dimensionada a cada duas lajes do pavimento. Portanto, considerando o pavimento, economizou-se 4 cordoalhas R\$58,80 e foram gastos R\$61,65 com a armadura passiva. Ou seja, para a utilização da continuidade foram gastos apenas R\$2,85 a cada dois tramos de laje. Se fossem consideradas as lajes individualmente, o gasto seria de R\$1,425 a

mais por laje. Considerando os benefícios alcançados com a diminuição das cordoalhas, considera-se que tal gasto não seja alto o suficiente para desmerecer a utilização da continuidade.

## 5.2 EXEMPLO 2: COMPARAÇÃO ENTRE CAPACIDADE DE CARGA

O objetivo deste exemplo é fazer uma comparação da capacidade de carga de lajes com e sem continuidade. Para efetuar tal comparação, mantém-se o mesmo número de cordoalhas e verifica-se o aumento da capacidade de carga acidental da laje quando a continuidade é considerada. Os seguintes dados foram utilizados: laje com altura de 15 cm, dois tramos com vão de 5,50 m (Figura 5.10), concreto da laje com  $f_{cj} = 28$  MPa (sendo  $j=20$  horas),  $f_{ck}$  da laje de 50MPa, capa com espessura de 5 cm e resistência de 25 MPa, aço CP190 RB e  $E_p = 2,05 \times 10^5$  MPa.

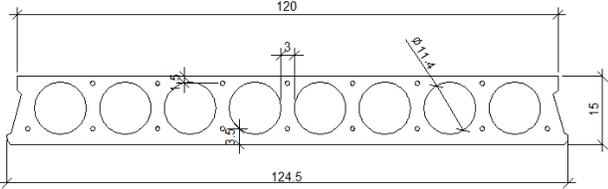
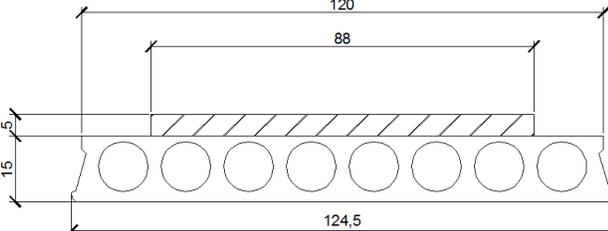
Figura 5.10 – Planta do pavimento Exemplo 2 (Pavimento contínuo).



A armadura ativa utilizada em ambas as lajes foi de 6 cordoalhas inferiores de 9,5mm. Os valores de perdas iniciais e finais adotados foram os mesmos do Exemplo 1. Os fatores de redução adotados foram  $\Psi_1 = 0,6$  e  $\Psi_2 = 0,4$ . As características geométricas podem ser vistas na Tabela 5.13.

A partir deste exemplo, os cálculos do pavimento são feitos com o auxílio de uma planilha desenvolvida em *Excel* que verifica o elemento de laje alveolar no tempo zero, ELU, ELS, deformação, armadura negativa e o cisalhamento.

Tabela 5.13 – Características geométricas da laje com 15 cm de altura

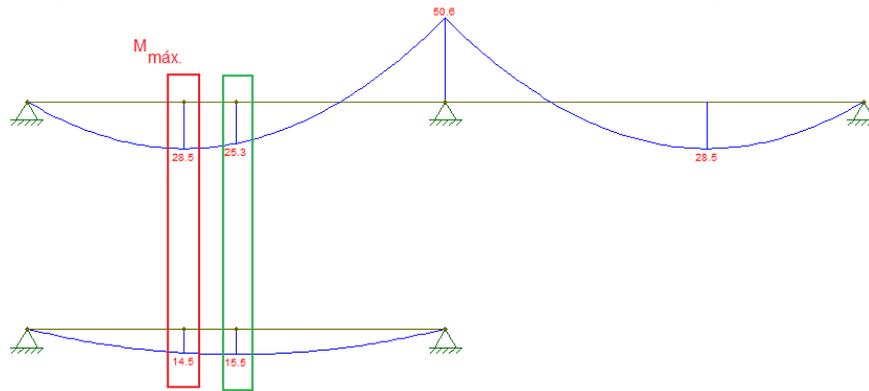
Seção transversal da Laje Alveolar de 15 cm	Características Geométricas
 <p style="text-align: center;">Seção Simples</p>	Perímetro = 5,62 m Área = 0,1034 m <sup>2</sup> $y_s = 0,0699$ m $I = 0,0003$ m <sup>4</sup> $W_s = 0,0043$ m <sup>3</sup> $W_i = 0,0038$ m <sup>3</sup> $e_s = 0,0451$ m
 <p style="text-align: center;">Seção Composta</p>	Perímetro = 5,72 m Área = 0,1435 m <sup>2</sup> $y_s = 0,1021$ m $I = 0,0006$ m <sup>4</sup> $W_s = 0,0060$ m <sup>3</sup> $W_i = 0,0061$ m <sup>3</sup> $e_c = 0,0629$ m

### 5.2.1 Laje Simplesmente Apoiada X Contínua

Ao se efetuar as verificações como no Exemplo 1, através da utilização da planilha elaborada em Excel, chegou-se a conclusão que a laje funcionando como contínua nesta situação, com 6 cordoalhas de 9,5 mm e 10 cm<sup>2</sup>/m de armadura passiva na capa, suporta (com preenchimento de alvéolos) uma carga acidental de 10,20 kN/m<sup>2</sup>. Enquanto a laje simplesmente apoiada com as mesmas características de armadura ativa suporta 7,8 kN/m<sup>2</sup> de carga acidental. Tais valores puderam ser Lembrando que o peso próprio da laje vale 2,02 kN/m<sup>2</sup>, capa 1,25 kN/m<sup>2</sup> e revestimento 0,5 kN/m<sup>2</sup>.

### 5.2.2 Laje Contínua – Dimensionamento

Conforme pode ser visto na Figura 5.11, o máximo momento positivo ocorreu na região onde o momento é máximo na laje contínua. Tal fato deve ser avaliado com critério e cuidado, pois nem sempre isso ocorre; por isso, o ideal é que sempre se verifique as regiões de possíveis momentos fletores máximos.

Figura 5.11 – Verificação da ocorrência do máximo momento fletor positivo ( $M_{k+}$ ).

A Tabela 5.14, apresenta os esforços solicitantes presentes na Laje alveolar contínua.

Tabela 5.14 – Esforços solicitantes

Carregamento	Sigla	Intensidade (kN/m)	Momento (kN.m)
<i>Peso Próprio</i>	$g_1$	2,53	9,00
<i>Capa</i>	$g_2$	1,56	5,50
<i>Revestimento</i>	$g_3$	0,63	1,30
<i>Acidental</i>	$q$	12,75	27,10
<i>Acidental (quase permanente)</i>	$0,4*q$	5,10	10,84
<i>Acidental (frequente)</i>	$0,6*q$	7,65	16,26

### 5.2.2.1 Pré-dimensionamento

Como a quantidade de cordoalhas já está pré-definida não é necessário fazer o pré-dimensionamento. O procedimento adotado para a verificação desta laje foi, utilizando a planilha *Excel*, estimar um carregamento de  $q$ , até que o a quantidade de armadura ativa desejada fosse alcançada.

### 5.2.2.2 Tensões no tempo zero – Verificação em vazio

Verificando-se a tensão no tempo zero a região onde a tensão deve ser verificada é a 0,97 m do apoio. A Tabela 5.15 apresenta os valores das tensões nas bordas, superior e inferior da laje a 0,97m do apoio.

Observando a Tabela 5.15, chega-se a conclusão que a laje atende aos limites de tensões previstos pela NBR14861:2011.

Tabela 5.15 – Valores de Tensão no tempo zero nas bordas da Laje

Região da Verificação	$\sigma_s > -2,31 \text{ MPa}$	$\sigma_i < 17 \text{ MPa}$
<b>0,97 m do apoio</b>	1,01 MPa – VERIFICADO	8,50 MPa – VERIFICADO

### 5.2.2.3 Perdas no Tempo Zero

As perdas foram calculadas de acordo com as prescrições do item 4.2.9.1. A planilha em *Excel* desenvolvida para o cálculo de lajes pode ser visualizada na Figura 5.12.

Figura 5.12 – Quadro da planilha que apresenta as perdas iniciais. Os valores apresentados são as perdas respectivas em kN/cm<sup>2</sup> e em porcentagem.

<b>1) Perdas de protensão - Iniciais</b> t=1 dia; t <sub>0</sub> =0			
$\sigma_{p,0}$	145,3	kN/cm <sup>2</sup>	
$M_{g,t}$	9,00	kN.m	
$A_{p,inf}$	3,3	cm <sup>2</sup>	
$A_{p',sup}$	0,00	cm <sup>2</sup>	
<b>1.1) Deformação por ancoragem</b>			
$\Delta\sigma_{anco}$	0,8200	kN/cm <sup>2</sup>	
<b>1.2) Relaxação da armadura (t<sub>0</sub>=0, t=1 dia)</b>			
$\Delta\sigma_{rela}$	2,49	kN/cm <sup>2</sup>	
		<b>1.3) Deformação imediata do concreto</b>	
$\Delta\sigma_{Def,inf}$	5,25	kN/cm <sup>2</sup>	
		<b>1.4) Resumo (perdas iniciais total)</b>	
$\sigma_{p,inf,1dia}$	136,74	kN/cm <sup>2</sup>	
<b>Perda inicial (Inferior)</b>		5,89	%

### 5.2.2.4 Perdas no Tempo Infinito

A Figura 5.13 apresenta os valores das perdas diferidas consideradas para o cálculo da laje alveolar contínua.

Figura 5.13 – Quadro da planilha que apresenta as perdas diferidas. Os valores apresentados são as perdas respectivas em kN/cm<sup>2</sup> e em porcentagem.

<b>5.2.1 Perda por Fluência</b>			
$\Delta\sigma_{c,p}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	14,141		
<b>5.2.2 Perda por retração do concreto</b>			
$\Delta\sigma_{p,s}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	-4,84		
<b>5.2.3 Perda por relaxação da armadura</b>			
<b>Cordoalhas inferiores</b>			
$\Delta\sigma_{p,r}$	9,56	kN/cm <sup>2</sup>	
<b>5.2.4 Simultaneidade das Perdas</b>			
<b>Cordoalhas inferiores</b>			
$\Delta\sigma_{p(r+s)}$	-24,35	kN/cm <sup>2</sup>	
		<b>5.2.5 Perdas Individuais</b>	
$\Delta\sigma_{p(r+s)}$	28,54		
		<b>5.2.6 RESUMO</b>	
<b>Cordoalhas inferiores</b>			
$\sigma_p$ (∞)	112,39	kN/cm <sup>2</sup>	
<b>Perdas</b>		22,65	%

### 5.2.2.5 Verificação no ELU

A Figura 5.14 apresenta a verificação do ELU no tempo infinito, considerando as perdas diferidas reais, conforme pode ser observado não houve alteração na quantidade de cabos.

Figura 5.14 – Quadro da planilha que apresenta a verificação do ELU no tempo infinito. Os valores apresentados são MPa e em porcentagem.

6.1 Determinação de $\epsilon_t$	
<b>Tensão inicial nos cabos</b>	
CP190 RB	1453 MPa
Perdas (T $\Rightarrow$ )	22,65 %
Tensão (T $\Rightarrow$ )	1123,863 MPa
$\sigma_{pi}$	1123,863
$\epsilon_p$ (‰)	5,482257
$\epsilon_t$ (‰)	15,48226
$\sigma_{pd}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	151,72
6.2 Determinação de $A_p$	
$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	2,52
Cordoalha	9,50
Número de cordoalha	6
$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	3,3

### 5.2.2.6 Tensões no Tempo Infinito – Verificação

Como a laje está inserida em um ambiente de classe de agressividade II, a protensão é do tipo limitada, portanto, deve-se verificar a laje no Estado Limite de Serviço para descompressão (Figura 5.15) e fissuração (Figura 5.16).

Figura 5.15 – Quadro da planilha que apresenta a verificação do ELS-D no tempo infinito. Os valores apresentados são kN/m<sup>2</sup>.

7.1 Combinação Quase permanente (ELS-D)	
Limite da tensão	0 ≤ $\sigma$ ≤ 30357,14 kN/m <sup>2</sup>
7.1.1 Fibra Inferior	
$\sigma_i$ (kN/m <sup>2</sup> )	2677,7 OK!
7.1.2 Fibra Superior	
$\sigma_s$ (kN/m <sup>2</sup> )	3858,9 OK!

Figura 5.16 – Quadro da planilha que apresenta a verificação do ELS-F no tempo infinito. Os valores apresentados são kN/m<sup>2</sup>.

7.2 Combinação Frequente (ELS-F)	
Limite da tensão	-2850,14 ≤ σ ≤ 30357,14 kN/m <sup>2</sup>
7.1.1 Fibra Inferior	
σ <sub>i</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	1973,1 OK!
7.1.2 Fibra Superior	
σ <sub>s</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	4176,4 OK!

### 5.2.2.7 Deformações

As deformações também são calculadas pela planilha e podem ser visualizadas na Tabela 5.16.

Tabela 5.16 – Flechas devido a cada carregamento atuante.

Ação	Intensidade	φ(t,t <sub>0</sub> )	I(m <sup>4</sup> )	a (mm)
Protensão	20,338	3,134	0,0003	-10,18
Perda de Protensão	5,06	1,567	0,0003	2,53
PP	2,53	3,134	0,0003	3,99
Capa	1,56	1,88	0,0003	1,85
Revestimento	0,63	1,44	0,0006	0,15
Acidental quase permanente	5,10	1,371	0,0006	1,25

Considerando os limites de contraflecha de L/350 (-15,71 mm) e de flecha como sendo L/250 (22 mm), a contraflecha inicial e final resultante nas etapas são vistas conforme Tabela 5.17.

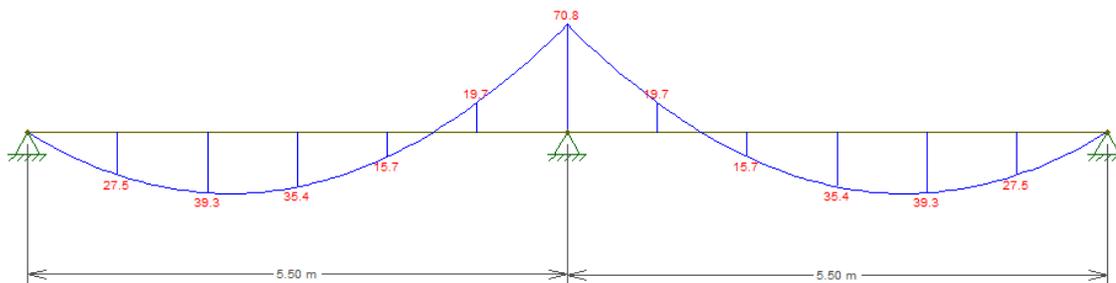
Tabela 5.17 – Flechas inicial e final.

Etapas	Flecha/Contra-flecha (mm)
1ª Fase (Ato da protensão)	-6,19 – VERIFICADO!
2ª Fase (Após cura da capa)	-10,27 – VERIFICADO!

Verifica-se que tanto no ato da protensão como na situação final da laje, a mesma encontra-se dentro dos limites estabelecidos.

### 5.2.2.8 Cálculo da Armadura Negativa

A Figura 5.17, mostra o momento máximo negativo na extremidade contínua da laje alveolar.

Figura 5.17 – Momento fletor negativo ( $M_{d-}$ ) devido aos carregamentos  $g_3$  e  $q$ .

O quadro a seguir mostra o resumo dos dados utilizados para o cálculo da armadura:

<b>Valor do momento atuante (kN.m):</b>	50,59313
<b>Momento de cálculo (kN.m):</b>	70,83038
<b>Valor da largura da laje (<math>b_w</math>) (m):</b>	1,25
<b>Valor da altura útil - <math>d</math> (m):</b>	0,17
<b>Resistência do concreto laje (kN/m<sup>2</sup>):</b>	50000
<b>KMD</b>	0,0549
<b>KX</b>	0,083525
<b>KZ</b>	0,96659
<b><math>\epsilon_s</math></b>	10‰

Pela Equação 43 obtém-se uma armadura de 9,91 cm<sup>2</sup>/painel de laje alveolar, ou seja, são necessárias 8 barras de 12,5 mm espaçadas a cada 15 cm para resistir ao momento negativo da laje. O processo para o detalhamento da armadura negativa de tal pavimento segue o mesmo procedimento descrito no Exemplo 1. Como o cálculo remete a um comportamento do concreto no domínio 2, a verificação da compressão excessiva está satisfeita.

### 5.2.2.9 Verificação do cisalhamento

A verificação do cisalhamento da laje contínua gerou os seguintes resultados, conforme Tabela 5.18:

Tabela 5.18 – Valores de força cortante solicitantes e resistentes.

	<b><math>V_{sd}</math> (kN)</b>	<b><math>V_{Rd1}</math> (kN)</b>	<b><math>V_{Rd2}</math> (kN)</b>
<b>Seção Simples</b>	15,06	49,01	147,38
<b>Seção Composta</b>	79,45	<b>68,64</b>	188,81

Como  $V_{Rd1}$  na situação com seção composta foi menor que o valor solicitante, é necessário utilizar o artifício de preenchimento de alvéolos. Opta-se por preencher após a

liberação da protensão, a maneira de fazer tal verificação deve seguir os procedimentos expostos em 4.2.15.2. A Figura 5.18, mostra a verificação da cortante com o preenchimento de dois alvéolos.

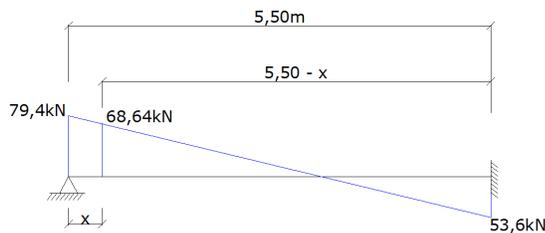
Figura 5.18 – Quadro da planilha que apresenta a verificação da força cortante com o preenchimento de alvéolos após a liberação da protensão.

9.3.2 Preenchimento depois da liberação da protensão		
Alvéolos preenchidos	2	
Área alvéolo (m <sup>2</sup> )	0,01021	Verificação OK!
fctd (kN/m <sup>2</sup> )	2850,14	
k	1,435	
fck do preenchimento	50	
Σbw2 (m)	0,3988	
ρ2	0,0151	
Ac,2 (m <sup>2</sup> )	0,164	
σ <sub>cp,2</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	2284,49	
σ <sub>cp,1</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	3165,15	
Σbw1	0,2848	
Vp,1	0	
Vc,2	86,6332	
<b>Vrd1,a1 (kN)</b>	<b>86,6332</b>	

Como pode ser verificado, o preenchimento de alvéolo faz com que haja um aumento da força cortante resistente de 68,64 kN para 86,63 kN. O comprimento a ser preenchido com concreto de  $f_{ck}$  50 MPa com as mesmas características daquele utilizado na laje deve seguir as especificações da NBR 14861:2011, expostos em 4.2.15.2.

A Figura 5.19, mostra o diagrama de cortante (majorado) onde se somam os valores encontrados de  $V_{Sd}$  antes e depois da cura da capa. Por semelhança de triângulo encontra-se o valor “x”, que deve ser somado a outros valores para obtenção da distância que os alvéolos devem ser preenchidos.

Figura 5.19 – Diagrama de força cortante total da laje.



Efetuando-se a semelhança de triângulo chega-se a um valor de 0,44m, ou seja, o comprimento total de preenchimento dos alvéolos pode ser calculado e resulta em:

$$L_{pr} = 85 \times (0,0095) + 0,44 + 0,15 = 1,40m$$

### 5.2.3 Laje Simplesmente Apoiada

O cálculo da laje simplesmente apoiada foi feito da mesma maneira que o item 5.2.2, a diferença está nos esforços solicitantes já que neste caso a laje se comporta como biapoiada, mesmo depois da cura da capa de concreto, o que altera é que no caso da intensidade da força acidental ( $q$ ), ela diminui para 7,8 kN/m<sup>2</sup>. Com isso, os carregamentos atuantes na laje podem ser vistos na Tabela 5.19:

Tabela 5.19 – Esforços Solicitantes na Laje simplesmente apoiada.

Carregamento	Sigla	Intensidade (kN/m)	Momento (kN.m)
<i>Peso Próprio</i>	g1	2,53	9,57
<i>Capa</i>	g2	1,56	5,91
<i>Revestimento</i>	g3	0,63	2,36
<i>Acidental</i>	q	9,75	36,87
<i>Acidental quase permanente</i>	0,4*q	3,90	14,75
<i>Acidental frequente</i>	0,6*q	5,85	22,12

Efetuando-se as mesmas verificações de 5.2.2.1 a 5.2.2.9, sem considerar o cálculo do item 5.2.2.8, a laje biapoiada fica com as seguintes características:

<i>Número de cabos</i>	6 cordoalhas de 9,5 mm
<i>Perda Inicial</i>	5,84%
<i>Perda diferida</i>	21,78%

Pela Tabela 5.20, podem-se observar os valores de tensões calculados e os limites inferior e superior para cada borda:

Tabela 5.20 – Valores de Tensão nas bordas no ELS.

Tensão	ELS – D	ELS – F
	(0 MPa < $\sigma$ < 30,36MPa)	(-2,85MPa < $\sigma$ < 30,36MPa)
$\sigma_i$	1,30MPa – VERIFICADO!	0,93 MPa – VERIFICADO!
$\sigma_s$	4,74 MPa – VERIFICADO!	5,33 MPa – VERIFICADO!

As deformações podem ser vistas na Tabela 5.21:

Tabela 5.21 – Deformações considerando cada carregamento.

Ação	Intensidade	$\phi(t,t_0)$	$I(m^4)$	a (mm)
Protensão	20,349	3,074	0,0003	-10,18
Perda de Protensão	4,81	1,537	0,0003	2,40
PP	2,53	3,074	0,0003	3,99
Capa	1,56	1,87	0,0003	1,91
Revestimento	0,63	1,45	0,0006	0,37
Acidental quase permanente	3,90	1,384	0,0006	2,30

	$a_{t=0}$	$a_{t=\infty}$
<b>Flecha</b>	-6,19 mm – VERIFICADO!	-7,25 mm – VERIFICADO!

A verificação do cisalhamento pode ser vista Tabela 5.22:

Tabela 5.22 – Valores de força cortante de cálculo e resistentes.

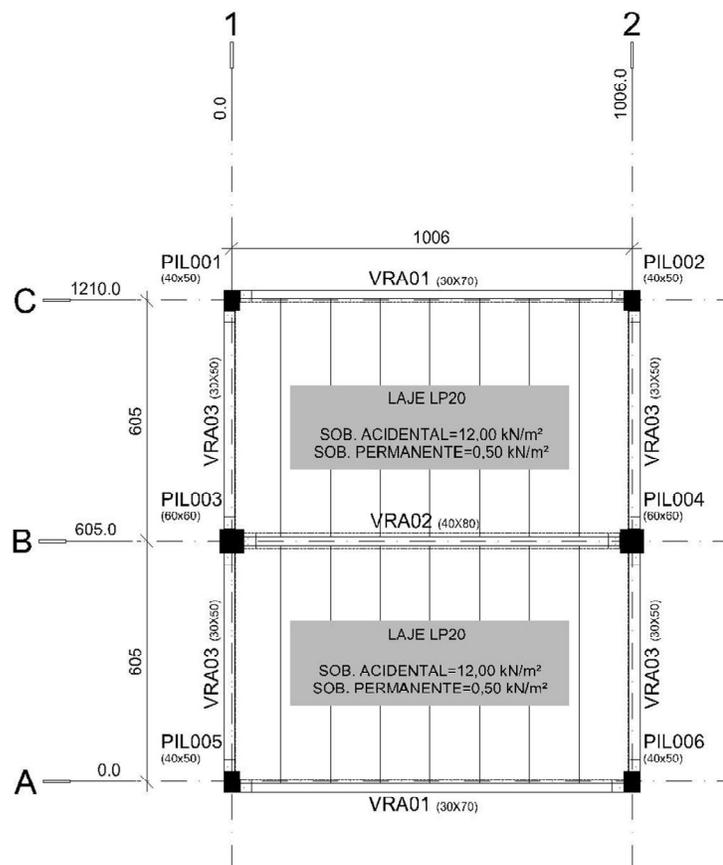
	$V_{sd}$ (kN)	$V_{Rd1}$ (kN)	$V_{Rd2}$ (kN)
<b>Seção Simples</b>	15,06	46,40	138,30
<b>Seção Composta</b>	55,01	65,65	177,14

Como se pode observar o valor de carga acidental ao qual o pavimento composto por lajes contínuas resiste, é de 10,20 kN/m<sup>2</sup>. Efetuando-se os mesmos cálculos para a laje simplesmente apoiada a carga acidental resistida pela mesma é de 7,8 kN/m<sup>2</sup>. Considerando a mesma armadura ativa para ambas as lajes, o aumento da capacidade de carga da laje foi de 23,50%.

### 5.3 EXEMPLO 3: VERIFICAÇÃO DA DESVANTAGEM DA CONTINUIDADE

Neste exemplo procura-se considerar uma situação em que a continuidade não melhora o comportamento do pavimento. Se a mesma laje do Exemplo 1, fosse considerada com um vão de 6 m (Figura 5.20), uma carga de revestimento de  $0,5 \text{ kN/m}^2$  e uma sobrecarga acidental de  $12 \text{ kN/m}^2$ . Utilizando-se as mesmas características dos materiais do Exemplo 1, verifica-se neste exemplo se a utilização da continuidade mostra-se vantajosa.

Figura 5.20 – Pavimento composto por laje alveolar do Exemplo 3.

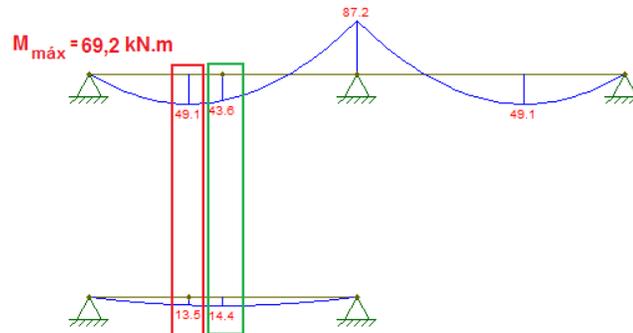


### 5.3.1 Laje Contínua

#### 5.3.1.1 Esforços solicitantes

Conforme pode ser visto na Figura 5.21, o máximo momento positivo ocorreu na região onde o momento é máximo na laje contínua.

Figura 5.21 – Verificação da ocorrência do máximo momento fletor positivo.



A Tabela 5.23, apresenta os esforços solicitantes presentes na Laje alveolar contínua.

Tabela 5.23 – Esforços solicitantes

Carregamento	Sigla	Intensidade (kN/m)	Momento (kN.m)
<i>Peso Próprio</i>	$g_1$	3,21	13,50
<i>Capa</i>	$g_2$	1,56	6,60
<i>Revestimento</i>	$g_3$	0,63	1,60
<i>Acidental</i>	$q$	18,75	47,50
<i>Acidental (quase permanente)</i>	$0,4*q$	7,50	19,00
<i>Acidental (frequente)</i>	$0,6*q$	11,25	28,50

#### 5.3.1.2 Pré-dimensionamento

O quadro a seguir e a Figura 5.22, mostram os dados para o pré-dimensionamento da armadura ativa necessária para o ELU, no tempo infinito.

<b>Momento de cálculo (kN.m):</b>	95,53
<b>Valor da largura da laje (m):</b>	1,2500
<b>Valor da altura útil - d (m):</b>	0,2200
<b>Resistência do concreto capa (kN/m<sup>2</sup>):</b>	25000,0000
<b>KMD</b>	0,0884
<b>KX</b>	0,1376
<b>KZ</b>	0,9450

Figura 5.22 – Quadro da planilha que pré-dimensiona o número de cordoalhas para o tempo infinito no ELU.

3.1 Posição da Linha Neutra	
x (Posição da Linha Neutra) (m)	0,030 <span style="float: right;">ok -&gt; A LN passa na capa</span>
3.2 Determinação de $e_t$	
Tensão inicial nos cabos	
CP190 RB	1453 MPa
Perdas (T $\Rightarrow$ )	18 %
Tensão (T $\Rightarrow$ )	1191,46 MPa
$\sigma_{pi}$	1191,46
$\epsilon_p$ (%)	6,13
$e_t$ (%)	16,13
$\sigma_{pd}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	151,15
3.3 Determinação de $A_p$	
$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	3,04
Cordoalha	9,50
Número de cordoalha	6
$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	3,30

### 5.3.1.3 Tensões no Tempo Zero – Verificação em vazio

Verificando-se a tensão no tempo zero a região onde ela deve ser verificada é a 0,97 m do apoio. A Tabela 5.24, apresenta os valores das tensões nas bordas superior e inferior da laje a 0,97m do apoio.

Tabela 5.24 – Valores de Tensão no tempo zero nas bordas da Laje

Região da Verificação	$\sigma_s > -2,31$ MPa	$\sigma_i < 17$ MPa
<b>0,97 m do apoio</b>	0,19 MPa – VERIFICADO	7,19 MPa – VERIFICADO

Observando a Tabela 5.24, chega-se a conclusão que a laje atende aos limites de tensões previstos pela NBR14861:2011 e, portanto, não é necessária a utilização de cordoalha superior.

### 5.3.1.4 Perdas no Tempo zero

A planilha em *Excel* desenvolvida para o cálculo de lajes calcula então as perdas no tempo zero, e tal verificação pode ser visualizada na Figura 5.23.

Figura 5.23 – Quadro da planilha que apresenta as perdas iniciais. Os valores apresentados são as perdas respectivas em kN/cm<sup>2</sup> e em porcentagem.

<b>1) Perdas de protensão - Iniciais</b> t=1 dia; t <sub>0</sub> =0		<b>1.3) Deformação imediata do concreto</b>	
σ <sub>p,0</sub>	145,3 kN/cm <sup>2</sup>	σ <sub>p</sub>	141,99 kN/cm <sup>2</sup>
M <sub>g,1</sub>	13,50 kN.m	e <sub>p</sub>	0,0762 cm
A <sub>p,inf</sub>	3,3 cm <sup>2</sup>	N <sub>p</sub>	468,57 kN
A <sub>p',sup</sub>	0,00 cm <sup>2</sup>	M <sub>p</sub>	35,71 kN.m
		σ <sub>p,t=1,dia</sub>	6069,60 kN/m <sup>2</sup>
		α <sub>p</sub>	8,14
		Δσ <sub>Def,inf</sub>	4,94 kN/cm <sup>2</sup>
<b>1.1) Deformação por ancoragem</b>		<b>1.4) Resumo (perdas iniciais total)</b>	
Pista	15000,0 m	σ <sub>p,inf,1,dia</sub>	137,05 kN/cm <sup>2</sup>
Δl	0,60 cm	Perda inicial (Inferior)	5,68 %
E <sub>cord</sub>	20500 kN/cm <sup>2</sup>		
Δσ <sub>anco</sub>	0,8200 kN/cm <sup>2</sup>		
<b>1.2) Relaxação da armadura (t<sub>0</sub>=0,t=1 dia)</b>			
σ <sub>p</sub>	144,48 kN/cm <sup>2</sup>		
R	0,76		
ψ <sub>rel</sub>	3,1 %		
ψ <sub>rel,II</sub>	1,723 %		
Δσ <sub>relax</sub>	2,49 kN/cm <sup>2</sup>		

### 5.3.1.5 Perdas no Tempo Infinito

A Figura 5.24, apresenta os valores das perdas diferidas consideradas para o cálculo da laje alveolar contínua.

Figura 5.24 – Quadro da planilha que apresenta as perdas diferidas. Os valores apresentados são as perdas respectivas em kN/cm<sup>2</sup> e em porcentagem.

<b>5.2.1 Perda por Fluência</b>		<b>5.2.4 Simultaneidade das Perdas</b>	
Δσ <sub>c,p</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	12,607	<b>Cordoalhas inferiores</b>	
		Δσ <sub>p(∞,1)</sub>	-23,29 kN/cm <sup>2</sup>
<b>5.2.2 Perda por retração do concreto</b>		<b>5.2.5 Perdas Individuais</b>	
Δσ <sub>p,s</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	-4,72	Δσ <sub>p(∞,1)</sub>	27,27
<b>5.2.3 Perda por relaxação da armadura</b>		<b>5.2.6 RESUMO</b>	
<b>Cordoalhas inferiores</b>		<b>Cordoalhas inferiores</b>	
Δσ <sub>relax</sub>	9,95 kN/cm <sup>2</sup>	σ <sub>p</sub> (∞)	113,76 kN/cm <sup>2</sup>
		Perdas	21,71 %

### 5.3.1.6 Verificação no ELU

A Figura 5.25, apresenta a verificação do ELU no tempo infinito, considerando as perdas diferidas reais.

Figura 5.25 – Quadro da planilha que apresenta a verificação do ELU no tempo infinito, os valores apresentados são MPa e em porcentagem.

6.1 Determinação de $\epsilon_t$		
<b>Tensão inicial nos cabos</b>		
CP190 RB	1453	MPa
Perdas (T $\rightarrow$ )	21,71	%
Tensão (T $\rightarrow$ )	1137,589	MPa
$\sigma_{pi}$	1137,589	
$\epsilon_p$ (‰)	5,549217	
$\epsilon_t$ (‰)	15,54922	
$\sigma_{pd}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	150,96	
6.2 Determinação de $A_p$		
$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	3,04	
Cordoalha	9,50	
Número de cordoalha	7	
$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	3,85	

### 5.3.1.7 Tensões no Tempo Infinito – Verificação

Como a laje está inserida em um ambiente de classe de agressividade II, a protensão é do tipo limitada, portanto, deve-se verificar a laje no Estado Limite de Serviço para descompressão (Figura 5.26) e fissuração (Figura 5.27).

Figura 5.26 – Quadro da planilha que apresenta a verificação do ELS-D no tempo infinito, os valores apresentados são kN/m<sup>2</sup>.

7.1 Combinação Quase permanente (ELS-D)			
Limite da tensão	0	$\leq \sigma \leq$	30357,14 kN/m <sup>2</sup>
<b>7.1.1 Fibra Inferior</b>			
$\sigma_i$ (kN/m <sup>2</sup> )	3323,1		OK!
<b>7.1.2 Fibra Superior</b>			
$\sigma_s$ (kN/m <sup>2</sup> )	2881,6		OK!

Figura 5.27 – Quadro da planilha que apresenta a verificação do ELS-F no tempo infinito. Os valores apresentados são kN/m<sup>2</sup>.

7.2 Combinação Frequente (ELS-F)	
Limite da tensão	-2850,14 ≤ σ ≤ 30357,14 kN/m <sup>2</sup>
7.1.1 Fibra Inferior	
σ <sub>i</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	2352,5 OK!
7.1.2 Fibra Superior	
σ <sub>s</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	3456,3 OK!

### 5.3.1.8 Deformações

As deformações são calculadas pela planilha também e podem ser visualizadas na Tabela 5.25.

Tabela 5.25 – Flechas devido a cada carregamento atuante.

Ação	Intensidade	φ(t,t <sub>0</sub> )	I(m <sup>4</sup> )	a (mm)
Protensão	34,463	3,074	0,0007	-8,80
Perda de Protensão	6,44	1,537	0,0007	1,64
PP	3,21	3,074	0,0007	3,07
Capa	1,56	1,87	0,0007	1,16
Revestimento	0,63	1,45	0,0012	0,11
Acidental quase permanente	7,50	1,384	0,0012	1,30

Considerando os limites de contraflecha de L/350 (-17,14 mm) e de flecha como sendo L/250 (24 mm) a contraflecha inicial e final resultantes nas etapas são vistas conforme Tabela 5.26.

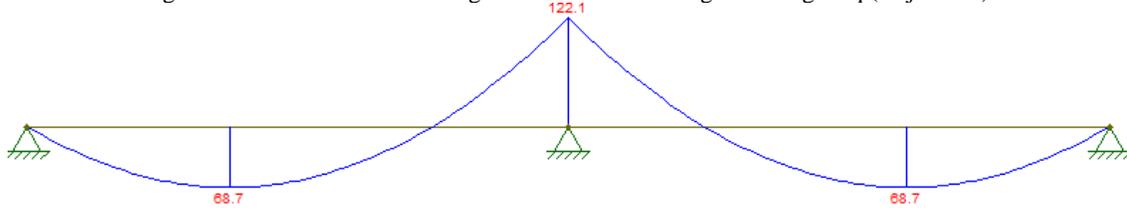
Tabela 5.26 – Flechas inicial e final.

Etapas	Flecha/Contra-flecha (mm)
1ª Fase (Ato da protensão)	-5,73
2ª Fase (Após cura da capa)	-12,46

### 5.3.1.9 Cálculo da Armadura Negativa

A Figura 5.28, mostra o momento fletor máximo negativo na extremidade da laje alveolar.

Figura 5.28 – Momento fletor negativo devido aos carregamentos  $g_3$  e  $q$  (majorados).



O quadro a seguir mostra o resumo dos dados utilizados para o cálculo da armadura:

Momento de cálculo (kN.m):	122,0625
Valor da largura da laje ( $b_w$ ) (m):	1,25
Valor da altura útil - $d$ (m):	0,22
Resistência do concreto laje (kN/m <sup>2</sup> ):	50000
KMD	0,056492
KX	0,086037
KZ	0,965585
$\epsilon_s$	10‰

Obtém-se, portanto, uma armadura de 13,22 cm<sup>2</sup>/painel de laje alveolar, ou seja, são necessárias 7 barras de 12,5 mm espaçadas a cada 12 cm para resistir ao momento negativo.

### 5.3.1.10 Verificação do cisalhamento

A verificação do cisalhamento da laje contínua gerou os seguintes resultados, conforme Tabela 5.27:

Tabela 5.27 – Valores de força cortante solicitantes e resistentes.

	$V_{sd}$ (kN)	$V_{Rd1}$ (kN)	$V_{Rd2}$ (kN)
<b>Seção simples</b>	19,07	62,83	204,41
<b>Seção composta</b>	120,79	<b>82,57</b>	236,19

Como  $V_{Rd1}$  na situação com capa (seção composta) foi menor que o valor solicitante é necessário utilizar o artifício de preenchimento de alvéolos. Verifica-se a laje nas duas situações possíveis, preenchendo os alvéolos antes e depois da liberação da protensão, conforme Figura 5.29 e Figura 5.30, respectivamente.

Figura 5.29 – Quadro da planilha que apresenta a verificação da cortante com o preenchimento de alvéolos antes da liberação da protensão.

9.3.1 Preenchimento antes da liberação da protensão	
Alveolos preenchidos	2
Area alveolo (m <sup>2</sup> )	0,01887
fctd (kN/m <sup>2</sup> )	2850,14
k	1,38
fck do preenchimento	50
Σbw2	0,4222
ρ2	0,0142
Ac,2 (m <sup>2</sup> )	0,210
σ <sub>cp,2</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	2086
Vp,2	0
Vc,2	115,414
<b>Vrd1,a1 (kN)</b>	115,414

Verificação **NÃO OK**

Figura 5.30 – Quadro da planilha que apresenta a verificação da cortante com o preenchimento de alvéolos após a liberação da protensão.

9.3.2 Preenchimento depois da liberação da protensão	
Alveolos preenchidos	2
Area alveolo (m <sup>2</sup> )	0,01887
fctd (kN/m <sup>2</sup> )	2850,14
k	1,38
fck do preenchimento	50
Σbw2	0,4222
ρ2	0,0142
Ac,2 (m <sup>2</sup> )	0,210
σ <sub>cp,2</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	2123,58
σ <sub>cp,1</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	3090,65
Σbw1	0,2672
Vp,1	0
Vc,2	115,414
<b>Vrd1,a1 (kN)</b>	115,414

Verificação **NÃO OK!**

Como se pode observar na Figura 5.29 e na Figura 5.30, a laje alveolar com os carregamentos propostos não passa no quesito cisalhamento, nem mesmo utilizando o artifício de preenchimento de alvéolos.

## 5.3.2 Laje Simplesmente Apoiada

### 5.3.2.1 Esforços solicitantes

A Tabela 5.28, apresenta os esforços solicitantes presentes na Laje alveolar simplesmente apoiada.

Tabela 5.28 – Esforços solicitantes

Carregamento	Sigla	Intensidade (kN/m)	Momento (kN.m)
<i>Peso Próprio</i>	$g_1$	3,21	14,43
<i>Capa</i>	$g_2$	1,56	7,03
<i>Revestimento</i>	$g_3$	0,63	2,81
<i>Acidental</i>	$q$	18,75	84,38
<i>Acidental (quase permanente)</i>	$0,4*q$	7,50	33,75
<i>Acidental (frequente)</i>	$0,6*q$	11,25	50,63

### 5.3.2.2 Pré-dimensionamento

O quadro a seguir e a Figura 5.31, mostram os dados para o pré-dimensionamento da armadura ativa necessária para o ELU no tempo infinito. Neste caso a laje precisa de 9 cordoalhas de 9,5 mm para atender ao ELU.

<b>Momento de cálculo (kN.m):</b>	150,67
<b>Valor da largura da laje (m):</b>	1,25
<b>Valor da altura útil - d (m):</b>	0,22
<b>Resistência do concreto capa (kN/m<sup>2</sup>):</b>	28000
<b>KMD</b>	0,1245
<b>KX</b>	0,1989
<b>KZ</b>	0,9204

Figura 5.31 – Quadro da planilha que pré-dimensiona o número de cordoalhas para o tempo infinito no ELU.

<b>3.1 Posição da Linha Neutra</b>	
x (Posição da Linha Neutra) (m)	0,044 <span style="float: right;">A LN passa na capa</span>
<b>3.2 Determinação de <math>e_t</math></b>	
<b>Tensão inicial nos cabos</b>	
CP190 RB	1453 MPa
Perdas (T $\infty$ )	18 %
Tensão (T $\infty$ )	1191,46 MPa
$\sigma_{pi}$	1191,46
$\epsilon_p$ (‰)	6,13
$e_t$ (‰)	16,13
$\sigma_{pd}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	151,15
<b>3.3 Determinação de <math>A_p</math></b>	
$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	4,92
Cordoalha	9,50
Número de cordoalha	9
$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	4,95

### 5.3.2.3 Tensões no Tempo Zero – Verificação em vazio

Verificando-se a tensão no tempo zero a região onde ocorre a transferência da protensão é a 0,97 m do apoio. A Tabela 5.29, apresenta os valores das tensões nas bordas superior e inferior da laje a 0,97m do apoio.

Tabela 5.29 – Valores de Tensão no tempo zero nas bordas da Laje

Região da Verificação	$\sigma_s > -2,31 \text{ MPa}$	$\sigma_i < 17 \text{ MPa}$
0,97 m do apoio	0,14 MPa – VERIFICADO	11,20 MPa – VERIFICADO

Observando a Tabela 5.29, chega-se a conclusão que a laje atende aos limites de tensões previstos pela NBR14861:2011, portanto, não é necessária a utilização de cordoalha superior.

**5.3.2.4 Perdas no Tempo Zero**

A planilha em *Excel* desenvolvida para o cálculo de lajes pode ser visualizada na Figura 5.32.

Figura 5.32 – Quadro da planilha que apresenta as perdas iniciais. Os valores apresentados são as perdas respectivas em kN/cm<sup>2</sup> e em porcentagem.

<p><b>1) Perdas de protensão - Iniciais</b> t=1 dia; t<sub>0</sub>=0</p> <table border="1"> <tr><td><math>\sigma_{p,0}</math></td><td>145,3</td><td>kN/cm<sup>2</sup></td></tr> <tr><td>M<sub>g,1</sub></td><td>14,43</td><td>kN.m</td></tr> <tr><td>A<sub>p,inf</sub></td><td>4,95</td><td>cm<sup>2</sup></td></tr> <tr><td>A<sub>p',sup</sub></td><td>0,00</td><td>cm<sup>2</sup></td></tr> </table> <p><b>1.1) Deformação por ancoragem</b></p> <table border="1"> <tr><td>Pista</td><td>150,0</td><td>m</td></tr> <tr><td><math>\Delta l</math></td><td>0,60</td><td>cm</td></tr> <tr><td>E<sub>corr</sub></td><td>20500</td><td>kN/cm<sup>2</sup></td></tr> </table> <p><math>\Delta\sigma_{anco}</math> 0,82 kN/cm<sup>2</sup></p>		$\sigma_{p,0}$	145,3	kN/cm <sup>2</sup>	M <sub>g,1</sub>	14,43	kN.m	A <sub>p,inf</sub>	4,95	cm <sup>2</sup>	A <sub>p',sup</sub>	0,00	cm <sup>2</sup>	Pista	150,0	m	$\Delta l$	0,60	cm	E <sub>corr</sub>	20500	kN/cm <sup>2</sup>	<p><b>1.3) Deformação imediata do concreto</b></p> <table border="1"> <tr><td><math>\sigma_p</math></td><td>141,99</td><td>kN/cm<sup>2</sup></td></tr> <tr><td>e<sub>p</sub></td><td>0,0762</td><td>cm</td></tr> <tr><td>e'<sub>p</sub></td><td>0,0638</td><td>cm</td></tr> <tr><td>N<sub>p</sub></td><td>702,85</td><td>kN</td></tr> <tr><td>M<sub>p</sub></td><td>53,56</td><td>kN.m</td></tr> <tr><td><math>\sigma_{s,t=0,000}</math></td><td>1912,68</td><td>kN/m<sup>2</sup></td></tr> <tr><td><math>\alpha_p</math></td><td>8,14</td><td></td></tr> </table> <p><math>\Delta\sigma_{Def,inf}</math> 7,93 kN/cm<sup>2</sup></p>		$\sigma_p$	141,99	kN/cm <sup>2</sup>	e <sub>p</sub>	0,0762	cm	e' <sub>p</sub>	0,0638	cm	N <sub>p</sub>	702,85	kN	M <sub>p</sub>	53,56	kN.m	$\sigma_{s,t=0,000}$	1912,68	kN/m <sup>2</sup>	$\alpha_p$	8,14	
$\sigma_{p,0}$	145,3	kN/cm <sup>2</sup>																																											
M <sub>g,1</sub>	14,43	kN.m																																											
A <sub>p,inf</sub>	4,95	cm <sup>2</sup>																																											
A <sub>p',sup</sub>	0,00	cm <sup>2</sup>																																											
Pista	150,0	m																																											
$\Delta l$	0,60	cm																																											
E <sub>corr</sub>	20500	kN/cm <sup>2</sup>																																											
$\sigma_p$	141,99	kN/cm <sup>2</sup>																																											
e <sub>p</sub>	0,0762	cm																																											
e' <sub>p</sub>	0,0638	cm																																											
N <sub>p</sub>	702,85	kN																																											
M <sub>p</sub>	53,56	kN.m																																											
$\sigma_{s,t=0,000}$	1912,68	kN/m <sup>2</sup>																																											
$\alpha_p$	8,14																																												
<p><b>1.2) Relaxação da armadura (t<sub>0</sub>,0,t=1 dia)</b></p> <table border="1"> <tr><td><math>\sigma_p</math></td><td>144,48</td><td>kN/cm<sup>2</sup></td></tr> <tr><td>R</td><td>0,76</td><td></td></tr> <tr><td><math>\psi_{rel}</math></td><td>3,1</td><td>%</td></tr> <tr><td><math>\psi_{rel,inf}</math></td><td>1,723</td><td>%</td></tr> </table> <p><math>\Delta\sigma_{rela}</math> 2,49 kN/cm<sup>2</sup></p>		$\sigma_p$	144,48	kN/cm <sup>2</sup>	R	0,76		$\psi_{rel}$	3,1	%	$\psi_{rel,inf}$	1,723	%	<p><b>1.4) Resumo (perdas iniciais total)</b></p> <table border="1"> <tr><td><math>\sigma_{p,inf,1dia}</math></td><td>134,07</td><td>kN/cm<sup>2</sup></td></tr> </table> <p>Perda inicial (Inferior) 7,73 %</p>		$\sigma_{p,inf,1dia}$	134,07	kN/cm <sup>2</sup>																											
$\sigma_p$	144,48	kN/cm <sup>2</sup>																																											
R	0,76																																												
$\psi_{rel}$	3,1	%																																											
$\psi_{rel,inf}$	1,723	%																																											
$\sigma_{p,inf,1dia}$	134,07	kN/cm <sup>2</sup>																																											

**5.3.2.5 Perdas no Tempo Infinito**

A Figura 5.33, apresenta os valores das perdas diferidas consideradas para o cálculo da laje alveolar contínua.

Figura 5.33 – Quadro da planilha que apresenta as perdas diferidas, os valores apresentados são as perdas respectivas em kN/cm<sup>2</sup> e em porcentagem.

<b>5.2.1 Perda por Fluência</b>		<b>5.2.4 Simultaneidade das Perdas</b>	
$\Delta\sigma_{c,p}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	19,503	<b>Cordoalhas inferiores</b>	
<b>5.2.2 Perda por retração do concreto</b>		$\Delta\sigma_{p(\infty)}$	-27,36 kN/cm <sup>2</sup>
$\Delta\sigma_{p,s}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	-4,72	<b>5.2.5 Perdas Individuais</b>	
<b>5.2.3 Perda por relaxação da armadura</b>		$\Delta\sigma_{p(\infty)}$	33,23
<b>Cordoalhas inferiores</b>		<b>5.2.6 RESUMO</b>	
$\Delta\sigma_{p,r}$	9,01 kN/cm <sup>2</sup>	<b>Cordoalhas inferiores</b>	
		$\sigma_p$ (∞)	106,70 kN/cm <sup>2</sup>
		Perdas	26,56 %

### 5.3.3 Verificação no ELU

A Figura 5.34, apresenta a verificação do ELU no tempo infinito, considerando as perdas diferidas reais.

Figura 5.34 – Quadro da planilha que apresenta a verificação do ELU no tempo infinito, os valores apresentados são MPa e em porcentagem.

<b>6.1 Determinação de <math>\epsilon_t</math></b>	
<b>Tensão inicial nos cabos</b>	
CP190 RB	1453 MPa
Perdas (T ∞)	26,56 %
Tensão (T ∞)	1067,039 MPa
$\sigma_{pi}$	1067,039
$\epsilon_p$ (‰)	5,21
$\epsilon_t$ (‰)	15,21
$\sigma_{pd}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	150,8
<b>6.2 Determinação de <math>A_p</math></b>	
$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	4,93
Cordoalha	9,50
Número de cordoalha	9
$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	4,95

#### 5.3.3.1 Tensões no Tempo Infinito – Verificação

Como a laje está inserida em um ambiente de classe de agressividade II, a protensão é do tipo limitada, portanto, deve-se verificar a laje no Estado Limite de Serviço para descompressão (Figura 5.35) e fissuração (Figura 5.36).

Figura 5.35 – Quadro da planilha que apresenta a verificação do ELS-D no tempo infinito, os valores apresentados são kN/m<sup>2</sup>.

7.1 Combinação Quase permanente (ELS-D)				
Limite da tensão	0	≤ σ ≤	35000	kN/m <sup>2</sup>
7.1.1 Fibra Inferior				
σ <sub>i</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	3231,4			OK!
7.1.2 Fibra Superior				
σ <sub>s</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	3812,1			OK!

Figura 5.36 – Quadro da planilha que apresenta a verificação do ELS-F no tempo infinito, os valores apresentados são kN/m<sup>2</sup>.

7.2 Combinação Frequente (ELS-F)				
Limite da tensão	-2850,14	≤ σ ≤	35000	kN/m <sup>2</sup>
7.1.1 Fibra Inferior				
σ <sub>i</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	1507,3			OK!
7.1.2 Fibra Superior				
σ <sub>s</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	4833,1			OK!

### 5.3.3.2 Deformações

As deformações são calculadas pela planilha também e podem ser visualizadas na Tabela 5.30.

Tabela 5.30 – Flechas devido a cada carregamento atuante.

Ação	Intensidade	φ(t,t <sub>0</sub> )	I(m <sup>4</sup> )	a (mm)
Protensão	50,568	3,074	0,0007	-12,91
Perda de Protensão	12,54	1,537	0,0007	3,20
PP	3,21	3,074	0,0007	3,07
Capa	1,56	1,87	0,0007	1,70
Revestimento	0,63	1,45	0,0012	0,37
Acidental quase permanente	7,50	1,384	0,0012	4,43

Considerando os limites de contraflecha de L/350 (-17,14 mm) e de flecha como sendo L/250 (24 mm), a contraflecha (inicial e final) resultante nas etapas são vistas conforme Tabela 5.31.

Tabela 5.31 – Flechas inicial e final.

<b>Etapas</b>	<b>Flecha/Contra-flecha (mm)</b>
1ª Fase (Ato da protensão)	-9,84
2ª Fase (Após cura da capa)	-15,59

### 5.3.3.3 Verificação do cisalhamento

A verificação do cisalhamento da laje simplesmente apoiada gerou os seguintes resultados, conforme Tabela 5.32:

Tabela 5.32 – Valores de força cortante solicitantes e resistentes.

	<b>V<sub>sd</sub> (kN)</b>	<b>V<sub>Rd1</sub> (kN)</b>	<b>V<sub>Rd2</sub> (kN)</b>
<b>Seção simples</b>	19,07	72,54	204,41
<b>Seção composta</b>	100,45	<b>91,93</b>	236,19

Como se pode observar o valor solicitante da força cortante da laje simplesmente apoiada com a seção composta, é maior que o resistente. Portanto, é necessário verificar se resistência à força cortante aumenta com o preenchimento de alvéolos. Verifica-se, então, o preenchimento de dois alvéolos após a liberação da protensão, conforme Figura 5.37.

Figura 5.37 – Quadro da planilha que apresenta a verificação do aumento da resistência à força cortante com o preenchimento de alvéolos, após a liberação da protensão.

9.3.2 Preenchimento depois da liberação da protensão		
Alvéolos preenchidos	2	
Área alveolo (m <sup>2</sup> )	0,01887	Verificação OK!
fctd (kN/m <sup>2</sup> )	2850,14	
k	1,38	
fck do preenchimento	50	
Σbw2	0,4222	
ρ2	0,0041	
Ac,2 (m <sup>2</sup> )	0,226	
σ <sub>cp,2</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	1982,32	
σ <sub>cp,1</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	2825,64	
Σbw1	0,2672	
V <sub>p,1</sub>	24,9153	
V <sub>c,2</sub>	89,1014	
<b>V<sub>rd1,a1</sub> (kN)</b>	<b>114,017</b>	

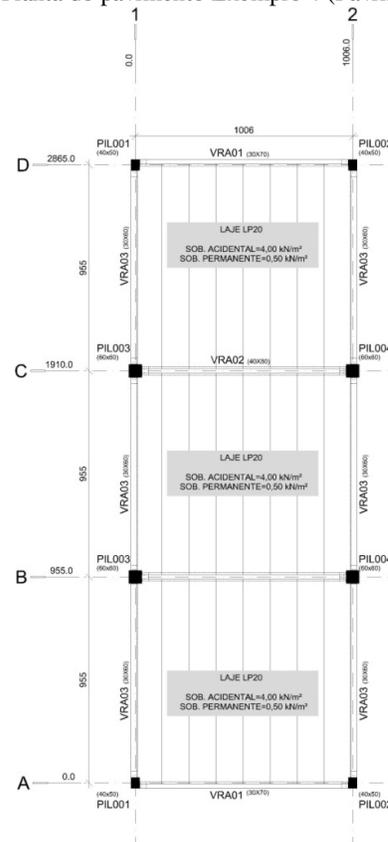
Conforme se observa na Figura 5.37, o valor da força cortante resistente aumentou para 114,02 kN, superando em aproximadamente 14kN o valor da força cortante solicitante. Portanto, conclui-se que a laje simplesmente apoiada fica dentro dos limites em todas as verificações feitas anteriormente, ao contrário da laje contínua.

Desta forma, a continuidade não se mostrou vantajosa, pois a mesma laje calculada como simplesmente apoiada passa em todas as verificações, conforme pode ser visto no item 5.3.2.

## 5.4 EXEMPLO 4: ALTERNÂNCIA DE CARGA

O Exemplo 4 tem como objetivo fazer um estudo sobre a consideração da alternância da carga acidental em um pavimento contínuo. Ou seja, deseja-se verificar se, conforme explicado em 3.2.2.3, a consideração de alternância de cargas aumenta ou não os esforços solicitantes presentes na laje. Além disso, neste exemplo são verificados ainda a interface entre a capa e a laje e o fendilhamento longitudinal. Como o pavimento é composto por três tramos de 9,5 m cada, as lajes da extremidade (apoio-engaste) são verificadas. Os seguintes dados foram utilizados: laje com altura de 20 cm, três tramos com vão de 9,50 m (Figura 5.38), concreto da laje com  $f_{cj} = 28$  MPa (sendo  $j=20$  horas),  $f_{ck}$  da laje de 50MPa, capa com espessura de 5 cm e resistência de 25 MPa, aço CP190 RB e  $E_p = 2,05 \times 10^5$  MPa.

Figura 5.38 – Planta do pavimento Exemplo 4 (Pavimento contínuo).



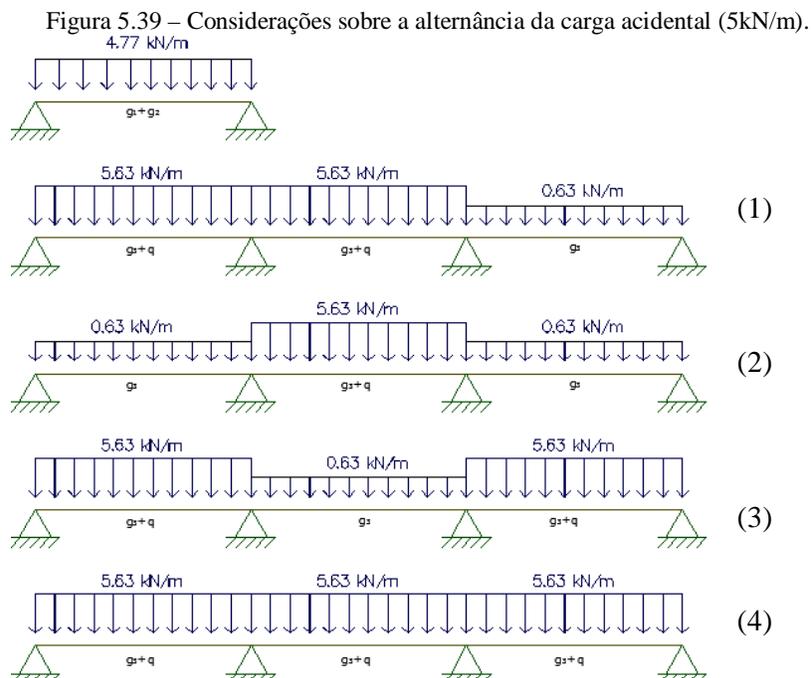
Os fatores de redução adotados foram  $\Psi_1 = 0,6$  e  $\Psi_2 = 0,4$ . As características geométricas podem ser vistas na Tabela 5.2.

### 5.4.1 Verificação da utilização da alternância de cargas

Conforme recomendado pela NBR 6118:2007, verificam-se as cargas variáveis presentes no pavimento e, sendo superiores a 20% da carga total considera-se a alternância. Sendo os carregamentos: peso próprio (2,56 kN/m<sup>2</sup>), capa (1,25 kN/m<sup>2</sup>), revestimento (0,50kN/m<sup>2</sup>) e uma carga variável (4 kN/m<sup>2</sup>), a carga total presente no pavimento é de 8,31 kN/m<sup>2</sup>, como a carga variável representa 48% da carga total, deve ser considerada a alternância de cargas.

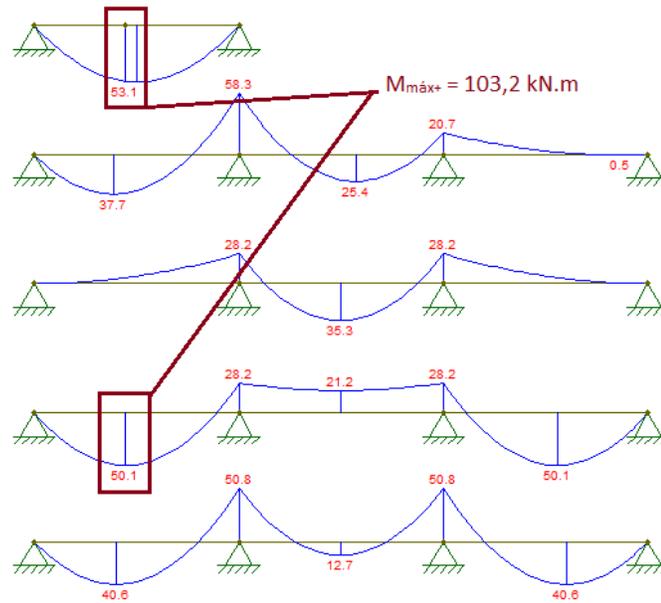
### 5.4.2 Laje Contínua – Dimensionamento

Para o cálculo dos máximos esforços solicitantes, foram feitas quatro hipóteses de carregamento para a laje, quando a mesma já é considerada contínua conforme a Figura 5.39. A primeira delas considerando a presença da carga acidental nos dois primeiros tramos, a segunda considerando a carga acidental somente no tramo intermediário, a terceira considerando a carga acidental nas duas extremidades e a quarta hipótese considerando a carga acidental atuando em todo o pavimento.



Os esforços solicitantes resultantes da alternância de cargas podem ser vistos na Figura 5.40, onde se destaca o momento fletor máximo positivo para o cálculo da armadura ativa da laje.

Figura 5.40 – Verificação da ocorrência do máximo momento fletor positivo.



A Tabela 5.33, apresenta os esforços solicitantes presentes na Laje alveolar contínua.

Tabela 5.33 – Esforços solicitantes

Carregamento	Sigla	Intensidade (kN/m)	Momento (kN.m)
<i>Peso Próprio</i>	g <sub>1</sub>	3,21	35,80
<i>Capa</i>	g <sub>2</sub>	1,56	17,40
<i>Revestimento</i>	g <sub>3</sub>	0,31	4,40
<i>Acidental</i>	q	5,00	45,70
<i>Acidental (quase permanente)</i>	0,4*q	2,00	18,28
<i>Acidental (frequente)</i>	0,6*q	3,00	27,42

### 5.4.2.1 Pré-dimensionamento

O quadro a seguir e a Figura 5.41, mostram os dados para o pré-dimensionamento da armadura ativa necessária para o ELU no tempo infinito.

<b>Momento de cálculo (kN.m):</b>	141,04
<b>Valor da largura da laje (m):</b>	1,25
<b>Valor da altura útil - d (m):</b>	0,22
<b>Resistência do concreto capa (kN/m<sup>2</sup>):</b>	25000
<b>KMD</b>	0,1305
<b>KX</b>	0,2095
<b>KZ</b>	0,9162

Figura 5.41 – Quadro da planilha que pré-dimensiona o número de cordoalhas para o tempo infinito no ELU.

3.1 Posição da Linha Neutra	
$c$ (Posição da Linha Neutra) (m)	0,046 <span style="float: right;">ok -&gt; A LN passa na capa</span>
3.2 Determinação de $e_t$	
Tensão inicial nos cabos	
CP190 RB	1453 MPa
Perdas ( $T_{\infty}$ )	18 %
Tensão ( $T_{\infty}$ )	1191,46 MPa
$\sigma_{pi}$	1191,46
$\epsilon_p$ (‰)	6,13
$e_t$ (‰)	16,13
$\sigma_{pd}$ ( $kN/cm^2$ )	151,15
3.3 Determinação de $A_p$	
$A_p$ ( $cm^2$ )	4,63
Cordoalha	12,70
Número de cordoalha	5
$A_p$ ( $cm^2$ )	5,05

#### 5.4.2.2 Tensões no tempo zero – Verificação em vazio

Verificando-se a tensão no tempo zero a região onde esta deve ser verificada é a 1,29 m do apoio. A Tabela 5.34 apresenta os valores das tensões nas bordas superior e inferior da laje a 1,29 m do apoio.

Observando a Tabela 5.34, chega-se a conclusão que a laje atende aos limites de tensões previstos pela NBR 14861:2011.

Tabela 5.34 – Valores de Tensão no tempo zero nas bordas da Laje

Região da Verificação	$\sigma_s > -2,31$ MPa	$\sigma_i < 17$ MPa
<b>0,97 m do apoio</b>	0,59 MPa – VERIFICADO	10,92 MPa – VERIFICADO

#### 5.4.2.3 Perdas

As perdas foram calculadas de acordo com as prescrições do item 4.2.9.1, através da planilha desenvolvida em Excel, mostrada nos exemplos anteriores. Como os cálculos das perdas não apresentam diferenças no método dos exemplos anteriores, elas são apresentadas na Tabela 5.35.

Tabela 5.35 – Porcentagem das perdas iniciais e finais do Exemplo 5.4

<b>Perdas no tempo zero</b>	6,56%
<b>Perdas diferidas</b>	22,50%

### 5.4.2.4 Verificação no ELU

A Figura 5.42 apresenta a verificação do ELU no tempo infinito, considerando as perdas diferidas reais. Conforme pode ser observado não houve alteração na quantidade de cabos.

Figura 5.42 – Quadro da planilha que apresenta a verificação do ELU no tempo infinito. Os valores apresentados são MPa e em porcentagem.

6.1 Determinação de $e_t$	
<b>Tensão inicial nos cabos</b>	
CP190 RB	1453 MPa
Perdas ( $T_{\infty}$ )	22,50 %
Tensão ( $T_{\infty}$ )	1126,11 MPa
$\sigma_{pi}$	1126,10677
$\epsilon_p$ (‰)	5,77
$\epsilon_t$ (‰)	15,77
$\sigma_{pd}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	151
6.2 Determinação de $A_p$	
$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	4,63
Cordoalha	12,70
Número de cordoalha	5
$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	5,05

### 5.4.2.5 Tensões no Tempo Infinito – Verificação

Como a laje está inserida em um ambiente de classe de agressividade II, a protensão é do tipo limitada, portanto, deve-se verificar a laje no Estado Limite de Serviço para descompressão (Figura 5.43) e fissuração (Figura 5.44).

Figura 5.43 – Quadro da planilha que apresenta a verificação do ELS-D no tempo infinito, os valores apresentados são kN/m<sup>2</sup>.

7.1 Combinação Quase permanente (ELS-D)	
Limite da tensão	0 ≤ $\sigma$ ≤ 30357,14 kN/m <sup>2</sup>
7.1.1 Fibra Inferior	
$\sigma_i$ (kN/m <sup>2</sup> )	2393,8 OK!
7.1.2 Fibra Superior	
$\sigma_s$ (kN/m <sup>2</sup> )	6888,9 OK!

Figura 5.44 – Quadro da planilha que apresenta a verificação do ELS-F no tempo infinito, os valores apresentados são kN/m<sup>2</sup>.

7.2 Combinação Frequente (ELS-F)	
Limite da tensão	-2850,14 ≤ σ ≤ 30357,14 kN/m <sup>2</sup>
7.1.1 Fibra Inferior	
σ <sub>i</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	2175,4 OK!
7.1.2 Fibra Superior	
σ <sub>s</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	7345,9 OK!

#### 5.4.2.6 Deformações

As deformações também são calculadas pela planilha e podem ser visualizadas na Tabela 5.36.

Tabela 5.36 – Flechas devido a cada carregamento atuante.

Ação	Intensidade	φ(t,t <sub>0</sub> )	I(m <sup>4</sup> )	a (mm)
Protensão	52,247	3,074	0,0007	-33,43
Perda de Protensão	10,83	1,537	0,0007	6,93
PP	3,21	3,074	0,0007	19,22
Capa	1,56	1,87	0,0007	9,30
Revestimento	0,31	1,45	0,0012	1,17
Acidental quase permanente	2,13	1,384	0,0012	5,40

Considerando os limites de contraflecha de L/350 (-27,14 mm) e de flecha como sendo L/250 (38 mm), a contraflecha inicial e flecha final resultantes nas etapas são vistas conforme Tabela 5.37.

Tabela 5.37 – Flechas inicial e final.

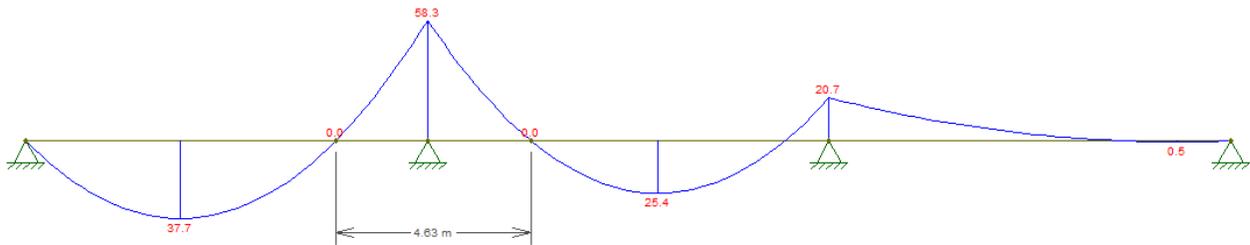
Etapas	Flecha/Contra-flecha (mm)
1ª Fase (Ato da protensão)	-14,21 – VERIFICADO!
2ª Fase (Após cura da capa)	2,13 – VERIFICADO!

Verifica-se que tanto no ato da protensão como na situação final da laje, a mesma encontra-se dentro dos limites estabelecidos.

#### 5.4.2.7 Cálculo da Armadura Negativa

Pela Figura 5.40 e Figura 5.45, pode-se observar que o máximo momento negativo, considerando a alternância de cargas é de 58,3 kN.m.

Figura 5.45 – Momento fletor máximo negativo considerando a alternância de cargas



O quadro a seguir mostra o resumo dos dados utilizados para o cálculo da armadura:

<b>Valor do momento atuante (kN.m):</b>	58,3
<b>Momento de cálculo (kN.m):</b>	81,62
<b>Valor da largura da laje (<math>b_w</math>) (m):</b>	1,25
<b>Valor da altura útil - <math>d</math> (m):</b>	0,22
<b>Resistência do concreto laje (kN/m<sup>2</sup>):</b>	50000
<b>KMD</b>	0,037775
<b>KX</b>	0,056843
<b>KZ</b>	0,977263
<b><math>\epsilon_s</math></b>	10‰

Pela Equação 43 obtém-se uma armadura de 8,73 cm<sup>2</sup>/painel de laje alveolar, ou seja, são necessárias 7 barras de 12,5 mm espaçadas a cada 15 cm para resistir ao momento negativo da laje. Ao se efetuar o cálculo do comprimento de ancoragem da armadura chega-se a conclusão que das sete barras necessárias quatro delas devem ter 6 metros de comprimento e três delas devem ter 3 metros de comprimento. O modelo de detalhamento de tal armadura segue, assim como todos os outros exemplos, os procedimentos especificados no Exemplo 1.

#### 5.4.2.8 Verificação do cisalhamento

A verificação do cisalhamento da laje contínua gerou os seguintes resultados, conforme Tabela 5.38.

Tabela 5.38 – Valores de força cortante solicitantes e resistentes.

	<b><math>V_{sd}</math> (kN)</b>	<b><math>V_{Rd1}</math> (kN)</b>	<b><math>V_{Rd2}</math> (kN)</b>
<b>Seção Simples</b>	30,20	73,40	204,41
<b>Seção Composta</b>	40,30	74,80	236,19

#### 5.4.2.9 Verificação do cisalhamento junto à interface

A partir das Equações 15 e 16 é possível realizar a verificação do cisalhamento entre a capa e a laje, como a laje não possui armadura para resistir ao cisalhamento somente a parcela referente ao concreto é a resistente.

$$\tau_{sd} \leq \beta_c \cdot f_{td} < 0,25 f_{cd}$$

$$F_{md} = \frac{M_d}{kzxd} = \frac{141,04}{(0,9162 \times 0,22)} = 699,7 \text{ kN}$$

$$\frac{699,7}{(3,10 \times 1,25)} \leq 0,45 \left( \frac{0,21 \sqrt[3]{25^2}}{1,4} \right) \times 1000 < 0,25 \frac{50000}{1,4}$$

$$180,57 \text{ kN/m}^2 \leq 577 \text{ kN/m}^2 < 8928,6 \text{ kN/m}^2$$

Como o valor da tensão atende ao limite, a laje pode ser calculada como monolítica.

#### 5.4.2.10 Resistência ao fendilhamento longitudinal

A partir do exposto em 4.2.16, é possível verificar se a laje deste exemplo resiste ao fendilhamento longitudinal, através das verificações a seguir.

$$\sigma_{sp} \leq f_{ctk,inf}$$

$$\sigma_{sp} = \frac{P_0}{b_w \cdot e_p} \cdot \frac{15\alpha_e^{2,3} + 0,07}{1 + \left( \frac{l_{pt1}}{e_p} \right)^{1,5} \cdot (1,3\alpha_e + 0,1)}$$

Verificação para armadura ativa inferior:

$$W_t = \frac{I}{e_t} = \frac{I}{d - e_b} = \frac{9,56 \cdot 10^{-5}}{(0,2 - 0,938)} = 9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$k = \frac{W_t}{A_{nerv}} = \frac{9 \cdot 10^{-4}}{0,0189} = 0,048 \text{ m}$$

$$\alpha_e = \frac{(0,0762 - 0,048)}{0,20} = 0,141$$

$$P_0 = \sigma A = (145,3 - 145,3 \cdot 0,0656) \cdot 5,05 = 694,63 \text{ kN}$$

Como foram utilizados 5 cabos e as nervuras possuem apenas 1 cabo cada uma,  $P_0$  na nervura é de 138,93 kN/cabo. Portanto, com todos os valores necessários para o cálculo de  $\sigma_{sp}$  determinados, é possível prosseguir na verificação do fendilhamento longitudinal.

$$\sigma_{sp} = \frac{138,93}{0,035 \cdot 0,0762} \cdot \frac{15 \cdot 0,141^{2,3} + 0,07}{1 + \left(\frac{0,75}{0,0762}\right)^{1,5} \cdot (1,3 \cdot 0,141 + 0,1)} = 1,26 \text{ MPa}$$

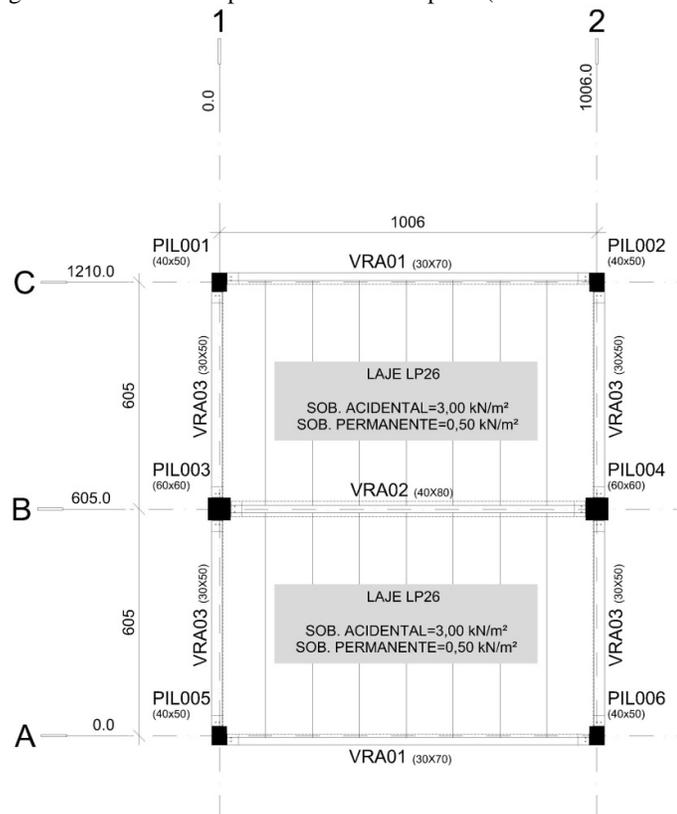
$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot 0,3 \cdot 28^{2/3} = 1,94 \text{ MPa}$$

$$\therefore \sigma_{sp} < f_{ctk,inf} \rightarrow \text{Fendilhamento não ocorre!}$$

## 5.5 EXEMPLO 5: CONSIDERAÇÃO DE CARGA CONCENTRADA MÓVEL

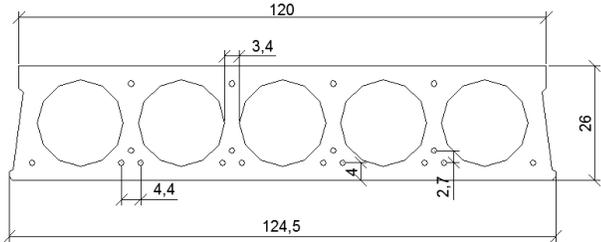
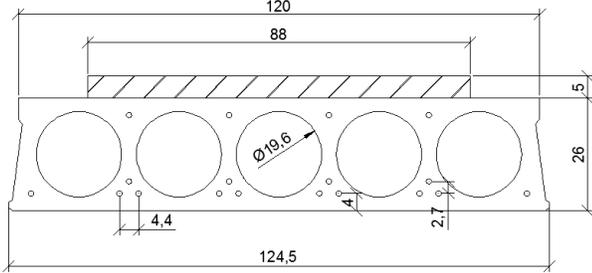
O Exemplo 5 tem como objetivo fazer um estudo considerando uma empilhadeira que transita sobre um pavimento contínuo e outro simplesmente apoiado. O pavimento é composto por dois tramos de 6 metros cada. Os seguintes dados foram utilizados: laje com altura de 26 cm, concreto da laje com  $f_{cj} = 28$  MPa (sendo  $j=20$  horas),  $f_{ck}$  da laje de 50MPa, capa com espessura de 5 cm e resistência de 25 MPa, aço CP190 RB e  $E_p = 2,05 \times 10^5$  MPa. A Figura 5.46 apresenta a planta do pavimento contínuo.

Figura 5.46 – Planta do pavimento do Exemplo 5 (Pavimento contínuo).



Os fatores de redução adotados foram  $\Psi_1 = 0,6$  e  $\Psi_2 = 0,4$ . As características geométricas podem ser vistas na Tabela 5.39.

Tabela 5.39 – Características Geométricas da Laje 26cm.

Seção transversal da Laje Alveolar de 26 cm	Características Geométricas
 <p style="text-align: center;">Seção Simples</p>	Perímetro = 6,05 m Área = 0,1627 m <sup>2</sup> $y_s = 0,1284$ m $I = 0,0015$ m <sup>4</sup> $W_s = 0,0114$ m <sup>3</sup> $W_i = 0,0110$ m <sup>3</sup> $e_s = 0,0916$ m
 <p style="text-align: center;">Seção Composta</p>	Perímetro = 6,15 m Área = 0,2067 m <sup>2</sup> $y_s = 0,1617$ m $I = 0,0023$ m <sup>4</sup> $W_s = 0,0142$ m <sup>3</sup> $W_i = 0,0155$ m <sup>3</sup> $e_c = 0,1083$ m

### 5.5.1 Carregamentos

Os carregamentos presentes no pavimento em estudo são: peso próprio da laje, capa de concreto, revestimento, sobrecarga acidental (acesso ao público) e a empilhadeira (STILL R60-16I). Os dados referentes a empilhadeira podem ser vistos a seguir, na Tabela 5.40.

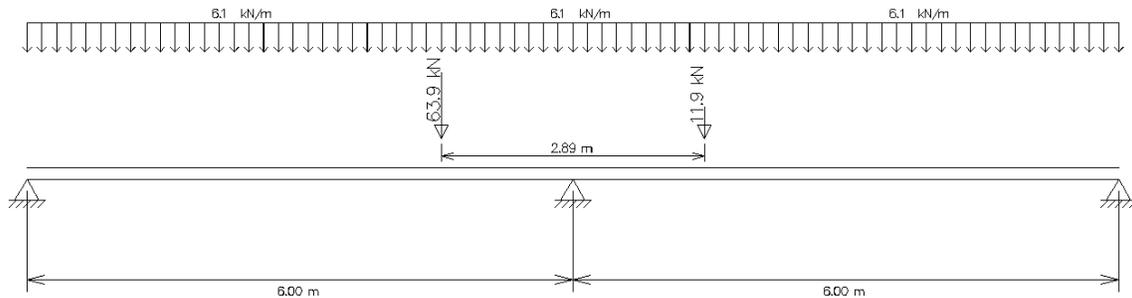
Tabela 5.40 – Dados da Empilhadeira STILL R60-16I.

<b>Peso da empilhadeira</b>	3446 kg
<b>Carga no eixo dianteiro, com carga</b>	4256 kg
<b>Carga no eixo traseiro, com carga</b>	790 kg
<b>Comprimento total</b>	289,2 cm
<b>Largura total</b>	108,4 cm
<b>Largura entre rodas (dianteiras)</b>	92,70 cm
<b>Largura entre rodas (traseiras)</b>	82,50 cm
<b>Capacidade de carga</b>	1600 kg

A Figura 5.47 mostra o trem tipo da empilhadeira majorado, considerando como carga distribuída os carregamentos de revestimento ( $g_3$ ) de 0,50kN/m<sup>2</sup> e sobrecarga acidental de 3kN/m<sup>2</sup>.

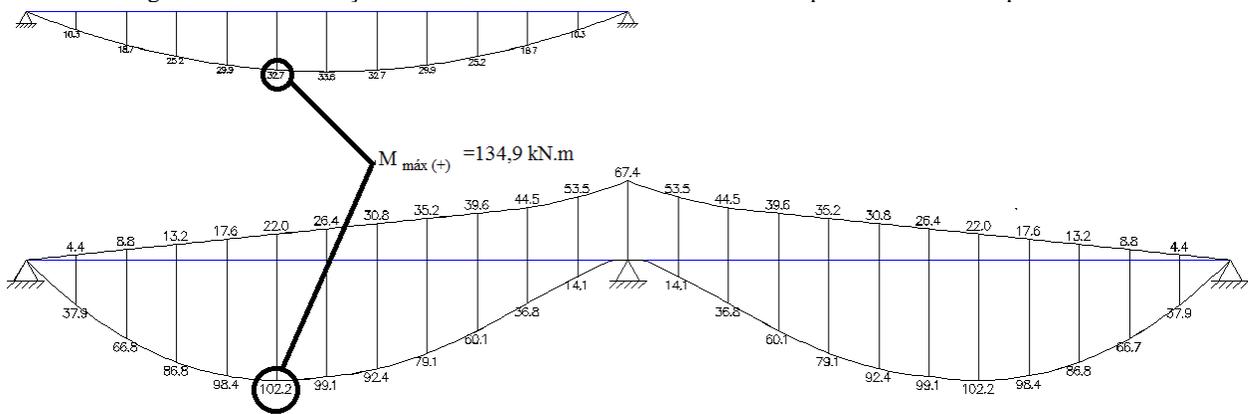
Além destes carregamentos ainda estão atuando no pavimento o peso próprio da laje de 3,25 kN/m<sup>2</sup> e o peso da capa de 1,25 kN/m<sup>2</sup>, porém os esforços solicitantes referentes a tais carregamentos são calculados a partir da laje simplesmente apoiada.

Figura 5.47 – Trem tipo da empilhadeira considerando revestimento e sobrecarga acidental.



A Figura 5.48 mostra os valores de momento fletor positivo e negativo para a laje contínua quando a empilhadeira, revestimento e sobrecarga acidental estão atuando e o momento fletor positivo da primeira fase (laje sem capa). O momento fletor máximo positivo total ocorre a 2,50 m do apoio e vale 134,90 kN.m. Portanto, a laje deve ser dimensionada de forma a resistir a tal momento fletor positivo, e a armadura de continuidade deve resistir a um momento máximo de 67,40 kN.m.

Figura 5.48 – Verificação da ocorrência do máximo momento fletor positivo atuante no pavimento.



A Tabela 5.41, apresenta os esforços solicitantes presentes na Laje alveolar contínua.

Tabela 5.41 – Esforços solicitantes

Carregamento	Sigla	Intensidade (kN/m)	Momento (kN.m)
Peso Próprio	$g_1$	4,07	17,80
Capa	$g_2$	1,56	6,80
Revestimento	$g_3$	0,63	1,60
Acidental	$q$	5,31	63,50
Acidental (quase permanente)	$0,4*q$	2,13	25,40
Acidental (frequente)	$0,6*q$	3,19	38,10

### 5.5.1.1 Pré-dimensionamento

O quadro a seguir e a Figura 5.49, mostram os dados para o pré-dimensionamento da armadura ativa necessária para o ELU no tempo infinito.

<b>Momento de cálculo (kN.m):</b>	134,90
<b>Valor da largura da laje (m):</b>	1,2500
<b>Valor da altura útil - d (m):</b>	0,2700
<b>Resistência do concreto capa (kN/m<sup>2</sup>):</b>	25000,0000
<b>KMD</b>	0,0829
<b>KX</b>	0,1285
<b>KZ</b>	0,9486

Figura 5.49 – Quadro da planilha que pré-dimensiona o número de cordoalhas para o tempo infinito no ELU.

3.1 Posição da Linha Neutra	
x (Posição da Linha Neutra) (m)	0,035 <span style="float: right;">ok -&gt; A LN passa na capa</span>
3.2 Determinação de $\epsilon_t$	
Tensão inicial nos cabos	
CP190 RB	1453 MPa
Perdas (T $\Rightarrow$ )	18 %
Tensão (T $\Rightarrow$ )	1191,46 MPa
$\sigma_{pi}$	1191,46
$\epsilon_p$ (‰)	6,13
$\epsilon_t$ (‰)	16,13
$\sigma_{pd}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	151,15
3.3 Determinação de $A_p$	
$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	3,48
Cordoalha	9,50
Número de cordoalha	8
$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	4,40

Observa-se, portanto, que no pré-dimensionamento são necessárias 8 cordoalhas de 9,5 mm, para atender ao ELU.

### 5.5.1.2 Tensões no tempo zero – Verificação em vazio

Verificando-se a tensão no tempo zero na região a 0,96 m do apoio. A Tabela 5.42 apresenta os valores das tensões nas bordas superior e inferior da laje.

Tabela 5.42 – Valores de Tensão no tempo zero nas bordas da Laje.

Região da Verificação	$\sigma_s > -2,31$ MPa	$\sigma_i < 17$ MPa
<b>0,96 m do apoio</b>	-0,29 MPa – VERIFICADO	7,84 MPa – VERIFICADO

### 5.5.1.3 Perdas

As perdas foram calculadas de acordo com as prescrições do item 4.2.9.1, através da planilha desenvolvida em Excel, apresentada nos exemplos anteriores e podem ser vistas na Tabela 5.43.

Tabela 5.43 – Porcentagem das perdas iniciais e finais do Exemplo 4.

<b>Perdas no tempo zero</b>	5,81%
<b>Perdas diferidas</b>	22,50%

### 5.5.1.4 Verificação no ELU

A verificação do ELU, considerando as perdas reais diferidas, resultou no mesmo número de cordoalhas, ou seja, 8 cordoalhas de 9,5 mm.

### 5.5.1.5 Tensões no tempo infinito – Verificação

A verificação da laje no Estado Limite de Serviço para descompressão pode ser vista na Figura 5.50 e fissuração na Figura 5.51.

Figura 5.50 – Quadro da planilha que apresenta a verificação do ELS-D no tempo infinito, os valores apresentados são kN/m<sup>2</sup>.

7.1 Combinação Quase permanente (ELS-D)			
Limite da tensão	0	$\leq \sigma \leq$	30357,14 kN/m <sup>2</sup>
7.1.1 Fibra Inferior			
$\sigma_i$ (kN/m <sup>2</sup> )	3412,6		OK!
7.1.2 Fibra Superior			
$\sigma_s$ (kN/m <sup>2</sup> )	2183,3		OK!

Figura 5.51 – Quadro da planilha que apresenta a verificação do ELS-F no tempo infinito, os valores apresentados são kN/m<sup>2</sup>.

7.2 Combinação Frequente (ELS-F)	
Limite da tensão	-2850,14 ≤ σ ≤ 30357,14 kN/m <sup>2</sup>
7.1.1 Fibra Inferior	
σ <sub>i</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	2704,4 OK!
7.1.2 Fibra Superior	
σ <sub>s</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	2637,5 OK!

### 5.5.1.6 Deformações

As deformações são calculadas através do programa STRAP<sup>®</sup> e pela planilha e podem ser visualizadas na Tabela 5.44.

Tabela 5.44 – Flechas inicial e final.

Etapas	Flecha/Contra-flecha (mm)
1ª Fase (Ato da protensão)	-5,36 – VERIFICADO!
2ª Fase (Após cura da capa)	14,01 – VERIFICADO!

Verifica-se que tanto no ato da protensão, como na situação final da laje a mesma encontra-se dentro dos limites estabelecidos.

### 5.5.1.7 Cálculo da Armadura Negativa

Pela Figura 5.48, pode-se observar que o máximo momento fletor negativo foi de 67,40 kN.m. Portanto, é possível prosseguir com o cálculo da armadura de continuidade. O quadro a seguir mostra o resumo dos dados utilizados para o cálculo da armadura negativa:

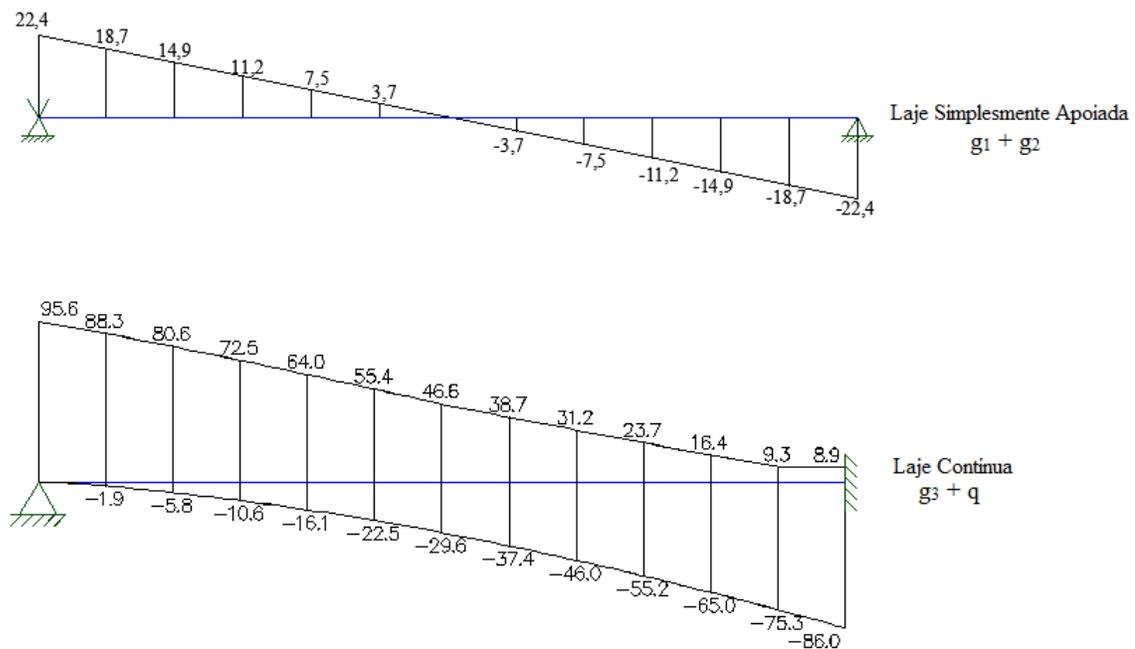
<b>Valor do momento atuante (kN.m):</b>	48,14
<b>Momento de cálculo (kN.m):</b>	67,4
<b>Valor da largura da laje (bw) (m):</b>	1,25
<b>Valor da altura útil - d (m):</b>	0,28
<b>Resistência do concreto laje (kN/m<sup>2</sup>):</b>	50000
<b>KMD</b>	0,019257
<b>KX</b>	0,028648
<b>KZ</b>	0,988541
<b>ε<sub>s</sub></b>	10‰

Pela Equação 43 obtém-se uma armadura de  $5,60 \text{ cm}^2/\text{painel}$  de laje alveolar, ou seja, são necessárias 5 barras de 12,5 mm espaçadas a cada 20 cm para resistir ao momento negativo da laje. Das cinco barras necessárias, três delas devem ter 3,70 metros de comprimento e duas devem ter 1,85 metros de comprimento. A partir do momento negativo igual a  $26,4 \text{ kN.m}$  até o apoio, a armadura que resiste ao momento negativo é da tela presente entre a capa e a laje. Tal tela deve ser a Q246 (tela soldada nervurada GERDAU).

### 5.5.1.8 Verificação do cisalhamento

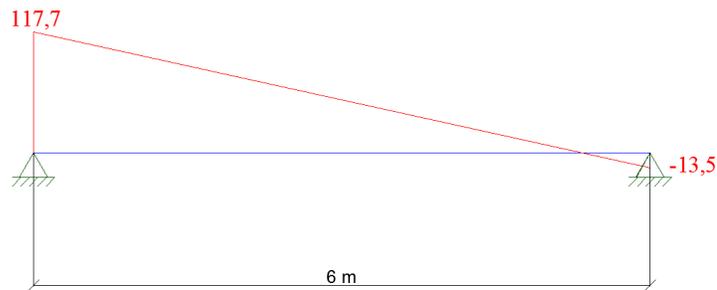
Deve ser feita uma envoltória de esforços para verificar quais os valores máximos de força cortante presentes no pavimento. A Figura 5.52, mostra os valores de cortante antes da cura da capa e depois.

Figura 5.52 – Valores de cortante para a laje com seção simples e composta.



A Figura 5.53, mostra o resultado da envoltória dos esforços de cortante quando os digramas da Figura 5.52 são somados.

Figura 5.53 – Resultado da envoltória de esforços da cortante



A verificação do cisalhamento da laje contínua gerou, portanto, os seguintes resultados conforme Tabela 5.45:

Tabela 5.45 – Valores de cortante solicitantes e resistentes.

	$V_{sd}$ (kN)	$V_{Rd1}$ (kN)	$V_{Rd2}$ (kN)
<b>Seção Simples</b>	22,43	74,70	264,53
<b>Seção Composta</b>	118	73,77	289,86

Como se pode observar na Tabela 5.45, o valor da força cortante resistente é inferior ao valor solicitante quando a laje tem a seção composta. Por isso, deve-se preencher alvéolos depois da liberação da protensão. Os cálculos são os mesmos mostrados no Exemplo 5.2, considerando, portanto, o preenchimento dos alvéolos antes da liberação da protensão, a laje aumenta sua capacidade resistente à força cortante para 127,39 kN. O valor a ser preenchido seria de 2 alvéolos em 2,20 m de cada lado.

### 5.5.2 Comparação com a laje simplesmente apoiada

A Tabela 5.46 mostra os resultados obtidos no cálculo da laje, considerando a mesma contínua e simplesmente apoiada.

Tabela 5.46 – Comparação dos resultados entre laje contínua e simplesmente apoiada

	<b>Laje Contínua</b>	<b>Laje Simplesmente Apoiada</b>
<b>Armadura Ativa</b>	8 cordoalhas de 9,5mm	10 cordoalhas de 9,5mm
<b>Armadura passiva</b>	5,60 cm <sup>2</sup> /laje	-----
<b>Perdas Iniciais</b>	5,81%	6,84%
<b>Perdas diferidas</b>	22,50%	25,71%
<b>Deslocamento final</b>	-14,03 mm	-7,53 mm

Deve-se ressaltar que as cordoalhas devem ter números pares devido ao posicionamento dos cabos na laje de 26 cm em estudo. Caso a utilização de cordoalhas em números ímpares fosse possível, tanto a laje simplesmente apoiada como a contínua teriam seu número de cordoalhas reduzidas para 9 e 7 cordoalhas, respectivamente. Portanto, para

este exemplo a laje contínua não se mostrou vantajosa, pois ela só atende aos requisitos do cisalhamento com o preenchimento de alvéolos o que não ocorre na laje simplesmente apoiada.

## 5.6 EXEMPLO 6: LAJE SIMPLESMENTE APOIADA COM LIMITAÇÃO DE FLECHA

O Exemplo 6 procura mostrar o que acontece com um pavimento composto por lajes alveolares, quando o tempo de ocorrência dos carregamentos é diminuído, ou seja, quando a montagem do pavimento deve ser feita com um prazo curto. Neste exemplo, será considerado que o pavimento receberá a carga acidental após 20 dias de sua fabricação. Portanto, este exemplo possui como objetivo avaliar o que ocorre com as flechas finais da laje. Esta situação acaba conduzindo a uma situação de deformação excessiva como limitante de projeto.

Os seguintes dados são utilizados: laje com altura de 20 cm, dois tramos com vão de 12,70 m, concreto da laje com  $f_{cj} = 35$  MPa (sendo  $j=20$  horas),  $f_{ck}$  da laje de 50MPa, capa com espessura de 5 cm e resistência de 25 MPa, aço CP190 RB e  $E_p = 2,05 \times 10^5$  MPa. O pavimento está inserido em um ambiente cuja classe de agressividade é moderada (CAA II), classificando a protensão como limitada.

### 5.6.1 Laje simplesmente apoiada

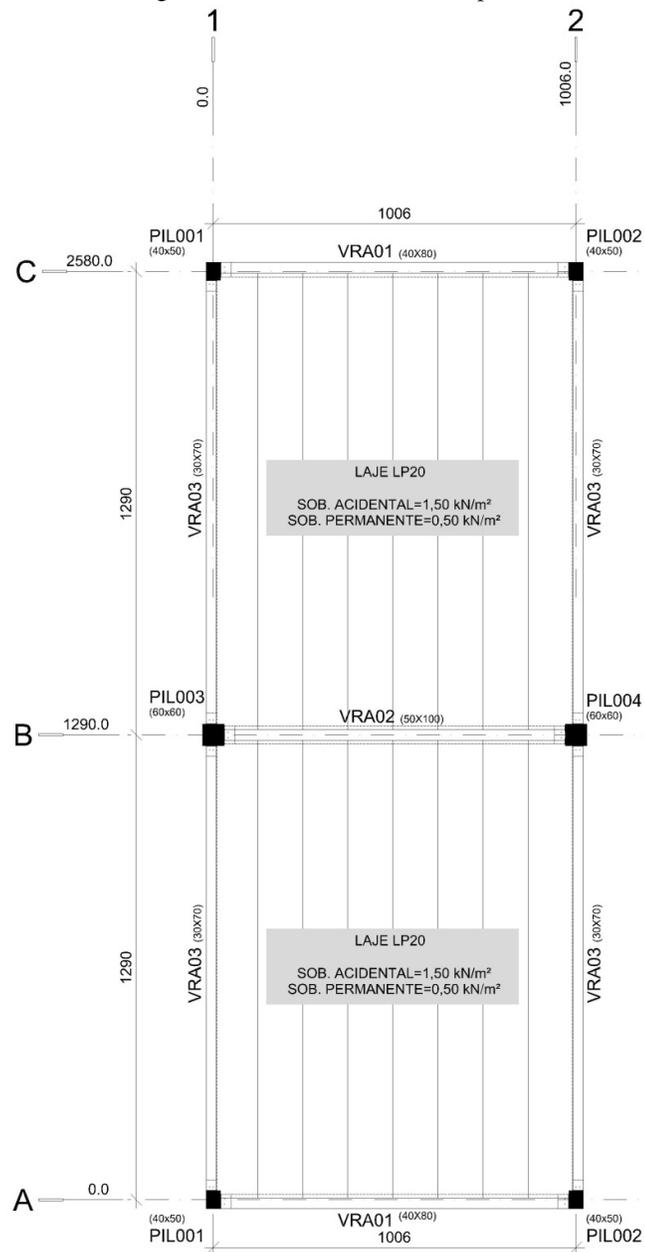
Os carregamentos atuantes na laje podem ser vistos na Tabela 5.47, foram consideradas cargas de 50 kg/m<sup>2</sup> de revestimento e 150 kg/m<sup>2</sup> de carga acidental:

Tabela 5.47 – Esforços Solicitantes na Laje simplesmente apoiada.

Carregamento	Sigla	Intensidade (kN/m)	Momento (kN.m)
<i>Peso Próprio</i>	g1	3,21	64,66
<i>Capa</i>	g2	1,56	31,50
<i>Revestimento</i>	g3	0,63	12,60
<i>Acidental</i>	q	1,88	37,80
<i>Acidental quase permanente</i>	0,4*q	0,75	15,12
<i>Acidental frequente</i>	0,6*q	1,13	22,68

A Figura 5.54 mostra o pavimento descrito anteriormente, com a altura da laje indicada e as sobrecargas permanente e acidental atuantes.

Figura 5.54 – Pavimento do Exemplo 6.



Efetuada-se as mesmas verificações de 5.2.2.1 a 5.2.2.9, sem considerar o cálculo do item 5.2.2.8, a laje biapoiada tem as seguintes características:

<b>Número de cabos</b>	7 cordoalhas de 12,7 mm
<b>Perda Inicial</b>	6,84%
<b>Perda diferida</b>	21,04%

Pela Tabela 5.48, podem-se observar os valores de tensões calculados e os limites inferior e superior para cada borda:

Tabela 5.48 – Valores de Tensão nas bordas no ELS.

Tensão	ELS – D	ELS – F
	(0 MPa < $\sigma$ < 30,36 MPa)	(-3,42 MPa < $\sigma$ < 30,36 MPa)
$\sigma_i$	-1,72 MPa – NÃO ATENDE!	-2,49 MPa – VERIFICADO!
$\sigma_s$	12,76 MPa – VERIFICADO!	13,06 MPa – VERIFICADO!

As deformações podem ser vistas na Tabela 5.49:

Tabela 5.49 – Deformações considerando cada carregamento.

Ação	Intensidade	$\varphi(t, t_0)$	$I(m^4)$	a (mm)
Protensão	72,921	3,074	0,0007	-74,58
Perda de Protensão	13,51	1,537	0,0007	13,82
PP	3,21	3,074	0,0007	55,11
Capa	1,56	2,20	0,0007	23,31
Revestimento	0,63	2,00	0,0012	5,24
Acidental quase permanente	0,75	1,713	0,0012	6,29

	$a_{t=0}$	$a_{t=\infty}$
<b>Flecha</b>	-19,47 mm – VERIFICADO!	63,07 mm – NÃO ATENDE!

Como o limite da flecha é de  $L/250$  (50,80 mm) a laje simplesmente apoiada está acima do limite estabelecido.

A verificação do cisalhamento pode ser vista Tabela 5.50:

Tabela 5.50 – Esforços de cortante de cálculo e resistentes.

	$V_{sd}$ (kN)	$V_{Rd1}$ (kN)	$V_{Rd2}$ (kN)
<b>Seção Simples</b>	40,40	98,33	255,51
<b>Seção Composta</b>	62,60	110,94	236,19

### 5.6.2 Laje Contínua

Considerando a mesma laje com o mesmo número de cordoalhas e com a utilização da continuidade, obtêm-se os resultados da Tabela 5.51. Como visto anteriormente, a laje na condição simplesmente apoiada, não passava nos limites de descompressão na fibra inferior e na flecha no tempo infinito. A Tabela 5.51 apresenta a comparação entre os principais resultados obtidos no cálculo do pavimento, quando a continuidade é considerada e quando não é. Conclui-se, a partir deste exemplo, que a utilização da continuidade também se torna vantajosa quando se pretende diminuir as flechas finais do pavimento. Neste exemplo, a laje contínua também passou a atender aos limites de descompressão no ELS.

Tabela 5.51 – Comparação dos resultados entre laje contínua e simplesmente apoiada.

	<b>Laje Contínua</b>	<b>Laje Simplesmente Apoiada</b>
<b>Armadura Ativa</b>	7 cordoalhas de 12,7mm	7 cordoalhas de 12,7mm
<b>Armadura passiva</b>	7,52 cm <sup>2</sup> /laje	-----
<b>Perdas Iniciais</b>	6,84%	6,84%
<b>Perdas diferidas</b>	22,09%	21,04%
<b>ELS -D</b>	Atende aos limites	<b>Não atendeu na fibra inferior</b>
<b>ELS -F</b>	Atende aos limites	Atende aos limites
<b>Deslocamento final (limite 50,80mm)</b>	45,99 mm (Ok!)	<b>63,07 mm (Não Atende!)</b>

## 6. CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste item são colocadas as conclusões obtidas e, também as contribuições feitas, os cuidados que devem ser tomados no projeto e detalhamento do pavimento com continuidade. Por fim, são sugeridos quais estudos podem ser feitos para melhorar o desenvolvimento do projeto e detalhamento dos pavimentos com lajes alveolares contínuas.

### 6.1 VANTAGENS E DESAVANTAGENS DA CONTINUIDADE

Considerando os exemplos anteriores, pode-se concluir que a continuidade em na maioria dos casos mostrou-se vantajosa.

O Exemplo 1 resolvido mostra que é possível diminuir a quantidade de armadura ativa. A diminuição do número de cabos quase se iguala ao valor gasto para a colocação de armadura passiva na região da capa. Isso porque o valor de economia com a redução das cordoalhas foi de R\$ 29,40. Considerando o gasto com armadura passiva de R\$61,65 a cada duas lajes, a diferença entre a economia e o gasto ( $R\$61,65 - R\$29,40$ ) foi de R\$32,25. A diferença de valores ao final foi de 8%, considerando que para o cálculo de tal diferença não foram considerados os demais custos envolvidos, como o de mão-de-obra, por exemplo. A diminuição de cabos, porém, possui como vantagem reduzir o risco de fendilhamento longitudinal quando a laje está sendo liberada da protensão. Além disso, as perdas iniciais e diferidas foram menores no pavimento composto por lajes contínuas.

O Exemplo 2 mostra que, com um mesmo tipo de laje, considerando armadura de continuidade, é possível aumentar a capacidade de carga das lajes alveolares. Assim, a laje contínua se mostrou vantajosa, porque conseguiu o aumento na capacidade de resistência à carga accidental, em 23,5%. Se na laje simplesmente apoiada fosse considerada a mesma carga accidental de 10,2 kN/m<sup>2</sup>, e utilizadas as mesmas 6 cordoalhas de 9,5mm a laje passaria de 15 cm para 20 cm de altura. Isso causaria um aumento significativo nos custos da obra.

O Exemplo 3 mostrou que nem sempre a continuidade se mostra vantajosa. Isso ocorre porque lajes cujos limites de carga apresentam-se devido à ruptura por cisalhamento, pioram quando a continuidade é utilizada. Ou seja, quando a laje já está no limite de cisalhamento como simplesmente apoiada, ao ser contínua será difícil fazê-la resistir ao esforço de cortante

mesmo preenchendo os alvéolos. Deve-se verificar se a ação acidental é de alta intensidade, pois o ponto fraco deste elemento, laje alveolar, é a resistência ao esforço cortante. Convém frisar que neste trabalho só se considerou as lajes executadas com máquinas extrusoras ou moldadeiras e, portanto, sem armadura transversal e sempre com seção contínua. Resumindo, se o esforço cortante é crítico, a continuidade só piora este efeito.

No Exemplo 4 foi mostrado como se deve proceder quando há necessidade da alternância de cargas, uma vez que se ela não for considerada, o pavimento pode ser subdimensionado. Esta diferença entre os esforços solicitantes torna-se ainda maior quando o pavimento tem mais de dois tramos.

O Exemplo 5 aborda um carregamento não muito aconselhável para lajes alveolares, que são cargas acidentais concentradas, atuando ao longo do pavimento. Como pode ser visto no desenvolvimento do exemplo, apesar da laje ter uma altura considerável, mostrou-se vulnerável ao valor excessivo da força cortante próxima ao apoio. O que torna a laje contínua praticamente desvantajosa em relação à simplesmente apoiada. Isso ocorre porque a laje alveolar contínua só atende aos requisitos de força cortante com o preenchimento de alvéolos, e o preenchimento necessário é quase do comprimento da laje. Portanto, para este exemplo, apesar da laje alveolar simplesmente apoiada apresentar necessidade de número maior de cabos, ela é mais apropriada.

O Exemplo 6 mostra uma situação em que, não se aplicando a continuidade, a solução proposta não atenderia o limite de tensão requerido para a condição de durabilidade e a flecha limite.

Em virtude dos resultados encontrados, pode-se dizer que uma boa prática de projeto é predimensionar um pavimento utilizando as tabelas de pré-dimensionamento, mostradas ao longo deste trabalho como lajes simplesmente apoiadas. Posteriormente, recomenda-se calcular o pavimento, considerando as lajes simplesmente apoiadas e depois, principalmente se os esforços cortantes não forem altos, refinar o cálculo considerando a continuidade conforme descrito no trabalho. Para isso, é importante que se tenha planilhas ou programas para o dimensionamento.

Deve-se lembrar que além das vantagens aqui estudadas, a continuidade possui outras, como mostra a revisão bibliográfica feita. Havendo continuidade, no caso de um colapso por flexão há uma reserva da estrutura, pois a falha da seção do apoio não transforma a estrutura em um mecanismo. A hiperestacidade do pavimento melhora também o comportamento dele em situação de incêndio.

## **6.2 PROCEDIMENTOS PARA A CONSIDERAÇÃO DA CONTINUIDADE**

Ao longo de todo o trabalho são feitas as considerações que permitem calcular e verificar com razoável segurança, e com procedimentos que usam o conhecimento atual. O roteiro dado no final do capítulo 4, refere-se a casos usuais de ações e quando não é necessária a consideração de ações alternadas. Também foi detalhada a situação de protensão limitada. Para o caso de protensão parcial e completa basta fazer os ajustes necessários. Lembrando que o início do procedimento é feito com o ELU, pois no caso da protensão parcial, uma vez conhecida a armadura verifica-se a abertura de fissura em função da tensão na armadura. O inverso seria complicado, ou seja, pré-dimensionar uma armadura de protensão que limite um valor de abertura de fissura.

Para que o trabalho fosse genérico, é que se propôs e resolveu o exemplo 4 e o exemplo 5. O exemplo mostra como podem ser feitos os cálculos, quando se considera a ação móvel de maneira alternada. Mostrando que pode haver, em geral, uma grande diferença no valor do momento positivo ao se considerar a alternância ou não.

Finalmente, no exemplo 5, foi considerada a carga acidental concentrada, e pode estar atuando em qualquer posição do pavimento. Neste caso, mostra-se há necessidade de fazer o cálculo dos esforços usando envoltória tanto de momento fletor quanto de cortante.

## **6.3 USO DOS PROCEDIMENTOS PARA A CONSIDERAÇÃO DA CONTINUIDADE**

Para desenvolver o trabalho, a autora colocou os procedimentos em forma de planilha o que permitiu a simulação rápida e precisa de diversas situações em pouco tempo. É possível também fazer o mesmo, mas utilizando uma sub-rotina de programa e assim adicioná-lo a um programa comercial, que calcularia os esforços e depois detalharia com auxílio da sub-rotina em questão, o pavimento com a continuidade. Neste caso, seriam também adotados os preceitos mostrados no texto para detalhamento da armadura negativa e o preenchimento, quando necessário, de alvéolos da laje. Desta forma, esta é a contribuição que o trabalho traz para o meio técnico, junto com a definição de situações em que a continuidade é vantajosa.

## **6.4 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS**

Neste trabalho o modelo usado para o cálculo foi o de considerar que as lajes se apoiam em vigas indeslocáveis. Algumas experiências já foram feitas em que se considerou a

---

rigidez à flexão das vigas e, portanto, o efeito da sua deformação. Acredita-se que ao se usar um modelo de grelha ou elementos finitos para representar o pavimento, os momentos negativos (sobre os apoios) diminuirão enquanto os positivos aumentarão quando comparados ao modelo deste trabalho. Os procedimentos de cálculo e verificações aqui descritos seriam os mesmos, porém poderia haver alguma variação nos resultados encontrados de armadura ou análise. Assim, se for possível montar um programa que leve este modelo em conta, as análises poderiam ser estendidas.

Há dúvidas sobre como se dá a resistência ao cisalhamento junto ao apoio. Na época em que se escrevia este trabalho, havia uma pesquisa neste sentido sendo desenvolvida na UFSCar. Idem para a questão do funcionamento da ligação de continuidade. Não se pode afirmar que a simples colocação das barras na capa promova uma ligação rígida, é possível que promova ligações semi-rígidas. Se os experimentos indicarem que este é o caso (semi-rígida) os cálculos de esforços seriam alterados mas o restante do procedimento seria mantido.

Finalmente estudos de situação de incêndio (que não deve ser concomitante à situação de máximo esforço negativo) devem ser estudados para mostrar as vantagens e desvantagens da continuidade.

## REFERÊNCIAS

- ARAUJO, C. A. M. **Contribuições para projetos de lajes alveolares protendidas**. 2011. 222 p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis – SC, 2011.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR6118**: Projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro, 2007. 225 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR9062**: Projeto e execução de estruturas pré-moldadas de concreto. Rio de Janeiro, 2001. 37 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR14861**: Laje pré-fabricada – Painel alveolar de concreto protendido. Rio de Janeiro, 2002. 5 p.
- ASSOCIATION OF MANUFACTURERS OF PRESTRESSED HOLLOW CORE FLOORS (ASSAP). **The hollow core floor design and applications**. 1.ed. Belfiore, Verona, Itália, 2002
- BRITISH STANDARDS INSTITUTE. **BS EN 1168**: Precast concrete products – Hollow core slabs. Bruxelas, 2005.
- BARBIERI, R. A.; GASTAL, F. P. S. L. Avaliação do desempenho de lajes alveolares pré-moldadas protendidas com continuidade posterior por adição de armadura. In: JORNADAS SUDAMERICANAS DE INGENIERIA ESTRUCTURAL, 29., 2000, Punta Del Leste. **Anais...** Disponível em: <[www.infohab.org.br](http://www.infohab.org.br)>. Acesso em: 14 Ago. 2011.
- BUCHANAN, A. H.; CHANG, J.; DHAKAL, R.; MIOSS, P. J. Analysis of hollowcore concrete floor slabs under fire. In: **4th International Workshop of Structures in Fire (SiF'06)**, 4., 2006, Aveiro, Portugal. Disponível em: <[http://ir.canterbury.ac.nz/bitstream/10092/35/1/12603198\\_Main.pdf](http://ir.canterbury.ac.nz/bitstream/10092/35/1/12603198_Main.pdf)>.
- CARVALHO, R. C. **Análise não-linear de pavimentos de edifícios de concreto através da analogia de grelha**. 1994. Tese (Doutorado em Estruturas) – Departamento de Estruturas. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo, São Carlos, 1994.
- CARVALHO R. C.; FIGUEIREDO FILHO J. R. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado**. Brasil – São Carlos. 2007. 3ª Edição. Editora EDUFSCar.
- CARVALHO, R. C. **Notas de aula: Concreto Pré-Moldado**. Universidade Federal de São Carlos (UFSCar). São Carlos – SP, 2010.
- COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION. **EN 1992-1 – Eurocode 2: design of concrete structures – part 1-3: precast concrete elements and structures**. 2004.
- COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION – CEN. **EN 1168:2005 – Precast concrete products – Hollow core slabs**. (English version). Brussels: CEN, 2005.

COSTA, O. O. **Avaliação de desempenho de elementos de lajes alveolares protendidas pré-fabricadas**. 2009. 155 f. Dissertação (Mestrado em Construção Civil) – Departamento de Engenharia Civil. Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2009.

ELLIOT, K. S. **Precast Concrete Structures**. Inglaterra – Oxford. 2002. 1ª Edição. Editora Butterworth – Heinemann.

GASTAL, F. P. S L.; RESENDE, R. S. Análise numérico-experimental de lajes pré-moldadas protendidas com continuidade posterior por adição de sobrecamada de concreto armado. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 41., 1999, Salvador. **Anais...** Salvador: IBRACON, 1999.

GUIDE TO GOOD PRACTICE –FIB. **Composite Floor Structures** – 57 p. Londres, 1998.

GUIDE TO GOOD PRACTICE – BULLETIN 6 FIB. **Special design considerations for precast prestressed hollow core floors** – 174 p. Switzerland, 2000.

HENDRIKX, B. **Spalling in EN 1168**. Technical Seminar. RWTH AACHEN University, Alemanha, 2011.

INFORSATO, T.B. **Considerações sobre o Projeto, Cálculo e Detalhamento de Vigas Pré-Fabricadas Protendidas com Aderência Inicial em Pavimentos de Edificações**. 2009. 259 p. Dissertação (Mestrado em Construção Civil) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos – SP, 2009.

MARTHA, L. F. **Ftool – Two-Dimensional Frame Analysis Tool –Versão 2.12**. 2008. Programa livre educacional (TECGRAF/PUC-Rio – Grupo de Tecnologia em Computação Gráfica) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC RJ, Rio de Janeiro – RJ, 2008.

MARQUESI, M. L. G.; FALEIROS, J. H. J.; CARVALHO, R. C.; FERREIRA, M. A. Tabelas para o pré-dimensionamento de lajes alveolares protendidas. In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA-PROJETO-PRODUÇÃO EM CONCRETO PRÉ-MOLDADO, 2, 2009, São Carlos, **Anais...** São Carlos: 2º PPP, 2009. CD-ROM.

MELO, C. E. E. **Manual Munte de projetos pré-fabricados de concreto**. Brasil – São Paulo, SP. 2004. 2ª Edição. Editora PINI.

MIGLIORE, G. M. **Dimensionamento e utilização de Laje Alveolar Protendida**. Trabalho de Conclusão de Curso – UNIFEB, Barretos, 2008.

NATIONAL PRECAST CONCRETE ASSOCIATION AUSTRALIA (NPCAA). **Hollow Core Flooring – Technical Manual**. 1.ed. Editora Techmedia. Australia, 2003.

PETRUCCELLI, N. S. **Considerações sobre projeto e fabricação de lajes alveolares protendidas**. 2009. 126 p. Dissertação (Mestrado em Construção Civil) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos – SP, 2009.

---

PETRUCELLI, N. S.; CARVALHO, R. C. O uso da continuidade em pavimentos com lajes alveolares protendidas. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 52., 2010, Fortaleza. **Anais...** Fortaleza: IBRACON, 2010.

PRECAST/PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE. **PCI. Manual for the design of hollow core slabs.** 2.ed. Chicago, IL, U.S.A, 1998.

RAYMUNDO, H. **Análise de pavimentos de edifícios em concreto pré-moldado considerando o efeito diafragma.** 2012. 247 p. Dissertação (Mestrado em Construção Civil) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos – SP, 2012.

R4 (2008). Laje alveolar R4: laje protendida - sem escoramentos. Disponível em: <[www.r4tecno.com.br/laje.alveolar/](http://www.r4tecno.com.br/laje.alveolar/)>. Acesso em: 15 mai. 2011.

TAN, K. H.; ZHENG, L. X.; PARAMASIVAM; P. Designing hollow-core slabs for continuity. **PCI Journal**, v. 41, n. 1, p. 82-91, 1996. Disponível em: <[www.engineeringvillage.com](http://www.engineeringvillage.com)>. Acesso em: 11 Ago. 2011.

VASCONCELOS, A. C. **Manual prático para a correta utilização dos aços no concreto protendido em obediência às normas atualizadas.** 1980. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos. 64 p.