

UFSCar - UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL



**ANÁLISE DA PUNÇÃO E FLECHAS EM LAJES MACIÇAS SEM VIGAS DE
CONCRETO ARMADO DE ACORDO COM AS PRESCRIÇÕES DA NBR 6118:2003**

Engº. Antônio Mário Ferreira

São Carlos, 2005

UFSCar - UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

**ANÁLISE DA PUNÇÃO E FLECHAS EM LAJES MACIÇAS SEM VIGAS DE
CONCRETO ARMADO DE ACORDO COM AS PRESCRIÇÕES DA NBR 6118:2003**

Texto apresentado à Universidade Federal de São Carlos,
Departamento de Engenharia Civil, para obtenção do
título de Mestre em Construção Civil. Área de
concentração: Sistemas Construtivos de Edificações.

Eng°. Antônio Mário Ferreira
Orientador: Prof. Dr. Jasson Rodrigues de Figueiredo Filho

São Carlos, 2005

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da
Biblioteca Comunitária da UFSCar**

F383ap

Ferreira, Antônio Mário.

Análise da punção e flechas em lajes maciças sem vigas de concreto armado de acordo com as prescrições da NBR 6118:2003 / Antônio Mário Ferreira. -- São Carlos : UFSCar, 2005.
182 p.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2005.

1. Engenharia de estruturas. 2. Lajes sem vigas. 3. Flecha. 4. Punção. I. Título.

CDD: 624.1 (20^a)

DEDICATÓRIA

À Glauce e Pablo

Esposa e Filho

AGRADECIMENTOS

A *“Deus”*.

Ao professor Dr. Jasson Rodrigues de Figueiredo Filho, pela honra em tê-lo como orientador passando uma abrangente visão aos problemas de Engenharia, e pela sincera amizade cultivada durante esse período, esperando que perdure.

Aos meus pais Sr. Antônio e Dona Geni, pela constante presença e cobrança.

Aos meus sogros Sr. Valdecir e Dona Nilza, pela compreensão aos transtornos causados em alguns momentos.

Aos grandes amigos, professores Toseto e Carlos Bocchi, pelo apoio e auxílio na elaboração deste.

Aos meus irmãos, José Luís e Renato, pelo incentivo e admiração que demonstraram a esta pesquisa.

A todos meus familiares, pelo apoio demonstrado.

Aos amigos, colegas, professores e funcionários do PPG-CIV.

Ao amigo André e sua esposa Paula, pelo auxílio na correção final do texto.

À Marlene Adame, pelo auxílio na tradução do Abstract.

Enfim a todos aqueles que colaboraram direta e indiretamente para elaboração deste.

RESUMO

Este trabalho apresenta algumas das prescrições da NBR 6118:2003, com o objetivo de estudar, analisar e discutir aspectos referentes à determinação de esforços para a verificação à *punção*, detalhamento da armadura para combatê-la e aos *deslocamentos verticais (flecha)*, nos sistemas de *lajes-sem-vigas maciças*, uma vez que as mesmas sofreram significativas alterações.

Será feita uma análise comparativa da consideração da não linearidade física apresentada pelo programa de cálculo estrutural CYPECAD com a feita de acordo com a NBR 6118:2003, utilizando para isso a analogia de grelha através do programa GPLAN, como também serão resolvidos alguns exemplos tanto para a determinação de esforços e armação de combate à punção como para dos deslocamentos verticais nas *lajes-sem-vigas*. Finalizando será feito um estudo de caso de um edifício em *lajes-sem-vigas* que apresentava problemas de deslocamentos verticais, como também falhas de projeto no dimensionamento das lajes à punção, assuntos esses merecedores de uma maior atenção, preocupação e abrangência aos olhos da NBR 6118:2003.

Especificamente, serão abordados os seguintes assuntos:

- características gerais do sistema;
- métodos de determinação de esforços e dimensionamento à punção;
- verificação de deslocamentos verticais das lajes;
- utilização de programas para determinação de esforços e deslocamentos;
- realização de alguns exemplos e um estudo de caso.

Palavras Chave: Laje sem vigas, punção, flechas

ABSTRACT

This work shows some NBR 6118:2003 prescriptions, intending to study, analyze and discuss the aspects regarding to the determination of the efforts to check the punch and the detailed framework to struggle it and the deflection (arrow), in the systems of flat plates since they had suffered significant changes.

It will be done a comparative analysis of consideration of the non physical linearity presented by structural calculation program CYPECAD to that one done according to NBR 6118:2003, using a grill analogy through the GPLAN program to do that, as it will be also solved some examples to determine the strain and the framework structure to the punch as to deflection in the flat plates. At last, it will be done a study of case of a building in solid flat plates that presents deflection problems, as well as project failures in the dimension of the flat to punch, which subjects deserve a high attention and concern under the vision and sight of NBR 6118:2003.

Specifically it will be dealt the following subjects:

- General features of the system;
- Methods to determine the strain and dimension to the punch;
- Verification of the deflection of the flat;
- Utilization of the programs to determine the strain and deflection;
- Performance and some examples and a study of the case.

Keywords: flat plates, punch, deflection.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	1
<i>Considerações iniciais</i>	1
<i>Justificativas</i>	2
<i>Objetivos</i>	3
<i>Planejamento</i>	4
CAPÍTULO 1	6
SISTEMAS ESTRUTURAIS DE LAJES-SEM-VIGAS	6
<i>1. 1 Histórico</i>	6
<i>1. 2 Conceitos básicos</i>	7
<i>1. 3 Tipologia da laje-sem-vigas</i>	10
<i>1. 4 Vantagens das lajes-sem-vigas</i>	14
<i>1. 5 Desvantagens das lajes-sem-vigas</i>	15
<i>1. 6 Revisão bibliográfica</i>	17
CAPÍTULO 2	24
PUNÇÃO EM LAJE-SEM-VIGAS	24
<i>2. 1 Introdução</i>	24
<i>2. 2 Cálculo das tensões atuantes</i>	29
<i>2.2. 1 Pilar interno, com carregamento simétrico</i>	29
<i>2.2. 2 Pilar interno com efeito de momento fletor em uma das direções</i>	32
<i>2.2. 3 Pilar interno com efeito de momento fletor em duas direções</i>	34

2.2. 4 Pilares de borda	35
2.2.4. 1 Pilares de borda quando não agir momento fletor no plano paralelo à borda livre	35
2.2.4. 2 Pilares de borda quando agir momento fletor no plano paralelo à borda livre	38
2.2. 5 Pilares de canto	39
2. 3 Cálculo das Tensões Resistentes	42
2.3. 1 Verificação da tensão resistente de compressão diagonal do concreto na superfície crítica C (na face do pilar)	42
2.3. 2 Verificação da tensão resistente de compressão diagonal do concreto nas superfícies críticas C' e C''	43
2.3. 3 Verificação da tensão resistente de compressão diagonal do concreto na superfície crítica C' em lajes com armaduras de punção	44
2. 4 Armadura de punção obrigatória	45
2. 5 Armadura de flexão obrigatória (colapso progressivo)	46
2. 6 Perímetro crítico próximo a aberturas nas lajes-sem-vigas	47
2. 7 Detalhamento da armadura de punção	48
CAPÍTULO 3	52
DESLOCAMENTOS TRANSVERSAIS EM LAJE-SEM-VIGAS (FLECHAS)	52
3. 1 Introdução	52
3. 2 Deslocamentos	58
3.2. 1 Flecha imediata ou inicial	61
3.2. 2 Flechas finais	62

3. 3 Cálculo das flechas	63
3.3. 1 Estados limites de serviços (ELS)	63
3.3.1.1 Estado limite de deformação excessiva	65
3.3.1.2 Estados limites de vibrações excessivas	68
3.3. 2 Cálculo dos deslocamentos nas lajes-sem-vigas	69
3.3.2. 1 Cálculo dos deslocamentos por meio de procedimento numérico	70
3.3.2. 2 Cálculo dos deslocamentos por meio do processo elástico aproximado	73
3.3.2. 3 Características da seção do elemento de laje sem vigas trabalhando no estágio I	77
3.3.2. 4 Características da seção do elemento de laje sem vigas trabalhando no estágio II	82
3.3.2. 5 Efeito da fissuração	86
3.3.2. 6 Fluência	90
3. 4 Exemplo de aplicação da Analogia de Grelhas e do Cypecad	93
CAPÍTULO 4	98
EXEMPLOS	98
4. 1 Apresentação	98
4.1. 1 Exemplos de verificação à punção	98
4.1.1. 1 Características da laje	102
4.1.1. 2 Verificação nos contornos críticos dos respectivos pilares	105
4.1. 2 Deslocamentos em lajes-sem-vigas	133
4.1.2. 1 Deslocamentos iniciais	133
4.1.2. 2 Cálculo do efeito da fluência	136

<i>4.1.2. 3 Cálculo da flecha total no tempo infinito</i>	<i>137</i>
<i>4.1. 3 Estudo de caso</i>	<i>139</i>
<i>4.1.3. 1 Características do edifício</i>	<i>141</i>
<i>4.1.3. 2 Estudo inicial</i>	<i>147</i>
<i>4.1.3. 3 Cálculo da Punção</i>	<i>152</i>
<i>4.1.3. 4 Verificação da flecha para a laje L2</i>	<i>167</i>
<i>4.1.3.4. 1 Deslocamentos iniciais</i>	<i>168</i>
<i>4.1.3.4. 2 Cálculo dos deslocamentos para as diversas Combinações</i>	<i>168</i>
<i>4.1.3.4. 3 Cálculo do efeito da fluência</i>	<i>169</i>
<i>4.1.3.4. 4 Cálculo da flecha total no tempo infinito</i>	<i>170</i>
CONCLUSÃO	172
REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA	175
BIBLIOGRAFIA	178

RELAÇÃO DE FIGURAS

<i>Figura 1. 1 Mushroom System</i>	7
<i>Figura 1. 2 Laje (placa) de espessura h constante</i>	8
<i>Figura 1. 3 Efeito da punção em laje-sem-vigas</i>	10
<i>Figura 1. 4 Laje-sem-vigas (flat plate)</i>	11
<i>Figura 1. 5 Laje-sem-vigas aliviada</i>	11
<i>Figura 1. 6 Laje-cogumelo com ábaco ou pastilha</i>	12
<i>Figura 1. 7 Laje-cogumelo com captéis</i>	12
<i>Figura 1. 8 Vista em cortes dos diversos tipos de lajes-sem-vigas (SOUZA, 1998)</i>	13
<i>Figura 1. 9 Laje convencional (“two-way slab”)</i>	13
<i>Figura 1. 10 Detalhe de estribos verticais e a 45^0</i>	21
<i>Figura 2. 1 Diagrama de esforços em um pórtico virtual de uma estrutura em laje-sem-viga</i>	24
<i>Figura 2. 2 Equilíbrio no nó extremo “E” e no nó interno “I”</i>	25
<i>Figura 2. 3 Perímetro crítico em pilares internos de borda e de canto</i>	27
<i>Figura 2. 4 Determinação da altura “d”, F_{sd} e de M_{sd}</i>	29
<i>Figura 2. 5 Distância da face do pilar até última linha de conectores</i>	30
<i>Figura 2. 6 Perímetro crítico para pilares de seção circular e para alguns casos especiais (reentrância)</i>	31
<i>Figura 2. 7 Dimensões do pilar com relação a sua excentricidade</i>	32
<i>Figura 2. 8 Troca das dimensões C_1 e C_2, para o cálculo M_{sd}</i>	33

<i>Figura 2. 9 Perímetro crítico e perímetro crítico reduzido em pilares de borda</i>	35
<i>Figura 2. 10 Excentricidade do perímetro crítico reduzido para o contorno C', em pilares de borda</i>	36
<i>Figura 2. 11 Perímetro crítico reduzido, excentricidade, situações de consideração de momentos para cálculo de pilares de canto.</i>	39
<i>Figura 2. 12 Definição da região para cálculo de ρ_x e ρ_y, e da altura útil "d"</i>	43
<i>Figura 2. 13 Contorno paralelo a C' com armadura total A_{sw}</i>	44
<i>Figura 2. 14 Armadura contra colapso progressivo</i>	46
<i>Figura 2. 15 Perímetro crítico junto à abertura na laje</i>	46
<i>Figura 2. 16 Detalhamento da armadura de punção vista em planta</i>	47
<i>Figura 2. 17 Armadura de punção vista em corte</i>	48
<i>Figura 2. 18 Armadura de punção tipo pino</i>	49
<i>Figura 2. 19 Armadura de punção tipo estribos</i>	50
<i>Figura 2. 20 Armadura de punção com armadura de montagem em vigas cruzadas</i>	50
<i>Figura 3. 1 Seção de pilares alongados na direção do maior vão</i>	54
<i>Figura 3. 2 Deslocamentos provenientes de recalque no solo</i>	55
<i>Figura 3. 3 Sistema de lajes, formas e escoras em edifícios de vários pavimentos (SBAROUNIS apud FIGUEIREDO FILHO, 1989)</i>	56
<i>Figura 3. 4 Elemento, isostático, sob ação de serviço trabalhando nos dois estádios (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2004)</i>	64
<i>Figura 3. 5 Vão efetivo</i>	68
<i>Figura 3. 6 Cálculo dos deslocamentos em laje-sem-vigas</i>	75
<i>Figura 3. 7 Processo dos pórticos múltiplos</i>	76

<i>Figura 3. 8 Elemento de seção transversal retangular</i>	79
<i>Figura 3. 9 Seção transversal retangular no estádio II puro</i>	81
<i>Figura 3. 10 Tensões, forças e deformações em uma seção qualquer no estádio II</i>	82
<i>Figura 3. 11 Seção transversal em forma de "T" no estádio II puro.</i>	84
<i>Figura 3. 12 Caso 1 (arq. CYPECAD e malha do GPLAN3)</i>	93
<i>Figura 3. 13 Caso 2 (arq. CYPECAD e malha do GPLAN3)</i>	94
<i>Figura 4. 1 Planta baixa</i>	99
<i>Figura 4. 2 Perspectiva isométrica</i>	99
<i>Figura 4. 3 M_{sy} – isovalores (carregamento permanente)</i>	101
<i>Figura 4. 4 M_{sx} – isovalores (carregamento permanente)</i>	102
<i>Figura 4. 5 Piso A1; As_x inferior</i>	103
<i>Figura 4. 6 Piso A1; As_x superior</i>	103
<i>Figura 4. 7 Piso A1; As_y inferior</i>	104
<i>Figura 4. 8 Piso A1; As_y superior</i>	104
<i>Figura 4. 9 Arranjo da armadura de punção para o pilar P5</i>	108
<i>Figura 4. 10 Arranjo da armadura de punção para o pilar P4</i>	115
<i>Figura 4. 11 Arranjo da armadura de punção para o pilar P2</i>	122
<i>Figura 4. 12 Arranjo da armadura de punção para o pilar P4</i>	129
<i>Figura 4. 13 Isovalores dos deslocamentos referentes à ação permanente</i>	133
<i>Figura 4. 14 Isovalores dos deslocamentos referentes à ação variável</i>	134
<i>Figura 4. 15 Malha montada pelo CYPECAD (2003)</i>	134
<i>Figura 4. 16 Planta Baixa do pavimento tipo do edifício em estudo</i>	142
<i>Figura 4. 17 Corte AA (seção longitudinal)</i>	143

<i>Figura 4. 18 Corte BB (seção transversal)</i>	144
<i>Figura 4. 19 Planta de forma do projeto inicial (Pilares / Vigas / Lajes)</i>	145
<i>Figura 4. 20 Planta de cargas</i>	146
<i>Figura 4. 21 Malha de representação da coordenada de deslocamentos máximos e armadura de punção</i>	151
<i>Figura 4. 22 Equilíbrio de esforços no pilar P5</i>	155
<i>Figura 4. 23 Determinação do coeficiente K para pilar P5</i>	159
<i>Figura 4. 24 Detalhamento da armadura de punção no pilar P5</i>	162
<i>Figura 4. 25 Determinação do coeficiente K para o pilar P11</i>	164
<i>Figura 4. 26 Detalhamento da armadura de punção no pilar P11</i>	167

RELAÇÃO DE TABELAS

<i>Tabela 2. 1 Perímetros críticos</i>	29
<i>Tabela 2. 2 Valores do coeficiente K (tabela 19.2 da NBR 6118:2003)</i>	31
<i>Tabela 2. 3 Expressões de W_p para pilares internos de seção retangular</i>	33
<i>Tabela 2. 4 Perímetros críticos</i>	34
<i>Tabela 2. 5 Excentricidade dos perímetros críticos reduzidos para pilares de borda de seção retangular</i>	36
<i>Tabela 2. 6 Módulo de resistência plástica para pilares de borda de seção retangular sem momento paralelo à borda livre</i>	37
<i>Tabela 2. 7 Módulo de resistência plástica para pilares de borda de seção retangular com momento paralelo à borda livre</i>	38
<i>Tabela 2. 8 Perímetros críticos</i>	40
<i>Tabela 2. 9 Excentricidade dos perímetros críticos reduzidos para pilares de canto de seção retangular</i>	40
<i>Tabela 2. 10 Módulo de resistência plástica para pilares de canto de seção retangular com momento perpendicular a uma borda</i>	41
<i>Tabela 3. 1 Valores do coeficiente γ_2 (Tabela 11.2 da NBR 6118:2003)</i>	59
<i>Tabela 3. 2 Limites para deslocamentos (tabela 13.2 da NBR 6118:2003)</i>	65
<i>Tabela 3. 3 Limites para deslocamentos (tabela 13.2 da NBR 6118:2003)</i>	66
<i>Tabela 3. 4 Limites para deslocamentos (tabela 13.2 da NBR 6118:2003)</i>	67
<i>Tabela 3. 5 Características mecânicas do concreto</i>	72
<i>Tabela 3. 6 Características geométricas de seções retangulares no estágio I, sem a presença de armadura</i>	80
<i>Tabela 3. 7 Características geométricas de seções retangulares no estágio I, com a presença de armaduras.</i>	80

<i>Tabela 3. 8 Valores do coeficiente ζ em função do tempo (tabela 17.1 da NBR 6118:2003)</i>	91
<i>Tabela 3. 9 Apresentação dos resultados dos exemplos calculados</i>	96
<i>Tabela 4. 1 Esforços nos pilares</i>	101
<i>Tabela 4. 2 Deslocamentos máximos por hipótese (laje piso da academia)</i>	135
<i>Tabela 4. 3 Deslocamentos e limites de aceitabilidade sensorial</i>	136
<i>Tabela 4. 4 Valores de deslocamentos para diferentes concretos (NBR 6118:1980 e NBR 6118:2003)</i>	148
<i>Tabela 4. 5 Carregamento proveniente do peso próprio, nos pilares P5 e P11</i>	151
<i>Tabela 4. 6 Esforços nos pilares P5 e P11 para o estudo de caso (laje 14cm)</i>	153
<i>Tabela 4. 7 Equilíbrio dos esforços e suas combinações</i>	156
<i>Tabela 4. 8 Esforços para verificação da punção</i>	157
<i>Tabela 4. 9 Deslocamentos por hipótese (laje L2 estudo de caso)</i>	168
<i>Tabela 4. 10 Deslocamentos conforme combinação (laje estudo de caso)</i>	169

RELAÇÃO DE FOTOS

<i>Foto 4. 1 Deslocamento na primeira laje do estudo de caso (vista pelas trinas e fissuras)</i>	<i>139</i>
<i>Foto 4. 2 Deslocamento na primeira laje do estudo de caso (vista pela régua)</i>	<i>140</i>
<i>Foto 4. 3 Detalhe da espessura inicial das lajes.</i>	<i>140</i>

INTRODUÇÃO

Considerações iniciais

Com os avanços tecnológicos e a necessidade cada vez maior de se conseguir meios e métodos construtivos em que seja possível conciliar segurança, rapidez, economia, qualidade e durabilidade, o homem vem sempre desenvolvendo novas técnicas e métodos construtivos. Essa evolução pode ser constatada pelo fato de que muitas situações existentes hoje em dia, tanto em termos estruturais, de materiais e de cálculo, são diferentes das que ocorriam no passado, ou que nem mesmo existiam, tais como:

- lajes-sem-vigas (com e sem capitéis) com momentos fletores e forças cortantes de grande magnitude na ligação laje pilar;
- elementos sujeitos a grandes variações de temperatura (como, por exemplo, as usinas hidrelétricas, termelétricas e nucleares);
- concreto protendido com aderência inicial, posterior e, mais recentemente, sem aderência, com as cordoalhas engraxadas;
- concretos especiais, tais como: com alta resistência inicial, de elevada resistência e durabilidade;
- aços de alta resistência, principalmente, para concreto protendido;
- aditivos das mais variadas naturezas e finalidades para melhoria da qualidade e aplicabilidade dos concretos;
- sistemas de cura de grande eficiência;
- sistemas estruturais que vêm sendo cada vez mais empregados no Brasil, como, por exemplo, a pré-fabricação, industrializada ou não;
- disponibilidade de computadores de alta capacidade e programas de cálculo que possibilitam análises de alternativas e cálculos mais corretos, complexos e precisos.

Sob esse aspecto, os pavimentos de edifícios têm também apresentado crescente evolução, tanto no que se refere ao sistema estrutural quanto aos métodos e meios de cálculo. Basta relacionar alguns dos diversos tipos de pavimentos hoje disponíveis para executar uma edificação: lajes maciças, lajes nervuradas, lajes com vigotas pré-moldadas, lajes alveolares, lajes protendidas, lajes lisas e cogumelo, sendo este último um sistema estrutural no qual as lajes estão diretamente apoiadas e rigidamente ligadas aos pilares. O sistema de lajes-cogumelo, surgido em 1905 com a iniciativa pioneira de “C. A. P. TURNER” (MELGES, 2001), foi utilizado para garantir a segurança e diminuir as tensões de cisalhamento nas ligações dessas lajes com os pilares, usando capitéis e “drop panels”. Embora tenham a mesma função, de acordo com Ghosh (1983), capitel é o aumento da seção transversal do pilar próximo à sua ligação com a laje, ao passo que “drop panel” é o aumento da espessura da laje nessa região.

Quanto aos métodos de cálculo, a evolução também foi grande, passando do cálculo manual com a solução da equação diferencial das placas (só possível para poucos casos), com a solução da equação por meio de séries, normalmente com a ajuda de tabelas, até os métodos mais modernos utilizados atualmente (diferenças finitas, analogia de grelha, elementos finitos, elementos de contorno, etc.), cuja possibilidade de uso se deve ao grande avanço ocorrido na área computacional.

Além disso, as lajes são os componentes básicos das estruturas, pois são elas que primeiro recebem as cargas para depois transferi-las aos demais elementos do sistema. Como as lajes-sem-vigas vêm ganhando uma considerável fatia na construção civil, este trabalho está direcionado ao estudo de dois tópicos de extrema importância na elaboração do projeto desse sistema: a punção e os deslocamentos verticais, uma vez que esses dois aspectos sofreram significativas modificações e aprofundamentos na NBR 6118:2003.

Justificativas

Atualmente, existem diversas soluções para se executar pavimentos de edificações e é possível afirmar que as lajes-sem-vigas têm apresentado um considerável crescimento, com a evolução dos já tradicionais métodos e o

surgimento de novas alternativas de acordo com as recomendações da NBR 6118:2003. Diante dessas várias possibilidades, sempre existirão dúvidas quanto ao seu comportamento, possibilidades de utilização, características e situações favoráveis para seu melhor aproveitamento.

Outro fator que justifica uma abordagem desse assunto é a existência de diversos métodos e programas de cálculo, o que torna, muitas vezes, difícil decidir qual método ou programa utilizar.

Justifica também o estudo, a crescente importância (totalmente pertinente) que se tem dado à análise não linear, principalmente, na verificação do estado limite de deslocamentos excessivos.

Finalmente, a entrada em vigor da NBR 6118:2003 motiva a análise das alterações por ela introduzidas na verificação à punção e deslocamentos para as lajes-sem-vigas.

Objetivos

Com o grande crescimento no emprego do sistema de lajes-sem-vigas na construção civil em nosso país e sabendo-se que para esse tipo de laje a maior preocupação para os projetistas está na verificação da punção e dos deslocamentos, o principal objetivo deste trabalho é estudar e analisar as principais alterações impostas pela NBR 6118:2003.

De um modo geral, como principais objetivos do trabalho, podem ser relacionados:

- a) apresentar as alterações mais significativas impostas pela NBR 6118:2003 referentes aos seguintes assuntos:
 - verificação da punção, soluções, cálculo e detalhamento de armadura transversal;
 - estimativa e verificação de deslocamentos da laje, com a consideração da não linearidade, avaliando os efeitos da fissuração

e fluência do concreto;

- b) apresentar os principais aspectos referentes à punção e deslocamentos nas lajes-sem-vigas, inclusive destacando os principais experimentos já realizados por pesquisadores;
- c) efetuar o estudo de caso de um edifício em lajes-sem-vigas (com vigas de borda), com a análise do projeto e propostas de alternativas e soluções para as deficiências encontradas. Para isso, será empregado o programa de cálculo estrutural CYPECAD versão 2003.2.i com registro nº 17.402 (MULTIPLUS, 2003), analisando os resultados (esforços e deslocamentos) por ele apresentado.

Planejamento

O presente trabalho divide-se em quatro capítulos:

No início, é apresentada uma introdução ao trabalho, fazendo algumas considerações iniciais enfocando o sistema de lajes-sem-vigas com relação aos grandes avanços tecnológicos; justificativas para a realização deste trabalho; os objetivos e seu planejamento.

No capítulo 1 faz-se uma apresentação dos sistemas estruturais de lajes-sem-vigas, composto por um histórico, conceitos básicos do sistema e pesquisa bibliográfica de acordo com a evolução dos estudos e experimentos, até alguns trabalhos mais recentes.

O segundo capítulo aborda o problema da punção, enfocando os métodos de cálculo, armaduras de combate à punção, detalhamentos e comentários.

Os deslocamentos das lajes, indicando como considerar a análise não linear, com os efeitos da fissuração e fluência do concreto, nas verificações do estado limite de serviço, serão abordados no capítulo 3.

Dessa forma, o quarto capítulo dedica-se à apresentação de alguns exemplos, utilizando o programa CYPECAD (2003), e a um estudo de caso com análise do projeto e acompanhamento de algumas das etapas de armação e concretagem da laje.

Por fim, apresentam-se as conclusões e considerações a que se chegou com esta pesquisa.

CAPÍTULO 1

SISTEMAS ESTRUTURAIS DE LAJES-SEM-VIGAS

1.1 Histórico

No início do século as lajes-sem-vigas, também chamadas de lajes-cogumelo, eram patenteadas, chegando a existir em grande número, com uma maior concentração nos EUA, onde as mesmas eram diferenciadas umas das outras apenas por alguns detalhes de forma e armação. Por essa razão, dificilmente se conseguia executar esse sistema sem infringir algumas dessas patentes.

A patente mais antiga foi requerida por C.A.P. Turner, denominada MUSHROOM SYSTEM (figura 1.1), segundo SOUZA (1998).

Nos dias atuais, essas patentes já expiraram e as lajes tornaram-se de domínio público. Com isso, o sistema passou a ter livre utilização, mas, em virtude de diversos problemas ocorridos com seu emprego no passado, sua utilização não conseguiu, inicialmente, ganhar mercado ou competir com os métodos tradicionais.

Os problemas acontecidos no passado referem-se ao caso de acidentes fatais como, por exemplo, do desabamento do PREST-O-LITE BUILDING, em Indianápolis, Indiana, em dezembro de 1911, que causou a morte de nove pessoas e deixou outras vinte gravemente feridas (CASTELO BRANCO,1989).

Atualmente, esse tipo de laje vem ganhando maior confiabilidade e aceitabilidade entre os usuários e construtores, em virtude de alguns fatores, tais como:

- emprego da informática para o cálculo dos esforços e deslocamentos; além disso, alguns aspectos que dificultavam sua utilização estão sendo mais estudados e pesquisados;
- o emprego de materiais com qualidade superior (concreto e aço com maiores resistências);
- mão-de-obra especializada e treinada.

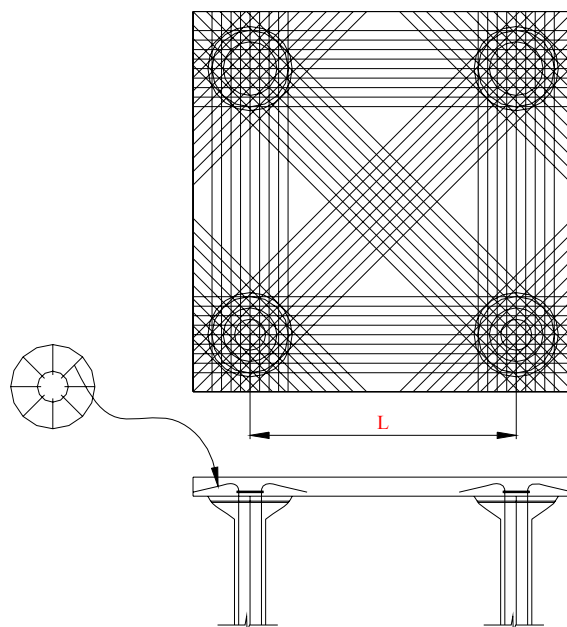


Figura 1. 1 Mushroom System (SOUZA, 1998)

1. 2 Conceitos básicos

De acordo com a NBR 6118:2003, item 14.7.8, lajes-cogumelo são lajes apoiadas diretamente nos pilares com capitéis, enquanto lajes lisas são as apoiadas nos pilares sem capitéis.

Será adotado neste trabalho, como forma de diferenciação dessas lajes, a seguinte nomenclatura:

Lajes-sem-vigas, para o caso de lajes lisas (flat plates em inglês);

Lajes-cogumelo, para as lajes que contenham algum tipo de engrossamento nos apoios, tanto nos pilares quanto nas lajes (flat slab em inglês);

Laje convencional, para as lajes que se apóiam em vigas ou paredes.

As lajes (placas de concreto armado) são estruturas planas bidimensionais, nas quais a espessura h é muito menor que as outras duas dimensões, sob ações predominantemente transversais (normais ao seu plano médio), conforme indicado na figura 1.2.

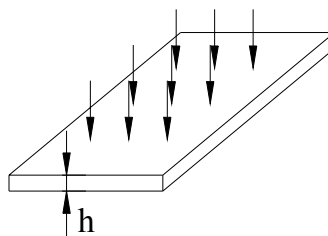


Figura 1. 2 Laje (placa) de espessura h constante

Em estruturas convencionais, do tipo laje/viga/pilar, as lajes, geralmente horizontais, têm como função fundamental transmitir os carregamentos provenientes de seu peso próprio, de sobrecargas de utilização, peso de pisos e revestimentos, paredes colocadas diretamente sobre as lajes e outras para as vigas nas quais se apóiam e destas para os pilares.

Elas também têm outras funções importantes, como auxiliar na garantia do contraventamento das estruturas, funcionando como diafragmas (chapas horizontais infinitamente rígidas no seu plano) que distribuem as cargas horizontais atuantes entre as estruturas de contraventamento (pórticos), promovendo a estabilidade global da estrutura. Também as lajes maciças, quando construídas monoliticamente com as vigas, podem ter a região adjacente a elas como fazendo parte das mesmas (largura colaborante), aumentando, assim, a seção transversal e a rigidez das vigas, que passam a ter a forma de um T ou um L invertido.

São muitas as possibilidades de classificação das lajes, variando entre os diversos autores, mas essencialmente sem grandes diferenças. Uma classificação possível é dada a seguir, por diferentes critérios:

a) Quanto à sua forma:

- poligonais (retangulares, quadradas, triangulares, etc.);
- elípticas, circulares, anelares;
- esconsas (oblíqua / inclinada), etc.

b) Quanto à situação estática e de apoios:

- contínuas;

- isoladas;
- simplesmente apoiadas;
- engastadas (total ou parcialmente);
- apoiadas em vigas (apoios deslocáveis) ou sobre paredes (apoios indeslocáveis);
- apoiadas discretamente sobre pilares (lajes-sem-vigas, lajes-cogumelo);
- apoiadas diretamente no solo (radières).

c) Quanto à sua natureza:

- lajes maciças: constituídas por uma placa maciça de concreto armado ou protendido;
- lajes nervuradas: são lajes em que a zona de tração é constituída por nervuras, em que são concentradas as armaduras de tração e, obrigatoriamente, possuem uma mesa de concreto na região comprimida (no caso de momentos positivos); entre as nervuras dessas lajes pode ser colocado material inerte, sem função estrutural;
- lajes aliviadas: são lajes do tipo nervuradas ou alveolares com vazios internos;
- lajes pré-fabricadas: são lajes que podem ser compostas por vigotas (tipo trilho e treliça) e lajes em painéis do tipo π e alveolares;
- lajes protendidas: são lajes com armadura ativa, com aderência inicial ou posterior.

d) Quanto ao comportamento estrutural:

- armadas em uma só direção, com comportamento essencialmente de viga;
- armadas em duas direções ou em cruz, com comportamento de placa.

Para as lajes-sem-vigas, o maior problema no seu projeto e uso ainda é a maneira de avaliar a sua capacidade de carga, devido à dificuldade de representar o comportamento dessas lajes com modelos matemáticos.

Por ser um sistema no qual a laje se apóia diretamente nos pilares em uma região muito pequena, apresenta na ligação laje/pilar alta concentração de tensões o que, na maioria das vezes, faz com que o dimensionamento deva ser analisado de maneira mais criteriosa.

A redistribuição de momentos fletores garante uma boa reserva na capacidade à flexão nas lajes-sem-vigas. Em decorrência desse motivo, sua capacidade de resistência, geralmente, é ditada pelo cisalhamento (efeito punção) e não pela flexão, levando, assim, a uma ruptura por punção na ligação laje-pilar.

Este tipo de ruptura nas lajes-sem-vigas ocorre em forma de um deslocamento vertical formando uma superfície crítica, com inclinação aproximada de 30° em relação ao seu plano (figura 1.3) e, na maioria dos casos, acontece sem a ocorrência de escoamento da armadura de flexão, ou seja, é uma ruptura frágil (abrupta), sem aviso.

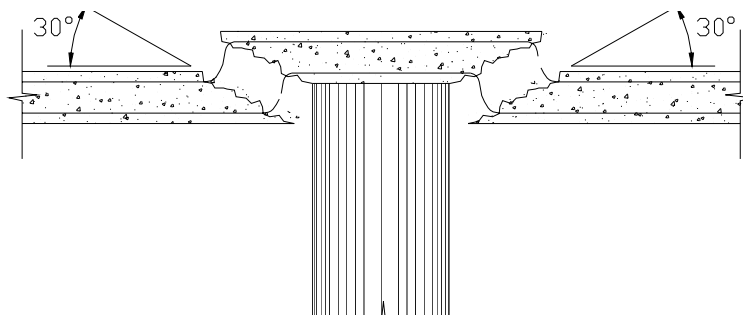


Figura 1.3 Efeito da punção em lajes-sem-vigas

1.3 Tipologia das lajes-sem-vigas

As lajes-cogumelo e lajes-sem-vigas podem assumir diferentes formas e nomes, conforme se descreve na seqüência.

Lajes-sem-vigas de vãos não muito grandes, 5m a 6m, com carregamentos acidentais uniformes usuais de (1,0 a 3,0 kN/m²) podem ser projetadas com altura constante inclusive na região dos pilares (SOUZA, 1998). Esta opção tem a vantagem de deixar a superfície inferior plana em sua totalidade, sem obstáculos (figuras 1.4 e 1.8A).

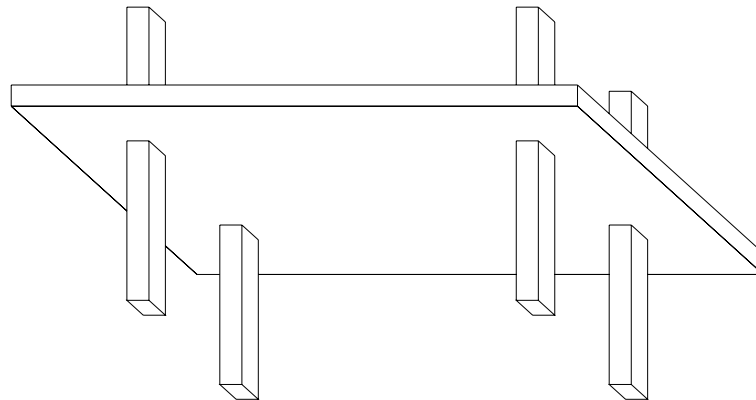


Figura 1. 4 Laje-sem-vigas (laje lisa)

Lajes-sem-vigas aliviadas: são obtidas quando se deseja um alívio nos carregamentos, resultando em lajes do tipo nervuradas e alveolares. Essas lajes devem possuir maciços nas regiões de apoio dos pilares, evitando ou minimizando o efeito de punção nessas regiões, conforme figuras 1.5 e 1.8B.

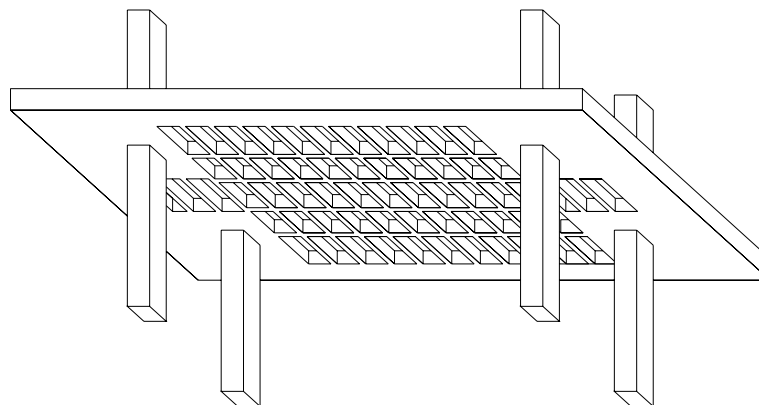


Figura 1. 5 Laje-sem-vigas aliviada

Nas situações em que os esforços devidos à punção são muitos elevados, pode ser necessário aumentar a área resistente em torno do pilar. Uma solução é promover o engrossamento da espessura da laje junto ao pilar (ábaco, pastilha, “drop panel”). Sua forma pode ser quadrada, retangular ou circular (figuras 1.6 e 1.8C).

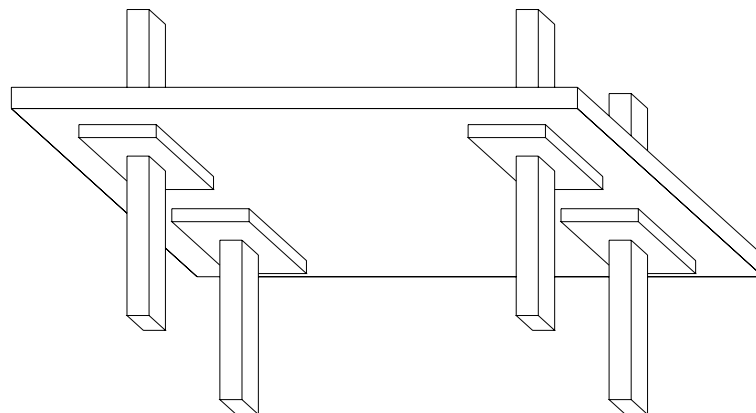


Figura 1. 6 Laje-cogumelo com ábaco ou pastilha

Uma outra solução para combater os efeitos da punção é aumentar a seção transversal do pilar que são os capitéis que podem ser tronco-piramidais ou tronco-cônicos. A dificuldade está na sua execução. Eles podem, inclusive, ser projetados associados aos ábacos. Essas são as verdadeiras lajes-cogumelo (figuras 1.7; 1.8D; 1.8E e 1.8F).

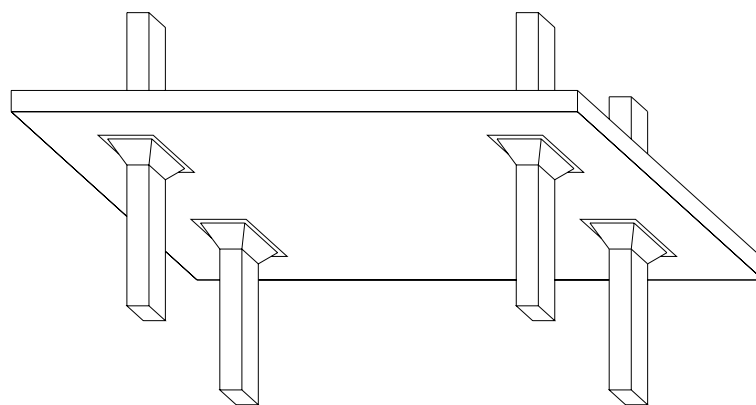


Figura 1. 7 Laje-cogumelo com capitéis

Com a grande evolução que houve, em termos de possibilidades de cálculo e dimensionamento, bem como dos materiais (concretos de elevada resistência, com fibras, etc.), para o projeto e construção das lajes-sem-vigas, capitéis e ábacos só são utilizados em casos especiais, mesmo porque comprometem duas das principais vantagens desse sistema que são a simplicidade de fôrmas e a obtenção de tetos lisos e planos, que permitem ampla liberdade na definição dos espaços internos.

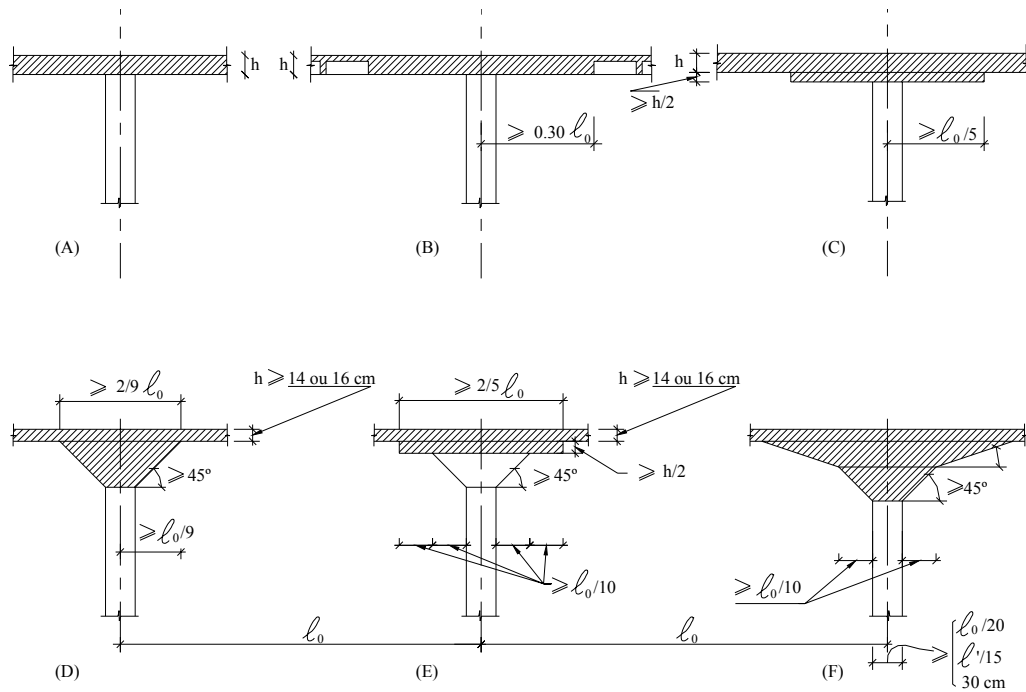


Figura 1. 8 Vista em cortes dos diversos tipos de lajes-sem-vigas (SOUZA, 1998)

Na figura 1.9 é apresentado o sistema de laje convencional, no qual as lajes apóiam-se nas vigas e estas nos pilares. Atualmente, dentre os vários sistemas conhecidos, este é o mais utilizado.

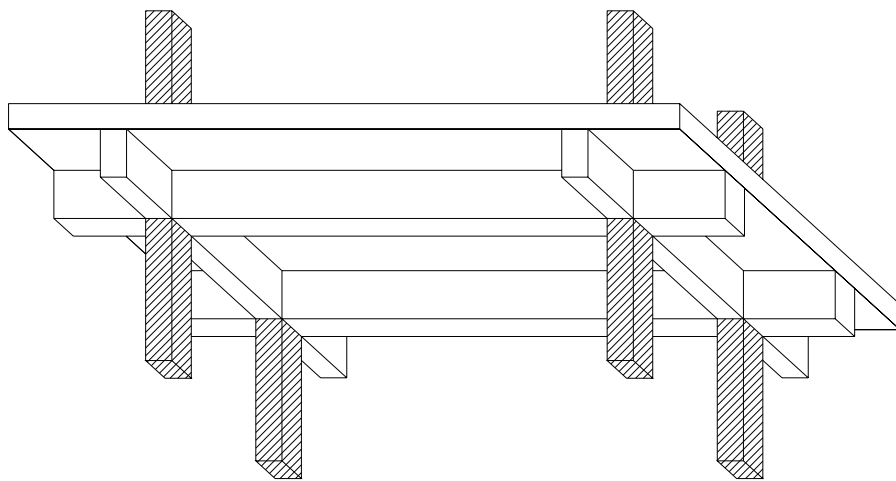


Figura 1. 9 Laje convencional

1. 4 Vantagens das lajes-sem-vigas

Mesmo com as graves falhas decorrentes do efeito de punção, normalmente encontrados neste tipo de laje no passado, elas apresentam vantagens no seu uso e aplicação, fazendo com que seu estudo e pesquisa se intensifiquem cada vez mais. Algumas das principais vantagens são relacionadas a seguir:

a) Disposição arquitetônica

Permitem grande facilidade de alteração no espaço interno, podendo-se remover ou executar paredes em diversas formas e posições, não dependendo de forros falsos para esconder as vigas e pode também ocorrer uniformização nas alturas de vedações e aberturas. Pelo fato de não possuírem vigas, o pé-direito dos pavimentos pode ser diminuído, como também a altura total do edifício. Há ainda uma maior ventilação e facilidade de limpeza.

b) Fôrmas

É um dos itens que mais se diferencia dos demais, pelo fato destas lajes não possuírem vigas, reduzindo-se, assim, a área de fôrma e, conseqüentemente, seu custo.

É possível um melhor reaproveitamento, pois, pelo fato de serem executadas geralmente com um número menor de requadros, devido a ausência de vigas, sua desforma é facilitada sobremaneira, reduzindo-se possíveis danos nas mesmas. Sua simplicidade de montagem e desforma reduzem a necessidade do uso de mão-de-obra qualificada.

c) Concreto

Embora o seu consumo também esteja próximo ao sistema convencional, há uma maior facilidade no lançamento e adensamento, com menor risco de “bicheiras”, provocado pelo mau adensamento, excesso de armadura em recortes ou encontros de diferentes elementos estruturais.

d) Compatibilização

Na compatibilização com outros projetos, a ausência de vigas facilita a distribuição destes e implantação desses sistemas, principalmente no plano

horizontal, podendo ainda contar com as alvenarias.

e) Execução

Em função das vantagens anteriormente citadas, o tempo final de execução é reduzido, decorrente do menor tempo na execução das fôrmas, montagem das armaduras, concretagem e desforma. Além disso, outras tarefas ficam facilitadas, tais como: o revestimento de acabamento final; ainda que eventualmente, os revestimentos de gesso como sanca e guarnições com a finalidade de esconder ressaltos de vigas. Sua geometria plana facilita a inspeção e a montagem das armaduras, uma vez que as operações de corte e dobra foram reduzidas. Nesta configuração, todas as armaduras correspondem apenas às armaduras das lajes.

A montagem das armaduras é mais rápida e simples, pois apenas a região do encontro do pilar com a laje necessita de maior atenção, em função da eventual existência de armaduras especiais para combater os efeitos de punção.

1. 5 Desvantagens das lajes-sem-vigas

Como exposto anteriormente, a punção é um das principais desvantagens das lajes-sem-vigas, embora existam outras que também devam ser analisadas, sendo algumas delas relacionadas a seguir:

a) Ações laterais

Quando comparadas com estruturas convencionais, as lajes-sem-vigas têm uma menor rigidez às ações laterais. Este problema pode ser minimizado pelo emprego de núcleos rígidos, paredes estruturais e pilares de grande dimensão na direção de menor inércia do edifício.

b) Flechas

Mesmo existindo limites relacionados ao vão/espessura que dispensam o cálculo ou a verificação dos deslocamentos, nas situações em que estes não são atendidos, ou ainda, naquelas em que se deseja fazer uma verificação nesses deslocamentos, a maioria dos processos utilizados para tal cálculo é bastante complexa, por envolverem um grande número de variáveis.

Em geral, como os deslocamentos não estão diretamente ligados à capacidade de resistência das lajes calculadas no ELU (Estado Limite de Utilização), muitas vezes, ao se efetuar a verificação no ELS (Estado Limite de Serviço), seus limites não são atendidos. Em vista disso, a ocorrência de deslocamentos que ultrapassem os limites determinados pode causar danos, desconforto e até mesmo interferir na própria estrutura.

Dentre as patologias que surgem devido aos deslocamentos excessivos, relacionam-se:

- paredes com fissuras e trincas;
- esquadrias, portas e janelas danificadas ou com mau funcionamento;
- vibrações excessivas no piso, causando desconforto ao usuário;
- interferência no funcionamento da própria estrutura.

Devido à complexidade da análise do estudo dos deslocamentos e sendo o mesmo de grande importância para este tipo de laje, isto pode se tornar uma desvantagem ao sistema.

c) Punção

Embora existam vários trabalhos publicados nessa área, a punção que ocorre neste tipo de laje constitui-se em constante objeto de pesquisa em função da gravidade de suas conseqüências e que, dependendo da situação, pode inviabilizar o emprego do sistema.

A adoção de pilares de grandes seções e capitéis, ábacos e/ou engrossamento das lajes, por exemplo, podem provocar uma modificação na arquitetura e, conseqüentemente, alterar o resultado final. Por serem de difícil execução e também, em muitas vezes, provocarem uma alteração indesejável na arquitetura, deve-se adotar outro processo para combater as tensões de punção nas lajes-sem-vigas, como a utilização de armaduras transversais na região próxima ao pilar, a diminuição nos vãos das lajes, aumentando o número de pilares ou a utilização de vigas de borda, se possível.

Esse fenômeno, que ocorre na ligação das lajes com o pilar, pode se agravar

ainda mais quando há transferência de momentos fletores da laje para o pilar. Tal fenômeno é mais crítico em pilares posicionados nas bordas e cantos de lajes e quando se manifesta caracteriza-se por uma ruptura abrupta e frágil.

1. 6 Revisão bibliográfica

O início das pesquisas sobre o efeito da punção em lajes-sem-vigas atribui-se a Talbot (1913), que ensaiou 197 lajes tipo sapatas, sem armadura de combate ao cisalhamento, observando que 20 dessas lajes atingiram a ruína por punção.

Outro pesquisador de grande importância nesses estudos foi Graf (1933), que realizou outros ensaios comparando a resistência do concreto à resistência à punção dos mesmos e novas observações foram feitas.

A primeira tentativa de quantificar a influência da resistência à flexão na resistência à força cortante foi feita por Hognestad (1953). Já Elstner e Hognestad (1956) fizeram a primeira proposta para o cálculo da contribuição da armadura de punção na resistência da ligação e Moe (1961) foi um dos primeiros a analisar os casos assimétricos caracterizados por pilares de borda, de cantos e internos com carregamentos assimétricos (MELGES, 2001).

Em (Regan ,1985 apud Melges, 2001) tem-se a menção da existência de três possibilidades de ruptura da ligação laje-pilar reforçada com armadura de punção:

- 1^a) ruptura em uma superfície junto à face do pilar;
- 2^a) ruptura na região transversalmente armada;
- 3^a) ruptura além da região armada.

Figueiredo Filho (1989) salienta que os pilares de borda e de canto são os mais críticos em relação à punção, pelo fato de os momentos fletores não balanceados serem maiores e a área em torno do pilar em contato com a laje ser menor, como também a existência de torção nas bordas das lajes junto à ligação com os pilares.

O autor estudou e pesquisou, de uma forma abrangente e explicativa, alguns parâmetros que interferem no efeito da punção nas lajes-sem-vigas, os quais estão

diretamente relacionados com:

- resistência do concreto;
- a altura útil e relação c/d que diz respeito à relação entre o lado do pilar quadrado e ou diâmetro dos pilares redondos e a altura útil da laje;
- relação entre o lado maior e o lado menor dos pilares retangulares;
- taxa de armadura a flexão;
- relação momento fletor / força cortante;
- velocidade de carregamento;
- aberturas nas lajes;
- armaduras de cisalhamento ou armaduras de combate à punção.

Vários métodos de análise da resistência à punção também foram pesquisados e estudados como:

- análises baseadas na variação linear da tensão de cisalhamento;
- análises baseadas na teoria elástica de placas finas;
- analogia de vigas.

O autor concluiu àquela época que era aconselhável o uso dos métodos prescritos pelas normas vigentes, que limitavam o efeito da armadura de cisalhamento (mesmo se existisse em grande quantidade) e, dentre os casos estudados, o mais indicado foi o método proposto pela NBR 6118:1980, juntamente com as recomendações dos complementos do CEB para pilares em bordas e cantos.

No cálculo dos deslocamentos, o mesmo realizou algumas comparações entre a solução aproximada da equação diferencial das placas elásticas, elementos finitos e analogia de grelhas, obtendo resultados bastante próximos para os deslocamentos obtidos através do método dos elementos finitos (realizados em Martinelli et al 1986) comparados com os obtidos pela solução aproximada da equação diferencial das placas isotrópicas, fornecendo assim uma estimativa da confiabilidade que se pode ou não adotar para esses métodos.

Castelo Branco (1989) esclarece que é fundamental o cálculo e o

detalhamento das armaduras de flexão nos cantos de lajes-sem-vigas, em função da transferência de momento fletor e da dificuldade de reduzir este esforço e seus efeitos.

Outro aspecto importante relatado pelo autor diz respeito ao CEB. Este Comitê constata que, quando uma laje estiver corretamente armada à flexão, os valores das tensões de cálculo serão bastante inferiores aos observados em ensaios. Conclui, portanto, que os valores das reações nos pilares de canto obtidos através de ensaios são inferiores aos previstos pela metodologia do CEB. Caso essas reações sejam superiores e dentro de certos limites que precisam ser mais conhecidos, a punção deverá ser cuidadosamente estudada.

O autor também relata que a análise de dados de ruptura de lajes-sem-vigas, em ligações com pilares externos, é – consideravelmente – mais difícil do que em pilares internos, devido principalmente à influência dos efeitos da flexão, do projeto e detalhamento das armaduras de flexão.

Silvany (1996) realizou um estudo comparativo de deslocamentos em lajes-cogumelo utilizando os processos simplificados de Rangan, o das vigas cruzadas, os programas SAP IV, que considera a fissuração do concreto através de uma sub-rotina e um outro proposto por Corrêa (1991), que faz análise plástica e elastoplástica.

A autora concluiu que o aspecto da fissuração é muito importante no cálculo dos deslocamentos, pois foi constatado um aumento percentual nos deslocamentos imediatos calculados por elementos finitos, quando foi considerada a fissuração. Outro fator é que a resistência à tração, adotada nos cálculos, teve uma influência grande na estimativa dos deslocamentos, com um considerável aumento quando essa resistência é diminuída. Já para o processo de Rangan, o qual considera a laje bastante fissurada, os resultados apresentados por ele foram os que mais se aproximaram dos valores medidos.

Azevedo (1999) usou um sistema de ensaio dotado de atuador hidráulico servo-controlado, programado para ensaio com deformação controlada e aquisição contínua dos dados. Isso permitiu a avaliação do comportamento da ligação após o carregamento máximo aplicado ao modelo, bem como a realização de medições de resistência residual. Percebeu-se que o emprego do concreto de alta resistência,

juntamente com o uso de conectores tipo pino como armadura de punção, aumentou substancialmente a resistência da ligação e, quando combinado com fibras de aço, obteve-se um considerável aumento na ductilidade dessas ligações.

Embora outros pesquisadores tenham alcançado o mesmo resultado, Melges (2001) ensaiou vários modelos submetidos à punção e concluiu que, de um modo geral, a armadura de combate à punção eleva significativamente a resistência do modelo a esse tipo de ruptura, seja ele de concreto armado ou protendido. Observou-se ainda que, embora diminuindo a taxa de armadura dos modelos de concreto armado, para que se introduzissem as cordoalhas de protensão, os valores experimentais obtidos mostraram que a presença da protensão aumentou a resistência da ligação. O autor concluiu ainda que a norma que melhor refletia o comportamento da ligação laje/pilar era a revisão da NBR 6118:2000, hoje substituída pela NBR 6118:2003.

Guarda et al (2002) em seu trabalho de verificações de ruína por punção, com o intuito de afastar a possibilidade de ruína do tipo frágil das ligações laje-pilar em lajes-sem-vigas, concluiu que essas verificações se tornaram bem mais detalhadas e eficientes, podendo-se observar um acréscimo de resistência obtido com o emprego de armadura de punção. A autora realizou experiências com e sem o emprego de armadura de combate à punção, utilizando as recomendações de acordo com o projeto de revisão da NBR 6118:2000 e empregando conectores do tipo pino.

Azevedo e Hanai (2003), analisando a resistência à punção e a ductilidade das ligações laje-pilar em doze modelos, nos quais foram efetuadas combinações de emprego de concreto de alta resistência, diferentes volumes de fibras de aço, chegaram a vários resultados. Em pesquisa sobre resistência e ductilidade das ligações laje-pilar em lajes-sem-vigas de concreto de alta resistência, armado com fibra de aço e armadura transversal de pinos (armaduras de combate à punção), os autores concluíram que:

a) nos modelos que não continham armadura transversal, a adição de fibras é mais eficiente nos concretos de alta resistência do que nos concretos convencionais; o aumento da resistência do concreto influencia no valor da carga de ruptura, principalmente ao utilizar armadura transversal de combate à punção;

b) as fibras, exclusivamente, não têm tanta influência no acréscimo da carga de ruptura quando comparadas com a presença da armadura transversal e ao emprego de concreto de alta resistência. Porém, interferem sensivelmente na ductilidade das ligações, podendo até modificar o modo de ruptura de punção pura para uma ruptura combinada de punção-flexão, quando utilizado concreto convencional e armadura transversal. No caso da utilização de concreto de alta resistência e armadura transversal, há uma predominância da flexão;

c) a presença da armadura transversal e o valor da resistência à compressão do concreto interferem na carga última obtida em cada ligação laje-pilar, enquanto que as fibras (percentual em torno de 1,50%) interferem, substancialmente, na ductilidade na presença de concreto de alta resistência e armadura transversal.

Vale observar que foram estudados somente pilares de centro.

Barreto e Melo (2004) ensaiaram quatro lajes-cogumelo de concreto armado, de dimensões 1600 x 1600 x 130 mm, com estribos inclinados a 45°, concreto de resistência variando entre 56 e 68 MPa e com as lajes submetidas a carregamento simétrico.

O estudo provou que os estribos colocados a 45° apresentam algumas vantagens se comparados com estribos a 60° e 90°, pois os mesmos podem ser colocados após a armadura de flexão ter sido posicionada, como também a maior eficácia em aumentar a resistência última de lajes-sem-vigas ao funcionamento.

Os estribos inclinados a 45° proporcionaram uma maior rigidez às lajes durante os ensaios e uma maior ductilidade na ruptura das mesmas, permitindo que maiores deslocamentos fossem alcançados em comparação com as lajes com estribos verticais contínuos, conforme mostra a figura 1.10.

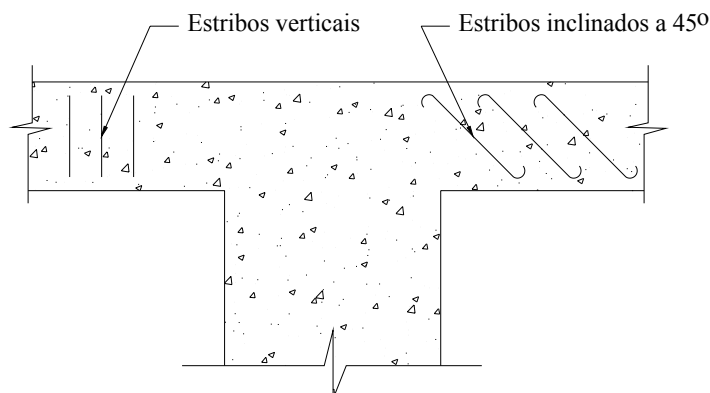


Figura 1. 10 Detalhe de estribos verticais e a 45⁰

Martinelli e Campos Filho (2004) apresentaram um programa computacional, elaborado através do método dos elementos finitos, para análise tridimensional de situações de punção em lajes de concreto armado com e sem armadura de cisalhamento. Para simular a fissuração do concreto, utilizou-se um modelo de fissuras distribuídas que leva em consideração a contribuição do concreto entre fissuras. A redução na capacidade de transferência de esforço devido ao aumento da abertura da fissura é incluída por meio de uma redução do módulo de elasticidade transversal correspondente ao plano fissurado.

Após a execução dos programas, analisaram comparativamente os resultados numéricos com valores experimentais e obtiveram boas aproximações para lajes sem armadura de cisalhamento e lajes com estribos verticais e inclinados, sendo encontradas algumas divergências nos valores numéricos para as deformações nos estribos em relação aos valores experimentais. Isso, porém, era esperado, pois os valores numéricos expressam uma deformação média ao longo de certo comprimento do estribo, enquanto os valores experimentais correspondem a deformações medidas em um único ponto da armadura.

Dessa forma, constata-se que os estribos contribuem satisfatoriamente na minimização das tensões de cisalhamento.

Souza, Melo, e Gomes (2004) analisaram a punção em lajes-cogumelo de concreto armado com furos adjacentes ou distantes $2d$ e $4d$ (em que “ d ” é a altura da laje) de um pilar central e concluíram que as lajes com furos adjacentes ao pilar

apresentaram maiores perdas, com cargas em torno de 36% menores em relação à carga de ruptura da laje de referência sem furos. As lajes com furos situados a 2d da face do pilar apresentaram cargas menores à medida que os furos aumentaram de tamanho, enquanto que a laje com furos situados a 4d da face do pilar apresentou carga de ruptura próxima (um pouco superior) da laje de referência sem furos. Além disso, sua superfície de ruptura não alcançou os furos, indicando que aberturas posicionadas a essa distância podem não influenciar na resistência à punção de lajes-cogumelo.

CAPÍTULO 2

PUNÇÃO EM LAJE-SEM-VIGAS

2.1 Introdução

No estudo da punção em lajes-sem-vigas, faz-se necessário estabelecer o conceito de superfície de ação e de perímetro crítico.

Superfície de ação é aquela região da ligação laje/pilar onde ocorre o efeito da punção a uma distância $2d$ da última linha de conectores (em que “ d ” é a altura da laje). Perímetro crítico define-se como a superfície vertical formada pela intersecção de planos ou superfícies paralelos aos lados ou contornos do pilar de apoio, ou ainda, perímetro da área concentrada de aplicação de uma carga a uma distância $2d$ da face do pilar.

A ruptura por punção é possível de ocorrer em pontos de carregamentos concentrados. Nas lajes-sem-vigas essa ruína pode ocorrer na região em que a laje se apóia nos pilares ou em regiões de aplicação de cargas pontuais, como também pode acontecer em outros elementos estruturais, como lajes convencionais, blocos de fundação, sapatas, etc. A verificação concentra-se nos pontos seguintes:

- a) Obtenção dos esforços (últimos ou majorados) transmitidos pela laje ao pilar ao longo da superfície de ação da punção, desprezando as cargas compreendidas entre o perímetro crítico e o pilar;
- b) Calcular a superfície crítica de punção mais desfavorável à volta do pilar;
- c) Calcular os momentos de inércia combinados e o produto de inércia em relação a determinados eixos, para obter as direções principais;
- d) Calcular as tensões ao longo do perímetro crítico e compará-las com as tensões resistentes do concreto e, se for o caso, obter o reforço necessário, quer seja através de barras inclinadas ou de estribos verticais.

Para melhor compreensão da determinação dos esforços, pode-se tomar como exemplo um pórtico com 3 nós para se efetuar o equilíbrio das tensões axiais, transversais e de flexão, conforme detalhado na figura 2.1.

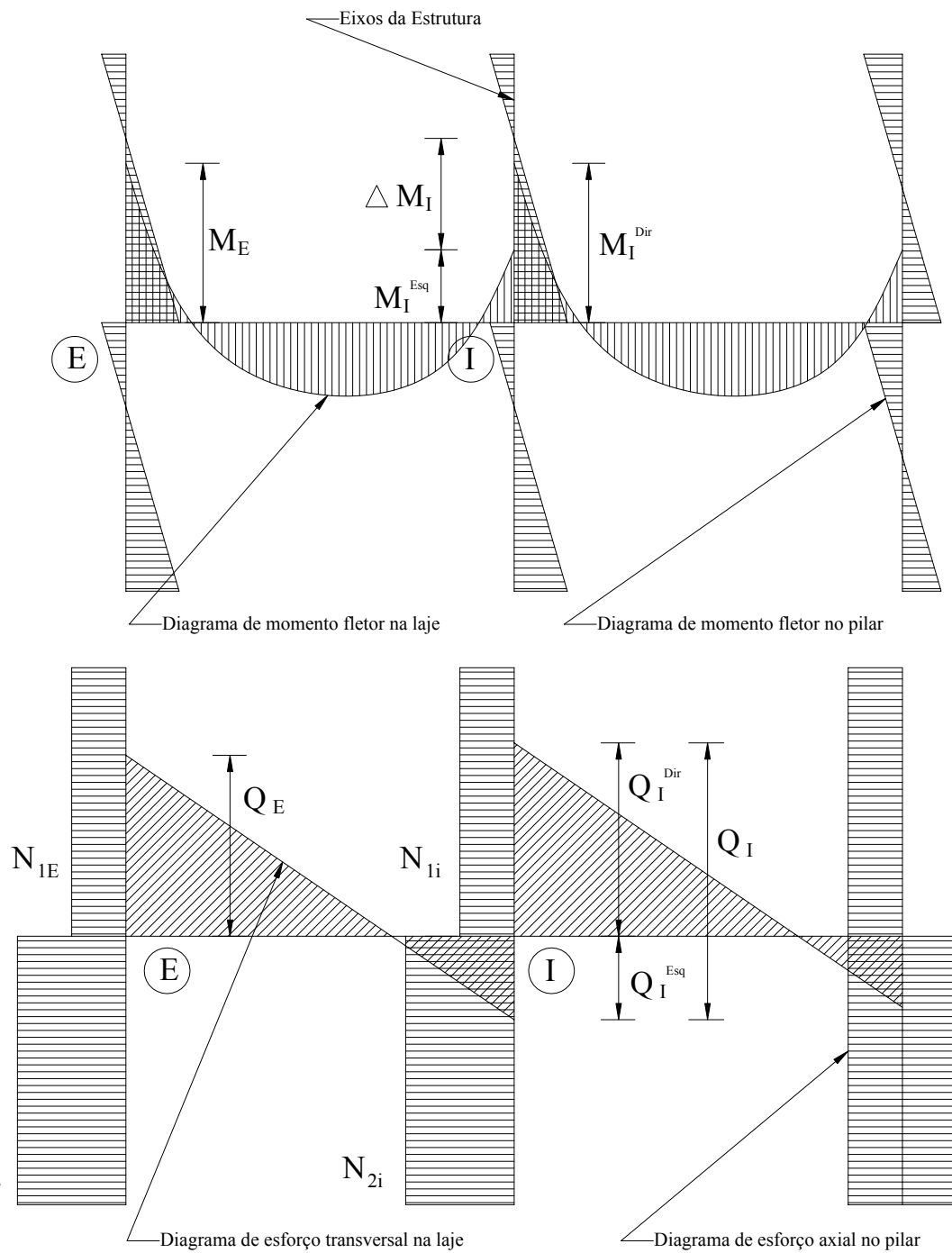


Figura 2. 1 Diagrama de esforços em um pórtico virtual de uma estrutura em laje-sem-viga

Ao analisar o equilíbrio do nó de extremidade “E” e do nó interno “I”, conforme figura 2.2:

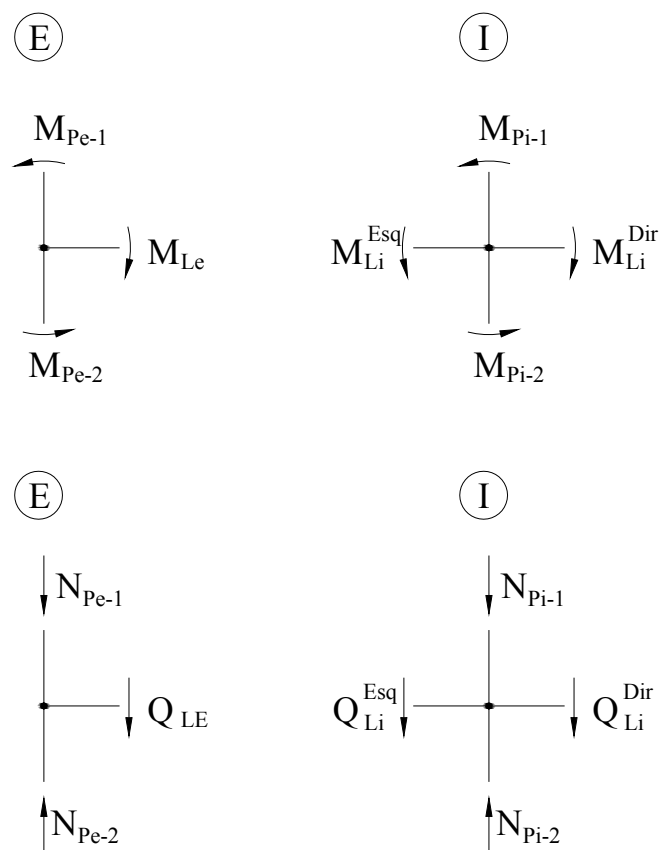


Figura 2. 2 Equilíbrio no nó extremo “E” e no nó interno “I”

Conclui-se que:

$$M_{Li}^{Esq} < M_{Li}^{Dir}$$

$$M_e = M_{Pe-1} + M_{Pe-2}$$

$$\Delta M_i = M_i^{Dir} - M_i^{Esq} = M_{Pi-1} + M_{Pi-2}$$

Em que:

M_{Li}^{Esq} é o momento na laje no nó interno “I” à esquerda;

M_{Li}^{Dir} é o momento na laje no nó interno “I” à direita;

M_{Pe-1} é o momento no nó de extremidade “E” no topo

M_{Pe-2} é o momento no nó de extremidade “E” na base

Da análise dos esforços de flexão, conclui-se que o momento desequilibrado no tramo (M_e no apoio externo e ΔM_i no apoio interno) é o valor do momento transmitido aos pilares. Este é igual, pela mesma razão, à soma dos momentos na cabeça do tramo inferior e no pé do tramo superior de pilares. Uma fração α deste momento provoca tensões tangenciais na superfície crítica ($\alpha.M_e$ e $\alpha. \Delta M_i$).

Analogamente, ao se analisar o equilíbrio de esforços transversais e axiais, conforme visto na figura 2.2, pode-se observar que a carga transmitida pela laje ou pelos tramos ao pilar é igual ao valor da cortante, sendo Q_e para os pilares extremos e para os pilares internos corresponde à somatória dessas cortantes dada por:

$$Q_i = Q_i^{Esq} + Q_i^{Dir}.$$

Esses valores coincidem com a diferença dos esforços axiais entre a cabeça do tramo inferior do pilar e o pé do tramo superior do pilar, ou seja:

$$Q_e = N_{Pe-2} - N_{Pe-1}$$

$$Q_i = Q_i^{Esq} + Q_i^{Dir} = N_{Pi-2} - N_{Pi-1}$$

Por conseguinte, conhecidos os esforços nos pilares que podem ser determinados por meio do cálculo de um pórtico plano ou espacial (em duas direções), obtém-se de forma rápida e simples os valores dos esforços que a laje transmite ao pilar e que são determinantes para a análise de tensões tangenciais na verificação dos esforços de punção.

De acordo com as prescrições da NBR 6118:2003, o cálculo da punção baseia-se na verificação do cisalhamento em superfícies críticas obtidas pela multiplicação da altura da laje pela faixa considerada como contorno crítico ou perímetro crítico. Essas regiões críticas são definidas de acordo com o que se segue. Ver figura 2.3.

- C é o contorno crítico da face do pilar;
- C' é o contorno a uma distância $2d$ da face do pilar;
- C'' é o contorno a uma distância $2d$ da última linha de armaduras;

Sendo estas situações analisadas isoladamente, conforme as prescrições da NBR 6118:2003 dadas a seguir:

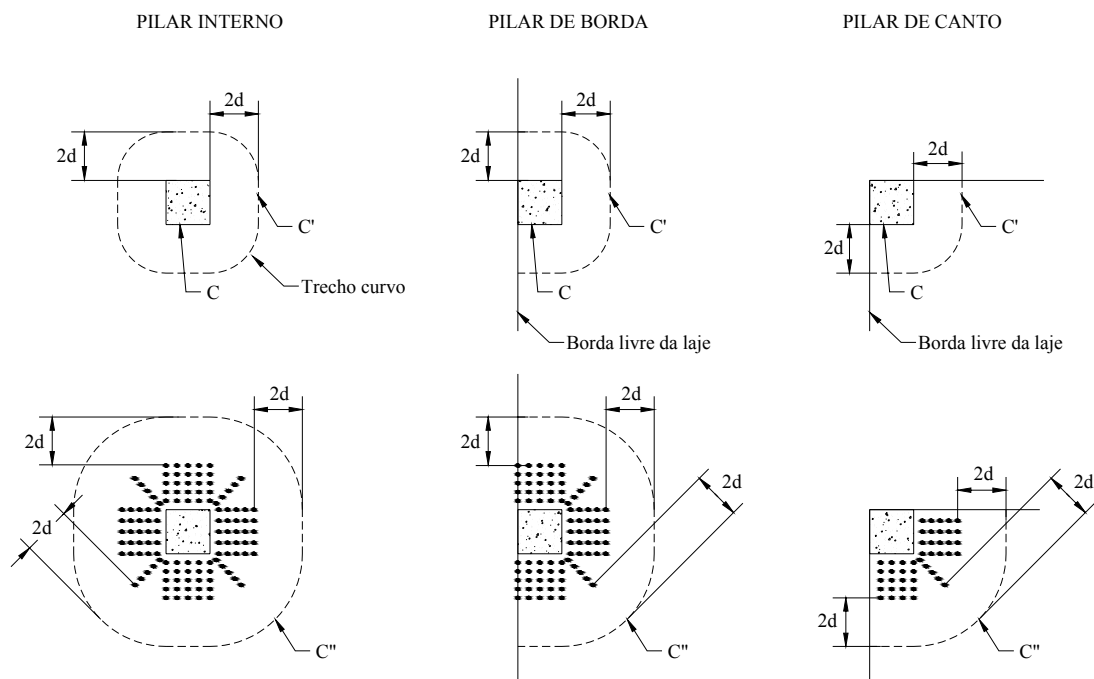


Figura 2. 3 Perímetro crítico em pilares internos de borda e de canto

O modelo adotado pela norma compara uma tensão uniforme de cisalhamento, atuando em cada uma das superfícies críticas perpendiculares ao plano médio da laje, com uma determinada tensão resistente. As verificações são as seguintes:

a) para quando não for prevista a armadura de punção, realizam-se duas verificações:

- compressão no concreto no contorno C, limitada pela expressão:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd2} \text{ (item 19.5.3.1 da NBR 6118:2003)}$$

- punção no contorno C', limitada pela expressão:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1} \text{ (item 19.5.3.2 da NBR 6118:2003)}$$

b) para quando for prevista armadura de punção deverão ser feitas três verificações:

- Compressão no concreto no contorno C, limitada pela expressão:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd2} \text{ (item 19.5.3.1 da NBR 6118:2003)}$$

- punção no contorno C', limitada pela expressão:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd3} \text{ (item 19.5.3.3 da NBR 6118:2003)}$$

- punção no contorno C'', limitada pela expressão:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1} \text{ (item 19.5.3.2 da NBR 6118:2003)}$$

2.2 Cálculo das tensões atuantes

Para o cálculo das tensões atuantes, deve-se conhecer, primeiramente, a posição do pilar, sua geometria, assim como os tipos de ações nele atuantes, ou tipo de ação atuante na laje.

São apresentadas equações¹ para determinação dos perímetros críticos e do módulo de resistência plástica da seção correspondentes aos perímetros para os diferentes tipos de situações de pilares.

2.2.1 Pilar interno, com carregamento simétrico

Para o caso em que o carregamento pode ser considerado simétrico, a tensão atuante nos pilares internos pode ser determinada conforme a seguir (figura 2.4).

¹ Algumas destas equações foram desenvolvidas pelo autor e as mesmas também podem ser encontradas na NBR 6118:2003 e em Guarda et al (2002)

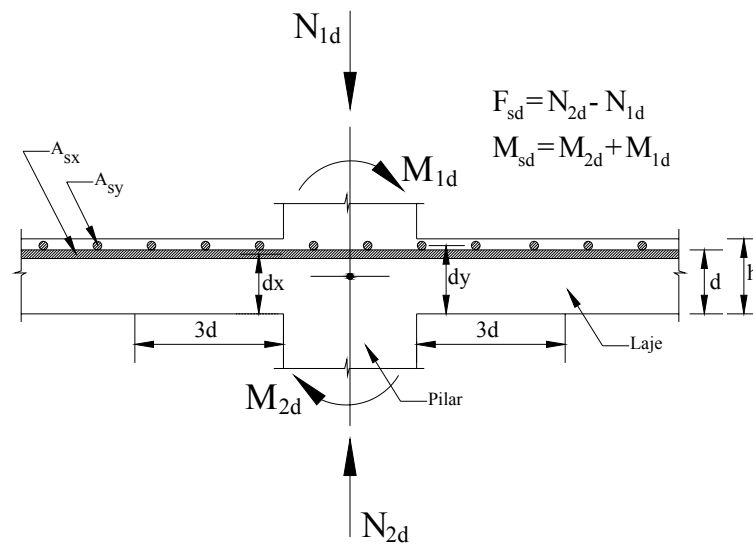


Figura 2. 4 Determinação da altura “d”, F_{sd} e de M_{sd}

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} \text{ sendo,}$$

$$F_{sd} = N_{2d} - N_{1d}$$

em que:

N_{2d} é a ação na base do pilar superior;

N_{1d} é a ação no topo do pilar inferior;

F_{sd} : é a força ou reação concentrada de cálculo.

A figura 2.4 ilustra a situação em questão.

u.d: é a área da superfície crítica;

d: é a altura útil da laje ao longo do contorno crítico C' distante $2d$ do

contorno C , dada por:

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \text{ (figura 2.4);}$$

u: é o perímetro do contorno crítico C , C' e C'' , e para pilares retangulares e circulares pode ser determinado pelas expressões contidas na tabela 2.1:

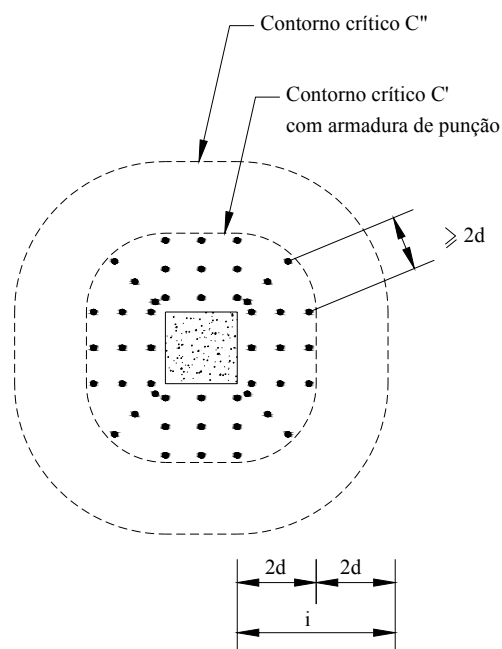
Tabela 2. 1 Perímetros críticos

Contorno	u – para pilares retangulares	u – para pilares circulares
C	$u = 2.(c_1 + c_2)$	$u = \pi.2.r$
C'	$u = 2.(c_1 + c_2) + 4.\pi.d$	$u = \pi.2.r'$
C''	$u = 2.(c_1 + c_2) + 4.\pi.d + 2.\pi.i$	$u = \pi.2.r''$

em que:

- C_1 e C_2 : são as dimensões do respectivo pilar;

- i : é a distância da face do pilar até a última linha de conectores, conforme figura 2.5:

**Figura 2. 5** Distância da face do pilar até última linha de conectores

No item 19.5.2.6 da NBR 6118:2003, para casos especiais de definição do contorno crítico, em casos onde o contorno **C** apresentar reentrâncias, o contorno crítico **C'** deve ser paralelo ao polígono circunscrito ao contorno **C**, conforme mostra a figura 2.6:

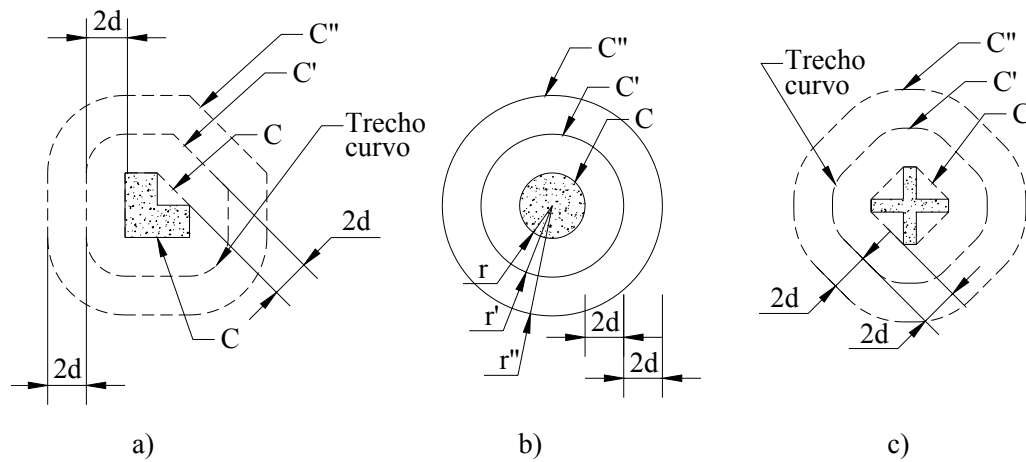


Figura 2. 6 Perímetro crítico para pilares de seção circular e para alguns casos especiais (reentrância)

2.2. 2 Pilar interno com efeito de momento fletor em uma das direções

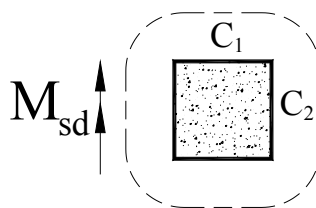
$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{ud} + \frac{K \cdot M_{sd}}{W_p \cdot d}$$

em que:

K : é o coeficiente que fornece a parcela de momento fletor M_{sd} transmitida ao pilar por cisalhamento, que depende da relação C_1/C_2 (relação entre as dimensões do pilar) e tem os valores indicados na tabela 2.2.

Tabela 2. 2 Valores do coeficiente K (tabela 19.2 da NBR 6118:2003)

C_1/C_2	0,5	1,0	2,0	3,0
K	0,45	0,60	0,70	0,80
Em que: C_1 é a dimensão do pilar, paralela à excentricidade da força; C_2 é a dimensão do pilar, perpendicular à excentricidade da força. (Figura 2.7)				

**Figura 2. 7 Dimensões do pilar com relação a sua excentricidade**

M_{sd} : pode ser obtido pela expressão:

$$M_{sd} = M_{2d} + M_{1d}, \text{ conforme pôde ser visto na figura 2.4.}$$

W_p : é o módulo de resistência plástica da seção correspondente ao perímetro crítico e pode ser calculado desprezando-se a curvatura dos cantos, por meio da expressão:

$$W_p = \int_0^u |e| d\ell$$

em que:

- $d\ell$: é o comprimento infinitesimal no perímetro crítico u ;

- e : é a distância de $d\ell$ ao eixo que passa pelo centro do pilar e sobre o

qual atua o momento fletor M_{sd} ;

Para pilares de seção circular, W_p pode ser obtido pela expressão:

$$W_p = (D+4d)^2$$

em que:

- D: é o diâmetro do pilar.

- d: é a altura útil da laje ao longo do contorno crítico.

Para pilares internos e de seção retangular, W_p pode ser determinado pelas expressões contidas na tabela 2.3.

Tabela 2. 3 Expressões de W_p para pilares internos de seção retangular

Contorno	W_p
C	$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1.C_2$
C'	$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1.C_2 + 4.C_2.d + 16.d^2 + 2.\pi.d.C_1$
C''	$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1.C_2 + 4.C_2.d + 16.d^2 + 2.\pi.d.C_1 + 2.C_2.i + 16.d.i + 4.i^2 + \pi.C_1.i$

2.2. 3 Pilar interno com efeito de momento fletor em duas direções

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{ud} + \frac{K_1.M_{sd1}}{W_{p1}.d} + \frac{K_2.M_{sd2}}{W_{p2}.d}$$

em que:

M_{sd1} e M_{sd2} : são os momentos fletores desbalanceados de cálculo nas duas direções;

K_1 e K_2 : são os coeficientes de transmissão de momentos, dados na tabela 2.2;

W_{p1} e W_{p2} : são os módulos de resistência plástica, dados na tabela 2.3, sendo que para o cálculo dos respectivos momentos, as dimensões C_1 e C_2 são trocadas, conforme figura 2.8:

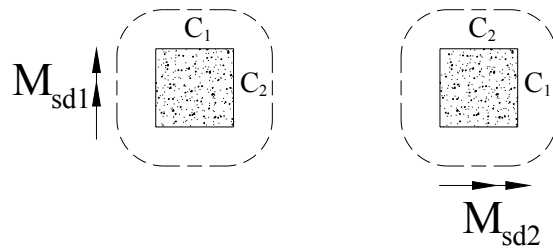


Figura 2. 8 Troca das dimensões C_1 e C_2 , para o cálculo M_{sd}

2.2. 4 Pilares de borda

Para os pilares de borda, duas situações devem ser verificadas: uma delas é quando não agir momento fletor no plano paralelo à borda livre e a outra é quando existir momento fletor nas duas direções.

2.2.4. 1 Pilares de borda quando não agir momento fletor no plano paralelo à borda livre

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^* d} + \frac{K_1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d}$$

em que:

$F_{sd} = N_{2d} - N_{1d}$: conforme já foi mostrada no item 2.1, figura 2.4;

u^* : é o perímetro crítico reduzido do contorno analisado, conforme figura 2.9;

M_{sd1} é o momento de cálculo resultante;

W_{p1} : módulo de resistência plástica na direção perpendicular à borda livre.

Para pilares de borda e de seção retangular u^* pode ser determinado pelas expressões da tabela 2.4.

Tabela 2. 4 Perímetros críticos

Contorno	u^* – para pilares retangulares
C	$u^* = 2.a + C_2$
C'	$u^* = 2.a + C_2 + 2.\pi.d$
C''	$u^* = 2.a + C_2 + 2.\pi.d + \pi.i$

Em que:

- a: é o menor valor entre $1,5.d$ ou $0,5.C_1$;

- i: é a distância da face do pilar até a última linha de conectores, conforme já visto no item 2.1, figura 2.5;

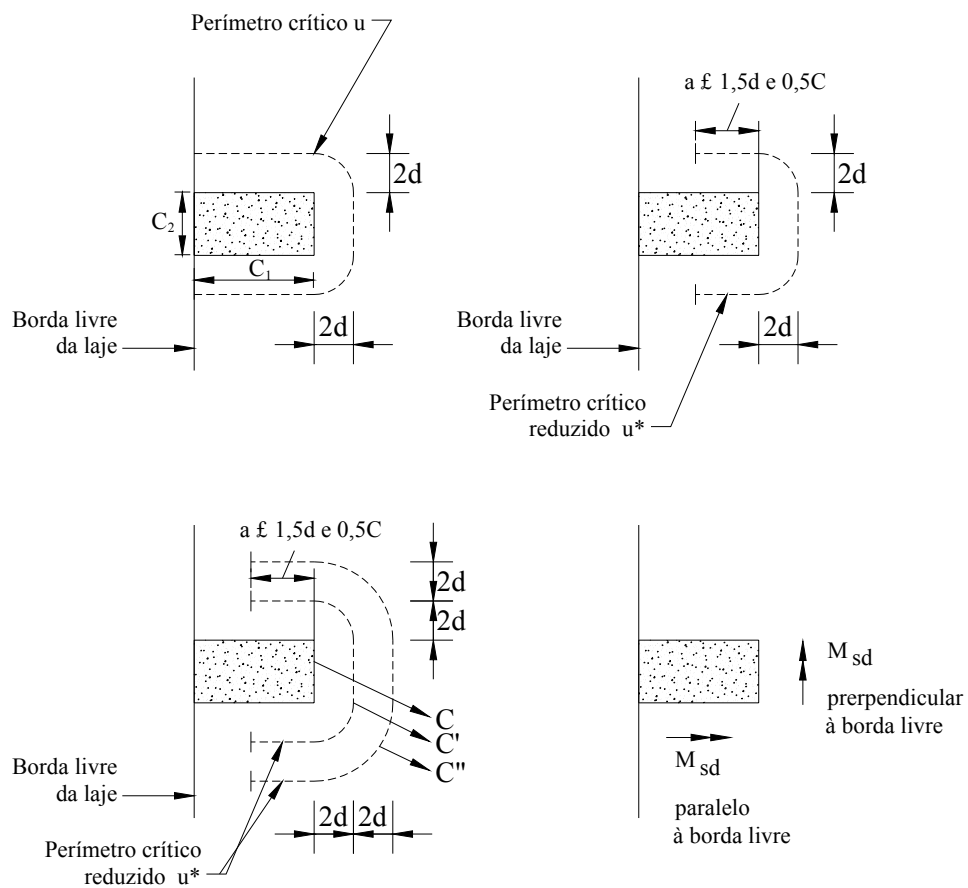


Figura 2. 9 Perímetro crítico e perímetro crítico reduzido em pilares de borda

M_{sd1} é dado pela expressão:

$$M_{sd1} = (M_{sd} - M_{sd}^*) \geq 0$$

Em que:

- M_{sd} : momento de cálculo no plano perpendicular à borda livre;
- M_{sd}^* : é o momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido u^* em relação ao centro do pilar, no plano perpendicular à borda livre e $M_{sd}^* = F_{sd} \cdot e^*$
- e^* : é a excentricidade do perímetro crítico reduzido, conforme figura 2.10, e pode ser determinado pelas expressões contidas na tabela 2.5.

Nota: as expressões da tabela 2.5 foram montadas de acordo com a integral² :

$$e^* = \frac{\int_0^{u^*} |e| \cdot d\ell}{\int_0^{u^*} d\ell}$$

Tabela 2. 5 Excentricidade dos perímetros críticos reduzidos para pilares de borda de seção retangular

Contorno	E^* – para pilares retangulares
C	$e^* = \frac{C_1 \cdot a \cdot a^2 + \frac{C_1 \cdot C_2}{2}}{2 \cdot a + C_2}$
C'	$e^* = \frac{C_1 \cdot a \cdot a^2 + \frac{C_1 \cdot C_2}{2} + 2 \cdot C_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot C_1}{2 \cdot a + C_2 + 2 \cdot \pi d}$
C''	$e^* = \frac{C_1 \cdot a \cdot a^2 + \frac{C_1 \cdot C_2}{2} + 2 \cdot C_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot C_1 + C_2 \cdot i + 8 \cdot d \cdot i + \frac{\pi \cdot i \cdot C_1}{2} + 2 \cdot i^2}{2 \cdot a + C_2 + 2 \cdot \pi d + \pi \cdot i}$

² Essa integral para o cálculo do módulo de resistência plástica do perímetro crítico reduzido, em situações de excentricidade, foi desenvolvida por Guarda et al (2002).

fletor no plano paralelo à borda livre, juntamente com as relacionadas a seguir;

K_2 : assume os valores estabelecidos para K dados na tabela 2.2, substituindo-se C_1/C_2 por $\frac{C_2}{2}.C_1$ e C_1 e C_2 são especificados na figura 2.10;

M_{sd2} : momento de cálculo no plano paralelo à borda livre;

W_{p2} : módulo de resistência plástica na direção paralela à borda livre e pode ser determinado pelas expressões contidas na tabela 2.7.

Tabela 2. 7 Módulo de resistência plástica para pilares de borda de seção retangular com momento paralelo à borda livre

Contorno	W_{p2}
C	$W_{p2} = \frac{C_2^2}{4} + C_1.C_2$
C'	$W_{p2} = \frac{C_2^2}{4} + C_1.C_2 + 4.C_1.d + 8.d^2 + \pi.d.C_2$
C''	$W_{p2} = \frac{C_2^2}{4} + C_1.C_2 + 4.C_1.d + 8.d^2 + \pi.d.C_2 + 2.C_1.i + 8.d.i + \frac{\pi.i.C_2}{2} + 2.i^2$

2.2. 5 Pilares de canto

Para o pilar de canto, aplica-se o disposto para o pilar de borda quando não age momento no plano paralelo à borda livre.

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} + \frac{K_1.M_{sd1}}{W_{p1}.d}$$

As verificações são feitas separadas para cada uma das direções, considerando o momento fletor cujo plano é perpendicular à borda livre adotada.

O coeficiente K_1 é obtido normalmente na tabela 2.2 em função da proporção C_1/C_2 referentes aos lados do pilar, conforme figura 2.11:

$$- F_{sd} = N_{2d} - N_{1d}$$

- $M_{sd} = M_{2d} + M_{1d}$
- $M_{sd1} = (M_{sd} - M_{sd}^*) \geq 0$
- $M_{sd}^* = F_{sd} \cdot e^*$

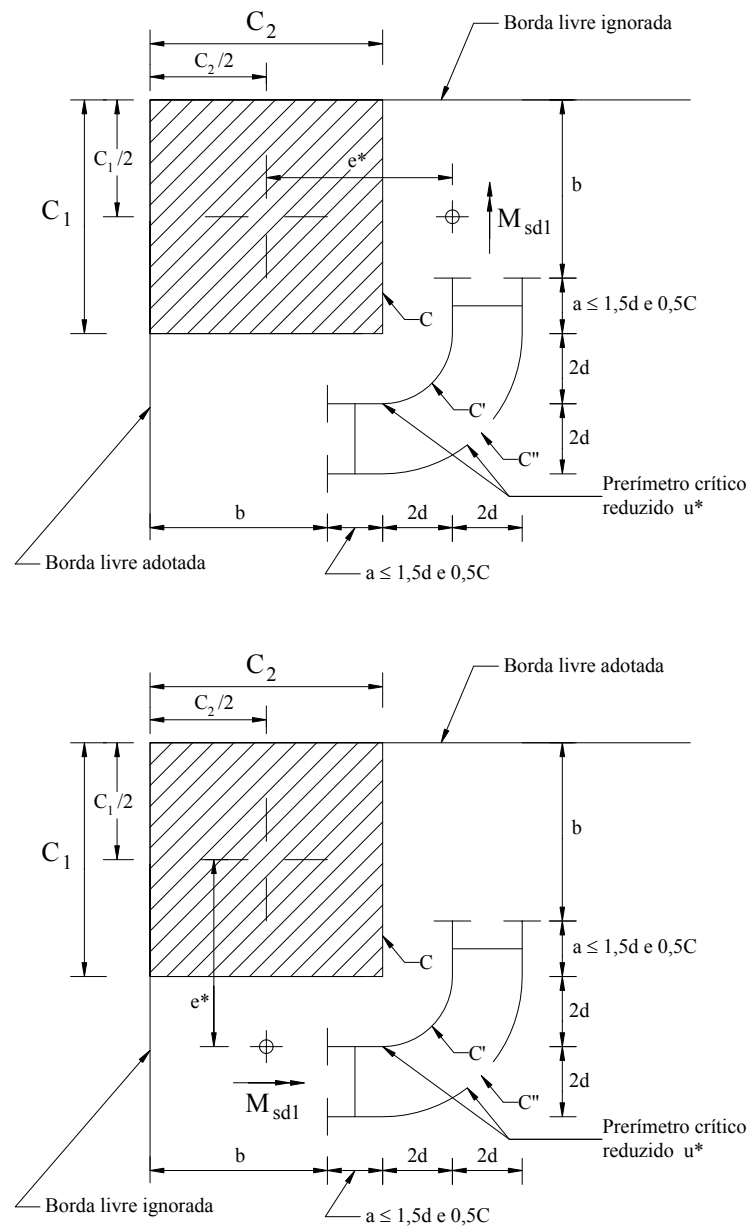


Figura 2. 11 Perímetro crítico reduzido, excentricidade, situações de consideração de momentos para cálculo de pilares de canto

O perímetro crítico reduzido u^* pode ser determinado pelas expressões contidas na tabela 2.8.

Tabela 2. 8 Perímetros críticos

Contorno	u^* – para pilares retangulares
C	$u^* = a_1 + a_2$
C'	$u^* = a_1 + a_2 + \pi \cdot d$
C''	$u^* = a_1 + a_2 + \pi \cdot d + (\pi \cdot i) / 2$

A excentricidade para o cálculo do momento fletor perpendicular a uma borda do pilar de canto pode ser determinada pelas expressões contidas na tabela 2.9.

Tabela 2. 9 Excentricidade dos perímetros críticos reduzidos para pilares de canto de seção retangular

Contorno	e^* – para pilares de seção retangular
C	$e^* = \frac{C_1 \cdot a_1 - a_1^2 + a_2 \cdot C_1}{2 \cdot (a_1 + a_2)}$
C'	$e^* = \frac{C_1 \cdot a_1 - a_1^2 + a_2 \cdot C_1 + 4 \cdot a_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot C_1}{2 \cdot (a_1 + a_2 + \pi \cdot d)}$
C''	$e^* = \frac{C_1 \cdot a_1 - a_1^2 + a_2 \cdot C_1 + 4 \cdot a_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot C_1 + 2 \cdot a_2 \cdot i + 8 \cdot d \cdot i + \frac{\pi \cdot i \cdot C_1}{2} + 2 \cdot i^2}{2 \cdot (a_1 + a_2 + \pi \cdot d + \frac{\pi \cdot i}{2})}$

O módulo de resistência plástica W_{p1} pode ser determinado pelas expressões contidas na tabela 2.10.

Tabela 2. 10 Módulo de resistência plástica para pilares de canto de seção retangular com momento perpendicular a uma borda

Contorno	W_{p2}
C	$W_{p1} = \frac{C_1^2}{4} + \frac{C_1 \cdot C_2}{2}$
C'	$W_{p1} = \frac{C_1^2}{4} + \frac{C_1 \cdot C_2}{2} + 2 \cdot C_2 \cdot d + 4 \cdot d^2 + \frac{\pi \cdot d \cdot C_1}{2}$
C''	$W_{p1} = \frac{C_1^2}{4} + \frac{C_1 \cdot C_2}{2} + 2 \cdot C_2 \cdot d + 4 \cdot d^2 + \frac{\pi \cdot d \cdot C_1}{2} + C_2 \cdot i + 8 \cdot d \cdot i + \frac{\pi \cdot i \cdot C_1}{4} + i^2$

2. 3 Cálculo das Tensões Resistentes

As tensões resistentes são calculadas para as superfícies críticas C, C' e C'' para as verificações necessárias.

2.3. 1 Verificação da tensão resistente de compressão diagonal do concreto na superfície crítica C (na face do pilar)

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd}$$

em que:

α_v : é o coeficiente de efetividade do concreto dado por $\alpha_v = (1 - f_{ck}/250)$, com f_{ck} em MPa (f_{ck} é a resistência característica do concreto à compressão);

f_{cd} : é a resistência de cálculo do concreto;

f_{ck} : é a resistência característica do concreto;

No item 19.5.3.1 da NBR 6118:2003, τ_{rd2} pode ser aumentado em 20% por efeito de estado múltiplo de tensões junto a um pilar, quando os vãos que chegam a esse pilar não diferem mais de 50% e que não exista aberturas junto ao pilar.

2.3. 2 Verificação da tensão resistente de compressão diagonal do concreto nas superfícies críticas C' e C''

A superfície C' refere-se às lajes sem armaduras de punção, e a superfície C'' às lajes com armaduras de punção. As equações são:

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}}$$

em que:

$$d = \frac{d_x + d_y}{2}, \text{ conforme já visto na figura 2.4, do item 2.2.1;}$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y};$$

ρ_x e ρ_y : são as taxas de armadura nas duas direções, determinadas como se segue:

A largura ou a faixa para obtenção da taxa de armadura será igual à dimensão ou área da seção do pilar carregado, acrescida 3d para cada um dos lados, conforme vê-se na figura 2.12.

Quanto ao pilar de borda ou de canto, prevalece a distância até a borda, quando essa for menor que 3d.

$$\rho_x = \frac{\text{n}^\circ \text{de barras na direção "x" . área de cada barra}}{d_x \cdot (C_1 \text{ ou } C_2 + 2 \cdot (3 \cdot d))}$$

$$\rho_y = \frac{\text{n}^\circ \text{de barras na direção "y" . área de cada barra}}{d_y \cdot (C_1 \text{ ou } C_2 + 2 \cdot (3 \cdot d))}$$

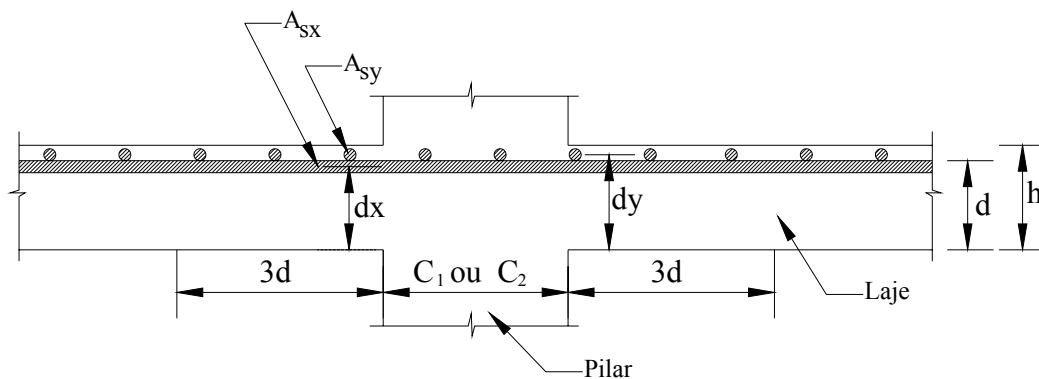


Figura 2. 12 Definição da região para cálculo de ρ_x e ρ_y , e da altura útil “d”

2.3. 3 Verificação da tensão resistente de compressão diagonal do concreto na superfície crítica C' em lajes com armaduras de punção

$$\tau_{Rd3} = 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 1,50 \cdot \frac{d}{S_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \text{sen} \alpha}{u \cdot d}$$

em que:

$$S_r \leq 0,75 \cdot d$$

S_r : é o espaçamento radial entre as linhas de armadura de punção, não maior que $0,75 \cdot d$, conforme figura 2.13.

A_{sw} : é a área de armadura de punção num contorno completo paralelo a C', conforme figura 2.13.

α : é o ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje;

u : é o perímetro crítico, ou perímetro crítico reduzido no caso de pilares de borda ou de canto;

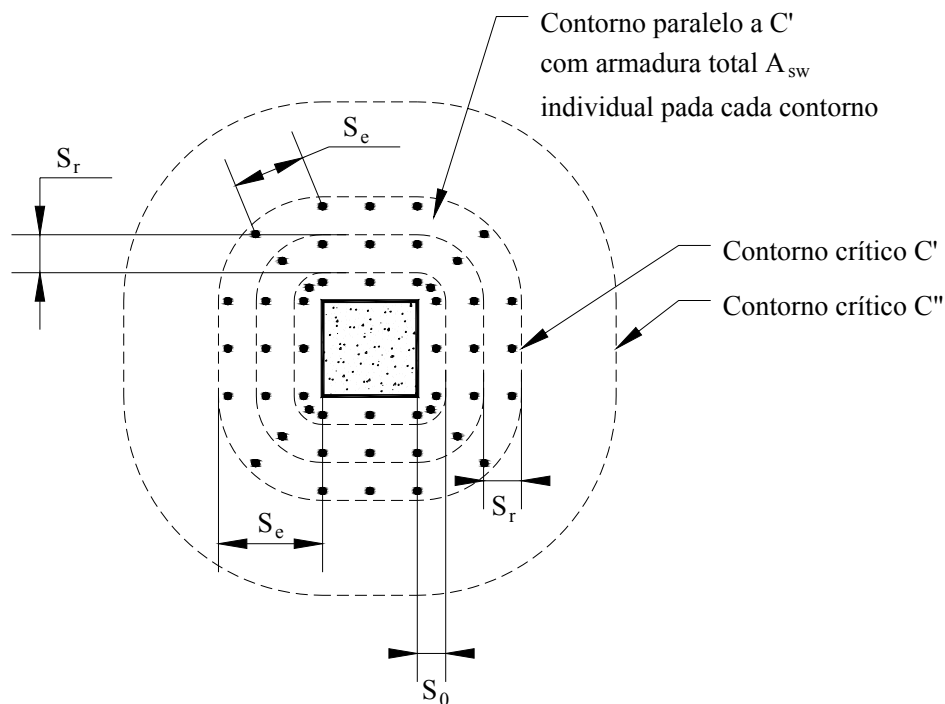


Figura 2. 13 Contorno paralelo a C' com armadura total A_{sw}

f_{ywd} : é a resistência de cálculo da armadura de punção com os respectivos valores:

- não maior que 300 MPa para conectores;
- não maior que 250 MPa para estribos em lajes com espessuras até 15cm;
- 435 MPa para estribos em lajes com espessuras maiores que 35cm.

Vale observar que para os casos intermediários de espessuras de lajes com armaduras em estribos é permitida a interpolação linear de f_{ywd} .

2. 4 Armadura de punção obrigatória

Uma das desvantagens no emprego das lajes-sem-vigas é quanto à rigidez global da estrutura, ou seja, garantir uma boa estabilidade global frente às ações

laterais provenientes de vento, ou de excentricidades de natureza diversas. Para dar uma maior confiabilidade a essas lajes, frente a essa desvantagem e conseqüentemente aumentar a estabilidade global da estrutura, deve ser prevista uma armadura de punção, mesmo que a tensão solicitante, numa distância $2d$ da face do pilar no contorno C' , seja menor que a resistida ($\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1}$).

De acordo com a NBR 6118:2003, essa armadura garante um equilíbrio de no mínimo 50% de F_{sd} , em que:

$$F_{sd} = N_{2d} - N_{1d}$$

$$A_{s, \min.} \geq \frac{0,50.F_{sd}}{f_{yd}}$$

2. 5 Armadura de flexão obrigatória (colapso progressivo)

Para garantir a ductilidade local e a proteção contra o colapso progressivo, a NBR 6118:2003 prevê um mínimo para a armadura de flexão que atravessa o contorno C e a que a mesma deva estar devidamente ancorada além do contorno C' , conforme figura 2.14, e essa armadura mínima de flexão é dada pela equação abaixo:

$$A_s \cdot f_{yd} \geq F_{sd}$$

em que:

$A_{s, \min}$: é a somatória de todas as áreas das barras que cruzam cada uma das faces do pilar

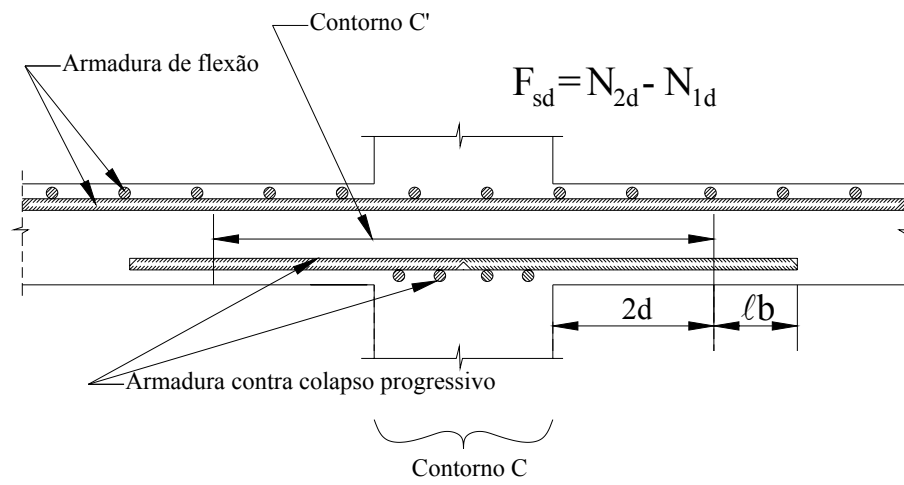


Figura 2. 14 Armadura contra colapso progressivo

2. 6 Perímetro crítico próximo a aberturas nas lajes-sem-vigas

Se numa laje existir abertura situada a menos de $8d$ do contorno C, não deve ser considerado o trecho do contorno crítico C', entre as duas retas que passam pelo centro de gravidade da área de aplicação da força e que tangencia o contorno da abertura, ou seja, esse trecho deve ser subtraído, conforme figura 2.15.

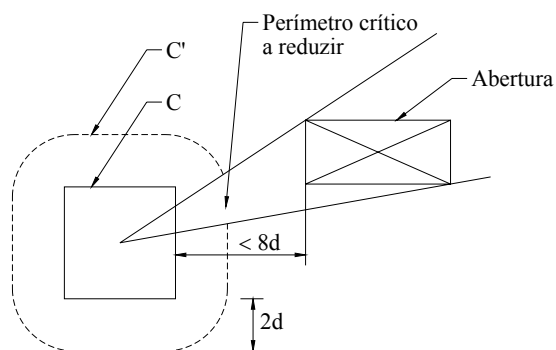


Figura 2. 15 Perímetro crítico junto à abertura na laje

2.7 Detalhamento da armadura de punção

A armadura de punção, mesmo quando for a mínima exigida pela NBR 6118:2003, deve ser estendida em contornos paralelos a C' , até que, num contorno C'' afastado $2d$ do último contorno de armadura, ela não seja mais necessária, ou seja, $\tau_{sd} \leq \tau_{sd1}$, e as mesmas devem ser dispostas em pelo menos três linhas de conectores tipo pinos ou estribos verticais, como detalhado na figura 2.16.

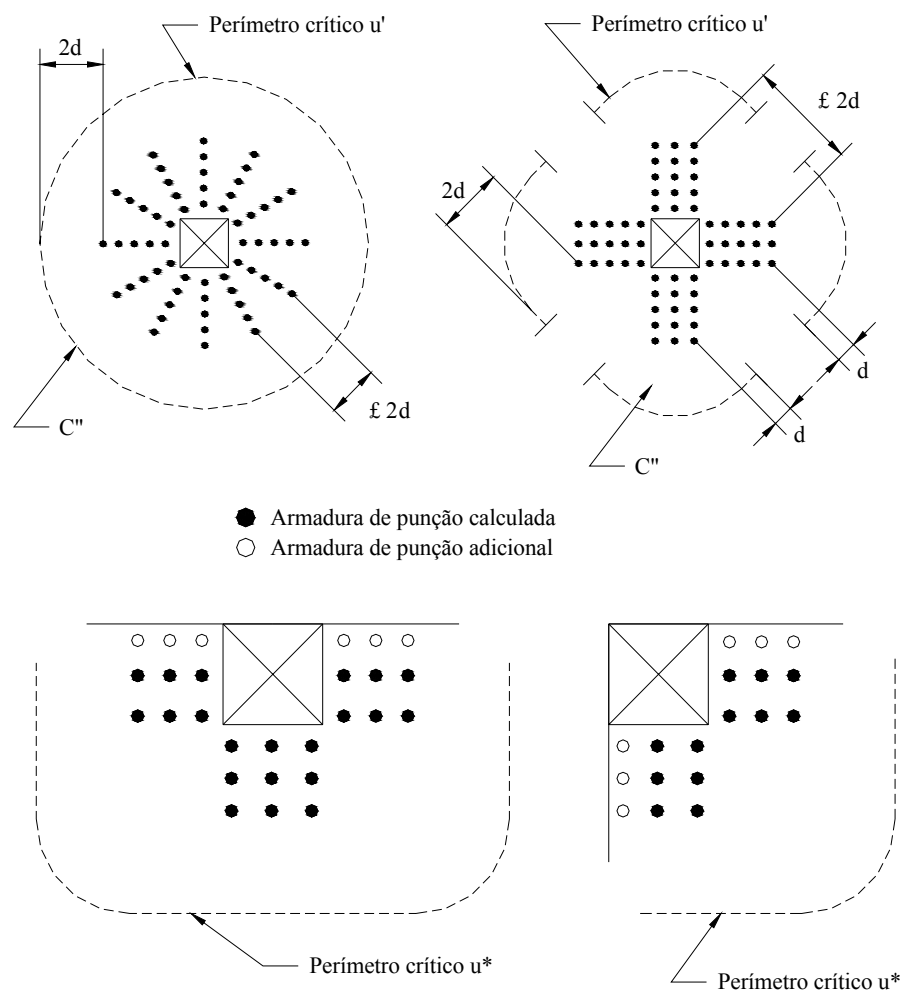


Figura 2. 16 Detalhamento da armadura de punção vista em planta

Quanto ao espaçamento, devem distanciar um máximo de $0,5 \cdot d$ da face do pilar ou da área concentrada de aplicação de uma carga e depois com um máximo de

0,75.d entre ambas, conforme detalhada na figura 2.17.

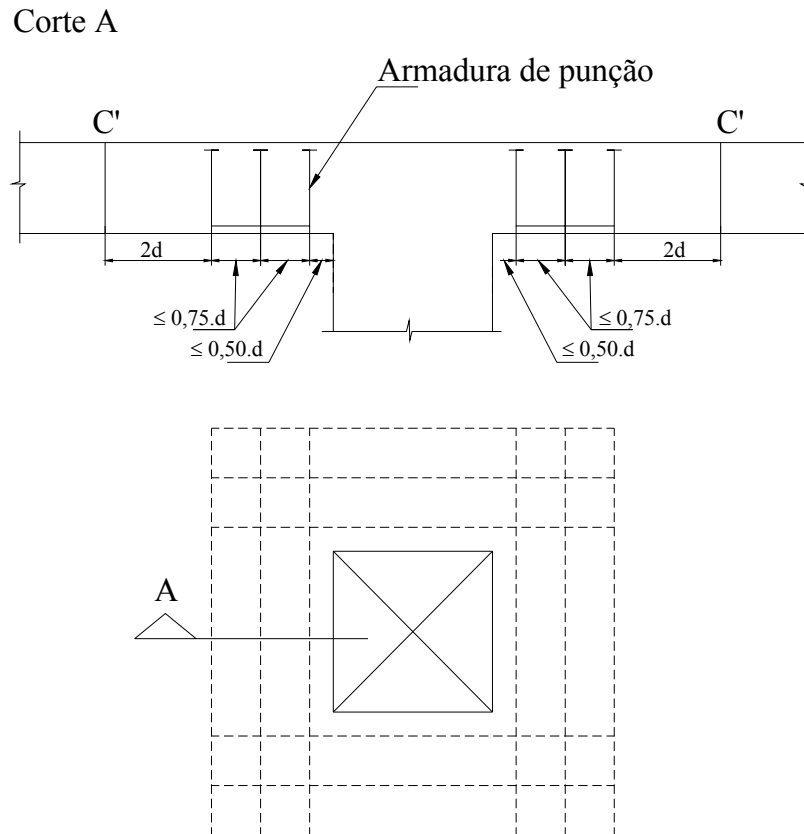


Figura 2. 17 Armadura de punção vista em corte

Quando utilizada armadura do tipo pino, as mesmas seguem algumas recomendações de acordo com figura 2.18 (FIGUEIREDO FILHO, 1989).

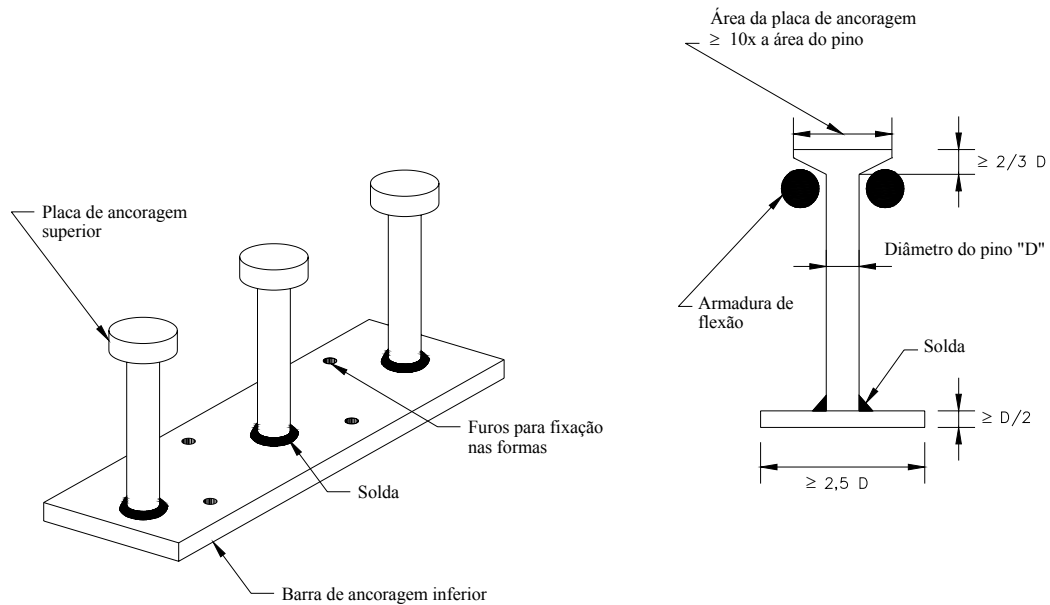


Figura 2. 18 Armadura de punção tipo pino (FIGUEIREDO FILHO 1989)

Também é possível executar a armação com estribos verticais e estes devem seguir as mesmas restrições da armação do tipo pino e podem ser detalhados de acordo com a figura 2.19.

Quando a armadura de punção for disposta em forma de vigas cruzadas, a armadura longitudinal para posicionar os estribos não são calculadas, sendo aconselhável um mínimo de $4 \text{ } \varnothing 12,5\text{mm}$, conforme figura 2.20 (MULTIPLUS, 2003).

Os ganchos de ancoragem da armadura de flexão próximos dos pilares de canto praticamente não trabalham como armadura transversal, portanto, os mesmos não devem ser computados quando do seu cálculo e detalhamento.

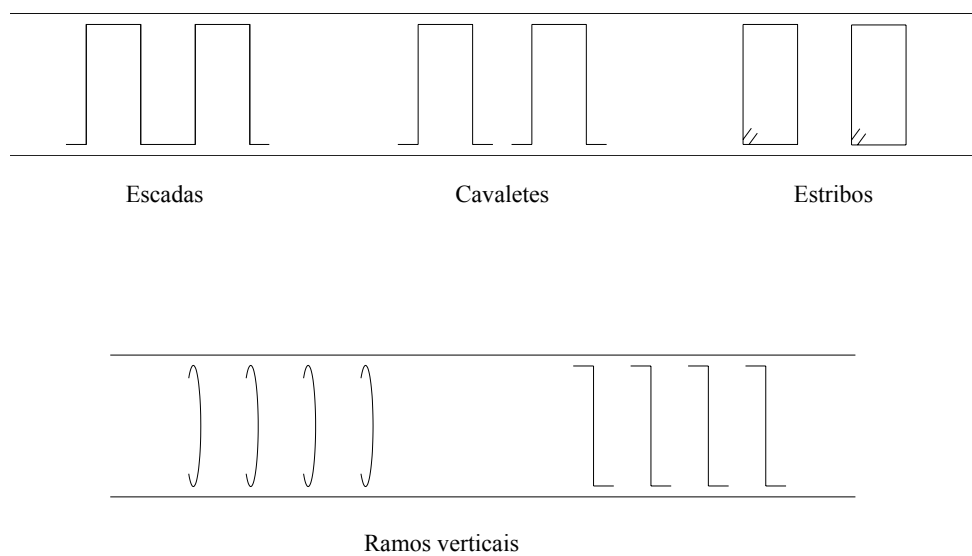


Figura 2. 19 Armadura de punção tipo estribos

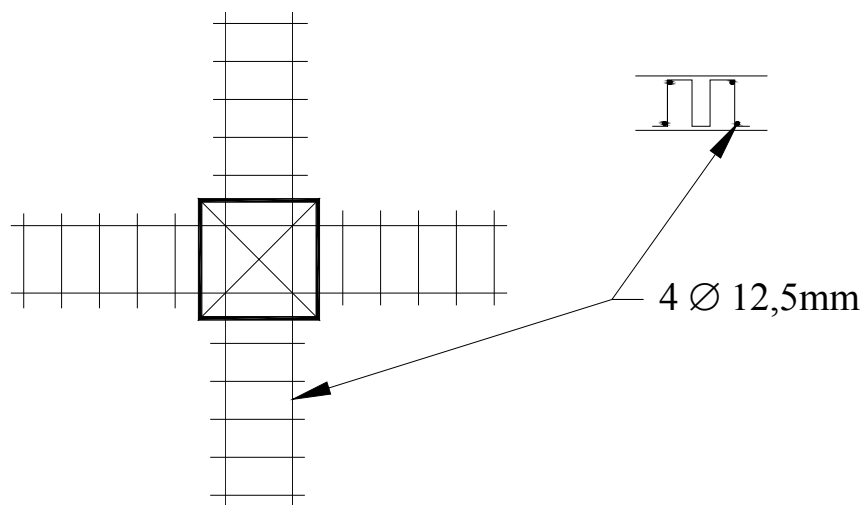


Figura 2. 20 Armadura de punção com armadura de montagem em vigas cruzadas

CAPÍTULO 3

DESLOCAMENTOS TRANSVERSAIS EM LAJE-SEM-VIGAS (FLECHAS)

3.1 Introdução

A ocorrência de deslocamentos transversais excessivos é tida como uma desvantagem no emprego do sistema de lajes-sem-vigas, principalmente quando comparada ao sistema tradicional de laje/viga/pilar. Esses deslocamentos, quando ultrapassam determinados limites, podem causar desconforto ao usuário, danos a elementos não-estruturais e interferir diretamente no funcionamento da própria estrutura. O emprego de técnicas de cálculo e de materiais de alta resistência resulta em estruturas bastante leves e esbeltas, atendendo a resistência à flexão dessas lajes, por isso, em certos casos, a verificação dos deslocamentos se torna mais importante.

A NBR 6118:2003, por sua vez, não trata o problema da maneira como deveria ser tratado, dedicando especial atenção no que diz respeito à flexão e, conseqüentemente, dando aos projetistas pouca orientação sobre os deslocamentos nas lajes-sem-vigas. Algumas normas, como a ACI 318-89, CEB-FIP MC-90, EUROCODE 2 (1992), estabelecem uma altura útil mínima para elementos a partir da qual não é mais necessária a verificação dos deslocamentos. Isso leva à conclusão de que tais elementos, ao longo do tempo, estarão sempre dentro dos limites aceitáveis, e para aqueles com altura útil menor que a estabelecida, deve-se, então, calculá-los e compará-los com os valores limites determinados.

Por outro lado, para a NBR 6118:2003 não existe altura útil a partir da qual não seja necessário o cálculo dos deslocamentos; sempre é recomendada a avaliação das flechas nos elementos estruturais. Esses deslocamentos, quando ocorrem, são influenciados por uma série de fatores, tais como:

A) Fatores devido aos materiais:

- *retração do concreto*: este fenômeno está relacionado à diferença na taxa de armadura superior e inferior, como também à quantidade de cimento empregado na composição do concreto. Isso significa que em concretos de alta resistência os benefícios obtidos pelo aumento da resistência e do módulo

de deformação passam a ser pequenos ou, até mesmo, nulos frente às altas características de deformação produzidas pelo mesmo (FIGUEIREDO FILHO, 1989);

- *fluência*: provocada pela ação de carga referente ao seu peso próprio e outras de pequena variabilidade durante a etapa de construção, ocorrida devido ao acúmulo de materiais, apoio de escoramentos para os pavimentos superiores e a própria parcela dos carregamentos acidentais referentes ao mobiliário e utensílios domésticos. El-Sheikh e Chen (1988), verificaram que uma grande parcela desse deslocamento ocorre no primeiro ano de vida útil da estrutura;
- *resistência do concreto*: o aumento da resistência à tração eleva o momento de fissuração e aumenta a rigidez efetiva pela colaboração do concreto tracionado. Essa melhora na qualidade do concreto pode reduzir significativamente os deslocamentos. Silvany (1996) sugere que seja utilizado o valor de resistência correspondente aos 28 dias de idade do concreto para o cálculo dos deslocamentos, embora esses deslocamentos possam se alterar de acordo com a variação da resistência do concreto; isso garante que seja incluída uma maior parcela dos carregamentos em idades menores para sua determinação;
- *módulo de elasticidade*: é um fator de rigidez da peça ligado ao material utilizado, isto é, depende dos módulos de elasticidade da pasta de cimento e do agregado, variando consideravelmente de acordo com a relação de quantidade dos mesmos na mistura;
- *fissuração*: ocorre quando os momentos solicitantes excedem o valor do “momento de fissuração”. A relação entre a rigidez da seção não fissurada e a rigidez da seção fissurada é muito grande; isso significa que as fissuras têm influência no deslocamento transversal final. A NBR 6118:2003, no seu item 19.3.1, determina que, para verificação dos valores limites estabelecidos para a deformação da estrutura, mais propriamente para rotações e deslocamentos em elementos estruturais lineares, devem ser realizados, considerando-se a rigidez efetiva das seções do elemento estrutural, a presença de armadura, a existência de fissuras e as deformações deferidas no tempo. Esse assunto será

abordado mais detalhadamente no item 3.3.2.5.

B) Fatores devidos ao projeto:

- *dimensionamento*: ocorre quando o projetista busca máxima economia, com vistas apenas à obtenção da resistência satisfatória, ou seja, que atenda às solicitações impostas nas verificações no estado limite último (ELU), desconsiderando as verificações de deslocamento no estado limite de serviço (ELS);
- *não-linearidade*: quando os deslocamentos são determinados sem um refinamento no cálculo ou sem considerar a não linearidade física do concreto armado, podendo ser utilizado um momento de inércia efetivo (inércia de Branson);
- *metodologia utilizada*: quando se empregam métodos inadequados ou, até mesmo, desatualizados de cálculo;
- *disposição arquitetônica*: construção de grandes paredes atravessando o meio de vãos, sem elementos estruturais próprios para a situação, provocando trincas e rachaduras nas mesmas;
- *relação entre os lados dos painéis das lajes*: quando a relação entre os mesmos for relativamente grande;
- *pilares*: quando se empregam técnicas de adoção de seção e disposição arquitetônica de pilares como, por exemplo, o emprego de seções alongadas na direção do maior vão (conforme figura 3.1), que pode contribuir na diminuição das tensões nos mesmos;
- *adoção de armaduras mínimas*: utilização de armadura superior de compressão, pois, de acordo com Montoya et al (1994), essa armadura ajuda a reduzir as tensões ali solicitantes, bem como aumentar a ductilidade daquela região;

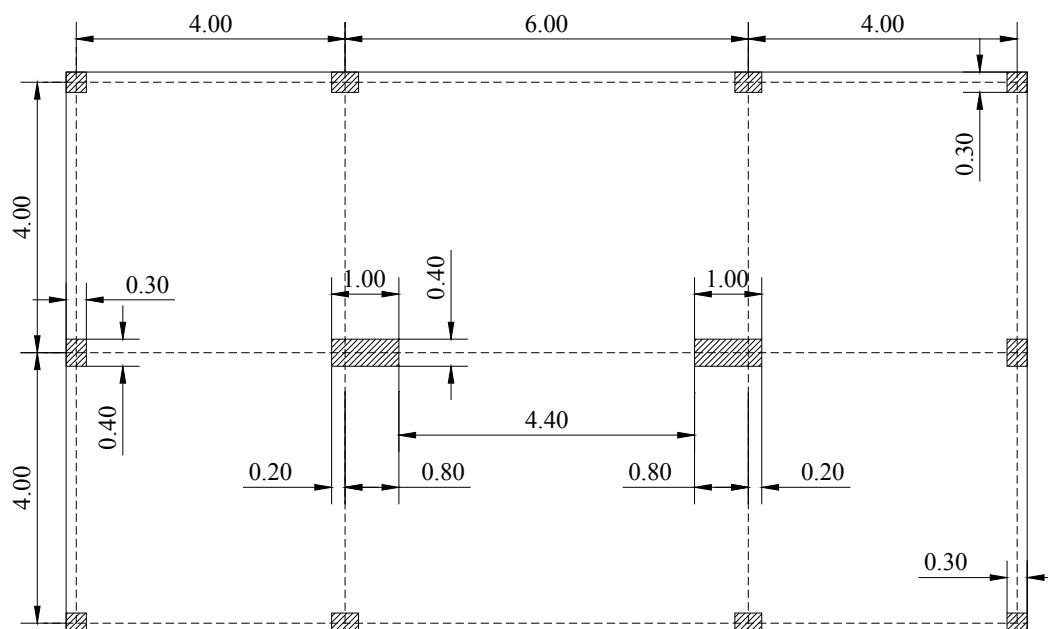


Figura 3. 1 Seção de pilares alongados na direção do maior vão

C) Fatores relacionados à etapa de construção:

- *recalques*: quando ocorrem recalques nas escoras conforme figura 3.2;
- *carregamentos*: quando as cargas de construção estiverem acima das cargas de serviço;
- *ações de construção*: quando as cargas de construção provenientes das escoras dos pavimentos superiores, conforme processo construtivo utilizado em edifícios de vários pavimentos, produzem ações de construção que atingem valores muito altos, isso porque essas ações aumentam a cada nova concretagem, conforme figura 3.3;
- *cura*: quando realizada inadequadamente;
- *concretagem*: quando a armadura superior da laje (armadura negativa nos apoios) sai da sua posição durante a etapa de concretagem ou durante a preparação ou posicionamento da mesma.

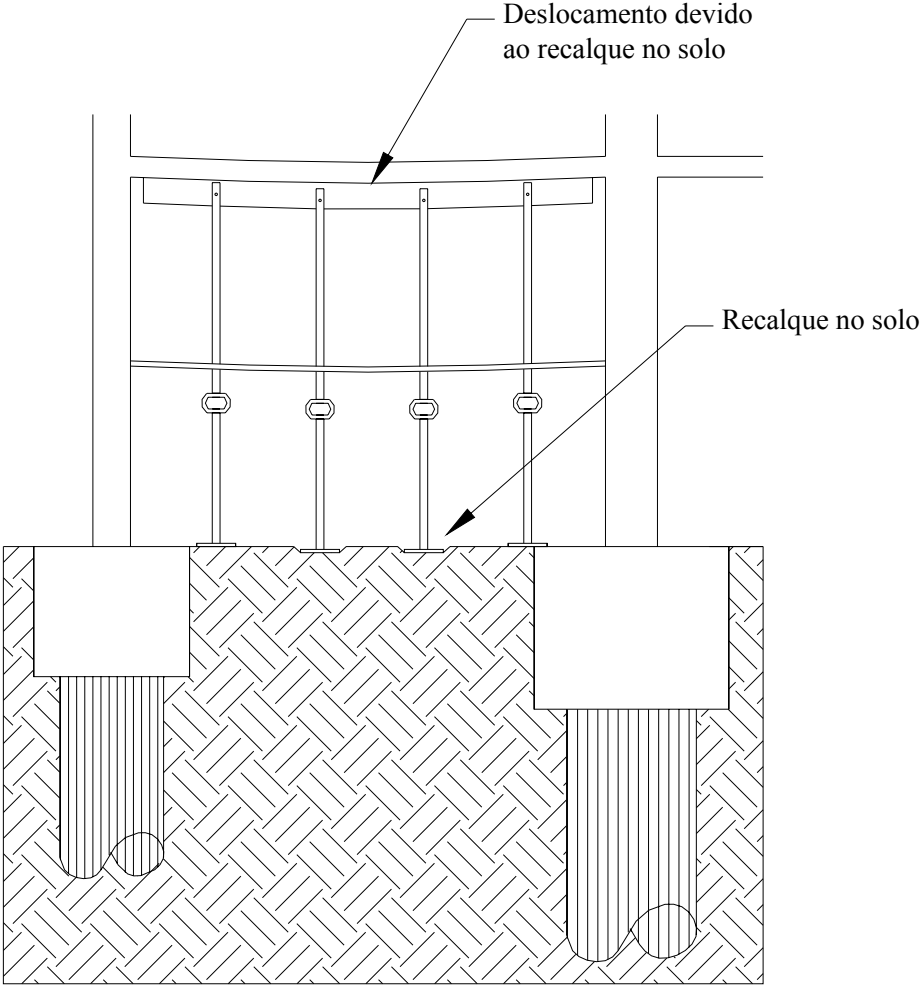
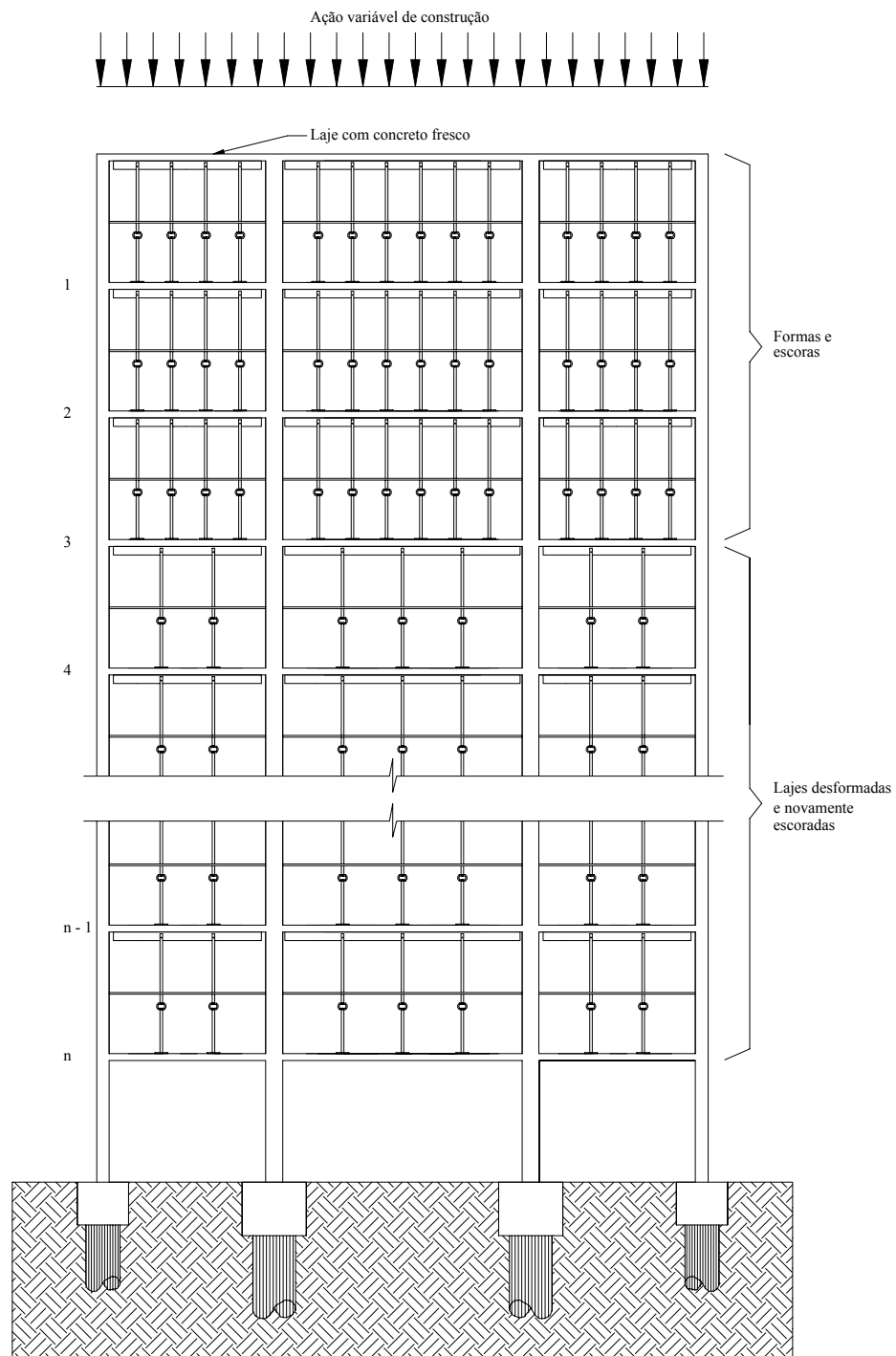


Figura 3. 2 Deslocamentos provenientes de recalque no solo



**Figura 3.3 Sistema de lajes formas e escoras em edifícios de vários pavimentos
(SBAROUNIS apud FIGUEIREDO FILHO, 1989)**

Scanlon e Thompson (1990) desenvolveram uma metodologia para levar em conta as ações de construção no cálculo dos deslocamentos. Essa técnica consiste em calcular o momento fletor com as ações de serviço associada às demais. Dessa maneira, o momento máximo atuante é dado por:

$$M_a = 2,3.M_{pp} \text{ ou } M_a = M_{pp} + M_v \text{ o maior dos dois valores}$$

em que:

M_{pp} é o momento devido ao peso próprio da estrutura e

M_v é o momento devido às ações variáveis.

Essa técnica garante que seja considerado o carregamento proveniente das escoras ou do acúmulo de materiais de construção em determinados locais considerados críticos. Porém, vale lembrar que se as ações variáveis acidentais forem menores das que foram utilizadas para a situação adotada, o dimensionamento tornar-se-á anti-econômico ou super-dimensionado.

Silvany (1996) salienta que as ações de construção, quando atuam em concretos novos, provocam fluência maior do que em concretos que foram carregados após um período de tempo maior e, mesmo com a retirada das cargas, esse deslocamento não é reduzido. Seria, então, aconselhável combatê-los com emprego de mais escoras por um período maior ou até o término da obra.

3. 2 Deslocamentos

Para verificação dos deslocamentos em lajes-sem-vigas, primeiramente deve ser determinado o inicial ou imediato que normalmente ocorre na fase de construção, para que, posteriormente, possa ser calculada a flecha final. Vale lembrar que os mesmos são comparados com limites pré-estabelecidos de acordo com os estados limites de serviço a que está sujeita a estrutura.

Para os estados limites de serviço, os deslocamentos são analisados em função do tempo de permanência e do tipo do carregamento considerado, sendo que para suas combinações empregam-se três maneiras diferentes de consideração que, de acordo com o item 4.1.2.2 da NBR 8681:2003, podem ser classificadas da

seguinte forma:

- *combinações quase permanentes*: são as que podem atuar sobre a estrutura durante mais da metade do período de vida previsto para a mesma;
- *combinações freqüentes*: são as que se repetem aproximadamente 10^5 vezes durante um período de vida de 50 anos ou que tenha uma duração total igual a uma parte não desprezível desse período da ordem de 5%;
- *combinações raras*: são as que podem atuar no máximo algumas horas durante o período de vida da estrutura mas que, mesmo assim, podem colocá-la em risco.

Quanto às ações, essas também são classificadas pela NBR 8681:2003 em ações permanentes, variáveis e excepcionais. Nesse caso, deve ser considerado todo tipo que possa interferir na segurança da estrutura, tanto no estado limite último como no de serviço.

Conforme item 11.7 da NBR 6118:2003, essas ações devem ser majoradas por um coeficiente γ_f dado pela expressão:

$$\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f2} \cdot \gamma_{f3}$$

em que:

γ_{f1} considera a variabilidade das ações;

γ_{f2} considera a simultaneidade das ações, em que $\gamma_{f2} = \psi_0, \psi_1$ ou ψ_2 de acordo com tabela 3.1 (tabela 11.2 da NBR 6118:2003);

γ_{f3} considera os possíveis erros de avaliação dos efeitos das ações, seja por desvios gerados nas construções, seja por deficiência do método de cálculo empregado.

No item 11.7.2 da NBR 6118:2003, em geral o coeficiente de ponderação das ações para os estados limites de serviço é dado pela seguinte expressão:

$$\gamma_f = \gamma_{f2}$$

em que:

$\gamma_{f2} = 1$ para as combinações raras;

$\gamma_{f2} = \psi_1$ para as combinações freqüentes e

$\gamma_{f2} = \psi_2$ para as combinações quase permanentes.

Tabela 3. 1 Valores do coeficiente γ_{f2} (Tabela 11.2 da NBR 6118:2003)

Ações		γ_{f2}		
		ψ_0	ψ_1	ψ_2
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permaneçam fixos por longos períodos de tempo nem de elevadas concentrações de pessoas ²⁾	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo ou de elevadas concentrações de pessoas ³⁾	0,7	0,6	0,4
	Bibliotecas, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura	Varição uniforme de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3
²⁾ Edifícios residenciais				
³⁾ Edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos				

Após definir todas as ações e suas combinações, determina-se o valor de cálculo para cada caso dado por $F_{d, serv}$, de acordo com o que segue:

- Para as combinações quase-permanentes de serviço, todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes, dados pela expressão:

$$F_{d, serv} = \sum F_{gi, k} + \sum \psi_{2j} \cdot F_{qj, k}$$

- Para as combinações freqüentes de serviço, a ação variável principal é tomada com seu valor freqüente e todas as demais ações variáveis com seus valores quase permanentes, dados pela expressão:

$$F_{d, serv} = \sum F_{gi, k} + \psi_1 \cdot F_{q1, k} + \sum \psi_{2j} \cdot F_{qi, k}$$

- Para as combinações raras de serviço, a ação variável principal é tomada com seu valor característico e todas as demais com seus valores frequentes, dados pela expressão:

$$F_{d, \text{serv}} = \sum F_{gi,k} + F_{q1,k} + \sum \psi_{1j} \cdot F_{qj,k}$$

3.2. 1 Flecha imediata ou inicial

A denominação flecha imediata ou inicial corresponde ao deslocamento que ocorre imediatamente após a aplicação dos carregamentos devido ao seu peso próprio quando as escoras são retiradas ou sob qualquer outro tipo de ação de curta duração. No caso de as cargas de construção não serem elevadas, esses deslocamentos também são chamados de deslocamentos elásticos, pelo motivo de a laje ainda não estar fissurada. Esse deslocamento elástico é calculado em edifícios sob condições normais, ou seja, que não apresentem carregamentos elevados na fase de construção, para auxiliar na previsão dos deslocamentos finais.

Na fase inicial de projeto, é muito importante tomar certos cuidados com esses deslocamentos, visto que, em certos casos, as cargas de construção podem ser maiores que o seu próprio peso, causando uma fissuração prejudicial. Tais deslocamentos também podem surgir, por exemplo, em decorrência da própria velocidade da obra. Sob o ponto de vista econômico é interessante e satisfatória uma desforma rápida para um maior reaproveitamento das formas e escoras, mas as conseqüências são prejudiciais do ponto de vista estrutural, durável e até mesmo estético, pois podem causar grandes deslocamentos iniciais que, na maioria dos casos, são irreversíveis.

A NBR 14931:2003, nos seus itens **Sistemas de fôrmas (7)** e **Cura e retirada de formas e escoramentos (10)**, traz recomendações referentes aos cuidados no dimensionamento e execução, bem como na cura do concreto e retirada das formas e escoramentos. Ela indica como efetuar uma avaliação do tempo de permanência para posterior remoção e precauções a serem observadas durante a sua retirada.

El Sheikh e Chen (1988) analisaram a influência da velocidade de construção

(um piso a cada dois dias) nos deslocamentos e verificaram que, em concretos normais, se comparados com um concreto de alta resistência inicial, os deslocamentos aumentaram em mais de 50% com a desforma rápida.

3.2. 2 Flechas finais

As flechas finais representam os deslocamentos que tendem a crescer com o decorrer do tempo em elementos estruturais de concreto armado, devido a alguns fatores como, por exemplo, a fluência, ações de longa duração, fissuração e retração. Na sua verificação é esperado que os mesmos estejam dentro dos limites aceitáveis de acordo com os índices estabelecidos pelo estado limite de deformação excessiva.

O que torna difícil avaliar esses deslocamentos é como quantificar a interferência direta da fluência nos mesmos. Pesquisas realizadas nos EUA por Yu e Winter (1960) em vigas de pequena escala com variação da armadura de compressão mostraram que os deslocamentos devidos à retração e à deformação lenta, verificados em três idades diferentes (6, 30 e 60 meses), foram no máximo **três** vezes o valor dos deslocamentos imediatos. Isso fez com que algumas normas passassem a recomendar o uso de multiplicadores a serem aplicados aos deslocamentos imediatos.

Vários pesquisadores encontraram valores bem maiores do que três para a relação entre os deslocamentos finais e os medidos para carregamentos iniciais, com diferenças que podem chegar a até 12 vezes mais¹.

Em função desses e de vários outros parâmetros é que se torna difícil e muito complexa uma avaliação mais precisa desses deslocamentos. Além disso, a exatidão dos resultados pode ser prejudicada pelo grande número de variáveis envolvidas no processo, tais como:

- humanas;
- materiais e ambientais que operam em conjunto;

¹ Informações mais detalhadas sobre esse assunto podem ser encontradas em Silvany (1996), Figueiredo Filho (1989), Taylor e Heiman (1977), Blakey (1961) e Jenkins (1965).

- prática construtiva utilizada;
- história do carregamento.

3.3 Cálculo das flechas

A NBR 6118:2003 não estabelece critérios específicos para o cálculo de deslocamentos em lajes-sem-vigas, bem como não indica espessuras mínimas, as quais dispensem o cálculo dos deslocamentos. Ela apenas indica o valor do módulo de elasticidade longitudinal e transversal estimado a ser utilizado nas análises elásticas de projeto, isso para quando não forem feitos ensaios e não existirem dados mais precisos sobre concreto usado na idade de 28 dias, dado por:

$$E_{ci} = 5600 f_{ck}^{1/2}$$

$$E_{cs} = 0,85.E_{ci}$$

Quando utilizado o processo elástico aproximado para cálculo dos esforços que, neste caso, consiste em considerar faixas de lajes trabalhando como vigas, serão usadas também as recomendações para as mesmas no cálculo dos deslocamentos.

Para o cálculo dos deslocamentos adicionais, os quais ocorrem devido à aplicação das cargas de longa duração em função da fluência, é utilizado um fator α_f de multiplicação da flecha imediata.

3.3.1 Estados limites de serviços (ELS)

As verificações dos estados limites de serviço estão relacionadas com a durabilidade das estruturas, aparência, conforto e com a boa utilização funcional da mesma, tanto para os usuários como para o caso de sustentação de máquinas ou equipamentos especiais e, segundo o item 3.2 da NBR 6118:2003, essas verificações são classificadas de acordo com alguns estados, da seguinte forma:

- *estado limite de formação de fissuras (ELS-F)*: no qual se inicia a formação das fissuras;
- *estado limite de fissuração ou de abertura das fissuras (ELS-W)*: compreende

as verificações de elementos que trabalham em ambientes agressivos ou regiões externas da edificação, de maneira a garantir a durabilidade e a segurança quanto aos estados limites últimos. Nesse estado, as fissuras se apresentam com aberturas iguais aos valores máximos especificados no item 13.4.2 da NBR 6118:2003, uma vez que essas fissuras abrem caminho para passagem de agentes que causam a oxidação da armadura e até mesmo a deterioração do concreto;

- *estado limite de deformação excessiva (ELS-DEF)*: no qual se verificam as flechas, ou seja, é o estado em que as deformações atingem os limites estabelecidos para a utilização normal da estrutura;
- *estado limite de vibrações excessivas (ELS-VE)*: estado em que as vibrações atingem os limites estabelecidos para utilização normal da estrutura;
- *estado limite de descompressão (ELS-D), estado limite de descompressão parcial (ELS-DP) e estado limite de compressão excessiva (ELS-CE)*: essas verificações são feitas em estruturas de concreto protendido.

No E.L.S., os elementos estruturais solicitados à flexão, na sua maioria, trabalham parcialmente nos dois estádios: estágio I e estágio II – conforme figura 3.4 – e a separação entre eles é definida pelo momento de fissuração M_r , tratado no item 3.3.2.5.

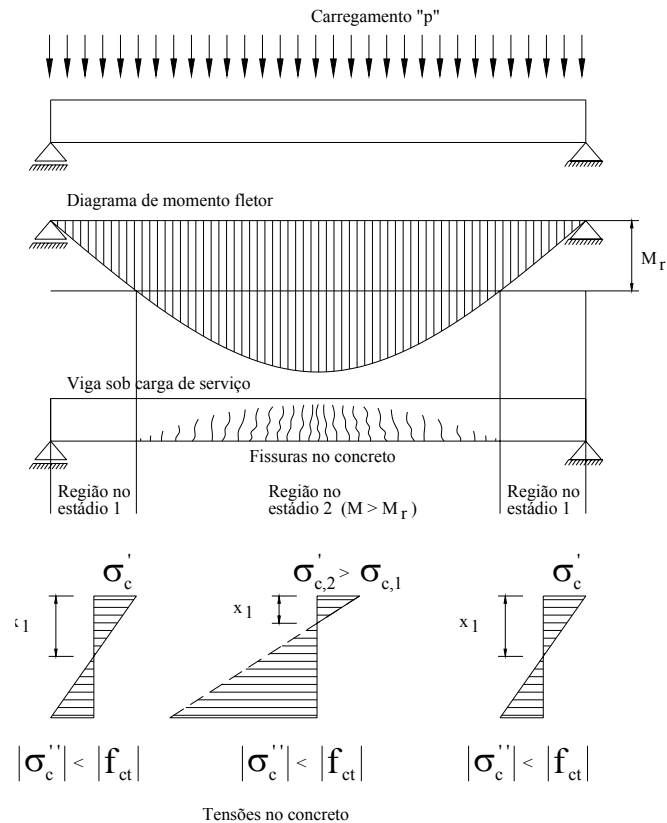


Figura 3. 4 Elemento, isostático, sob ação de serviço trabalhando nos dois estádios (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2004)

Neste trabalho será empregada apenas a verificação do **ELS - DEF** e do **ELS - VE** devido ao fato de as mesmas estarem diretamente relacionadas com os deslocamentos.

3.3.1 1 Estado limite de deformação excessiva

Para as verificações dos estados limites de deformações excessivas, devem-se seguir as análises:

- combinação das ações a serem empregadas;
- as características geométricas das seções dos elementos;
- os efeitos da fissuração;
- os efeitos da fluência;

- comparação das flechas calculadas com os valores limites, pois elas estão diretamente ligadas à destinação ou tipo de elemento estrutural e, de acordo com a NBR 6118:2003, são valores práticos utilizados para verificar o estado limite de deformação excessiva da estrutura.

Esses limites sejam por deslocamentos ou por vibrações indesejáveis em elementos estruturais, são classificados da seguinte maneira:

- efeitos estruturais em serviços: são os deslocamentos que podem impedir a utilização adequada da construção e seus limites são classificados de acordo com a tabela 3.2. (tabela 13.2 da NBR 6118:2003);

Tabela 3. 2 Limites para deslocamentos (tabela 13.2 da NBR 6118:2003)

Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento limite
Superfícies que devem drenar água	Coberturas e varandas	Total	$\ell / 250$ ¹⁾
Pavimentos que devem permanecer planos	Ginásios e pistas de boliche	Total	$\ell / 350 +$ contraflecha ²⁾
		Ocorrido após a construção do piso	$\ell / 600$
Elementos que suportam equipamentos sensíveis	Laboratórios	Ocorrido após nivelamento do equipamento	De acordo com recomendação do fabricante do equipamento
¹⁾ As superfícies devem ser suficientemente inclinadas ou o deslocamento previsto compensado por contraflechas, de modo a não acumular água. ²⁾ Os deslocamentos podem ser parcialmente compensados pela especificação da contraflecha, entretanto, a atuação isolada da contraflecha não pode ocasionar um desvio no plano maior que $\ell / 350$.			

- efeitos em elementos não estruturais: são os deslocamentos que podem ocasionar o mau funcionamento de elementos que, apesar de não fazerem parte da estrutura, estão ligados a ela e seus limites são classificados de acordo com a tabela 3.3 (tabela 13.2 da NBR 6118:2003);

Tabela 3. 3 Limites para deslocamentos (tabela 13.2 da NBR 6118:2003)

Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento limite
Paredes	Alvenaria, caixilhos e revestimentos	Após a construção da parede	$\ell / 500$ ³⁾ ou 10 mm ou $\theta = 0,0017$ rad ⁴⁾
	Divisórias leves e caixilhos telescópicos	Ocorrido após a instalação da divisória	$\ell / 250$ ³⁾ ou 25 mm
	Movimento lateral de edifícios	Provocado pela ação do vento para combinação freqüente ($\psi_1 = 0,30$)	$H / 1700$ ou $H_i / 850$ ⁵⁾ entre pavimentos ⁶⁾
	Movimentos térmicos verticais	Provocado por diferença de temperatura	$\ell / 400$ ⁷⁾ ou 15 mm
Forros	Movimentos térmicos horizontais	Provocado por diferença de temperatura	$H_i / 500$
	Revestimentos colados	Ocorrido após a construção do forro	$\ell / 350$
	Revestimentos pendurados ou com juntas	Deslocamento ocorrido após construção do forro	$\ell / 175$
Pontes rolantes	Desalinhamento de trilhos	Deslocamento provocado pelas ações decorrentes da frenagem	$H_i / 400$
<p>³⁾ O vão ℓ deve ser tomado na direção da qual a parede ou divisória se desenvolve;</p> <p>⁴⁾ Rotação nos elementos que suportam paredes;</p> <p>⁵⁾ H é a altura total do edifício e H_i, o desnível entre dois pavimentos vizinhos;</p> <p>⁶⁾ Esse limite aplica-se ao deslocamento lateral entre dois pavimentos consecutivos devido à atuação de ações horizontais. Não devem ser incluídos deslocamentos devidos a deformações axiais dos pilares. O limite também se aplica para o deslocamento vertical relativo das extremidades de lintéis conectados a duas paredes de contraventamento, quando H_i representa o comprimento do lintel;</p> <p>⁷⁾ O valor ℓ refere-se à distancia entre o pilar externo e o primeiro pilar interno.</p>			

- o efeitos em elementos estruturais: são os deslocamentos que podem afetar o comportamento do elemento estrutural, provocando afastamento em relação à hipótese de cálculo adotada. Se esses deslocamentos forem relevantes para o elemento estrutural analisado,

seus respectivos efeitos sobre as tensões ou sobre a estabilidade da estrutura deverão ser considerados de maneira que sejam incorporados ao modelo estrutural adotado.

3.3.1 2 Estados limites de vibrações excessivas

O estado limite de vibrações excessivas é o estado em que se verifica a aceitabilidade sensorial, característico das vibrações, podendo tornar-se indesejável e até mesmo interferir no efeito visual. Seus limites são classificados de acordo com a tabela 3.4 (tabela 13.2 da NBR 6118:2003).

Tabela 3. 4 Limites para deslocamentos (tabela 13.2 da NBR 6118:2003)

Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento limite
Visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	$\ell / 250$
Outro	Vibrações sentidas no piso	Devido a cargas acidentais	$\ell / 350$

Com relação às tabelas de valores limites anteriormente apresentados, a NBR 6118:2003 traz algumas notas:

- Todos os valores limites de deslocamentos supõem elementos de vão ℓ suportados em ambas as extremidades por apoios que não se movam. Quando se tratar de balanços, o vão equivalente a ser considerado deve ser o dobro do comprimento do balanço.

- Para o caso de elementos de superfície, os limites prescritos consideram que o valor ℓ é o menor vão, exceto em casos de verificação de paredes e divisórias, em que interessa a direção na qual a parede ou divisória se desenvolve, limitando-se esse valor a duas vezes o vão menor.

- O deslocamento total deve ser obtido a partir da combinação das ações características ponderadas pelos coeficientes, definidos de acordo com a seção 11 da

NBR 6118:2003.

- Deslocamentos excessivos podem ser parcialmente compensados por contraflechas.

O item 14.7.2.2 da NBR 6118:2003 que trata dos apoios estabelece que, quando os mesmos puderem ser considerados suficientemente rígidos quanto à translação vertical, o vão efetivo deve ser calculado pela expressão:

$$l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2 \quad (\text{conforme figura 3.5});$$

em que:

l_{ef} comprimento efetivo;

l_0 comprimento entre as faces internas dos apoios;

a_1 menor valor entre $(t_1/2$ e $0,3.h)$;

a_2 menor valor entre $(t_2/2$ e $0,3.h)$.

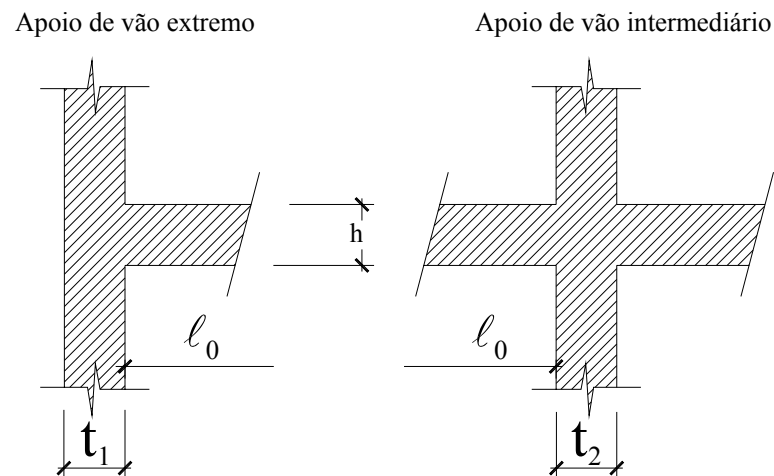


Figura 3. 5 Vão efetivo

3.3. 2 Cálculo dos deslocamentos nas lajes-sem-vigas

De acordo com o item 14.7.8 da NBR 6118:2003, a análise estrutural das lajes sem vigas, incluindo o cálculo dos deslocamentos, pode ser realizada de duas maneiras:

- mediante o emprego de procedimento numérico adequado pelas diferenças finitas, elementos finitos e elementos de contornos;
- por meio do processo elástico aproximado, conforme segue.

3.3.2. 1 Cálculo dos deslocamentos por meio de procedimento numérico

Quando se emprega o procedimento numérico adequado, por exemplo, por diferenças finitas, elementos finitos e elementos de contorno, os mesmos são executados por programas computacionais e, na sua maioria, já o fazem considerando a não linearidade do concreto, por meio de algumas alterações como: o coeficiente de rigidez a torção, utilização da inércia média dada por Branson, ou até mesmo o “coeficiente de Poisson”, o qual faz com que o módulo de deformação transversal do concreto diminua.

Figueiredo Filho (1989) realizou uma comparação entre o método de analogia de grelha, a solução aproximada da equação diferencial das placas elásticas e o método dos elementos finitos. Para que os deslocamentos obtidos analiticamente na aplicação do método de analogia de grelha fossem razoavelmente próximos dos deslocamentos reais, o mesmo utilizou a seguinte característica mecânica do concreto:

$$E_c = 14,0 \text{ GPa} \quad G_c = 2,10 \text{ GPa}$$

Pode-se notar que, para determinação do módulo de deformação transversal, foi utilizada a seguinte relação:

$$G_c = 0,15 \cdot E_c$$

Percebe-se que a equação leva em conta de maneira aproximada o efeito da fissuração do concreto.

Por meio disso, o autor concluiu que os valores obtidos pela analogia de grelhas ficaram bem próximos dos valores obtidos pelo método dos elementos finitos, apresentando uma conformidade aceitável entre ambos.

Carvalho (1994) estudou a análise não linear por meio da analogia de grelhas e analisou a influência do “coeficiente de Poisson” (ν) na consideração da rigidez da

seção do elemento de viga e do elemento de placa, em que foi considerada uma faixa de largura **b** e altura **h**.

A rigidez de uma viga de seção retangular é dada por: $K_v = E \cdot \frac{b \cdot h^3}{12}$

A rigidez da placa é dada por: $K_p = E \cdot \frac{b \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)}$

A diferença de rigidez entre os elementos apresentados está diretamente ligada à variação de **v**.

Na análise da viga isolada, o “coeficiente de Poisson” não altera o valor dos deslocamentos, porém na grelha esse valor é afetado, pois, na formulação da grelha, é usado o valor do módulo de elasticidade transversal dado por:

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}$$

Dessa maneira, quando ocorre o aumento do “coeficiente de Poisson”, a rigidez da placa dada por **K_p** (teoria das placas delgadas ou teoria de Kirchhoff) também aumenta, conseqüentemente diminuem seus deslocamentos. Por outro lado, no emprego da analogia de grelhas, que considera a não linearidade, ao se alterar o módulo de elasticidade transversal **G**, com o aumento do “coeficiente de Poisson” (**v**) resulta aumento dos deslocamentos.

Tendo conhecimento dessas técnicas, torna-se possível a utilização do método de analogia de grelhas, através do GPLAN3, efetuando-se algumas configurações preliminares, conforme descrito a seguir:

- as características geométricas que devem ser consideradas para as barras da grelha equivalente são de dois tipos: as do elemento placa (laje maciça) e as do elemento viga-placa (viga-laje para o caso de laje maciça apoiada em vigas, na consideração da rigidez da laje com a viga onde a mesma se apóia; lajes nervuradas e lajes de vigotas pré-moldadas). O cálculo da inércia à flexão dos elementos de placa é feito considerando-se uma faixa de largura **b**,

a qual é dada pela soma da metade dos espaços entre os elementos vizinhos, e altura **h**, representada pela espessura da placa. Para se avaliar a parcela geométrica da rigidez à torção, no estágio I, segundo Hambly (1976), deve-se considerar o dobro da rigidez à flexão. Assim, pode-se formular para um elemento de placa:

$$I_f = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad I_t = 2 \cdot I_f = \frac{b \cdot h^3}{6}$$

em que:

I_f e I_t são respectivamente os momentos de inércia à flexão e à torção do elemento de placa.

- para o elemento viga-placa, na flexão, pode-se considerar uma parte da placa trabalhando como mesa da viga, configurando – dependendo da posição –, uma viga de seção T ou meio T. Uma vez determinada a largura colaborante, a inércia à flexão da seção resultante pode ser calculada supondo a peça trabalhando tanto no estágio I como no II.
- de maneira simplificada, a inércia à torção do elemento viga no estágio I pode ser calculada admitindo-a com seção retangular, sem levar em consideração a contribuição da laje adjacente; ainda, para considerar as lajes apoiadas nas vigas, seu valor pode ser, em primeira aproximação, tomado como 10% daquele dado pela resistência dos materiais, ou seja:

$$I_t = 0,1 \cdot \frac{b^3 \cdot h}{3}$$

em que:

b e **h** são, respectivamente, a largura e altura do elemento viga.

Os valores do módulo de deformação longitudinal à compressão do concreto **E_c (MPa)**, do módulo de deformação transversal do concreto **G_c (MPa)** e do “coeficiente de Poisson” (**v**), relativo às deformações elásticas, podem ser determinados a partir das recomendações da NBR 6118:2003, de acordo com a

tabela 3.5².

Tabela 3. 5 Características mecânicas do concreto

Módulos e “coef. Poisson”	NBR 6118:1980	NBR 6118:2003
Módulo de deformação longitudinal	$E_c = 6600 \cdot \sqrt{f_{ck} + 3,5}$	$E_c = 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}}$
Módulo secante de deformação longitudinal (ações de curta duração)	$E_c = 0,9 \cdot 6600 \cdot \sqrt{f_{ck} + 3,5}$	$E_c = 0,85 \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}}$
Módulo de deformação transversal	$G_c = 0,4 \cdot E_c$	$G_c = 0,4 \cdot E_c$
“Coeficiente de Poisson”	$\nu = 0,2$	$\nu = 0,2$

Uma outra maneira de levar em conta o efeito da fissuração do concreto é o emprego da inércia média de Branson, tratado no item 4.3.2.3.

No final deste capítulo, serão feitos dois exemplos de cálculos e serão utilizados o processo de analogia de grelhas por meio do GPLAN3 e método dos elementos finitos com o CYPECAD 2003, efetuando-se as comparações entre os resultados obtidos.

3.3.2. 2 Cálculo dos deslocamentos por meio do processo elástico aproximado

Este processo pode ser utilizado para os casos em que os pilares estiverem dispostos em filas ortogonais, de maneira regular e com vãos com pouca diferença entre si. Esse método consiste em adotar pórticos múltiplos em cada direção, para obtenção dos esforços solicitantes e conseqüentemente dos deslocamentos. Será

² Nessa tabela são apresentados também os valores anteriores à NBR 6118:2003, em comparação com os atuais.

elaborado aqui um pequeno roteiro para o cálculo dos deslocamentos em vigas de concreto armado, dentro dos princípios e dos conceitos estabelecidos na NBR 6118:2003 e de acordo com fruto de diversos estudos realizados em Carvalho e Figueiredo Filho (2004):

- Vale lembrar que, quando o cálculo dos deslocamentos em lajes sem vigas é realizado pelo processo dos pórticos equivalentes, considerado como um processo aproximado, esta metodologia também pode ser aplicada quando os momentos fletores são determinados pelo método direto proposto pelo ACI.

A análise é feita baseando-se nos trabalhos realizados por Nilson, Arthur, Walters (1975) e Kripanarayanan, Branson (1976), observando-se cada direção separadamente, pois o deslocamento da laje na borda apresenta diferença com relação ao seu centro. Isso ocorre devido à variação do momento fletor e da rigidez à flexão ao longo da largura da seção da laje.

Dividindo-se a laje em faixas, como propõe o método, têm-se duas faixas de pilares e a faixa central. O deslocamento total no centro de uma faixa é dado pela expressão:

$$W_{\text{faixa}} = W_{\text{ref,faixa}} + W_{\theta,\text{esq}} + W_{\theta,\text{dir}}$$

Para determinar o deslocamento de referência na faixa $W_{\text{ref,faixa}}$, faz-se necessário determinar um deslocamento de referência W_{ref} , o qual corresponde ao deslocamento de uma viga biengastada, com carregamento distribuído uniformemente, dado de acordo com a expressão seguinte:

$$W_{\text{ref}} = \frac{p \cdot \ell^4}{384 \cdot E_c \cdot I_{\text{port}}}$$

em que:

p é o carregamento distribuído uniformemente;

ℓ é o vão na direção considerada;

E_c é o módulo de elasticidade do concreto;

I_{port} é o momento de inércia da seção de largura total do pórtico.

O deslocamento de referência na faixa $W_{\text{ref,faixa}}$ é correspondente à multiplicação da seguinte relação:

$$\frac{W_{\text{ref,faixa}}}{W_{\text{ref}}} = \frac{\frac{M_{\text{faixa}}}{E_c \cdot I_{\text{faixa}}}}{\frac{M_{\text{port}}}{E_c \cdot I_{\text{port}}}}$$

$$W_{\text{ref,faixa}} = W_{\text{ref}} \cdot \frac{M_{\text{faixa}}}{M_{\text{port}}} \cdot \frac{E_c \cdot I_{\text{port}}}{E_c \cdot I_{\text{faixa}}}$$

O deslocamento W_{θ} é referente à rotação do apoio.

$$W_{\theta} = \frac{\theta \cdot \ell}{8}$$

em que:

θ é a rotação do pilar no nível analisado e é dada por:

$$\theta = \frac{\Delta M}{K_{\text{eq}}}$$

em que:

ΔM é o momento descompensado no pilar e

K_{eq} é a rigidez do pilar equivalente.

O valor final do deslocamento no centro da laje é dado pela soma do deslocamento na faixa dos pilares em uma direção e o deslocamento na faixa central na outra direção, ou seja, perpendicular à primeira, conforme figura 3.6 dado na expressão:

$$W_{\text{total}} = W_{\text{mx}} + W_{\text{cy}} = W_{\text{my}} + W_{\text{cx}}$$

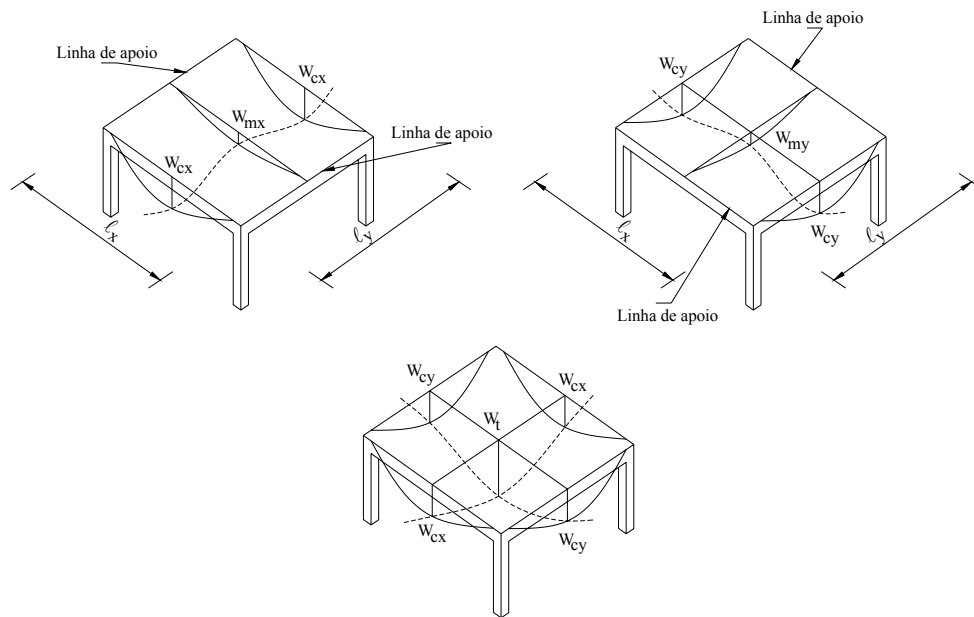


Figura 3. 6 Cálculo dos deslocamentos em laje-sem-vigas

(NILSON; ARTHUR; WALTERS, 1975)

Para o processo em que se adota o elemento de laje como viga, a consideração da fissuração do concreto é feita utilizando a inércia média de Branson. Nesse caso, para sua determinação, é necessário conhecer algumas características geométricas da seção do elemento, trabalhando no estágio I, com e sem a presença de armadura, e no estágio II puro.

3.3.2. 3 Características da seção do elemento de laje sem vigas trabalhando no estágio I

No elemento do pórtico de largura b e altura h , a faixa de laje é considerada como viga conforme figura 3.7.

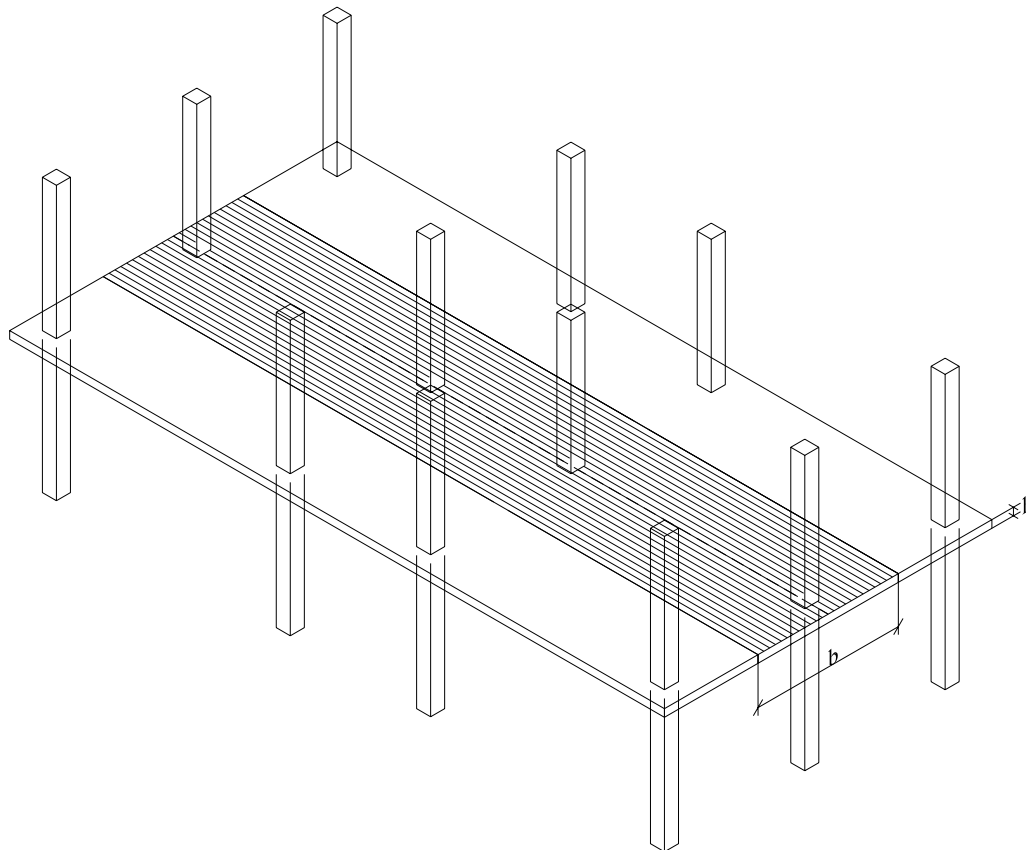


Figura 3. 7 Processo dos pórticos múltiplos

Considerando que as vigas sejam executadas com materiais que seguem as leis da “resistência dos materiais”, o cálculo dos deslocamentos em um ponto qualquer é feito pelo princípio dos trabalhos virtuais, a partir da função dos momentos fletores devido ao carregamento atuante, à carga unitária concentrada, dos valores do módulo de elasticidade dos materiais e da inércia da seção transversal, de acordo com a seguinte equação:

$$a = \int_{x=0}^{x=\ell} \frac{M_0 \cdot M_1}{E \cdot I} dx$$

em que:

a é a flecha, quando o ponto de verificação escolhido coincidir com o deslocamento máximo (nomenclatura da NBR 6118:2003);

M_0 é o momento fletor devido ao carregamento atuante;

M_1 é o momento fletor devido a uma carga unitária concentrada (virtual);

x é a cota de 0 a ℓ da seção geométrica da viga;

E é o módulo de elasticidade do material;

I é a inércia da seção transversal da viga;

No entanto, para um elemento de concreto armado, o cálculo da flecha é mais complexo, devido ao fato do material não ser homogêneo, pois apresenta a presença de armadura, como também de regiões fissuradas ou não no mesmo elemento. Isso faz com que, ao ser analisado sob ação de serviço, trabalhe em dois estádios ao mesmo tempo, o que diminui consideravelmente sua rigidez em regiões onde o concreto estiver fissurado, como pôde ser visto na figura 3.4.

Por não haver linearidade entre os esforços e deslocamentos nas verificações dos estados limites de serviço, é preciso considerar diversas combinações de ações. Inicialmente consideram-se as inércias da seção do concreto armado trabalhando nos estádios I e II, já que se em uma viga há seções trabalhando nas duas situações, sua rigidez é substancialmente afetada pelo momento e pelo grau de fissuração do concreto. Assim, para fazer com que essa condição se reflita e possibilite o cálculo da flecha, considerando essa não linearidade do concreto armado, faz-se necessária a obtenção de uma inércia média, calculada pelo trabalho nos estádios I e II.

Em elementos de concreto armado, a armadura e o concreto trabalham solidariamente e o posicionamento da armadura afeta de maneira direta o centro de rotação e a rigidez da seção. Nesse caso, deve ser feita a homogeneização da seção que consiste em considerar, na área de aço, uma área de concreto equivalente, supondo-se que, a partir daí, exista uma linearidade entre tensão e deformação (Lei de Hooke) e, como as deformações do aço e do concreto são iguais, pode-se afirmar:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_s = R_s = A_s \cdot \sigma_s = A_s \cdot \varepsilon_s \cdot E_s = A_s \cdot \varepsilon_c \cdot E_s$$

em que:

R_s é a força atuante;

A_s é a área de armadura;

E_s é a deformação específica do aço;

E_c Módulo de deformação longitudinal do aço;

Além disso, na homogeneização, para encontrar uma área de concreto equivalente à área de aço e que suporte a mesma força, pode-se escrever:

$$R_s = A_{c,equiv} \cdot \varepsilon_c \cdot E_c$$

em que:

E_c é o módulo de deformação longitudinal do concreto;

Ao se igualar as duas expressões anteriores de R_s , é possível encontrar a relação entre a área de concreto e a de aço:

$$A_s \cdot \varepsilon_c \cdot E_s = A_{c,equiv} \cdot \varepsilon_c \cdot E_c \rightarrow A_{c,equiv} = \frac{A_s \cdot E_s}{E_c}$$

Chamando a relação entre o módulo de deformação do concreto e do aço de α_e , tem-se:

$$A_{c,equiv} = A_s \cdot \alpha_e$$

Para uma seção transversal retangular de concreto armado, a qual é composta por uma área de concreto dada por $b \cdot h$ e uma área de aço A_s , a área equivalente é escrita da seguinte forma:

$$A_{c,equiv} = A_s \cdot (\alpha_e - 1)$$

Na expressão anterior, tira-se 1 de α_e para considerar que, na posição da armadura, a área de concreto já foi computada uma vez quando utilizado para o cálculo da área $b \cdot h$.

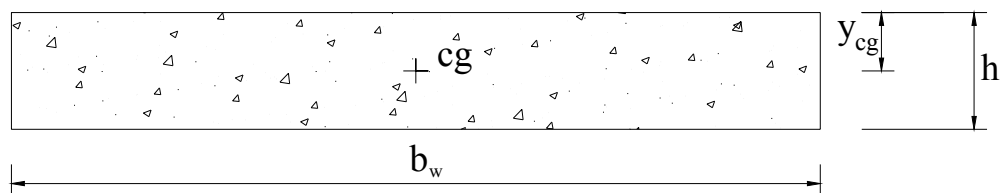
Ao se efetuar a homogeneização da seção que é a transformação da área de aço em concreto equivalente, pode-se, depois disso, calcular de maneira usual todas

as características geométricas da seção.

Para estruturas hiperestáticas como vigas, grelhas e pórticos, por exemplo, faz-se necessária a definição das características geométricas dos diversos elementos para a determinação dos esforços solicitantes, mesmo que seja através do emprego de programas computacionais. É usual escolher inicialmente as características das seções transversais compostas somente por concreto, desconsiderando a presença de armadura.

Para seções retangulares, conforme figura 3.8, as expressões para determinação das características geométricas no estágio I sem a presença de armaduras encontram-se na tabela 3.6 e para o estágio I com a presença de armaduras estão na tabela 3.7.

Seção transversal retangular sem armadura - Estádio I



Seção transversal retangular com armadura - Estádio I

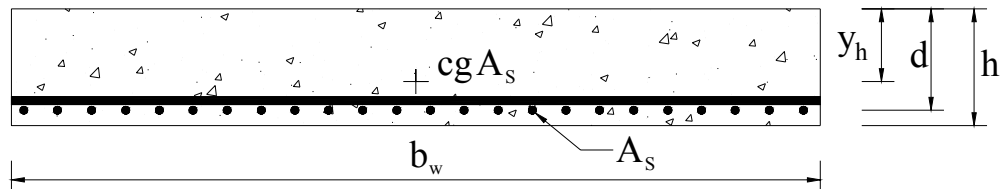


Figura 3. 8 Elemento de seção transversal retangular

Tabela 3. 6 Características geométricas de seções retangulares no estágio I, sem a presença de armadura

Expressões	
Área da seção	$A_g = b_w \cdot h$
Centro de gravidade	$y_{cg} = \frac{b_w \cdot h \cdot \frac{h}{2}}{A_g}$
Momento de inércia à flexão	$I_g = \frac{b_w \cdot h^3}{12} + b_w \cdot h \cdot (y_{cg} - \frac{h}{2})^2$

Tabela 3. 7 Características geométricas de seções retangulares no estágio I, com a presença de armaduras.

Expressões	
Área da seção	$A_h = b_w \cdot h + A_s \cdot (\alpha_e - 1)$
Centro de gravidade	$y_h = \frac{b_w \cdot h \cdot \frac{h}{2} + A_s \cdot (\alpha_e - 1) \cdot d}{A_g}$
Momento de inércia à flexão	$I_h = \frac{b_w \cdot h^3}{12} + b_w \cdot h \cdot (y_{cg} - \frac{h}{2})^2 + A_s \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (y_h - d)^2$

em que:

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}}$$

$$E_{cs} = 0,85 \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}}$$

3.3.2. 4 Características da seção do elemento de laje sem vigas trabalhando no estágio II

Este é o estágio em que as tensões resistentes de tração do concreto abaixo da linha neutra são menores que as atuantes provocando, assim, a fissuração ou estado de fissuração. Nesse estado, os esforços de tração são resistidos apenas pela armadura localizada abaixo da linha neutra.

Usualmente esse estado é chamado de estágio II puro, pelo fato de todo o concreto da região fissurada ser desprezado. O momento atuante é maior que o momento de fissuração e atua até o início do escoamento da seção. As tensões de compressão do concreto se distribuem triangularmente, conforme figura 3.9. Os esforços de tração são resistidos apenas pela armadura abaixo da linha neutra. O escoamento do aço e do concreto não ocorre.

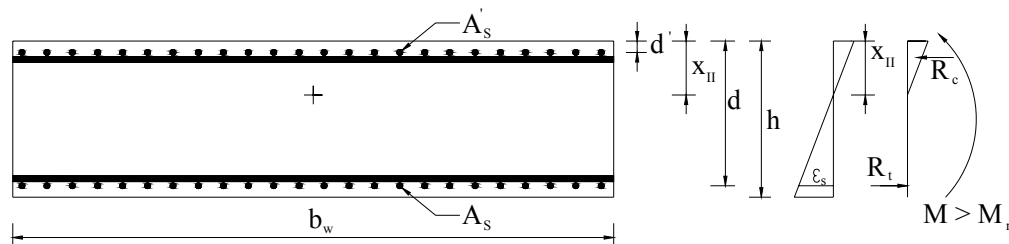


Figura 3. 9 Seção transversal retangular no estágio II puro

Antes de iniciar o cálculo do momento de inércia no estágio II puro, é necessário determinar a posição da linha neutra que, dependendo do tipo de seção, segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2004), pode ser determinada como segue:

a) Determinação da posição x da linha neutra para uma seção qualquer

Seja uma seção com um eixo de simetria, no estágio II, e com armaduras de tração A_s (com tensão σ_1) e de compressão A'_s (com tensão σ_2), conforme a figura 3.10, submetida a um momento fletor M .

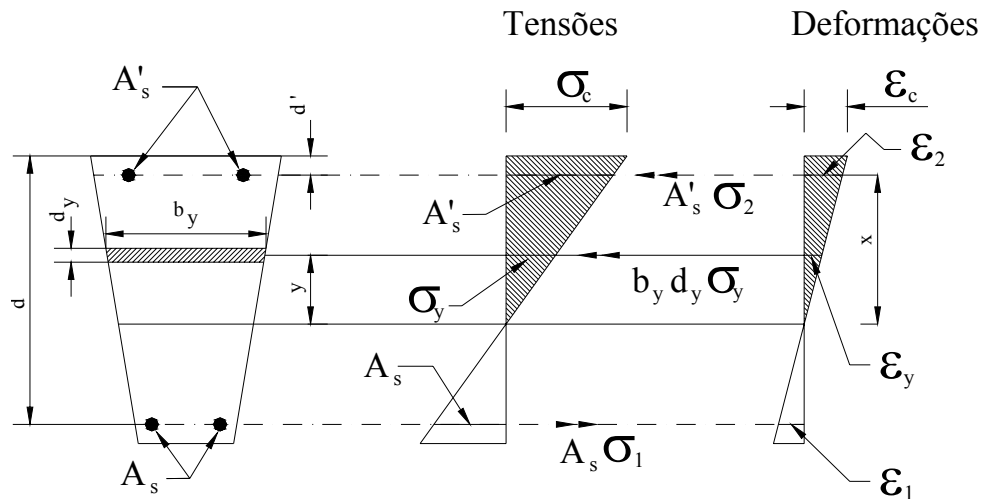


Figura 3. 10 Tensões, forças e deformações em uma seção qualquer no estágio II

Em um elemento de concreto distante y da linha neutra, de área $b_y \cdot d_y$ e tensão σ_y , a resultante de força nesse elemento será $\sigma_y \cdot b_y \cdot d_y$. Integrando para toda a zona de concreto comprimido (região acima da linha neutra de profundidade x), resulta:

$$F_c = \int_0^x b_y \cdot \sigma_y \cdot d_y \quad (1)$$

O equilíbrio de esforços normais na seção (forças no concreto comprimido e nas armaduras), destacando novamente que x é a profundidade da linha neutra no estágio II, é dado por:

$$\int_0^x b_y \cdot \sigma_y \cdot d_y + A_s' \cdot \sigma_2 - A_s \cdot \sigma_1 = 0 \quad (2)$$

Considerando, agora, que as seções permanecem planas (linearidade de deformações) e que no estágio II as tensões também são lineares e, novamente, tomando y como a distância da linha neutra até o elemento, resulta:

$$\frac{\sigma_y}{y} = \frac{\sigma_2}{\alpha_e \cdot (x - d')} = \frac{\sigma_1}{\alpha_e \cdot (d - x)} = \frac{\sigma_c}{x} \quad (3)$$

em que:

α_e a relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto (relação de equivalência) e σ_c a máxima tensão de compressão no concreto.

Substituindo na equação (2) as tensões σ_y , σ_1 e σ_2 em função de σ_c , tiradas das relações (3), obtém-se:

$$\int_0^x b_y \cdot \frac{\sigma_c \cdot y}{x} \cdot d_y + A_s' \cdot \frac{\sigma_c \cdot \alpha_e \cdot (x - d')}{x} - A_s \cdot \frac{\sigma_c \cdot \alpha_e \cdot (d - x)}{x} = 0$$

$$\int_0^x b_y \cdot y \cdot d_y + A_s' \cdot \alpha_e \cdot (x - d') - A_s \cdot \alpha_e \cdot (d - x) = 0$$

Chamando $S_x = \int_0^x b_y \cdot y \cdot d_y$ de momento estático da zona comprimida de concreto em relação à linha neutra, tem-se:

$S_x + A_s' \cdot \alpha_e \cdot (x - d') - A_s \cdot \alpha_e \cdot (d - x) = 0$	(4)
---	-----

Finalmente, chamando de $S_{x,ef}$ o momento estático da seção homogênea, formada pela zona comprimida de concreto mais as armaduras multiplicadas pelo coeficiente de equivalência e lembrando que na seção de concreto já foi considerada uma vez a armadura comprimida, resulta:

$S_{x,ef} = S_x + A_s' \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (x - d') - A_s \cdot \alpha_e \cdot (d - x) = 0$	(5)
--	-----

Com a equação (5) é possível determinar o valor de x (profundidade da linha neutra no estágio II) para uma seção qualquer.

b) Determinação da posição x_{II} da linha neutra no estágio II para seções retangulares ou T

Resolvendo a integral $S_x = \int_0^x b_y \cdot y \cdot d_y$ para uma seção retangular de largura b_w ($b_y = b_w = \text{cte}$) e altura h, obtém-se:

$S_x = \int_0^x b_y \cdot y \cdot d_y = b_w \cdot \int_0^x y \cdot d_y = b_w \cdot \frac{y^2}{2} \Big _0^x = b_w \cdot \frac{x^2}{2}$	(6)
---	-----

Observa-se que S_x é o produto da área acima da linha neutra pela distância do seu centro à linha neutra. De forma genérica, é o produto de uma área acima (ou abaixo) da linha neutra pela distância do seu centro geométrico até a própria linha neutra.

Assim, para uma seção retangular ou T, no estágio II, ou seja, quando atua um momento maior que o de fissuração, para se encontrar a posição da linha neutra basta fazer com que o momento estático da seção homogênea ($S_{x,ef}$) seja igual a zero. Para a seção T indicada na figura 3.11, resulta:

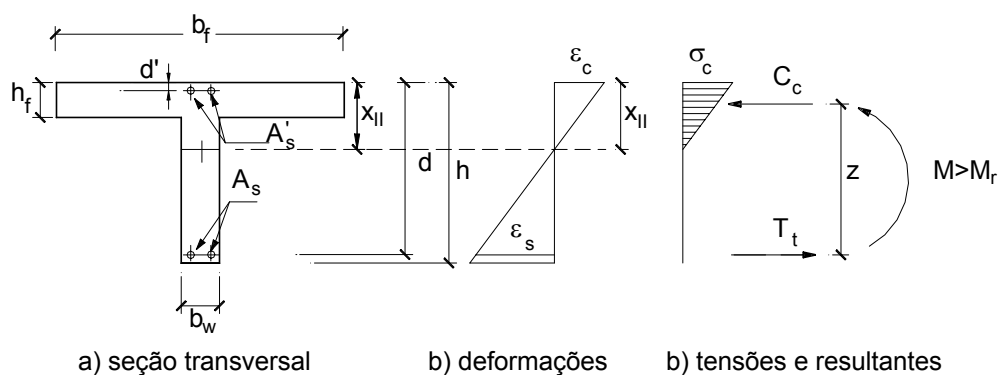


Figura 3. 11 Seção transversal em forma de "T" no estágio II puro.

$S_{x,ef} = (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(x_{II} - \frac{h_f}{2} \right) + b_w \cdot x_{II} \cdot \frac{x_{II}}{2} + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s \cdot (x_{II} - d') - \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_{II}) = 0$	(7)
$(b_f - b_w) \cdot h_f \cdot x_{II} - (b_f - b_w) \cdot \frac{h_f^2}{2} + \frac{b_w}{2} \cdot x_{II}^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s \cdot x_{II} - (\alpha_e - 1) \cdot A'_s \cdot d' - \alpha_e \cdot A_s \cdot d + \alpha_e \cdot A_s \cdot x_{II} = 0$	

$\frac{b_w}{2} \cdot x_{II}^2 + [(b_f - b_w) \cdot h_f + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' + \alpha_e \cdot A_s] \cdot x_{II} - (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot d' - \alpha_e \cdot A_s \cdot d - (b_f - b_w) \cdot \frac{h_f^2}{2} = 0$	(8)
--	-----

Essa é uma equação do segundo grau completa, da forma:

$$a_1 \cdot x_{II}^2 + a_2 \cdot x_{II} + a_3 = 0$$

em que:

$$a_1 = b_w / 2$$

$$a_2 = h_f \cdot (b_f - b_w) + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' + \alpha_e \cdot A_s$$

$$a_3 = -d' \cdot (\alpha_e - 1) \cdot A_s' - d \cdot \alpha_e \cdot A_s - \frac{h_f^2}{2} \cdot (b_f - b_w)$$

com d' sendo a distância do centro de gravidade da armadura comprimida A_s' até a borda comprimida de concreto.

Para situações em que a viga tem seção transversal retangular e não há armadura negativa, as equações também são válidas, bastando fazer $b_w = b_f$, $h_f = 0$ e $A_s' = 0$.

Com a posição x_{II} da linha neutra é possível calcular o momento de inércia no estágio II puro da seção homogeneizada, pela equação abaixo:

$$I_{xII} = \frac{b_w \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (x_{II} - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot (x_{II} - d')^2$$

3.3.2. 5 Efeito da fissuração

Calculadas as respectivas inércias nos dois estádios, Branson (1968) propõe um modelo simplificado que admite para todo o elemento de concreto uma única inércia, representando, assim, o elemento trabalhando nos dois estágios. Dessa

forma, o autor procura considerar de uma maneira empírica e semiprobabilística o efeito da fissuração do concreto quando submetido à flexão, no cálculo dos deslocamentos. Essa expressão utiliza um procedimento que adota um valor intermediário da inércia no estágio I e o valor final da inércia do estágio II puro, de acordo com o que segue:

$$I_m = \left(\frac{M_r}{M_{at}}\right)^n \cdot I_I + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_{at}}\right)^n\right] \cdot I_{II}$$

em que:

I_m é o momento de inércia efetivo para viga bi-apoiada e momento de inércia médio para vigas contínuas;

I_I é a inércia da seção no estágio I (bruta ou homogeneizada);

I_{II} é a inércia da seção no estágio II puro;

M_r é o momento de fissuração do concreto dado por:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t}$$

em que:

α é o fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta e assume dois valores:

1,2 para seções **T** ou duplo **T**;

1,5 para seções retangulares;

y_t é a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;

I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

f_{ct} é a resistência à tração direta do concreto e, de acordo com o item 8.2.5 da NBR 6118:2003, a resistência à tração direta do concreto pode ser considerada da seguinte forma:

$$f_{ct} = 0,90 \cdot f_{ct,sp}$$

$$f_{ct} = 0,70.f_{ct,t}$$

ou, na falta de ensaios para obtenção de $f_{ct,sp}$ e $f_{ct,f}$, pode ser avaliado o seu valor médio ou característico, por meio das seguintes equações:

$$f_{ct,m} = 0,30.f_{ck}^{2/3}$$

$$f_{ctk,inf} = 0,70.f_{ct,m}$$

$$f_{ctk,sup} = 1,30.f_{ct,m}$$

em que:

$f_{ct,m}$ e f_{ck} são expressos em MPa (sendo $f_{ck,j} \geq 7$ Mpa e estas expressões também podem ser usadas para idades diferentes de 28 dias).

De acordo com o item 17.3.1 da NBR 6118:2003, para determinação do momento de fissuração, deve ser usado o $f_{ct,inf}$, no estado limite de formação de fissura e o $f_{ct,m}$, no estado limite de deformação excessiva. Nesse caso, a equação apresentada anteriormente fica da seguinte forma:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot 0,30 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} \cdot I_c}{y_t}$$

M_{at} é o momento atuante na seção mais solicitada;

n é um índice que assume dois valores:

4 - quando a análise é feita apenas em uma seção da peça;

3 - quando a análise é feita ao longo de todo seu comprimento;

No item 17.3.2.1.1 da NBR 6118:2003, para avaliação aproximada de flecha em vigas de concreto armado, foi feita uma adaptação da expressão de Branson, que calcula uma rigidez equivalente da viga, de acordo com o seguinte:

$$(E.I)_{eq} = E_{cs} \cdot \left\{ \left(\frac{M_r}{M_{at}} \right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_{at}} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \right\} \geq E_{cs} \cdot I_c$$

em que:

- I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto;
- I_{II} Momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II calculado com o coeficiente $\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}}$;
- E_{cs} módulo de elasticidade secante do concreto que, de acordo com o item 8.2.8 da NBR 6118:2003 $E_{cs} = 0,85 \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}}$, dado em MPa.

Utilizados os procedimentos descritos acima, pode-se então efetuar o cálculo dos deslocamentos imediatos ou instantâneos, em vigas, pela equação da resistência dos materiais abaixo:

$$a = \frac{\alpha_c \cdot p \cdot \ell^4}{(E.I)_{eq}} ;$$

em que:

- p é carga proveniente da situação em serviço a ser verificada;
- ℓ é o vão da viga
- $(E.I)_{eq}$ é a rigidez equivalente;
- α_c coeficiente que depende da condição estática do sistema como, por exemplo, para vigas simplesmente apoiadas e com carregamentos uniformemente distribuídos $\alpha_c = 5/384$

Carvalho (1994) destaca que para a utilização da expressão de Branson para lajes, a mesma pode ser usada junto com a técnica de dividir o elemento em trechos e fazer o carregamento da estrutura por etapas, avaliando, em cada uma, qual o nível de fissuração do trecho.

Deve ser lembrado que na utilização da expressão da resistência dos materiais no cálculo dos deslocamentos dados acima, a seção ao longo da peça deve ser constante e nos valores de deslocamentos obtidos não está sendo considerado o efeito da fluência do concreto. Esse será o assunto do próximo item.

3.3.2. 6 Fluência

Fluência é o efeito que ocorre no concreto, provocando a perda de sua resistência e o aparecimento de deformações (deslocamentos) indesejáveis, quando ele estiver sendo solicitado por tensões constantes.

Esse fenômeno, depois de ocorrido, pode ser parcialmente reversível. Isso ocorre quando se retira o carregamento que o ocasionou, fazendo com que uma parcela desse deslocamento seja restituída imediatamente; uma outra parte seja restituída ao longo do tempo e o restante torna-se permanente. Essas parcelas podem ser caracterizadas por:

- deformações rápidas: são as que ocorrem nas primeiras 24 horas após a aplicação do carregamento. Essas deformações são irreversíveis;
- deformação lenta: são compostas por uma parte reversível e outra irreversível.

A retração, que é a variação volumétrica que uma peça de concreto sofre ao longo do tempo, causado principalmente pela saída de água da pasta de concreto, provocando um fenômeno também chamado de “murcha”, pode contribuir para o aumento das deformações. No entanto, por essa parcela ser muito pequena, ela é desprezada na maioria dos cálculos.

A fluência origina-se por causa das ações permanentes, porém, para o cálculo das mesmas, é utilizada a combinação quase permanente, dada pela expressão abaixo, conforme já foi visto no item 3.2:

$$F_{d, \text{serv}} = \sum F_{g_i, k} + \sum \psi_{2j} \cdot F_{q_j, k}$$

A utilização da combinação quase-permanente ocorre porque se considera que parte da carga acidental atua permanentemente ao longo do período de vida da estrutura.

O efeito da fluência ocorre apenas onde o concreto estiver sendo solicitado e sem a presença de armadura. Além disso, de acordo com Carvalho e Figueiredo Filho (2004), em peças fletidas, onde a armadura é posicionada na região tracionada, a contribuição do concreto à tração é desprezada para o efeito de cálculo, admitindo-

se, assim, que não ocorre a fluência nessa região.

Na NBR 6118:1980, para as ações de longa duração, permitia-se avaliar os deslocamentos finais com o produto do valor do deslocamento imediato pela relação das curvaturas final e inicial, na seção de maior momento em valor absoluto, por meio da expressão a seguir:

$$\alpha = \frac{|\varepsilon_c| + \varepsilon_s}{d}$$

em que:

ε_s era considerado constante;

$\varepsilon_{cf} = 3 \cdot \varepsilon_{ci}$ para aplicação do carregamento logo após execução;

$\varepsilon_{cf} = 2 \cdot \varepsilon_{ci}$ para aplicação do carregamento seis meses após a concretagem.

Para a NBR 6118:2003, de acordo com seu item 17.3.2.1.2, para o cálculo aproximado da flecha adicional deferida no tempo, decorrente de cargas de longa duração, em função da fluência, multiplica-se a flecha imediata pelo fator α_f , dado pela seguinte expressão:

$$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50 \cdot \rho'}$$

em que:

$$\rho' = \frac{A_s'}{b \cdot d}$$

o valor de ρ' será ponderado no vão da mesma forma que o cálculo da inércia equivalente I_{eq} .

A_s' é a área de armadura de compressão no trecho considerado;

ξ é um coeficiente em função do tempo que pode ser obtido de duas maneiras:

Pela expressão

$$\Delta \xi = \xi(t) - \xi(t_0);$$

em que:

$$\xi(t) = 0,68 \cdot (0,996^t) \cdot t^{0,32} \quad \text{para } t \leq 70 \text{ meses;}$$

$$\xi(t) = 2 \quad \text{para } t > 70 \text{ meses;}$$

t é o tempo em meses quando se deseja o valor da flecha diferida

t_0 é a idade em meses relativa à aplicação da carga de longa duração. Para o caso em que as parcelas de carregamento de longa duração forem aplicadas em idades diferentes, pode-se tomar para t_0 o valor ponderado a seguir:

$$t_0 = \frac{\sum P_i \cdot t_{0i}}{\sum P_i}$$

P_i é a parcela de carga;

t_{0i} é a idade em meses em que se aplicou cada parcela P_i .

Ou pela tabela 3.8 (tabela 17.1 da NBR 6118:2003)

**Tabela 3. 8 Valores do coeficiente ξ em função do tempo
(tabela 17.1 da NBR 6118:2003)**

Tempo(t) meses	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20	40	\geq 70
Coeficiente $\xi(t)$	0	0,54	0,68	0,84	0,95	1,04	1,12	1,36	1,64	1,89	2

O valor da flecha total no tempo infinito será dado pela multiplicação da flecha imediata por $(1+\alpha_f)$, de acordo com o que segue:

$$a_{f,\infty} = a_{t,0} \cdot (1 + \alpha_f)$$

3. 4 Exemplo de aplicação da Analogia de Grelhas e do Cypecad

Dois dos exemplos de analogia de grelhas semelhantes aos que foram realizados por Figueiredo Filho (1989), que utilizou o programa GPLAN3 ANSER (Análise de Sistemas Estruturais e Reticulados), em comparação com a equação diferencial das placas elásticas e também por Carvalho (1994), foram utilizados neste trabalho.

Aqui, os exemplos foram calculados da seguinte forma:

Quando da aplicação do processo de analogia de grelhas, para consideração da não linearidade, foram calculados de acordo com duas diferentes considerações:

1^a) Foi alterado o módulo de deformação transversal do concreto, adotando $G_c=0,15.E_c$;

2^a) Foram alteradas as características geométricas da seção, pela Inércia Média de Branson.

No caso da aplicação do processo dos elementos finitos, foi utilizado o programa computacional CYPECAD (2003).

Os modelos adotados, de acordo com as figuras 3.12 e 3.13, possuem as seguintes características:

Caso 1

Laje maciça apoiada em viga em todo seu contorno, sistema convencional - laje/viga/pilar, (figura 3.12)

Concreto	C-30
Aço	CA-50
$\ell_x = \ell_y$	4,00 m
Laje maciça	h = 16 cm
Seção pilares	15 x 15 cm
Seção vigas	120 x 15 cm
Carregamento total	15,00 kN/m ² (Apenas carregamento permanente).

Caso 2

Laje maciça apoiada diretamente nos pilares, sistema de laje-sem-vigas, (figura 3.13)

Concreto	C-30
Aço	CA-50
$\ell_x = \ell_y$	4,00 m
Laje maciça	$h = 16$ cm (mínimo exigido pela NBR 6118:2003)
Seção pilares	15 x 15 cm
Carregamento total	15,00 kN/m ² (Apenas carregamento permanente).

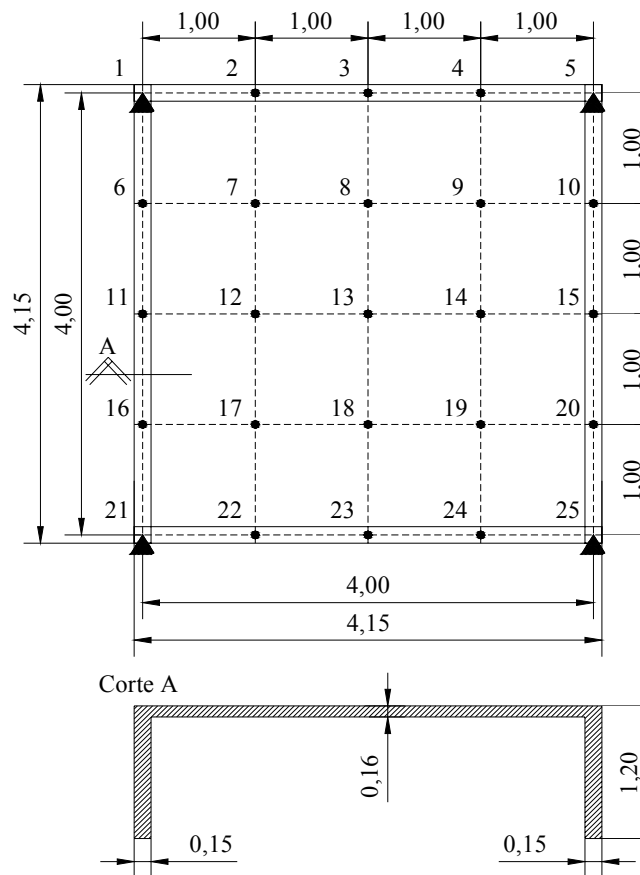


Figura 3. 12 Caso 1 (arq. CYPECAD e malha do GPLAN3)

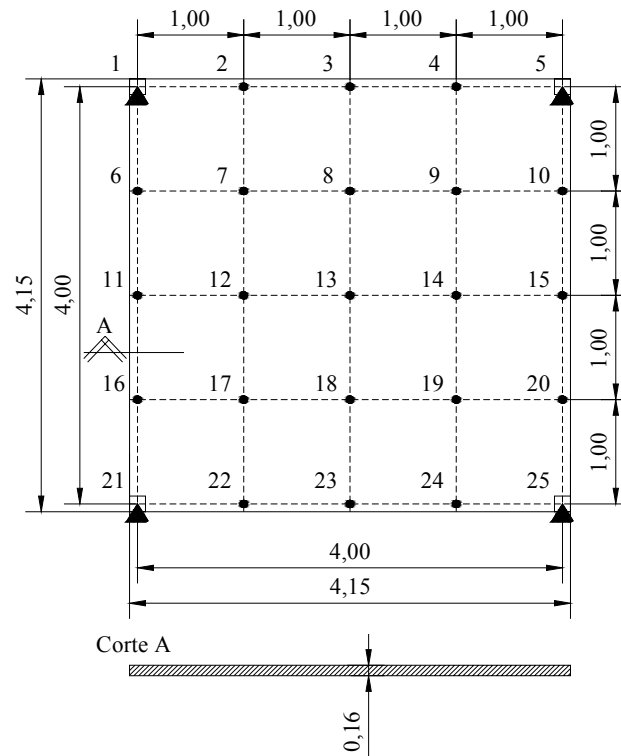


Figura 3. 13 Caso 2 (arq. CYPECAD e malha do GPLAN3)

Os dados de entrada para o cálculo das lajes no GPLAN3 tiveram alguns valores alterados em duas situações:

Na primeira ocasião, foram utilizadas: a área e a inércia da seção bruta, o módulo de deformação longitudinal secante e o módulo de deformação transversal **0,15** do longitudinal.

- A_g 0,16 m²
- y_{cg} 0,08 m
- I_l 3,41 x 10⁻⁴ m⁴
- I_f 6,82 x 10⁻⁴ m⁴
- E_c 2,61 x 10⁷ kN/m² ($E_c=4760 \cdot \sqrt{f_{ck}}$)
- G_c 3,91 x 10⁶ kN/m² ($G_c=0,15 \cdot E_c$)

Na segunda ocasião, foram utilizadas: uma área de aço - que teve como ponto de

partida para sua adoção os esforços calculados com uma inércia no estágio I sem a presença de armadura através dos esforços obtidos no caso 1 – e, por esta área de aço, foram determinadas, a área e a inércia da seção homogeneizada e a posição da linha neutra no estágio II puro. Posteriormente, calculou-se o momento de fissuração para que pudesse ser calculada a inércia média de Branson, o módulo de deformação longitudinal secante e o módulo de deformação transversal **0,40** do longitudinal, de acordo com os valores a seguir:

- A_s 5,10 cm²
- A_h 0,1636 m²
- y_h 0,0814 m
- I_h 3,41 x 10⁻⁴ m⁴
- x_{II} 0,03m
- I_{II} 6,33 x 10⁻⁵ m⁴
- M_r 18,53 kN.m
- $I_{m(Br)}$ 2,66 x 10⁻⁴
- I_f 5,32 x 10⁻⁴ m⁴
- E_c 2,61 x 10⁷ kN/m² ($E_c = 4760 \cdot \sqrt{f_{ck}}$)
- G_c 1,04 x 10⁷ kN/m² ($G_c = 0,4 \cdot E_c$)

Os resultados referentes aos exemplos anteriores estão relacionados a seguir na tabela 3.9 e, para ambos os casos, estão apresentados o momento fletor e o deslocamento apenas para os nós de n° 11 e 13:

Tabela 3. 9 Apresentação dos resultados dos exemplos calculados

Lajes	Programa	Nó 11		Nó 13	
		a (mm)	M (kN.m)	a (mm)	M (kN.m)
Laje com viga	CYPECAD	0,14	70,30	3,19	10,12
	GPLAN3 I _m (Branson)	0,14	52,24	3,14	12,61
Concreto 30 MPa	GPLAN3 (G _c = 0,15E _c)	0,13	49,18	2,92	15,17
Laje-sem-viga	CYPECAD	6,13	33,34	9,71	20,82
	GPLAN3 I _m (Branson)	6,34	28,17	10,88	19,47
Concreto 30 MPa	GPLAN3 (G _c = 0,15E _c)	5,41	30,51	8,46	16,98

Com relação à tabela anterior, conclui-se que os resultados apresentados por ambos os “softwares” foram bastante satisfatórios. Pode-se considerar que os mesmos efetuam seus cálculos levando em conta o efeito da fissuração do concreto, tanto para o caso em que foi alterado o módulo de elasticidade transversal do concreto, quanto para o caso do uso da inércia média de Branson, na aplicação do processo de analogia de grelhas. Este último pode-se dizer, foi o que mais se aproximou do método dos elementos finitos.

Para obtenção dos resultados mais próximos, aconselha este breve estudo que se faz necessário estabelecer uma malha para o GPLAN3 mais refinada, ou seja, reduzindo o espaçamento entre os nós, assim como também desenvolver mais trabalhos e pesquisas, atentando-se principalmente aos tópicos referentes as prescrições impostas pela NBR 6118:2003.

CAPÍTULO 4

EXEMPLOS

4. 1 Apresentação

Na primeira parte deste capítulo serão resolvidos exemplos de cálculo de verificação da punção para três tipos de situações: pilar interno, pilar de borda e pilar de canto.

Na segunda parte, serão resolvidos exemplos de deslocamentos transversais nas lajes sem vigas.

Por último, será feito um estudo de caso do projeto de um edifício residencial executado em lajes sem vigas.

Em todos os casos serão aplicadas as prescrições da NBR 6118:2003.

4.1. 1 Exemplos de verificação à punção

O exemplo se refere ao piso superior de uma academia de ginástica composto por quatro painéis retangulares medindo 6,0m x 4,0m, sendo dois painéis na direção menor e dois painéis na direção maior, conforme figura 4.1 (planta baixa) e figura 4.2 (perspectiva).

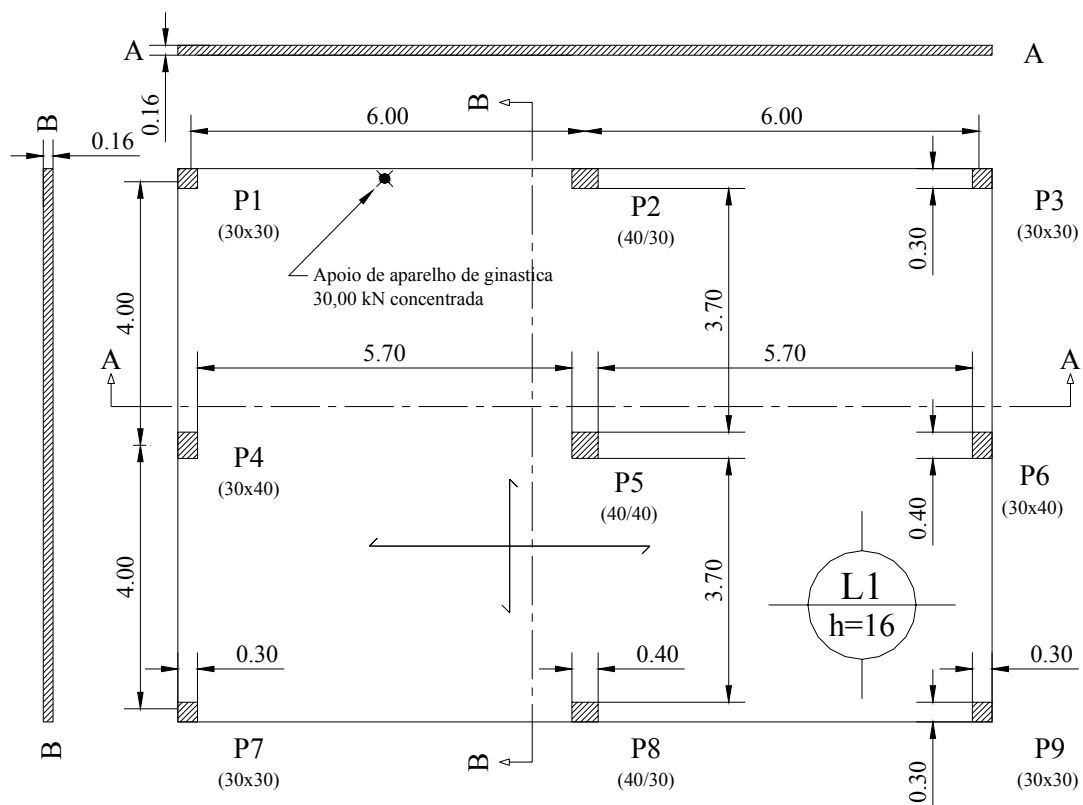


Figura 4. 1 Planta baixa

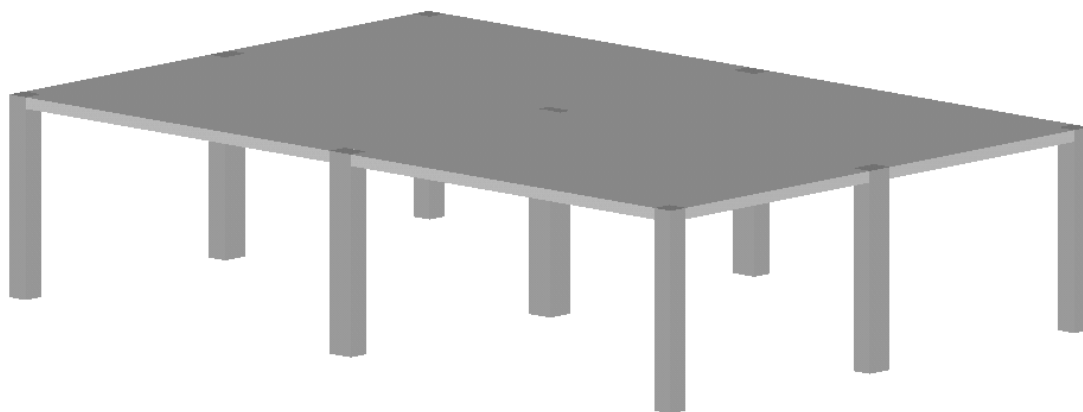


Figura 4. 2 Perspectiva isométrica

Os carregamentos considerados sobre as lajes são os seguintes:

• piso com regularização	1,00 kN/m ²
• peso próprio da laje que tem h=16cm	4,00 kN/m ²
• carregamento proveniente de alvenarias divisórias	1,50 kN/m ²
• sobrecarga acidental de uso	5,00 kN/m ²

Total	11,50 kN/m ²

- Carga permanente concentrada de 30 kN proveniente de um aparelho de ginástica com posição definitiva (figura 4.1). O concreto deverá ter resistência de 30 MPa. Serão analisados os pilares P1, P2, P4 e P5, que representam situações de canto, borda e centro.

A análise estrutural foi realizada mediante o emprego de elementos finitos, executada através do programa CYPECAD (2003). Os momentos fletores nas lajes estão apresentados por hipótese (carregamento permanente) na forma de isovalores nas figuras 4.3 e 4.4 e, neste caso, são apresentados apenas os momentos fletores M_x e M_y . O resultado do equilíbrio dos esforços axial vertical e transmitidos aos pilares pela laje estão apresentados na tabela 4.1 em kN.

A taxa de armadura de flexão e de montagem nas lajes, bem como o seu detalhamento, estão apresentados nas figuras 4.5, 4.6, 4.7 e 4.8, sendo A_{sx} inferior / superior e A_{sy} superior / inferior, as quais serão utilizadas para determinação da altura d da laje.

Tabela 4. 1 Esforços nos pilares

Pilar	Esforços		
	N (kN)	M_{sy} (kN.m)	M_{sx} (kN.m)
P1 (Canto)	81,40	35,80	11,20
P2 (Borda)	175,00	16,20	25,10
P4 (Borda)	139,20	43,20	0,00
P5 (interno)	387,70	4,90	1,80

Obs.:

O programa CYPECAD (2003) utiliza convenção de momentos trocados, sendo assim, o momento em x para o programa representa em y neste trabalho.

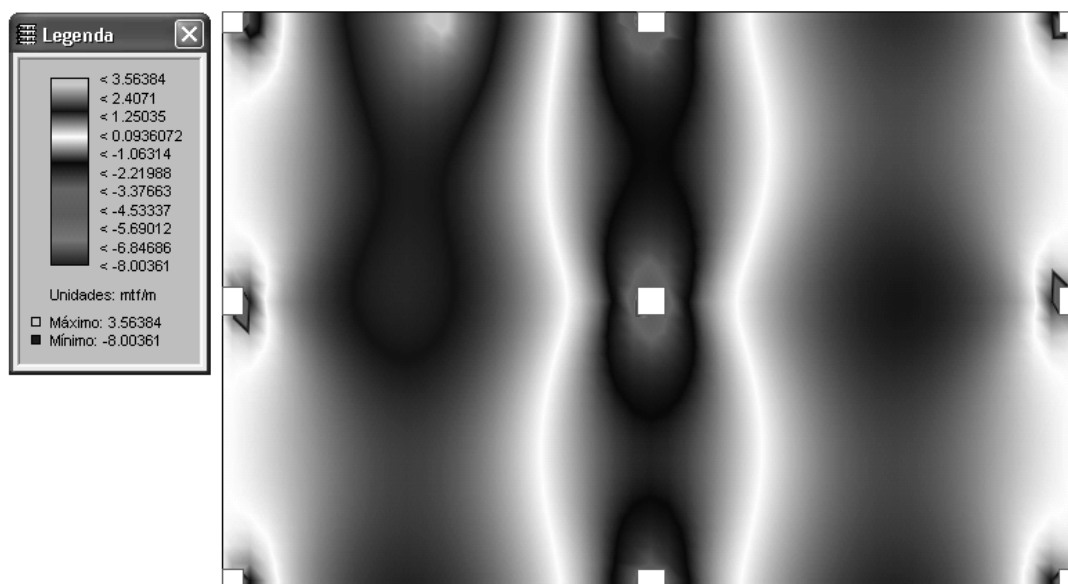


Figura 4. 3 M_{sy} – isovalores (carregamento permanente)

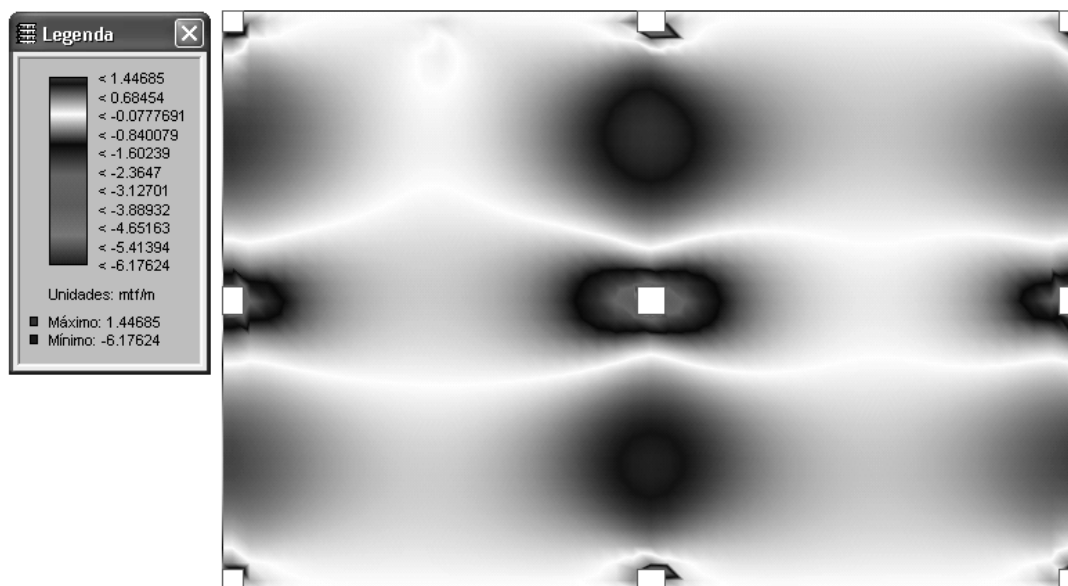


Figura 4. 4 M_{sx} – isovalores (carregamento permanente)

4.1.1. 1 Características da laje

A laje adotada para o exemplo possui as seguintes características:

Concreto $f_{cd} = \frac{30}{1,4} = 21,43 \text{ MPa} ;$

Aço CA-50;

Cobrimento $c = 2,00 \text{ cm};$

Altura $h = 16,00 \text{ cm}$ de acordo com item 13.2.4.1 f) da NBR 6118:2003.

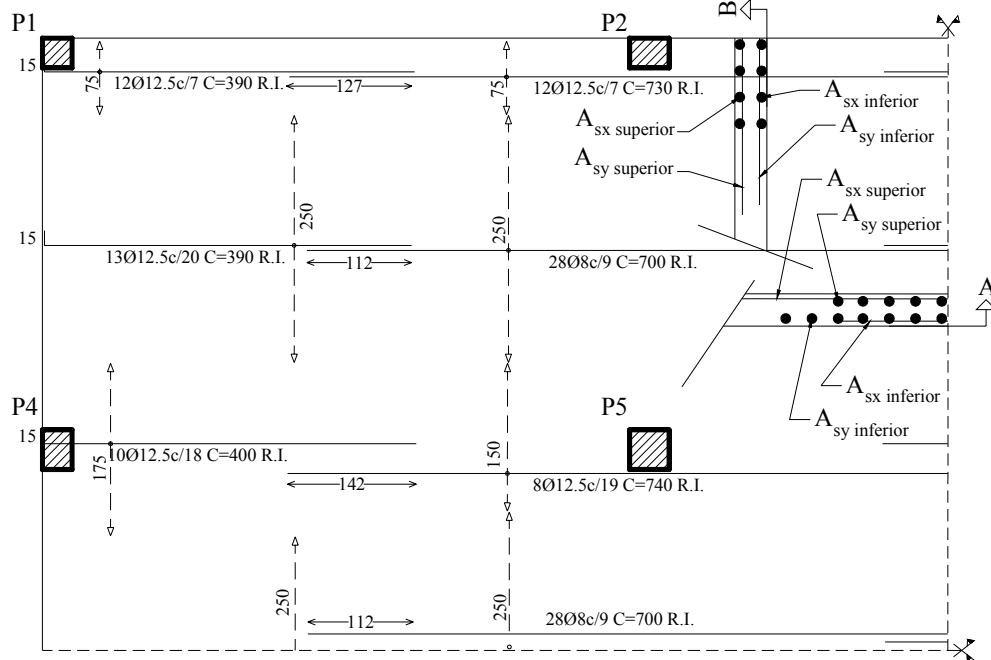


Figura 4. 5 Piso A1; A_{sx inferior}

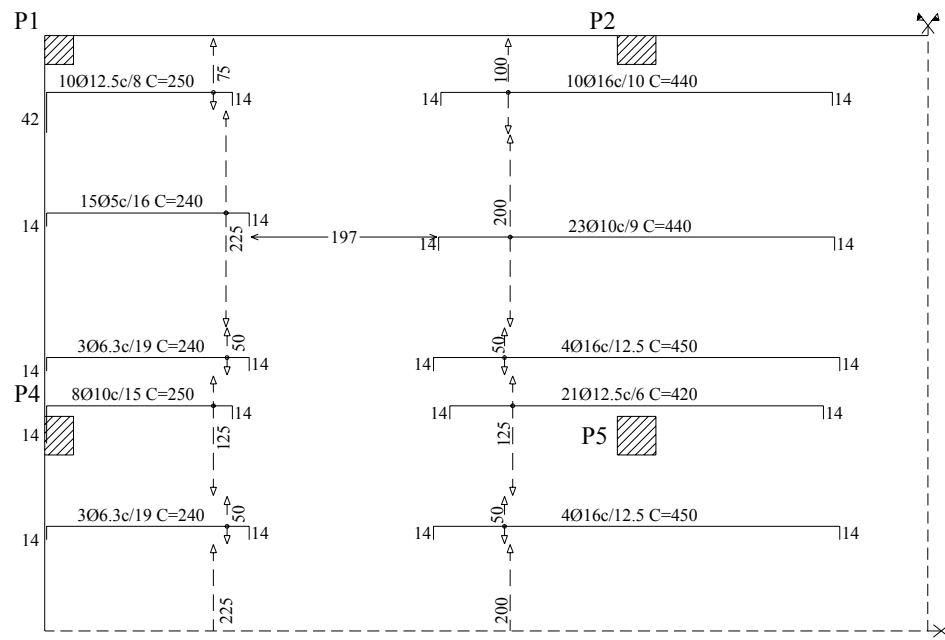


Figura 4. 6 Piso A1; A_{sx superior}

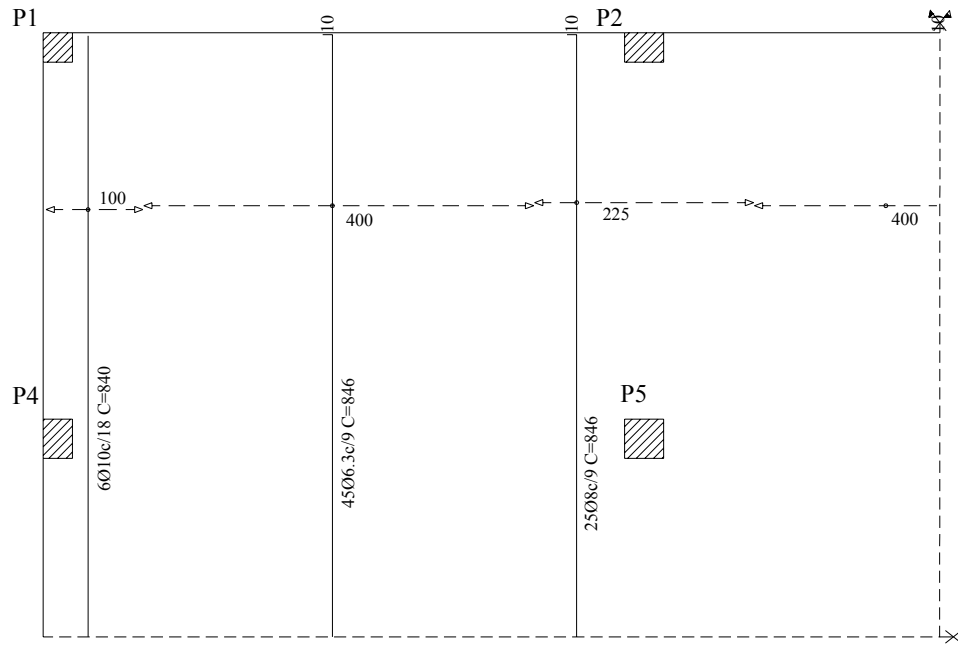


Figura 4. 7 Piso A1; A_{sy} inferior

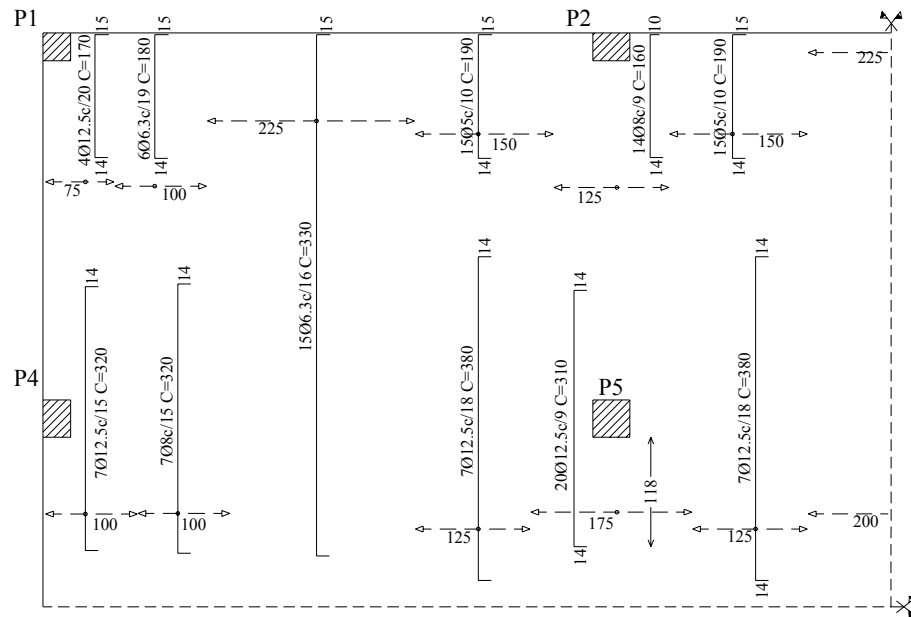


Figura 4. 8 Piso A1; A_{sy} superior

4.1.1. 2 Verificação nos contornos críticos dos respectivos pilares

Com todos os esforços nos pilares são feitas as verificações nos contornos C, C' e C". O cálculo será iniciado pelo pilar interno P5, passando-se posteriormente para os pilares de borda P4 e P2 e finalmente para o pilar de canto P1.

- **PILAR P5 (Pilar de centro com momento fletor nas duas direções)**

a) Determinação de d

Armadura de flexão na direção "x" Ø 12,50 mm A_{s_x} superior

Armadura de flexão na direção "y" Ø 12,50 mm A_{s_y} superior

$$d = \frac{d_x + d_y}{2}$$

$$d_x = 16 - 2 - 0,625 = 13,375 \text{ cm}$$

$$d_y = 16 - 2 - 1,875 = 12,125 \text{ cm}$$

$$d = \frac{13,375 + 12,125}{2} = \frac{25,50}{2}$$

$$d = 12,75 \text{ cm}$$

b) Verificação do contorno C

Esforços:

$$F_{sd} = 1,4 \times 387,70 = 542,78 \text{ kN}$$

$$M_{sdx} = M_{sd1} = 1,4 \times 1,80 = 252,00 \text{ kN.cm}$$

$$M_{sdy} = M_{sd2} = 1,4 \times 4,90 = 686,00 \text{ kN.cm}$$

Verificação da tensão resistente de compressão diagonal do concreto na superfície crítica C (na face do pilar).

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd}$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{30}{250}\right) \cdot \frac{30}{1,4}$$

$$\tau_{Rd2} = 5,09 \text{ MPa}$$

Verificação das tensões atuantes

Para o cálculo da tensão atuante no contorno C, é necessário antes, determinar o perímetro do contorno crítico u , e os módulos de resistência plástica W_{p1} e W_{p2} .

Cálculo de u para o contorno C

$$u = 2 \cdot (C_1 + C_2) = 2 \cdot (40 + 40) = 160 \text{ cm}$$

Determinação do coeficiente K , que depende da relação entre C_1/C_2 e é extraído da tabela 19.2 da NBR 6118:2003; sendo o pilar quadrado $K_1 = K_2$ e conseqüentemente $W_{p1} = W_{p2}$.

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{40}{40} = 1 \Rightarrow K_1 = K_2 = 0,60$$

$$W_{p1} = W_{p2} = \frac{C_1^2}{2} + C_1 \cdot C_2 = \frac{40^2}{2} + 40 \cdot 40 = 2400 \text{ cm}^2$$

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{ud} + \frac{K_1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d} + \frac{K_2 \cdot M_{sd2}}{W_{p2} \cdot d}$$

$$\tau_{sd} = \frac{542,78}{160 \cdot 12,75} + \frac{0,60 \cdot 252}{2400 \cdot 12,75} + \frac{0,60 \cdot 686}{2400 \cdot 12,75} = 0,284 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_{sd} = 2,84 \text{ MPa}$$

$$\therefore \tau_{sd} \leq \tau_{Rd2} \quad \mathbf{OK!}$$

Caso essa verificação não fosse atendida, seria então aconselhável voltar e

rever alguns parâmetros, como por exemplo, adotar uma nova espessura para a laje ou emprego de capteis, aumentar a seção do pilar, ou aumentar a resistência do concreto.

c) Verificação do contorno C'

Cálculo da taxa de armadura nas duas direções.

$$\rho_x = \frac{21.1,23}{13,375.(40 + 2.3.12,125)} = 0,0171$$

$$\rho_y = \frac{14.1,23}{12,125.(40 + 2.3.12,75)} = 0,0121$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} = \sqrt{0,0171 \cdot 0,0121}$$

$$\rho = 0,0144$$

Cálculo da tensão resistente.

$$\tau_{Rd1} = 0,13.(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}).(100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} = 0,13.(1 + \sqrt{\frac{20}{12,75}}).(100 \cdot 0,0144 \cdot 30)^{\frac{1}{3}}$$

$$\tau_{Rd1} = 1,02 \text{ MPa}$$

Cálculo das tensões atuantes.

Da mesma forma que para o contorno C, para o cálculo da tensão atuante no contorno C', é necessário antes determinar o perímetro do contorno crítico u' , e os módulos de resistência plástica W_{p1} e W_{p2} .

$$u' = 2 \cdot (C_1 + C_2) + 4 \cdot \pi \cdot d = 2 \cdot (40 + 40) + 4 \cdot \pi \cdot 12,75 = 320,65 \text{ cm}$$

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 \cdot C_2 + 4 \cdot C_2 \cdot d + 16 \cdot d^2 + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot C_1$$

$$W_p = \frac{40^2}{2} + 40 \cdot 40 + 4 \cdot 40 \cdot 12,75 + 16 \cdot 12,75^2 + 2 \cdot \pi \cdot 12,75 \cdot 40$$

$$W_{p1} = W_{p2} = 10254 \text{ cm}^2$$

$$\tau_{sd} = \frac{542,78}{320,65 \cdot 12,75} + \frac{0,60 \cdot 252}{10254 \cdot 12,75} + \frac{0,60 \cdot 686}{10254 \cdot 12,75} = 0,137 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_{sd} = 1,37 \text{ MPa}$$

$\therefore \tau_{sd} > \tau_{Rd1}$ NÃO OK! Neste caso é necessária armadura de punção.

Quando se fizer necessária a armadura de punção, primeiramente a adota para verificá-la posteriormente, e nesse caso, para adotá-la, é necessário respeitar certas recomendações referentes ao espaçamento mínimo entre ambas de acordo com item 19.5.3.4 da NBR 6118:2003.

Será adotada armadura de conectores tipo pinos de diâmetro 6,30 mm em aço CA-50, distribuídos de acordo com a figura 4.9.

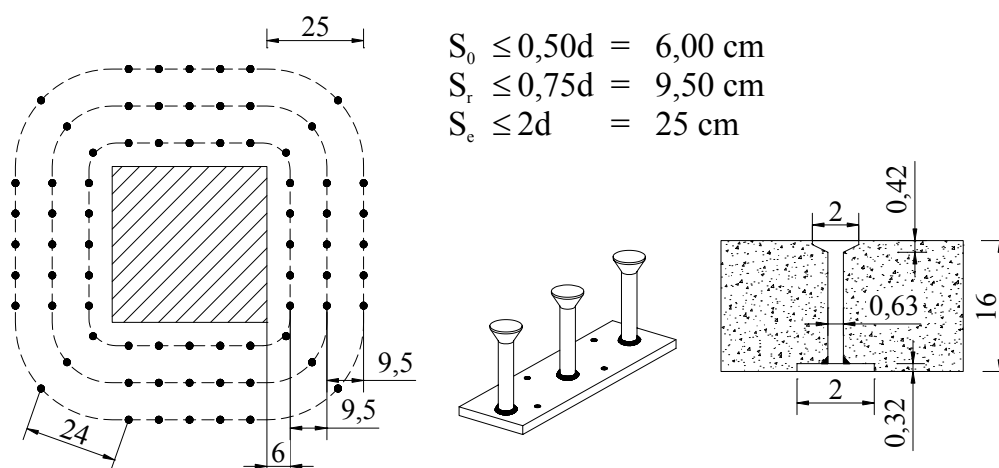


Figura 4.9 Arranjo da armadura de punção para o pilar P5

Para obtenção da resistência de cálculo do aço f_{ywd} para o tipo de armadura adotada, é necessário a interpolação linear que depende da espessura da laje adotada:

$$\frac{435 - 300}{35 - 15} = \frac{435 - f_{ywd}}{35 - 16}$$

$$f_{ywd} = 306,75 \text{ MPa}$$

Dessa forma a área total para cada linha de armadura em estribos de combate à punção de acordo com o que foi apresentado na figura 4.9, será:

$$A_{sw} = 24 \cdot 0,312 = 7,50 \text{ cm}^2$$

Novamente se verifica a tensão resistente, considerando a armadura adotada, de acordo com τ_{Rd3} :

$$\tau_{Rd3} = 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 1,50 \cdot \frac{d}{S_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \text{sen} \alpha}{u \cdot d}$$

$$\begin{aligned} \tau_{Rd3} &= 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{12,75}}\right) \cdot (100 \cdot 0,0144 \cdot 30)^{\frac{1}{3}} + \\ &+ 1,50 \cdot \frac{12,75}{9,50} \cdot \frac{7,50 \cdot 306,75 \cdot \text{sen} 90^\circ}{320,65 \cdot 12,75} \end{aligned}$$

$$\tau_{Rd3} = 1,92 \text{ MPa}$$

$$\therefore \tau_{sd} \leq \tau_{Rd3} \text{ OK!}$$

d) Verificação do contorno C''

Cálculo da tensão resistente.

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{12,75}}\right) \cdot (100 \cdot 0,0144 \cdot 30)^{\frac{1}{3}}$$

$$\tau_{Rd1} = 1,02 \text{ MPa}$$

Cálculo das tensões atuantes:

Novamente aqui, da mesma forma que para o contorno C', para o cálculo da tensão atuante no contorno C'', é necessário antes determinar o perímetro do contorno crítico u'' , e os módulos de resistência plástica W_{p1} e W_{p2} .

$$i = 6 + 9,5 + 9,5 = 25 \text{ cm}$$

$$u'' = 2 \cdot (C_1 + C_2) + 4 \cdot \pi \cdot d + 2 \cdot \pi \cdot i = 2 \cdot (40 + 40) + 4 \cdot \pi \cdot 12,75 + 2 \cdot \pi \cdot 25$$

$$u'' = 478,15 \text{ cm}$$

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 \cdot C_2 + 4 \cdot C_2 \cdot d + 16 \cdot d^2 + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot C_1 + 2 \cdot C_2 \cdot i + 16 \cdot d \cdot i + 4 \cdot i^2 + \pi \cdot C_1 \cdot i$$

$$W_p = \frac{40^2}{2} + 40 \cdot 40 + 4 \cdot 40 \cdot 12,75 + 16 \cdot 12,75^2 + 2 \cdot \pi \cdot 12,75 \cdot 40 +$$

$$+ 2 \cdot 40 \cdot 25 + 16 \cdot 12,75 \cdot 25 + 4 \cdot 25^2 + \pi \cdot 40 \cdot 25$$

$$W_{p1} = W_{p2} = 23004 \text{ cm}^2$$

$$\tau_{sd} = \frac{542,78}{478,15 \cdot 12,75} + \frac{0,60 \cdot 252}{23004 \cdot 12,75} + \frac{0,60 \cdot 686}{23004 \cdot 12,75} = 0,090 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_{sd} = 0,90 \text{ MPa}$$

$$\therefore \tau_{sd} \leq \tau_{Rd1} \quad \text{OK!}$$

e) Verificação do colapso progressivo

Essa verificação se faz em função da taxa de armadura de flexão positiva que cruza cada uma das faces do pilar no contorno C.

$$A_s \cdot f_{yd} \geq F_{sd}$$

$$A_{sx} = 3 \text{ } \emptyset 12,5 \text{ mm}$$

$$A_{sy} = 6 \text{ } \emptyset 8 \text{ mm}$$

$$A_s = 2 \cdot 3 \cdot 1,23 + 2 \cdot 6 \cdot 0,5 = 13,38 \text{ cm}^2$$

$$13,38 \cdot \frac{50}{1,15} \geq 542,78 \Rightarrow 581,73 \text{ kN} \geq 542,78 \text{ kN} \quad \text{OK!}$$

- **PILAR P4 (Pilar de borda sem momento fletor no plano paralelo à borda livre)**

a) Determinação de d

Armadura de flexão na direção “x” Ø 10,00 mm A_{s_x} superior

Armadura de flexão na direção “y” Ø 12,50 mm A_{s_y} superior

$$d = \frac{d_x + d_y}{2}$$

$$d_x = 16 - 2 - 0,50 = 13,50 \text{ cm}$$

$$d_y = 16 - 2 - 1,625 = 12,375 \text{ cm}$$

$$d = \frac{13,50 + 12,375}{2} = \frac{25,875}{2}$$

$$d = 12,94 \text{ cm}$$

b) Verificação do contorno C

Esforços:

$$F_{sd} = 1,4 \times 139,20 = 194,88 \text{ kN}$$

$$M_{sdy} = 1,4 \times 43,20 = 60,48 \text{ kN.m} = 6048,00 \text{ kN.cm}$$

$M_{sdy} = M_{sd}$ é o momento fletor perpendicular à borda livre.

$$C_1 = 30 \text{ cm} \quad (\text{medida perpendicular à borda livre})$$

$$C_2 = 40 \text{ cm} \quad (\text{medida paralela à borda livre})$$

Verificação da tensão resistente

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd}$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{30}{250}\right) \cdot \frac{30}{1,4}$$

$$\tau_{Rd2} = 5,09 \text{ MPa}$$

Verificação das tensões atuantes

Cálculo de u^* para o contorno C

$$a \leq \begin{cases} 1,5 \cdot d = 1,5 \cdot 12,94 = 19,41 \text{ cm} \\ 0,50 \cdot C_1 = 0,50 \cdot 30 = 15 \text{ cm} \end{cases}$$

$$a = 15 \text{ cm}$$

$$u^* = 2 \cdot (15 + 40) = 70 \text{ cm}$$

$$e^* = \frac{C_1 \cdot a - a^2 + \frac{C_1 \cdot C_2}{2}}{2 \cdot a + C_2} \Rightarrow \frac{30 \cdot 15 - 15^2 + \frac{30 \cdot 40}{2}}{2 \cdot 15 + 40} = 11,79 \text{ cm}$$

Determinação do momento de cálculo resultante da excentricidade M_{sd}^*

$$M_{sd}^* = F_{sd} \cdot e^* = 194,88 \cdot 11,79 = 2297,63 \text{ kN.cm}$$

Determinação do momento de cálculo resultante M_{sd}

$$M_{sd1} = M_{sd} - M_{sd}^* = (6048 - 2297,63) = 3750,37 \text{ kN.cm}$$

Determinação do módulo de resistência plástica W_{p1}

$$W_{p1} = \frac{C_1^2}{2} + \frac{C_1 \cdot C_2}{2} = \frac{30^2}{2} + \frac{30 \cdot 40}{2} = 1050 \text{ cm}^2$$

Determinação de K_1

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{30}{40} = 0,75 \text{ pela tabela 19.2 da NBR 6118:2003 extraí o valor de } K$$

$$\frac{1 - 0,60}{0,60 - 0,45} = \frac{1 - 0,75}{0,60 - K_1} = K_1 = 0,525$$

Tensão atuante

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} + \frac{K_1 \cdot M_{sd1}}{W_{pl} \cdot d} = \frac{194,88}{70 \cdot 12,94} + \frac{0,525 \cdot 3750,37}{1050 \cdot 12,94} = 0,360 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_{sd} = 3,60 \text{ MPa}$$

$$\therefore \tau_{sd} \leq \tau_{Rd2} \quad \mathbf{OK!}$$

c) Verificação do contorno C'

Cálculo da taxa de armadura nas duas direções:

$$\rho_x = \frac{8,0,8}{13,5 \cdot (40 + 2 \cdot 3 \cdot 12,94)} = 0,0040$$

$$\rho_y = \frac{5,1,23}{12,375 \cdot (30 + 3 \cdot 12,94)} = 0,0071$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} = \sqrt{0,0049 \cdot 0,0071}$$

$$\rho = 0,0053$$

Cálculo da tensão resistente:

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}}$$

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{12,94}}\right) \cdot (100 \cdot 0,0053 \cdot 30)^{\frac{1}{3}}$$

$$\tau_{Rd1} = 0,73 \text{ MPa}$$

Cálculo das tensões atuantes:

$$u = 2 \cdot (a + C_2) + 2 \cdot \pi \cdot d = 2 \cdot (15 + 40) + 2 \cdot \pi \cdot 12,94 = 191,52 \text{ cm}$$

$$e^* = \frac{C_1 \cdot a - a^2 + \frac{C_1 \cdot C_2}{2} + 2 \cdot C_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot C_1}{2 \cdot a + C_2 + 2 \cdot \pi d}$$

$$e^* = \frac{30 \cdot 15 - 15^2 + \frac{30 \cdot 40}{2} + 2 \cdot 40 \cdot 12,94 + 8 \cdot 12,94^2 + \pi \cdot 12,94 \cdot 30}{2 \cdot 15 + 40 + 2 \cdot \pi \cdot 12,94}$$

$$e^* = 29,18 \text{ cm}$$

$$W_{pl} = \frac{C_1^2}{2} + \frac{C_1 \cdot C_2}{2} + 2 \cdot C_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot C_1$$

$$W_{pl} = \frac{30^2}{2} + \frac{30 \cdot 40}{2} + 2 \cdot 40 \cdot 12,94 + 8 \cdot 12,94^2 + \pi \cdot 12,94 \cdot 30 = 4647,57 \text{ cm}^2$$

$$M_{sd}^* = F_{sd} \cdot e^* = 194,88 \cdot 29,18 = 5686,59 \text{ kN.cm}$$

$$M_{sd1} = M_{sd} - M_{sd}^* = (6048 - 5686,59) = 361,41 \text{ kN.cm}$$

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^* \cdot d} + \frac{K_1 \cdot M_{sd1}}{W_{pl} \cdot d} = \frac{194,88}{191,52 \cdot 12,94} + \frac{0,5 \cdot 361,41}{4647,57 \cdot 12,94}$$

$$\tau_{sd} = 0,081 \text{ kN/cm}^2 = 0,81 \text{ MPa}$$

$\therefore \tau_{sd} > \tau_{Rd1}$ Neste caso é necessária armadura de punção.

Será adotada armadura de conectores tipo pinos de diâmetro 6,30 mm em aço CA-50, distribuídos de acordo com a figura 4.10.

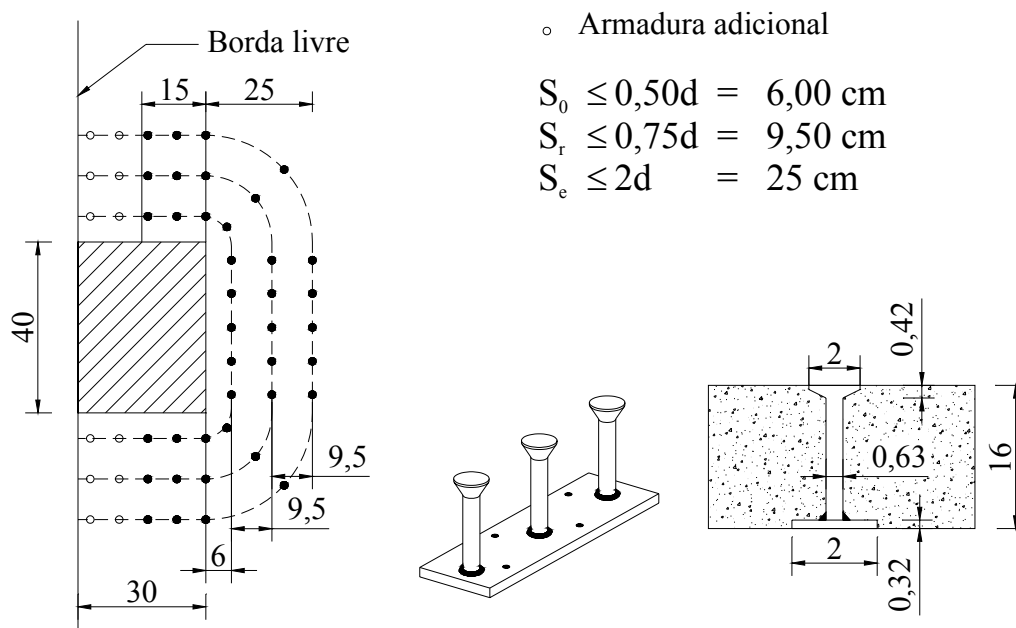


Figura 4. 10 Arranjo da armadura de punção para o pilar P4

Resistência de cálculo do aço f_{ywd}

$$\frac{435 - 300}{35 - 15} = \frac{435 - f_{ywd}}{35 - 16}$$

$$f_{ywd} = 306,75 \text{ MPa}$$

$$A_{sw} = 17 \cdot 0,312 = 5,30 \text{ cm}^2$$

Verificação da tensão resistente τ_{Rd3}

$$\tau_{Rd3} = 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 1,50 \cdot \frac{d}{S_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \text{sen } \alpha}{u \cdot d}$$

$$\tau_{Rd3} = 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{12,94}}\right) \cdot (100 \cdot 0,0053 \cdot 30)^{\frac{1}{3}} +$$

$$+ 1,50 \cdot \frac{12,94}{9,50} \cdot \frac{5,30 \cdot 306,75 \cdot \text{sen } 90^0}{191,52 \cdot 12,94}$$

$$\tau_{Rd3} = 1,90 \text{ MPa}$$

$$\therefore \tau_{sd} \leq \tau_{Rd3} \text{ OK!}$$

d) Verificação do contorno C”

Cálculo da tensão resistente:

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}}$$

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{12,94}}\right) \cdot (100 \cdot 0,0053 \cdot 30)^{\frac{1}{3}}$$

$$\tau_{Rd1} = 0,73 \text{ MPa}$$

Cálculo das tensões atuantes:

$$i = 6 + 9,5 + 9,5 = 25 \text{ cm}$$

$$u = 2 \cdot (a + C_2) + 2 \cdot \pi \cdot d + \pi \cdot i$$

$$u = 2 \cdot (15 + 40) + 2 \cdot \pi \cdot 12,94 + \pi \cdot 25 = 270,27 \text{ cm}$$

$$e^* = \frac{C_1 \cdot a - a^2 + \frac{C_1 \cdot C_2}{2} + 2 \cdot C_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot C_1 + C_2 \cdot i + 8 \cdot d \cdot i + \frac{\pi \cdot i \cdot C_1}{2} + 2 \cdot i^2}{2 \cdot a + C_2 + 2 \cdot \pi d + \pi \cdot i}$$

$$e^* = \frac{30 \cdot 15 - 15^2 + \frac{30 \cdot 40}{2} + 2 \cdot 40 \cdot 12,94 + 8 \cdot 12,94^2 + \pi \cdot 12,94 \cdot 30 + 40 \cdot 25 + 8 \cdot 12,94 \cdot 25 + \frac{\pi \cdot 25 \cdot 30}{2} + 2 \cdot 25^2}{2 \cdot 15 + 40 + 2 \cdot \pi \cdot 12,94 + \pi \cdot 25}$$

$$e^* = 45,34 \text{ cm}$$

$$M_{sd*} = F_{sd} \cdot e^* = 194,88 \cdot 45,34 = 8835,86 \text{ kN.cm}$$

$$M_{sd1} = M_{sd} - M_{sd*} = (6048 - 8835,86) = -2787,86 \text{ kN.cm}$$

$$\therefore M_{sd1} = M_{sd} - M_{sd*} \geq 0 \Rightarrow M_{sd1} = 0$$

$$W_{p1} = \frac{C_1^2}{2} + \frac{C_1 \cdot C_2}{2} + 2 \cdot C_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot C_1 + C_2 \cdot i + 8 \cdot d \cdot i + \frac{\pi \cdot i \cdot C_1}{2} + 2 \cdot i^2$$

$$W_{p1} = \frac{30^2}{2} + \frac{30 \cdot 40}{2} + 2 \cdot 40 \cdot 12,94 + 8 \cdot 12,94^2 + \pi \cdot 12,94 \cdot 30 +$$

$$+ 40 \cdot 25 + 8 \cdot 12,94 \cdot 25 + \frac{\pi \cdot 25 \cdot 30}{2} + 2 \cdot 25^2$$

$$W_{p1} = 10666,83 \text{ cm}^2$$

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} + \frac{K_1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d} = \frac{194,88}{270,27 \cdot 12,94} + \frac{0,5 \cdot 0}{10666,83 \cdot 12,94}$$

$$\tau_{sd} = 0,056 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_{sd} = 0,56 \text{ MPa}$$

$$\therefore \tau_{sd} \leq \tau_{Rd1} \quad \text{OK!}$$

e) Verificação do colapso progressivo

$$A_s \cdot f_{yd} \geq F_{sd}$$

$$A_{sx} = 3 \text{ } \varnothing 12,5 \text{ mm}$$

$$A_{sy} = 3 \text{ } \varnothing 10 \text{ mm}$$

$$A_s = 3 \cdot 1,23 + 2 \cdot 3 \cdot 0,8 = 8,49 \text{ cm}^2$$

$$8,49 \cdot \frac{50}{1,15} \geq 194,88 \Rightarrow 369 \geq 194,88 \quad \text{OK!}$$

- **PILAR P2 (Pilar de borda com efeito de momento fletor nas duas direções)**

a) Determinação de d

Armadura de flexão na direção “x” \varnothing 16,00 mm A_{s_x} superior

Armadura de flexão na direção “y” \varnothing 8,00 mm A_{s_y} superior

$$d = \frac{d_x + d_y}{2}$$

$$d_x = 16 - 2 - 0,80 = 13,20 \text{ cm}$$

$$d_y = 16 - 2 - 2 = 12,00 \text{ cm}$$

$$d = \frac{13,20 + 12,00}{2} = \frac{25,20}{2}$$

$$d = 12,60 \text{ cm}$$

b) Verificação do contorno C

Esforços:

$$F_{sd} = 1,4 \times 142,40 = 199,36 \text{ kN}$$

$$M_{sdy} = 1,4 \times 16,20 = 22,68 \text{ kN.m} = 2268 \text{ kN.cm}$$

$$M_{sdx} = 1,4 \times 25,10 = 35,14 \text{ kN.m} = 3514 \text{ kN.cm}$$

$M_{sdy} = M_{sd1}$ é o momento fletor perpendicular à borda livre.

$M_{sdx} = M_{sd2}$ é o momento fletor paralelo à borda livre.

$C_1 = 30 \text{ cm}$ (medida perpendicular à borda livre)

$C_2 = 40 \text{ cm}$ (medida paralela à borda livre)

Tensão resistente.

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd}$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{30}{250}\right) \cdot \frac{30}{1,4}$$

$$\tau_{Rd2} = 5,09 \text{ MPa}$$

Tensões atuantes.

$$a \leq \begin{cases} 1,5 \cdot d = 1,5 \cdot 12,94 = 19,41 \text{ cm} \\ 0,50 \cdot C_1 = 0,50 \cdot 30 = 15 \text{ cm} \end{cases}$$

$$a = 15 \text{ cm}$$

$$u^* = 2 \cdot (15 + 40) = 70 \text{ cm}$$

$$e^* = \frac{C_1 \cdot a - a^2 + \frac{C_1 \cdot C_2}{2}}{2 \cdot a + C_2} \Rightarrow \frac{30 \cdot 15 - 15^2 + \frac{30 \cdot 40}{2}}{2 \cdot 15 + 40} = 11,79 \text{ cm}$$

$$M_{sd}^* = F_{sd} \cdot e^* = 199,36 \cdot 11,79 = 2350,45 \text{ kN.cm}$$

$$M_{sd1} = M_{sdy} - M_{sd}^* = (2268 - 2350,45) = -82,45 \text{ kN.cm}$$

$$\therefore M_{sd1} = M_{sd} - M_{sd}^* \geq 0 \Rightarrow M_{sd1} = 0$$

$$W_{p1} = \frac{C_1^2}{2} + \frac{C_1 \cdot C_2}{2} = \frac{30^2}{2} + \frac{30 \cdot 40}{2} = 1050 \text{ cm}^2$$

$$W_{p2} = \frac{C_2^2}{4} + C_1 \cdot C_2 = \frac{40^2}{4} + 30 \cdot 40 = 1600 \text{ cm}^2$$

Determinação de K_1 e K_2

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{30}{40} = 0,75 \quad \frac{1-0,60}{0,60-0,45} = \frac{1-0,75}{0,60-K_1} = K_1 = 0,525$$

$$\frac{C_2}{2 \cdot C_1} = \frac{40}{2 \cdot 30} = 0,667 \quad \frac{1-0,60}{0,60-0,45} = \frac{1-0,667}{0,60-K_1} = K_2 = 0,5$$

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} + \frac{K_1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d} + \frac{K_2 \cdot M_{sd2}}{W_{p2} \cdot d} = \frac{199,36}{70 \cdot 12,60} + \frac{0,525 \cdot 0}{1050 \cdot 12,60} + \frac{0,50 \cdot 3514}{1050 \cdot 12,60}$$

$$\tau_{sd} = 3,13 \text{ MPa}$$

$$\therefore \tau_{sd} \leq \tau_{Rd2} \quad \mathbf{OK!}$$

c) Verificação do contorno C'

Cálculo da taxa de armadura nas duas direções:

$$\rho_x = \frac{7 \cdot 2}{13,20 \cdot (40 + 2 \cdot 3 \cdot 12,60)} = 0,0092$$

$$\rho_y = \frac{14 \cdot 0,50}{12,00 \cdot (30 + 3 \cdot 12,60)} = 0,0086$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} = \sqrt{0,0092 \cdot 0,0086}$$

$$\rho = 0,0088$$

Tensão resistente.

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}}$$

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{12,60}}\right) \cdot (100 \cdot 0,0088 \cdot 30)^{\frac{1}{3}}$$

$$\tau_{Rd1} = 0,87 \text{ MPa}$$

Tensões atuantes.

$$u = 2 \cdot (a + C_2) + 2 \cdot \pi \cdot d = 2 \cdot (15 + 40) + 2 \cdot \pi \cdot 12,60 = 189,38 \text{ cm}$$

$$e^* = \frac{C_1 \cdot a - a^2 + \frac{C_1 \cdot C_2}{2} + 2 \cdot C_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot C_1}{2 \cdot a + C_2 + 2 \cdot \pi d}$$

$$e^* = \frac{30 \cdot 15 - 15^2 + \frac{30 \cdot 40}{2} + 2 \cdot 40 \cdot 12,60 + 8 \cdot 12,94^2 + \pi \cdot 12,60 \cdot 30}{2 \cdot 15 + 40 + 2 \cdot \pi \cdot 12,60}$$

$$e^* = 29,20 \text{ cm}$$

$$W_{p1} = \frac{C_1^2}{2} + \frac{C_1 \cdot C_2}{2} + 2 \cdot C_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot C_1$$

$$W_{p1} = \frac{30^2}{2} + \frac{30 \cdot 40}{2} + 2 \cdot 40 \cdot 12,60 + 8 \cdot 12,60^2 + \pi \cdot 12,60 \cdot 30 = 4518,78 \text{ cm}^2$$

$$W_{p2} = \frac{C_2^2}{4} + C_1 \cdot C_2 + 4 \cdot C_1 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot C_2$$

$$W_{p2} = \frac{40^2}{4} + 30 \cdot 40 + 4 \cdot 30 \cdot 12,60 + 8 \cdot 12,60^2 + \pi \cdot 12,60 \cdot 40 = 5969,68 \text{ cm}^2$$

$$M_{sd^*} = F_{sd} \cdot e^* = 199,36 \cdot 29,20 = 5821,31 \text{ kN.cm}$$

$$M_{sd1} = M_{sd} - M_{sd^*} = (2268 - 5821,31) = -3553,31 \text{ kN.cm}$$

$$\therefore M_{sd1} = M_{sd} - M_{sd^*} \geq 0 \Rightarrow M_{sd1} = 0$$

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^* \cdot d} + \frac{K_1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d} + \frac{K_2 \cdot M_{sd2}}{W_{p2} \cdot d}$$

$$\tau_{sd} = \frac{199,36}{189,38 \cdot 12,60} + \frac{0,525 \cdot 0}{4518,78 \cdot 12,60} + \frac{0,50 \cdot 3514}{5969,68 \cdot 12,60}$$

$$\tau_{sd} = 1,30 \text{ MPa}$$

$$\therefore \tau_{sd} > \tau_{Rd1} \text{ NÃO OK! Neste caso é necessária armadura de punção.}$$

Será adotada armadura de conectores tipo pinos de diâmetro 6,30 mm em aço CA-50, distribuídos de acordo com a figura 4.11.

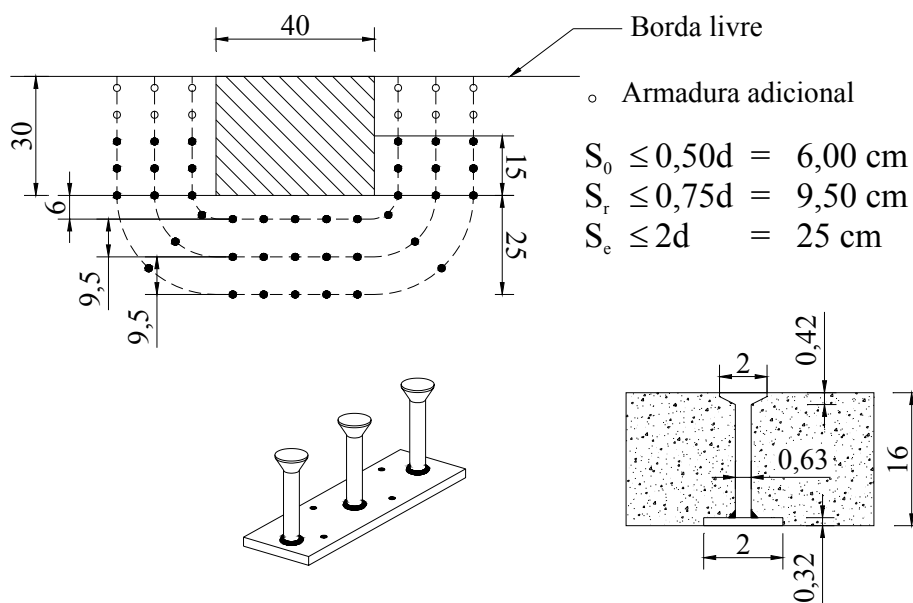


Figura 4. 11 Arranjo da armadura de punção para o pilar P2

Resistência de cálculo do aço f_{ywd}

$$\frac{435 - 300}{35 - 15} = \frac{435 - f_{ywd}}{35 - 16}$$

$$f_{ywd} = 306,75 \text{ MPa}$$

$$A_{sw} = 17 \cdot 0,312 = 5,30 \text{ cm}^2$$

Tensão resistente τ_{Rd3} :

$$\tau_{Rd3} = 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 1,50 \cdot \frac{d}{S_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \text{sen} \alpha}{u \cdot d}$$

$$\tau_{Rd3} = 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{12,60}}\right) \cdot (100 \cdot 0,0088 \cdot 30)^{\frac{1}{3}} +$$

$$+ 1,50 \cdot \frac{12,60}{9,50} \cdot \frac{5,30 \cdot 306,75 \cdot \text{sen} 90^\circ}{189,38 \cdot 12,60}$$

$$\tau_{Rd3} = 2,02 \text{ MPa}$$

$$\therefore \tau_{sd} \leq \tau_{Rd3} \text{ OK!}$$

d) Verificação do contorno C''

Tensão resistente:

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}}$$

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{12,60}}\right) \cdot (100 \cdot 0,0088 \cdot 30)^{\frac{1}{3}}$$

$$\tau_{Rd1} = 0,87 \text{ MPa}$$

Tensões atuantes.

$$i = 6 + 9,5 + 9,5 = 25 \text{ cm}$$

$$u = 2 \cdot (a + C_2) + 2 \cdot \pi \cdot d + \pi \cdot i$$

$$u = 2 \cdot (15 + 40) + 2 \cdot \pi \cdot 12,60 + \pi \cdot 25 = 268,13 \text{ cm}$$

$$e^* = \frac{C_1 \cdot a - a^2 + \frac{C_1 \cdot C_2}{2} + 2 \cdot C_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot C_1 + C_2 \cdot i + 8 \cdot d \cdot i + \frac{\pi \cdot i \cdot C_1}{2} + 2 \cdot i^2}{2 \cdot a + C_2 + 2 \cdot \pi d + \pi \cdot i}$$

$$e^* = \frac{30 \cdot 15 - 15^2 + \frac{30 \cdot 40}{2} + 2 \cdot 40 \cdot 12,60 + 8 \cdot 12,60^2 + \pi \cdot 12,60 \cdot 30 + 40 \cdot 25 + 8 \cdot 12,60 \cdot 25 + \frac{\pi \cdot 25 \cdot 30}{2} + 2 \cdot 25^2}{2 \cdot 15 + 40 + 2 \cdot \pi \cdot 12,60 + \pi \cdot 25}$$

$$e^* = 44,90 \text{ cm}$$

$$W_{p1} = \frac{C_1^2}{2} + \frac{C_1 \cdot C_2}{2} + 2 \cdot C_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot C_1 + C_2 \cdot i + 8 \cdot d \cdot i + \frac{\pi \cdot i \cdot C_1}{2} + 2 \cdot i^2$$

$$W_{p1} = \frac{30^2}{2} + \frac{30 \cdot 40}{2} + 2 \cdot 40 \cdot 12,60 + 8 \cdot 12,60^2 + \pi \cdot 12,60 \cdot 30 +$$

$$+ 40 \cdot 25 + 8 \cdot 12,60 \cdot 25 + \frac{\pi \cdot 25 \cdot 30}{2} + 2 \cdot 25^2$$

$$W_{p1} = 10470,03 \text{ cm}^2$$

$$W_{p2} = \frac{C_2^2}{4} + C_1 \cdot C_2 + 4 \cdot C_1 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot C_2 + 2 \cdot C_1 \cdot i + 8 \cdot d \cdot i + \frac{\pi \cdot i \cdot C_2}{2} + 2 \cdot i^2$$

$$W_{p2} = \frac{40^2}{4} + 30 \cdot 40 + 4 \cdot 30 \cdot 12,60 + 8 \cdot 12,60^2 + \pi \cdot 12,60 \cdot 40 + 2 \cdot 30 \cdot 25 +$$

$$+ 8 \cdot 12,60 \cdot 25 + \frac{\pi \cdot 25 \cdot 40}{2} + 2 \cdot 25^2$$

$$W_{p2} = 12814,68 \text{ cm}^2$$

$$M_{sd*} = F_{sd} \cdot e^* = 199,36 \cdot 44,90 = 8851,26 \text{ kN.cm}$$

$$M_{sd1} = M_{sd} - M_{sd}^* = (2268 - 8851,26) = -6683,26 \text{ kN.cm}$$

$$\therefore M_{sd1} = M_{sd} - M_{sd}^* \geq 0 \Rightarrow M_{sd1} = 0$$

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^* \cdot d} + \frac{K_1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d} + \frac{K_2 \cdot M_{sd2}}{W_{p2} \cdot d}$$

$$\tau_{sd} = \frac{199,36}{268,13 \cdot 12,60} + \frac{0,525 \cdot 0}{10470,03 \cdot 12,60} + \frac{0,50 \cdot 3514}{12814,68 \cdot 12,60}$$

$$\tau_{sd} = 0,69 \text{ MPa}$$

$$\therefore \tau_{sd} \leq \tau_{Rd1} \quad \text{OK!}$$

e) Verificação do colapso progressivo

$$A_s \cdot f_{yd} \geq F_{sd}$$

$$A_{sx} = 6 \text{ } \emptyset 12,5 \text{ mm}$$

$$A_{sy} = 6 \text{ } \varnothing \text{ } 8 \text{ mm}$$

$$A_s = 2.6.1,23 + 6.0,5 = 17,76 \text{ cm}^2$$

$$17,76 \cdot \frac{50}{1,15} \geq 199,36 \Rightarrow 772,17 \geq 194,88 \text{ OK!}$$

- **PILAR P1 (Pilar de canto)**

a) Determinação de d

Armadura de flexão na direção “x” \varnothing 12,50 mm A_{sx} superior

Armadura de flexão na direção “y” \varnothing 12,50 mm A_{sy} superior

$$d = \frac{d_x + d_y}{2}$$

$$d_x = 16 - 2 - 0,625 = 13,375 \text{ cm}$$

$$d_y = 16 - 2 - 1,875 = 12,125 \text{ cm}$$

$$d = \frac{13,375 + 12,125}{2} = \frac{25,50}{2}$$

$$d = 12,75 \text{ cm}$$

b) Verificação do contorno C

Esforços:

$$F_{sd} = 1,4 \times 68,03 = 95,62 \text{ kN}$$

$$M_{sdx} = 1,4 \times 10,90 = 15,26 \text{ kN.m} = 1526,00 \text{ kN.cm}$$

$$M_{sdy} = 1,4 \times 28,90 = 40,46 \text{ kN.m} = 4046,00 \text{ kN.cm}$$

M_{sd} é o momento fletor perpendicular à borda livre.

M_{sd} será M_{sdy} na primeira análise e M_{sdX} na segunda análise.

Como pilar é quadrado $C_1 = C_2$, não há necessidade de troca de posições, ou seja, permanece o mesmo valor para ambos o caso.

Tensão resistente.

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd}$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{30}{250}\right) \cdot \frac{30}{1,4}$$

$$\tau_{Rd2} = 5,09 \text{ MPa}$$

Tensões atuantes.

$$a \leq \begin{cases} 1,5 \cdot d = 1,5 \cdot 12,75 = 19,12 \text{ cm} \\ 0,50 \cdot C_1 = 0,50 \cdot 30 = 15 \text{ cm} \end{cases}$$

$$a = 15 \text{ cm}$$

$$u^* = 2 \cdot (15) = 30 \text{ cm}$$

$$e^* = \frac{C_1 \cdot a_1 - a_1^2 + a_2 \cdot C_1}{2 \cdot (a_1 + a_2)} = \frac{30 \cdot 15 - 15^2 + 15 \cdot 30}{2 \cdot (15 + 15)} = 11,25 \text{ cm}$$

$$M_{sd}^* = F_{sd} \cdot e^* = 95,62 \cdot 11,25 = 1075,72 \text{ kN.cm}$$

$$M_{sd1} = M_{sd} - M_{sd}^* = (4046 - 1075,72) = 2970,27 \text{ kN.cm}$$

$$W_{p2} = \frac{C_1^2}{4} + \frac{C_1 \cdot C_2}{2} = \frac{30^2}{4} + \frac{30 \cdot 30}{2} = 675 \text{ cm}^2$$

Determinação de K_1

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{30}{30} = 1 \quad \text{pela tabela 19.2 da NBR 6118:2003 extrai o valor de K}$$

$$K_1 = 0,60$$

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^* \cdot d} + \frac{K_1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d} = \frac{95,62}{30 \cdot 12,75} + \frac{0,60 \cdot 2970,27}{675 \cdot 12,75} = 0,457 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_{sd} = 4,57 \text{ MPa}$$

$$\therefore \tau_{sd} \leq \tau_{Rd2} \quad \mathbf{OK!}$$

d) Verificação do contorno C'

Cálculo da taxa de armadura nas duas direções:

$$\rho_x = \frac{10,1,23}{13,375 \cdot (30 + 3 \cdot 12,75)} = 0,0134$$

$$\rho_y = \frac{4,1,23}{12,125 \cdot (30 + 3 \cdot 12,75)} = 0,0059$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} = \sqrt{0,0134 \cdot 0,0059}$$

$$\rho = 0,0089$$

Tensão resistente.

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}}$$

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{12,75}}\right) \cdot (100 \cdot 0,0089 \cdot 30)^{\frac{1}{3}}$$

$$\tau_{Rd1} = 0,87 \text{ MPa}$$

Tensões atuantes.

$$u = a_1 + a_2 + \pi \cdot d = 15 + 15 + \pi \cdot 12,75 = 70,16 \text{ cm}$$

$$e^* = \frac{C_1 \cdot a_1 - a_1^2 + a_2 \cdot C_1 + 4 \cdot a_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot C_1}{2 \cdot (a_1 + a_2 + \pi \cdot d)}$$

$$e^* = \frac{30 \cdot 15 - 15^2 + 15 \cdot 30 + 4 \cdot 15 \cdot 12,75 + 8 \cdot 12,75^2 + \pi \cdot 12,75 \cdot 30}{2 \cdot (15 + 15 + \pi \cdot 12,75)} = 28,11 \text{ cm}$$

$$M_{sd}^* = F_{sd} \cdot e^* = 95,62 \cdot 28,11 = 2687,87 \text{ kN.cm}$$

$$M_{sd1} = M_{sd} - M_{sd}^* = (4046 - 2687,87) = 1358,12 \text{ kN.cm}$$

$$W_{p1} = \frac{C_1^2}{4} + \frac{C_1 \cdot C_2}{2} + 2 \cdot C_2 \cdot d + 4 \cdot d^2 + \frac{\pi \cdot d \cdot C_1}{2}$$

$$W_{p1} = \frac{30^2}{4} + \frac{30 \cdot 30}{2} + 2 \cdot 30 \cdot 12,75 + 4 \cdot 12,75^2 + \frac{\pi \cdot 12,75 \cdot 30}{2}$$

$$W_{p1} = 2692,68 \text{ cm}^2$$

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^* \cdot d} + \frac{K_1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d} = \frac{95,62}{70,16 \cdot 12,75} + \frac{0,60 \cdot 1358,12}{2692,68 \cdot 12,75}$$

$$\tau_{sd} = 0,130 \text{ kN/cm}^2 = 1,30 \text{ MPa}$$

$\therefore \tau_{sd} > \tau_{Rd1}$ Neste caso é necessária armadura de punção.

Será adotada armadura de conectores tipo pinos de diâmetro 6,30mm em aço CA-50, distribuídos de acordo com a figura 4.12.

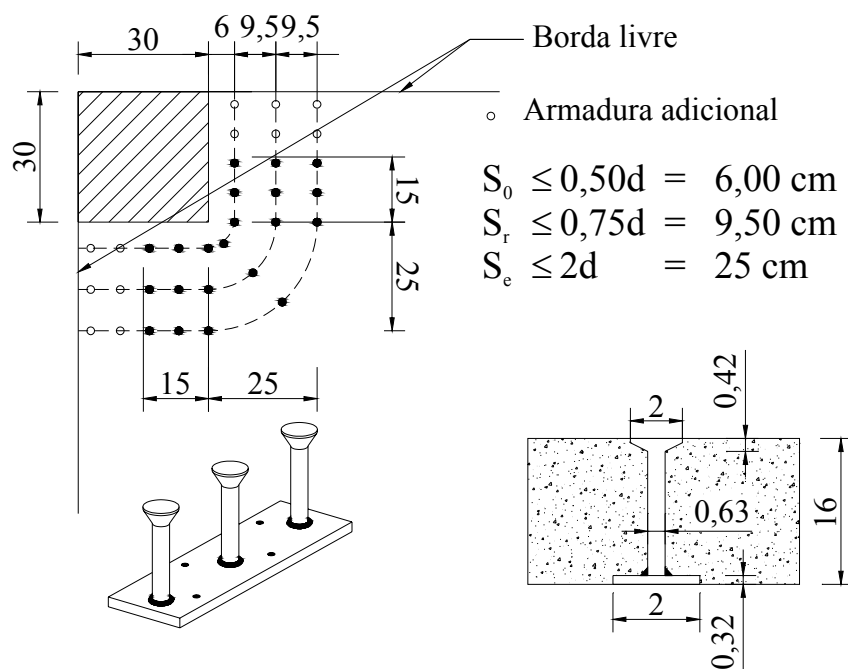


Figura 4. 12 Arranjo da armadura de punção para o pilar P4

Resistência de cálculo do aço f_{ywd}

$$\frac{435 - 300}{35 - 15} = \frac{435 - f_{ywd}}{35 - 16}$$

$$f_{ywd} = 306,75 \text{ MPa}$$

$$A_{sw} = 7 \cdot 0,31 = 2,17 \text{ cm}^2$$

Tensão resistente τ_{Rd3} .

$$\tau_{Rd3} = 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 1,50 \cdot \frac{d}{S_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \text{sen} \alpha}{u \cdot d}$$

$$\tau_{Rd3} = 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{12,75}}\right) \cdot (100 \cdot 0,0089 \cdot 30)^{\frac{1}{3}} +$$

$$+ 1,50 \cdot \frac{12,75}{9,50} \cdot \frac{2,17 \cdot 306,75 \cdot \text{sen} 90^\circ}{70,16 \cdot 12,75}$$

$$\tau_{Rd3} = 2,17 \text{ MPa}$$

$$\therefore \tau_{sd} \leq \tau_{Rd3} \text{ OK!}$$

d) Verificação do contorno C''

Tensão resistente.

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}}$$

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{12,75}}\right) \cdot (100 \cdot 0,0089 \cdot 30)^{\frac{1}{3}}$$

$$\tau_{Rd1} = 0,87 \text{ MPa}$$

Tensões atuantes.

$$i = 6 + 9,5 + 9,5 = 25 \text{ cm}$$

$$u = a_1 + a_2 + \pi \cdot d + \frac{\pi \cdot i}{2}$$

$$u = 15 + 15 + \pi \cdot 12,75 + \frac{\pi \cdot 25}{2} = 109,52 \text{ cm}$$

$$e^* = \frac{C_1 \cdot a_1 - a_1^2 + a_2 \cdot C_1 + 4 \cdot a_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot C_1 + 2 \cdot a_2 \cdot i + 8 \cdot d \cdot i + \frac{\pi \cdot i \cdot C_1}{2} + 2 \cdot i^2}{2 \cdot (a_1 + a_2 + \pi \cdot d + \frac{\pi \cdot i}{2})}$$

$$e^* = \frac{30 \cdot 15 - 15^2 + 15 \cdot 30 + 4 \cdot 15 \cdot 12,75 + 8 \cdot 12,75^2 + \pi \cdot 12,75 \cdot 30 + 2 \cdot 15 \cdot 25 + 8 \cdot 12,75 \cdot 25 + \frac{\pi \cdot 25 \cdot 30}{2} + 2 \cdot 25^2}{2 \cdot (15 + 15 + \pi \cdot 12,75 + \frac{\pi \cdot 25}{2})}$$

$$e^* = 44,17 \text{ cm}$$

$$M_{sd*} = F_{sd} \cdot e^* = 95,62 \cdot 44,17 = 4223,53 \text{ kN.cm}$$

$$M_{sd1} = M_{sd} - M_{sd*} = (4046 - 4223,53) = -177,53 \text{ kN.cm}$$

$$\therefore M_{sd1} = M_{sd} - M_{sd*} \geq 0 \Rightarrow M_{sd1} = 0$$

$$W_{p1} = \frac{30^2}{4} + \frac{30 \cdot 30}{2} + 2 \cdot 30 \cdot 12,75 + 4 \cdot 12,75^2 + \frac{\pi \cdot 12,75 \cdot 30}{2} + 30 \cdot 25 + \\ + 8 \cdot 12,75 \cdot 25 + \frac{\pi \cdot 25 \cdot 30}{4} + 25^2$$

$$W_{p1} = 7208,31 \text{ cm}^2$$

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^* \cdot d} + \frac{K_1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d} = \frac{95,62}{109,52 \cdot 12,75} + \frac{0,6 \cdot 0}{7208,31 \cdot 12,75}$$

$$\tau_{sd} = 0,068 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_{sd} = 0,68 \text{ MPa}$$

$$\therefore \tau_{sd} \leq \tau_{Rd1} \quad \text{OK!}$$

e) Verificação do colapso progressivo

$$A_s \cdot f_{yd} \geq F_{sd}$$

$$A_{sx} = 4 \text{ } \emptyset \text{ 12,5 mm}$$

$$A_{sy} = 2 \text{ } \emptyset \text{ 12,5 mm}$$

$$A_s = 4,1,23 + 2,1,23 = 7,38 \text{ cm}^2$$

$$7,38 \cdot \frac{50}{1,15} \geq 95,62 \Rightarrow 320,86 \geq 95,62 \quad \text{OK!}$$

A verificação à punção, de acordo com as recomendações da NBR 6118:2003, é bem mais completa que a prescrita pela versão de 1980, que só

tratava de pilares centrais sem atuação de momentos. Agora são tratados de casos de pilares centrais, de borda e de cantos, com ou sem momentos nas ligações das lajes com os pilares, apresenta procedimentos para detalhamento da armadura quando necessária e trata também da prevenção contra colapso progressivo. Assim, a Norma proporciona uma maior confiabilidade na adoção de sistemas sem vigas, trazendo mais segurança aos projetistas ao tratar de casos que anteriormente não eram considerados.

4.1. 2 Deslocamentos em lajes-sem-vigas

Para o mesmo exemplo anterior será calculado o deslocamento utilizando-se o método dos elementos finitos. O programa apresenta os deslocamentos por hipótese, isto é, o deslocamento para cada tipo de ação atuante, permanente, variável principal, variável secundária, vento e todos os demais que existirem

Na determinação da flecha final, será efetuada a combinação das ações de acordo com a situação a ser verificada, ou seja, combinação freqüente, combinação quase-permanente, combinação permanente e combinação rara, utilizando os deslocamentos apresentados por hipótese de carga e a fluência será determinada de acordo com as recomendações impostas pela NBR 6118:2003.

4.1.2. 1 Deslocamentos iniciais

Foi utilizado o programa CYPECAD (2003) e o mesmo apresenta os deslocamentos¹ na forma de isovalores de acordo com as figuras 4.13 e 4.14 e também por nó, conforme figura 4.15, desenho da malha utilizada no cálculo

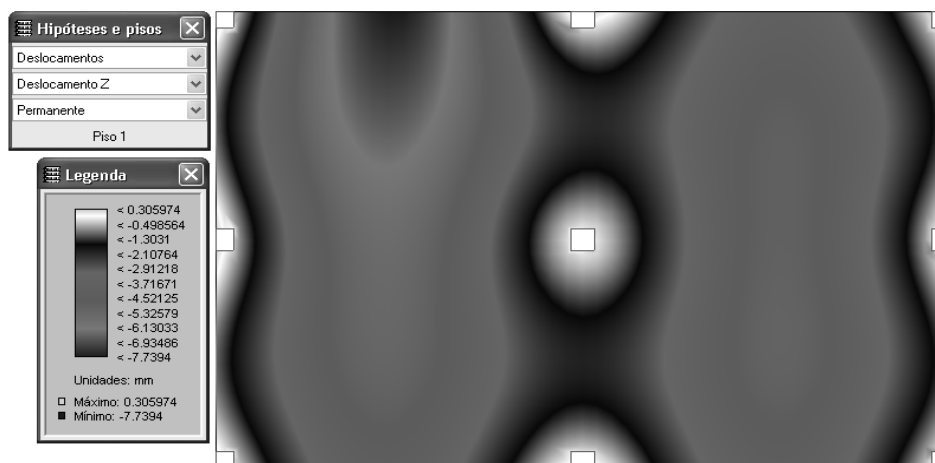


Figura 4. 13 Isovalores dos deslocamentos referentes à ação permanente

¹ A consideração da não linearidade física do concreto armado, pelo programa, pode ser vista com maiores detalhes no item 3.4 do capítulo 3

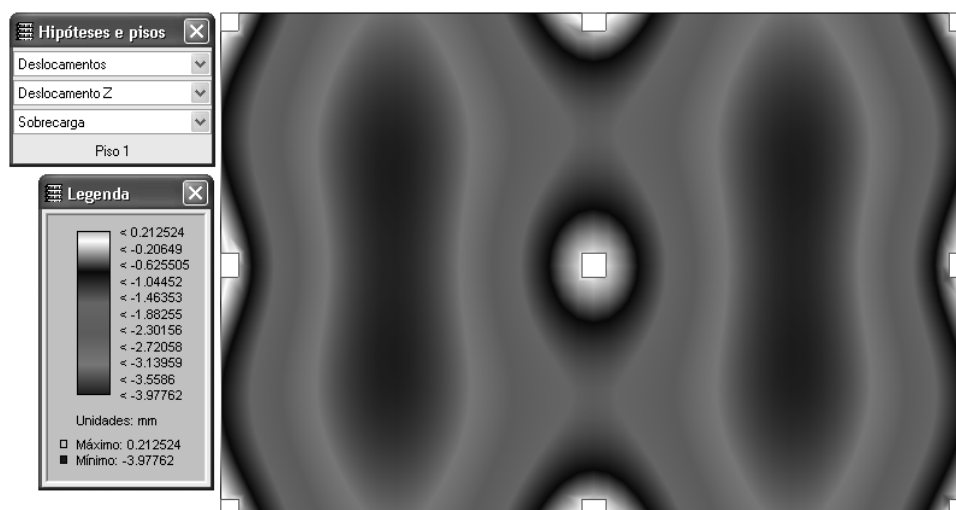


Figura 4. 14 Isovalores dos deslocamentos referentes à ação variável

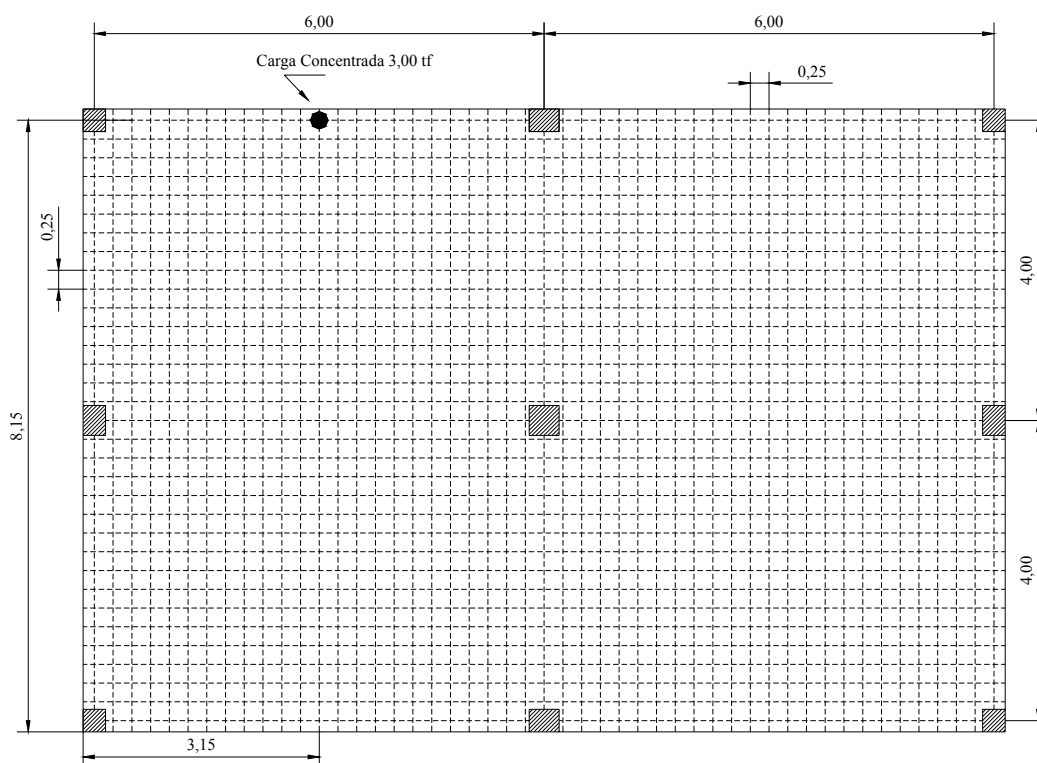


Figura 4. 15 Malha montada pelo CYPECAD (2003)

Através dos gráficos dos isovalores, foram retirados os deslocamentos máximos e os mesmos são os apresentados na tabela 4.2.

Tabela 4. 2 Deslocamentos máximos por hipótese (laje piso da academia)

Coordenada “x”	Coordenada “y”	Hipótese	Deslocamentos (mm)
3,15 m	8,15 m	Permanente	7,74
		Variável	3,28

Combinações de cargas para o cálculo das flechas:

Combinação quase-permanente

onde $\psi_2 = 0,3$

Combinação freqüente

onde $\psi_1 = 0,4$

Combinação rara

onde $\psi_1 = 0,3$ para pressão dinâmica de vento

Todos os deslocamentos, conforme a combinação, estão apresentados na tabela 4.3 e comparados com os respectivos valores limites de aceitabilidade sensorial.

Tabela 4. 3 Deslocamentos e limites de aceitabilidade sensorial

Flecha da carga permanente (mm)	Flecha da carga acidental (mm)	Ação	Flecha de acordo com a combinação (mm)	Limites para aceitabilidade sensorial
7,74	3,28	Permanente	7,74	$l/250$ Ok
		Quase-permanente	8,72	$l/250$ Ok
		Frequente	9,05	$l/250$ Ok
		Rara	11,02	$l/250$ Ok

Limites para verificação de acordo com a aceitabilidade sensorial da carga acidental:

Ação	flecha	limite
Acidental	3,28mm	$l/350 = 6000/350 = 17,14\text{mm}$

Ok! Satisfaz a condição!

Caso na verificação da carga acidental não fosse atendido os limites estabelecidos pela NBR 6118:2003, seria necessário efetuar a verificação de possíveis vibrações sentidas no piso caso a estrutura fosse destinada para fins de apoio de aparelhos que necessitassem de total estabilidade.

4.1.2. 2 Cálculo do efeito da fluência

Embora as parcelas das deformações devida à fluência sejam oriundas das ações permanentes, porém, para calculá-las, utiliza-se a combinação quase permanente, uma vez que, em edificações, parte da carga acidental atua em um longo período de vida útil da estrutura.

Para a determinação de t_0 referente à idade em meses relativa a data de aplicação da carga de longa duração, será adotado o 14º dia, que coincide com a retirada do escoramento

$$t_0 = 14 / 30 = 0,47$$

Determinação dos coeficientes ξ

$$\text{Para a idade } t_0 \quad \xi(t_0) = 0,68 \cdot 0,996^t \cdot t^{0,32} = 0,68 \cdot 0,996^{0,47} \cdot 0,47^{0,32} = 0,53$$

$$\text{Para o infinito} \quad \xi(\infty) = 2 \text{ (fixo para idades maiores de que 70 meses)}$$

Como não foi utilizada armadura de compressão, $\rho' = 0$

Determinação do fator α_f :

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50 \cdot \rho'} = \frac{2 - 0,53}{1} = 1,47$$

Cálculo da contraflecha

De acordo com a nota 2 da tabela 13.2 da NBR 6118:2003, os deslocamentos podem ser parcialmente compensados pela especificação da contraflecha; entretanto, a atuação isolada da contraflecha não pode ocasionar um desvio no plano maior que $\ell / 350$, portanto a contraflecha será:

$$\alpha_{cf} = \frac{\ell}{350} = \frac{6000}{350} = 17,14\text{mm}$$

4.1.2. 3 Cálculo da flecha total no tempo infinito

O valor da flecha total no tempo infinito será a flecha determinada através da combinação rara, somada com a multiplicação do fator α_f pela flecha determinada da combinação quase permanente, menos a contra flecha.

$$\alpha_{total, \infty} = [11,02 + (8,72 \times 1,47)] - 17,14 = 6,70 \text{ mm}$$

Limite para deslocamento conforme tabela 13.2 da NBR 6118:2003

$$\alpha_{\text{limite}} = \frac{\ell}{250} = \frac{6000}{250} = 24,00 \text{ mm}$$

$\therefore \alpha_{\text{total}, \infty}$ é < que α_{limite}

A condição de deformação é atendida.

Os procedimentos de verificação (ou cálculo) dos deslocamentos ganharam uma nova dimensão sob a perspectiva da NBR 6118:2003. No cálculo de esforços e deslocamentos iniciais a Norma passa a permitir o emprego de procedimento numérico adequado possibilitando a utilização, por exemplo, dos métodos das diferenças finitas, dos elementos finitos e elementos de contorno, facilitando assim um trabalho que anteriormente era considerado de difícil execução para o cálculo das lajes-sem-vigas, como pôde ser visto no capítulo 3

4.1.3 Estudo de caso

O objeto de estudo nesse item é o projeto de um edifício residencial multifamiliar no qual foi feito um laudo técnico no sistema estrutural empregado.

Esse laudo foi realizado pelo fato de o mesmo ter apresentado um deslocamento excessivo na primeira laje logo após serem retiradas a fôrma e o escoramento conforme as fotos 4.1 e 4.2. Outra patologia que também induziu na realização deste, foi a preocupação dos empreendedores com relação aos efeitos de punção nessas lajes, uma vez que o projeto inicial não detalhava armadura para esta finalidade, o que contribuía ainda mais na falta de confiabilidade ao sistema, frente aos problemas já apresentados inicialmente, sabendo que as lajes inicialmente tinham 12 cm de espessura, conforme foto 4.3.



Foto 4.1 Deslocamento na primeira laje do estudo de caso (vista pelas trincas e fissuras)



Foto 4. 2 Deslocamento na primeira laje do estudo de caso (vista pela régua)

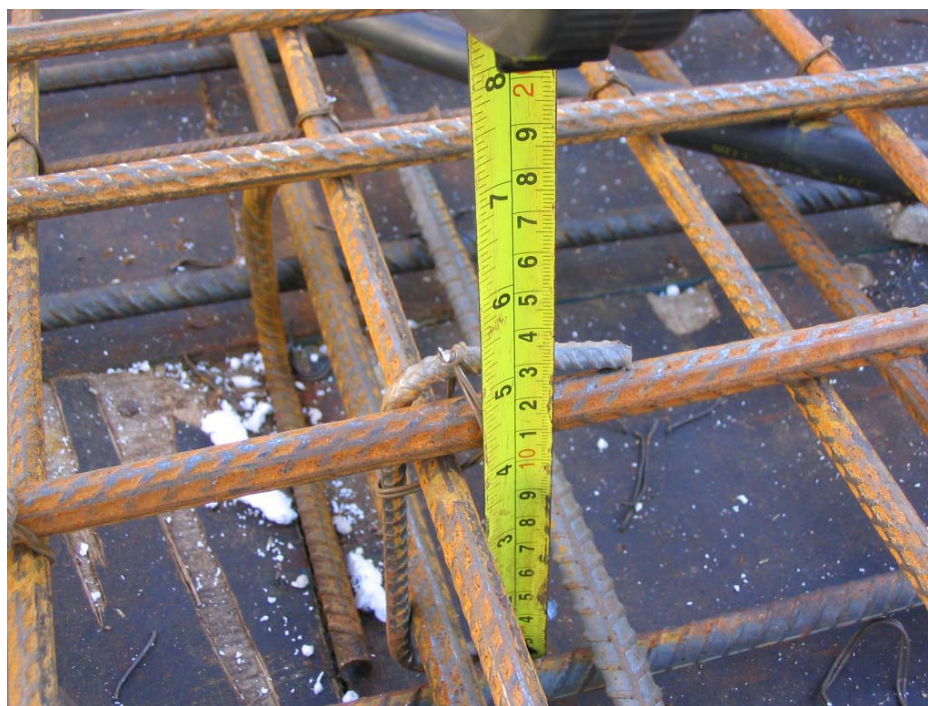


Foto 4. 3 Detalhe da espessura inicial das lajes.

4.1.3. 1 Características do edifício

O edifício contém 22 pavimentos divididos da seguinte maneira: 2 subsolos; 1 térreo; 14 tipos; 1 duplex, 1 barrilete; 1 reservatório superior e 1 cobertura do reservatório. Cada laje do tipo e duplex contém dois apartamentos, conforme figuras 4.16; 4.17 e 4.18 que são os projetos referentes a planta baixa do pavimento tipo e cortes, apresentando as seguintes alturas:

- do passeio (calçada) até a cobertura da caixa d'água 60,50 metros;
- do primeiro subsolo até a cobertura da caixa d'água 65,10 metros.
- de piso a piso entre pavimentos 03,00 metros

Inicialmente foi feito o cálculo com as mesmas características do projeto que estava sendo executado no canteiro de obras, conforme figura 4.19 que é a planta de forma da estrutura, com as seguintes características:

Concreto	C18		
Aço	CA-50A		
Norma	NBR 6118:1980	Laje	h=12cm (foto 4.3)

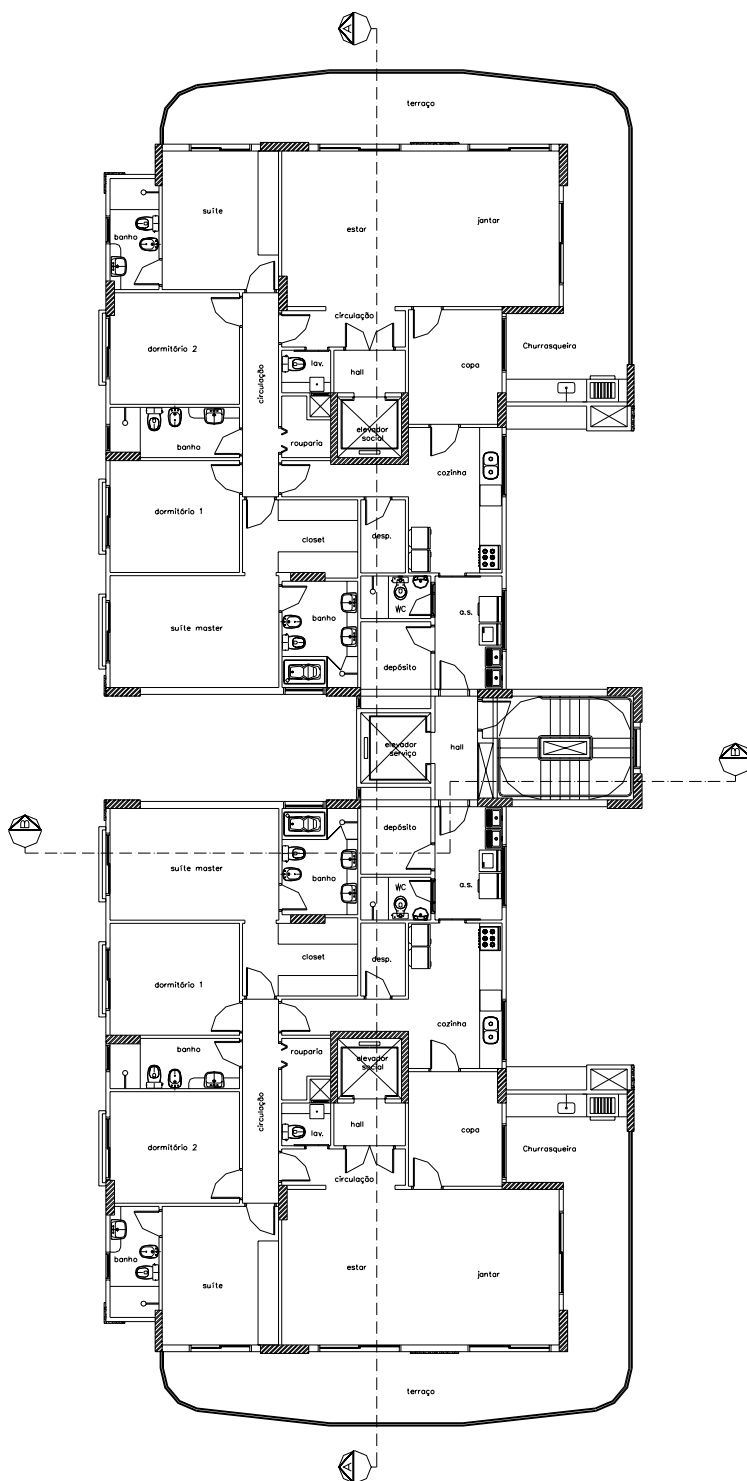


Figura 4. 16 Planta baixa do pavimento tipo do edifício em estudo

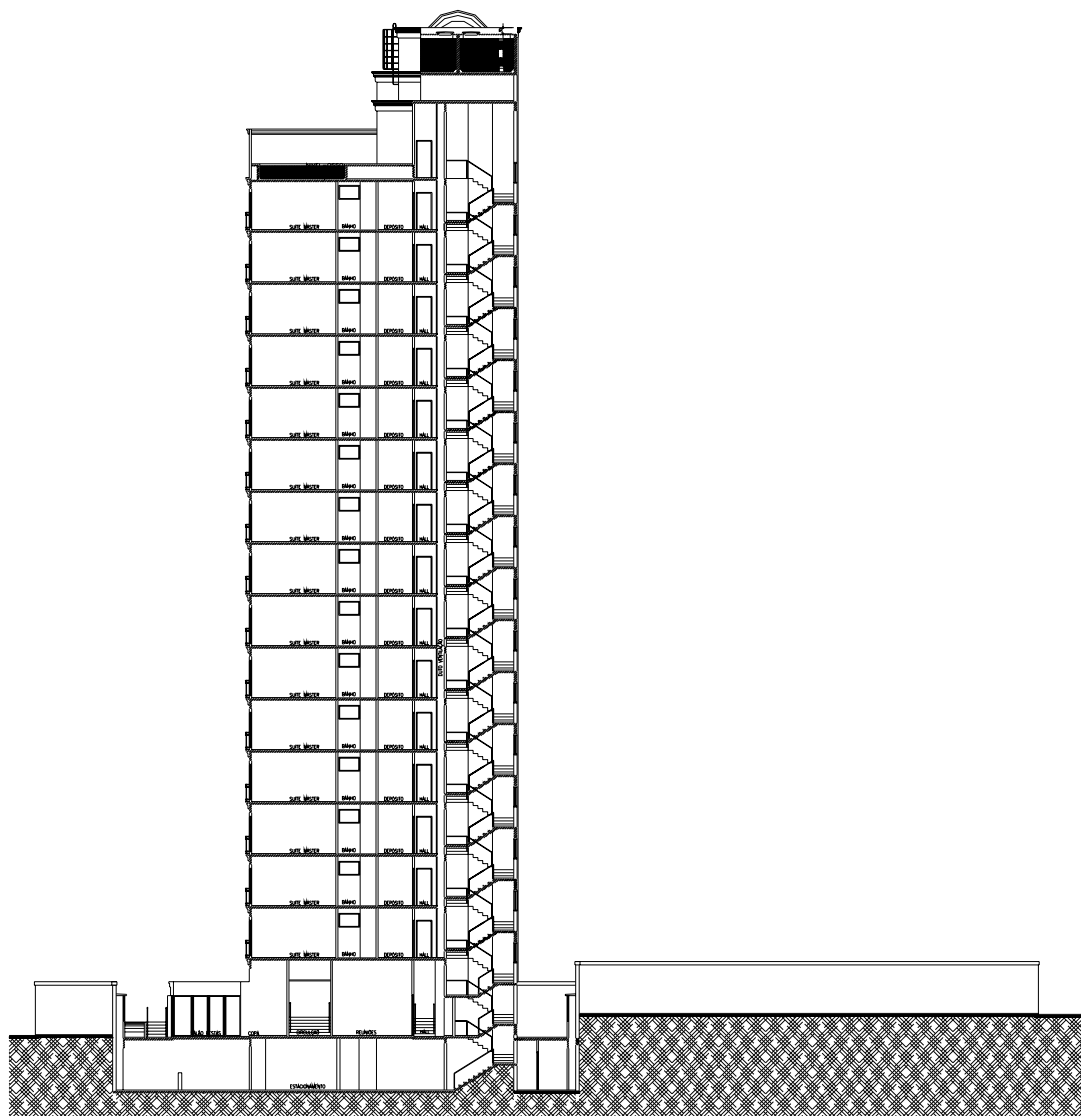


Figura 4. 18 Corte BB (seção transversal)

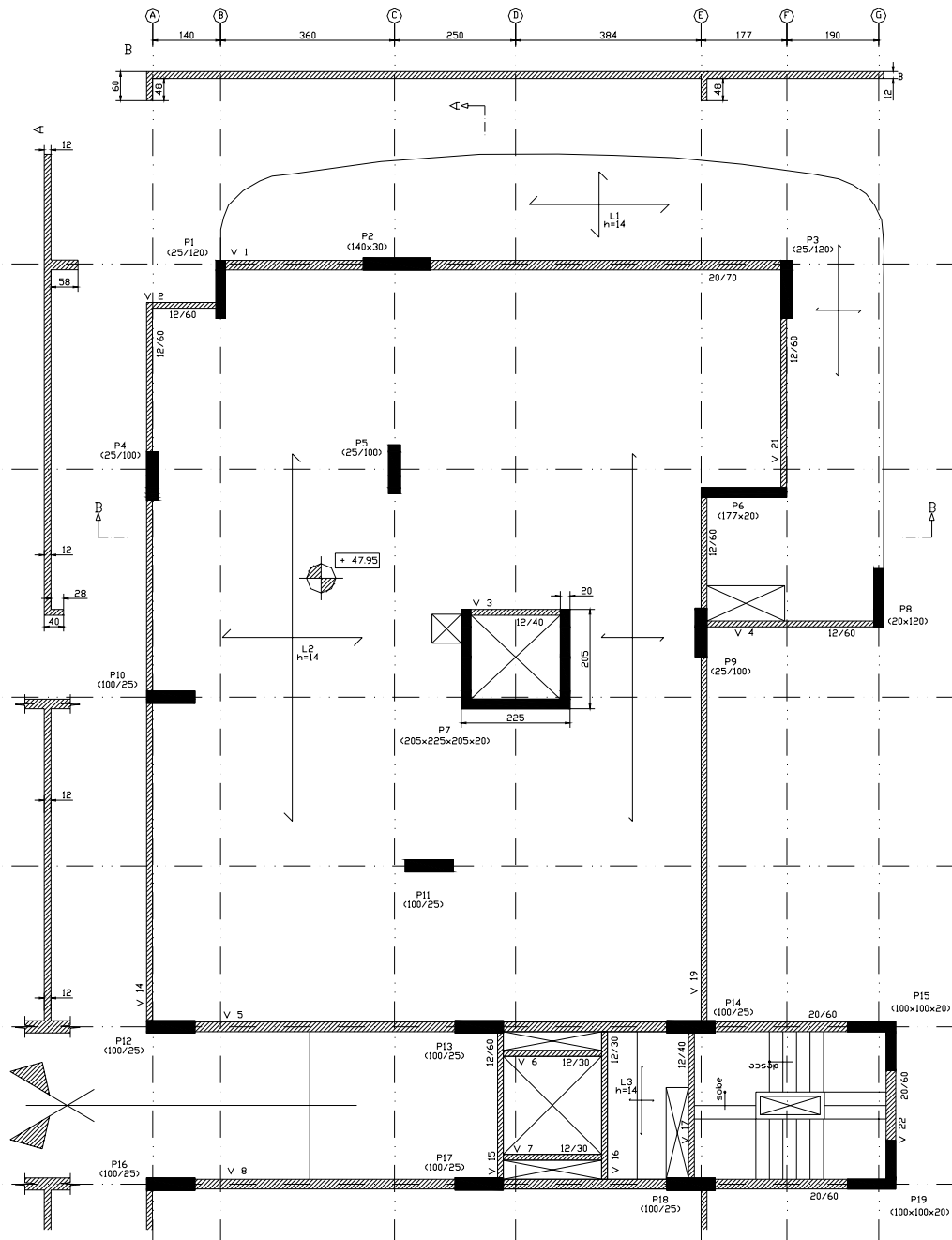


Figura 4. 19 Planta de forma do projeto inicial (Pilares / Vigas / Lajes)

Os carregamentos estão detalhados na figura 4.20 a seguir sendo divididos em

Permanentes: provenientes do peso próprio da estrutura, do piso mais revestimento e alvenarias.

Variável proveniente do carregamento acidental referente à própria ocupação a que se destina.

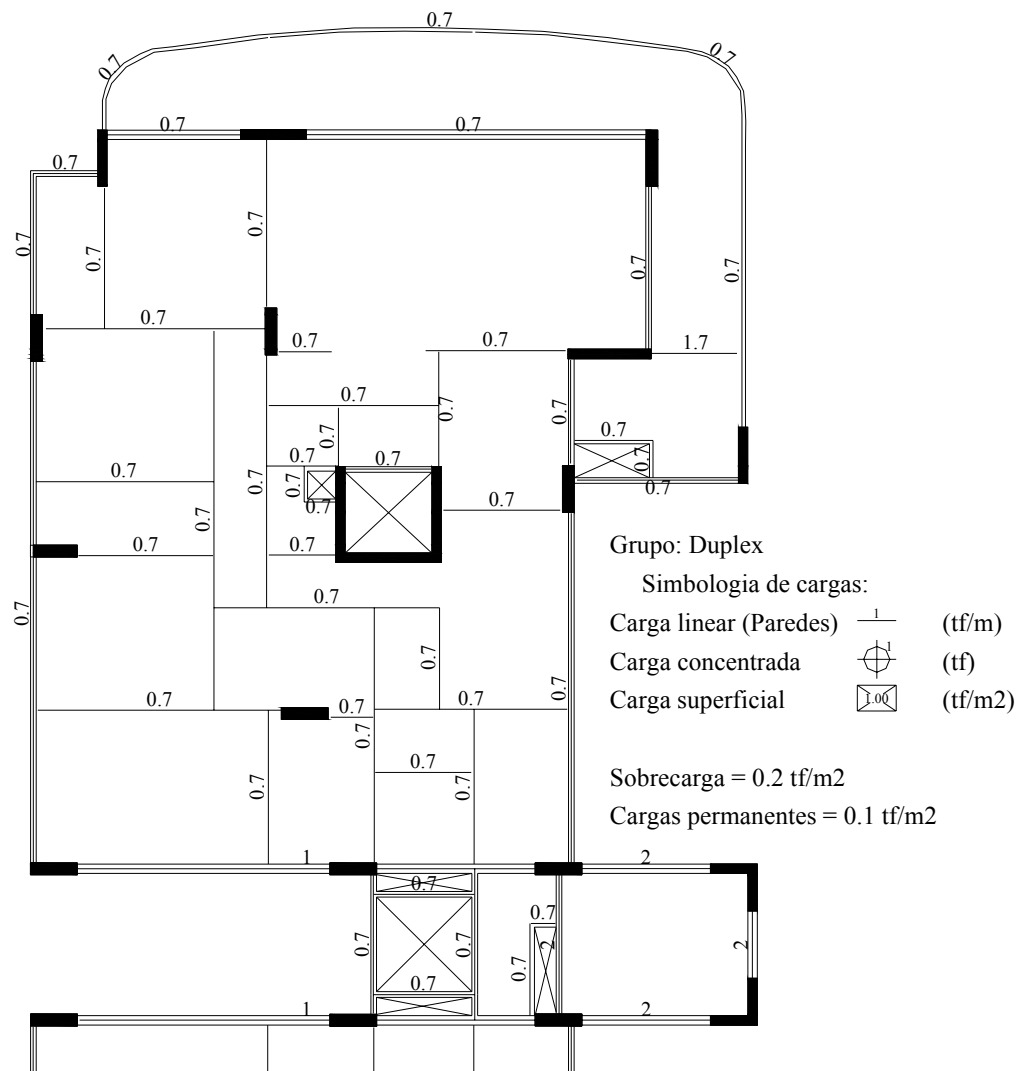


Figura 4. 20 Planta de cargas

4.1.3. 2 Estudo inicial

Inicialmente uma série de verificações foi feita, no sentido de encontrar uma maneira para solucionar os problemas de deslocamento excessivo, conforme já apresentado nas fotos 4.1 e 4.2 e que garantisse não apenas um aumento na segurança frente às ações de punção nessas lajes, mas também um baixo custo, sendo que, na ocasião, já se encontravam concluídos a fundação, os blocos de ancoragem da fundação e os pilares com o sistema de lajes-sem-vigas com vigas de borda, até o piso do primeiro tipo.

Em vista dessa situação, foram analisadas as seguintes opções:

- 1º) Aumento da resistência do concreto e concreto com fibras nos apoios;
- 2º) Adoção de paredes divisórias com materiais mais leves;
- 3º) Adoção de vigas internas;
- 4º) Aumento da espessura da laje.

Na ocasião da execução do referido laudo, já havia entrado em vigor a NBR 6118:2003, portanto, na alteração da resistência do concreto, os cálculos foram realizados da seguinte forma:

- inicialmente foram utilizadas as recomendações da NBR 6118:1980 com as mesmas características do projeto original para posterior verificações dos limites máximos estabelecidos para os deslocamentos e dos efeitos de punção.
- em seguida, foi calculado novamente, adotando a resistência do concreto para 25, 30, 40 e 50 MPa, seguindo as recomendações da NBR 6118:2003, também com as mesmas características do projeto inicial (espessura 12 cm).

No cálculo, onde se seguiram as recomendações da NBR 6118:2003, para determinação da relação das curvaturas para efeito da fluência, foi considerada uma faixa de laje trabalhando como viga bi-apoiada de largura unitária b_w e altura h_f .

Os valores dos deslocamentos para as diferentes resistências do concreto

estão apresentados na tabela 4.4 e a malha do processo dos elementos finitos montada pelo CYPECAD (2003) com as coordenadas do nó de maior deslocamento e detalhamento da armadura de punção com aviso área insuficiente, na situação empregando concreto C18 e NBR 6118:1980, estão apresentados na figura 4.21.

**Tabela 4. 4 Valores de deslocamentos para diferentes concretos
(NBR 6118:1980 e NBR 6118:2003)**

Combinações	Deslocamentos em relação à resistência do concreto (mm) laje h = 12 cm				
	C18 NBR 6118: 1980	C25 NBR 6118: 2003	C30 NBR 6118: 2003	C40 NBR 6118: 2003	C50 NBR 6118: 2003
Permanentes (hipótese)	13,08	14,57	13,30	11,52	10,30
Variáveis (hipótese)	2,62	2,94	2,70	2,33	1,72
Quase permanente	13,60	15,45	14,11	12,22	10,81
Frequente	14,91	15,74	14,38	12,45	10,98
Rara	15,70	17,51	15,99	13,85	12,02
Contraflecha	24,08	15,71	15,71	15,71	15,71
Efeito da fluência	1,62	1,57	1,57	1,57	1,57
Flecha no infinito	11,04	26,09	22,47	17,35	13,31
Flecha limite	11,00	22,00	22,00	22,00	22,00
Situação	Não Ok!	Não Ok!	Não Ok!	Ok!	Ok!

Como pode ser observado, os deslocamentos começaram a ser satisfatórios a partir do concreto com resistência maior ou igual a 40 MPa; no entanto, não foi adotada essa opção devido a alguns fatos, tais como:

- a empresa contratada não possuía qualificação para execução desse tipo de serviço, que demanda mão de obra especializada com controle mais rigoroso;

- o rompimento contratual demandava numa multa rescisória inviável;
- em vista das recomendações normativas e outras por pesquisas na área, a punção só apresenta uma garantia satisfatória quando se adota lajes de alturas maiores ou também o emprego de concreto de alta resistência com adição de fibras nos apoios, o que torna a opção ainda mais inviável;
- o canteiro não tem frente de serviço suficiente para duas equipes de trabalho ou seja, uma para os serviços mais grosseiros e outra para aqueles que necessitem de mão de obra qualificada.
- alterando-se o tipo de concreto, ou contratando mão-de-obra especializada, encareceria sobremaneira o empreendimento.

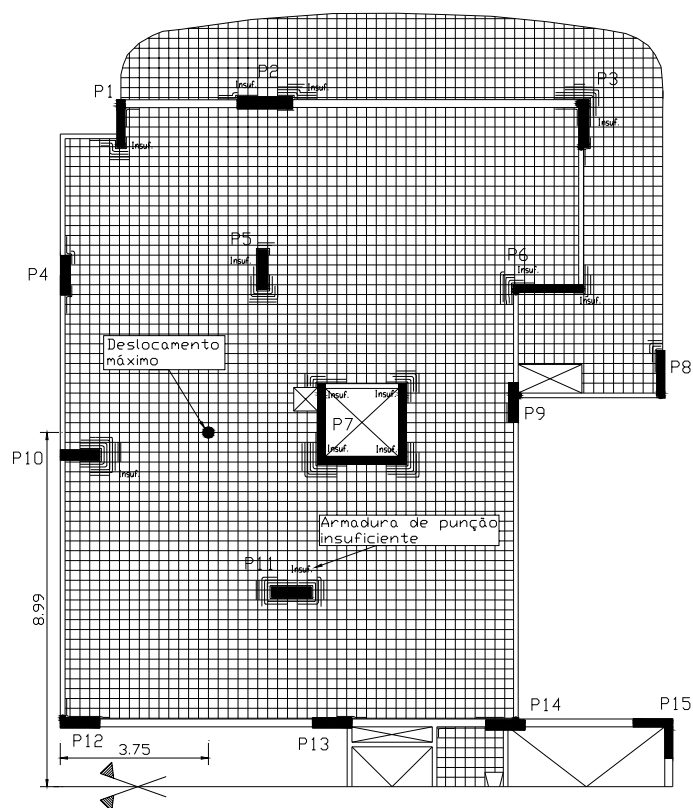


Figura 4. 21 Malha de representação da coordenada de deslocamentos máximos e armadura de punção

A segunda opção não foi possível ser adotada devido ao seguinte:

- na comercialização inicial, o projeto havia sido apresentado com paredes divisórias em alvenaria e sua alteração implicaria na justificativa dessa substituição aos proprietários, o que poderia causar insatisfação e insegurança aos mesmos; e pelo fato de que o sistema de gesso acartonado, que estava sendo estudado para a questão, apresentava algumas desvantagens estruturais quando comparado com alvenarias de tijolos cerâmicos, impossibilitando ainda mais o seu emprego.

A terceira opção também foi descartada devido a que:

- o emprego de vigas internas descaracterizaria totalmente a proposta comercial inicial, onde foram apresentadas como características inovadoras e também mais vantajosa em comparação com outros processos;
- o possível acréscimo no tempo de execução e no custo com a implementação de formas e mão-de-obra;
- o impedimento de possíveis alterações na disposição final da arquitetura, que era uma opção dada ao consumidor de optar por diferentes disposições arquitetônicas.

A quarta alternativa, que é o aumento na espessura das lajes, foi a que apresentou as melhores opções e vantagens, uma vez que, com esse ganho, há um aumento na segurança frente aos efeitos de punção como também aos deslocamentos transversais. Na adoção dessa técnica, alguns parâmetros foram analisados, tais como:

- com uma parte da estrutura já executada (fundação, blocos de ancoragem e pilares até o primeiro pavimento tipo), ao se aumentar a espessura das lajes, aumentava-se também os carregamentos nos pilares e conseqüentemente nas fundações; então iniciaram-se os cálculos adotando-se as espessuras de 12cm que correspondiam à que já estava sendo executada para obtenção dos carregamentos nos pilares, e depois foram analisadas espessuras de 13, 14, 15 e 16 cm;

- para a utilização das recomendações da NBR 6118:2003, seria necessário adotar lajes com espessura mínima de 16cm e isso acarretaria um acréscimo acentuado nos carregamentos provenientes do peso próprio da estrutura, então optou-se em adotar as lajes com espessura de 14cm² e concreto de resistência mínima de 30MPa que não necessita de controle tecnológico tão rigoroso quanto para concretos de resistências maiores bem como seu preço não difere muito do concreto de 18MPa.

Os carregamentos provenientes do peso próprio da estrutura, de acordo com as diferentes espessuras das lajes, estão apresentados na tabela 4.5 abaixo.

Tabela 4.5 Carregamento proveniente do peso próprio, nos pilares P5 e P11

Pilares	Carregamento permanente nos pilares conforme espessura da laje (cota da fundação)				
	Laje 12cm	Laje 13cm	Laje 14cm	Laje 15cm	Laje 16cm
P5	3084,40 kN	3152,20 kN	3219,50 kN	3283,80 kN	3332,90 kN
P11	3630,90 kN	3710,78 kN	3732,60 kN	3807,20 kN	3823,20 kN
Acréscimo	-	1,022	1,021	1,020	1,015

Pode-se observar que os acréscimos não são lineares, pois, quanto maior a espessura da laje, maior a rigidez nas suas ligações; conseqüentemente há uma melhor distribuição dos carregamentos.

A fundação permaneceu sem alterações, pois a empresa que a executou garantiu o acréscimo proveniente do peso próprio para as lajes de 14 cm sem ter que sofrerem modificações, justificando que já havia uma margem de segurança capaz de absorver esses acréscimos.

² Justifica essa espessura, o fato de já estar executada a fundação e armação inicial dos pilares, o que aumentaria significativamente as cargas nos mesmos.

A seguir será feita a verificação da punção para os pilares P5 e P11, por apresentarem a condição de ação, isso porque não possuem vigas conectadas a eles e terem as lajes apoiadas diretamente sobre os mesmos.

Os deslocamentos serão verificados apenas para a laje L2, por ser a que apresenta o sistema aqui estudado. Foram escolhidos somente esses pilares e essa laje no projeto, porque o mesmo apresenta simetria, conforme já visto na figura 4.19

Foi utilizada a seguinte configuração para o cálculo:

Concreto	$f_{cd} = \frac{30}{1,4} = 21,43 \text{ MPa}$;	Cobrimento	$c=1,50\text{cm}$
Aço	CA-50	Altura	$h=14,00\text{cm}$

Também o cobrimento da armadura, difere das prescrições da NBR 6118:2003, pelo motivo de que assim, ganha-se uma maior altura “d”.

4.1.3. 3 Cálculo da Punção

A tabela 4.6 apresenta os esforços nos pilares P5 e P11, ambos em dois níveis: no piso 22 e no piso 8.

Tabela 4. 6 Esforços nos pilares P5 e P11 para o estudo de caso (laje 14cm)

Pilar	Piso	Tramo	Hipótese	Base			Extremidade superior		
				N (tf)	Mx (tf.m)	My (tf.m)	N (tf)	Mx (tf.m)	My (tf.m)
P5	22	53.95/56.81	Permanente	14,31	-0,09	-1,96	12.52	-0.49	1.86
			Sobrecarga	4,00	0,09	0,03	4.00	-0.07	-0.00
			Vento 1	-1,34	-0,90	0,46	-1.34	1.02	-0.71
			Vento 2	1,34	0,90	-0,46	1.34	-1.02	0.71
			Vento 3	0,64	0,36	-0,53	0.64	-0.39	1.90
			Vento 4	-0,64	-0,36	0,53	-0.64	0.39	-1.90
	21	50.95/53.81	Permanente	32.51	-0.63	-2.17	30,72	0,80	1,87
			Sobrecarga	7.91	0.08	0.02	7,91	-0,07	-0,03
			Vento 1	-1.42	-0.90	0.31	-1,42	1,00	-0,23
			Vento 2	1.42	0.90	-0.31	1,42	-1,00	0,23
			Vento 3	0.71	0.36	-0.35	0,71	-0,35	1,85
			Vento 4	-0.71	-0.36	0.35	-0,71	0,35	-1,85
	9	14.95/17.81	Permanente	245,58	-0,51	-2,05	243.79	0.51	2.70
			Sobrecarga	55,85	0,06	-0,06	55.85	-0.07	0.13
			Vento 1	-3,02	-1,78	0,65	-3.02	1.68	-0.40
			Vento 2	3,02	1,78	-0,65	3.02	-1.68	0.40
			Vento 3	4,07	0,49	-3,06	4.07	-0.47	1.26
			Vento 4	-4,07	-0,49	3,06	-4.07	0.47	-1.26
	8	11.95/14.81	Permanente	264.86	-0.35	-4.31	263,08	0,38	2,71
			Sobrecarga	60.16	0.11	-0.39	60,16	-0,09	0,16
			Vento 1	-3.13	-1.74	-0.19	-3,13	1,55	-0,20
			Vento 2	3.13	1.74	0.19	3,13	-1,55	0,20
			Vento 3	4.10	0.43	-4.42	4,10	-0,41	0,84
			Vento 4	-4.10	-0.43	4.42	-4,10	0,41	-0,84

Pilar	Piso	Tramo	Hipótese	Base			Extremidade superior		
				N (tf)	Mx (tf.m)	My (tf.m)	N (tf)	Mx (tf.m)	My (tf.m)
P11	22	50.95/53.81	Permanente	54,57	-0,63	0,26	52.78	0.51	-0.19
			Sobrecarga	9,11	-0,42	0,08	9.11	0.61	-0.04
			Vento 1	-1,90	0,04	0,08	-1.90	2.52	-0.09
			Vento 2	1,90	-0,04	-0,08	1.90	-2.52	0.09
			Vento 3	0,03	0,09	-0,87	0.03	-0.22	0.95
			Vento 4	-0,03	-0,09	0,87	-0.03	0.22	-0.95
	21	47.95/50.81	Permanente	74.45	-0.90	0.32	72,66	1,37	-0,34
			Sobrecarga	12.86	-0.41	0.11	12,86	0,49	-0,11
			Vento 1	-2.71	-0.00	0.07	-2,71	2,72	-0,07
			Vento 2	2.71	0.00	-0.07	2,71	-2,72	0,07
			Vento 3	0.07	0.10	-0.93	0,07	-0,20	1,01
			Vento 4	-0.07	-0.10	0.93	-0,07	0,20	-1,01
	9	14.95/17.81	Permanente	302,97	-1,00	0,57	301.18	0.55	-0.55
			Sobrecarga	56,53	-0,45	0,11	56.53	0.34	-0.11
			Vento 1	-13,80	-3,74	-0,08	-13.80	1.22	0.07
			Vento 2	13,80	3,74	0,08	13.80	-1.22	-0.07
			Vento 3	-0,95	0,14	-1,35	-0.95	0.07	1.27
			Vento 4	0,95	-0,14	1,35	0.95	-0.07	-1.27
	8	11.95/14.81	Permanente	325.30	-0.73	0.52	323,52	0,36	-0,56
			Sobrecarga	60.91	-0.35	0.12	60,91	0,29	-0,11
			Vento 1	-14.75	-4.83	-0.03	-14,75	0,44	0,07
			Vento 2	14.75	4.83	0.03	14,75	-0,44	-0,07
			Vento 3	-1.15	0.11	-1.34	-1,15	0,11	1,15
			Vento 4	1.15	-0.11	1.34	1,15	-0,11	-1,15

Para obtenção dos valores dos esforços transmitidos pela laje Aos pilares, é necessário fazer o equilíbrio dos mesmos, utilizando-se os valores que estão

destacados na tabela 4.6, conforme o apresentado na figura 4.22.

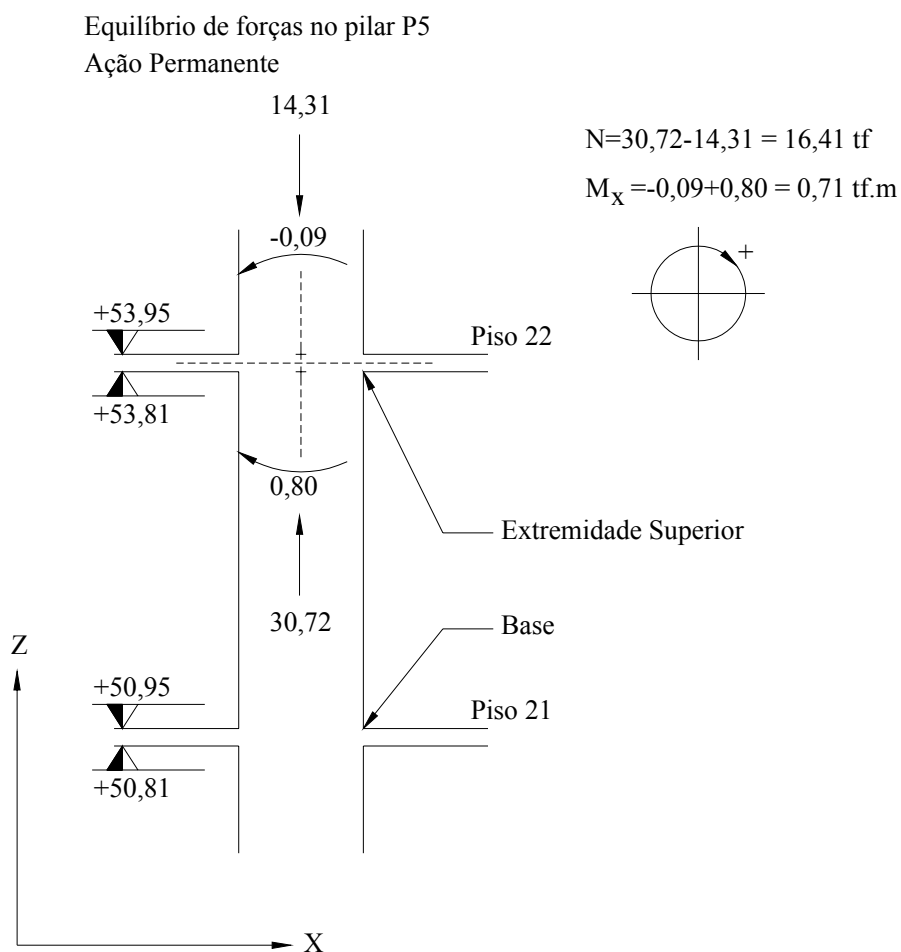


Figura 4. 22 Equilíbrio de esforços no pilar P5

Efetuada o equilíbrio nas extremidades dos pilares, faz-se a combinação dos esforços para se descobrir a situação mais crítica. Na tabela 4.7 abaixo, na coluna da esquerda, apresenta-se o equilíbrio nas extremidades dos pilares para todas as ações e, na coluna da direita, as combinações, destacando-se a célula para a mais desfavorável:

Tabela 4. 7 Equilíbrio dos esforços e suas combinações

Pilar P5 Extremidade do piso 21						
Equilíbrio de esforços			Combinações			
N (tf)	Mx (tf.m)	My (tf.m)	Situação	N (tf)	Mx (tf.m)	My (tf.m)
16,41	0,71	-0,09	Perm + Sobrec + Vento 1	20,24	0,83	0,14
3,91	0,02	0,00	Perm + Sobrec + Vento 2	20,40	0,63	-0,32
-0,08	0,10	0,23	Perm + Sobrec + Vento 3	20,39	0,74	1,23
0,08	-0,10	-0,23	Perm + Sobrec + Vento 4	20,25	0,72	-1,41
0,07	0,01	1,32				
-0,07	-0,01	-1,32				
Pilar P5 Extremidade do piso 8						
Equilíbrio de esforços			Combinações			
N (tf)	Mx (tf.m)	My (tf.m)	Situação	N (tf)	Mx (tf.m)	My (tf.m)
17,5	-0,13	0,66	Perm + Sobrec + Vento 1	21,70	-0,39	1,21
4,31	-0,03	0,10	Perm + Sobrec + Vento 2	21,92	0,07	0,31
-0,11	-0,23	0,45	Perm + Sobrec + Vento 3	21,84	-0,08	-1,46
0,11	0,23	-0,45	Perm + Sobrec + Vento 4	21,78	-0,24	2,98
0,03	0,08	-2,22				
-0,03	-0,08	2,22				
Pilar P11 Extremidade do piso 21						
Equilíbrio de esforços			Combinações			
N (tf)	Mx (tf.m)	My (tf.m)	Situação	N (tf)	Mx (tf.m)	My (tf.m)
18,09	0,74	-0,08	Perm + Sobrec + Vento 1	19,51	3,49	-0,08
3,75	0,07	-0,03	Perm + Sobrec + Vento 2	21,13	-2,03	-0,10
-0,81	2,76	0,01	Perm + Sobrec + Vento 3	20,36	0,62	0,05
0,81	-2,76	-0,01	Perm + Sobrec + Vento 4	20,28	0,84	-0,23
0,04	-0,11	0,14				
-0,04	0,11	-0,14				

Pilar P11 Extremidade do piso 8						
Equilíbrio de esforços			Combinações			
N (tf)	Mx (tf.m)	My (tf.m)	Situação	N (tf)	Mx (tf.m)	My (tf.m)
20,55	-0,64	0,01	Perm + Sobrec + Vento 1	19,37	-2,57	-0,10
4,38	-0,16	0,00	Perm + Sobrec + Vento 2	21,27	4,03	-0,08
-0,95	-3,30	-0,01	Perm + Sobrec + Vento 3	20,12	0,98	-0,29
0,95	3,30	0,01	Perm + Sobrec + Vento 4	20,52	0,48	0,11
-0,20	0,25	-0,20				
0,20	-0,25	0,20				

O equilíbrio e a combinação dos esforços foram feitos em dois níveis: nível +53,81m e nível +14,81m para obtenção da situação mais crítica, visto que a ação de vento produz deslocamentos horizontais maiores em estruturas altas e, conseqüentemente, maiores tensões nessas regiões; no entanto, o esforço mais desfavorável ocorreu no piso mais baixo. Portanto, serão utilizados os esforços obtidos no nível +14,81m, conforme o apresentado na tabela 4.8, que é o nível do segundo pavimento tipo, para verificação da punção.

Nota:

A tabela a seguir apresenta os esforços em (kN) e as tabelas apresentadas anteriormente estão em (tf), isso porque o programa CYPEDAD (2003) utilizado para obtenção desses, trabalha com essa configuração.

Tabela 4. 8 Esforços para verificação da punção

Pilar	Ações		
	N (kN)	M _{sy} (kN.m)	M _{sx} (kN.m)
P5	217,80	-2,40	29,80
P11	212,70	40,30	-0,80

Pilar P5**a) Determinação de d**

Armadura de flexão na direção “x” Ø 12,50 mm A_{sx} superior

Armadura de flexão na direção “y” Ø 12,50 mm A_{sy} superior

$$d = \frac{d_x + d_y}{2}$$

$$d_x = 14 - 1,5 - 0,625 = 11,875 \text{ cm}$$

$$d_y = 14 - 1,5 - 1,875 = 10,625 \text{ cm}$$

$$d = \frac{11,875 + 10,625}{2} = \frac{22,50}{2}$$

$$d = 11,25 \text{ cm}$$

b) Verificação do contorno C

Pilar interno momento fletor nas duas direções

Esforços:

$$F_{sd} = 1,4 \times 217,80 = 304,92 \text{ kN}$$

$$M_{sdx} = M_{sd1} = 1,4 \times 29,80 = 4172,00 \text{ kN.cm}$$

$$M_{sdy} = M_{sd2} = 1,4 \times 2,40 = 336,00 \text{ kN.cm}$$

Cálculo da tensão resistente

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd}$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{30}{250}\right) \cdot \frac{30}{1,4}$$

$$\tau_{Rd2} = 5,09 \text{ MPa}$$

Verificação das tensões atuantes

Perímetro do contorno crítico **u**

$$u = 2.(C_1 + C_2) = 2.(100 + 25) = 250 \text{ cm}$$

Determinação do coeficiente **K** que conforme figura 4.23 tem os seguintes sentidos de momentos fletores:

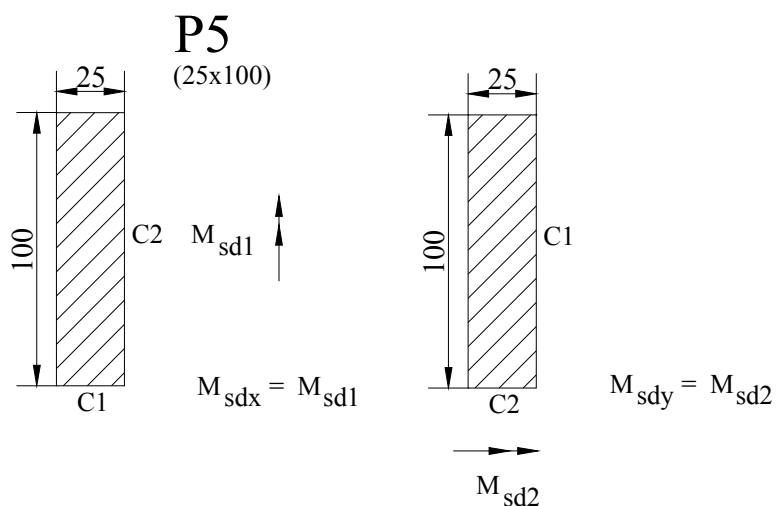


Figura 4. 23 Determinação do coeficiente K para pilar P5

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{25}{100} = 0,25 \quad \Rightarrow \quad K_1 = 0,45$$

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{100}{25} = 4,00 \quad \Rightarrow \quad K_2 = 0,80$$

Módulos de resistência plástica W_{p1} e W_{p2} .

$$W_{p1} = \frac{C_1^2}{2} + C_1.C_2 = \frac{25^2}{2} + 100.25 = 2812,50 \text{ cm}^2$$

$$W_{p2} = \frac{C_1^2}{2} + C_1.C_2 = \frac{100^2}{2} + 25.100 = 7500,00 \text{ cm}^2$$

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{ud} + \frac{K_1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d} + \frac{K_2 \cdot M_{sd2}}{W_{p2} \cdot d}$$

$$\tau_{sd} = \frac{304,92}{250 \cdot 11,25} + \frac{0,45 \cdot 4172,00}{2812,50 \cdot 11,25} + \frac{0,80 \cdot 336}{7500,00 \cdot 11,25} = 0,171 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_{sd} = 1,71 \text{ MPa}$$

$$\therefore \tau_{sd} \leq \tau_{Rd2} \quad \mathbf{OK!}$$

c) Verificação do contorno C'

Cálculo da taxa de armadura nas duas direções.

$$\rho_x = \frac{25 \cdot 1,23}{10,625 \cdot (100 + 2 \cdot 3 \cdot 11,25)} = 0,0172$$

$$\rho_y = \frac{11 \cdot 1,23}{11,875 \cdot (25 + 2 \cdot 3 \cdot 11,25)} = 0,0123$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} = \sqrt{0,0123 \cdot 0,0172}$$

$$\rho = 0,0145$$

Cálculo da tensão resistente.

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{11,25}}\right) \cdot (100 \cdot 0,0145 \cdot 30)^{\frac{1}{3}}$$

$$\tau_{Rd1} = 1,07 \text{ MPa}$$

Cálculo das tensões atuantes.

Perímetro do contorno crítico u' ,

$$u = 2 \cdot (C_1 + C_2) + 4 \cdot \pi \cdot d = 2 \cdot (100 + 25) + 4 \cdot \pi \cdot 11,25 = 391,37 \text{ cm}$$

Módulos de resistência plástica W_{p1} e W_{p2} .

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1.C_2 + 4.C_2.d + 16.d^2 + 2.\pi.d.C_1$$

$$W_{p1} = \frac{25^2}{2} + 25.100 + 4.100.11,25 + 16.11,25^2 + 2.\pi.11,25.25$$

$$W_{p1} = 11104,65 \text{ cm}^2$$

$$W_{p2} = \frac{100^2}{2} + 100.25 + 4.25.11,25 + 16.11,25^2 + 2.\pi.11,25.100$$

$$W_{p1} = 17718,58 \text{ cm}^2$$

$$\tau_{sd} = \frac{304,92}{391,37.11,25} + \frac{0,45.4172,00}{11104,65.11,25} + \frac{0,80.336}{17718,58.11,25}$$

$$\tau_{sd} = 0,85 \text{ MPa}$$

$\therefore \tau_{sd} < \tau_{Rd1}$ Satisfaz a condição, não sendo necessária a armadura de punção.

d) Verificação do colapso progressivo

$$A_s . f_{yd} \geq F_{sd}$$

$$A_{sx} = 15 \text{ } \emptyset 12,5 \text{ mm}$$

$$A_{sy} = 3 \text{ } \emptyset 12,5 \text{ mm}$$

$$A_s = 2.3.1,23 + 2.15.1,23 = 44,28 \text{ cm}^2$$

$$44,28 \cdot \frac{50}{1,15} \geq 304,92 \Rightarrow 1925,22 \text{ kN} \geq 304,92 \text{ kN} \quad \mathbf{OK!}$$
 Satisfaz a condição.

e) Armadura de punção obrigatória

$$A_{s, \min.} \geq \frac{0,50 \cdot F_{sd}}{f_{yd}}$$

$$A_{s, \min.} \geq \frac{0,50 \cdot 304,92}{\frac{50}{1,15}} = 3,51 \text{ cm}^2$$

Adotaram-se 30 conectores de Ø 4,20mm por linha, com área total de 5,54 cm², conforme detalhamento na figura 4.24

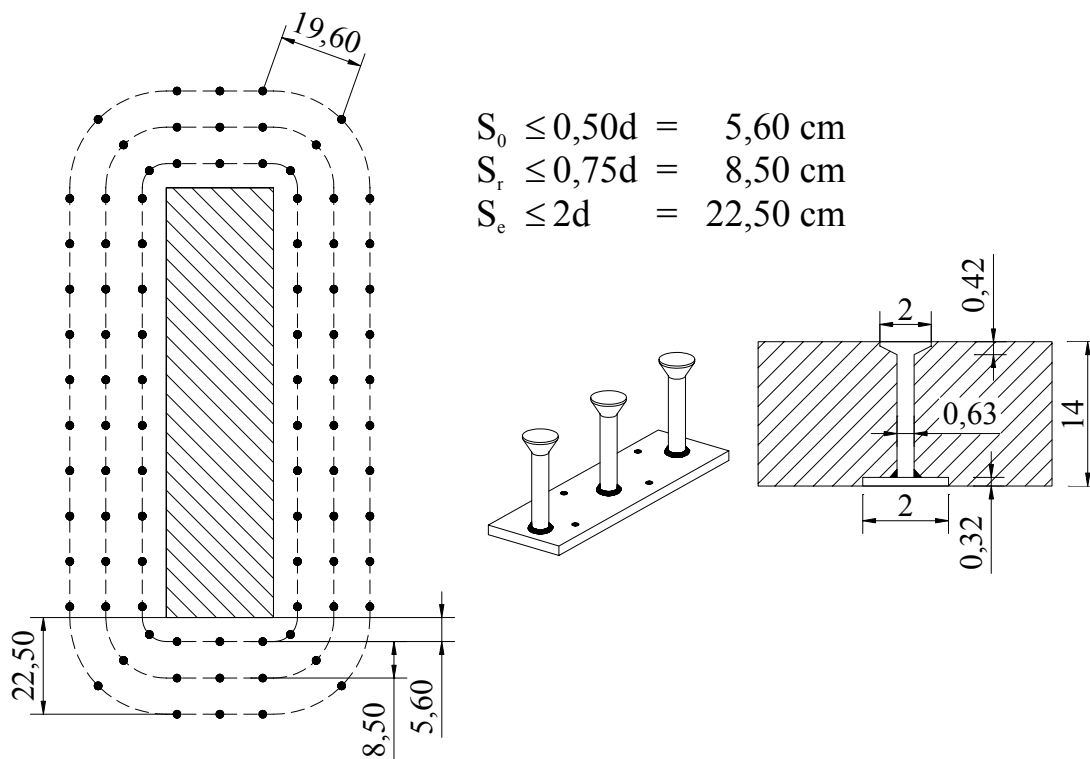


Figura 4. 24 Detalhamento da armadura de punção no pilar P5

Pilar P11**a) Determinação de d**

Para armadura de flexão na direção “x”

Ø 12,50 mm longitudinal superior

Para armadura de flexão na direção “y”

Ø 12,50 mm transversal superior

$$d = \frac{d_x + d_y}{2}$$

$$d_x = 14 - 1,5 - 0,625 = 11,875 \text{ cm}$$

$$d_y = 14 - 1,5 - 1,875 = 10,625 \text{ cm}$$

$$d = \frac{11,875 + 10,625}{2} = \frac{22,50}{2}$$

$$d = 11,25 \text{ cm}$$

b) Verificação do contorno C

Pilar interno com efeito de momento fletor nas duas direções

Esforços:

$$F_{sd} = 1,4 \times 212,70 = 297,78 \text{ kN}$$

$$M_{sdx} = M_{sd1} = 1,4 \times 0,80 = 112,00 \text{ kN.cm}$$

$$M_{sdy} = M_{sd2} = 1,4 \times 40,30 = 5642,00 \text{ kN.cm}$$

Cálculo da tensão resistente:

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd}$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{30}{250}\right) \cdot \frac{30}{1,4}$$

$$\tau_{Rd2} = 5,09 \text{ MPa}$$

Verificação das tensões:

Perímetro do contorno crítico **u**

$$u = 2 \cdot (C_1 + C_2) = 2 \cdot (100 + 25) = 250 \text{ cm}$$

Determinação do coeficiente **K** (conforme figura 4.25)

P11

(100x25)

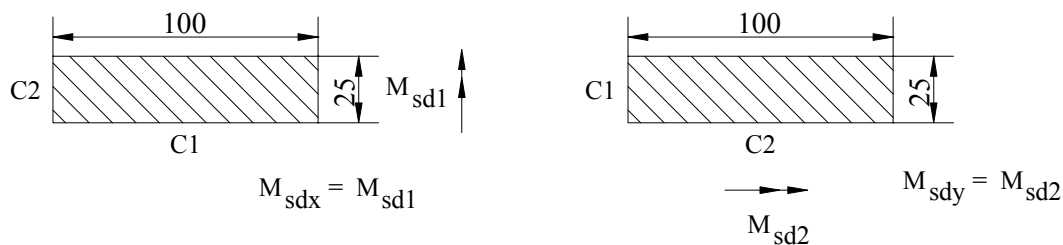


Figura 4. 25 Determinação do coeficiente K para o pilar P11

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{100}{25} = 4,00 \Rightarrow K_1 = 0,80$$

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{25}{100} = 0,25 \Rightarrow K_2 = 0,45$$

Módulos de resistência plástica W_{p1} e W_{p2} .

$$W_{p1} = \frac{C_1^2}{2} + C_1 \cdot C_2 = \frac{100^2}{2} + 25 \cdot 100 = 7500,00 \text{ cm}^2$$

$$W_{p2} = \frac{C_1^2}{2} + C_1 \cdot C_2 = \frac{25^2}{2} + 100 \cdot 25 = 2812,50 \text{ cm}^2$$

$$\tau_{sd} = \frac{297,78}{250 \cdot 11,25} + \frac{0,80 \cdot 112,00}{7500,00 \cdot 11,25} + \frac{0,45 \cdot 5642,00}{2812,50 \cdot 11,25} = 0,187 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_{sd} = 1,87 \text{ MPa}$$

$$\therefore \tau_{sd} \leq \tau_{Rd2} \quad \mathbf{OK!}$$

c) Verificação do contorno C'

Cálculo da taxa de armadura nas duas direções.

$$\rho_x = \frac{15 \cdot 1,23 \text{ cm}^2}{11,875 \text{ cm} \cdot (25 \text{ cm} + 2 \cdot 3 \cdot 11,25 \text{ cm})} = 0,0168$$

$$\rho_y = \frac{22 \cdot 1,23 \text{ cm}^2}{10,625 \text{ cm} \cdot (100 \text{ cm} + 2 \cdot 3 \cdot 11,25 \text{ cm})} = 0,0152$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} = \sqrt{0,0168 \cdot 0,0152}$$

$$\rho = 0,0160$$

Cálculo da tensão resistente.

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{11,25}}\right) \cdot (100 \cdot 0,0160 \cdot 30)^{\frac{1}{3}}$$

$$\tau_{Rd1} = 1,10 \text{ MPa}$$

Cálculo das tensões atuantes.

Perímetro do contorno crítico u' ,

$$u = 2 \cdot (C_1 + C_2) + 4 \cdot \pi \cdot d = 2 \cdot (100 + 25) + 4 \cdot \pi \cdot 11,25 = 391,37 \text{ cm}$$

Módulos de resistência plástica W_{p1} e W_{p2} .

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 \cdot C_2 + 4 \cdot C_2 \cdot d + 16 \cdot d^2 + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot C_1$$

$$W_{p1} = \frac{100^2}{2} + 100 \cdot 25 + 4 \cdot 25 \cdot 11,25 + 16 \cdot 11,25^2 + 2 \cdot \pi \cdot 11,25 \cdot 100$$

$$W_{p1} = 17718,58 \text{ cm}^2$$

$$W_{p2} = \frac{25^2}{2} + 25 \cdot 100 + 4 \cdot 100 \cdot 11,25 + 16 \cdot 11,25^2 + 2 \cdot \pi \cdot 11,25 \cdot 25$$

$$W_{p2} = 11104,65 \text{ cm}^2$$

$$\tau_{sd} = \frac{297,78}{391,37 \cdot 11,25} + \frac{0,80 \cdot 112,00}{17718,00 \cdot 11,25} + \frac{0,45 \cdot 5642,00}{11104,65 \cdot 11,25}$$

$$\tau_{sd} = 0,88 \text{ MPa}$$

$\therefore \tau_{sd} < \tau_{Rd1}$ Satisfaz a condição, não sendo necessária armadura de punção.

d) Verificação do colapso progressivo

$$A_s \cdot f_{yd} \geq F_{sd}$$

$$A_{sx} = 5 \text{ } \emptyset 12,5 \text{ mm}$$

$$A_{sy} = 14 \text{ } \emptyset 12,5 \text{ mm}$$

$$A_s = 2 \cdot 5 \cdot 1,23 + 2 \cdot 14 \cdot 1,23 = 46,74 \text{ cm}^2$$

$$46,74 \cdot \frac{50}{1,15} \geq 297,78 \Rightarrow 2032,17 \text{ kN} \geq 297,78 \text{ kN} \quad \mathbf{OK!}$$

Satisfaz a condição.

e) Armadura de punção obrigatória

$$A_{s, \text{min.}} \geq \frac{0,50 \cdot F_{sd}}{f_{yd}}$$

$$A_{s, \min.} \geq \frac{0,50 \cdot 297,78}{50} = 3,42 \text{ cm}^2$$

Adotaram-se 30 conectores de $\varnothing 4,20\text{mm}$ por linha com área total de $5,54 \text{ cm}^2$, conforme detalhamento na figura 4.26

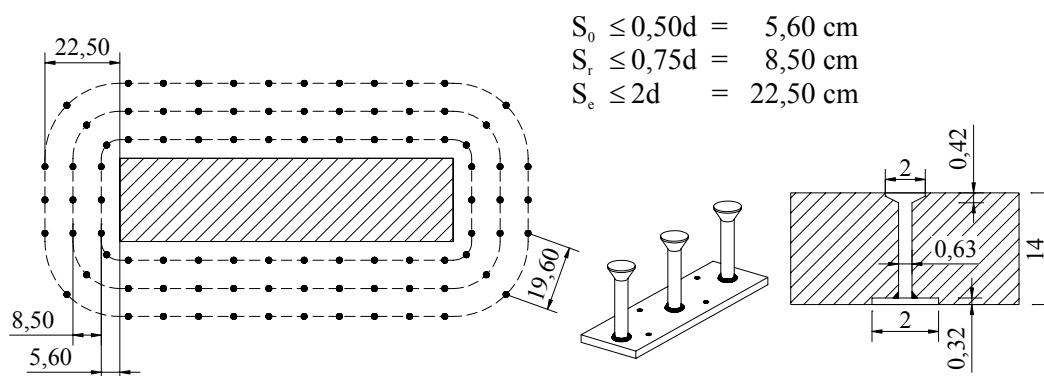


Figura 4. 26 Detalhamento da armadura de punção no pilar P11

4.1.3. 4 Verificação da flecha para a laje L2

A verificação da flecha, será realizada apenas na laje L2, porque o projeto possui simetria, conforme já apresentado na figura 4.19, e por conter a característica do sistema que é objeto desse trabalho, sendo apoiada internamente diretamente sobre os pilares.

Para a determinação da flecha final, será seguida a seguinte ordem:

- cálculo dos deslocamentos iniciais;
- deslocamentos de acordo com a combinação (ELS-DEF);
- efeito da fluência e,
- a flecha no tempo infinito.

O ponto de deslocamento máximo da respectiva laje, pode ser visto na figura 4.21

4.1.3.4. 1 Deslocamentos iniciais

A tabela 4.9 apresenta os deslocamentos por hipótese de acordo com a ação.

Tabela 4. 9 Deslocamentos por hipótese (laje L2 estudo de caso)

Ação	Deslocamento (mm)
Permanente	6,42
Variável	1,21
Vento 1	0,11
Vento 2	-0,11
Vento 3	0,17
Vento 4	-0,17

Os valores acima, foram calculados com 100% do valor de sua ação.

4.1.3.4. 2 Cálculo dos deslocamentos para as diversas Combinações

Os deslocamentos de acordo com cada combinação bem como as verificações para a aceitabilidade sensorial, apresentam-se na tabela 4.10

Tabela 4. 10 Deslocamentos conforme combinação (laje estudo de caso)

Ação	Flecha de acordo com a combinação (mm)	Limites para aceitabilidade sensorial
Permanente	6,42	$l/250$ Ok
Quase-permanente	6,79	$l/250$ Ok
Frequente	6,91	$l/250$ Ok
Rara	7,68	$l/250$ Ok

Limites para verificação de acordo com a aceitabilidade sensorial da carga acidental:

Ação	flecha	limite
Acidental	1,21mm	$l/350 = 5500/350 = 15,71\text{mm}$

Ok! Satisfaz a condição!

4.1.3.4. 3 Cálculo do efeito da fluência

Para a determinação de t_0 referente à idade em meses relativa a data de aplicação da carga de longa duração, será adotado o 7º dia que coincide com a desforma e retirada do escoramento, ficando assim:

$$t_0 = 7/30 = 0,23$$

Determinação dos coeficientes ξ

$$\text{Para a idade } t_0 \quad \xi(t_0) = 0,68 \cdot 0,996^t \cdot t^{0,32} = 0,68 \cdot 0,996^{0,23} \cdot 0,23^{0,32} = 0,42$$

$$\text{Para o infinito} \quad \xi(\infty) = 2 \quad (\text{fixo para idades maiores de que 70 meses})$$

Como não foi utilizada a armadura de compressão, $\rho' = 0$

Determinação do fator α_f :

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50 \cdot \rho'} = \frac{2 - 0,42}{1} = 1,58$$

Cálculo da contra flecha

$$\alpha_{cf} = \frac{\ell}{350} = \frac{5500}{350} = 15,71\text{mm}$$

4.1.3.4. 4 Cálculo da flecha total no tempo infinito

$$\alpha_{total, \infty} = [7,68 + (6,79 \times 1,58)] - 15,71 = 2,70 \text{ mm}$$

Limite para deslocamento conforme tabela 13.2 da NBR 6118:2003

$$\alpha_{limite} = \frac{\ell}{250} = \frac{5500}{250} = 22,00 \text{ mm}$$

$\therefore \alpha_{total, \infty} \text{ é } < \text{ que } \alpha_{limite}$

A condição de deformação é atendida.

Os problemas de deslocamentos nas lajes, conforme pode ser visto nas fotos 4.1 e 4.2 e a verificação à punção que foram os itens analisados nesse estudo de caso, apresentaram resultados satisfatórios frente aos problemas que apresentavam. Inicialmente foi calculado o esforço e os deslocamentos na laje através do programa de cálculo estrutural CYPECAD, e isso foram feito utilizando as prescrições da NBR 6118:1980 com as mesmas características do projeto inicial, e com as da NBR 6118:2003 utilizando concreto de diferentes resistências, para que pudesse ser feita uma comparação entre os valores obtidos por ambos, conforme já visto na tabela 4.4. Esses resultados demonstraram que os cálculos realizados com as

prescrições da NBR 6118:2003, apresentam valores mais conservadores, ficando com resultados maiores mesmo com a utilização de concretos de maior resistência, passando a obter deslocamentos menores com concretos de resistência a partir de 40 MPa, com isso conclui-se essa norma passa a tratar dos deslocamento de maneira mais segura, com valores mais próximos da realidade.

Para a verificação à punção, mesmo estando a laje com espessura de 14 cm que é menor que a prescrita pela NBR 6118:2003 (16 cm), os resultados apresentados não necessitaram de armadura transversal, isso porque os pilares analisados, possuíam seções alongadas, distribuindo assim os esforços por uma área ou perímetro maior. Em contra partida, essa preocupação pode ser minimizada, quando da verificação da taxa mínima de armadura e da verificação do colapso progressivo.

CONCLUSÕES

Na verificação à punção, de acordo com as recomendações da NBR 6118:2003, é bem mais completa que a prescrita pela versão de 1980, que só tratava de pilares centrais sem atuação de momentos. Agora são tratados de casos de pilares centrais, de borda e de cantos, com ou sem momentos nas ligações das lajes com os pilares, apresenta procedimentos para detalhamento da armadura quando necessária e trata também da prevenção contra colapso progressivo. Assim, a Norma proporciona uma maior confiabilidade na adoção de sistemas sem vigas, trazendo mais segurança aos projetistas ao tratar de casos que anteriormente não eram considerados.

Ao analisar os resultados obtidos com os exemplos, pode-se perceber que a punção é de fato importante e geralmente, com cargas pouco maiores que as usuais, resulta na necessidade de armadura específica, mesmo em pilares centrais; como era de se esperar, a presença de momentos em uma ou duas direções aumenta a solicitação à punção.

Fica claro, com o que foi observado neste trabalho, que deve ser feito um estudo mais amplo em relação à utilização de programas computacionais para a verificação à punção, principalmente naquelas situações em que se verifica a necessidade de armadura transversal. Isto porque se observou que a armadura especificada pelo programa de cálculo estrutural CYPECAD foi muito superior à encontrada, para o mesmo caso, ao se empregar as prescrições da NBR 6118:2003. Outros programas também deveriam ser analisados.

O programa calcula a armadura transversal em função dos esforços cortantes atuantes por nó, em uma malha quadrada espaçada de 25 cm, não considerando portanto uma área ou perímetro crítico, mas sim a região do próprio nó. Já para a NBR 6118:2003, esses esforços são considerados iguais para todo o perímetro, seguindo linhas de armação uniformemente espaçada e utilizando barras de mesmo diâmetro. A vantagem que o programa apresenta é que a armadura é colocada apenas nas regiões onde são de fato necessárias mas, em contra partida, apresenta uma maior

dificuldade na sua montagem, por não ser uniformemente distribuída e por possuir diâmetros diferentes e, principalmente, por não considerar que situações diferentes poderão ocorrer durante todo o período de vida da estrutura. Em relação à taxa de armadura, as prescrições da Norma apresentam uma sensível diferença para menor, em comparação às obtidas pelo programa CYPECAD.

Na verificação dos deslocamentos, os mesmos ganharam uma nova dimensão sob a perspectiva da NBR 6118:2003. No cálculo de esforços e deslocamentos iniciais, a Norma passa a permitir o emprego de procedimento numérico adequado, possibilitando a utilização, por exemplo, dos métodos das diferenças finitas, dos elementos finitos e dos elementos de contorno, facilitando assim um trabalho que anteriormente era considerado de difícil execução para o cálculo das lajes-sem-vigas, como pôde ser visto no capítulo 3.

No cálculo dos deslocamentos iniciais feitos pelo programa CYPECAD, que utiliza o processo dos elementos finitos, o mesmo já considera a não linearidade do concreto. Outro aspecto que foi alterado e propiciou maior facilidade na sua determinação é o cálculo da flecha final no tempo infinito, que passou a utilizar apenas um coeficiente multiplicador dos deslocamentos iniciais, não dependendo portanto da relação entre as curvaturas final e inicial, na seção de maior momento fletor, conforme prescrevia a NBR 6118:1980.

Essa facilidade no cálculo e na verificação dos deslocamentos permite uma nova postura dos projetistas, que podem verificar deslocamentos ou flechas para qualquer tipo de laje, com uma maior segurança.

No estudo de caso onde foram analisados os problemas de deslocamentos na laje L2, conforme pode ser visto nas fotos 4.1 e 4.2 e a verificação à punção nos pilares P5 e P11, ambos apresentaram resultados satisfatórios, justificando a grande importância que teve a implementação das prescrições da NBR 6118:2003. Inicialmente foram calculados os esforços e os deslocamentos na laje através do programa de cálculo estrutural CYPECAD, e isso foi feito utilizando as prescrições da NBR 6118:1980, com as mesmas características do projeto inicial, e as da NBR 6118:2003, utilizando concreto de diferentes resistências, para que pudesse ser feita uma comparação entre os valores obtidos por ambos, conforme já visto na

tabela 4.4. Esses resultados demonstraram que os cálculos realizados com as prescrições da NBR 6118:2003 apresentam valores mais conservadores, ficando com resultados maiores mesmo com a utilização de concretos de maior resistência, passando a obter deslocamentos menores com concretos de resistência a partir de 40 MPa. Com isso conclui-se essa norma passa a tratar dos deslocamento de maneira mais segura, com valores mais próximos da realidade.

Para a verificação à punção, mesmo estando a laje com espessura de 14 cm, que é menor que a prescrita pela NBR 6118:2003 (16 cm), os resultados apresentados não necessitaram de armadura transversal, isso porque os pilares analisados possuíam seções alongadas, distribuindo assim os esforços por uma área ou perímetro maior. Em contrapartida, essa preocupação pode ser minimizada, quando da verificação da taxa mínima de armadura e da verificação do colapso progressivo.

Recomenda-se neste trabalho uma maior abrangência de estudos e pesquisas para obtenção de uma melhor análise para verificação à punção em pilares com seções alongadas. Embora a Norma permita que seja aplicada uma região reduzida para pilares laterais e de canto, ela nada mais prescreve para situações dessa natureza. Outro assunto que merece uma melhor interpretação diz respeito ao diâmetro mínimo das armaduras, pra que se estabeleçam parâmetros iniciais de cálculo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACI COMMITTEE 318. **Building code requirements for reinforced concrete** (ACI 318-2002). Detroit: American Concret Institute, 2002.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de estruturas de concreto**: Procedimento. Rio de Janeiro: NBR 6118:2003, 2003.

_____. **Execução de estruturas de concreto**: Procedimento. Rio de Janeiro: NBR-14931/2003, 2003.

_____. **Ações e segurança nas estruturas**. Rio de Janeiro: NBR-8681/2003, 2003.

AZEVEDO, A.P. **Resistência e ductilidade das ligações laje-pilar em lajes-cogumelo de concreto de alta resistência armado com fibras de aço e armadura transversal de pinos**. Dissertação (Mestrado), Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1999.

AZEVEDO, A.P.; HANAI, J.B. Resistência e ductilidade das ligações laje-pilar em lajes cogumelos de concreto de alta resistência armados com fibras de aço e armadura transversal de pinos. **Cadernos de Engenharia de Estruturas**. São Carlos, 2003, n.21, p. 131-166.

BARRETO, N.R.; MELO, G.S. Punção em lajes cogumelo de concreto armado com armadura de cisalhamento tipo estribo inclinado aberto. **XXXI Jornadas Sud-Americanas de Ingeniería Estructural**. Mendoza, 2004.

BLAKEY, F.A. **Deformations of on experimental lighthweight flat plate structure**. Sydney: Civil Engineering Transactions, CE3(1), 1961.

BRANSON, D.E. Procedures for Computing Deflections. **ACI Journal**. New York, USA, 1968.

CARVALHO, R. C. **Análise não linear de pavimentos de edifícios de concreto através da analogia de grelha**. Tese (Doutorado), EESC-USP, São Carlos, 1994, 208p.

_____; FIGUEIREDO FILHO, J. R.. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. São Carlos: EDUFSCar, 2004.

CASTELO BRANCO, A.F. **Contribuição para o projeto de lajes-cogumelo.** Dissertação (Mestrado), EESC-USP, São Carlos, 1989, 217p.

COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON. **CEB-FIP Model Code 1990:** Final Draft. CEB Bulletin d'Information, n.203/204.

EL-SHEIK, M.; CHEIN, W. Effects of fast construction rate on deflection of R. C. buildings. **Journal of Structures Engineering**, ASCE, 114 (10), p. 2225-2238, 1988.

ELSTNER, R.C.; HOGNESTAD, E. Shearing strength of reinforced concrete slabs. **ACI Journal**, CIDADE, v.28, n.1, p.29-57, 1956.

EUROCODE N.2. **Design of concrete structures.** Part 1:General rules and rules for buildings. Brussel, CEN, 1992.

FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Sistemas estruturais de lajes sem vigas: subsídios para o projeto e execução.** Tese (Doutorado). EESC-USP, São Carlos, 1989, 262p.

GUARDA, M. C., LIMA, J. S., PINHEIRO, L. M. Novas diretrizes para a análise da punção no projeto de lajes lisas. In: **IV Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto**, São Carlos 2002.

HAMBLY, E. C. **Bridge deck behavior.** Chapman and Hall, London. (1976), 272p.

HOGNESTAD, E. Shearing strength of reinforced column footings. **ACI Journal**, v.50, n.3, p.189-208, 1953.

JENKINS, R. A. S.; PLOWMAN, J. M.; HASELTINE, B. A. Investigation into the causes of the deflection of heated concrete floors, including shrinkage. **The Structural Engineer**, London, 43 (4), p.105-17, 1965.

KRIPANARAYANAN, K. M.; BRANSON, D. E. Short-time deflections of flat plates, flat slabs, and two-way slabs. **ACI Journal**, 73 (11), p. 686-90, 1976.

MARTINELLI, M.; CAMPOS FILHO, A. Estudo da punção em lajes de concreto armado através do método dos elementos finitos. In: **XXXI Jornadas Sud-Americanas de Ingeniería Estructural**, Mendoza, 2004.

MELGES, J. L. P. **Análise experimental da punção em lajes de concreto armado e protendido.** Tese (Doutorado), EESC-USP, São Carlos, 2001.

MONTOYA, P. J.; MESEGUER, A.G.; CABRÉ, F. M. **Hormigón armado**. 13ª. Edição. Editorial Gustavo Gili, S.A. Barcelona, 1994.

MULTIPLUS COMPUTAÇÃO GRÁFICA. **Manual do sistema CYPECAD**. São Paulo, 2004.

NILSON, A. A.; ARTHUR, A.; WALTERS, D. B. Jr. Deflections of two-way floor systems by the equivalent frame method. **ACI Journal**, 72 (5), p. 210-218, 1975.

SILVANY, T. T. **Deslocamentos transversais em lajes-cogumelo**. Dissertação (Mestrado), EESC-USP, São Carlos, 1996, 144p.

SCANLON, A.; THOMPSON, D.P. Evaluation of ACI 318 requirements for control of two-way slab deflection. **ACI Structural Journal**, v.87, n.6, p.657-661, Nov-Dec.

SOUZA, R. M.; MELO, G. S. A.; GOMES, R. B. Punção em lajes cogumelo de concreto armado com furos adjacentes ou distantes de um pilar interno. **XXXI Jornadas Sud-Americanas de Ingeniería Estructural**, Mendoza, 2004.

TAYLOR, P. J.; HELMAN, J. L. Long-term deflection of reinforced concrete flat slabs and plates. **ACI Journal**, 74 (11), p. 556-561, 1977.

YU, W.; WINTER, G. Instantaneous and long-time deflections of reinforced concrete beams under working loads. **ACI Journal**, 57 (1), p. 29-50, 1960.

BIBLIOGRAFIA

AMORIM, C. **Estudos dos deslocamentos de pavimentos de edifícios de concreto armado**. Monografia (Iniciação Científica), Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 1997,.

ARAÚJO, J. M. **Curso de concreto armado**. Rio Grande do Sul, RS: Dunas, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS . **Cargas para o cálculo de estruturas de edificações**. (NBR-6120/80). Rio de Janeiro, 1980.

_____. **Projeto e Execução de Estruturas de concreto Pré-moldado**. (NBR-9062). Rio de Janeiro, 1985.

_____. **Laje pré-fabricada**. Requisitos - Parte 1: Lajes unidirecionais. (NBR 14859-1). Rio de Janeiro, 2002.

_____. **Laje pré-fabricada**. Requisitos - Parte 2: Lajes bidirecionais. (NBR 14859-2). Rio de Janeiro, 2002.

_____. **Laje pré-fabricada. Pré-laje**. Requisitos - Parte 1: Lajes bidirecionais. (NBR 14860-1). Rio de Janeiro, 2002.

_____. **Laje pré-fabricada. Pré-laje**. Requisitos - Parte 2: Lajes bidirecionais. (NBR 14860-2). Rio de Janeiro, 2002.

_____. **Armaduras treliçadas**. Requisitos. (NBR-14862). Rio de Janeiro, 2002.

BINI, E. **Dicionário técnico industrial: Inglês/Português/Inglês**.: Hemus, 1978.

BOCCHI JR., C.F. **Lajes nervuradas de concreto armado: projeto e execução**. Dissertação (Mestrado), USP, São Paulo, 1995.

BORGES, J.U.A. **Critérios de projeto de lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas**. Dissertação (Mestrado), Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1997.

BRANSON, D. E. **Instantaneous and time dependent deflections of simple and continuous reinforced concrete beams**. Alabama Highway Department, Bureau of Public Roads, Part 1, 1963.

_____. Deflections of reinforced concrete flexural members. **Journal of the American Concrete Institute**. New York, USA, 1966

BUSCARIOLO L. G. et al. Estudo experimental do comportamento da região das mesas de lajes com nervuras parcialmente pré-moldadas: Consideração da punção. **V Simpósio EPUSP sobre estruturas de concreto**. São Paulo, 2003.

CARVALHO, R. C. Cálculo de lajes de concreto armado com a analogia de grelha. **II Congresso de Engenharia Civil da UFJF**. Juiz de Fora, MG, 1996.

_____. **Estudo experimental do espaçamento de escoras em lajes pré-moldadas com nervuras do tipo trilho e treliçadas para pavimentos de edificações**. Monografia (Relatório final do processo 99/04607-8 – FAPESP), Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2000.

_____; FIGUEIREDO FILHO, J. R.; FURLAN Jr., S. Reações nas vigas de apoio em pavimentos executados com lajes pré-moldadas. **40º Congresso Brasileiro do Concreto**. Rio de Janeiro, 1998.

_____. Processo aproximado para o cálculo de lajes pré-moldadas nervuradas. **III Congresso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Juiz de Fora**. Juiz de Fora, MG, 1998. CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R.; ANDRADE, C. Cálculo de vigas de concreto armado considerando a fissuração. **Anais do Congresso Técnico-Científico de Engenharia Civil**, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 1996.

CARVALHO, R.C. et al. Determinação da altura de lajes com nervuras pré-moldadas atendendo ao estado limite último e de serviço de acordo com a NB1/99. **IV Simpósio sobre estruturas de concreto**, SP, 2000.

DROPPA JÚNIOR, A. **Treliças Belgo 1.0**: programa automático para cálculo de nervuras treliçadas distribuído pela Companhia Siderúrgica Belgo-Mineira – Mídia magnética. Belo Horizonte, MG, 2003.

_____. **Programas PumaWin, CorTel**: programa automático para cálculo de escoramento de nervuras treliçadas distribuído empresa PUMA – Mídia magnética. São Paulo, 2003.

EL DEBS, M. K. **Concreto pré-moldado**: Fundamentos e aplicações. (Livro Técnico). EESC-USP, São Carlos, SP, 2000.

ESPASA CALPE, S.A. Editora. **Gran diccionario español-portugués português-español**. Madrid, 2001.

FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Estudo experimental da ruína das ligações laje-pilar em casos característicos de cantos de lajes cogumelo**. Dissertação (Mestrado), EESC-USP, São Carlos, 1981, 122p.

_____; FERNANDES, D. L. Placas delgadas apoiadas no contorno em vigas deformáveis. **XXVIII Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural**. São Carlos, SP, 1997.

FORTE F.C. et al. Estudo experimental do espaçamento de escoras em lajes pré-moldadas com nervuras do tipo treliça. **42º Congresso Brasileiro de Concreto: IBRACON**. Fortaleza, CE, 2000.

FURLAN JUNIOR, S. **Vigas de concreto com taxas reduzidas de armadura de cisalhamento**: influência do emprego de fibras curtas e de protensão. Tese (Doutorado), Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1995.

FUSCO, P. B. **Estruturas de concreto**. McGraw-Hill do Brasil. São Paulo, SP, 1977.

GERDAU. **Treliças guerdau**: programa automático para cálculo de nervuras treliçadas distribuído pela Companhia Siderúrgica Gerdau – Mídia magnética. São Paulo, SP, 2003.

GRAF, O. **Tests of reinforced concrete slabs under concentrated load applied near one support**.. Deutscher Ausschuss für Eisenbeton: Berlim, n.73, p.28, 1933.

GUARDA, M.C.; LIMA, J.S.; PINHEIRO, L.M. Novas diretrizes para a análise da punção no projeto de lajes. **IV Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto**. São Paulo, SP, 2000.

GUERRIN, A.; LAVAUUR, R. C. **Tratado de concreto armado**. São Paulo: Hemus,.

GIMENEZ, E. et al. Determinação da altura de lajes com nervuras pré-moldadas atendendo o estado limite último e de serviço (deformação) de acordo com a NB1-1999. **IV Simpósio EPUSP sobre estruturas de concreto**. São Paulo, SP, 2000.

LIBÓRIO, J. B. L. **Estudo experimental da ruína de ligações laje-pilar em bordas de lajes cogumelo com pilares de seção retangular**. Dissertação (Mestrado), EESC-USP, São Carlos, 1985.

MESQUITA V.V. et al. Escolha da altura de lajes com nervuras pré-moldadas para pavimentos de edificações considerando as verificações do estado limite último e de deformação excessiva. **XXIX Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural**, “Jubileo Profesor Julio Ricaldoni”. Punta del Este, Uruguai, 2000.

MODOTTE, W. P. **Estudo experimental da ruína de ligações laje-pilar em bordas de lajes cogumelo com carregamento assimétrico**. Dissertação (Mestrado), EESC-USP, São Carlos, 1986.

MOLINA Jr. V. et al. Verificação automática do estado limite de deformação excessiva de pavimentos de concreto armado considerando a fissuração e fluência do concreto. **XXIX Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural**, “Jubileo Profesor Julio Ricaldoni”. Punta del Este, Uruguai, 2000.

PINHEIRO, L. M.; SCANLON, A. Análise de flechas em lajes cogumelo calculadas pela analogia das vigas cruzadas e pelo processo dos elementos finitos. **Anais das Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural**, v. 2, Montevideo, Uruguay, p. 219-230, 1993.

REGAN, P.E. **Behavior of reinforced concrete flat slabs**. Londres: Ciria Report 89, 1980, 87p.

_____. Shear combs, reinforcement against punching. **The Structural Engineer**, v.63B, n.4, p.76-84, december 1985.

_____. The dependence of punching resistance upon the geometry of the failure surface. **Magazine of concrete research**, v.36, n.126, p.3-8, march 1984.

ROSENTHAL, I. Experimental investigation of flat plate floors. **ACI Journal**, 56, p. 153-160, 1959.

SBAROUNIS, J. A. Multistory flat plate buildings – construction loads and immediate deflections. **Concrete internacional: Design & Construction**, 6 (2), p. 70-77, february 1984.

SOUZA JR., E. **Análise da interação entre núcleos estruturais e lajes em edifícios altos**. Tese (Doutorado), EESC-USP, São Carlos, 2001.

SOUZA, V. C. M.; CUNHA, A. J. **Lajes em concreto armado e protendido**. Niterói, RJ: EDUFF, 1998.

TAKEYA, T. et al. **Recomendações para o projeto e a execução da estrutura de lajes-cogumelo pertencentes às unidades básicas de saúde do plano metropolitano de saúde**. Relatório Técnico. EESC-USP. Departamento de Estruturas. São Carlos. 1985.

TALBOT, A. N. **Reinforced concrete wall footings and column footings**. University of Illinois, Engineering Experiment Station, Bull, n.67, 1913, 114p.

TIMOSHENKO, S.; WOINOWSKY, K. S. **Theory of plates and shells**. New York: McGraw-Hill, New, 1959