UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

PAULO CÉSAR MARTIMIANO

DA BATALHA NAVAL À GEOMETRIA ANALÍTICA

SÃO CARLOS
2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

PAULO CÉSAR MARTIMIANO

DA BATALHA NAVAL À GEOMETRIA ANALÍTICA

Dissertação de mestrado profissional apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientação:
Prof. Drª. Luciene Nogueira Bertoncello

São Carlos

2013

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da Biblioteca Comunitária da UFSCar

M378bn

Martimiano, Paulo César.
Da batalha naval à geometria analítica / Paulo César Martimiano. -- São Carlos : UFSCar, 2013.
57 f.

Dissertação (Mestrado profissional) -- Universidade Federal de São Carlos, 2013.

1. Geometria analítica. 2. Jogos educativos. I. Título.

CDD: 516.3 (20ª)

Banca Examinadora

Profa. Dra. Luciene Nogueira Bertoncello
DM - UFSCar

Prof. Dr. Luiz Augusto da Costa Ladeira
ICMC- USP

Prof. Dr. Paulo Antonio Silvani Caetano
DM - UFSCar

Dedico a Deus e aos meus pais, que me permitem, desfrutar de uma experiência tão enriquecedora como o PROFMAT. Não menos importante, à dedicação recebida de um anjo mandado na forma de uma companheira.

“Os eruditos são aqueles que leram nos livros; mas os pensadores, os gênios, os iluminadores do mundo e os promotores do gênero humano são aqueles que leram diretamente no livro do mundo”. (Arthur Shopenhauer)

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Todo Poderoso pela vida e por tudo que nos permite realizar atitudes reais de amor e carinho com o próximo.

Aos alunos que me ensinaram e ensinam muitas coisas. Sem dúvida são os maiores responsáveis por esse trabalho existir, pois sem suas incertezas e brilhos nos olhares, ainda seria alguém que sabe um pouco sobre Matemática, mas que nunca a conheceria de fato.

Ao amor da minha vida, uma senhorita chamada Aline. Uma companheira de fato, desde aquele longínquo Sábado onde venci a etapa mais tenebrosa desta fase. Foi naquele dia do Exame de Qualificação que eu tive duas certezas: que seria chamado de Mestre e que tinha encontrado a pessoa certa pra dividir os trunfos das vitórias e encontrar as forças para superar os fracassos.

Agradeço aos meus pais, vulgos Paulo e Silvia, por tudo que me ensinaram e por me amarem demais. Agradeço aos muitos acertos e poucos erros feitos pensando no meu bem. Amo vocês.

Agradeço aos colegas e amigos de profissão, aqueles que dividem os dias comigo e, principalmente, os que dividiram manhãs e tardes de Sábado. Foram esses grandes homens e mulheres como eu, que foram consolo para as dificuldades e fonte de inspiração para continuar o sonho de mudar o mundo.

À Capes pelo apoio financeiro essencial para que pudéssemos dedicar à este programa o foco e a dedicação necessária. Sem ela talvez não teríamos condições de concluir esta etapa.

Agradeço especialmente aos verdadeiros heróis, aqueles que dedicaram esforços e esperanças para que fossemos fruto de seu trabalho. Obrigado queridos professores por tudo.

RESUMO

Este trabalho tem o intuito de relatar a execução de uma aula diferenciada concebida pela necessidade de amadurecer conceitos matemáticos básicos. A partir de um jogo, tratado como recurso pedagógico, estabeleceu-se uma sequência didática que permitiu incitar e orientar a pesquisa dos conceitos básicos de Geometria Analítica. Através de uma adaptação do jogo Batalha Naval, o primeiro objetivo foi permitir aos alunos observarem a necessidade e a funcionalidade que o sistema cartesiano ortogonal xOy possui para a modelagem matemática. O objetivo posterior foi analisar os efeitos de oferecer um ponto de vista totalmente diferente do habitual para pesquisar estas novas relações analíticas, podendo observar, intuir e estabelecer conceitos. Finalmente, através da resolução de exercícios pode-se detectar qual a evolução que uma aplicação funcional de conceitos gera nos discentes.

Palavras–chave: Geometria Analítica, Batalha Naval, Jogo, Matemática.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Após dois anos lecionando para a terceira série do Ensino Médio foi possível conjecturar os possíveis motivos que impediam os alunos de compreenderem os conceitos do Currículo do Estado de São Paulo apresentados ao longo do primeiro bimestre.

A defasagem apresentada pelos alunos em relação às Geometrias Plana e Espacial e o uso do plano cartesiano sem conhecer realmente suas funcionalidades, reduziu todas as potencialidades dos aspectos analíticos, tornando as aulas de Matemática tediosas e baseadas na simples memorização de fórmulas com resolução de exercícios de repetição que, para D'Ambrosio (1957) tem efeito entorpecente no raciocínio do aluno.

Através da adaptação de um jogo clássico e de simples aplicação, será usada a matemática escondida do tabuleiro para familiarizar os alunos com a função do sistema cartesiano ortogonal de coordenadas para que, através das possibilidades do jogo, possamos introduzir os conceitos iniciais da Geometria Analítica apresentados no Caderno do Aluno 3ª Série volume 1: distância entre dois pontos, ponto médio, coeficiente de inclinação e equação da reta, condição de alinhamento de três pontos, coeficiente de inclinação de retas ortogonais e distância do ponto à reta; dando prioridade aos significados de Δx e Δy, intraduzíveis para a grande maioria dos alunos.

O motivo principal é reforçar a filosofia, encontrada nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e no Currículo do Estado de São Paulo, de que a Matemática não deve ser baseada em decorar conceitos e fórmulas, e sim entender as necessidades e compreender mecanismos. Este fato se evidencia no dia a dia da vivência escolar, onde muitos alunos já disseram sentir saudade do Ensino Fundamental I, que Knijnik e Silva (2008, p. 70-71) repercutem:

> Os alunos expressaram que aprender matemática nos primeiros anos escolares era fácil por somente envolver as quatro operações fundamentais: adição, subtração, multiplicação e

> divisão. No entanto, quando eram introduzidas expressões numéricas, as “letras”, os “sinais”, as regras e as fórmulas, a aprendizagem de matemática se tornava difícil.

Esta dificuldade adquirida impede que os alunos vejam que toda a Matemática, até o Ensino Médio, trabalha simplesmente com aplicações destas operações de acordo com a necessidade.

Este trabalho segue a seguinte ordem temática: no capítulo 1 tem-se a apresentação dos fatores envolvidos, tais como a carreira do autor, a história da escola e suas características, características do corpo discente e a descrição do problema.

No capítulo 2 temos todo o referencial teórico e o planejamento para a execução da atividade visando obter os melhores resultados. A metodologia de pesquisa adotada foi a Engenharia Didática. A Engenharia Didática é um termo que foi criado na França pela educadora Michèle Artigue (década de 80), constituindo-se em uma metodologia de pesquisa para educadores e profissionais do ensino, inspirada na atividade do engenheiro.

O capítulo 3 apresenta uma descrição detalhada com todos os acontecimentos relevantes citados, sendo eles positivos ou negativos.

O capítulo 4 traz a análise geral e as conclusões devidas para que esta iniciativa possa ser reproduzida por outros colegas, guiando-os para uma melhor execução.

CAPÍTULO 1

PROFESSOR, ESCOLA, ALUNOS E COMUNIDADE.

1.1 Introdução

Neste capítulo temos uma descrição sistematizada a respeito da realidade escolar para apresentar as características motivadoras desse trabalho. Por meio deste é possível entender certas escolhas realizadas, pois todas elas foram tomadas com o intuito de otimizar a aprendizagem dos alunos.

1.2 Apresentando o professor.

Cursou todo seu ensino básico em escola pública. Em dois mil e seis, entrou para a Faculdade de Educação São Luis de Jaboticabal, concluindo seus estudos no ano de dois mil e oito. Foi neste ano, pedindo o estágio probatório, que iniciou sua docência na E. E. Valentim Gentil (Itápolis-SP), justamente na escola aonde cursou seu ensino médio.

Em dois mil e nove cursou, na referida faculdade, a especialização intitulada Informática aplicada à Matemática e concluiu no ano posterior, ano que foi marcado também por concursar-se na rede pública do estado de São Paulo através do concurso da Secretaria Estadual de Educação.

Dois mil e dez foi um ano de reviravolta. Assumir um cargo em uma cidade distante, ter que morar sozinho e cuidar de si e ter que viajar todo final de semana foram experiências novas, mas a melhor de todas foi a oportunidade de participar da primeira turma do Programa de Mestrado em Matemática em Rede Nacional Profmat.

1.3 Breve história da E. E. CEL Arthur Pires.

Esta unidade surgiu como Grupo Escolar de Luiz Antônio em 21 de Outubro de Mil Novecentos e Cinquenta e Oito como tributo ao Coronel Arthur Pires que muito se empenhou pela cidade. Foi ele que construiu as primeiras casas do lugar, colaborou com a planta e construção da igreja matriz, cedeu terras, escolheu para padroeira da cidade Santa Luzia e enquanto político e prefeito da cidade vizinha (São Simão) tentou progredir a vila e lutou pela emancipação política.

Ao longo de sua história a escola contou com vários prédios. O atual é resultado da municipalização do Ensino Fundamental, aonde a escola teve que ceder sua excelente infraestrutura localizada na região central da cidade para assumir instalações de uma creche.

Para atender a demanda de alunos das cinco escolas municipais a escola, além de não possuir espaços físicos adequados, acabou impedindo seus alunos e professores de usufruírem de espaços didáticos tais como biblioteca, laboratório, sala de informática, sala da vídeo, sala de htpc (horário de trabalho coletivo pedagógico), sala de professores adequada, entre outros. Para se ter noção da gravidade deste problema, temos a sala de coordenação dividindo espaço com a sala de informática inativa, que é também o depósito de livros e de materiais do programa Escola da Família.

1.4 Condições do professor e atuais características do ambiente escolar.

A escola apresenta praticamente todo o seu corpo docente trabalhando para duas secretarias: municipal e estadual. Há entre os professores de Exatas, dois efetivos de Matemática, e dois professores estáveis, que ficaram responsáveis por ministrarem as aulas de física, e dois estáveis de Química.

Funciona em três turnos: manhã, com sete classes, quatro segundos e três terceiros colegiais; tarde com cinco primeiros colegiais e noite com seis classes: uma classe de cada série regular e uma classe de cada série de Educação para Jovens e Adultos.

A escola recebe alunos provenientes de um Ensino Fundamental municipalizado que não segue o currículo estadual, consequentemente a desconexão da proposta pedagógica gera problemas de adaptação. Além disso, temos a entrada e saída de muitos alunos, pois Luis Antônio tem como característica a oferta de empregos sazonais, este fato influencia diretamente no índice de evasão escolar.

1.5 Características da turma envolvida no projeto.

A turma escolhida para desenvolver este trabalho foi a terceira série C do período da manhã que contam com vinte e nove alunos matriculados e vinte e cinco alunos frequentes dos quais cinco tinham dispensa na quinta aula do período para se deslocarem para Ribeirão Preto frequentarem cursos técnicos.

Esta turma veio desde o primeiro ano colegial reunida, porém neste ano houve a entrada de alguns novos alunos oriundos de outras classes da referida escola. Apresentam comprometimento com a formação acadêmica em sua maioria, pois muitos trabalham e/ou estudam em cursos durante o período oposto.

Este ano nota-se, mais uma vez nesta escola, um problema inerente a ultima série do ciclo: muitos alunos perdem o foco nos estudos e começam até a adotar brincadeiras consideradas infantis.

Mesmo assim, a maioria da classe, em torno de setenta a oitenta por cento dos alunos apresentam rendimento superior a media geral da escola, sendo uma sala com potencial enorme para a investigação. Com isso é possível que sejam mínimas as interferências do professor.

1.6 Descrevendo o problema.

O ensino municipalizado de Luis Antônio possui aulas específicas de Geometria em sua carga horária no Ensino Fundamental Ciclo II. Mas só no final do ano passado, com os conceitos abordados no currículo do Estado de São Paulo para a Segunda Série do Ensino Médio, foi possível notar que essa disciplina ou não foi bem aplicada ou não foi bem compreendida pelos alunos em questão. Para Barbosa (2003, p. 17):

> São inúmeras as causas, porém duas delas estão atuando forte e diretamente em sala de aula: a primeira é que muitos professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para realização de suas práticas pedagógicas. Considerando que o professor que não conhece Geometria também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão, então, para esses professores, o dilema é tentar ensinar Geometria sem conhecê-la ou então não ensiná-la. A segunda causa da omissão geométrica deve-se à exagerada importância que desempenha o livro didático, quer devido à má formação de nossos professores, quer devido à estafante jornada de trabalho a que estão submetidos. E como a Geometria neles aparece? Infelizmente em muitos deles, a Geometria é apresentada apenas como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, desligada de quaisquer aplicações de natureza histórica ou lógica; noutros, a Geometria é reduzida a meia dúzia de formas banais do mundo físico. Como se isso não bastasse, a Geometria quase sempre é apresentada na última parte do livro, aumentando a probabilidade de ela não vir a ser estudada por falta de tempo letivo.

Segundo Walkerdine (1995, p. 71), as aulas tradicionais podem também ser as responsáveis por esse fenômeno:

> [...] por meio da abordagem formal oferecida na escola, os conceitos são generalizados, fazendo com que os alunos não sejam desafiados a estimar e a avaliar o resultado final dos problemas que lhe são propostos, pois parece importante apenas realizar o cálculo em si. Os possíveis significados que as crianças possam atribuir as situações envolvidas nos problemas são esquecidos, pois o que as escolas tentam ensinar as crianças a fazer é esquecer e suprimir esses significados, num esforço de universalizar o raciocínio lógico.

Graças a essa constatação conjecturou-se que as dificuldades dos Terceiros anos não seriam por motivos referentes à Geometria Analítica em si, mas pelas dificuldades como a falta de domínio sobre os conceitos geométricos. Por exemplo, um aluno não identifica que o segmento formado entre dois pontos não paralelos aos eixos é a hipotenusa de um triângulo retângulo. Outro agravante é a falta de intimidade com o Plano Cartesiano xOy, além de, obviamente, o estudo de objetos e suas propriedades localizados no plano.

Segundo D'Ambrosio (1957, p. 220), o fundamento dessas dificuldades seriam outras:

> [...] grande parte da Matemática ensinada no curso secundário é absolutamente inútil, quer pela sua pouca aplicação, quer pelo efeito negativo que produz no aluno, criando verdadeira aversão à matéria. No entanto, aspectos importantes da Matemática, como o caráter estrutural que a domina, sua relação com a cultura de um povo, suas origens, nem são referidos. Em suma, a aluno deixa a escola secundária sem ter ideia do que é, pra que serve, qual a força da Matemática. Ao contrário, vê a Matemática como uma ciência estéril, maçante e, principalmente, inútil.

Inspirada nessa constatação, uma estratégia de ensino que visa amenizar dificuldades e esclarecer que a Geometria Analítica foi concebida através de conceitos elementares de geometria e trigonometria que foram usados ao longo da vida escolar de cada aluno. Para isso seria necessário uma Geometria dinâmica e que tivesse associação direta com o mundo em que eles se encontram. Inicialmente vale frisar que, para Zulatto (2002), o termo "geometria dinâmica" foi originalmente utilizado por Nick Jackiw e Steve Rasmussem genericamente para diferenciar os softwares que permitem manusear um objeto continuamente, pelo arrastar do cursor, dos outros softwares de geometria. Após analisar publicações, tais como: (Zullatto, 2002); (Gravina, 1996); (Alves; Soares, 2003); (Richit, 2005); (Dias; Ramos, 2012) e (Costa ; Moraes, 2009); ficou claro que a infra estrutura da escola impediria o uso de computadores pelos alunos. Após consultar "O uso da Realidade Aumentada no Ensino da Geometria Descritiva" (2006) e "A Realidade Aumentada no Ensino da Geometria Descritiva" (2007), ambos os trabalhos de autoria conjunta de Álvaro Lima e Cristina Haguenauer, foi possível conceber um roteiro de atividades que conciliasse os benefícios do jogo pedagógico, da geometria dinâmica e da realidade aumentada que contornasse os problemas referentes à aplicação de uma aula mais atraente.

Lima e Haguenauer (2006) consideram muito positiva a experiência num espaço 3D, pois permitem a compreensão de problemas e relações de maneira mais rápida. Apesar de a atividade ser trabalhada no plano, tornar o aluno peça no jogo o coloca numa nova perspectiva, incitando uma nova forma de visualizar todas as relações apontadas. Mais ainda ao se movimentar dentro do tabuleiro, o aluno passa ter a característica “arrastar” da Geometria Dinâmica.

Conciliando todas essas características, surgiu a ideia de usar o jogo de Batalha Naval para que os alunos se familiarizassem com o sistema de coordenadas. E, a partir deste ponto, descobrir os conceitos analíticos apresentados no Caderno do Aluno, 3º Ano, volume 1.

CAPÍTULO 2

EMBASAMENTOS TEÓRICOS

2.1 Introdução

Este capítulo apresenta toda a preparação referente à realização da atividade. Apresenta-se os embasamentos teóricos, uma breve história do jogo Batalha Naval e como ele será usado, sendo finalizado com os detalhes de cada etapa.

2.2 Por que o jogo?

Ao longo dos anos vários pesquisadores têm dado ao jogo educacional suma importância para o aprendizado ativo do aluno, em que ele se torna a base do desenvolvimento dos conteúdos. A competição e o desejo de vencer são, por si só, capazes de mudar a postura de alunos, principalmente os mais passivos dentro de uma aula tradicional.

Segundo Dario Fiorentini e Maria Ângela Miorim, em seu artigo publicado em SBEM-SP (ano 4, nº7, p. 4):

> [...] Ao aluno deve ser dado o direito de aprender, não um 'aprender' mecânico, repetitivo, de fazer sem saber o que faz e por que faz. Muito menos um 'aprender' que se esvazia em brincadeiras. Mas um aprender significativo do qual o aluno participe raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido e superando, assim, sua visão ingênua, fragmentada e parcial da realidade.

Esta adaptação do jogo de Batalha Naval tem o intuito de promover a cooperação entre os membros dos times e desenvolver, através dele o espírito da análise geométrica, que é o fundamento da Geometria Analítica. Para Albuquerque (1953, p. 33), o uso deste jogo em caráter didático é importante, pois:

> [...] serve para fixação ou treino da aprendizagem. É uma variedade de exercício que apresenta motivação em si mesma, pelo seu objetivo lúdico... Ao fim do jogo, a criança deve ter treinado algumas noções, tendo melhorado sua aprendizagem.

Complementando, (Id. Ibid., p. 34) cita:

> Podendo abranger ainda um aspecto muito importante que a LDB evidência: a formação do aluno como cidadão "[...] através do jogo ele deve treinar honestidade, companheirismo, atitude de simpatia ao vencedor ou vencido, respeito as regras estabelecidas, disciplina consciente, acato as decisões do juiz...

A finalidade didática desta atividade é fazer o aluno identificar que a localização de um objeto por um eixo de coordenadas está relacionada diretamente ao marco inicial desse sistema. Será importante também ele observar que as características destes objetos não se alteram mesmo que o marco inicial seja modificado.

2.3 O jogo de batalha naval, história e regras.

Segundo a publicação de Rodrigo Ortega na revista Mundo Estranho, da editora Abril, em sua página online http://mundoestranho.abril.com.br/materia/como-surgiu-o-jogo-batalha-naval, temos a história do jogo resumida da seguinte maneira:

O jogo foi criado por soldados russos durante a Primeira Guerra Mundial. Na versão original, dois adversários desenhavam, em folhas de papel quadriculado, navios posicionados em um mar imaginário. Seria vencedor aquele que descobrisse primeiro as coordenadas das embarcações do inimigo.

Na década de 1920, o jogo tornou-se entretenimento para prisioneiros e soldados no intervalo dos combates. Em 1931, começou a ser comercializado nos EUA com nome de Salvo, ainda em papel. Durante a Segunda Guerra Mundial, em 1943, teve o nome alterado para Battleship. Em

1967, durante a Guerra Fria, veio a primeira versão de tabuleiro, com as clássicas maletinhas e navios de plástico encaixáveis. Chegou ao Brasil no ano de 1988.

Atualmente, há vários aplicativos de Batalha Naval para celular e até no Facebook, além de adaptações e releituras para tabuleiro.

Figura 1- O jogo de Batalha Naval.

Fonte:<http://mundoestranho.abril.com.br/materia/como-surgiu-o-jogo-batalha-naval>

No site Zamorim.com, um site do criador Marcus Amorim- promotor de justiça e professor universitário, especificamente em http://www.zamorim.com/jogos/papel/batalha-naval-regras.html podemos encontrar como funciona as regras deste jogo para ser jogado em folha de papel. Será a partir das regras do modo fácil que teremos a adaptação para o uso educativo. Eis as regras:

ARMAS DISPONÍVEIS:

5 hidroaviões
4 submarinos
3 cruzadores
2 encouraçados

1 porta-aviões

PREPARAÇÃO DO JOGO:

1. Cada jogador distribui suas armas pelo tabuleiro. Isso é feito marcando-se no reticulado intitulado “Seu jogo” os quadradinhos referentes às suas armas.

2. Não é permitido que 2 armas se toquem.

3. O jogador não deve revelar ao oponente as localizações de suas armas.

JOGANDO (REGRA MAIS FÁCIL):

Cada jogador, na sua vez de jogar, seguirá o seguinte procedimento:

1. Disparará 3 tiros, indicando a coordenadas do alvo através do número da linha e da letra da coluna que definem a posição. Para que o jogador tenha o controle dos tiros disparados, deverá marcar cada um deles no reticulado intitulado "Seu jogo".

2. Após cada um dos tiros, o oponente avisará se acertou e, nesse caso, qual a arma foi atingida. Se ela for afundada, esse fato também deverá ser informado.

3. A cada tiro acertado em um alvo, o oponente deverá marcar em seu tabuleiro para que possa informar quando a arma for afundada.

4. Uma arma é afundada quando todas as casas que formam essa arma forem atingidas.

5. Após os 3 tiros e as respostas do opoente, a vez para para o outro jogador. O jogo termina quando um dos jogadores afundar todas as armas do seu oponente.

JOGANDO (REGRA MAIS DIFÍCIL):

Cada jogador, na sua vez de jogar, seguirá o seguinte procedimento:

1. Disparará 3 tiros consecutivos, indicando a coordenadas do alvo através do número da linha e da letra da coluna que definem a posição. Para que o jogador tenha o controle dos tiros disparados, deverá marcar cada um deles no reticulado intitulado “Seu jogo”.

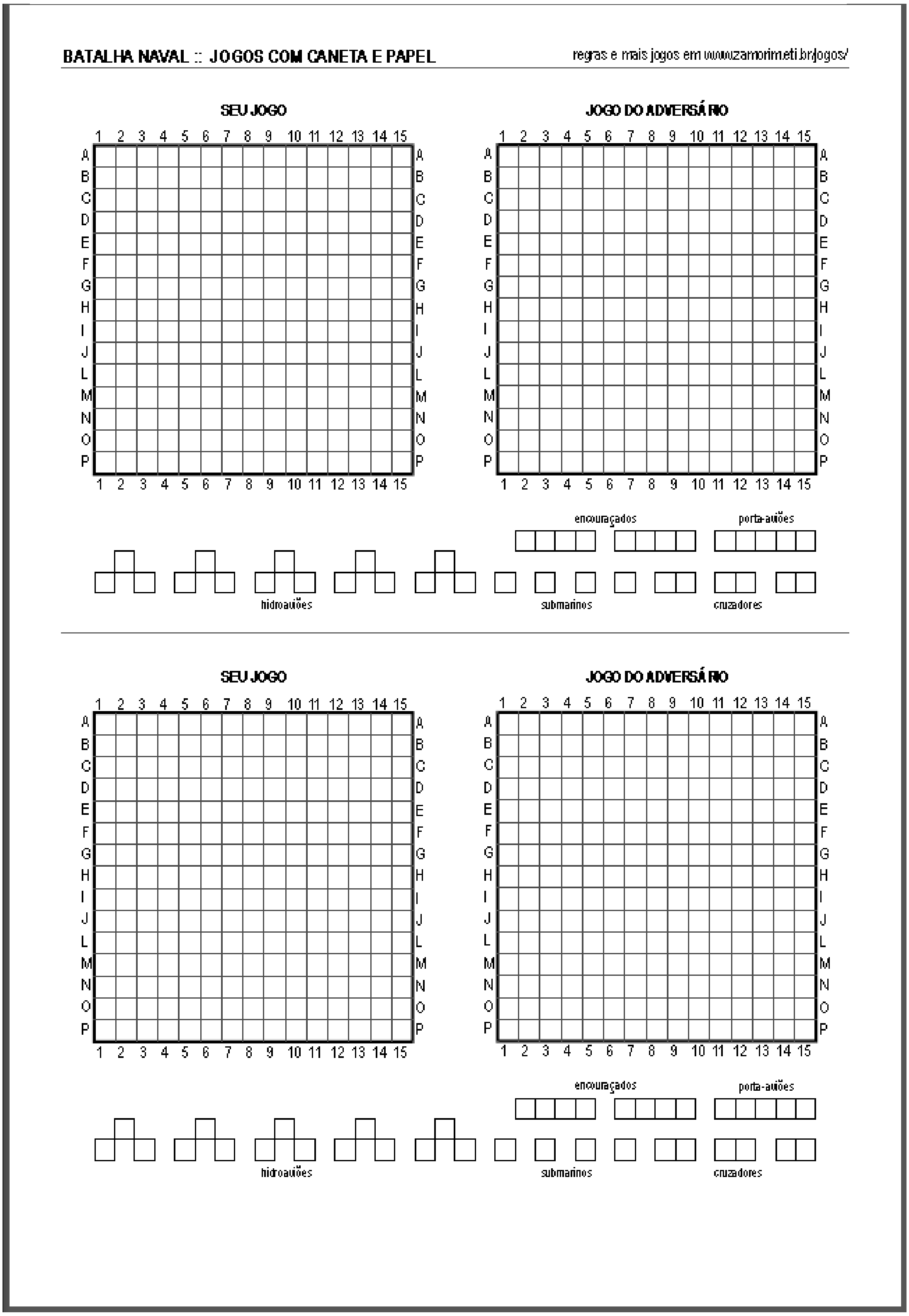
2. Após os 3 tiros, o oponente avisará quantos acertaram, mas não quais, informando também quais as armas foram atingidas. Se uma delas for totalmente destruída, esse fato também deverá ser informado.

3. A cada tiro acertado em um alvo, o oponente deverá marcar em seu tabuleiro para que possa informar quando a arma for destruída.

4. Uma arma é afundada quando todas as casas que formam essa arma forem atingidas.

5. Após os 3 tiros e a resposta do opoente, a vez para o outro jogador. O jogo termina quando um dos jogadores afundar todas as armas do seu oponente.

Figura 2 - Exemplo de tabuleiro feito no papel.



Fonte:< http://www.zamorim.com/jogos/papel/batalha-naval-regras.html>

2.4 Planejamentos da atividade

Para ser aplicado como atividade com objetivo pedagógico, o posicionamento das peças e a localização será feita de uma forma diferente: as coordenadas localizarão vértices e não quadrados. Em primeiro momento, será mantida a localização por coordenadas alfabéticas para que os alunos percebam com clareza que cada item do par ordenado refere-se sempre ao mesmo eixo, horizontal depois vertical, e, posteriormente que esse tipo de coordenada não é ideal para fins matemáticos.

A atividade será dividida em quatro etapas: o jogo, a reflexão, investigação e a aplicação de conceitos em exercícios de fixação.

Para essa sequência didática, a demonstração matemática estará subentendida e será posta em segundo plano, pois a necessidade prioritária está em dar ao aluno a capacidade de justificar e argumentar cada situação proposta. Para Mariotti (2000) e Villiers (1998) a prática das justificativas é fator importante para assumir uma abordagem dedutiva: justificar o porquê uma propriedade é válida é uma necessidade. E para Zulatto (2002, p. 40): “este tipo de explicação reforça a atividade coletiva, onde é possível discutir sobre as diferentes explicações e fazer comparações”.

As demonstrações poderão ser mais bem compreendidas após a realização desta atividade como ressalta Villiers (2001, p.40): “A demonstração não é um requisito necessário para a convicção, pelo contrário, a convicção é mais frequentemente um pré-requisito para a procura de uma demonstração”.

2.4.1 O jogo

A realização desta etapa possui o tempo previsto para três ou quatro aulas. Inicialmente a sala será dividida em dois grupos de maneira aleatória onde cada uma será responsável por eleger seu capitão. Caberá ao capitão ser a pessoa responsável por citar as posições que o time escolher e anotar as escolhas feitas em seu tabuleiro. As peças usadas no jogo e suas quantidades serão definidas pelos alunos de acordo com o espaço escolhido para a malha. É importante o professor determinar as dimensões ideais para que o jogo tenha fluidez e não perca o objetivo principal.

A primeira aula será usada para a eleição dos capitães e para discussão das regras, o tipo e o número de peças e a montagem dos tabuleiros por seus times. Para a segunda aula fica a execução da batalha enquanto a terceira e possivelmente a quarta aulas ficarão prevista para a reprodução do jogo vencedor em tamanho real e pesquisa sobre os conceitos iniciais da Geometria Analítica.

A malha será construída no pátio usado para a refeição dos alunos. Como a escola não apresenta nenhum outro espaço coberto com as condições necessárias para o uso e o clima não favorece a execução em uma área sem cobertura devido ao Sol forte ou as chuvas torrenciais.

Analisando prós e contras em relação aos materiais possíveis, chegou-se à conclusão que a melhor opção era o uso de giz, que sofreria menos possíveis depredações e folhas de sulfites para marcar as coordenadas dos eixos.

2.4.2 A reflexão

Depois da conclusão do jogo os alunos serão questionados a respeito da mudança da representação dos vértices altera a disposição das peças dentro do jogo. Após esse momento será incitada, a escolha da sala, duas mudanças no eixo numérico, duas no eixo alfabético e duas nos dois eixos, onde cada mudança será representada em um novo tabuleiro. Após esta etapa será a vez de comparar os tabuleiros e concluir se a mudança da origem de um sistema coordenado afeta ou não os objetos situados dentro dele. Considera-se que esta atividade leve a maior parte de uma aula.

2.4.3 A investigação

Com previsão de três a quatro aulas, esta etapa, a partir do triângulo pitagórico clássico (lados 3,4 e 5, no qual é apresentado o Teorema de Pitágoras aos alunos e qual sendo objeto para diversos problemas matemáticos), iniciará com o estudo sobre o uso das variações Δx e Δy para os eixos estudados e notar a sua importância. A expectativa para esse momento é que seja notada pelos alunos a conveniência de usar os dois eixos numéricos.

No momento em que os alunos obtiverem a facilidade esperada com esta ação, lhes será apresentados elementos para descobrirem cada conceito inicial de Geometria Analítica apresentado no Ensino Médio.

Inicialmente os alunos investigarão a distância entre dois pontos, passarão para o ponto médio seguido do coeficiente de inclinação, a equação reduzida da reta, condição de alinhamento, coeficientes de inclinação de retas ortogonais terminando com a distância do ponto à reta.

2.4.4 A Aplicação

Depois de toda a fase experimental, é estipulado até duas aulas para ficar a cargo dos alunos a resolução de uma lista de exercícios preparada para observar o quanto esta atividade pode melhorar o desempenho de cada aluno. Esta lista se encontra nos Anexos.

Ou seja, é esperado que a realização de todo o projeto leve de sete a nove aulas, mobilizando os alunos durante duas semanas de aula.

CAPÍTULO 3

A EXECUÇÃO

3.1Introdução

Neste capítulo encontra-se o relato dos acontecimentos enquanto a atividade foi desenvolvida.

3.2 O jogo

A primeira parte da atividade precisou de dois dias para ser bem trabalhada. Um dia para criar estratégias e definir a posição de peças e outro para o enfrentamento das duas equipes.

3.2.1 Primeiro dia de atividades

Anteriormente à execução do experimento os alunos foram informados sobre a importância deste para o professor, por ser seu projeto de mestrado, e para eles mesmos, por proporcionar uma abordagem nova a respeito da Geometria Analítica a fim de facilitar a aprendizagem. Após essa premissa no final de uma aula qualquer deu- se início as atividades no dia posterior.

A aula foi iniciada com a divisão dos times e a eleição dos dois capitães. Após eles se organizarem houve a distribuição de uma folha sulfite A4 em branco para que eles quadriculassem uma malha de quadrados de aresta dois centímetros com catorze quadrados de base e sete quadrados de altura. Isso gera oito linhas horizontais intituladas de A a H e quinze linhas verticais divididas ao meio pela oitava linha, o que gera dois lados numerados de 1 a 7. Esta oitava linha foi demarcada com uma cor diferente para dividir o campo maior em dois campos quadrados com quarenta e nove pontos de intersecção.

Figura 3 - Time 1 montando seu tabuleiro de jogo.

Fonte:< arquivo pessoal>

Figura 4 - Time 2 montando seu tabuleiro de jogo.

Fonte: < arquivo pessoal>

Após construírem a malha, iniciou- se a explicação sobre regras e objetivos da batalha naval em papel, além do fornecimento de dicas de como preencher a malha sem infringir as regras. Em especial ao dar ênfase aos tipos de embarcações, os alunos decidiram usar seis submarinos (1 ponto) e quatro encouraçados (4 pontos), o que permitiu aos alunos testarem sua capacidade geométrica para inserirem vinte e dois pontos dentro de quarenta e nove disponíveis sem que nenhum quadriculado tivesse dois vértices demarcados, encerrando assim o primeiro dia de atividades.

3.2.2 Segundo dia de atividades

No segundo dia iniciou – se a batalha, após separar a sala novamente em dois grupos, foi preparada uma folha quadriculada igual a dos alunos e fixada na lousa, sendo ali que ocorria o acompanhamento das jogadas por parte do professor.

Após tirarem na sorte quem iniciaria o jogo, ficou a cargo do time 2 iniciar com seus três tiros. A cada tiro dado pelos times, o professor anotava em uma tabela as posições dos tiros em cada rodada, assinalando se estava correto ou não de acordo com o que o time adversário respondia. Depois de anotar o professor marcava com uma caneta os pontos citados, com a cor vermelha se o tiro fosse errado e com uma caneta azul se o tiro fosse certo.

Após algumas rodadas já foi possível observar que o time 2 tinha adotado a melhor estratégia, identificando os encouraçados e buscando os submarinos, enquanto o time 1 optava por tiros aleatórios, destruindo os encouraçados quando os encontravam.

Graças aos quatro encouraçados o time 1 liderou o número de acertos até a parte final do jogo, porém o time 2 guardou as posições em que tinham certeza para o final. Prova disso é que nas ultimas três rodadas o time 2 acertou sete dos nove tiros enquanto o time 1 acertou apenas um de nove.

3.3 A reflexão

Na aula seguinte, os alunos foram ao pátio da escola para reproduzir o jogo vencedor. Como as medidas estavam indicadas, construir a malha necessária à realização da atividade foi rápida, que para a situação tinha dez metros horizontais e oito verticais. Após isso, foram coladas folhas sulfites no fim de cada segmento representando suas coordenadas, que foram de 1 a 11 no eixo horizontal e A a I no eixo vertical. Desse modo, eles reproduziram parte do tabuleiro que usaram na última aula em realidade aumentada.

Rapidamente foram citados os tiros do time vencedor e, para cada tiro certo, um aluno ocupava a posição citada. Terminada esta etapa, eles foram indagados: “Observem, pessoal, que o início da malha esta ali na borda, o que será que vai acontecer se mudarmos a posição deste início?”. Prontamente, veio a resposta: “Os pontos mudam de lugar.”.

Neste momento iniciaram-se as mudanças. Em relação a disposição original, as novas origens estiveram nas coordenadas: 6A, 9A, 1B, 1E, 5H e 7F. Para as duas primeiras mudanças as novas coordenadas foram registradas sem nenhum problema, pois todos preferiram atribuir o zero à origem e adotar a reta segundo o modo convencional. As indagações iniciais surgiram para as outras mudanças, aonde foi questionado o uso de uma letra neutra e como seria a métrica adotada abaixo da origem, até mesmo se essa seria a forma ideal. Por decisão da maioria, adotaram-se letras negativas e a ordenada da origem sendo somente zero.

Após este pequeno conflito de ideias, a turma começou a determinar as novas coordenadas. Durante este exercício surgiu a observação esperada: um aluno classificou a atividade que eles estavam realizando como chegar em um endereço por diferentes lugares, que mudar a origem não mudava a posição das peças do jogo.

Quando todos entenderam o que este aluno estava dizendo, o professor formalizou o conceito sobre a função do Plano Cartesiano para a representação de situações e quais as consequências que mudar a posição da origem ou do objeto trariam; mas não citou que os dois eixos são numéricos, deixando para os alunos perceberem essa necessidade. Havia chegado o momento de começar a próxima etapa.

3.4 A investigação

Esta etapa consiste em observar, avaliar, identificar e definir cada um dos tópicos a serem estudados. Vale ressaltar que, para facilitar a investigação dos alunos, todos os pontos usados possuíam coordenadas inteiras. Os alunos conseguiram observar as variações nos eixos, a distância entre dois pontos e o ponto médio de um segmento na primeira aula; o coeficiente de inclinação, a equação da reta e a condição de alinhamento na segunda e coeficiente de inclinação de retas ortogonais e distância do ponto a reta na aula posterior. Eis a narrativa do desenrolar da investigação.

3.4.1 Determinando Δx e Δy

Para iniciar a investigação, a origem dessa malha foi posicionada originalmente na coordenada (6,E) , que é o centro da malha. Além dessa construção, os objetos trazidos para uso foram calculadoras e uma trena. Alguns alunos foram voluntários para formar o triângulo retângulo de lados 3,4 e 5 com vértice na origem de base quatro e altura três. Após eles formarem o triângulo, confirmando com uma trena se as medidas funcionavam realmente, deslocaram-no cinco unidades pra direita e uma para cima.

Uma vez que conheciam as medidas dos catetos, eles foram indagados como poderiam expressar esses valores a partir das posições dos vértices. Observaram que as diferenças entre os valores de x e os valores de y dos pontos geravam os valores dos catetos. A maioria obteve valores positivos e alguns negativos, mas os valores eram os mesmos. Notaram também que seria mais conveniente que as alturas fossem números. Baseado nesta afirmação foi explicado que a um sistema de coordenadas alfanumérico deixa explícito qual eixo se refere cada valor, tanto que é usado com esta finalidade nos mapas, mas que o uso matemático necessita de dois eixos numéricos. Posteriormente, formalizaram-se os conceitos de variações Δx e Δy, já citando que ele é usado sempre que se procuram distâncias horizontais e verticais e que o sinal dependeria da ordem em que os pontos foram usados. Por exemplo, se A(1,1) e B(2,2), $\Delta x = xA - xB = 1 - 2 = -1$ e $\Delta y = yA - yB = 1 - 2 = -1$ (de B para A regrediu-se 1 unidade); mas se $\Delta x = xB - xA = 2 - 1 = 1$ e $\Delta y = yB - yA = 2 - 1 = 1$ (de A para B avançou-se 1 unidade). Para confirmar a funcionalidade das variações, o triângulo retângulo de lados 3, 4 e 5 foi posicionado em algumas posições envolvendo os outros três quadrantes.

3.4.2 Distância entre dois pontos

Para incitar a investigação sobre distância entre dois pontos, foi pedido que dois alunos se posicionassem em quaisquer vértices da malha e usassem a trena para medir a sua distância. Depois que eles passaram a medida encontrada para a classe, coube a eles descobrirem se era possível, a partir das coordenadas dadas, estabelecerem matematicamente esta distância. Após alguns minutos de observação, eles conseguiram identificar que a distância era a hipotenusa de um triângulo retângulo. Então a distância encontrada multiplicada por ela mesma seria igual a variação de x ao quadrado somado a variação de y ao quadrado e concluíram que bastava encontrar a raiz quadrada da soma dos quadrados das variações.

3.4.3 Ponto médio de um segmento

Já que o comprimento do segmento estava definido, descobrir a coordenada que o dividia em dois seguimentos iguais foi relativamente simples. A partir da origem, um aluno foi instruído a variar, no primeiro quadrante, valores pares para o eixo x e y. Com a distância medida, outro aluno se posicionou na coordenada média e outros foram indicados a formarem o triângulo retângulo com base no eixo x. Ao observarem a posição do ponto médio a partir da malha quadriculada, os alunos logo perceberam que os valores de x e de y do ponto médio dividiam os respectivos segmentos ao meio. Após encontrar o ponto médio de alguns pontos quaisquer, defini-los matematicamente como a média aritmética foi uma simples consequência.

3.4.4 Coeficiente de inclinação e equação geral da reta

O coeficiente de inclinação necessitou de uma abordagem diferente: inicialmente mudou-se a posição dos eixos, colocando a origem na borda inferior esquerda, assim a malha passou a representar somente o primeiro quadrante. Então os alunos foram orientados a se posicionarem, simultaneamente, nos pares ordenados das funções $f(x)=3x$, $f(x)=2x$ e $f(x)=x$ para $0 \le x \le 3$. Ao serem questionados a respeito da inclinação, notaram facilmente que a parcela multiplicando x era a responsável, mas para perceberem os triângulos semelhantes de base 1,2 e 3 precisaram analisar a reta de cada função. Depois de ouvirem uma explanação sobre semelhança de triângulos com ênfase na relação existente entre os seus lados, eles deduziram que a relação mais interessante a ser usada seria dividir a altura pela base, que determina, geometricamente, quanto o triângulo aumentou a cada unidade da base, alguns até conseguiram associar essa divisão com a tangente. Para finalizar o tema o professor formalizou o conceito enfatizando as variações nos eixos e definindo geometricamente inclinações negativas e retas paralelas aos eixos.

Aprofundando o assunto, os alunos foram convidados a refletir como seria definida esta relação para um ponto genérico. Sobre a reta $y= 2x$ o professor mostrou que, para qualquer ponto que pertença a reta, o coeficiente de inclinação mantém seu valor, pois ele é a constante da proporção direta y/x. Foi concluído que tendo um ponto definido e conhecendo o coeficiente angular era possível determinar a equação da reta. Um aluno perguntou se tinha que manter a relação daquele jeito porque ele não gostava de fração, o professor questionou se existia uma forma mais fácil para ele, então ele definiu da seguinte maneira: se multiplicarmos em cruz, obtemos $\Delta y= m.\Delta x$. Como a turma aprovou esta forma, assim foi definido.

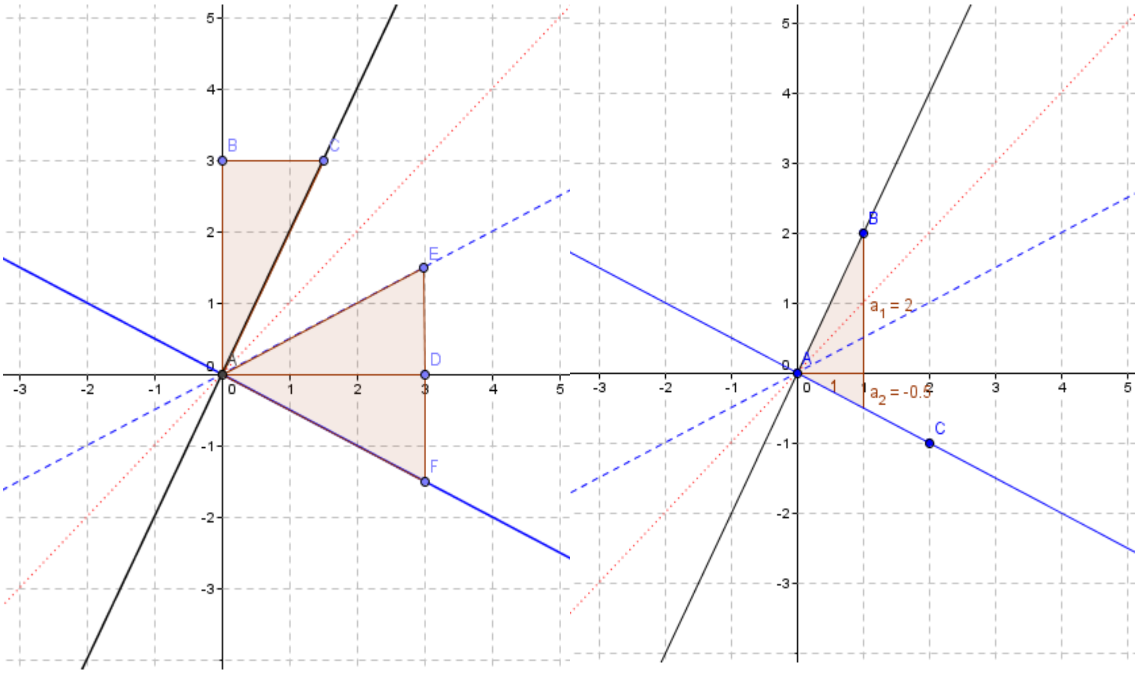
3.4.5 Condição de alinhamentos entre três pontos

A condição de alinhamento foi exemplificada com o segmento A(0,0), B(1,2) e C(2,4) e posteriormente com A(0,0), B(1,2) e C(2,8). Como era de se esperar, entender as condições necessárias para que três pontos se alinhem foi simples: bastava identificar se os coeficientes de inclinação eram iguais. O professor destacou que se os pontos não estão alinhados, é possível formar um triângulo. Então ele associou essa informação ao que eles haviam aprendido o ano passado: calcular área de figuras usando determinante. Quando julgou conveniente concluir essa associação, formalizou que construindo uma matriz A com os três pontos e calculando seu determinante, os pontos estariam alinhados se Det A = 0.

3.4.6 Coeficientes de inclinação de retas ortogonais

Para determinar a relação entre retas ortogonais os alunos precisaram repetir o processo algumas vezes. Como atividade, deveriam encontrar a reta que formaria um ângulo reto com $f(x)= x$, $f(x)= 2x$, $f(x)= 3x$, $f(x)= 4x$ e $f(x)= 5x$. Concluíram que as inclinações das retas teriam sinais opostos e que uma seria o inverso multiplicativo da outra, porém não sabiam dizer o por quê. Para formalizar este conceito, primeiramente o professor retomou conceitos como função e função inversa, ângulos complementares e simetria para, naquele momento, justificar que as observações dos alunos estavam corretas. O segundo passo foi mostrar que as inclinações destas retas formam triângulos semelhantes e, usando a proporcionalidade desta semelhança, definir que o produto entre os coeficientes é -1. Assim o conceito foi formalizado.

Figura 5 - Esquematização do raciocínio usado para definir a relação entre coeficientes de retas ortogonais.

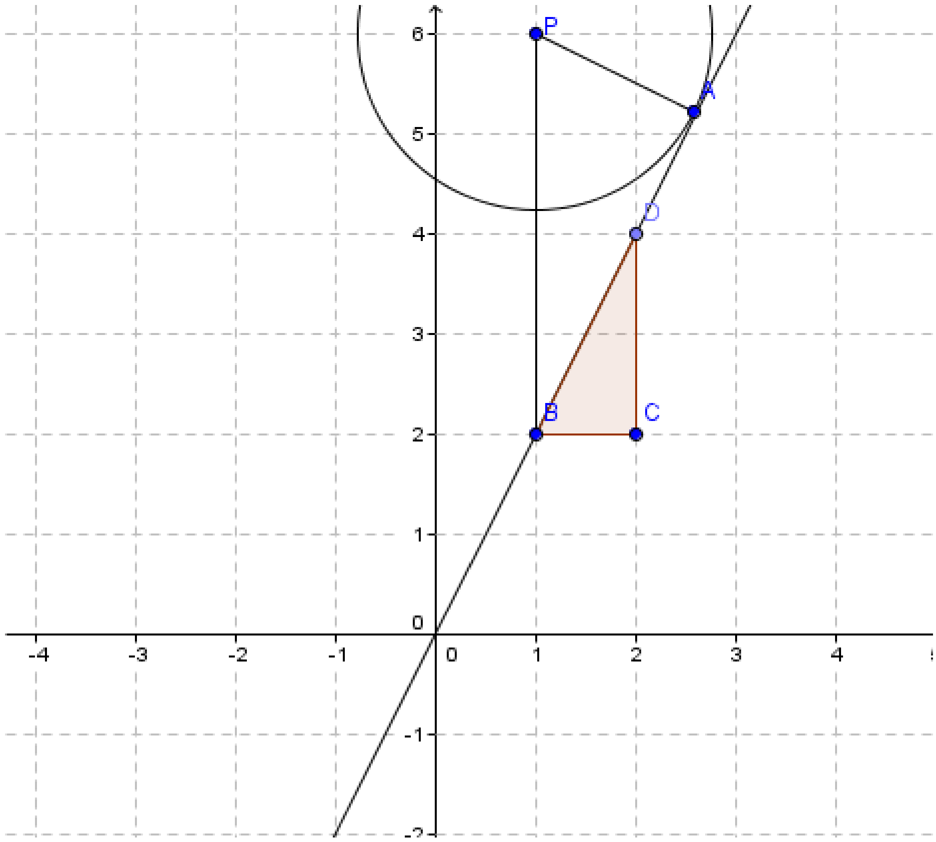


Fonte: <arquivo pessoal>

3.4.7 **Distância do ponto à reta**

O último tópico da Geometria analítica a ser investigado, segundo o primeiro volume do material do terceiro ano do Ensino médio, seria a distância de um ponto a reta. Para deduzir este conceito os alunos posicionaram-se formando a reta f(x)=2x. Posteriormente, os alunos escolheram o ponto P(2,6). Com a trena um aluno tentou medir qual seria a distância deste ponto a reta, observando que estes segmentos pareciam ortogonais, mas que ele não tinha certeza. Para sanar essa dúvida, o professor traçou um arco de circunferência no chão de modo que este tocou a reta f(x) = 2x somente em um ponto. Assim esse aluno pode ver que o segmento que ele definiu como reta coincidia como o ponto, pois qualquer outro segmento seria maior que o raio da circunferência desenhada e acabaria formando um triângulo retângulo. Após isso, o professor orientou para que eles observassem que o segmento de distância era um cateto e a variação das alturas yP - y (y = 2.xP) era a hipotenusa de um triângulo retângulo. Este ponto da reta foi usado também como vértice do triângulo retângulo que representa a variação unitária da reta após ser indicado que seria necessário usá-lo para resolver o problema.

Figura 6 - Esquematização usada para definir a distância do ponto P = (2,6) à reta y = 2x.



Fonte: <arquivo pessoal>

O intuito desta ação era justamente para que os alunos identificassem que os ângulos eram complementares e pudessem concluir que o uso da semelhança de triângulos seria uma maneira conveniente de definir a relação procurada. Já que a distância era o cateto adjacente ao maior ângulo, eles optaram em estabelecer a razão entre este cateto e a hipotenusa. Observaram que a hipotenusa do triângulo da variação unitária não estava definida e resolveram este problema, após algumas dicas, usando o teorema de Pitágoras. Concluíram então que a distância estaria para a variação de y à mesma proporção que 1 estaria para a raiz quadrada da soma de 1 ao quadrado da inclinação. Com esta relação montada, calcularam usando os valores da situação inicial e confirmaram o bom funcionamento da fórmula ao notarem que a medida dada pela trena e por ela eram iguais.

Terminado a esta investigação, os alunos estavam prontos para entrar na última etapa deste projeto.

3.5 **A aplicação**

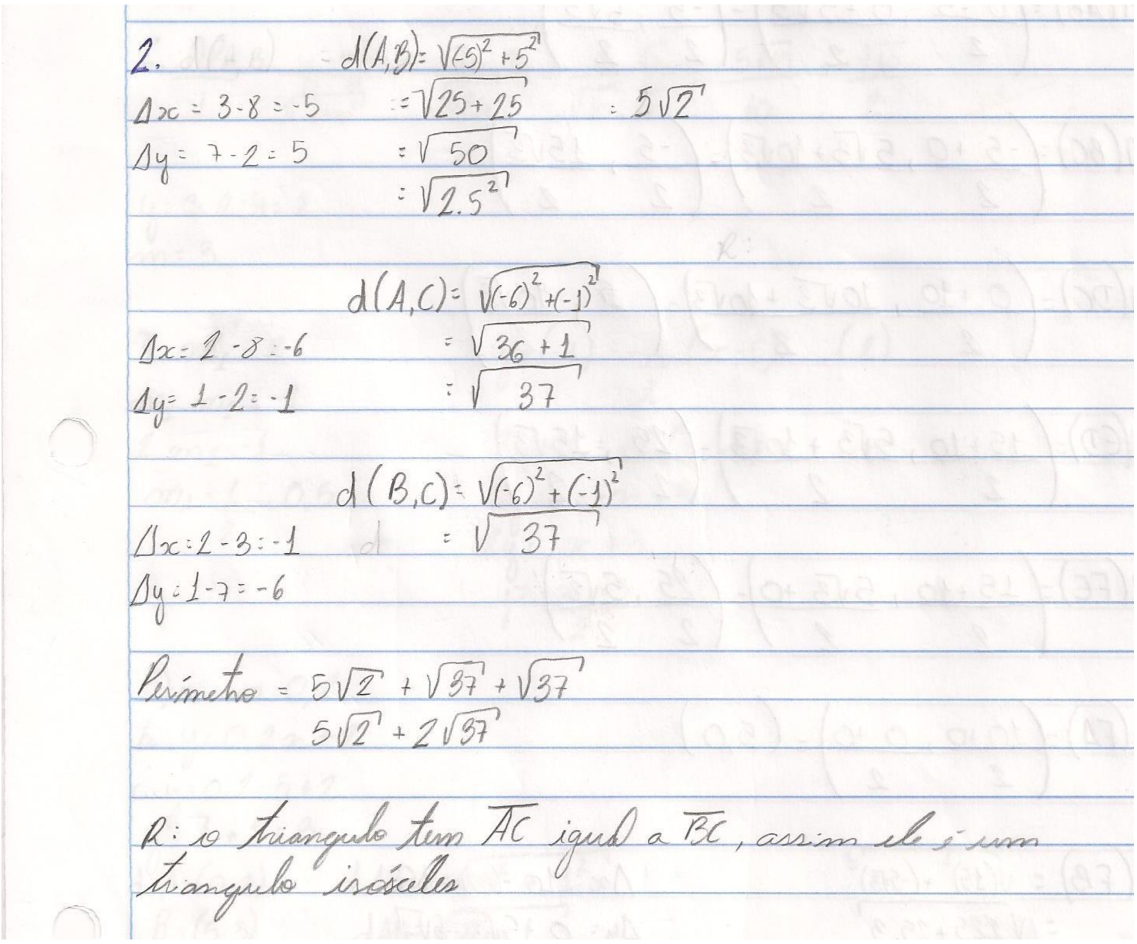
A aula seguinte iniciou-se com um debate sobre o que os alunos tinham aprendido nos dias anteriores, o que eles acharam, se existiam dúvidas, se saberiam diferenciar quando usar cada conceito, entre outras questões.

Muitos se mostraram entusiasmados, pois alegavam ter compreendido todos os conteúdos e que a atividade sobre a malha mostrou bem a situação que necessitava de cada um. Outros possuíam algumas dúvidas, mas disseram que aprenderam bastante. Um aluno declarou que foi graças a esta atividade que ele entendeu e passou a aceitar como funciona a representação do plano cartesiano.

Repentinamente surgiu como tema o uso da Geometria Analítica em si. Dentre muitos elogios e poucas críticas, a classe chegou à conclusão que é possível tratar um objeto qualquer como um corpo geométrico no plano cartesiano. Notaram que pesquisar suas propriedades deste modo, na maioria das vezes, seria mais conveniente que ter que manuseá-lo.

Aproveitando o ânimo da classe, uma lista com 12 exercícios foi entregue para a resolução. Estes eram situações problemas que envolviam os tópicos estudados. A seguir, alguns exercícios corretos, outros com erros leves e, por último, alguns erros graves:

Figura 7 - Exercício 2. Resolvido corretamente.



2.

$\Delta x = 3 - 8 = -5$

$\Delta y = 7 - 2 = 5$

$d(A,B) = \sqrt{(-5)^2 + 5^2} = \sqrt{25+25} = \sqrt{50} = \sqrt{2.5^2} = 5\sqrt{2}$

$d(A,C) = \sqrt{(-6)^2 + (-1)^2} = \sqrt{36+1} = \sqrt{37}$

$\Delta x = 2 - 8 = -6$

$\Delta y = 1 - 2 = -1$

$d(B,C) = \sqrt{(-6)^2 + (-1)^2} = \sqrt{37}$

$\Delta x = 2 - 3 = -1$

$\Delta y = 1 - 7 = -6$

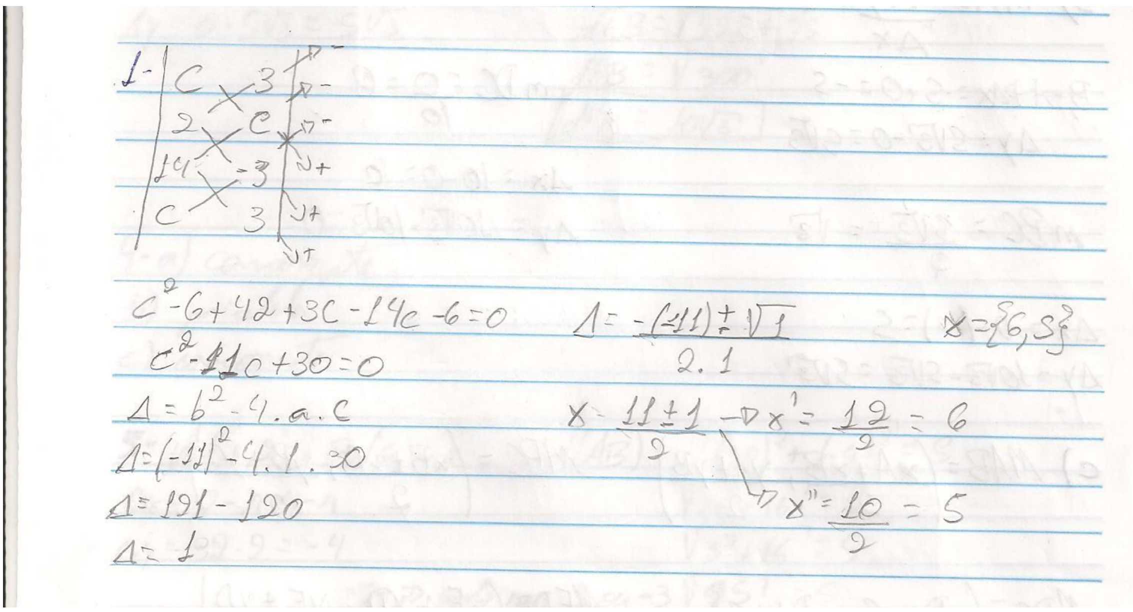
Perímetro $= 5\sqrt{2} + \sqrt{37} + \sqrt{37}$

$5\sqrt{2} + 2\sqrt{37}$

R: o triangulo tem $\overline{AC}$ igual a $\overline{BC}$, assim ele é um triangulo isósceles

Fonte: <arquivo pessoal>

Figura 8 - Exercício 1. Resolvido corretamente.



1-

$c^2 - 6 + 42 + 3c - 14c - 6 = 0$

$c^2 - 11c + 30 = 0$

$\Delta = b^2 - 4.a.c$

$\Delta = (-11)^2 - 4.1.30$

$\Delta = 121 - 120$

$\Delta = 1$

$\Delta = \frac{-(-11) \pm \sqrt{1}}{2.1}$

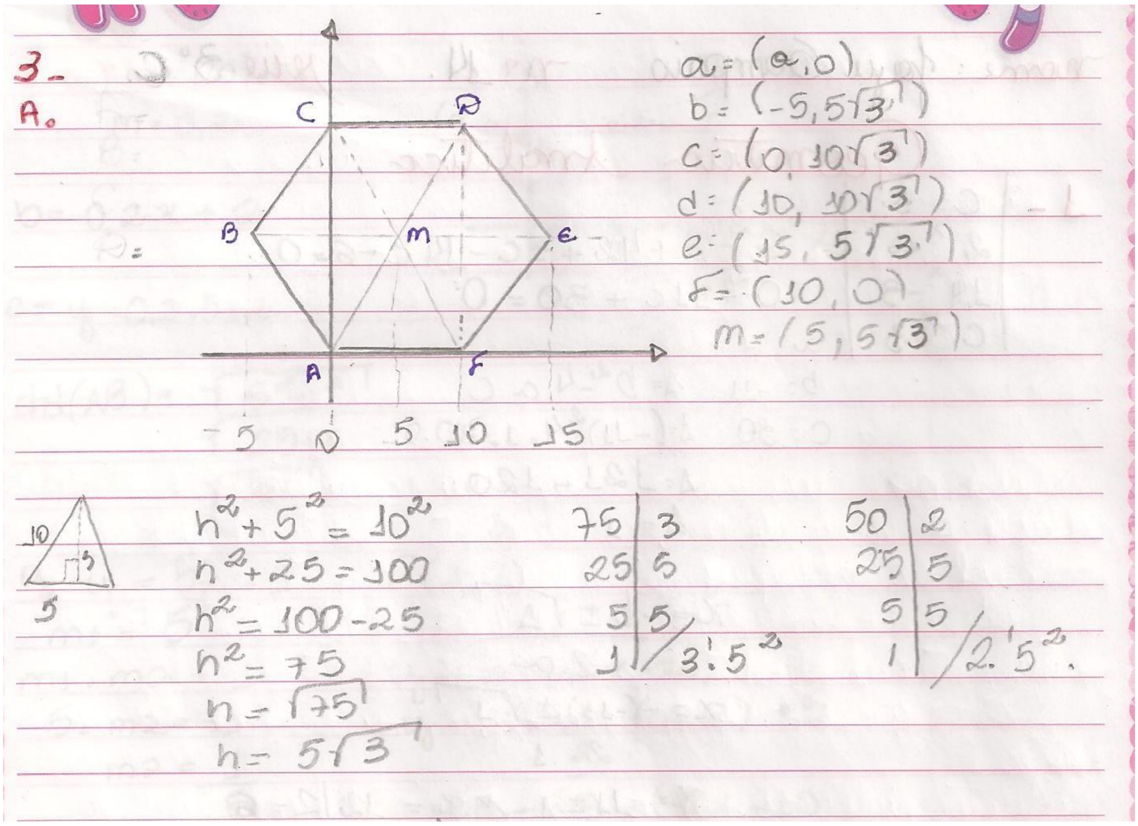
$x = \frac{11 \pm 1}{2} \rightarrow x' = \frac{12}{2} = 6$

$x'' = \frac{10}{2} = 5$

$x = \{6, 5\}$

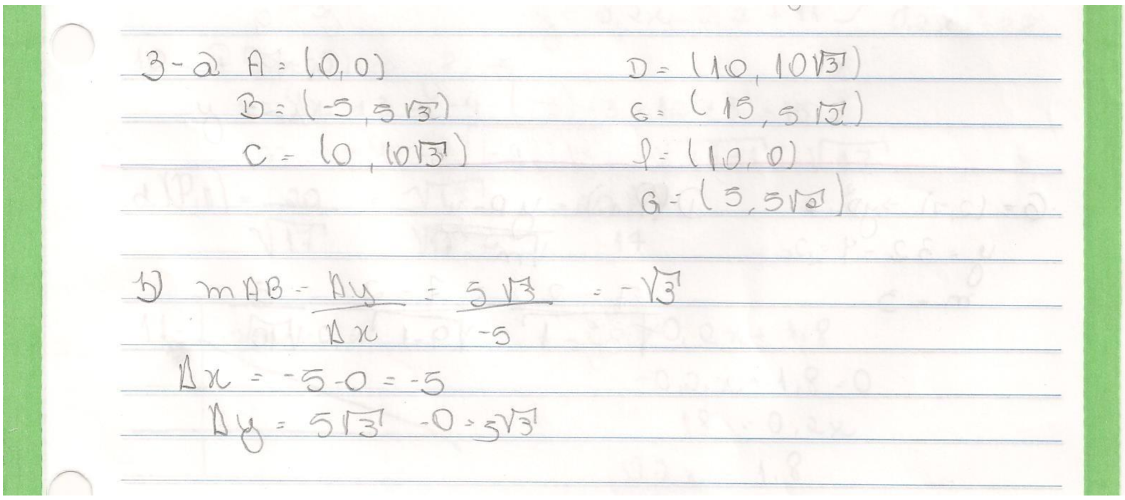
Fonte: <arquivo pessoal>

Figura 9 - Exercício 3, item a). Correto.



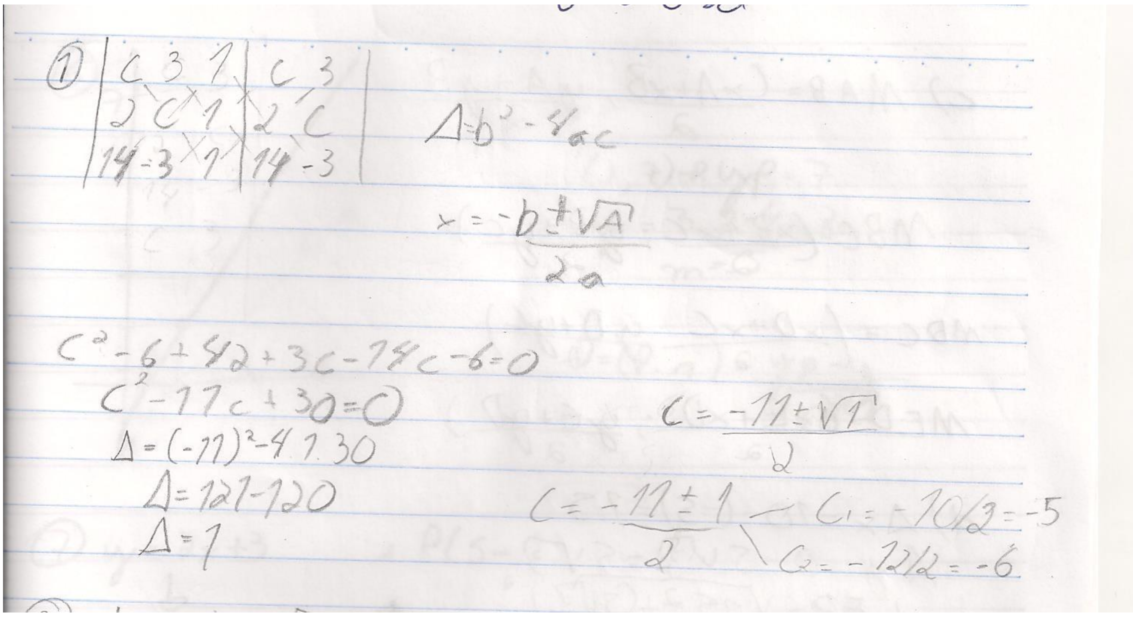
Fonte: <arquivo pessoal>

Figura 10 - Exercício 3, itens a) e b). Corretos.



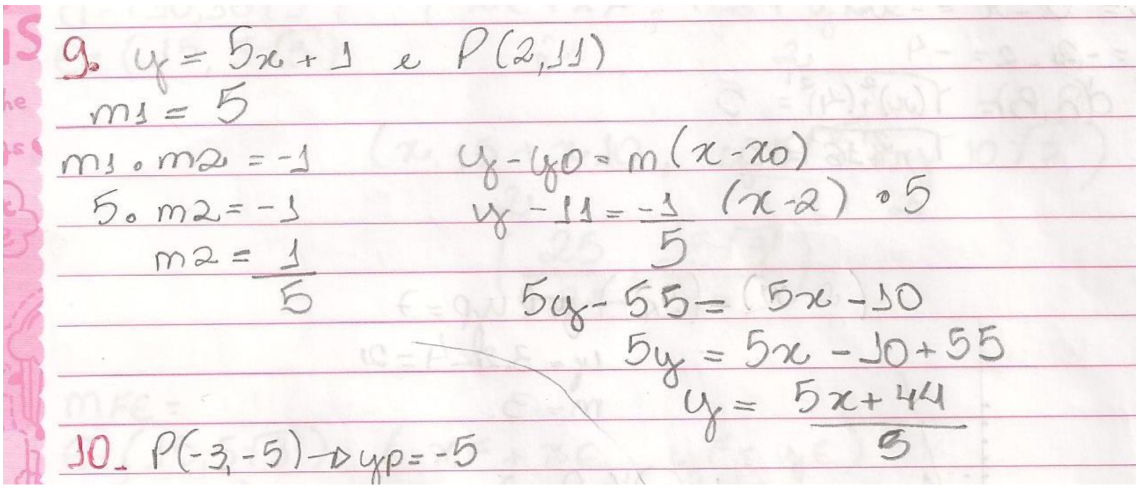
Fonte: <arquivo pessoal>

Figura 11 - Exercício 1 com erro de sinal.



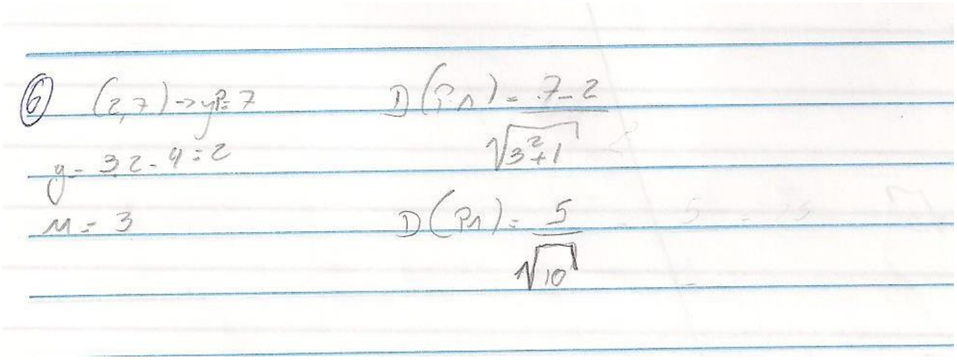
Fonte: <arquivo pessoal>

Figura 12 - Exercício 9. Correto.



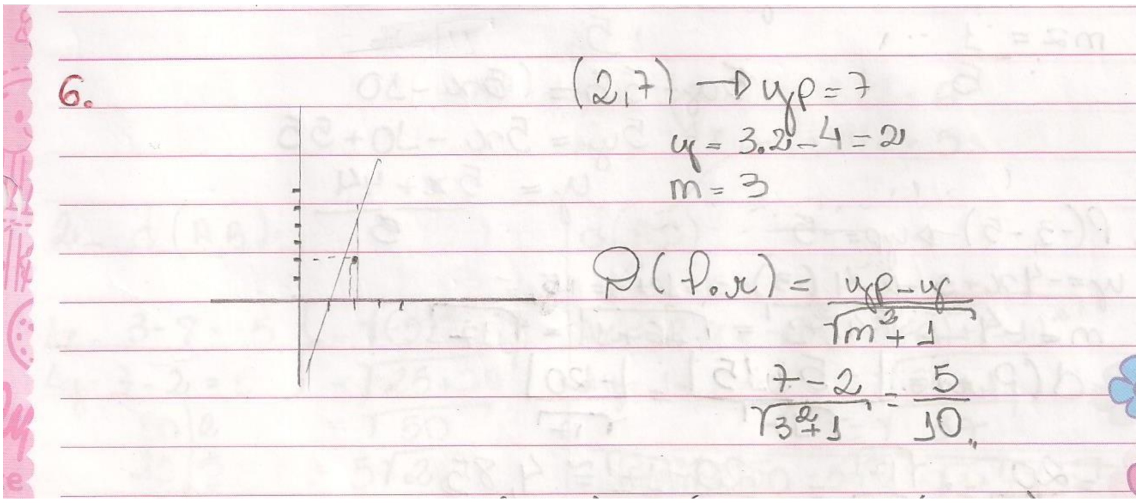
Fonte: <arquivo pessoal>

Figura 13 - Exercício 6. Correto.



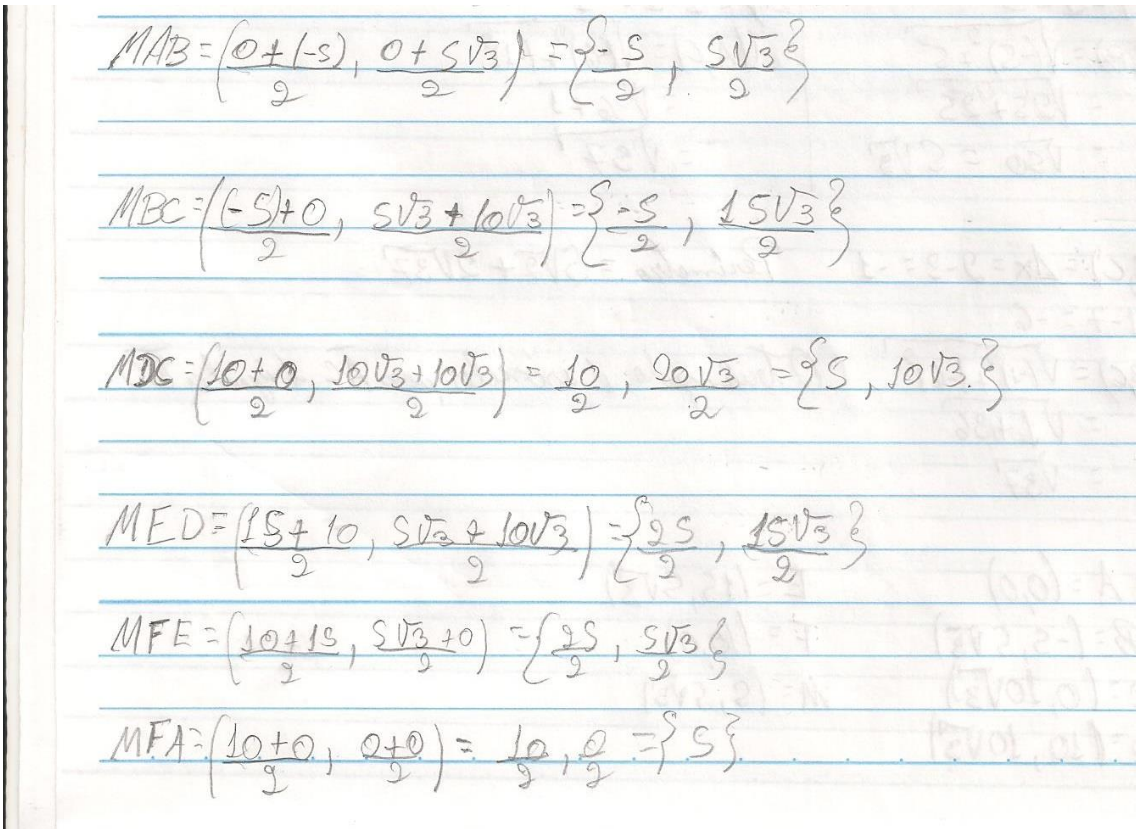
Fonte: <arquivo pessoal>

Figura 14 - Exercício 6. Raiz omitida na resposta final.



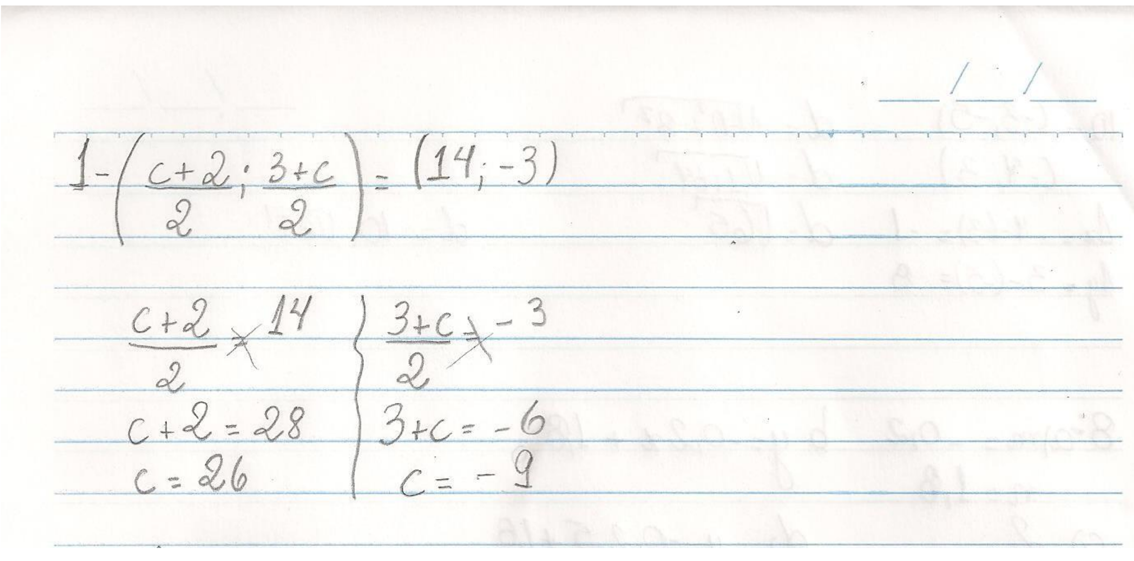
Fonte: <arquivo pessoal>

Figura 15 - Exercício 3, item d). A ordenada foi omitida da resposta.



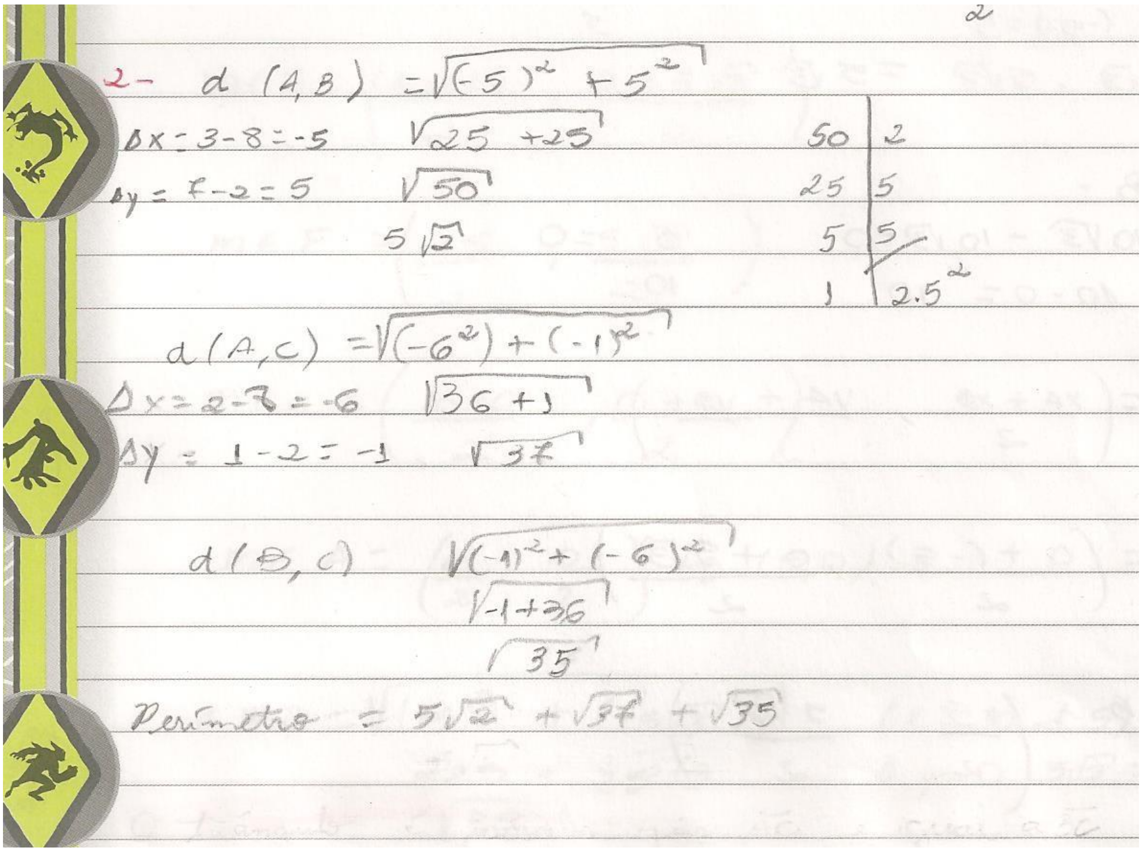
Fonte: <arquivo pessoal>

Figura 16 - Exercício 1. Conceito errado.



Fonte: <arquivo pessoal>

Figura 17 - Exercício 2. Erro de cálculo na potência, no perímetro e na observação final.



2- $d(A,B) = \sqrt{(-5)^2 + 5^2}$

$\Delta x = 3-8 = -5 \qquad \sqrt{25+25}$

$\Delta y = 7-2 = 5 \qquad \sqrt{50}$

$5\sqrt{2}$

$$\begin{array}{r|l} 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & 2.5^2 \end{array}$$

$d(A,C) = \sqrt{(-6^2) + (-1)^2}$

$\Delta x = 2-8 = -6 \qquad \sqrt{36+1}$

$\Delta y = 1-2 = -1 \qquad \sqrt{37}$

$d(B,C) \quad \sqrt{(-1)^2 + (-6)^2}$

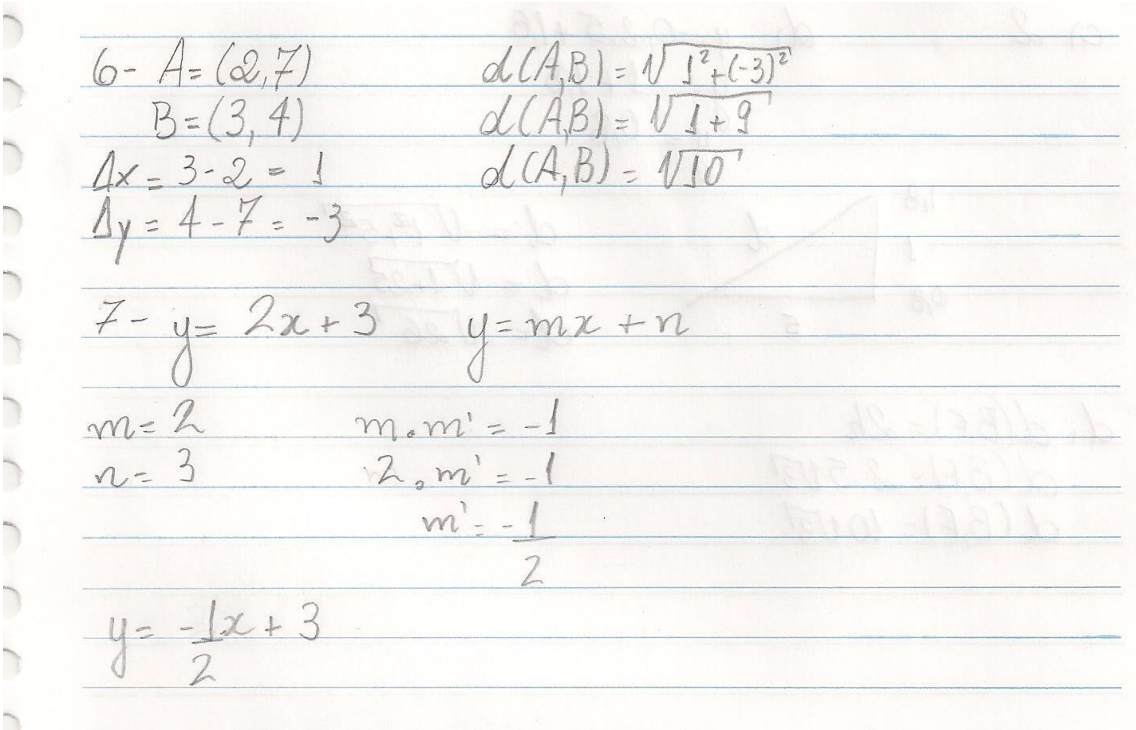
$\sqrt{-1+36}$

$\sqrt{35}$

Perímetro $= 5\sqrt{2} + \sqrt{37} + \sqrt{35}$

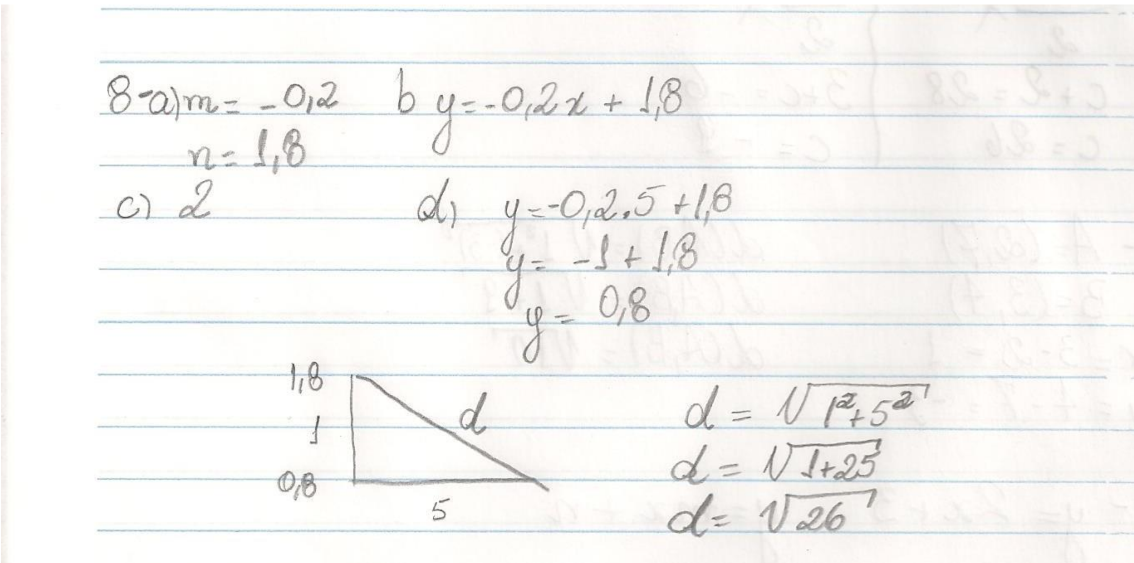
Fonte: <arquivo pessoal>

Figura 18 - Exercício 7 e 8. Erros de conceito.



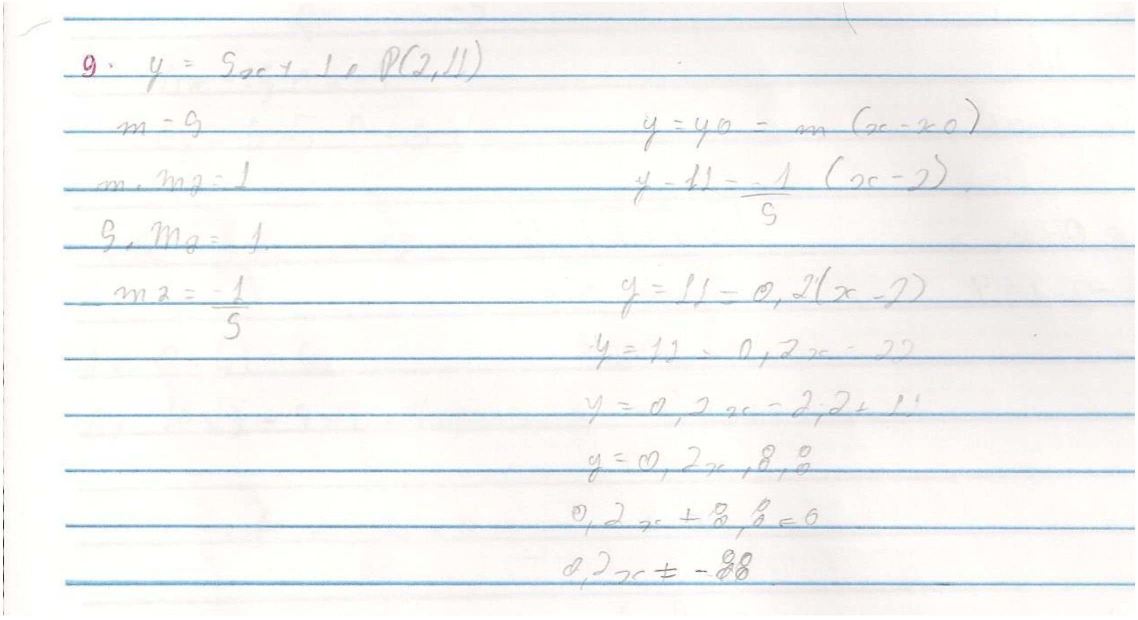
Fonte: <arquivo pessoal>

Figura 19 - Exercício 8. Interpretação errônea comprometeu toda a resolução.



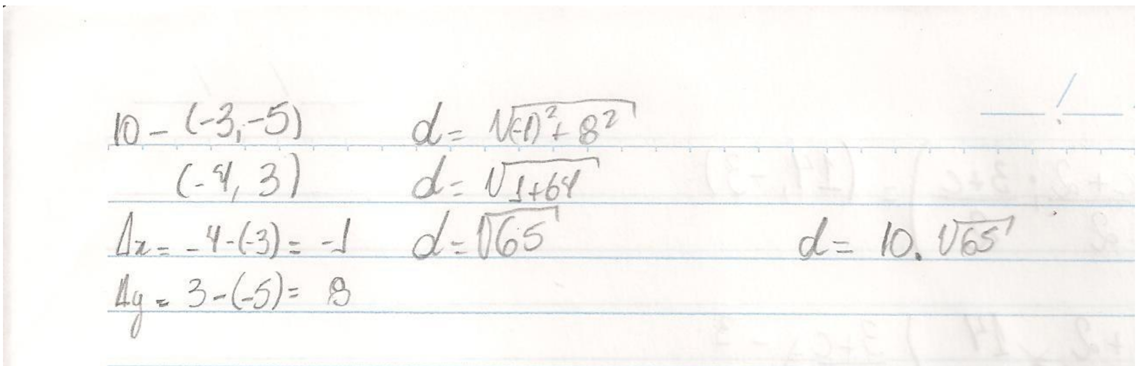
Fonte: <arquivo pessoal>

Figura 20 - Exercício 9. Erro de cálculo.



Fonte: <arquivo pessoal>

Figura 21 - Exercício 10. Erro de conceito.



Fonte: <arquivo pessoal>

Após analisar e tabular os dados obtidos após a correção da lista de exercícios foi possível observar o desempenho dos alunos. É importante frisar que o uso de números naturais na etapa anterior teve o intuito de facilitar a compreensão dos alunos nas relações matemáticas usadas em cada situação. Ficou evidenciado, após certa formalização, que as relações eram válidas para todos os números que eles imaginassem, tanto que na resolução da lista eles se depararam com outros conjuntos numéricos.

Para a análise, foram usadas três classificações em relação à competência/habilidade necessária à realização de cada exercício: atingiu integralmente (nenhum erro), atingiu parcialmente (erro mínimo) e não atingiu (erro grave ou uso de conceito inadequado). Para uma melhor observação segue em anexo algumas resoluções extraídas do material coletado. Observemos os dados a seguir:

Figura 22 - Desempenho na resolução da lista de exercícios.

DESEMPENHO NA RESOLUÇÃO DA LISTA DE EXERCÍCIOS						
QUESTÃO	**INTEGRAL**	**%**	**PARCIAL**	**%**	**NÃO ATINGIU**	**%**
1	20	80%	4	16%	1	4%
2	18	72%	3	12%	4	16%
3	15	60%	7	28%	3	12%
4	25	100%	0	0%	0	0%
5	22	88%	2	8%	1	4%
6	20	80%	4	16%	1	4%
7	21	84%	2	8%	2	8%
8	17	68%	6	24%	2	8%
9	19	76%	3	12%	3	12%
10	16	64%	4	16%	5	20%
11	20	80%	3	12%	2	8%
12	23	92%	1	4%	1	4%

Fonte: <arquivo pessoal>

Outra observação importante a ser feita são os dados referentes ao desempenho bimestral do aluno, aonde podemos notar um rendimento percentual considerado muito bom. Para esta classificação, usaremos a média final do bimestre:

Figura 23 - Rendimento bimestral 3º C.

RENDIMENTO BIMESTRAL 3º C		
NOTA	**F.A.**	**F.R.**
10	8	32
9	2	8
8	5	20
7	4	16
6	2	8
5	3	12
4	1	4
3	0	0
2	0	0
1	0	0
0	0	0
TOTAL	25	100

Após o término e a correção dos exercícios, notaram-se alguns erros por desatenção, mas todos os alunos que participaram integralmente das atividades compreendiam e entendiam seus erros ou os erros dos colegas. Esta última etapa foi realizada, entre debate e correção, três aulas.

CAPÍTULO 4

CONCLUSÃO

Esta atividade teve por objetivo minimizar as dificuldades apresentadas pelos alunos ao aprenderem os conceitos de Geometria Analítica apresentados pelo material pedagógico do Ensino Médio estadual. Para esta turma pode-se observar que o planejamento da atividade atingiu suas metas estipuladas.

Adaptar o jogo de Batalha Naval para o uso pedagógico foi fundamental para o envolvimento dos discentes nas atividades posteriores. Por ser uma atividade não corriqueira no âmbito escolar fez com que o interesse dos alunos em geral aumentasse o que garantiu o envolvimento de todos. A disputa entre os times e a cooperação entre os integrantes foram outros aspectos positivos que permitiram desenvolver outras etapas.

A familiarização do plano cartesiano ortogonal teve o intuito de precaver os problemas que as variações Δx e Δy causariam posteriormente. Muitos alunos se perdem por não observarem o significado geométrico da variação Δ, principalmente quando esta envolve outros quadrantes além do primeiro. Esta atividade mostrou aos alunos quais as necessidades que definiram os dois eixos do plano como numéricos.

Por fim, permitir que o aluno observasse as relações usadas em uma realidade aumentada trouxe alguns benefícios. Primeiramente, ao possuir um ponto de vista diferenciado, cada indivíduo pode observar os elementos que geram um conceito. Diferente de um simulador virtual, onde ele apenas observa o que acontece, o uso da malha o obriga a tomar decisões para que algo aconteça, ou seja, não é possível apenas observar os passos, é necessário observar e recriá-los. Entender que o uso da Geometria Analítica permite explorar objetos sem, necessariamente, manuseá-los elimina o incômodo comum na Matemática de se aprender conteúdos que, aparentemente, não tem utilidade prática.

A aplicação dos conhecimentos adquiridos na resolução dos exercícios apresentou resultados positivos, pois os alunos não estavam apenas reproduzindo fórmulas e substituindo valores. A grande maioria dos alunos apresentaram uma autonomia e um desprendimento do uso de fórmulas incomum para o conteúdo. Referiam-se às operações como Teorema de Pitágoras, média aritmética e semelhança de triângulos, mostrando o domínio sobre cada situação.

Finalizando, esta sequência didática, aplicada em nove aulas, mostrou-se muito útil para favorecer a aprendizagem dos alunos da série descrita. Mesmo sendo um conjunto atípico em relação à realidade do Ensino Médio, a possibilidade de sua realização atingir seu principal objetivo, amenizar as dificuldades de compreensão e aprendizagem dos conceitos de Geometria Analítica, é muito alta.

REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, Irene de. Metodologia da Matemática. Rio de Janeiro. Ed: Conquista, 1953.

ALVES, G. S. & SOARES, A. B.. Geometria Dinâmica: um Estudo de seus Recursos, Potencialidades e Limitações Através do Software Tabulae. Anais do IX Workshop em Informática na Escola – WIE, 2003.

AMORIM, Marcus Guilherme de. Batalha Naval. Disponível em: http://zamorim.com/jogos/papel/batalha-naval-regras.html. Acesso em Jan. 2013.

BARBOSA, Paula Márcia. O Estudo da Geometria. Revista Benjamin Constant, Rio de Janeiro, nº 25, 2003.

BRASIL. MEC. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática – Ensino Médio. Brasilia: MEC, 1999.

CEMIM, Kelen Luzia. Ensino de Combinatória: Problemas de Divisão, Teoria de Vergnaud e Metodologia da Engenharia Didática. Trabalho de Conclusão de Curso, Porto Alegre, 2008. Disponível em: http://euler.mat.ufrgs.br/~comgradmat/tccs/monos_0802/TCC_Kelen.pdf. Acesso em: Ago. 2013.

COSTA, P. R. G. & MORAES, M. G.. Brincando de Batalha Naval, Aprendendo Trigonometria e "Teclando" no Msn. III EDIPE – Encontro Estadual de Didática e Prática de Ensino, 2009.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Considerações sobre o Ensino Atual da Matemática. Anais do 2º Congresso Nacional de Ensino da Matemática. Porto Alegre, 1957, pp. 373 - 378.

DIAS, S. P. & RAMOS, M. A. B. Uma Experiência com o Jogo Batalha Naval no Ensino da Matemática. Anais do 1º Encontro Nacional do PIBID-Matemática, 2012.

FIORENTINI, D. & MIORIM, M. A. Uma Reflexão sobre o uso de Materiais Concretos e Jogos no Ensino da Matemática. Boletim Sbem-SP. Ano 4, nº 7,1993.

GARDNER, Howard. Inteligencias múltiples: la teoria em la pratica. Barcelona: Paidós Ibérica, 2005.

GRAVINA, Maria Alice. Geometria Dinâmica: uma Nova Abordagem para o Estudo da Geometria. Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, p.1-13, Belo Horizonte, 1996.

KNIJNIK, G. & SILVA, F. B. S. “O Problema são as Fórmulas”: um Estudo Sobre os Sentidos Atribuídos à Dificuldade em Aprender Matemática. Cadernos de Educação. Pelotas, 2008, pp. 63 - 78.

LIMA, A.J.R. & HAGUENAUER, C. J. & CUNHA, G. G.. A realidade Aumentada no Ensino da Geometria Descritiva. Curitiba, 2007.

LIMA, A.J.R. & HAGUENAUER, C. J. O Uso da realidade Aumentada no Ensino da Geometria Descritiva. In III Workshop de Realidade Aumentada. Rio de Janeiro, 2006.

LIMA, Elon Lages de. Geometria Analítica e Álgebra Linear. IMPA, Rio de Janeiro, 2008.

LOUREIRO, Cristina. Que Formação Matemática para os Professores do 1º Ciclo e para os Educadores de Infância?. Disponível em: www.spiem.pt. Acesso em Fev. 2013

MARIOTTI, M. A. Introduction to Proof: the Mediation of a Dynamic Software Environment. Educational Estudies in Mathematics, v.44, 2000.

MORATORI, Patrick Barbosa. Por que utilizar jogos educativos no processo de ensino aprendizagem? Trabalho de conclusão de curso, Rio de Janeiro, 2003.

MORELATTI, M. R. M. & SOUZA, L. H. G. Aprendizagem de Conceitos Geométricos pelo Futuro Professor das Séries Iniciais do Ensino Fundamental e as Novas Tecnologias. Educar, n. 28, p. 263-275, Ed: UFPR Curitiba, 2006.

ORTEGA, Rodrigo. Como Surgiu o Jogo Batalha Naval. Disponível em: http://mundoestranho.abril.com.br/materia/como-surgiu-o-jogo-batalha-naval. Acesso em Jan. 2013.

RICHIT, Adriana. Projetos em Geometria Analítica Usando Software de Geometria Dinâmica: Repensando a Formação Inicial Docente em Matemática. Trabalho de Conclusão de Curso. Rio Claro, 2005.

SÃO PAULO, Secretaria Estadual de Educação. Caderno do Aluno, 3ª Série, Volume 1. São Paulo, 2013.

SCHEIDE, Tereza de Jesus Ferreira. O Ensino e a Aprendizagem de Matemática nas Séries Iniciais de Escolarização. Disponível em: www.sbem.com.br. Acesso em: Jan. 2013.

VARGAS, Dênis Emanuel da Costa. Explorando os Conceitos de Geometria Analítica e Funções via Resolução de Problemas: o Caso dos

Problemas de Otimização. Disponível em: www.sbem.com.br. Acesso em Jan. 2013.

WALKERDINE, Valerie. O Raciocínio em Tempos Pós-Modernos. Educação e Realidade, Porto Alegre, v.20, n.2, 1995. p. 207 - 226.

WITTGENSTEIN, Ludwig. *Investigações filosóficas*. 3.ed. Petrópolis: Vozes, 2004.

VILLIERS, Michael de. To Teach Definitions in Geometry or Teach to Define? (1998) Disponível em: http://mzone.mweb.co.za/residents/profmd/define.htm. Acessado em Fev. 2013.

VILLIERS, Michael de. Para uma Compreensão dos Diferentes Papéis da Demonstração em Geometria Dinâmica. (2001) Disponível em: http://mzone.mweb.co.za/residents/profmd/profmat2.pdf. Acesso em Fev. 2013.

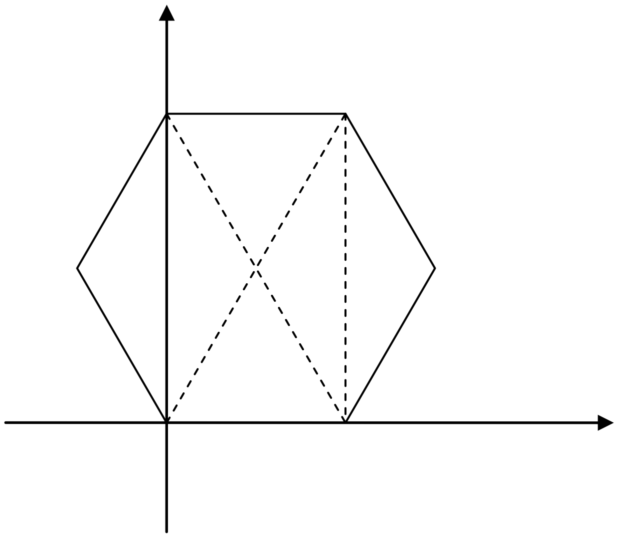
ZULATTO, Rúbia Barcelos Amaral. Professores de Matemática que Utilizam Softwares de Geometria Dinâmica: suas Características e suas Perspectivas. Trabalho de conclusão de curso- Rio Claro, 2002.

APÊNDICE A – LISTA DE EXERCÍCIOS USADA PARA CONCLUIR A ATIVIDADE

1- Quais são os possíveis valores de c para que os pontos (c,3), (2,c) e (14,-3) sejam colineares?

2- O triângulo de vértices A (8,2), B (3,7) e C (2,1) é isósceles? Determine seu perímetro.

3- Tendo um hexágono regular ABCDEF com centro M, como mostrado a seguir, e com cada lado medindo 10 unidades de comprimento. Determine:



a) As coordenadas A, B, C, D, E, F e M:
b) As inclinações dos segmentos AB, BC, e DC;
c) As coordenadas do ponto médio dos segmentos AB, BC, DC, ED, FE e FA;
d) A distância de F até B.

4- Identifique se as retas a seguir são paralelas ou concorrentes:
a) y = 3x - 1 e y = - 3x + 1;
b) y = 2x e y = 2x – 2;
c) y= 6x + 3 e y = 5x + 3;

5- (UFF) Determine o(s) valor(es) que r deve assumir para que o ponto (r,2) diste cinco unidades do ponto (0,-2).

6- Qual a distância do ponto A(2,7) à equação de reta y = 3x – 4?

7- Defina a reta que é ortogonal à y = 2x +3 e passa pelo ponto P(5,-1).

8- Ao analisar uma planta, um pedreiro observa que o telhado de uma área inicia na altura de 2 m do solo tendo sua “caída” de 20%. Esta área possui 5 m de largura até atingir a parede da casa. Determine:

a) O coeficiente de inclinação deste telhado
b) A equação de reta que define a altura do telhado em função da distância;
c) A maior altura do telhado.
d) Qual deve ser o comprimento mínimo das vigas que sustentarão esse telhado.

9- Um GPS mostra em sua tela para um motorista que ele se encontra na rua definida pela equação y = 5x +1. Ao chegar no cruzamento de ruas definido pelo ponto P (2,11), o GPS emite o seguinte sinal sonoro: “dobre a direta”. Supondo que as ruas são ortogonais, qual é a equação de reta que define a nova direção deste motorista?

10-Um náufrago é captado por um satélite. Ele se encontra na posição P (-3,-5) e está próximo de uma praia que pode ser delimitada pelas equação de reta y = - 4x + 3. Qual a distância mínima que ele deve nadar para se salvar já que cada unidade de distância do mapa equivale a 10 m?

11-Uma escola possui um lance de escada de 1,8 m. Para se tornar apta à receber alunos com necessidades especiais é necessário construir uma rampa com declividade de 0,2 m para cada metro avançado. Considerando que o ponto mais alto da escada está sobre o eixo das ordenadas e que a rampa seja construída em linha reta, quais seriam os comprimentos da rampa e do seu comprimento horizontal?

12- Pedras preciosas devem ter uma lapidação impecável para que suas faces sejam planas. Um especialista quando analisa uma pedra, observa-a de tal modo que observa a face como um segmento. Assim basta localizar, em uma malha quadriculada específica, os pontos que definem os vértices e a posição média da face para calcular o alinhamento. Este especialista observa os vértices com A (-14,3) e B (-2,9) e posição média com M (-8,5). Esta face será aprovada por esse especialista? Caso não seja, qual deveria ser a posição correta de M?