

Rayra Brandão de Lima

**Logística de distribuição com restrições de  
reabastecimento: um estudo de caso em  
uma empresa de laticínios**

São Carlos - SP

2015

Rayra Brandão de Lima

**Logística de distribuição com restrições de  
reabastecimento: um estudo de caso em uma empresa  
de laticínios**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Departamento de Engenharia de Produção da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Universidade Federal de São Carlos  
Departamento de Engenharia de Produção  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção

Orientadora: Vitória Pureza

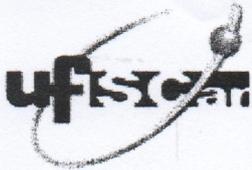
São Carlos - SP  
2015

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da Biblioteca Comunitária UFSCar  
Processamento Técnico  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

L7321 Lima, Rayra Brandão de  
Logística de distribuição com restrições de reabastecimento : um estudo de caso em uma empresa de laticínios / Rayra Brandão de Lima. -- São Carlos : UFSCar, 2016.  
75 p.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2015.

1. Industria de laticínios. 2. Roteamento de veículos. 3. Localização de facilidades. 4. Reabastecimento. 5. Otimização combinatória. I. Título.



## UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção

---

### Folha de Aprovação

---

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado da candidata Rayra Brandão de Lima, realizada em 14/12/2015:

*Vitoria Pureza*

---

Profa. Dra. Vitoria Maria Miranda Pureza  
UFSCar

*Pedro Augusto Munari Junior*

---

Prof. Dr. Pedro Augusto Munari Junior  
UFSCar

*M. A. Musetti*

---

Prof. Dr. Marcel Andreotti Musetti  
USP

# Agradecimentos

Primeiramente gostaria de agradecer aos meus familiares. À minha Mãe, Prof. Ms. Sandra Brandão, que sempre foi uma inspiração na minha vida, me ensinando sobre perseverança e que sempre temos que tentar explorar todo o nosso potencial.

Ao meu Pai, Ronaldo Lima, que sempre cuidou de mim com tudo o que lhe era possível, me ensinando sobre a arte da paciência e da calma diante situações adversas.

À minha irmã, Many Rabel, que sempre ao meu lado como melhor amiga, escudeira e companheira.

À minha tia, Terezinha Brandão, que mesmo distante sempre esteve na torcida, comemorando cada conquista na minha vida acadêmica. E a todos os meus familiares distantes em Boa Vista que sempre acreditaram no meu potencial.

À Aline Veríssimo, que me fez companhia todos os dias mesmo a 2.500 Km de distância. Que sempre acreditou no meu potencial, mesmo quando eu mesma não acreditava. Me dando incentivos e força para continuar esse meu percurso acadêmico.

À minha orientadora, Prof. Dra. Vitória Pureza, que comprou a ideia do meu projeto desde o início, trabalhou ativamente no desenvolvimento dos modelos e da heurística ao meu lado, e sempre me orientando da forma mais didática possível.

Agradeço também a todos os professores do DEP que fizeram parte da minha formação acadêmica, fornecendo as bases científicas para o desenvolvimento do meu projeto final.

Ainda sou muito agradecida a todos os meus colegas do Grupo GPO da UFSCAR, os quais me fizeram companhia durante esses anos em São Carlos, me ensinaram a utilizar os softwares essenciais para o desenvolvimento da minha pesquisa.

Também à empresa deste estudo de caso, representada pela Ana Letícia Stelmastchuk, a qual gentilmente cedeu os dados e forneceu informações relevantes para compreensão do seu sistema de distribuição.

E por fim à FAPESP, pela concessão da bolsa de mestrado (Processo nº 14/10330-0).

# Resumo

O mercado brasileiro de laticínios é altamente competitivo, sendo ainda dominado por multinacionais. Desta forma, é indispensável que as empresas nacionais invistam na eficiência operacional de forma a concorrer satisfatoriamente neste mercado. À vista disso, o foco desta pesquisa é uma pequena empresa de laticínios do Estado do Pará, cujo o sistema de distribuição a pontos de venda possui a particularidade de necessitar de paradas periódicas para recarga da bateria. Ainda, esse sistema tem como característica múltiplos períodos e múltiplas janelas de tempo. Nota-se que o levantamento bibliográfico realizado não apontou nenhuma metodologia diretamente aplicável para solução da aplicação real tratada. Portanto, objetivando provar soluções mais efetivas que as correntemente aplicadas na prática, foi desenvolvido um modelo linear inteiro misto para descrever (e resolver) o problema como um problema de roteamento de veículos com restrições janela de tempo, multi-períodos e paradas periódicas para recarga. Os resultados mostraram que o modelo proposto descreve adequadamente o processo distribuição da empresa, e as soluções obtidas são melhores que as praticadas atualmente. Além disso, verificou-se que o modelo tem um desempenho satisfatório em até 3600 segundos de processamento para instâncias de até 40 clientes, 1 veículo e até 2 postos de recarga. Com vistas ao tratamento de problemas de maior porte, foi desenvolvida uma heurística de programação matemática do tipo *Relax-and-Fix* para resolução do modelo. Também foi testada a adaptação de um modelo similar presente na literatura, visando analisar se a relaxação de algumas restrições impacta positivamente na qualidade das soluções. Finalmente, é proposto um modelo de localização-distribuição de postos de recarga, de forma a se examinar se a inclusão de novos postos produz melhorias significativas nas soluções atuais.

**Palavras-chave:** Indústria de Laticínios, Roteamento de veículos, Localização de Facilidades, Reabastecimento, Recarga de bateria, Otimização combinatória, Programação matemática, *Relax-and-Fix*

# Abstract

The Brazilian market for dairy products is highly competitive and is still dominated by multinationals. Thus, it's essential that the national companies to invest in operational efficiency in order to compete successfully. Therefore, this research focuses in a small dairy company of the state of Pará, whose distribution system requires periodic stops for battery recharging. Moreover, the system is characterized by multiple periods and multiple time windows. To our knowledge, so far the literature hasn't presented a directly applicable methodology for the treatment of the application with similar characteristics. Therefore, aiming to provide more effective solutions than the ones in practice, a mixed integer linear model was developed to describe (and solve) the problem as a vehicle routing problem with time window constraints, multi-period and periodic stops for recharging. The results showed that the model adequately describes the distribution of the company, and the obtained solutions are better than those currently practiced. Furthermore, the model shows good performance within 3600 seconds of computational time for instances of 40 customers, 1 vehicle and 1 and 2 recharging stations. Aiming to tackle with larger examples, we developed a mathematical programming heuristic *Relax-and-Fix* to solve the model. It was also tested adapting a similar model present in the literature in order to analyze if the relaxation of some restrictions have a positive impact on the quality of the solutions. Finally, we propose a location-distribution model for recharging stations in order to examine whether the addition of new stations produce significant improvements in the solutions.

**Keywords:** Dairy Industry, Vehicle routing, Facility Location, Refueling, Battery Recharge, Combinatorial Optimization, Mathematical Programming, *Relax-and-Fix*

# Sumário

	<b>Sumário</b> . . . . .	<b>5</b>
<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> . . . . .	<b>1</b>
1.1	Escopo e Relevância do Trabalho . . . . .	2
1.2	Objeto e Metodologia . . . . .	3
1.3	Objetivos Específicos . . . . .	4
1.4	Organização do Texto . . . . .	4
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> . . . . .	<b>6</b>
2.1	O Problema de Roteamento de Veículos Ecológico . . . . .	6
2.2	O Problema de Roteamento de Veículos Elétricos com Janelas de Tempo . . . . .	8
2.3	O Problema de Roteamento de Veículos com Paradas Intermediárias . . . . .	9
2.4	O Problema de Roteamento de Veículos Ecológico com Recargas Parciais . . . . .	10
2.5	Resumo das variantes de problemas de roteamento com restrições de reabastecimento e do problema da empresa . . . . .	11
2.6	O Problema de Localização de Postos de Reabastecimento de Veículos Movidos a Combustíveis Alternativos . . . . .	12
2.7	O Problema de Localização-Distribuição . . . . .	15
<b>3</b>	<b>A LOGÍSTICA DE DISTRIBUIÇÃO DA EMPRESA</b> . . . . .	<b>17</b>
3.1	O processo de venda e distribuição . . . . .	17
3.2	O sequenciamento . . . . .	18
3.3	A frota . . . . .	19
3.4	Os clientes . . . . .	20
3.5	A distribuição . . . . .	20
3.6	Objetivos da empresa . . . . .	21
3.6.1	Planos de expansão . . . . .	21
3.7	Comentários finais . . . . .	22
<b>4</b>	<b>MODELAGEM MATEMÁTICA E ABORDAGEM DE SOLUÇÃO</b> . . . . .	<b>24</b>
4.1	Modelo de Roteamento com Tempo de Recarga Fixo . . . . .	24
4.1.1	Formulação Matemática . . . . .	25
4.1.2	Fixação de Variáveis . . . . .	29
4.1.3	Heurística <i>Relax and Fix</i> . . . . .	30

4.1.3.1	Estratégia <i>Relax and Fix</i> . . . . .	31
<b>4.2</b>	<b>Modelo com Recarga Parcial</b> . . . . .	<b>32</b>
4.2.1	Formulação Matemática . . . . .	33
4.2.2	Fixação de Variáveis . . . . .	38
<b>4.3</b>	<b>Modelo de Localização-Distribuição</b> . . . . .	<b>38</b>
4.3.1	Formulação Matemática . . . . .	38
4.3.2	Fixação de Variáveis . . . . .	40
<b>5</b>	<b>EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS COM OS MODELOS DE</b>	
	<b>ROTEAMENTO</b> . . . . .	<b>41</b>
<b>5.1</b>	<b>Estudo de Caso</b> . . . . .	<b>41</b>
5.1.1	Região de Tucuruí . . . . .	42
5.1.2	Região de Paragominas . . . . .	44
5.1.3	Região de Paragominas e Tucuruí . . . . .	46
5.1.3.1	Cenário 1 . . . . .	46
5.1.3.1.1	Soluções com 1 veículo vs soluções com 2 veículos . . . . .	47
5.1.3.2	Cenário 2 . . . . .	48
5.1.3.2.1	Soluções com Mercados Agregados vs Soluções com Mercados Individuais . . . . .	50
5.1.3.2.2	Soluções com Mercados Agregados vs solução da empresa . . . . .	52
5.1.4	Comentários Finais . . . . .	53
<b>5.2</b>	<b>Análise do Desempenho do Modelo com Tempo de Recarga Fixo</b>	
	<b>e Métodos de Solução</b> . . . . .	<b>54</b>
5.2.1	Geração de Exemplos . . . . .	54
5.2.2	Parametrização . . . . .	55
5.2.3	Análise dos Resultados . . . . .	55
5.2.3.1	Cenário 1P . . . . .	56
5.2.3.2	Cenário 2P . . . . .	58
<b>5.3</b>	<b>Análise do Modelo de Roteamento com Recarga Parcial</b> . . . . .	<b>60</b>
5.3.1	Resultados . . . . .	61
<b>6</b>	<b>RESULTADOS COMPUTACIONAIS COM O MODELO DE LOCALIZAÇÃO-</b>	
	<b>DISTRIBUIÇÃO</b> . . . . .	<b>64</b>
<b>6.1</b>	<b>Plano de Expansão</b> . . . . .	<b>64</b>
<b>6.2</b>	<b>Geração das Instâncias</b> . . . . .	<b>64</b>
<b>6.3</b>	<b>Parametrização</b> . . . . .	<b>65</b>
<b>6.4</b>	<b>Resultados</b> . . . . .	<b>66</b>
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES</b> . . . . .	<b>70</b>

REFERÊNCIAS .....	72
-------------------	----

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Exemplo de fluxo de ida e volta para um par origem-destino. Fonte: Kuby e Lim (2005) . . . . .	14
Figura 2 – Cidades (círculos) da rota de Tucuruí (à esquerda), rota de Paragominas (à direita), depósito da empresa (quadrado inclinado) e posto de gasolina com tomada trifásica (posto de recarga) (quadrado). . . . .	18
Figura 3 – Baú com placas eutéticas. . . . .	19
Figura 4 – Cidades (círculos), postos de recarga (quadrado) e depósito da empresa (quadrado inclinado) no plano de Expansão. . . . .	22
Figura 5 – Solução de um subconjunto $Q_2$ . . . . .	32
Figura 6 – Rota da região de Tucuruí obtida com a heurística . . . . .	43
Figura 7 – Rota da região de Paragominas obtida com a heurística . . . . .	45
Figura 8 – Rota das regiões de Paragominas e Tucuruí com 1 veículo gerada por otimização incompleta . . . . .	47
Figura 9 – Rota das regiões de Paragominas e Tucuruí com 1 veículo gerada pela heurística <i>Relax-and-fix</i> . . . . .	48
Figura 10 – Rotas das regiões de Paragominas e Tucuruí com 2 veículos geradas por otimização incompleta . . . . .	49
Figura 11 – Rotas das regiões de Paragominas e Tucuruí com 2 veículos geradas pela heurística <i>Relax-and-fix</i> . . . . .	50
Figura 12 – Rota da região do plano de expansão da instância I . . . . .	67
Figura 13 – Rota da região do plano de expansão da instância II . . . . .	68
Figura 14 – Rota da região do plano de expansão da instância III . . . . .	69

## Lista de tabelas

Tabela 1 – Principais características de problemas com restrições de reabastecimento	13
Tabela 2 – Janelas de tempo em nós clientes e depósito	42
Tabela 3 – Janelas de tempo em nós de recarga e de pernoite	42
Tabela 4 – Medidas das soluções da região de Tucuruí	42
Tabela 5 – Medidas das soluções da região de Paragominas	44
Tabela 6 – Medidas das soluções da região de Paragominas e Tucuruí com 1 veículo e com 2 veículos	48
Tabela 7 – Medidas das soluções com Mercados Agregados (MA) e com Mercado Individual (MI) da região de Paragominas	50
Tabela 8 – Medidas das soluções com Mercados Agregados (MA) e com Mercado Individual (MI) da região de Tucuruí	51
Tabela 9 – Medidas das soluções com Mercados Agregados (MA) e com Mercado Individual (MI) das regiões de Tucuruí e Paragominas	51
Tabela 10 – Medidas das soluções com Mercados Agregados (MA) e da solução da empresa na região de Paragominas	52
Tabela 11 – Medidas das soluções com Mercados Agregados (MA) e da solução da empresa na região de Tucuruí	52
Tabela 12 – Medidas das soluções na região de Tucuruí	53
Tabela 13 – Medidas das soluções na região de Paragominas	53
Tabela 14 – Cenários do impacto da distribuição espacial dos clientes	54
Tabela 15 – Cenários do impacto da distribuição espacial dos postos de recarga	54
Tabela 16 – Medidas agrupados das soluções obtidas nos 6 tipos de cenários	56
Tabela 17 – Medidas das soluções das instâncias do cenário R1P	57
Tabela 18 – Medidas das soluções das instâncias do cenário C1P	57
Tabela 19 – Medidas das soluções das instâncias do cenário RC1P	58
Tabela 20 – Medidas das soluções das instâncias do cenário R2P	59
Tabela 21 – Medidas das soluções das instâncias do cenário C2P	59
Tabela 22 – Medidas das soluções das instâncias do cenário RC2P	60
Tabela 23 – Estatística do modelo para a instância 1L40cC1	61
Tabela 24 – Resultados das instâncias do cenário 1P	62
Tabela 25 – Resultados das instâncias do cenário 2P	63
Tabela 26 – Descrição dos Super Nós	65
Tabela 27 – Características das instâncias para o modelo de localização-distribuição	66
Tabela 28 – Medidas das soluções em função do custo de instalação	66

# 1 Introdução

Segundo a [Associação Brasileira das Indústrias da Alimentação \(ABIA\) \(2013\)](#), o setor de bebidas e alimentos equivale a 9% do Produto Interno Bruto (PIB) brasileiro, representando, portanto, uma parcela significativa da economia nacional. O faturamento das indústrias alimentícias somou R\$ 316,5 bilhões em 2011, colocando o segmento como segundo maior em valor bruto de produção na indústria nacional de transformação.

De acordo com [Carvalho \(2013\)](#), esse setor tem como característica a presença significativa de micro e pequenas empresas que, somadas, representaram 94,7% das indústrias de alimentos no Brasil em 2008. O autor ainda relata que, dentre os setores da indústria alimentícia, o de laticínios ganhou destaque em crescimento tornando-se em 2009 um dos 4 principais do ramo. Faz-se importante destacar também que, de acordo com a [Embrapa \(2003\)](#), a indústria de laticínios, além de exercer papel relevante no suprimento de alimentos, contribui para a geração de empregos e rendas.

O mercado de laticínios atual é notadamente competitivo, com muitas empresas se fazendo presente, sejam elas multinacionais, nacionais ou cooperativas, cabendo às primeiras, tais como Nestlé, Parmalat, Danone e Fleischmann Royal, a maior parcela na disputa pela preferência dos consumidores. É importante observar que cada uma destas empresas possui altos investimentos em tecnologia, marketing, produção, entre outras etapas da cadeia produtiva e da distribuição ([RIBEIRO, 1999](#)).

Dessa forma, tem-se que em um mercado com tais características, empresas que o servem precisam tratar com cuidado de todas as etapas da cadeia produtiva e da distribuição para alcançarem patamares de competitividade satisfatórios. Em particular, as micro e pequenas empresas, que a julgar pela classificação extraída do Banco Nacional de Desenvolvimento - [BNDS \(2013\)](#) baseada na receita operacional bruta anual, ao menos em tese já se encontram em desvantagem econômica em relação às de maior porte.

Quando uma empresa trabalha em um mercado altamente competitivo, a gestão eficiente da logística é essencial ([BALLOU, 2006](#)). As atividades logísticas configuram-se como conexões que ligam as fábricas aos seus mercados consumidores, os quais são muitas vezes separados por tempo e distâncias.

De fato, a logística tem sido indicada como um dos principais setores que possibilitam melhorias na competitividade das empresas, já que permite aumentar o nível de serviço oferecido e minimizar os custos operacionais simultaneamente ([SOUZA, 2010](#)). Merecem também atenção as afirmações de [Dillenburg \(2005\)](#) acerca da gestão dos canais de distribuição. Este autor afirma que ao longo dos anos foram surgindo sistemas de apoio e aperfeiçoamento dos métodos utilizados para planejar operações de entregas de produtos e serviços a clientes nos mais diversos cenários e condições com a finalidade de aumentar a eficiência e eficácia dos seus vários componentes. Tais operações de distribuição delineiam

os chamados *problemas de roteamento de veículos*, cerne da presente pesquisa.

## 1.1 Escopo e Relevância do Trabalho

Toth e Vigo (2014) definem problemas de roteamento de veículos como situações em que se deseja determinar um conjunto de rotas de mínimo custo para uma frota de veículos com vistas à satisfação total ou parcial de pedidos por transporte. Especificamente, nesses problemas busca-se decidir qual veículo atende quais pedidos e em qual sequência, de maneira que as rotas possam ser executadas de forma factível segundo as condições da operação.

O trabalho de Dantzig e Ramser (1959) introduziu o Problema de Roteamento de Veículos (*Vehicle Routing Problem* - VRP), no qual clientes distribuídos em uma dada região solicitam o atendimento de demandas por produtos e os veículos possuem características idênticas (capacidade de carga), além de partirem e retornarem a um único depósito central. O problema, originalmente denominado Problema de Despacho de Caminhões (*Truck Dispatching Problem*), foi formulado a partir de uma aplicação real de distribuição de gasolina de um terminal para estações de venda do combustível, visando o atendimento da demanda total com a menor distância total percorrida.

Desde esse trabalho seminal, diversas variações do VRP vem sendo propostas. Existem, por exemplo, variantes em que a frota é heterogênea, que desconsideram restrições de capacidade de carga, que impõem janelas de tempo para início do atendimento de clientes, ou ainda múltiplos períodos de planejamento ou múltiplas viagens em um mesmo período. Há ainda autores que estudam variações combinadas, como o VRP com múltiplos depósitos com rotas entre depósitos (Crevier, Cordeau e Laporte (2007)) e o VRP com janelas de tempo e instalações intermediárias (Sevilla e Blas (2003)). Pesquisas sobre as variantes do VRP, incluindo aplicações reais e métodos de solução, podem ser encontradas em Solomon (1987), Laporte (1992), Gambardella, Taillard e Agazzi (1999), Christofides (1976), Dondo (2014), Hernandez, Gendreau e Potvin (2014), Escobar (2014), Soonpracha, Mungwattana e Manisri (2015), Cattaruzza et al. (2014) e McNabb et al. (2015).

Alinhada a esta tendência, o alvo desta pesquisa é a logística de distribuição de uma pequena empresa de laticínios do Estado do Pará que produz e distribui sorvetes e picolés a pontos de venda distribuídos em uma área geográfica relativamente extensa. Para tal, a empresa conta com uma pequena frota de caminhões com características idênticas que partem e retornam ao único depósito da empresa. Em função das grandes distâncias é inviável o retorno dos caminhões ao depósito ao fim da jornada diária dos entregadores, de maneira que cada rota contempla vários dias. Além disso, devido à perecibilidade dos produtos, requer-se paradas periódicas dos caminhões para recarga da bateria do equipamento que mantém a temperatura do baú de armazenagem. Cada recarga envolve várias horas e só pode ser realizada em postos de gasolina específicos e em número bastante

limitado. Estas particularidades do problema incorrem em custos variáveis (distância e tempo) excessivos, além de coibirem a expansão do mercado da empresa.

Como os clientes são atendidos no horário comercial, nota-se que o modelo de distribuição da empresa combina características de múltiplos períodos, múltiplas janelas de tempo e paradas intermediárias. Assim sendo, na presente pesquisa pretende-se estudar as práticas atuais de distribuição da empresa e explorar práticas alternativas, propondo para isso a utilização de ferramentas de pesquisa operacional com vistas a uma roteirização mais eficiente e eficaz.

Apesar de problemas de roteamento de veículos serem habitualmente enfrentados por qualquer empresa com atividades de distribuição de bens e serviços, na região norte do Brasil, eles conquistam ainda maior importância devido à grande extensão territorial da região e dos Estados que a compõe, e das grandes distâncias que, por conseguinte, podem existir entre clientes servidos pela mesma fábrica. Além disso, é fácil perceber que se a operação de entrega de alimentos não for bem planejada e executada, poderá afetar a qualidade do atendimento da demanda. Um pequeno atraso pode significar a perda da qualidade do produto ou até mesmo a perda total do carregamento. Sob esse aspecto, o estudo apropriado da roteirização da entrega de produtos na indústria de laticínios se torna ainda mais relevante, visto que o leite, base dos produtos, é extremamente perecível (RIBEIRO, 1999).

A partir dessas considerações, pode-se inferir que no cenário da indústria de laticínios, atividades de roteirização de veículos para entrega de produtos são bastante comuns. Entretanto, apesar de comum e importante, o levantamento bibliográfico até então realizado não apontou nenhuma metodologia diretamente aplicável para solução da aplicação real aqui retratada, o que motiva e justifica a pesquisa aqui proposta.

## 1.2 Objeto e Metodologia

O objeto de estudo desta dissertação consiste na logística de distribuição de produtos laticínios da empresa alvo. O problema pode ser caracterizado como um VRP com frota homogênea, múltiplos períodos, janelas de tempo e paradas intermediárias para reabastecimento (recarga da bateria).

A pesquisa tem natureza aplicada, uma vez que visa primordialmente gerar conhecimentos que contribuam para a solução de um problema de roteamento real, possivelmente com a proposição de práticas alternativas de distribuição.

De acordo com os objetivos, caracteriza-se como uma pesquisa exploratória, já que pretende aprofundar os conhecimentos sobre problemas de roteamento com recarga de bateria (só recentemente abordados na literatura) por meio de dois procedimentos técnicos metodológicos: pesquisa bibliográfica sobre o tema e estudo de caso do problema de roteamento de veículos da empresa alvo da pesquisa. Além disso, o problema será tratado

de forma quantitativa, uma vez que o modelo logístico de distribuição levantado com a pesquisa, assim como modelos logísticos alternativos, são traduzidos em formulações matemáticas, e a resolução de exemplares reais e fictícios é realizada com o uso das formulações.

O objetivo principal desta pesquisa é adaptar modelos pre-existentes na literatura ao problema da empresa de forma a otimizar a logística de distribuição de produtos. Note que os resultados da pesquisa podem também contribuir para a reflexão das práticas de distribuição de outras empresas com características similares.

### 1.3 Objetivos Específicos

Tendo em vista as particularidades do problema tratado, a presente pesquisa propõe os seguintes objetivos específicos:

1. Levantamento detalhado da logística de distribuição da empresa.
2. Levantamento bibliográfico de problemas e modelos de programação matemática da literatura com características similares ao problema da empresa.
3. Proposição e resolução de modelos lineares de programação matemática que descrevam características relevantes do modelo logístico de distribuição da empresa.
4. Proposição e resolução de modelos lineares de programação matemática que descrevam características relevantes de modelos logísticos alternativos ao atualmente praticado.

No que diz respeito ao primeiro objetivo, foram realizadas várias entrevistas semi-estruturadas com a proprietária da empresa, o que permitiu delinear o problema em um bom nível de detalhe. A compilação das informações das entrevistas juntamente com o levantamento bibliográfico realizado (segundo objetivo) resultou na proposição e implementação de um modelo linear inteiro misto e uma heurística de programação matemática (terceiro objetivo). O quarto objetivo envolve o desenvolvimento de um segundo modelo sob um paradigma de recarga da bateria diferente do adotado pela empresa, enquanto um terceiro modelo visou considerar mudanças na rede logística de forma a acomodar os planos de expansão do mercado da empresa.

### 1.4 Organização do Texto

O presente texto está estruturado como se segue. No Capítulo 2 são discutidas publicações relevantes que tratam problemas de roteamento de veículos com restrições de reabastecimento, mais comuns em situações de veículos movidos a combustíveis renováveis.

Em seguida, tem-se o Capítulo 3, no qual o foco é a descrição da empresa e as particularidades da logística de distribuição de seus produtos.

O Capítulo 4 apresenta os três modelos propostos nesta pesquisa; o modelo com tempo de recarga fixo, o modelo com recarga parcial e o modelo de localização-distribuição. Também é discutida a heurística de programação matemática *Relax-and-Fix* aplicada ao primeiro modelo.

Os experimentos computacionais com os modelos de roteamento propostos são apresentados no Capítulo 5. Nesse capítulo, as soluções de instâncias reais da empresa, assim como de exemplos fictícios gerados são analisadas com o intuito de se observar o desempenho do método de solução com o modelo.

Finalmente, as conclusões obtidas a partir desta pesquisa são apresentadas no Capítulo 7

## 2 Revisão Bibliográfica

Durante o levantamento bibliográfico, buscou-se modelos de programação matemática de problemas com características similares às da empresa e, após uma extensa pesquisa, encontrou-se uma variante do VRP estudada apenas nos últimos quatro anos: o Problema de Roteamento de Veículos Elétricos (*Electric Vehicle Routing Problem* - E-VRP).

Nessa nova classe de problemas, os pesquisadores concentram-se em dois pontos: a consideração da duração da bateria e a existência de restrições de locais de recarga da bateria. Entretanto, nem todas as pesquisas com tais características se restringem a veículos elétricos. A principal publicação dessa classe, [Erdoğan e Miller-Hooks \(2012\)](#), recomenda que o modelo matemático proposto pelos autores seja utilizado em problemas com veículos movidos a combustíveis alternativos. Porém, a premissa é a mesma, ou seja, busca-se abordar o roteamento de veículos sujeito a restrições de reabastecimento. De fato, a partir dessa publicação, foram encontradas variantes do E-VRP sob a mesma premissa.

No presente capítulo, cada uma das quatro seções seguintes discute publicações consideradas representativas em roteamento com reabastecimento. E por fim, as duas últimas seções tratam o problema de localização de postos de reabastecimento e a integração de problemas de localização-distribuição.

### 2.1 O Problema de Roteamento de Veículos Ecológico

[Erdoğan e Miller-Hooks \(2012\)](#) formalizam esta nova classe de problemas de roteamento de veículos em que restrições de reabastecimento são relevantes. Durante o levantamento bibliográfico, verificou-se que o trabalho é seminal, sendo citado em quase todas as publicações posteriores que tratam do mesmo tema.

Segundo os autores, diversos esforços vem sendo realizados nos Estados Unidos de forma a minimizar a emissão dos gases do efeito estufa. Um deles envolve a introdução de combustíveis mais limpos. Os autores esclarecem que municípios, agências governamentais, organizações sem fins lucrativos e empresas privadas estão convertendo suas frotas de caminhões para incluir veículos movidos a combustíveis alternativos (*Alternative Fuel Vehicles*- AFV).

Os autores ainda relatam que a infra-estrutura estadunidense para reabastecimento dos AFVs representa um obstáculo significativo para a adoção da tecnologia de combustíveis alternativos por empresas e agências. Além disso, postos de abastecimento de combustíveis alternativos existentes estão distribuídos de forma desigual em todo o país e em regiões específicas. Outros desafios operacionais existem como resultado da reduzida autonomia da maioria dos AFVs.

Face à essa realidade, [Erdoğan e Miller-Hooks \(2012\)](#) introduziram o Problema de Roteamento de Veículos Ecológico (*Green Vehicle Routing Problem - G-VRP*), uma variante do VRP que busca incluir os desafios adicionais associados à operação de uma frota de veículos movidos à combustíveis alternativos, tais como biodiesel, eletricidade, etanol e hidrogênio. O foco dos autores foi o de desenvolver um modelo de programação matemática que prescrevesse o reabastecimento da frota de empresas em um ambiente com infraestrutura limitada, visando eliminar o risco dos veículos ficarem sem combustível ao mesmo tempo que mantém um baixo custo das rotas.

O modelo considera frota homogênea, sem restrições de capacidade de carga ou janelas de tempo em clientes, e tempos fixos de reabastecimento. Ainda, durante sua revisão bibliográfica, os autores comentam que não encontraram na literatura nenhuma aplicação do G-VRP ou qualquer outra variante.

O G-VRP é formulado como um problema linear inteiro-misto. Dado um grafo completo, onde os vértices representam os clientes, postos de reabastecimento e um depósito, o G-VRP visa construir um conjunto de rotas com distância mínima. Cada veículo utilizado parte do depósito, visita um subconjunto de clientes e retorna ao depósito sem nunca exceder sua autonomia de circulação, a qual depende da capacidade do tanque de combustível. Cada rota pode incluir paradas em um ou mais postos de reabastecimento. Além disso, o depósito pode servir, quando necessário, como posto de reabastecimento. Os clientes, por sua vez, devem ser visitados exatamente uma vez. São também incluídas restrições de duração máxima das rotas, em geral, correspondentes à jornada de trabalho dos motoristas.

Os autores argumentam que sendo o VRP classificado como NP-difícil, o fato deste ser um caso especial do G-VRP faz do G-VRP um problema também NP-difícil. Assim sendo, soluções ótimas ou mesmo factíveis para instâncias de maior porte são difíceis de se obter com métodos exatos. Os autores propõem dois métodos aproximados de resolução, o primeiro correspondente a uma adaptação da heurística de economias de [Clarke e Wright \(1964\)](#), a qual cria rotas provocando sua factibilidade por meio da inserção de instalações de abastecimento de combustível, unindo rotas factíveis de acordo com a economia, e removendo instalações redundantes. A segunda heurística é um algoritmo *Clustering Density-Based* (DBCA) projetado para priorizar primeiro *clusters* de clientes e depois a rota.

Em sua pesquisa, [Erdoğan e Miller-Hooks \(2012\)](#) realizaram os experimentos computacionais em dois tipos de instâncias: pequenas fictícias (20 clientes) e reais de maior dimensão (a partir de 200 clientes). As instâncias reais foram geradas a partir de um estudo de caso real sobre o sistema de distribuição de suprimentos médicos de uma empresa têxtil no Estado da Virgínia nos Estados Unidos. Os clientes consistiam de hospitais de cidades dos estados americanos de Maryland, Virgínia e Distrito de Columbia.

As instâncias pequenas fictícias foram geradas de forma aleatória num plano bidi-

mensional de 300 por 330 milhas, baseadas nas áreas similares de Maryland, Virginia e Distrito de Columbia. A localização do depósito foi fixada próximo ao centro do plano, e os autores definiram três postos de reabastecimento localizados entre o depósito e os limites do plano nas direções oeste, norte e sul.

Taha, Fors e Shoukry (2014) simplificaram o modelo matemático do G-VRP de forma a demonstrar a aplicabilidade de métodos exatos. Os autores utilizaram as mesmas instâncias de Erdoğan e Miller-Hooks (2012). Para obter as soluções, os autores utilizaram o otimizador IBM ILOG CPLEX versão 12.5 e o *solver* Yalmip toolbox para modelagem e otimização. Os resultados mostraram que várias instâncias são infactíveis quanto às restrições de capacidade de combustível e do tempo máximo de rota. Além disso, a utilização de métodos exatos de propósito geral, disponíveis em *softwares* atuais, para esse modelo apenas são eficientes para instâncias pequenas, ou seja, de até 10 clientes e até 3 postos de recarga.

## 2.2 O Problema de Roteamento de Veículos Elétricos com Janelas de Tempo

Seguindo a linha ecológica do G-VRP, Schneider, Stenger e Goeke (2014) observaram que veículos elétricos (*Electric Vehicles* - EV) tornaram-se uma das principais áreas de pesquisa no setor automotivo. No ramo de pequenas entregas, empresas de grande porte como DHL, UPS e DPD vêm utilizando EVs, especialmente em áreas urbanas. Ainda, governos em várias partes do mundo promovem a utilização de EVs e planejam fornecer a infra-estrutura necessária. Por exemplo, uma rede de recarga para veículos elétricos entrou em operação em Londres em 2013.

Dada esta motivação, os autores introduzem o Problema de Roteamento de Veículos Elétricos com Janelas de Tempo (*Electric Vehicle Routing Problem with Time Windows* - E-VRPTW), o qual, além do foco nesse tipo de combustível e da inclusão de restrições práticas como capacidade dos veículos e janelas de tempo, prescreve que o tempo de recarga da bateria em qualquer um dos postos de recarga disponíveis é variável. Especificamente, a diferença entre o nível de carga atual e a capacidade  $Q$  da bateria é repostada a uma taxa considerada constante. Em outras palavras, o tempo de recarga depende do nível de bateria do veículo ao chegar ao posto.

O E-VRPTW considera frota homogênea e objetiva minimizar o número de veículos utilizados e a distância total percorrida, considerados, nesta ordem, de forma hierárquica. Ou seja, uma solução com menos veículos e maior distância total é considerada de melhor qualidade que uma solução com maior número de veículos e menor distância.

Os autores explicam que sendo o E-VRPTW uma generalização do amplamente conhecido Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo (*Vehicle Routing Problem with Time Windows* - VRPTW), a complexidade deste último indica que mé-

todos exatos podem ser inadequados para resolver instâncias de tamanho realista. Os autores propõem então uma meta-heurística híbrida que combina Busca em Vizinhança Variável (*Variable Neighborhood Search* - VNS) e um algoritmo de Busca Tabu para a fase de intensificação da VNS.

## 2.3 O Problema de Roteamento de Veículos com Paradas Intermediárias

Schneider, Stenger e Hof (2014) argumentam que paradas intermediárias precisam ser consideradas em muitas aplicações práticas do roteamento de veículos, por exemplo, para reposição da mercadoria a ser entregue, reabastecimento (ou recarga da bateria no caso de veículos elétricos), descarga de mercadorias, ou descarte de resíduos coletados. Estas paradas diferem de paradas em clientes em dois pontos: são opcionais e dependem do estado do veículo em relação à carga e ao nível de combustível/bateria.

Os autores explicam que paradas intermediárias de reabastecimento são usadas em sistemas de distribuição dotados de múltiplas instalações de armazenamento dos produtos a serem entregues. Esses sistemas visam evitar o retorno para um depósito central, a fim de recarregar o veículo. Ainda, paradas intermediárias para descarga são comuns na coleta de lixo ou neve.

Paradas intermediárias para reabastecimento de combustível ocorrem em várias situações práticas. Por exemplo, muitas empresas mantêm contratos com redes de postos de gasolina com a finalidade de obter tarifas especiais, o que torna interessante a inclusão de paradas para reabastecimento nestes postos quando na elaboração das rotas.

Isto posto, Schneider, Stenger e Hof (2014) propõem o Problema de Roteamento de Veículos com Paradas Intermediárias (*Vehicle Routing Problem with Intermediate Stops* - VRPIS). O problema considera frota homogênea e a possibilidade de visitas a instalações intermediárias com vistas a manter os veículos operacionais, seja para reabastecimento de carga de produtos ou para reabastecimento do combustível (fósseis ou renováveis). Assim como no E-VRPTW, o tempo gasto em uma instalação é função do nível da carga e/ou do combustível na chegada à instalação. Porém, o VRPIS não considera restrições de janela de tempo. O objetivo é o de minimizar os custos totais, os quais são compostos por custos variáveis de transporte e custos fixos do uso de veículos.

Os autores, ainda na mesma publicação, propõem o EVRPRF (*Electric Vehicle Routing Problem with Recharging Facilities*) como um caso especial do VRPIS. O EVRPRF pode também ser interpretado como um caso especial do E-VRPTW, previamente proposto por Schneider, Stenger e Goeke (2014), uma vez que o EVRPRF não considera janelas de tempo ou restrições de capacidade do veículo.

Schneider, Stenger e Hof (2014) comentam que como o VRPIS é uma extensão do Problema de Roteamento de Veículos Capacitado (*Capacitated Vehicle Routing Problem* -

CVRP), poderia ser pouco eficaz em resolver instâncias grandes em tempo computacional hábil por meio de métodos exatos. Em vista disso, os autores propõem a utilização de um algoritmo heurístico de Busca Local com Vizinhança Variável Adaptativa (*Adaptive Variable Neighborhood Search* - AVNS). A heurística combina ideias de VNS e Busca em Vizinhança Grande Adaptativa (*Adaptive Large Neighborhood Search* - ALNS).

Para avaliar a eficiência da heurística desenvolvida, os autores utilizaram as instâncias de [Erdoğan e Miller-Hooks \(2012\)](#) e [Crevier, Cordeau e Laporte \(2007\)](#). A heurística se mostrou eficaz quando comparada a outros métodos da literatura, tendo encontrado novas melhores soluções para várias instâncias.

## 2.4 O Problema de Roteamento de Veículos Ecológico com Recargas Parciais

[Felipe et al. \(2014\)](#) argumentam que existe um potencial econômico na prática de recargas parciais, tendo em vista que elas poderiam economizar tempo de recarga e, assim, facilitar o cumprimento da restrição de jornada de trabalho e reduzir o número de veículos necessários. Desta forma, introduzem o Problema de Roteamento de Veículos Ecológico com Múltiplas Tecnologias e Recargas Parciais (*Green Vehicle Routing Problem with Multiple Technologies and Partial Recharges* - GVRP-MTPR).

Os autores apresentam o GVRP-MTPR como uma extensão do GVRP, introduzido por [Erdoğan e Miller-Hooks \(2012\)](#), e uma alternativa ao E-VRPTW, apresentado por [Schneider, Stenger e Goeke \(2014\)](#), pela inclusão de diversas considerações realistas.

Primeiro, os autores consideraram a possibilidade de se efetuar uma recarga parcial da bateria em um dado posto de recarga. Desta forma, o modelo precisa decidir onde, quando e quanto recarregar. Além disso, considera-se que a operação de recarga da bateria pode ser realizada de diversas maneiras com diferentes tecnologias, o que implica diferentes tempos e custos de recarga. Eles explicam que existem tecnologias baratas que precisam de longas horas para recarregar uma bateria, enquanto que há tecnologias que realizam essa operação em menos de um hora porém com uma tarifa mais alta.

Os autores consideram um conjunto  $T$  de tecnologias de recarga. Para cada tecnologia  $t \in T$ , assume-se uma velocidade de recarga  $\rho_t$ , medida em KWh por hora, e um custo unitário de recarga  $\gamma_t$ , expresso em Euro/KWh.

[Felipe et al. \(2014\)](#) consideram uma frota homogênea de veículos, cada qual com capacidade de carga  $Q$  e capacidade de bateria  $B$ . O consumo da bateria é em função da distância percorrida por meio de um coeficiente  $\pi$ , medido em KWh/Km. Ainda, o nível de bateria recarregada em um posto  $i$  é considerada uma variável de decisão  $Q_i$ . Por fim, o modelo tem como função objetivo minimizar o custo total de recarga.

Os autores explicam que o CPLEX 12.5 não teve sucesso em resolver o GVRP-MTPR após 12 horas de processamento para instâncias de apenas 10 clientes. Desta forma, os

autores desenvolveram uma heurística construtiva baseada em um método de geração guloso, que produz soluções iniciais de boa qualidade. Em seguida, aplicam busca local com os operadores 2-opt e reinserção. Por fim, fizeram uso do *Simulated Annealing* visando uma diversificação da busca.

Bruglieri et al. (2015) apresentam uma reformulação do E-VRPTW, o qual pode ser interpretado como uma simplificação do GVRP-MTPR, tendo em vista que apenas considera a possibilidade de recargas parciais. Os autores defendem que essa reformulação do E-VRPTW garante maior flexibilidade durante o planejamento da rota.

À vista disso, o modelo é formulado como um problema linear inteiro-misto, objetivando minimizar o número de veículos, o tempo total de rota, o tempo total de recarga e o tempo total de espera (soma dos tempos de espera antes do início de serviço nos clientes). Assim como no GVRP-MTPR, o nível de bateria recarregada é uma variável de decisão do problema. Ainda, considera-se restrições de janela de tempo, capacidade e nível de bateria.

Os autores fazem uso de uma *math-heuristic*, especificamente Ramificação de Busca em Vizinhança Variável (*Variable Neighborhood Search Branching* - VNSB). Ela consiste na introdução de restrições lineares no problema original visando alterar de forma sistemática as vizinhanças geradas pelas regras gerais da VNS padrão.

Análises e *surveys* sobre problemas de roteamento de veículos elétricos podem também ser encontradas em Afroditi et al. (2014), Pelletier, Jabali e Laporte (2014) e Lin et al. (2014).

## 2.5 Resumo das variantes de problemas de roteamento com restrições de reabastecimento e do problema da empresa

Conforme apresentado nas seções precedentes, algumas variações de problemas de roteamento com restrições de reabastecimento e outras contribuições metodológicas foram propostas em anos recentes, revelando o interesse crescente de pesquisadores em modelar e prover soluções para o roteamento de veículos operados com combustíveis alternativos. Ainda que na situação tratada nesta pesquisa, o esgotamento da bateria não impeça o veículo de circular, ela tira o propósito da atividade de transporte com a perda da carga, de maneira que o impacto é o mesmo. Assim sendo, a Tabela 1 resume as similaridades e diferenças em algumas características relevantes dessas variantes e do problema tratado na presente pesquisa. A primeira coluna fornece a denominação da variante ou aponta o problema da empresa alvo, a segunda coluna indica a consideração ou não de janelas de tempo, enquanto a terceira refere-se ao tempo requerido para reabastecimento. A quarta coluna indica se a frota possui ou não restrições de capacidade, a quinta coluna informa o objetivo do problema e a sexta coluna especifica a condição que marca o fim de

cada reabastecimento. E por fim, a sétima coluna indica se o modelo é multi-período ou mono-período, ou seja, admite apenas um período de planejamento.

## 2.6 O Problema de Localização de Postos de Reabastecimento de Veículos Movidos a Combustíveis Alternativos

Conforme comentado em seções precedentes, um dos principais problemas da utilização de uma frota de veículos movidos a combustíveis alternativos é a falta de infra-estrutura de reabastecimento. [Kuby e Lim \(2005\)](#) explicam que a escassez de estações de reabastecimento em locais convenientes deve-se principalmente aos altos custos de instalação de tal rede.

A maioria dos modelos de localização de postos de reabastecimento de AFV partem do princípio que a demanda é definida pelo fluxo de tráfego que atravessa o nó. [Hodgson \(1990\)](#) argumenta que em vários tipos de instalações, tais como caixas eletrônicas e postos de gasolina, os fluxos de tráfego geram uma demanda. Em uma rede, o fluxo passa ao longo dos arcos e através dos nós. O autor utiliza o termo captura para descrever uma forma de atender a demanda gerada por esse fluxo. Uma instalação, localizada em um nó de uma rede, atende a demanda gerada por todo o fluxo que atravessa esse nó. E por fim, o autor propõe o Modelo de Localização de Captura de Fluxo (*Flow-capture Location Model* - FCLM).

[Kuby e Lim \(2005\)](#) argumentam que embora o FCLM forneça um bom ponto de partida para o problema de localização do fluxo de abastecimento, ele não considera um elemento crucial: a autonomia do veículo. A capacidade do tanque de combustível ou da bateria e sua taxa de consumo de energia limita o seu alcance. Em vista disso, esses autores desenvolveram o Modelo de Localização de Reabastecimento de Fluxo (*Flow-refueling Location Model* - FRLM).

O FRLM caracteriza-se como um problema de máxima cobertura, ou seja, visa localizar  $p$  instalações de forma a atender o máximo possível de fluxos. Considera-se que um fluxo é atendido somente se um número apropriado de postos estão adequadamente espaçados ao longo da rota. [Hodgson \(1990\)](#) complementa que instalações localizadas em nós, ao invés de localizadas em arcos, podem capturar todos os fluxos que usam esses arcos além de todos os fluxos que atravessam os nós.

Tabela 1 – Principais características de problemas com restrições de reabastecimento

<b>Problema</b>	<b>TW</b>	<b>Tempo de Reabastecimento</b>	<b>Frota com Capacidade</b>	<b>Objetivo</b>	<b>Fim do reabastecimento</b>	<b>Planejamento</b>
Empresa Alvo	Sim	Fixo	Sim	Max. nº de clientes, Min. tempo de rota	12 horas	Multi-período
G-VRP	Não	Fixo	Não	Min. distância total	Carga Total	Mono-período
E-VRPTW	Sim	Função do nível da bateria	Sim	Min. nº de veículos, Min. distância total	Carga Total	Mono-período
VRPIS	Não	Função do nível da carga ou o combustível	Sim	Min. custo total de transporte	Carga Total	Mono-período
EVRPRF	Não	Função do nível da carga ou do combustível	Não	Min. custo total de transporte	Carga Total	Mono-período
GVRP-MTPR	Não	Variável de decisão	Sim	Min. custo total de recarga	Variável de decisão	Mono-período

Kuby e Lim (2005) explicam que o alcance do veículo é o elemento chave do FRLM. Os autores utilizam um pequeno exemplo (Figura 1) para explicar de forma clara os pontos-chaves do modelo. A figura mostra o caminho mais curto de 500 milhas entre o nó origem O e o nó destino D, com os nós A e B ao longo do caminho.

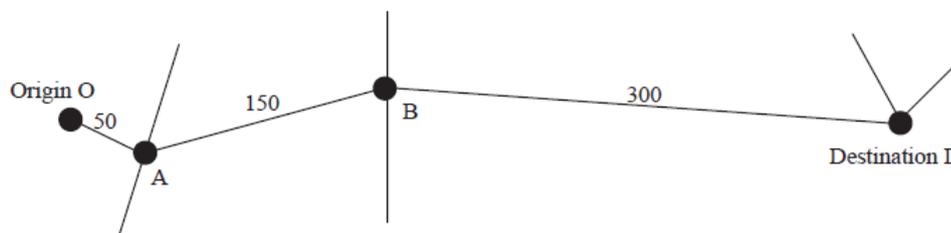


Figura 1 – Exemplo de fluxo de ida e volta para um par origem-destino. Fonte: Kuby e Lim (2005)

São considerados três casos. No caso 1, o alcance do veículo é de 1000 milhas, de maneira que uma instalação em qualquer ponto entre O e D será capaz de reabastecer tanto a viagem de ida como a viagem de ida e volta. Se o veículo tiver um alcance maior do que o comprimento do caminho mais longo, o FRLM reduz-se ao FCLM.

No caso 2, a autonomia do veículo é de 700 milhas. Se apenas a viagem de ida é considerada, um posto em qualquer nó é o suficiente para reabastecer o veículo porque a distância total de 500 milhas é inferior ao alcance de 700 milhas. Entretanto, quando a viagem de volta é considerada, observa-se que se o veículo reabastecer na origem O ou no nó A, e seguir para o destino D, ele não irá conseguir realizar a viagem de volta diretamente para a origem O. Porém, se houver um posto no nó B, o fluxo seria atendido, desde que o veículo faça uma parada nesse nó tanto na viagem de ida como na viagem de volta. A distância de ida e volta entre B e D é de 600 milhas, e a distância de ida e volta entre B e O é igual a 400 milhas, distâncias estas menores que o alcance de 700 milhas do veículo. O caso 2 ilustra porque é essencial considerar simultaneamente as viagens de ida e volta, ao invés de se considerar as viagens separadamente, além de mostrar que não é apenas o número de instalações ao longo de um caminho que importa, mas também a distância entre elas.

O caso 3 considera a situação em que um posto de reabastecimento, mesmo perfeitamente colocado, não é capaz de garantir o percorrimto de todo o percurso, porque o alcance dos veículos é menor que a metade da distância de ida e volta. Neste caso, várias instalações ao longo do percurso são necessárias.

Kuby et al. (2009) integraram heurísticas para o FCLM a sistemas de informações geográficas a fim de criar um sistema de apoio à decisão que pesquisadores pudessem usar para analisar cenários, avaliar vantagens e desvantagens, no tocante à localização de postos de recarga de hidrogênio. Upchurch, Kuby e Lim (2009) verificaram que muitos lugares dos Estados Unidos, além de possuírem uma quantidade limitada de postos de recarga, a capacidade de atendimento dos postos de recarga é muito pequena, quando

comparadas à demanda em potencial. Em vista disso, os autores incluíram uma restrição de capacidade da instalação no modelo original do FRLM. Modelos alternativos para o problema de localização de postos de recarga de veículos elétricos podem ser encontrados em [Chen et al. \(2013\)](#), [Wang e Lin \(2009\)](#) e [Wang e Lin \(2013\)](#).

## 2.7 O Problema de Localização-Distribuição

De acordo com a *survey* realizada por [Prodhon e Prins \(2014\)](#), a ideia de se combinar localização de instalações e roteamento de veículos originou-se há quase 50 anos, e podem ser encontradas nas obras de Maranzana (1964), Von Boventer (1961) e Webb (1968) *apud* [Prodhon e Prins \(2014\)](#).

Inicialmente, [Prodhon e Prins \(2014\)](#) citam a *survey* realizada por [Nagy e Salhi \(2007\)](#). Nesta obra, os autores objetivam uma pesquisa sobre o estado da arte acerca de problemas de localização-distribuição (*Location-Routing Problem* - LRP).

[Nagy e Salhi \(2007\)](#) por sua vez consideram que o LRP é uma abordagem que contempla modelos e soluções para problemas de localização. Assim sendo, eles definem o LRP como um planejamento para localização o qual considera também aspectos de um planejamento de roteamento de veículos. Desta forma, os autores defendem um ponto de vista hierárquico, segundo o qual o objetivo principal é resolver um problema de localização (problema mestre), mas para conseguir isso é necessário também que se resolva um problema de roteamento de veículos (subproblema).

Os autores ainda explicam que como o LRP é uma combinação dos dois problemas clássicos da literatura, o problema de localização de instalações e do problema de roteamento de veículos, ele é portanto classificado como NP-Difícil, assim como os problemas clássicos.

Dentre as aplicações práticas do LRP, [Nagy e Salhi \(2007\)](#) ressaltam que são mais comuns em cenários de distribuição de produtos e encomendas, porém atenta também para aplicações no setor de saúde, militar e de telecomunicações, reforçando a ideia de que o LRP possui justificativa prática, não sendo somente uma construção acadêmica.

Os autores explicam que os métodos exatos de solução do LRP são geralmente baseados na relaxação e reintrodução de restrições como eliminação de sub-ciclos e integralidade de variáveis.

Dentre as heurísticas, os autores esclarecem que devido ao grande volume de publicações sobre o assunto, os métodos de solução podem ser classificados em três categorias: baseado em agrupamentos (*clusters*), interativo e heurísticas hierárquicas. De forma resumida, a primeira categoria de métodos inicialmente divide o conjunto de clientes em *clusters*: um *cluster* por depósito em potencial ou um *cluster* por rota de veículo. A segunda categoria divide o LRP em dois sub-problemas menores e resolve cada um de forma interativa. E a terceira é uma evolução do método interativo, em que é priorizada a

resolução do problema de localização, seguido do tratamento do problema de roteamento de veículos.

Prodhon e Prins (2014) objetivaram então atualizar a *survey* de Nagy e Salhi (2007) analisando publicações posteriores a 2007. Os autores esclarecem que desde a obra de Nagy e Salhi (2007), a maioria dos autores referem-se ao LRP com restrições de capacidade nos depósitos e nos veículos, o qual passou-se a ser denominado como CLRP.

Prodhon e Prins (2014) explicam que desde a concepção do CLRP diversos métodos de solução exatos passaram a ser utilizados. Algoritmos do tipo *branch-and-cut*, formulações baseadas em partição de conjuntos e geração de colunas são alguns dos principais exemplos dados pelos autores. Entretanto, meta-heurísticas passaram também a ser desenvolvidas para solucionar o CLRP para instancias maiores. Busca tabu, Busca Local e Algoritmos Genéticos combinados à busca local são alguns dos exemplos.

## 3 A Logística de Distribuição da Empresa

A empresa de laticínios, foco do estudo de caso, está localizada no município de Marabá no estado do Pará. Atuante desde 2006 no setor alimentício na região do sudeste paraense até o sudoeste do Maranhão, comercializa sorvetes e picolés dos mais diversos sabores regionais. Em 2014, a fábrica contava com 14 fornecedores e 24 funcionários. Sua carteira de produtos incluía 9 tipos de picolés de suco de frutas, 7 cremosos, 6 regionais, 4 com cobertura, 1 com cobertura e recheio, 2 sorvetes tipo sundae, 18 tipos de sorvetes de 170ml, 18 de 1 litro e 16 de 2 litros. No total, a empresa possuía 81 produtos diferentes distribuídos por 10 famílias de produtos.

O mercado da empresa consiste de pontos de vendas a varejo de variados portes, inclui desde bares e lanchonetes até supermercados e hipermercados. Ele está dividido em três zonas principais: a cidade de Parauapebas, as cidades entre Marabá e Tucuruí e as cidades entre Marabá e Paragominas. A circunscrição da primeira zona se deve ao seu maior volume de clientes, enquanto que nas demais zonas está associada ao percurso dos veículos de entrega dos produtos, conforme discutido na próxima seção. A distribuição dos clientes abrange uma área relativamente extensa (Figura 2), com cerca de 150 Km x 200 Km.

### 3.1 O processo de venda e distribuição

Atualmente, os pedidos de todos os clientes são contabilizados e confirmados uma semana antes da entrega, por meio da visita do vendedor da empresa a cada um dos estabelecimentos aos quais ela atende. Essa política de vendas é relativamente nova, tendo sido implantada apenas no segundo semestre de 2014. Anteriormente, o vendedor estocava o veículo com as diferentes famílias do produto e sabores com base numa previsão de demanda empírica feita pelo próprio funcionário, e posteriormente seguia junto com o motorista para efetuar as vendas e entregas de forma simultânea.

A divisão do mercado da empresa define três rotas praticadas e denominadas rotas de Parauapebas, de Paragominas e de Tucuruí. Dentre estas, as rotas de Paragominas e Tucuruí possuem características similares, enquanto a rota de Parauapebas é diferenciada. Nas duas primeiras, tanto o volume de produtos por cliente quanto a quantidade de clientes é menor, e estes se encontram mais dispersos geograficamente. Na rota de Paragominas, os 23 clientes estão espalhados pelas cidades de Ulianópolis, Rondon do Pará, Dom Eliseu e Paragominas, porém em maior concentração nesta última. Na rota de Tucuruí, a empresa possui 17 clientes situados nas cidades de Nova Ipixuna, Jacundá, Goianésia do Pará e Tucuruí, agrupados principalmente nesta última. Já na terceira rota, o volume de produtos por cliente é alto, são 81 clientes em média e, conforme já comentado, todos

estão localizados na cidade de Parauapebas. Esta terceira rota não é analisada nesta pesquisa uma vez que, segundo a proprietária da empresa, a quantidade de clientes é instável devido a frequentes problemas de inadimplência. As rotas de Paragominas e de Tucuruí podem ser observadas na Figura 2.

Ainda, como a empresa precisa atender a um número de clientes relativamente grande em relação a seu porte e distribuídos em uma área geográfica extensa, fez-se necessária a criação de um horizonte de planejamento semanal.

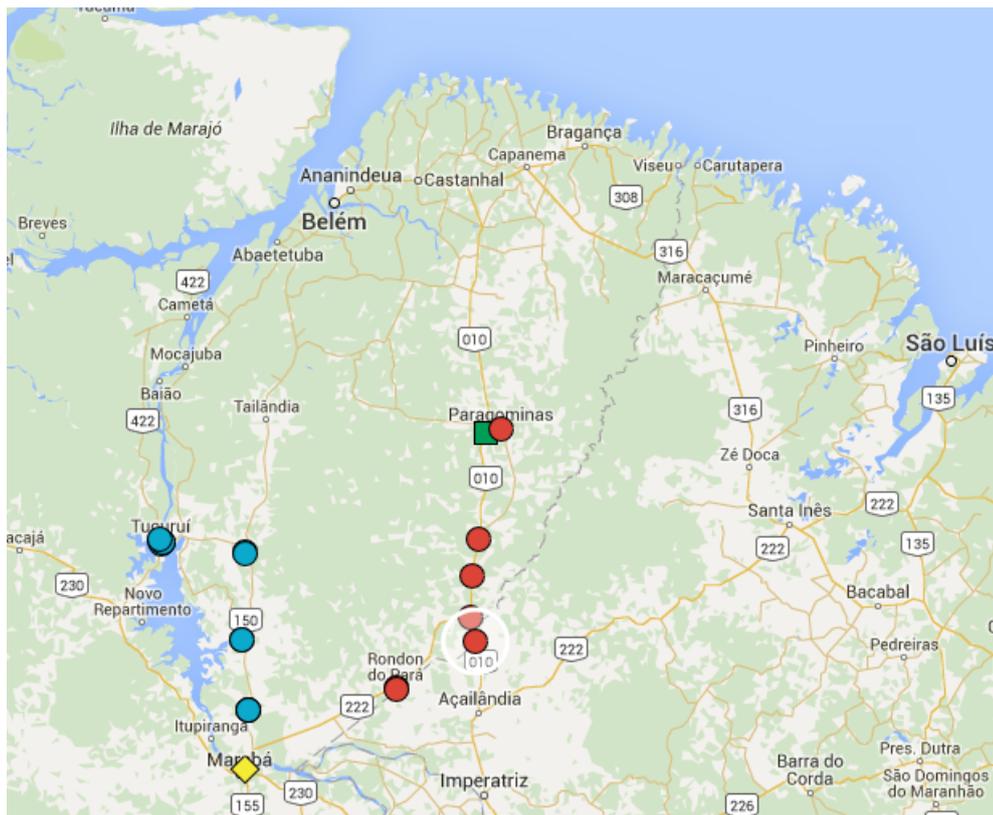


Figura 2 – Cidades (círculos) da rota de Tucuruí (à esquerda), rota de Paragominas (à direita), depósito da empresa (quadrado inclinado) e posto de gasolina com tomada trifásica (posto de recarga) (quadrado).

### 3.2 O sequenciamento

Em relação às rotas atuais executadas pela empresa, a proprietária só dispõe de informações relativas à ordem das cidades visitadas em cada rota, não possuindo conhecimento sobre o sequenciamento dos clientes. Os motoristas afirmam que a cada semana atendem os clientes em uma ordem diferente, devido a condições de trânsito, janela de tempo e tempo de serviço. Na rota de Paragominas, as cidades são visitadas na seguinte ordem: Rondon do Pará, Dom Eliseu, Ulianópolis e Paragominas. Na rota de Tucuruí, o sequenciamento é Nova Ipixuna, Jacundá, Goianésia do Pará e Tucuruí.

Atualmente a empresa conta com uma frota de três caminhões, porém utiliza somente dois deles para distribuição de produtos na região. Um dos caminhões é reservado para a rota de Parauapebas, realizada semanalmente. O outro caminhão é utilizado nas rotas de Tucuruí e Paragominas, alternadas semanalmente. O terceiro caminhão é dedicado apenas para clientes dentro da própria cidade de Marabá.

### 3.3 A frota

Os três caminhões da frota são homogêneos em relação à capacidade de carga (cerca de 60.000 produtos) e funcionalidades. Com a finalidade de manter a integridade física dos produtos, os caminhões são dotados por um revestimento interno de placas eutéticas de refrigeração. Este sistema de refrigeração é considerado econômico quando comparado a sistemas com ventilação forçada.

Especificamente, um moto-compressor bombeia gás freon para o revestimento de forma que o fluido eutético, localizado na parte interna das placas, congele, podendo chegar a até -40 graus celsius. A partir do momento que cada caminhão inicia sua rota com os produtos no interior do baú refrigerado, começa a troca de calor entre as placas eutéticas e as mercadorias. Entretanto, apesar desta constante troca de calor, a temperatura no interior no baú tende a se manter estável, variando-se apenas a temperatura dentro das placas eutéticas (MUNDOMAQ, 2015).

Segundo Transfigor (2009), uma das fabricantes desse tipo de caminhão, o moto-compressor deve ser acionado preferencialmente no período noturno (ou seja, quando não há incidência do sol), dado que o excesso de aquecimento desse equipamento é prejudicial aos componentes do mesmo. O moto-compressor necessita de uma fonte de tensão elétrica trifásica para alimentar sua bateria, e seu funcionamento é independente do caminhão. Ou seja, mesmo que ocorra alguma falha no sistema elétrico do veículo, o interior do baú permanece refrigerado em baixa temperatura enquanto a bateria do moto-compressor não se esgotar. A Figura 3 ilustra o baú com placas eutéticas de um veículo.



Figura 3 – Baú com placas eutéticas.

Segundo a proprietária da empresa, ao longo das viagens, a necessidade de acionamento do moto-compressor varia em função da duração do processo de refrigeração e da quantidade de aberturas da porta do baú. A primeira refrigeração ocorre dentro do depósito e se inicia no final de semana que precede a viagem, e termina na segunda-feira pela manhã, antes da saída do caminhão do depósito. Por este motivo, o caminhão é capaz de circular por até 36 horas. Entretanto, após esse período, o motorista só tem disponível até 12 horas do período noturno para os processos de refrigeração subsequentes e, portanto, o caminhão tem autonomia de circulação entre 12 e 15 horas. O processo de refrigeração é feito somente no próprio depósito da empresa ou em postos de gasolina dotados de uma tomada de energia trifásica (Figura 2).

### 3.4 Os clientes

Em relação a janelas de tempo dos clientes, todos aceitam entregas apenas em horário comercial, ou seja, entre 7:00 e 19:00. Alguns clientes, como os do segmento "restaurantes", ainda impõem a restrição de não receber os produtos entre 10:30 e 14:00, em função deste período (horário de almoço) ter maior movimento de público.

De acordo com a proprietária, são poucos os restaurantes atendidos e, por esta razão, a mesma considerou desnecessária a inclusão de uma restrição de janela de tempo específica para esses clientes. Caso a solução obtida com programação matemática prescreva a visita a um restaurante nesse período específico, a troca da ordem deste com outro cliente não impõe dificuldades.

Mesmo na rota com maior volume de clientes e pedidos, a utilização da capacidade de carga do caminhão não chega a 50%. Conforme já discutido, a capacidade de cada caminhão é cerca de 60.000 produtos, porém a carga média transportada é de 15.000 a 20.000 produtos. Devido a falta de informações sobre as demandas individuais dos clientes e o fato da capacidade dos caminhões não ser uma restrição relevante para o roteamento, pelo menos no momento, os modelos propostos no Capítulo 4 desconsideram restrições de capacidade.

### 3.5 A distribuição

Para cada caminhão, a empresa destina dois funcionários, um motorista e um ajudante. O primeiro é responsável por delimitar o percurso e definir a ordem de atendimento dos clientes, de acordo com as janelas de tempo e seus conhecimentos empíricos de trânsito e tempo de serviço de cada cliente (média de 30 minutos). O segundo tem a função de auxiliar o motorista no descarregamento de produtos e entregas aos clientes. A autonomia que o motorista possui sobre as decisões da roteirização dificulta a coleta de dados por não

haver documentos oficiais sobre os percursos traçados, ordem de atendimento ou tempo de serviço de cada cliente.

A jornada de trabalho dos funcionários envolvidos na entrega dos produtos consiste dos dias corridos entre a partida dos caminhões às 9:00 das segundas-feiras e seu retorno à empresa. A duração média das rotas é de três a quatro dias, podendo atingir até seis dias, ou seja, com retorno ao depósito no sábado.

## 3.6 Objetivos da empresa

Conforme já mencionado, durante o estudo de caso, foram realizadas entrevistas junto à proprietária da empresa por meio de e-mails e contatos telefônicos a fim de se compreender a complexidade e o contexto do problema. Optou-se por entrevistar a proprietária pelo fato dela acompanhar todos os processos da empresa, desde a compra de matéria-prima até a distribuição final de seus produtos. Verificou-se que o objetivo primário da empresa é atender a todos os clientes.

De acordo com a proprietária, a principal dificuldade do processo de distribuição se deve à escassez de postos de gasolina com tomada elétrica trifásica na região, os quais são referenciados a partir deste ponto como *postos de recarga*. Ela explica que dentre todas as cidades do mercado, apenas duas possuem postos de recarga, especificamente, Paragominas e Parauapebas. Devido a essa escassez, o caminhão precisa efetuar viagens de ida e volta entre as cidades com demandas de clientes e as cidades que possuem os postos somente para a recarga da bateria do moto-compressor. Esses postos são visitados, em média, duas vezes por rota de entrega, e no máximo três vezes.

A proprietária ainda argumenta sobre a necessidade de se efetuar as rotas no menor tempo possível, uma vez que quanto mais cedo o veículo retorna para o depósito da empresa, maior é o tempo disponível para operações de manutenção e verificações de segurança. Por fim, a empresa tem interesse em planos de expansão do mercado, de maneira que uma roteirização mais eficiente provavelmente permitiria o atendimento de novos clientes em cada período (dia) das rotas.

### 3.6.1 Planos de expansão

Durante as entrevistas com a proprietária da empresa, ela revelou a existência de um plano estratégico de expansão para incorporação de mercados em outras regiões do estado do Pará. O plano está em fase de prospecção de clientes, e já existe uma lista de clientes em fase de negociação, a qual serviu como base para elaboração de uma instância a ser resolvida pelo modelo de localização-distribuição.

De acordo com a administradora, os clientes potenciais estão distribuídos em 10 cidades: Rondon do Pará, São Miguel do Guamá, Capanema, Bragança, Salinópolis, Castanhal, Ananindeua, Santa Isabel do Pará, Santa Maria do Pará e a capital do estado,

Belém. Dentre as 10 cidades, existem já instalados postos de recarga em duas delas: Castanhal e Belém. A Figura 4 apresenta as localizações do depósito, das cidades e dos postos de recarga. Observando a figura verifica-se a existência de um posto de recarga no meio da região, especificamente, em Paragominas, localização esta relativamente distante das cidades do plano de expansão.

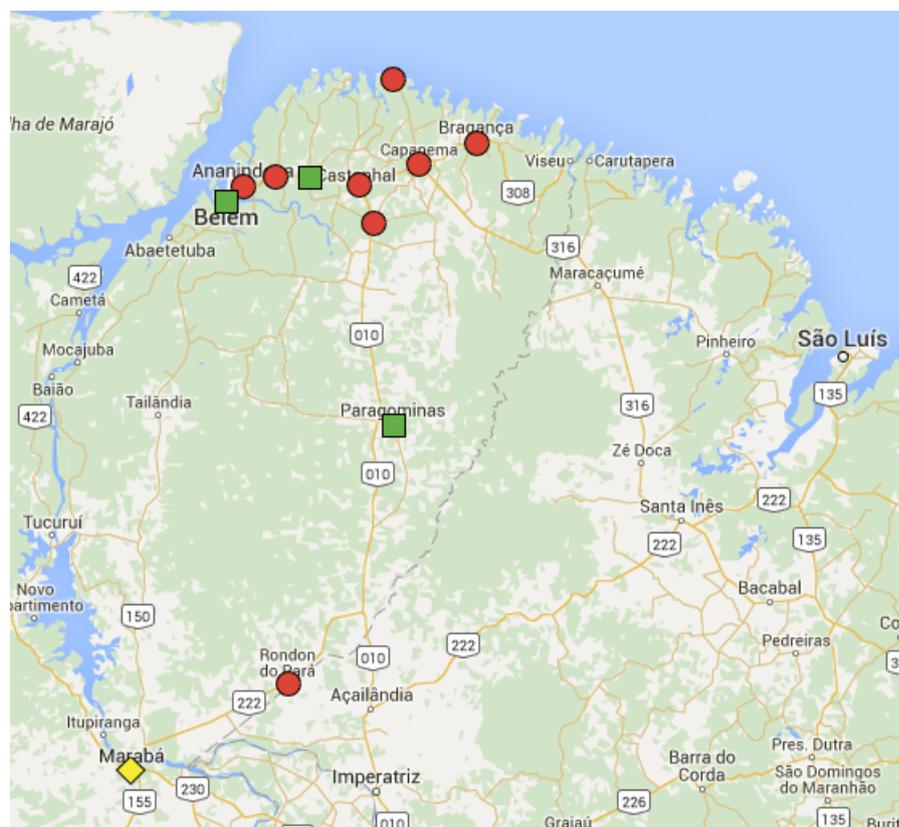


Figura 4 – Cidades (círculos), postos de recarga (quadrado) e depósito da empresa (quadrado inclinado) no plano de Expansão.

### 3.7 Comentários finais

A empresa estudada tem interesse em planos de distribuição que permitam maximizar a utilização dos veículos em cada período (dia) das rotas. Em função do número relativamente grande de clientes, por sua vez, distribuídos em uma larga área, justifica-se a adoção da empresa de um horizonte de planejamento semanal no qual os vários períodos definem uma única rota. Na aplicação considerada, o horizonte de planejamento é discretizado em seis dias. Os modelos de programação matemática devem, portanto, prescrever o atendimento de cada cliente da carteira da semana a um dentre os seis períodos de forma a maximizar o número de clientes atendidos (objetivo primário) e minimizar o tempo total de cada rota (objetivo secundário), respeitando as janelas de tempo de cada cliente em cada período.

Outra característica relevante do problema é a necessidade de alimentação periódica de energia trifásica externa ao veículo para recarga da bateria do mono-compressor que mantém o baú dos caminhões resfriados. Por consequência, os modelos precisam também prescrever paradas intermediárias em postos de recarga durante a execução das rotas semanais.

Em função dos custos envolvidos e possibilidade de ganhos, a empresa foco desta pesquisa mostrou-se muito envolvida com a presente proposta, favorecendo e colaborando ativamente com a pesquisa, cedendo dados para os testes computacionais e fornecendo informações detalhadas sobre a logística de distribuição atual.

## 4 Modelagem Matemática e Abordagem de Solução

Conforme discutido no Capítulo 1, foram desenvolvidos três modelos lineares de programação matemática. O primeiro modelo busca descrever as características relevantes do modelo logístico de distribuição da empresa, sendo referenciado como modelo de roteamento com tempo de recarga fixo. O segundo modelo foi elaborado sob um paradigma de recarga da bateria diferente do adotado pela empresa, sendo referido como modelo de roteamento com recarga parcial. O terceiro modelo combina decisões de localização de postos de recarga e de roteamento com tempo de recarga fixo, sendo denominado como modelo de localização-distribuição.

Para o modelo de roteamento com tempo de recarga fixo é também proposta a utilização de uma heurística de programação matemática *Relax-and-Fix*.

### 4.1 Modelo de Roteamento com Tempo de Recarga Fixo

No modelo com tempo de recarga fixo, foram consideradas as formulações de [Bard, Kontoravdis e Yu \(2002\)](#) e [Cordeau et al. \(2002\)](#), ambas endereçadas ao problema de roteamento de veículos com janelas de tempo. A modelagem matemática proposta incorpora planejamento multi-período e restrições de janelas de tempo em clientes. A notação utilizada é baseada nos modelos E-VRPTW, de [Schneider, Stenger e Goeke \(2014\)](#), VRPIS, de [Schneider, Stenger e Hof \(2014\)](#) e o G-VRP, de [Erdoğan e Miller-Hooks \(2012\)](#).

Uma frota homogênea de  $m$  veículos está disponível em um único depósito no início do horizonte de planejamento, para atividades de entrega dos produtos a clientes. Todos os clientes têm a mesma janela de tempo para início e término do serviço, correspondente ao horário comercial. Os veículos utilizados partem do depósito com suas baterias carregadas, e a bateria de cada veículo em operação deve iniciar sua primeira recarga próximo do fim do horário comercial do segundo dia, enquanto as demais recargas são realizadas próximas ao fim do horário comercial de cada dia subsequente.

Todas as recargas tem duração igual. Assim sendo, após o último cliente do dia ter sido atendido, o veículo se dirige e permanece em um posto para recarga da bateria ou em um local unicamente de pernoite da tripulação. Como esse local não é previamente conhecido, admite-se que seja próximo ao último cliente atendido.

A visita a um posto de recarga não é necessária no primeiro dia ou entre o segundo e penúltimo dia do horizonte de planejamento desde que todos os clientes tenham sido atendidos. A segunda condição decorre de não haver mais necessidade de refrigeração do

baú do veículo (e, portanto, de recarga da bateria), uma vez que a carga de produtos foi totalmente entregue.

#### 4.1.1 Formulação Matemática

Seja um horizonte de planejamento finito dividido em até  $T = 6$  períodos, com duração máxima de  $T_{Max}$  horas, de maneira que tem-se o conjunto  $P = \{1, \dots, T\}$ . No contexto da aplicação tratada, os períodos consistem de dias. Considera-se  $I = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  o conjunto de  $n$  nós clientes e  $F = \{v_{n+1}, v_{n+2}, \dots, v_{n+s}\}$  o conjunto de  $s$  nós postos de recarga. O depósito é referenciado como dois nós  $v_0$  e  $v'_0$ , o primeiro representando o depósito quando na partida dos veículos e o segundo, em sua chegada ou retorno.

Define-se um conjunto  $I'$  de nós de pernoite, correspondente a uma cópia do conjunto  $I$ , ou seja,  $I' = \{v'_1, v'_2, \dots, v'_n\}$ . Portanto, após o último cliente do dia ter sido atendido, cada veículo se dirige e permanece em um nó de recarga ou em um nó de pernoite até o início do período seguinte. No primeiro período, o pernoite ocorre em  $i \in I'$ , enquanto que do segundo ao penúltimo período, os possíveis locais dependem de ter ocorrido ou não o atendimento de todos os clientes. Caso todos os clientes tenham sido atendidos, o pernoite pode ocorrer tanto em  $i \in I'$  como em  $i \in F$ . Caso ainda existam clientes não servidos, o pernoite ocorre obrigatoriamente em  $i \in F$ .

Seja  $V$  o conjunto resultante da união dos nós depósito  $v_0$  e  $v'_0$ , do conjunto dos nós clientes  $I$ , do conjunto dos nós de recarga  $F$  e do conjunto de nós de pernoite  $I'$ . Assim,  $V = \{v_0\} \cup \{v'_0\} \cup I \cup I' \cup F = \{v_0, v'_0, v_1, v_2, \dots, v_n, v'_1, v'_2, \dots, v'_{n+n}, v_{n+n+1}, v_{n+n+2}, \dots, v_{n+n+s}\}$ . Admite-se que todos os nós de recarga têm capacidade ilimitada.

A rede de fluxo, definida como um grafo completo direcionado  $G = (V, A)$ , é formada por um conjunto de arcos  $A = \{(i, j) | i, j \in V; i \neq j\}$ . A cada arco  $(i, j)$  é associado um tempo de viagem  $t_{ij}$ . Cada nó  $i \in V$  está associado a um tempo de serviço  $s_i$ ; para todo  $i \in I$ , esse tempo de serviço é o mesmo, enquanto que para  $i \in F \cup I'$  corresponde a duração do pernoite.

As janelas de tempo de cada  $i \in V$  em cada período  $p$  são definidas por  $[e_{ip}, l_{ip}]$ . Note que os nós possuem uma janela de tempo específica associada a cada período  $p$  do horizonte de planejamento.

Conforme [Schneider, Stenger e Goeke \(2014\)](#), fez-se uso de variáveis associadas aos nós com a finalidade de se acompanhar o estado dos veículos e clientes. A variável  $\tau_{ip}$  indica o instante de início de serviço no cliente  $i$  no período  $p$ . A variável binária  $A$  tem valor igual a 1 se todos os clientes foram atendidos e 0 caso contrário. A variável binária  $U_{ip}$  para  $i, j \in V$  tem valor igual a 1 se o nó  $i$  for visitado no período  $p$  e 0 caso contrário. E finalmente, a variável de decisão  $x_{ijp}$   $i, j \in V, i \neq j$  é binária e igual a 1 se o arco  $(i, j)$  é percorrido no período  $p$  e 0 caso contrário.

Resumindo, adota-se a seguinte notação:

Conjuntos:

$I$ : nós clientes

$I'$ : nós de pernoite

$P$ : períodos do horizonte de planejamento

$F$ : nós de recarga

$V$ : nós clientes, nós de recarga, nós de pernoite e nós depósito, portanto  $V = \{v_0\} \cup \{v'_0\} \cup F \cup I \cup I'$

Índices:

$i, j, h$ : nós clientes, nós de pernoite e nós de recarga

$p$ : períodos do horizonte de planejamento

$v_0$ : nó depósito de partida

$v'_0$ : nó depósito de chegada

Dados de Entrada:

$s_i$ : tempo de serviço no nó  $i$

$t_{ij}$ : tempo de viagem entre os nós  $i$  e  $j$

$e_{ip}$ : instante mais cedo para início do serviço no nó  $i$  no período  $p$

$l_{ip}$ : instante mais tarde para início do serviço no nó  $i$  no período  $p$

Constantes:

$T_{max}$ : duração da jornada de trabalho

$m$ : número de veículos disponíveis

$NC$ : número total de clientes a serem servidos

$\delta$ : número suficientemente pequeno

Variáveis de Decisão:

$x_{ijp}$ : igual a 1 se o arco  $(i, j)$  é percorrido no período  $p$ , 0 caso contrário

$\tau_{ip}$ : instante de início de serviço em  $i$  no período  $p$

$A$ : igual a 1 se todos os clientes já foram servidos, 0 caso contrário

$U_{ip}$ : igual a 1 se o nó  $i$  é visitado no período  $p$  e 0 caso contrário

O problema é formulado como um modelo de programação inteira mista, conforme descrito a seguir.

$$\text{Max } f = \sum_{\substack{i \in V \\ i \neq j}} \sum_{\substack{j \in I \\ j \neq i}} \sum_{p \in P} x_{ijp} - \delta \left( \sum_{\substack{i \in V \\ i \neq j}} \sum_{\substack{j \in V \\ j \neq i}} \sum_{p \in P} t_{ij} x_{ijp} \right) \quad (4.1)$$

s.a

$$\sum_{\substack{i \in V \\ i \neq j}} \sum_{\substack{p \in P}} x_{ijp} \leq 1, \forall j \in I \quad (4.2)$$

$$\sum_{\substack{j \in V \\ j \neq i}} \sum_{p \in P} x_{ijp} \leq 1, \forall i \in I \quad (4.3)$$

$$\sum_{\substack{i \in V \\ i \neq h}} x_{ihp} = \sum_{\substack{j \in V \\ j \neq h}} x_{hjp}, \forall h \in I; p \in P \quad (4.4)$$

$$\sum_{\substack{i \in V \\ i \neq h}} x_{ihp} = \sum_{\substack{j \in V \\ j \neq h}} x_{hjp+1}, \forall h \in F \cup I'; p \in P, p \neq T \quad (4.5)$$

$$\sum_{\substack{i \in V \\ i \neq v'_0}} \sum_{p \in P} x_{iv'_0p} = \sum_{\substack{j \in V \\ j \neq v_0}} x_{v_0j1} \quad (4.6)$$

$$\sum_{\substack{i \in V \\ i \neq v'_0}} \sum_{p \in P} x_{iv'_0p} \leq m \quad (4.7)$$

$$\sum_{\substack{j \in V \\ j \neq v_0}} x_{v_0j1} \leq m \quad (4.8)$$

$$\tau_{jp} \geq e_{jp} \sum_{i \in V} x_{ijp}, \forall j \in I; p \in P \quad (4.9)$$

$$\tau_{jp} \leq l_{jp} \sum_{i \in V} x_{ijp}, \forall j \in I; p \in P \quad (4.10)$$

$$\tau_{jp} \geq e_{jp} U_{jp}, \forall j \in \{v_0\} \cup \{v'_0\} \cup I' \cup F; p \in P \quad (4.11)$$

$$\tau_{jp} \leq l_{jp} U_{jp}, \forall j \in \{v_0\} \cup \{v'_0\} \cup I' \cup F; p \in P \quad (4.12)$$

$$U_{jp} NC \geq \sum_{i \in V} x_{ijp}, \forall j \in \{v'_0\} \cup I' \cup F; p \in P \quad (4.13)$$

$$\tau_{jp} \geq \tau_{ip} + s_i x_{ijp} + t_{ij} x_{ijp} - T_{max}(1 - x_{ijp}), \forall i \in \{v_0\} \cup I, i \neq j; j \in V; p \in P \quad (4.14)$$

$$\tau_{jp+1} \geq \tau_{ip} + s_i x_{ijp+1} + t_{ij} x_{ijp+1} - T_{max}(1 - x_{ijp+1}), \forall i \in I' \cup F, i \neq j; j \in V; p \in P, p \neq T \quad (4.15)$$

$$\tau_{v'_0p} \leq T_{max}, \forall p \in P. \quad (4.16)$$

$$\sum_{\substack{i \in V \\ i \neq j}} \sum_{\substack{j \in I \\ j \neq i}} \sum_{p \in P} x_{ijp} \geq A \times NC \quad (4.17)$$

$$\sum_{\substack{i \in V \\ i \neq j}} \sum_{\substack{j \in I' \\ j \neq i}} \sum_{\substack{p \in P \\ p \geq 2}} x_{ijp} \leq A \times m \quad (4.18)$$

$$x_{ijp} \in \{0, 1\}, \forall i, j \in V, i \neq j, p \in P \quad (4.19)$$

$$e_{ip} \leq \tau_{ip} \leq l_{ip}, \forall i \in V, p \in P \quad (4.20)$$

$$A \in \{0, 1\} \quad (4.21)$$

$$U_{ip} \in \{0, 1\} \forall i \in V, p \in P \quad (4.22)$$

O objetivo do problema, definido em (4.1), visa obter rotas de tempo mínimo dentre aquelas que maximizam a quantidade de clientes servidos.

As restrições (4.2) e (4.3) são restrições de fluxo, as quais impõem que a visita a cada cliente servido ocorra em apenas um período  $p$  por apenas um veículo e sejam precedidas/sucedidas pela visita de um único outro nó cliente, nó depósito ou nó de recarga.

As restrições (4.4) asseguram que a quantidade de arcos que chegam ao nó cliente  $h$  deve ser igual à quantidade de arcos que saem de  $h$ . Essa restrição impõe que o mesmo veículo que visita  $h$  parta dele para um nó  $j$ .

As equações (4.5) prescrevem a mudança do período após a visita a um nó de recarga ou a um nó de pernoite. Essa restrição assegura que o mesmo veículo que visita um nó de recarga ou um nó de pernoite  $h$  no período  $p$  parta de  $h$  no período  $p + 1$  para outro nó  $j$ .

As equações (4.6) impõem que a quantidade de arcos que saem do depósito em  $p_1$  seja igual à quantidade que chega ao depósito em qualquer período  $p$ . Essa restrição visa assegurar que todos os veículos que partam do depósito, retornem ao mesmo ao final de suas rotas.

As restrições (4.7) e (4.8) limitam a quantidade de arcos que saem e chegam ao depósito ao valor máximo de  $m$ , ou seja, restringem a quantidade de veículos utilizados ao tamanho da frota.

As restrições (4.9) e (4.10) limitam o instante de início do serviço em cada nó cliente caso haja um arco chegando a ele, enquanto as restrições (4.11) e (4.12) limitam o instante de retorno ao depósito, visita a um nó de recarga ou um nó de pernoite. Note que é necessário especificar uma janela de tempo para cada período, mesmo que todas tenham a mesma duração de 12 horas. A restrição (4.13) assegura que a janela de tempo em um nó de recarga ou de pernoite seja somente ativada caso haja um arco chegando ao nó.

As restrições (4.14) controlam para um dado período, o instante de início de serviço (ou visita) ao nó  $j \in V$ . Ela tem por função garantir a consistência da programação da rota. O instante de início de serviço no nó  $j$  no período  $p$  é maior ou igual ao instante de

início de serviço no nó predecessor  $i$ , acrescido do tempo de serviço em  $i$  e do tempo de percorrimento do arco  $(i, j)$ .

Já as desigualdades (4.15) controlam a programação da rota quando ocorre uma mudança de período. Sendo  $i$  um nó de recarga ou um nó de pernoite, ela estipula que o instante de início de serviço no nó  $j$  no período  $p + 1$  seja maior ou igual ao instante de início de serviço no nó predecessor  $i$ , o qual ocorreu ainda no período  $p$ , acrescido do tempo de serviço em  $i$  e do tempo de percorrimento do arco  $(i, j)$ .

As restrições (4.16) estabelecem que a duração da rota deve ser menor ou igual à jornada de trabalho.

A restrição (4.17) impõe que a variável binária  $A$  tenha valor igual a 0 caso haja algum cliente não servido. Desta forma, se todos os clientes tiverem sido servidos,  $A$  poderá ter valor igual a 1, o que ativa a restrição (4.18). Esta última permite a ocorrência de arcos chegando a um nó de pernoite a partir do segundo período. Ou seja, o veículo pode pernoitar em um nó de pernoite  $j \in I'$  se e somente se todos os clientes tiverem sido servidos.

Por fim, as restrições (4.19), (4.20), (4.21) e (4.22), definem o domínio das variáveis de decisão.

#### 4.1.2 Fixação de Variáveis

Visando reduzir o tempo de resolução do modelo, algumas variáveis foram fixadas em zero a fim de serem eliminadas durante o pré-processamento. Fixou-se  $x_{ii} = 0$ , uma vez que nenhum arco parte de um nó  $i$  para ele próprio.

Foram também fixados quatro arcos envolvendo os nós depósito. Primeiramente,  $x_{iv_0p} = 0$ , uma vez que não se parte de qualquer nó para o nó depósito de partida em qualquer período. Em seguida, tem-se que para todo  $p \neq 1$ ,  $x_{v_0jp} = 0$  porque não se parte do nó depósito de partida para qualquer outro nó exceto no primeiro período. Para  $j \in F$ ,  $x_{v_0jp} = 0$ , uma vez que partidas do nó depósito de partida só ocorrem no início do primeiro período, e visitas a nós de recarga só ocorrem a partir do final do segundo período, o que implica que não pode haver arcos partindo do nó depósito de partida para nós de recarga. Além disso, impôs-se  $x_{v_0jp} = 0$ , uma vez que não se parte do nó depósito de chegada para qualquer nó em qualquer período.

Foram fixados três arcos envolvendo nós de recarga. Primeiramente, para  $i \in F$  e  $j \in I'$ ,  $x_{ijp} = 0$ , uma vez que não se parte de nós de recarga para nós de pernoite em qualquer período. A seguir, para  $i \in F$  e  $p = 1$  ou  $2$ ,  $x_{ijp} = 0$ . Arcos partindo de nós de recarga só podem existir a partir do 3º período. E finalmente, para  $i \in F$  e  $j \in F$ ,  $x_{ijp} = 0$ , uma vez que não se parte de nós de recarga para outros nós de recarga em qualquer período.

Por fim, foram fixados três arcos envolvendo nós de pernoite. Primeiramente, para  $i \in I'$  e  $j \in I'$ ,  $x_{ijp} = 0$ , pois não se parte de nós de pernoite para nós de pernoite em

qualquer período. Em seguida, para  $i \in I'$ ,  $j \in I$  e  $2 \leq p \leq T - 1$ ,  $x_{ijp} = 0$ . Não se parte de nós de pernoite para nós clientes em períodos posteriores ao primeiro, uma vez que a visita a um nó de pernoite a partir do segundo período implicaria que todos os clientes teriam sido atendidos. E por último,  $i \in I'$  e  $j \in F$ ,  $x_{ijp} = 0$ , uma vez que não se parte de nós de pernoite para nós postos de recarga em qualquer período.

### 4.1.3 Heurística *Relax and Fix*

Tendo em vista as dificuldades de resolução de modelo com tempo de recarga fixo ( veja Seção 5.1 no Capítulo 5), foi desenvolvida uma heurística de programação matemática baseada no algoritmo *Relax-and-Fix* proposto por inicialmente por Wolsey (1998).

Ferreira, Morabito e Rangel (2008) explicam que na heurística *Relax-and-Fix* o conjunto de variáveis inteiras de um problema de otimização inteira mista é particionado em  $P$  conjuntos disjuntos  $Q_i$ ,  $i = 1, \dots, P$ , para os quais são dadas diferentes importâncias. O número  $P$  de conjuntos determina o número de iterações da heurística. Em uma dada iteração  $n$ , apenas as variáveis do conjunto  $Q_n$  são impostas como inteiras, enquanto as demais variáveis, originalmente inteiras, são relaxadas. O submodelo resultante é então resolvido. Se o submodelo é infactível, o algoritmo é interrompido; não é possível encontrar uma solução viável para o problema original com as variáveis dos conjuntos  $Q_i$ ,  $i = 1, \dots, (n - 1)$  fixas nos valores atuais. Se o submodelo for factível, as variáveis do conjunto  $Q_n$ , ou parte delas, são fixadas em seu valor inteiro corrente, e o processo se repete para os demais conjuntos.

De acordo com Rodrigues (2014), essa heurística é raramente aplicada a problemas de roteamento de veículos, tendo em vista que a *Relax-and-Fix* lida muito bem com problemas que consideram o tempo como uma variável discreta, ou seja, em períodos de tempo pré-definidos, cenário mais comum em problemas de programação da produção do que em problemas de roteamento. O autor argumenta que com exceção da obra de Uggem, Fodstad e Norstebo (2011), sua revisão bibliográfica não localizou outra aplicação desta heurística nesta classe de problemas.

Como o problema tratado na presente pesquisa tem o horizonte de planejamento discretizado em períodos (dias) a heurística desenvolvida nesta pesquisa seguiu esta linha, utilizando os períodos  $P$  como critério de decomposição das variáveis de decisão.

Moraes e Santos (2012) descrevem alguns métodos de decomposição, entre eles a *Relax-and-fix 4* (RF 4), a qual é feita por período e de forma sequencial inversa. Ela é iniciada com a variável de maior índice de período ( $t = T$ ), de modo que as variáveis são fixadas de forma decrescente desse índice ( $t = T$  até  $t = 1$ ). A cada iteração, relaxam-se as demais variáveis inteiras (binárias), sendo elas as dos períodos onde índice  $k <$  índice  $t$ . As variáveis binárias  $t$  são fixadas ao decorrer das iterações.

O método de decomposição utilizado nessa pesquisa é aplicado de forma sequencial sendo que nem todas as variáveis binárias  $x_{ijp}$ , cujo valor inteiro foi obtido numa iteração,

são fixadas na iteração seguinte.

#### 4.1.3.1 Estratégia *Relax and Fix*

O problema foi particionado em 6 subconjuntos, cada um referente a um período do horizonte de planejamento, ou seja, tem-se  $Q_p$ ,  $p = 1, \dots, 6$ . No primeiro subconjunto, (ou seja  $Q_1$ ) as variáveis de decisão  $x_{ijp_1}$  são impostas como inteiras, e as demais  $x_{ijp}$  para  $p = 2, \dots, 6$  são relaxadas. No segundo subconjunto ( $Q_2$ ), parte do conjunto de variáveis  $x_{ijp_1}$  são fixadas nos valores obtidos, as variáveis de decisão  $x_{ijp_2}$  são tratadas como variáveis inteiras, e as demais  $x_{ijp}$  para  $p = 3, \dots, 6$  são relaxadas.

Esse processo se repete até o subconjunto  $Q_6$ , em que todas as variáveis de decisão  $x_{ijp}$  são tratadas como variáveis inteiras. Ressalta-se que, este último subconjunto não é uma cópia do problema original, tendo em vista que quando a heurística alcança a última iteração, ela já tem grande quantidade das variáveis  $x_{ijp}$  fixadas, as quais foram obtidas nas resoluções dos subproblemas anteriores.

Durante a resolução de cada subconjunto, a heurística sempre tenta criar uma rota completa no período do subconjunto corrente. Desta forma, no subconjunto  $Q_1$  a heurística busca uma rota completa até o depósito apenas no primeiro período, no subconjunto  $Q_2$  a heurística busca uma rota completa até o depósito final até o segundo período, no subconjunto  $Q_3$  a heurística busca uma rota completa até o depósito até o terceiro período, e assim por diante.

Foram utilizadas duas regras de análise da solução corrente com vistas à selecionar as variáveis de decisão  $x_{ijp}$  a serem fixadas na solução do subconjunto sequente. A primeira regra dita que qualquer arco  $(i, j)$  com  $j \in v_0$ , ou seja, qualquer arco cujo destino seja o depósito final nunca seja fixado. Caso essa regra fosse desconsiderada, sempre uma rota completa fechada seria solução fixa inicial do subconjunto subsequente, e portanto não seria possível nenhum tipo de modificação na solução.

A segunda regra determina a distância máxima entre o último cliente visitado e o posto de recarga mais próximo. A fim de explicar os motivos dessa regra, a Figura 5 ilustra uma solução obtida para um subconjunto  $Q_2$  qualquer. Observando a figura, percebe-se que o último cliente visitado ( $v_5$ ) está próximo ao depósito, porém longe do posto de recarga mais próximo  $f_1$ . Portanto, apenas desconsiderar o arco  $(v_5, v'_0)$  na fixação de variáveis no subconjunto sequente  $Q_3$  faria com que a heurística ficasse presa à solução obtida em  $Q_2$ . Ainda, o veículo é obrigado a visitar um posto de recarga no final do segundo período para que ele recarregue a bateria e possa continuar a rota e atender a mais clientes. Verificou-se que em muitas instâncias, esse último cliente fictício é tão distante de um posto ao ponto do veículo não conseguir alcançar o posto até o fim da bateria e, portanto, a heurística fica apenas repetindo a solução do subconjunto anterior.

À vista disso, foi criado um algoritmo de análise da solução corrente. Para toda variável  $x_{ijp}$  pertencente a uma solução de um subconjunto qualquer, esta somente será

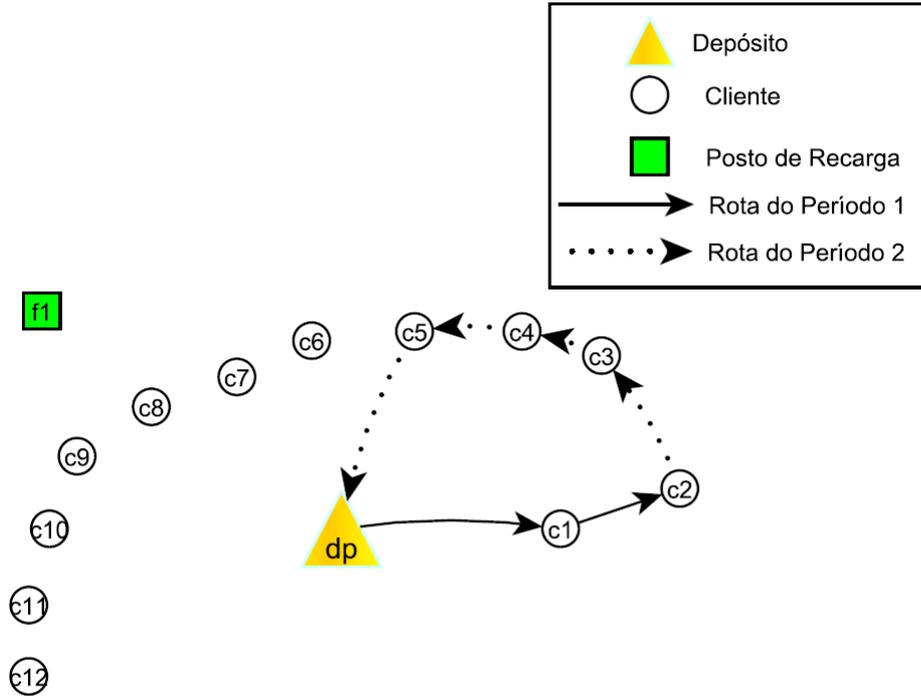


Figura 5 – Solução de um subconjunto  $Q_2$

fixada se  $\tau_j + t_{jh} \leq e_{hp} | \{i, j \in V, h \in F, p \in P\}$ . Portanto, um arco  $(i, j)$  só pode ser fixado se for possível ir do cliente destino  $j$  a um posto de recarga  $h$  antes da janela de tempo mais cedo do posto  $h$  no período corrente  $p$ .

O tempo computacional para a resolução de cada subconjunto em todas as instâncias foi definido de forma percentual ao tempo total. Após testes com diferentes divisões, adotou-se 7% para  $Q_1$ , 10% para  $Q_2$ , 13% para  $Q_3$ , 20% para  $Q_4$ , 23% para  $Q_5$  e 27% para  $Q_6$ .

## 4.2 Modelo com Recarga Parcial

O modelo com recarga parcial é uma extensão do modelo com tempo de recarga fixo. Neste modelo foram incluídas as variáveis e feitas adaptações das restrições do EVRPTW que controlam o nível de bateria ao longo da rota, além de restrições de programação da rota após a visita a um posto de recarga.

Note que o EVRPTW considera que o nível da bateria do veículo varia em função da distância percorrida pelo veículo, enquanto que no modelo de recarga parcial desenvolvido nesta pesquisa, essa variação ocorre em função do tempo transcorrido, além das características de planejamento multi-período e restrições de janelas de tempo em clientes.

### 4.2.1 Formulação Matemática

Assim como no problema descrito na Seção 4.1, seja um horizonte de planejamento finito dividido em até  $T$  dias, cada qual com duração máxima de  $T_{Max}$  horas, de maneira que tem-se o conjunto  $P = \{1, \dots, T\}$ . Considera-se  $I = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  o conjunto de  $n$  nós clientes e  $F = \{v_{n+1}, v_{n+2}, \dots, v_{n+s}\}$  o conjunto de  $s$  de recarga, e uma frota homogênea de  $m$  veículos para as atividades de entrega dos produtos.

Como o nível da bateria para refrigeração dos produtos é medido em horas remanescentes, quando o veículo inicia sua jornada de trabalho, a bateria está em sua capacidade máxima  $B$ , ou seja, 36 horas. Desta forma, cada veículo passa a ser associado a uma variável  $br_i$ , a qual define o nível de bateria ao chegar a nó qualquer.

Além disso, uma vez que o consumo da bateria é em função do tempo, associa-se uma variável  $W_i$  que monitora o tempo de espera para atendimento em um nó cliente  $i$ . Assim, caso o veículo permaneça parado em um cliente  $i$  aguardando o início da janela de tempo, o período o qual ele esteve parado é contabilizado no consumo do nível  $br_i$  da bateria.

A primeira recarga pode ocorrer em qualquer período, em qualquer horário e possui duração variável, ou seja, é relaxada a restrição de que a primeira recarga ocorra apenas a partir do final do horário comercial do segundo período e que possua duração fixa de 12 horas. Como a recarga pode ocorrer em qualquer horário, além do conjunto  $F$  de nós de recarga, foi criado um conjunto  $F'$  correspondente a uma cópia de  $F$  para modelar visitas a postos que se iniciam e terminam em um mesmo período, ou seja, que não são realizadas durante pernoites. Portanto,  $F' = \{v'_{n+1}, v'_{n+2}, \dots, v'_{n+s}\}$ .

Entretanto, como a recarga passa a ter duração variável, existe a possibilidade de se recarregar durante um curto período de tempo à noite, seguir para um cliente distante e aguardar o início da janela de tempo de atendimento deste cliente. Note que um cenário como este é inviável do ponto de vista prático, pois desconsidera a necessidade de pernoite dos funcionários. Desta forma, foram definidas janelas de tempo para a saída de nós de recarga ou de pernoite. Segundo as janelas, os veículos só podem deixar esses nós a partir das 06:00 da manhã do período corrente. Assim evita-se que o veículo circule durante a madrugada, período este em que os funcionários precisam estar descansando.

Os funcionários podem descansar tanto em um posto de recarga como em um local unicamente de pernoite. Esses locais são representados da mesma forma como no modelo com tempo de recarga fixo. Definiu-se um conjunto  $I'$  correspondente a uma cópia do conjunto  $I$ , ou seja,  $I' = \{v'_1, v'_2, \dots, v'_n\}$ . Portanto, após o último cliente do dia ter sido atendido, cada veículo se dirige e permanece em um nó de recarga ou em um nó de pernoite até as 06:00 da manhã do dia seguinte, que diferentemente do modelo com tempo de recarga fixo, pode ser visitado em qualquer período.

Considera-se que ao chegar em um posto de recarga  $i$ , o veículo tem uma variável  $BR_{ij}$  associada que controla o nível de bateria *ao sair do posto de recarga*, denominada por nível de bateria recarregada. Ainda, garante-se que o nível de bateria recarregada  $BR_{ij}$  seja

pelo menos suficiente para a chegada ao nó  $j$  e que não seja superior à capacidade máxima de bateria  $B$ .

Por fim, seja  $V$  o conjunto resultante da união dos nós depósito de partida e chegada  $v_0$  e  $v'_0$ , do conjunto dos nós clientes  $I$ , do conjunto dos nós de recarga  $F$ , do conjunto de nós de pernoite  $I'$  e do conjunto  $F'$  de nós cópias de recarga quando não há mudança de período. Assim,  $V = \{v_0\} \cup \{v'_0\} \cup I \cup I' \cup F \cup F' = \{v_0, v'_0, v_1, v_2, \dots, v_n, v'_1, v'_2, \dots, v'_{n+n}, v_{n+1}, v_{n+2}, \dots, v_{n+s}, v'_{n+s}, v'_{n+s+1}, \dots, v'_{n+s+s}\}$ . Admite-se que todos os nós de recarga têm capacidade ilimitada.

A rede de fluxo, definida como um grafo completo direcionado  $G = (V, A)$ , é formada por um conjunto de arcos  $A = \{(i, j) | i, j \in V; i \neq j\}$ . A cada arco  $(i, j)$  é associado um tempo de viagem  $t_{ij}$ . Cada nó  $i \in V$  está associado a um tempo de serviço  $s_i$ ; para todo  $i \in I$ , ou seja, nó cliente, esse tempo de serviço é o mesmo, enquanto que para nós postos de recarga, posto de recarga cópia e nós de pernoite  $i \in F \cup F' \cup I'$  é igual a 0.

As janelas de tempo de cada  $i \in V$  são definidas por  $[e_{ip}, l_{ip}]$ , específicas para cada período  $p$  do horizonte de planejamento. Ressalta-se que no modelo com recarga parcial, o pernoite pode ocorrer tanto em  $I'$  como em  $F$  para todos os períodos.

Assim como [Schneider, Stenger e Goeke \(2014\)](#), fez-se uso de variáveis associadas aos nós com a finalidade de se acompanhar o estado dos veículos. A variável  $\tau_{ip}$  indica o instante de início de serviço no cliente  $i$  no período  $p$ . E finalmente, as variáveis de decisão  $x_{ijp}$   $i, j \in V, i \neq j$  são binárias e iguais a 1 se o arco  $(i, j)$  é percorrido no período  $p$  e 0 caso contrário.

Resumindo, adota-se a seguinte notação:

Conjuntos:

$I$ : nós clientes

$I'$ : nós de pernoite

$P$ : períodos do horizonte de planejamento

$F$ : nós de recarga (com pernoite)

$F'$ : nós cópias de recarga (sem pernoite)

$V$ : nós depósito de partida e chegada, nós cliente, nós de recarga, nós clientes de pernoite e nós cópias de recarga, portanto,  $V = \{v_0\} \cup \{v'_0\} \cup F \cup I' \cup F'$

Índices:

$i, j, h$ : nós clientes, nós cliente de pernoite, nós de recarga, nós de recarga cópia e nó depósito

$p$ : períodos do horizonte de planejamento

$v_0$ : nó depósito de partida

$v'_0$ : nó depósito de chegada

Dados de Entrada:

$s_i$ : tempo de serviço no nó  $i$

$t_{ij}$ : tempo de viagem entre os nós  $i$  e  $j$

$e_{ip}$ : instante mais cedo para início do serviço no nó  $i$  no período  $p$

$l_{ip}$ : instante mais tarde para início do serviço no nó  $i$  no período  $p$

Constantes:

$T_{max}$ : duração da jornada de trabalho em cada período

$m$ : número de veículos disponíveis

$\delta$ : número suficientemente pequeno

$B$ : capacidade máxima de bateria

Variáveis de Decisão:

$x_{ijp}$ : igual a 1 se o arco  $(i, j)$  é percorrido no período  $p$ , 0 caso contrário

$\tau_{ip}$ : instante de início de serviço em  $i$  no período  $p$

$br_i$ : nível de bateria ao chegar ao nó  $i$

$BR_{ij}$ : nível de bateria recarregada no nó de recarga  $i$  dado que o próximo nó visitado é  $j$

$W_i$ : tempo de espera para início do serviço no nó  $i$

O problema é formulado como um modelo de programação inteira mista, conforme descrito a seguir.

$$\text{Max } f = \sum_{\substack{i \in V \\ i \neq j}} \sum_{\substack{j \in I \\ j \neq i}} \sum_{p \in P} x_{ijp} - \delta \left( \sum_{\substack{i \in V \\ i \neq j}} \sum_{\substack{j \in V \\ j \neq i}} \sum_{p \in P} t_{ij} x_{ijp} \right) \quad (4.1)$$

s.a

$$\sum_{\substack{i \in V \\ i \neq j}} \sum_{p \in P} x_{ijp} \leq 1, \forall j \in I \quad (4.2)$$

$$\sum_{\substack{j \in V \\ j \neq i}} \sum_{p \in P} x_{ijp} \leq 1, \forall i \in I \quad (4.3)$$

$$\sum_{\substack{i \in V \\ i \neq h}} x_{ihp} = \sum_{\substack{j \in V \\ j \neq h}} x_{hjp}, \forall h \in I; p \in P \quad (4.4)$$

$$\sum_{\substack{i \in V \\ i \neq h}} x_{ihp} = \sum_{\substack{j \in V \\ j \neq h}} x_{hjp+1}, \forall h \in F \cup I'; p \in P, p \neq T \quad (4.5)$$

$$\sum_{\substack{i \in V \\ i \neq v'_0}} \sum_{p \in P} x_{iv'_0p} = \sum_{\substack{j \in V \\ j \neq v_0}} x_{v_0j1} \quad (4.6)$$

$$\sum_{\substack{i \in V \\ i \neq v_0}} \sum_{p \in P} x_{iv_0p} \leq m \quad (4.7)$$

$$\sum_{\substack{j \in V \\ j \neq v_0}} x_{v_0j1} \leq m \quad (4.8)$$

$$\tau_{jp} \geq e_{jp} \sum_{i \in V} x_{ijp}, \forall j \in I; p \in P \quad (4.9)$$

$$\tau_{jp} \leq l_{jp} \sum_{i \in V} x_{ijp}, \forall j \in I; p \in P \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned} \tau_{jp} &\geq \tau_{ip} + W_j + s_i x_{ijp} + t_{ij} x_{ijp} - T_{max}(1 - x_{ijp}), \\ \forall i \in I; j \in V, i \neq j; p \in P \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned} \tau_{jp} &\geq e_{ip} x_{ijp} + W_j + t_{ij} x_{ijp} - T_{max}(1 - x_{ijp}), \\ \forall i \in F \cup I'; j \in V, j \neq i; p \in P \end{aligned} \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} \tau_{jp+1} &\geq \tau_{ip} + W_j + (BR_{ij} - br_i) + t_{ij} x_{ijp+1} - T_{max}(1 - x_{ijp+1}), \\ \forall i \in F; j \in V, i \neq j; p \in P, p \neq T \end{aligned} \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned} \tau_{jp} &\geq \tau_{ip} + W_j + (BR_{ij} - br_i) + t_{ij} x_{ijp} - T_{max}(1 - x_{ijp}), \\ \forall i \in F'; j \in V, i \neq j; p \in P \end{aligned} \quad (4.26)$$

$$W_j \geq e_{jp} x_{ijp} - \tau_{jp}, \forall i, j \in V, i \neq j; p \in P \quad (4.27)$$

$$\tau_{v_0p} \leq T_{max}, \forall p \in P \quad (4.16)$$

$$BR_{ij} - B(1 - x_{ijp}) \leq B, \forall i, j \in V, i \neq j \quad (4.28)$$

$$BR_{ij} - br_i \geq 0, \forall i \in F \cup F'; j \in V, i \neq j \quad (4.29)$$

$$br_j \leq br_i - W_j - s_i x_{ijp} - t_{ij} x_{ijp} + B(1 - x_{ijp}), \forall i \in v_0 \cup I; j \in V, i \neq j; p \in P \quad (4.30)$$

$$br_j \geq br_i - W_j - s_i x_{ijp} - t_{ij} x_{ijp} - B(1 - x_{ijp}), \forall i \in v_0 \cup I; j \in V, i \neq j; p \in P \quad (4.31)$$

$$br_j \leq BR_{ij} - W_j - t_{ij} x_{ijp} + B(1 - x_{ijp}), \forall i \in F \cup F'; j \in V, i \neq j; p \in P \quad (4.32)$$

$$br_j \geq BR_{ij} - W_j - t_{ij} x_{ijp} - B(1 - x_{ijp}), \forall i \in F \cup F'; j \in V, i \neq j; p \in P \quad (4.33)$$

$$br_j \leq br_i - (\tau_{jp+1} - \tau_{ip}) + B(1 - x_{ijp}), \forall i \in I'; j \in V, i \neq j; p \in P, p \neq T \quad (4.34)$$

$$br_j \geq br_i - (\tau_{jp+1} - \tau_{ip}) - B(1 - x_{ijp}), \forall i \in I'; j \in V, i \neq j; p \in P, p \neq T \quad (4.35)$$

$$x_{ijp} \in \{0, 1\}, \forall i, j \in V, i \neq j, p \in P \quad (4.36)$$

$$e_{ip} \leq \tau_{ip} \leq l_{ip}, \forall i \in V, p \in P \quad (4.37)$$

$$0 \leq br_i \leq B, \forall i \in V \quad (4.38)$$

$$0 \leq BR_{ij} \leq B, \forall i, j \in V, i \neq j \quad (4.39)$$

$$W_i \geq 0, \forall i \in V \quad (4.40)$$

O modelo com recarga parcial utiliza a mesma função objetivo (4.1), e as restrições (4.2), (4.3), (4.4), (4.5), (4.6), (4.7), (4.8), (4.9), (4.10) e (4.16) do modelo com tempo de recarga fixo, descrito na Seção 4.1.1.

As restrições (4.23) controlam para um dado período, o instante de início de serviço (ou

visita) ao nó  $j \in V$ , quando este é precedido por um cliente ou pelo depósito. Ressalta-se a inclusão da variável de tempo de espera  $W_j$ .

As restrições (4.24) limitam o início do serviço ao nó subsequente à visita de um posto de recarga com pernoite ou a um nó cliente de pernoite para após as 06:00 da manhã no período corrente.

As restrições (4.25) controlam para um dado período, o instante de início de serviço (ou visita) ao nó  $j \in V$ , quando este for precedido por um nó de recarga com pernoite. Desta forma, essas restrições controlam a programação da rota quando ocorre uma mudança de período. O instante de início de serviço no nó  $j$  no período  $p$  é maior ou igual à janela de tempo mais cedo, a qual é 06:00 horas no período corrente, acrescido do tempo de espera  $W_j$  em  $j$  e do tempo de percorrimento do arco  $(i, j)$ . O termo  $(BR_{ij} - br_i)$  fornece o tempo requerido da recarga.

As restrições (4.26) controlam para um dado período, o instante de início de serviço (ou visita) ao nó  $j \in V$ , quando este for precedido por uma visita a um nó  $i$  de recarga sem pernoite ( $i \in F'$ ). O instante de início de serviço no nó  $j$  no período  $p$  é maior ou igual ao instante de início de serviço no nó predecessor  $i$ , acrescido do tempo de espera  $W_j$  em  $j$ , acrescido do tempo necessário para recarga até o nível  $BR_{ij}$  e do tempo de percorrimento do arco  $(i, j)$ .

As restrições (4.27) definem o tempo de espera para início de atendimento (ou visita) a um nó qualquer  $j \in V$ . Ele é definido pela diferença entre a janela de tempo mais cedo do nó  $j$  e o instante de início de serviço de atendimento (ou visita) ao nó  $j$ .

As restrições (4.28) limitam o nível de bateria recarregado  $BR_{ij}$  até a capacidade máxima  $B$ . As restrições (4.29), por sua vez, garantem que o nível de bateria recarregada em  $i$  é sempre maior ou igual ao nível de bateria ao se chegar ao nó  $i$ .

As restrições (4.30) e (4.31) controlam o nível de bateria para um dado nó  $j$ , quando este for precedido por um cliente ou pelo depósito. O nível de bateria em um nó  $j$  é menor ou igual ao nível de bateria no nó predecessor  $i$ , decrescido do tempo de espera  $W_j$  em  $j$ , do tempo de serviço em  $i$  e do tempo de percorrimento do arco  $(i, j)$ .

As restrições (4.32) e (4.33) controlam o nível de bateria para um dado nó  $j$ , quando este for precedido por um nó de recarga. O nível de bateria em um nó  $j$  é menor ou igual ao nível de bateria recarregada no nó de recarga predecessor  $i$ , decrescido do tempo de espera  $W_j$  em  $j$  e do tempo de percorrimento do arco  $(i, j)$ .

As restrições (4.34) e (4.35) controlam o nível de bateria para um dado nó  $j$ , quando este tiver sido precedido por um nó cliente de pernoite, ou seja, quando há mudança de período. O nível de bateria em um nó  $j$  é menor ou igual ao nível de bateria no nó predecessor  $i$ , decrescido da diferença entre o instante de início de serviço em  $i$  no período  $p$  e o instante de início de serviço em  $j$  no período  $p + 1$ .

Por fim as restrições (4.36), (4.37), (4.38), (4.39) e (4.40) definem o domínio das variáveis de decisão.

## 4.2.2 Fixação de Variáveis

A fixação de variáveis é a mesma utilizada no modelo com tempo de recarga fixo, com a inclusão de  $br_{v_0} = B$ . Ou seja, prescreve-se explicitamente que os veículos iniciem suas jornadas com a bateria totalmente carregada.

## 4.3 Modelo de Localização-Distribuição

O modelo de localização-distribuição, ou seja, que agrega decisões de localização de postos às decisões de roteamento, tem sua formulação muito similar ao modelo de roteamento com tempo de recarga fixo, descrito na Seção 4.1. Desta forma, a notação segue o padrão do modelo com tempo de recarga fixo, com a inclusão de algumas variáveis de decisão, restrições, dados de entrada, um conjunto novo e uma constante.

### 4.3.1 Formulação Matemática

Como o modelo de localização-distribuição é muito parecido com o modelo com tempo de recarga fixo proposto, esta seção descreve apenas as alterações efetuadas.

Primeiramente, além do conjunto  $F$  referente aos nós de recarga, foi incluído um conjunto  $F_n$  referente aos nós de recarga *potenciais*, ou seja, aqueles cuja abertura é uma decisão do modelo. Desta forma,  $F_n = \{v_{n+s+1}, v_{n+s+2}, \dots, v_{n+s+sn}\}$ , considerando que há  $sn$  nós postos de recarga em potencial. Admite-se que os postos de recarga em potencial tem tempo de recarga e janelas de tempo igual aos postos de recarga pré-existentes. Ainda, foi associado um custo fixo de instalação  $O_i$  para  $i \in F_n$ .

Também criou-se uma variável de decisão binária  $Y_i$  para  $i \in F_n$ . Ela é igual a 1 se o posto de recarga em potencial  $i$  é selecionado para abertura, e 0 caso contrário.

Por fim, seja  $V$  o conjunto resultante da união dos nós depósito  $v_0$  e  $v'_0$ , do conjunto dos nós clientes  $I$ , do conjunto dos nós de recarga  $F$ , do conjunto de nós de pernoite  $I'$  e do conjunto dos nós de recarga em potencial  $F_n$ . Assim,  $V = \{v_0\} \cup \{v'_0\} \cup I \cup I' \cup F \cup F_n = \{v_0, v'_0, v_1, v_2, \dots, v_n, v'_1, v'_2, \dots, v'_{n+n}, v_{n+1}, v_{n+2}, \dots, v_{n+s}, v_{n+1}, v_{n+2}, \dots, v_{n+n+s+sn}\}$ . Mais uma vez, admite-se que todos os nós de recarga, potenciais ou existentes, têm capacidade ilimitada.

Resumindo, adota-se a seguinte notação adicional:

Conjuntos:

$F_n$ : nós de posto de recarga em potencial

$V$ : nós clientes, nós de recarga, nós de pernoite e depósito, portanto  $V = \{v_0\} \cup \{v'_0\} \cup F \cup I \cup I' \cup F_n$

Dados de Entrada:

$O_i$ : custo de instalação do posto de recarga em potencial  $i$

Constantes:

$M$ : número suficientemente grande

Variáveis de Decisão:

$y_i$ : igual a 1 se o posto de recarga  $i$  é aberto, e 0 caso contrário

O problema é formulado como um modelo de programação inteira mista, conforme descrito a seguir.

$$\text{Max } f = \sum_{\substack{i \in V \\ i \neq j}} \sum_{\substack{j \in I \\ j \neq i}} \sum_{p \in P} x_{ijp} - \delta_1 \left( \sum_{\substack{i \in V \\ i \neq j}} \sum_{\substack{j \in V \\ j \neq i}} \sum_{p \in P} t_{ij} x_{ijp} \right) - \delta_2 \left( \sum_{\substack{i \in Fn \\ i \neq j}} O_i y_i \right) \quad (4.49)$$

s.a

$$\sum_{\substack{i \in V \\ i \neq j}} \sum_{p \in P} x_{ijp} \leq 1, \forall j \in I \quad (4.2)$$

$$\sum_{\substack{j \in V \\ j \neq i}} \sum_{p \in P} x_{ijp} \leq 1, \forall i \in I \quad (4.3)$$

$$\sum_{\substack{i \in V \\ i \neq h}} x_{ihp} = \sum_{\substack{j \in V \\ j \neq h}} x_{hjp}, \forall h \in I; p \in P \quad (4.4)$$

$$\sum_{\substack{i \in V \\ i \neq h}} x_{ihp} = \sum_{\substack{j \in V \\ j \neq h}} x_{hjp+1}, \forall h \in F \cup I' \cup Fn; p \in P, p \neq T \quad (4.41)$$

$$\sum_{\substack{i \in V \\ i \neq v_0}} \sum_{p \in P} x_{iv_0p} = \sum_{\substack{j \in V \\ j \neq v_0}} x_{v_0j1} \quad (4.6)$$

$$\sum_{\substack{i \in V \\ i \neq v_0}} \sum_{p \in P} x_{iv_0p} \leq m \quad (4.7)$$

$$\sum_{\substack{j \in V \\ j \neq v_0}} x_{v_0j1} \leq m \quad (4.8)$$

$$\tau_{jp} \geq e_{jp} \sum_{i \in V} x_{ijp}, \forall j \in I; p \in P \quad (4.9)$$

$$\tau_{jp} \leq l_{jp} \sum_{i \in V} x_{ijp}, \forall j \in I; p \in P \quad (4.10)$$

$$\tau_{jp} \geq e_{jp}U_{jp}, \forall j \in \{v_0\} \cup \{v'_0\} \cup I' \cup F \cup Fn; p \in P \quad (4.42)$$

$$\tau_{jp} \leq l_{jp}U_{jp}, \forall j \in \{v_0\} \cup \{v'_0\} \cup I' \cup F \cup Fn; p \in P \quad (4.43)$$

$$U_{jp}NC \geq \sum_{i \in V} x_{ijp}, \forall j \in \{v'_0\} \cup I' \cup F \cup Fn; p \in P \quad (4.13)$$

$$\tau_{jp} \geq \tau_{ip} + s_i x_{ijp} + t_{ij} x_{ijp} - T_{max}(1 - x_{ijp}), \forall i \in \{v_0\} \cup I, i \neq j; j \in V; p \in P \quad (4.44)$$

$$\begin{aligned} \tau_{jp+1} &\geq \tau_{ip} + s_i x_{ijp+1} + t_{ij} x_{ijp+1} - T_{max}(1 - x_{ijp+1}), \\ \forall i &\in I' \cup F \cup Fn, i \neq j; j \in V; p \in P, p \neq T \end{aligned} \quad (4.45)$$

$$\tau_{ip} \leq T_{max}, \forall i \in \{v_0\}; p \in P \quad (4.16)$$

$$\sum_{\substack{i \in V \\ i \neq j}} \sum_{p \in P} x_{ihp} \leq Y_h M, \forall h \in Fn \quad (4.46)$$

$$\sum_{\substack{i \in V \\ i \neq j}} \sum_{\substack{j \in I \\ j \neq i}} \sum_{p \in P} x_{ijp} \geq A \times NC \quad (4.17)$$

$$\sum_{\substack{i \in V \\ i \neq j}} \sum_{\substack{j \in I' \\ j \neq i}} \sum_{\substack{p \in P \\ p \geq 2}} x_{ijp} \leq A \times m \quad (4.18)$$

$$x_{ijp} \in \{0, 1\}, \forall i, j \in V, i \neq j, p \in P \quad (4.47)$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \forall i \in Fn \quad (4.48)$$

$$e_{ip} \leq \tau_{ip} \leq l_{ip}, \forall i \in V, p \in P \quad (4.49)$$

$$A \in \{0, 1\} \quad (4.21)$$

$$U_{ip} \in \{0, 1\} \forall i \in V, p \in P \quad (4.22)$$

A função objetivo definida em (4.49) é idêntica à (4.1), exceto por incluir uma parcela referente ao custo fixo de instalação caso o posto de recarga em potencial  $i$  seja aberto. Note que o atendimento dos clientes é prioritário em relação ao custo de abertura de postos.

O modelo utiliza as mesmas restrições de (4.2) a (4.22) do modelo com tempo de recarga fixo, com exceção do conjunto de nós de postos de recarga considerados, que aqui passa a incluir os postos potenciais.

A restrição (4.46) é do tipo custo fixo, ou seja, determina que caso haj um arco  $(i, h)$ , com  $h \in Fn$ , ou seja, caso um posto de recarga em potencial seja visitado, este precisa ser aberto.

Por fim a restrição (4.48) define o domínio da variável de decisão  $y_i$  para  $i \in Fn$ .

### 4.3.2 Fixação de Variáveis

A fixação de variáveis é a mesma utilizada no modelo com tempo de recarga fixo.

## 5 Experimentos Computacionais com os Modelos de Roteamento

Neste capítulo, são descritos os experimentos computacionais realizados com os modelos de roteamento descritos nas Seções 4.1 e 4.2, visando tanto obter soluções para instâncias reais da empresa foco, como também analisar seu desempenho. A implementação do modelo e a estratégia de *Relax-and-Fix* foram implementados na linguagem de modelagem GAMS com o *solver* CPLEX 12.5.0.0. O algoritmo *branch&cut* do CPLEX foi executado com todos os parâmetros padrão, exceto pelas opções  $fpheur = 2$ ,  $heurfreq = 100$ ,  $lbheur = 1$  e  $threads = 4$ . Os experimentos foram realizados em um computador Dell, modelo Optiplex 9010, com processador Intel i7 com 3,4 GHz, 16 GB de memória RAM e sistema operacional Windows 7 Professional de 64 bits.

### 5.1 Estudo de Caso

Esta seção possui dois objetivos: verificar se o modelo descreve satisfatoriamente a logística de distribuição da empresa, e analisar se com o modelo é possível obter soluções melhores que as praticadas. Para tal, fez-se uso de duas instâncias reais da empresa e de uma terceira instância gerada a partir das duas primeiras. Conforme a Seção 3.1, atualmente a empresa divide parte de sua distribuição em duas regiões (Tucuruí e Paragominas), cada qual atendida por 1 veículo. A terceira instância é a junção das duas regiões com a utilização de 1 ou 2 veículos.

As instâncias foram delineadas a partir da coleta de informações de entregas da empresa. De acordo com a Seção 3.5, a autonomia do motorista dificulta a coleta de dados por não haver documentos oficiais sobre os percursos traçados, ordem de atendimento de clientes ou tempo de serviço em cada cliente.

Nas instâncias tratadas, a jornada de trabalho  $T_{max}$  é de 132 horas e o tempo médio de serviço nos clientes é de 30 minutos. O instante inicial de partida do depósito é igual a 0, de maneira que seu retorno deve ocorrer até o instante 132. Todos os clientes possuem a mesma janela de tempo em cada período, ou seja, entre 7:00 e 19:00 hs., subtraído o tempo de serviço do cliente em questão, o que significa que o serviço precisa ser completado até o fim da janela de tempo. A chegada aos nós de recarga e pernoite deve ocorrer exatamente às 19:00 hs do período corrente, ou seja, o limite inferior e superior das janelas de tempo desses nós são idênticos, e o tempo de serviço é de 12 horas. As janelas de tempo de cada tipo de nó para cada período estão especificadas nas Tabelas 2 e 3. E por fim, as instâncias baseadas em dados reais foram executadas por até 10.800 segundos (3 horas).

De forma a garantir adequação dos resultados com a realidade do sistema de distri-

Tabela 2 – Janelas de tempo em nós clientes e depósito

Para $i \in I$			Para $i = v_0$		
0	$\leq \tau_{i1} \leq$	$12 - s_i$	0	$\leq \tau_{i1} \leq$	12
24	$\leq \tau_{i2} \leq$	$36 - s_i$	24	$\leq \tau_{i2} \leq$	36
48	$\leq \tau_{i3} \leq$	$60 - s_i$	48	$\leq \tau_{i3} \leq$	60
72	$\leq \tau_{i4} \leq$	$84 - s_i$	72	$\leq \tau_{i4} \leq$	84
96	$\leq \tau_{i5} \leq$	$108 - s_i$	96	$\leq \tau_{i5} \leq$	108
120	$\leq \tau_{i6} \leq$	$132 - s_i$	120	$\leq \tau_{i6} \leq$	132

Tabela 3 – Janelas de tempo em nós de recarga e de pernoite

Para $i \in F$			Para $i \in I'$		
36	$\leq \tau_{i2} \leq$	36	12	$\leq \tau_{i1} \leq$	12
60	$\leq \tau_{i3} \leq$	60	36	$\leq \tau_{i2} \leq$	36
84	$\leq \tau_{i4} \leq$	84	60	$\leq \tau_{i3} \leq$	60
108	$\leq \tau_{i5} \leq$	108	84	$\leq \tau_{i4} \leq$	84
			108	$\leq \tau_{i5} \leq$	108

buição da empresa, todas as soluções obtidas a partir de instâncias baseadas em dados reais foram verificadas e validadas junto à proprietária da empresa.

### 5.1.1 Região de Tucuruí

A primeira instância tratada refere-se à região de Tucuruí. Nesta região, a empresa conta com 17 clientes distribuídos em 4 cidades do sudeste paraense. Acompanhando a prática da empresa, disponibilizou-se 1 veículo para as entregas. Os dados da empresa, os resultados obtidos com o CPLEX sem a estratégia da *Relax-and-Fix* (otimização incompleta) e com esta estratégia são apresentados na Tabela 4. Ressalta-se que ambos os métodos utilizaram o tempo de processamento de 10.800 segundos. Em conformidade ao explicado na Seção 4.1.3.1, o tempo de processamento disponibilizado pela heurística para cada subconjunto foi 720 para  $Q_1$ , 1080 para  $Q_2$ , 1440 para  $Q_3$ , 2160 para  $Q_4$ , 2520 para  $Q_5$  e 2880 para  $Q_6$ .

Ressalta-se que os *gaps* indicados das soluções da heurística nesta e demais tabelas de resultados foram obtidos fixando-se as variáveis no modelo completo. Ou seja, os *gaps* foram computados em relação ao limitante superior do problema original.

Tabela 4 – Medidas das soluções da região de Tucuruí

Abordagem	Clientes Atendidos	Nº Períodos	Distância Percorrida (Km)	Duração (horas)	gap (%)
Empresa	17	2	538,32*	29,47*	ND
Otim. Inc.	17	2	534,82	29,81	0,12
Heurística	17	2	534,82	29,81	0,12

\*Estimado ND: não disponível



necessárias visitas ao posto de recarga durante a rota, uma vez que a primeira carga do veículo tem autonomia de 36 horas, e a rota da solução obtida tem menor duração.

A Tabela 4 indica que a heurística *Relax-and-Fix* produziu uma solução igual à da otimização incompleta, e ligeiramente inferior à solução estimada da empresa. Vale ressaltar que no momento da coleta de dados, o tempo de rota da empresa foi estimado a partir do sequenciamento das cidades fornecido, utilizando o algoritmo do vizinho mais próximo para gerar o sequenciamento dos clientes em cada cidade. A solução gerada com o modelo terminou a rota em 29,81 horas, ou seja, um valor muito próximo à estimativa obtida.

Entretanto, ressalta-se que o tempo de rota real da empresa inclui diversos fatores aleatórios que não podem ser controlados. Em entrevista junto à empresa, tanto validou-se a factibilidade das rotas, como constatou-se que o sequenciamento das cidades na solução com o modelo é igual ao da empresa.

### 5.1.2 Região de Paragominas

A região de Paragominas define a segunda instância considerada. Há 23 clientes distribuídos por 4 municípios do sudeste paraense. Novamente, disponibilizou-se 1 veículo para as entregas. Os dados fornecidos pela empresa, os resultados obtidos com a otimização incompleta e com a estratégia da *Relax-and-Fix* (ambos utilizando até 10.800 segundos de tempo de processamento) são apresentados na Tabela 5. Em conformidade ao explicado na Seção 4.1.3.1, o tempo de processamento disponibilizado pela heurística para cada subconjunto foi 720 para  $Q_1$ , 1080 para  $Q_2$ , 1440 para  $Q_3$ , 2160 para  $Q_4$ , 2520 para  $Q_5$  e 2880 para  $Q_6$ .

Tabela 5 – Medidas das soluções da região de Paragominas

Abordagem	Clientes Atendidos	Nº Períodos	Distância Percorrida (Km)	Duração (horas)	gap (%)
Empresa	23	3	832,43*	54,23*	ND
Otim. Inc.	23	3	831,06	50,38	0,22
Heurística	23	3	831,79	50,38	0,22

\*Estimado ND: não disponível

A rota gerada pela heurística é ilustrada na Figura 7. Assim como na figura anterior, as setas tracejadas finas indicam os arcos percorridos no 1º dia (período 1) e as setas tracejadas espessas representam os arcos percorridos no 2º dia (período 2). Além destes arcos, as setas pontilhadas representam os arcos percorridos no 3º dia (período 3). Novamente, objetivando manter a figura resumida, optou-se por representar apenas os instantes de início de serviço  $\tau_{ip}$  dos primeiros e últimos nós clientes de cada cidade visitada, com exceção da visita ao local de pernoite e ao posto de recarga. E por fim, como os clientes de uma mesma cidade estão localizados muito próximos entre si, preferiu-se

sinalizar apenas as distâncias entre as cidades. A posição dos clientes dentro das cidades não reflete a realidade, uma vez que buscou-se apenas distinguir os nós clientes em cada cidade da região.

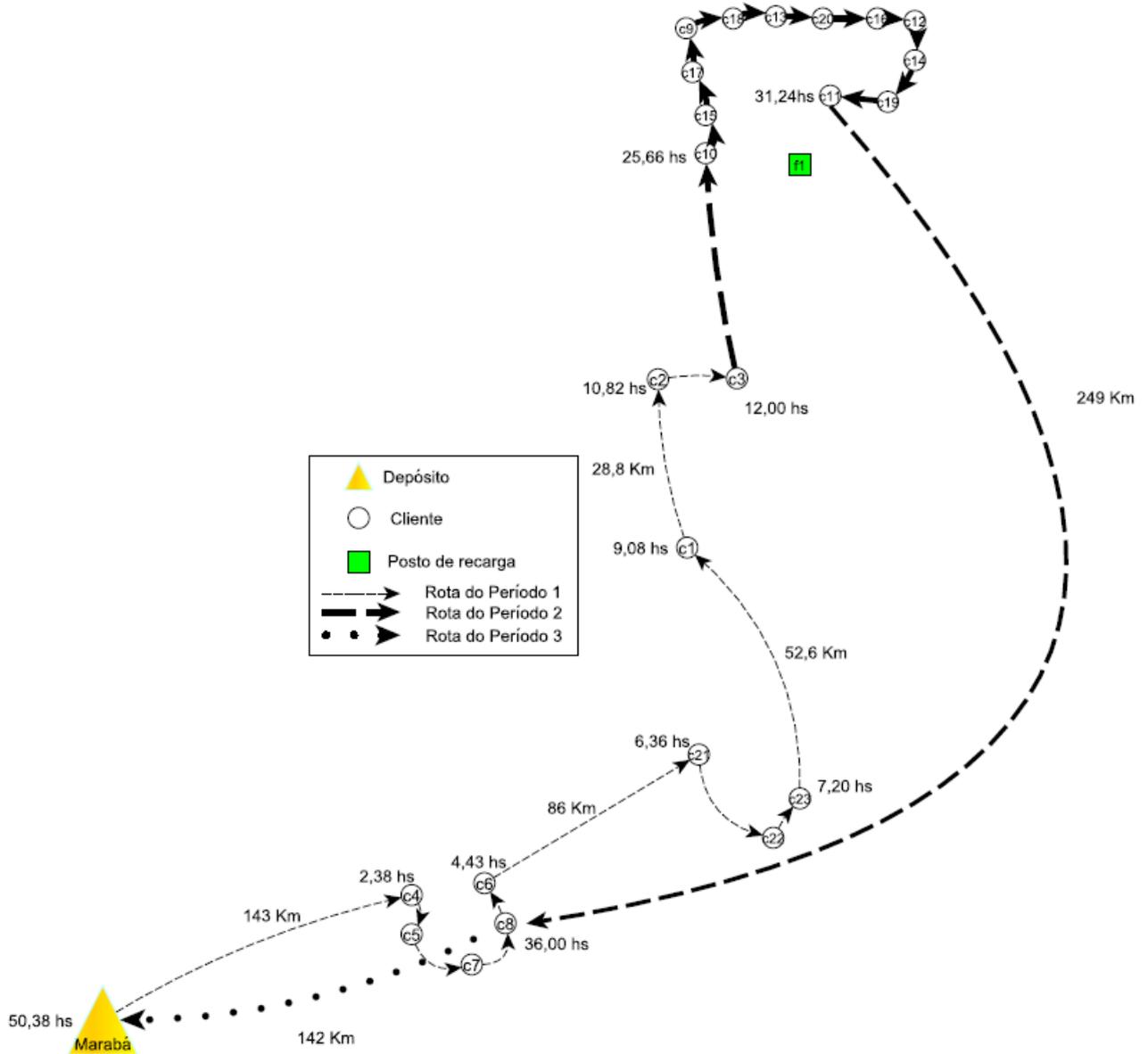


Figura 7 – Rota da região de Paragominas obtida com a heurística

Examinando a Figura 7, constata-se que o veículo permanece a primeira noite na cidade de Ulianópolis, em um local de pernoite próximo ao cliente  $v_3$ . No final da rota, após ter atendido a todos os clientes, ele pernoita novamente no final do 2º período, a partir do instante 36,00, ou seja, aproximadamente às 19:00 hs do segundo dia próximo ao cliente  $v_8$ . Constata-se que o veículo não teria tempo suficiente para retornar ao depósito antes do instante 36, ou seja, às 19:00 hs do 2º dia.

Nos resultados da Tabela 5, novamente observa-se a geração da mesma solução pela heurística *Relax-and-Fix* e pela otimização incompleta, porém desta vez, a solução é su-

perior à solução estimada da empresa. Cabe mais uma vez ressaltar que no momento da coleta de dados, o tempo de rota da empresa foi estimado a partir do sequenciamento das cidades fornecido, utilizando o algoritmo do vizinho mais próximo para gerar o sequenciamento dos clientes em cada cidade. A solução gerada pelo modelo finalizou a rota em 50,38 horas, o que representa uma redução de 7,09% no tempo estimado de rota da solução da empresa.

Novamente, reforça-se que o tempo de rota real da empresa inclui fatores aleatórios que não podem ser controlados. E por fim, a rota gerada pelo modelo foi validada pela empresa, e observa-se que o sequenciamento das cidades da solução com o modelo é igual ao da solução da empresa.

### 5.1.3 Região de Paragominas e Tucuruí

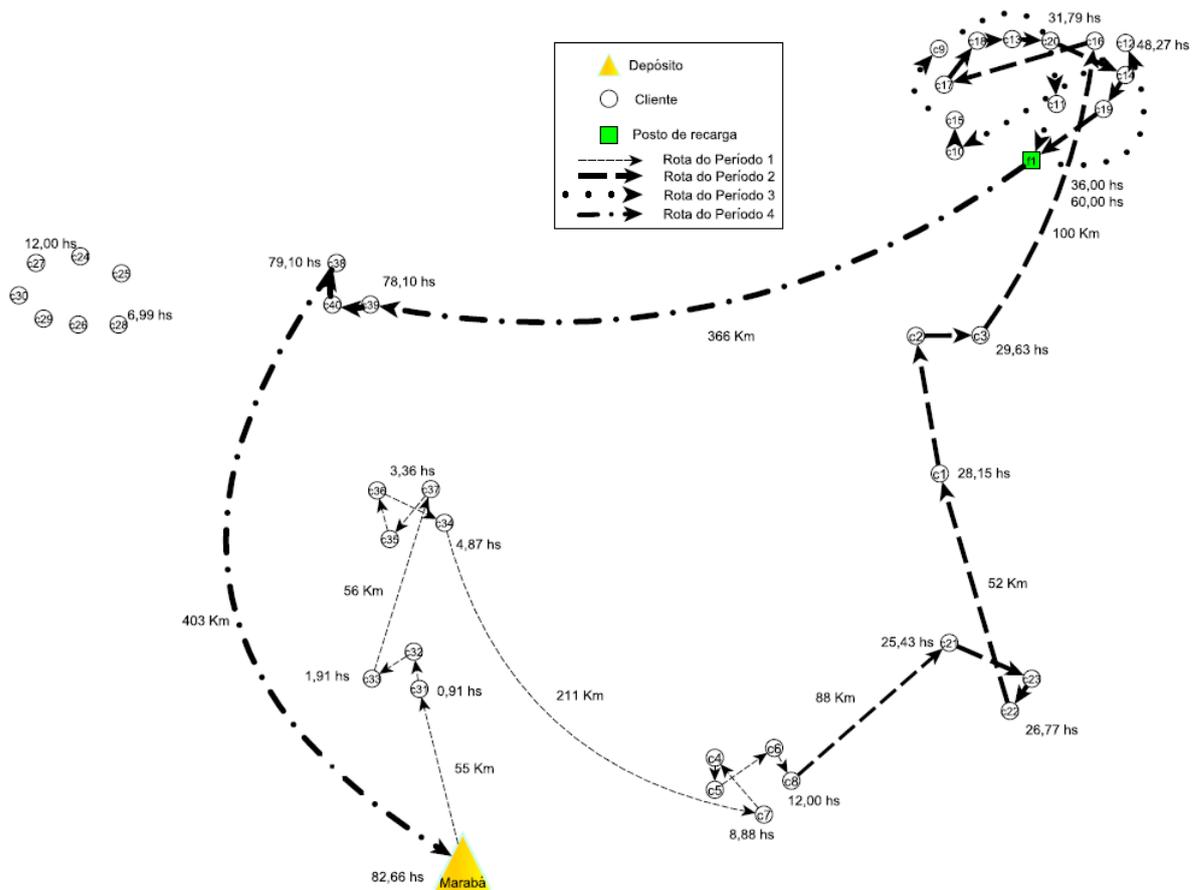
A última instância real testada foi gerada a partir da junção dos dados das instâncias de Tucuruí e Paragominas, totalizando 40 clientes distribuídos por 8 municípios do sudeste paraense. Para esta instância foram testados 2 cenários, o primeiro com 1 veículo e o segundo com 2 veículos. A finalidade do teste com o cenário 1 é verificar a viabilidade prática de se atender a todos os clientes em apenas 1 semana e com apenas 1 veículo. O objetivo do cenário 2 é verificar se existe uma alternativa melhor à atual divisão do mercado da empresa.

#### 5.1.3.1 Cenário 1

Para efeitos de comparação, são apresentadas as duas rotas geradas a partir do modelo com tempo de recarga fixo, uma resolvida com otimização incompleta (Figura 8) e outra com a heurística *Relax-and-Fix* (Figura 9). Em ambas as figuras, o estilo de linha referente a cada período está mostrado na legenda da figura. Ressalta-se que ambos os métodos utilizaram o tempo de processamento disponibilizado de 10.800 segundos. O tempo de processamento disponibilizado pela heurística para cada subconjunto foi 720 para  $Q_1$ , 1080 para  $Q_2$ , 1440 para  $Q_3$ , 2160 para  $Q_4$ , 2520 para  $Q_5$  e 2880 para  $Q_6$ .

Novamente, objetivando manter a figura resumida, optou-se por representar apenas os instantes de início de serviço  $\tau_{ip}$  dos primeiros e últimos nós clientes de cada cidade visitada, com exceção da visita ao local de pernoite e ao posto de recarga. E por fim, como os clientes de uma mesma cidade estão localizados muito próximos entre si, preferiu-se sinalizar apenas as distâncias entre as cidades. A posição dos clientes dentro das cidades não reflete a realidade, uma vez que buscou-se apenas distinguir os nós clientes em cada cidade da região.

A melhor rota gerada com o GAMS/CPLEX, resultado da aplicação da otimização incompleta, utiliza 4 períodos, serve 33 clientes, tem distância total percorrida de 1.217,73 quilômetros e duração de 82,66 horas corridas. Nota-se que nem a otimização incompleta



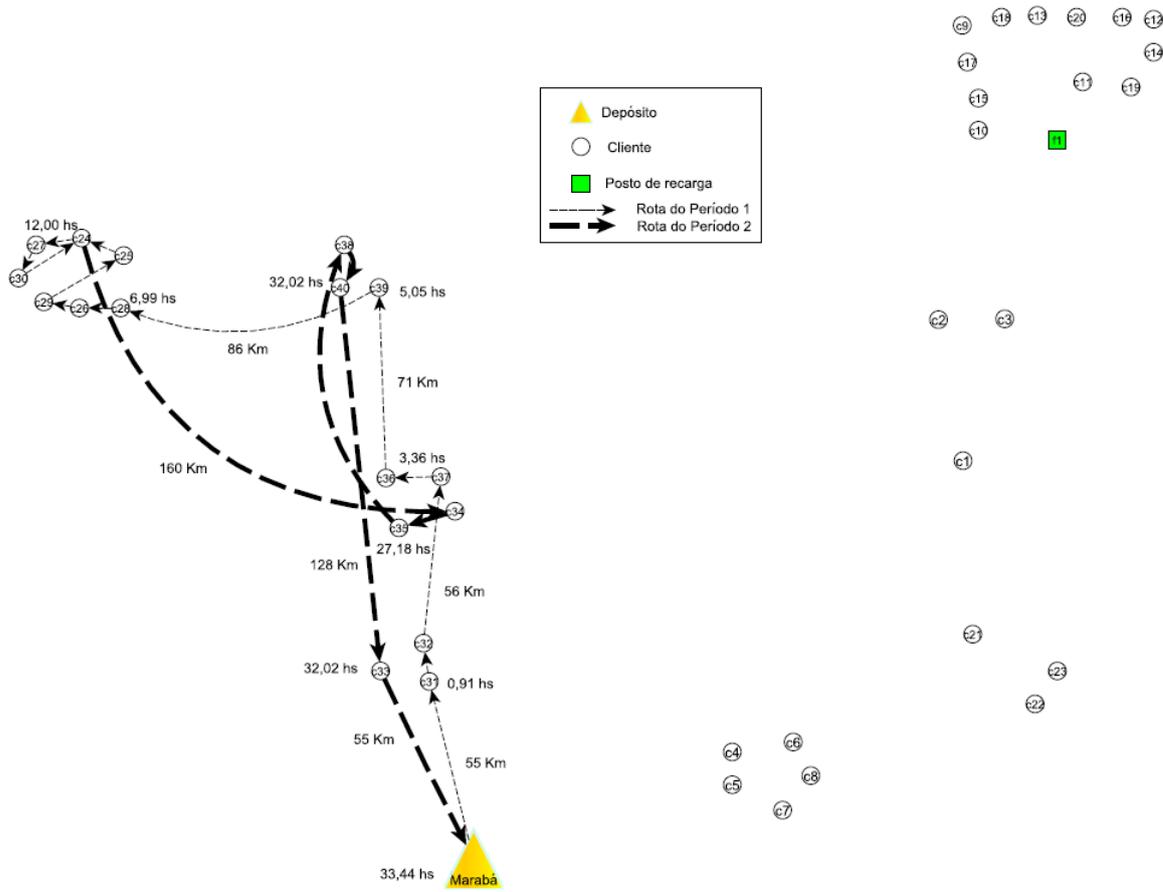


Figura 9 – Rota das regiões de Paragominas e Tucuruí com 1 veículo gerada pela heurística *Relax-and-fix*

Tabela 6 – Medidas das soluções da região de Paragominas e Tucuruí com 1 veículo e com 2 veículos

Nº Veículos/ Abordagem	Clientes Atendidos	Nº Períodos	Distância Percorrida (Km)	Duração (horas)	gap (%)
1/Otim. Inc.	33	4	1.217,73	82,66	21,63
1/Heurística	17	2	697,38	33,44	136,58
2/Otim. Inc.	40	3 e 2	1.366,55	80,19	-
2/Heurística	40	3 e 2	1.366,61	80,19	-

### 5.1.3.2 Cenário 2

Novamente, visando comparar as abordagens, foi decidido incluir as duas rotas geradas a partir do modelo com tempo de recarga fixo, uma resolvida com a otimização incompleta e outra com a *Relax-and-Fix*. A solução do cenário 2 obtida com o CPLEX é apresentada na Figura 10, e a obtida com a heurística *Relax-and-Fix* é apresentada na Figura 11. E por fim, o estilo da linha referente a cada período está mostrado na legenda da figura. Ressalta-se que ambos os métodos utilizaram o tempo de processamento de 10.800 segundos. O tempo de processamento disponibilizado pela heurística para cada subconjunto foi 720 para  $Q_1$ , 1080 para  $Q_2$ , 1440 para  $Q_3$ , 2160 para  $Q_4$ , 2520 para  $Q_5$  e 2880 para  $Q_6$ .

Novamente, objetivando manter a figura resumida, optou-se por representar apenas os instantes de início de serviço  $\tau_{ip}$  dos primeiros e últimos nós clientes de cada cidade visitada, com exceção da visita ao local de pernoite e ao posto de recarga. E por fim, como os clientes de uma mesma cidade estão localizados muito próximos entre si, preferiu-se sinalizar apenas as distâncias entre as cidades. A posição dos clientes dentro das cidades não reflete a realidade, uma vez que buscou-se apenas apenas distinguir os nós clientes em cada cidade da região.

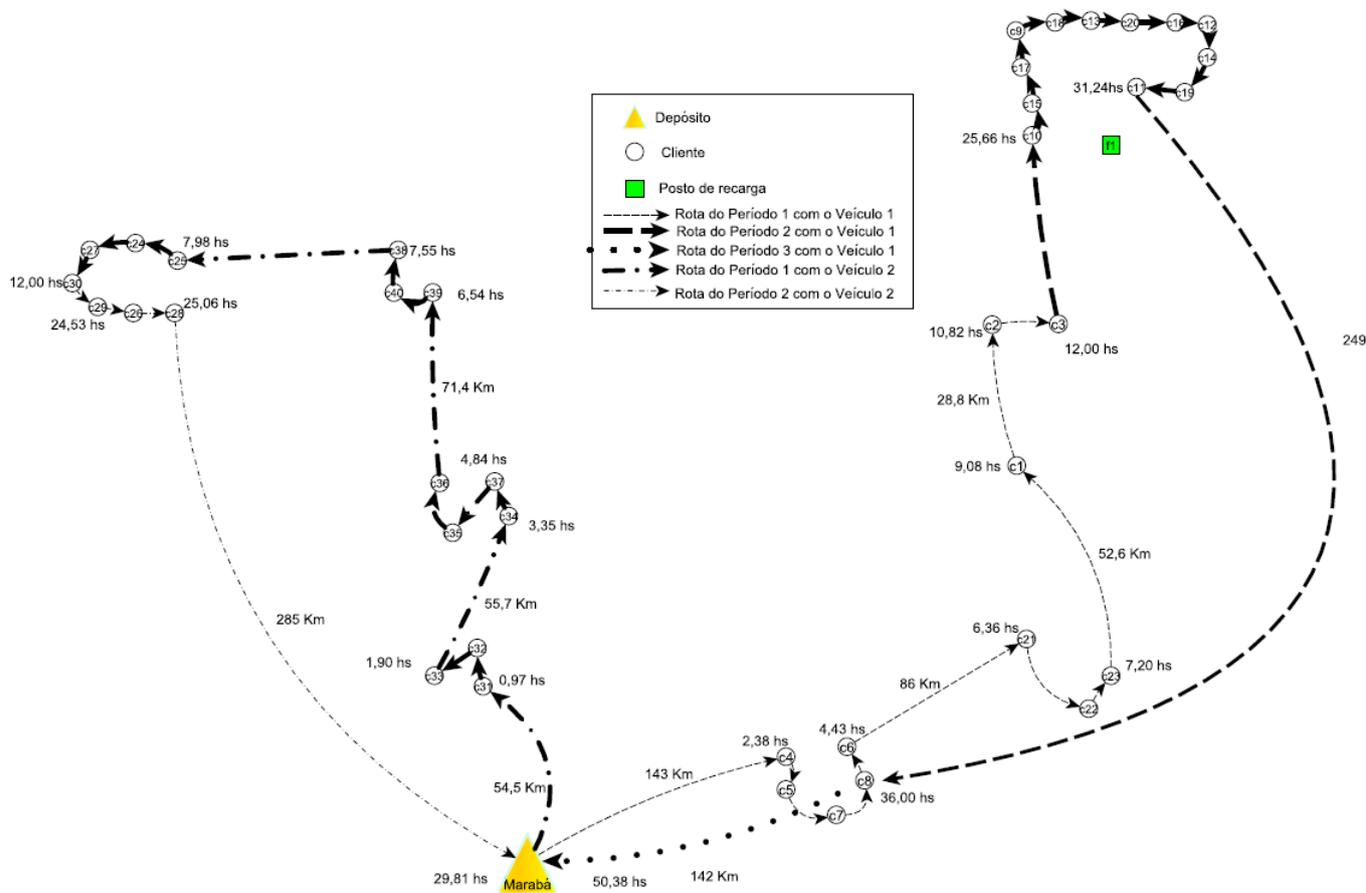


Figura 10 – Rotas das regiões de Paragominas e Tucuruí com 2 veículos geradas por otimização incompleta

A melhor rota gerada com o modelo, resultado da aplicação da heurística *Relax-and-Fix*, possui 3 períodos, 40 clientes, distância total percorrida de 1.367,81 quilômetros, e duração de 50,83 horas corridas para o primeiro veículo e 29,76 para o segundo veículo.

Ao comparar as Figuras 10 e 11, verifica-se que não há muitas diferenças entre as rotas geradas. A rota gerada pela heurística *Relax-and-fix* é igual para a região de Paragominas, e conta com apenas uma diferença na rota da região de Tucuruí. Ao invés de pernoitar próximo a  $v_{30}$ , o veículo pernoita em  $v_{29}$ . Essa mudança reduz 0,049 hora no tempo de rota, o que equivale a um redução de aproximadamente 3 minutos.

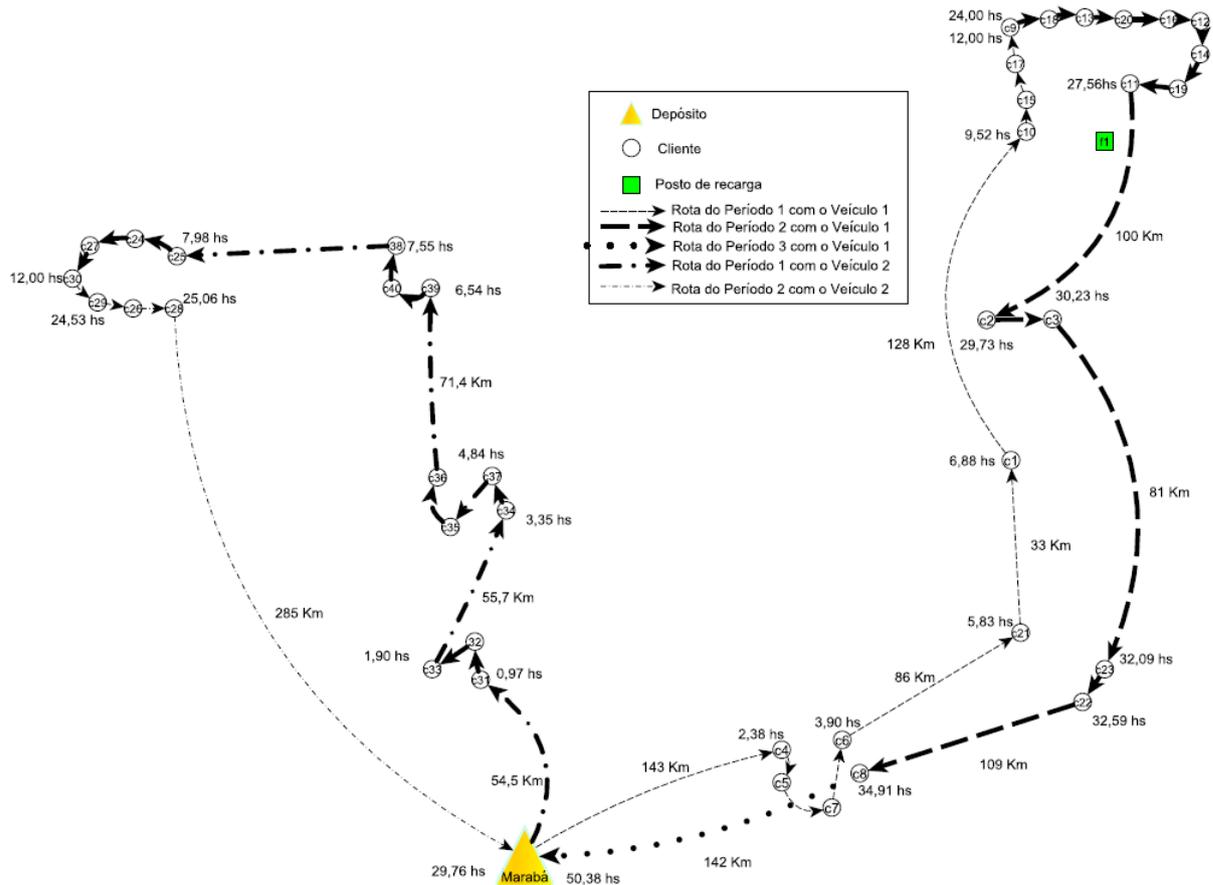


Figura 11 – Rotas das regiões de Paragominas e Tucuruí com 2 veículos geradas pela heurística *Relax-and-fix*

5.1.3.2.1 Soluções com Mercados Agregados vs Soluções com Mercados Individuais

Para facilitar a comparação dos resultados, foram atribuídas siglas. Para a instância tratada de forma individual, usou-se a sigla MI, referente ao mercado individual. MA indica mercado agregados, ou seja, quando as duas regiões (Paragominas e Tucuruí) são agrupadas em uma única instância.

Tabela 7 – Medidas das soluções com Mercados Agregados (MA) e com Mercado Individual (MI) da região de Paragominas

Mercado / Abordagem	Cientes Atendidos	Nº Períodos	Distância Percorrida (Km)	Duração (horas)	gap (%)
Paragominas(MA)/ Otim. Inc.	23	3	831,79	50,38	-
Paragominas(MA)/ Heurística	23	3	831,79	50,38	-
Paragominas(MI)/ Otim. Inc.	23	3	831,06	50,38	0,22
Paragominas(MI)/ Heurística	23	3	831,79	50,38	0,22

ND: não disponível

Examinando a Tabela 7, nota-se que as soluções geradas a partir do modelo são muito similares no cenário de mercados agregados e no cenário de mercado individual na região de Paragominas (Seção 5.1.2). Isso sugere que as soluções geradas podem estar próximas da otimalidade. Tanto nas rotas geradas pelos cenários MA e MI, o veículo atende a 23 clientes em 50,38 horas.

Tabela 8 – Medidas das soluções com Mercados Agregados (MA) e com Mercado Individual (MI) da região de Tucuruí

Mercado / Abordagem	Clientes Atendidos	Nº Períodos	Distância Percorrida (Km)	Duração (horas)	gap (%)
Tucuruí(MA)/ Otim. Inc.	17	2	534,82	29,81	-
Tucuruí(MA)/ Heurística	17	2	531,88	29,76	-
Tucuruí(MI)/ Otim. Inc.	17	2	534,82	29,81	0,12
Tucuruí(MI)/ Heurística	17	2	534,82	29,81	0,12

Observando a Tabela 8, verifica-se que a heurística produz resultados superiores quando comparada à otimização incompleta, como também há melhora no tempo de rota da solução do cenário de mercados agregados em relação a do cenário de mercados individuais na região de Tucuruí (Seção 5.1.1). Ao contrapor as melhores rotas encontradas dos cenários MA e MI, ambas novamente obtidas pela heurística *Relax-and-Fix*, verifica-se que em MA o veículo atende a 17 clientes em 29,76 horas, enquanto que em MI o veículo atende a 17 clientes em 29,81 horas. A quantidade de períodos necessários para atender cada região é a mesma obtida anteriormente, ou seja, 2 períodos para Tucuruí e 3 períodos para Paragominas.

Tabela 9 – Medidas das soluções com Mercados Agregados (MA) e com Mercado Individual (MI) das regiões de Tucuruí e Paragominas

Mercado / Abordagem	Clientes Atendidos	Nº Períodos	Distância Percorrida (Km)	Duração (horas)	gap (%)
MA/Otim. Inc.	40	3 e 2	1.366,53	80,19	0,18
MA/Heurística	40	3 e 2	1.367,81	80,14	0,18
MI/Otim. Inc.	40	3 e 2	1.365,83	80,19	-
MI/Heurística	40	3 e 2	1.366,62	80,19	-

A Tabela 9 provê medidas para análise dos resultados sob um ponto de vista global, ou seja, somando os resultados obtidos das duas regiões com mercados agregados e com mercados individuais. Analisando a Tabela 9 comprova-se que a heurística produziu melhores resultados quando comparada à otimização incompleta, como também tem o potencial de melhorar a qualidade da solução do cenário de mercados agregados em relação ao cenário de mercados individuais.

Tabela 10 – Medidas das soluções com Mercados Agregados (MA) e da solução da empresa na região de Paragominas

Mercado / Abordagem	Clientes Atendidos	Nº Períodos	Distância Percorrida (Km)	Duração (horas)	gap (%)
Paragominas/ Empresa	23	3	832,43*	54,23*	ND
Paragominas(MA)/ Otim. Inc.	23	3	831,79	50,38	-
Paragominas(MA)/ Heurística	23	3	831,79	50,38	-

\*Estimado ND: não disponível

Tabela 11 – Medidas das soluções com Mercados Agregados (MA) e da solução da empresa na região de Tucuruí

Mercado / Abordagem	Clientes Atendidos	Nº Períodos	Distância Percorrida (Km)	Duração (horas)	gap (%)
Tucuruí/ Empresa	17	2	538,32*	29,47*	ND
Tucuruí(MA)/ Otim. Inc.	17	2	534,82	29,81	-
Tucuruí(MA)/ Heurística	17	2	531,88	29,76	-

\*Estimado ND: não disponível

#### 5.1.3.2.2 Soluções com Mercados Agregados vs solução da empresa

Com as Tabelas 10 e 11, demonstra-se mais uma vez a superioridade da solução gerada pela heurística *Relax-and-Fix* sobre a solução gerada por otimização incompleta. Na região de Paragominas, as rotas geradas com o cenário agregado foram superiores quando comparadas à estimativa da programação atual da empresa. A melhor solução obtida reduziu o tempo de rota de Paragominas em 3,85 horas ou 7,09%, enquanto que na região de Tucuruí, as rotas geradas com o cenário agregado foram ligeiramente inferiores quando comparadas à estimativa da programação atual da empresa. A melhor solução obtida aumentou o tempo de rota de Tucuruí em 0,029 horas ou 0,98%.

Desta forma, conclui-se que a solução alcançada com o cenário 2 foi superior para a região de Paragominas e inferior para a região de Tucuruí. Como a diferença entre o tempo de rota estimado da empresa e o tempo gerado pelo cenário MA é muito pequeno, seriam necessários dados mais assertivos para se fazer uma afirmação em relação às vantagens do cenário de mercados agregados.

Tabela 12 – Medidas das soluções na região de Tucuruí

Mercado / Abordagem	Clientes Atendidos	Nº Períodos	Distância Percorrida (Km)	Duração (horas)	gap (%)
Tucuruí/Empresa	17	2	538,32*	29,47*	ND
Tucuruí(MI)/ Otim. Inc.	17	2	534,82	29,81	0,12
Tucuruí(MI)/ Heurística	17	2	534,82	29,81	0,12
Tucuruí(MA)/ Otim. Inc.	17	2	534,82	29,81	-
<b>Tucuruí(MA)/ Heurística</b>	<b>17</b>	<b>2</b>	<b>531,88</b>	<b>29,76</b>	<b>-</b>
*Estimado	ND: não disponível				

Tabela 13 – Medidas das soluções na região de Paragominas

Mercado / Abordagem	Clientes Atendidos	Nº Períodos	Distância Percorrida (Km)	Duração (horas)	gap (%)
Paragominas/ Empresa	23	3	832,43*	54,23*	ND
Paragominas(MI)/ Otim. Inc.	23	3	831,06	50,38	0,22
Paragominas(MI)/ Heurística	23	3	831,79	50,38	0,22
Paragominas(MA)/ Otim. Inc.	23	3	831,79	50,38	-
<b>Paragominas(MA)/ Heurística</b>	<b>23</b>	<b>3</b>	<b>831,79</b>	<b>50,38</b>	<b>-</b>
*Estimado	ND: não disponível				

#### 5.1.4 Comentários Finais

Por fim, os resultados foram resumidos em duas tabelas distintas, na Tabela 12 referente aos resultados da região de Tucuruí, e na Tabela 13, a qual apresenta aos resultados da região de Paragominas para instâncias com 2 veículos.

Analisando a Tabela 12, confirma-se que as soluções geradas pela heurística foram de melhores em relação às geradas por otimização incompleta, e que ambas foram inferiores em relação aos dados fornecidos pela empresa na região de Tucuruí. A melhor solução (menor tempo de rota) foi obtida quando a instância foi tratada de forma agregada à região de Paragominas.

Os resultados da região de Paragominas foram diferentes aos da região de Tucuruí. A partir da Tabela 13, observa-se que as soluções geradas com modelo foram superiores à solução estimada da empresa na região de Paragominas. E por fim, nota-se que para todas as quatro instâncias que incluíam a região de Paragominas foram geradas as mesmas rotas.

Tabela 14 – Cenários do impacto da distribuição espacial dos clientes

Cenário	Objetivo	Detalhes
<b>R</b>	Impacto da distribuição espacial uniforme de clientes	2 instâncias geradas aleatoriamente com 40 clientes distribuídos uniformemente no espaço
<b>C</b>	Impacto da distribuição espacial clusterizada de clientes	2 instâncias geradas aleatoriamente com 40 clientes distribuídos em <i>clusters</i> no espaço
<b>RC</b>	Impacto da distribuição espacial mista de clientes	2 instâncias com 20 clientes dos exemplos correspondentes do cenário R e 20 clientes dos exemplos correspondentes do cenário C

Tabela 15 – Cenários do impacto da distribuição espacial dos postos de recarga

Cenário	Objetivo	Detalhes
<b>1P</b>	Impacto da distribuição espacial de 1 posto de recarga	4 opções de localização espacial: Norte, Sul, Leste ou Oeste
<b>2P</b>	Impacto da distribuição espacial de 2 postos de recarga	6 opções de distribuição espacial: Norte e Sul, Norte e Leste, Norte e Oeste, Sul e Leste, Sul e Oeste e Leste e Oeste

## 5.2 Análise do Desempenho do Modelo com Tempo de Recarga Fixo e Métodos de Solução

### 5.2.1 Geração de Exemplos

Para a geração de exemplos fictícios, cuja resolução permita inferir o potencial de utilização do modelo, utilizou-se a metodologia proposta por [Erdoğan e Miller-Hooks \(2012\)](#). Elaborou-se 2 categorias de cenários. A primeira categoria tem como objetivo verificar o impacto da distribuição espacial dos clientes nas soluções obtidas, conforme definido na Tabela 14. Cada instância foi gerada de forma aleatória, restringindo um plano cartesiano bidimensional à uma área de 150 por 200 quilômetros, por sua vez, definida com base na área de atuação regional da empresa. O depósito foi fixado no ponto (0,0). De forma a emular as limitações da empresa, foi disponibilizada uma frota de 1 veículo para todas as instâncias.

A segunda categoria visa examinar o impacto da distribuição espacial dos postos de recarga, como indicado na Tabela 15. O número de postos varia de 1 a 2, e estes foram localizados no ponto médio entre o depósito e os limites da área, conforme adotado por [Erdoğan e Miller-Hooks \(2012\)](#).

Ao final, foram geradas 24 ( $R \times C \times RC \times P1$ ) instâncias com 1 posto de recarga e 36 ( $R \times C \times RC \times P2$ ) instâncias com 2 postos de recarga.

### 5.2.2 Parametrização

Conforme mencionado anteriormente, o modelo e a estratégia da *Relax-and-Fix* foram implementados na linguagem de modelagem GAMS com o *solver* CPLEX 12.5.0.0. O algoritmo *branch&cut* do CPLEX foi executado com todos os parâmetros padrão, exceto pelas opções  $fpheur = 2$ ,  $heurfreq = 100$ ,  $lbheur = 1$  e  $threads = 4$ . Os experimentos foram realizados em um computador Dell, modelo Optiplex 9010, com processador Intel i7 com 3,4 GHz, 16 GB de memória RAM e sistema operacional Windows 7 Profissional de 64 bits. Porém, para as instâncias fictícias, o tempo de processamento foi de até 3.600 segundos (1 hora) para a otimização incompleta. E em concordância com o explicado na Seção 4.1.3.1, o tempo de processamento disponibilizado pela heurística para cada subconjunto foi 240 para  $Q_1$ , 360 para  $Q_2$ , 480 para  $Q_3$ , 720 para  $Q_4$ , 840 para  $Q_5$  e 960 para  $Q_6$ .

Os parâmetros de entrada das instâncias fictícias geradas são iguais aos das instâncias baseadas em dados reais. Desta forma, a jornada de trabalho  $T_{max}$  é de 132 horas e o tempo médio de serviço nos clientes é de 30 minutos. O instante inicial de partida do depósito é igual a 0 e o retorno deve ocorrer até o instante 132. Todos os clientes possuem a mesma janela de tempo em cada período, ou seja, entre 7:00 e 19:00 hs., subtraído o tempo de serviço do cliente. De forma a otimizar o tempo de rota, para os nós depósito, nós de recarga e nó de pernoite a janela de tempo é sempre entre 7:00 e 19:00 hs do período corrente, e o tempo de serviço é de 12 horas para estes dois últimos. Mesmo com essa janela de tempo, o veículo sempre chega a um posto de recarga, depósito e do nó de pernoite em um horário próximo às 19:00 hs do dia corrente. As janelas de tempo estão especificadas nas Tabelas 2 e 3 da Seção 5.1.

### 5.2.3 Análise dos Resultados

Na Tabela 16 encontram-se medidas agrupadas das soluções dos 6 tipos de cenários gerados resolvidos por otimização incompleta e pela heurística. Vale reforçar que os valores da função objetivo  $\bar{f}$ , do *gap* e da distância percorrida são valores médios. Os valores entre parênteses indicam a quantidade de instâncias por tipo de cenário.

Analisando a Tabela 16, verifica-se inicialmente que a heurística *Relax-and-Fix* melhorou o resultado médio da otimização incompleta em todos os cenários gerados. Ainda, dentre todos os cenários, aquele em que se teve melhor desempenho médio foi o RC2P, o qual possui 20 clientes dos exemplos correspondentes do cenário R e 20 clientes dos exemplos correspondentes do cenário C e 2 postos de recarga de bateria na região. Este cenário teve maior  $\bar{f}$  e menor *gap* médio dentre todas as instâncias.

Comparando todos os cenários do tipo 1P com os cenários do tipo 2P, ambas as abordagens produzem melhores resultados para o último. Considerando os resultados da heurística Relax-and-fix, o cenário R2P, quando comparado a R1P, obteve maior  $\bar{f}$

Tabela 16 – Medidas agrupados das soluções obtidas nos 6 tipos de cenários

Cenário/Abordagem	$\bar{f}$	$\overline{gap}(\%)$	$gap$ máx.(%)	$gap$ mín.(%)	$\overline{Distancia}(Km)$	Tempo (s)
R1P (8) / Otim. Inc.	12,90	253,09	566,50	122,17	1.145	3600
R1P (8) / Heurística	26,84	73,72	219,92	6,00	2.471	3600
C1P (8) / Otim. Inc.	11,69	296,07	495,09	122,87	845	3600
C1P (8) / Heurística	24,06	93,70	191,59	3,26	2.044	3600
RC1P (8) / Otim. Inc.	12,54	238,08	310,15	110,91	760	3600
RC1P (8) / Heurística	26,13	57,65	84,57	15,10	2.359	3600
R2P (12) / Otim. Inc.	14,90	203,02	354,43	43,62	1.306	3600
R2P (12) / Heurística	30,06	40,18	104,49	0,02	2.797	3600
C2P (12) / Otim. Inc.	12,38	277,75	492,44	82,48	929	3600
C2P (12) / Heurística	28,76	56,42	148,83	0,02	2.440	3600
RC2P (12) / Otim. Inc.	14,09	185,90	367,72	122,61	1.233	3600
<b>RC2P (12) / Heurística</b>	<b>30,63</b>	<b>38,60</b>	<b>115,15</b>	<b>3,28</b>	<b>2.648</b>	<b>3600</b>

e menor  $gap$  médio, máximo e mínimo. Além disso, C2P, quando comparado a C1P, também alcançou maior  $\bar{f}$  e menor  $gap$  médio, máximo e mínimo. E por fim, RC2P também teve soluções melhores que RC1P, obtendo também maior  $\bar{f}$  e menor  $gap$  médio e mínimo. Desta maneira, pode-se afirmar que o acréscimo de postos de recarga tem um potencial de causar efeitos positivos na solução final, uma vez que conforme a quantidade de postos aumenta, maior é o número de clientes que podem ser visitados. Vale notar que o real benefício da inclusão ou não de um posto de recarga vai depender da localização dele.

Por fim, examina-se os impactos da distribuição espacial de clientes. Constata-se que a heurística Relax-and-Fix teve melhores resultados no cenário RC tanto com o tipo 1P e o tipo 2P. O cenário RC1P teve maior  $\bar{f}$ , menor  $gap$  médio e máximo dentre as instâncias do tipo 1P, enquanto que o cenário RC2P alcançou maior  $\bar{f}$  e menor  $gap$  médio dentre as instâncias do tipo 2P.

Portanto, conclui-se que a heurística proposta tem seu desempenho condicionado à distribuição espacial de clientes na região e a quantidade de postos disponíveis para os exemplos testados. O desempenho é melhor quando as instâncias possuem como característica uma distribuição espacial mista (uniforme e clusterizada) de clientes e existem disponíveis 2 postos.

### 5.2.3.1 Cenário 1P

Inicia-se analisando o cenário 1P, ou seja, com um posto de recarga disponível na região. Na Tabela 17 estão os resultados de todas as instâncias do cenário R1P, ou seja, com 40 clientes distribuídos uniformemente no espaço e 1 posto de recarga de bateria na região. O nome das instâncias indicam as características destas, por exemplo, a instância 1L40cR2 possui 1 posto de recarga ao leste do plano cartesiano, 40 clientes distribuídos uniformemente no espaço e é indicada como a instância de número 2 dentre as do tipo R.

Em negrito estão os melhores resultados de cada instância.

Tabela 17 – Medidas das soluções das instâncias do cenário R1P

R1P	Otimização incompleta			Heurística		
	Nº Clientes	Distância (Km)	gap (%)	Nº Clientes	Distância (Km)	gap (%)
<b>1N40cR1</b>	17	1.990	138,04	35	3.641	<b>14,26</b>
<b>1N40cR2</b>	11	1.089	264,31	18	1.477	<b>122,96</b>
<b>1S40cR1</b>	10	922	292,06	21	2.005	<b>88,19</b>
<b>1S40cR2</b>	16	875	150,46	38	3.042	<b>6,00</b>
<b>1L40cR1</b>	18	1.903	122,17	37	3.771	<b>6,64</b>
<b>1L40cR2</b>	16	1.568	146,85	34	2.873	<b>18,49</b>
<b>1O40cR1</b>	6	235	566,50	12	1.222	<b>219,92</b>
<b>1O40cR2</b>	9	579	344,33	19	1.734	<b>113,28</b>
<b>MÉDIA</b>	12,9	1.145	253,09	26,84	2.471	<b>73,72</b>

Examinando a Tabela 17, nota-se que a heurística *Relax-and-Fix* melhorou a solução de todas elas. A heurística, em média, aumentou o número de clientes atendidos de 12,90 para 26,84 (+108%) e reduziu o *gap* de 253,09% para 73,72%. O melhor resultado ocorreu na instância 1S40cR2, para a qual a quantidade de clientes visitados aumentou de 16 para 38 e redução do *gap* de 150,46% para 6,00%.

Já na Tabela 18 estão os resultados de todas as instâncias do cenário C1P, ou seja, com 40 clientes distribuídos em *clusters* no espaço e 1 posto de recarga de bateria na região. O nome das instâncias indicam as características destas, por exemplo, a instância 1S40cC1 possui 1 posto de recarga ao sul do plano cartesiano, 40 clientes distribuídos em *clusters* no espaço e é indicada como a instância de número 1 dentre as do tipo C.

Tabela 18 – Medidas das soluções das instâncias do cenário C1P

C1P	Otimização incompleta			Heurística		
	Nº Clientes	Distância (Km)	gap (%)	Nº Clientes	Distância (Km)	gap (%)
<b>1N40cC1</b>	18	1.486	122,87	32	2.533	<b>25,71</b>
<b>1N40cC2</b>	15	1.431	166,60	31	2.669	<b>29,00</b>
<b>1S40cC1</b>	8	469	399,88	16	1.724	<b>149,94</b>
<b>1S40cC2</b>	8	471	398,54	16	1.385	<b>151,38</b>
<b>1L40cC1</b>	14	1.156	185,64	29	2.717	<b>37,90</b>
<b>1L40cC2</b>	16	849	150,44	39	2.785	<b>3,26</b>
<b>1O40cC1</b>	7	482	471,29	14	1.186	<b>183,24</b>
<b>1O40cC2</b>	8	416	397,29	16	1.402	<b>147,61</b>
<b>MÉDIA</b>	11,69	845	296,07	24,06	2.044	<b>93,70</b>

Conforme anteriormente, verificou-se que a heurística *Relax-and-Fix* melhorou a solução de todas elas. Mais uma vez a heurística, em média, aumentou o número de clientes atendidos de 11,69 para 24,06 (+105%) e reduziu o *gap* de 296,07% para 93,70%. O melhor resultado ocorreu na instância 1L40cC2, cuja quantidade de clientes visitados aumentou de 16 para 39, com redução do *gap* de 150,44% para 3,26%.

E por fim, na Tabela 19 estão os resultados de todas as instâncias do cenário RC1P, ou seja, com 20 clientes dos exemplos correspondentes do cenário R e 20 clientes dos exemplos correspondentes ao tipo C, e 1 posto de recarga de bateria na região. O nome das instâncias indicam as características destas, por exemplo, a instância 1O40cRC1 possui 1 posto de recarga à oeste do plano cartesiano, 40 clientes distribuídos no espaço e é indicada como a instância de número 1 dentre as do tipo RC.

Tabela 19 – Medidas das soluções das instâncias do cenário RC1P

RC1P	otimização incompleta			Heurística		
	N° Clientes	Distância (Km)	gap (%)	N° Clientes	Distância (Km)	gap (%)
<b>1N40cRC1</b>	19	824	110,91	31	3.052	<b>30,01</b>
<b>1N40cRC2</b>	12	999	241,79	26	2.398	<b>53,81</b>
<b>1S40cRC1</b>	10	611	310,15	22	1.999	<b>81,77</b>
<b>1S40cRC2</b>	10	616	308,35	22	2.061	<b>77,14</b>
<b>1L40cRC1</b>	17	916	135,76	35	3.094	<b>15,10</b>
<b>1L40cRC2</b>	12	934	223,81	27	2.158	<b>48,11</b>
<b>1O40cRC1</b>	10	607	311,96	22	1.886	<b>83,04</b>
<b>1O40cRC2</b>	11	570	261,90	25	2.318	<b>59,96</b>
<b>MÉDIA</b>	12,54	760	238,08	26,13	2.359	<b>57,65</b>

Em concordância com o dito anteriormente, o cenário RC1P teve soluções de melhor qualidade, quando comparado aos cenários R1P e C1P. Neste cenário em todas as 8 instâncias resolvidas, *Relax-and-Fix* produziu melhores soluções, quando comparada com a otimização incompleta. Mais uma vez a heurística, em média, aumentou o número de clientes atendidos de 12,54 para 26,13 (+108%) e reduziu o *gap* de 238,08% para 57,65%. O melhor resultado ocorreu na instância 1N40cRC2, cuja quantidade de clientes visitados aumentou de 12 para 26, com redução do *gap* de 241,79% para 53,81%.

Quando se analisa a quantidade de instâncias cujas soluções foram melhores com a utilização da heurística, o desempenho foi praticamente igual para todos os cenários. Porém, ao analisar os valores médios  $\bar{f}$  e *gap*, no cenário RC1P a heurística teve melhor desempenho em ambos os indicadores. Desta forma, sugere-se que desempenho do método, quando comparado com a otimização incompleta, quando há 1 posto de recarga na instância, é bom para uma distribuição espacial mista de clientes, mediano para uma distribuição uniforme espacial de clientes e ruim para uma distribuição espacial clusterizada de clientes.

### 5.2.3.2 Cenário 2P

Finaliza-se examinando o cenário 2P, ou seja, com dois postos de recarga disponíveis na região. Na Tabela 20 estão os resultados de todas as instâncias do cenário R2P, ou seja, com 40 clientes distribuídos uniformemente no espaço e 2 postos de recarga de bateria na região. O nome das instâncias indicam as características destas, por exemplo, a instância 2LO40cR1 possui 2 postos de recarga, um ao leste e outro à oeste do plano cartesiano, 40 clientes distribuídos uniformemente no espaço e é indicada como a instância de número 1 dentre as do tipo R.

Examinando a Tabela 20, nota-se que a *Relax-and-Fix* foi superior em todas as instâncias. A heurística, em média, aumentou o número de clientes atendidos de 14,9 para 30,06 (+107%) e reduziu o *gap* de 203,02% para 40,18%. O melhor resultado ocorreu na instância 2SL40cR1, cuja quantidade de clientes visitados aumentou de 19 para 40, e redução do *gap* de 110,47% para 0,02%

Na Tabela 21 estão os resultados de todas as instâncias do cenário C2P, ou seja, com 40 clientes distribuídos em *clusters* no espaço e 2 postos de recarga de bateria na

Tabela 20 – Medidas das soluções das instâncias do cenário R2P

R2P	Otimização incompleta			Heurística		
	Nº Clientes	Distância (Km)	gap (%)	Nº Clientes	Distância (Km)	gap (%)
<b>2NS40cR1</b>	15	955	167,10	33	3.206	<b>22,18</b>
<b>2NS40cR2</b>	14	1.464	185,64	31	3.061	<b>28,54</b>
<b>2NL40cR1</b>	21	1.840	90,43	40	3.855	<b>0,03</b>
<b>2NL40cR2</b>	12	836	233,25	27	2.218	<b>49,96</b>
<b>2NO40cR1</b>	9	473	344,33	20	1.897	<b>99,95</b>
<b>2NO40cR2</b>	15	1.591	166,60	33	3.405	<b>0,36</b>
<b>2SL40cR1</b>	19	1.926	110,47	40	3.535	<b>0,02</b>
<b>2SL40cR2</b>	11	898	263,55	24	2.061	<b>63,60</b>
<b>2SO40cR1</b>	9	534	346,69	20	1.874	<b>102,15</b>
<b>2SO40cR2</b>	28	2.479	43,62	35	3.054	<b>14,85</b>
<b>2LO40cR1</b>	17	2.173	135,24	38	3.519	<b>0,01</b>
<b>2LO40cR2</b>	9	524	342,47	20	1.946	<b>92,34</b>
<b>MÉDIA</b>	14,9	1.306	203,02	30,06	2.797	<b>40,18</b>

região. O nome das instâncias indicam as características destas, por exemplo, a instância 2NS40cC2 possui 2 postos de recarga, um ao norte e outro à sul do plano cartesiano, 40 clientes distribuídos em *clusters* no espaço e é indicada como a instância de número 2 dentre as do cenário C.

Tabela 21 – Medidas das soluções das instâncias do cenário C2P

C2P	Otimização incompleta			Heurística		
	Nº Clientes	Distância (Km)	gap (%)	Nº Clientes	Distância (Km)	gap (%)
<b>2NS40cC1</b>	14	847	186,21	40	2.745	<b>0,66</b>
<b>2NS40cC2</b>	8	372	396,28	19	1.714	<b>108,83</b>
<b>2NL40cC1</b>	7	410	471,29	17	1.374	<b>133,45</b>
<b>2NL40cC2</b>	22	1.422	82,48	38	2.933	<b>6,03</b>
<b>2NO40cC1</b>	16	1.624	149,94	38	3.538	<b>5,24</b>
<b>2NO40cC2</b>	14	1.277	185,64	33	3.007	<b>21,18</b>
<b>2SL40cC1</b>	17	1.518	135,24	40	3.874	<b>0,02</b>
<b>2SL40cC2</b>	8	387	399,88	19	1.554	<b>110,47</b>
<b>2SO40cC1</b>	9	564	342,21	21	1.911	<b>87,93</b>
<b>2SO40cC2</b>	16	1.560	143,02	38	3.044	<b>3,98</b>
<b>2LO40cC1</b>	9	698	344,33	21	1.909	<b>90,43</b>
<b>2LO40cC2</b>	8	418	401,76	19	1.462	<b>113,02</b>
<b>MÉDIA</b>	12,38	929	277,75	28,76	2.439	<b>56,42</b>

Em concordância ao dito anteriormente, a *Relax-and-Fix* gerou-se soluções melhores dentre todas as instâncias deste cenário. Mais uma vez a heurística, em média, aumentou o número de clientes atendidos de 12,38 para 28,76 (+132%) e reduziu o *gap* de 277,75% para 6,42%. O melhor resultado ocorreu na instância 2NS40cC1, cuja quantidade de clientes visitados aumentou de 14 para 40, com redução do *gap* de 186,21% para 0,66%.

Na Tabela 22 estão os resultados de todas as instâncias do cenário RC2P, ou seja, com 20 clientes dos exemplos correspondentes do cenário R e 20 clientes dos exemplos correspondentes do cenário C, e 2 postos de recarga de bateria na região. O nome das instâncias indicam as características destas, por exemplo, a instância 2SL40cRC2 possui 2 postos de recarga, um ao sul e outro à leste do plano cartesiano, 40 clientes distribuídos no espaço e é indicada como a instância de número 2 dentre as do cenário RC.

Conforme anteriormente, verificou-se que em todas as 12 instâncias resolvidas, *Relax-and-Fix* produziu melhores soluções. Mais uma vez a heurística, em média, aumentou o número de clientes atendidos de 14,09 para 30,63 (+117%) e reduziu o *gap* de 185,90%

Tabela 22 – Medidas das soluções das instâncias do cenário RC2P

RC2P	Otimização incompleta			Heurística		
	Nº Clientes	Distância (Km)	gap (%)	Nº Clientes	Distância (Km)	gap (%)
<b>2NS40cRC1</b>	14	1.664	185,64	30	2.523	<b>33,30</b>
<b>2NS40cRC2</b>	18	834	122,61	37	2.909	<b>9,02</b>
<b>2NL40cRC1</b>	17	1.677	135,24	37	3.471	<b>8,08</b>
<b>2NL40cRC2</b>	15	1.649	166,60	33	3.367	<b>21,18</b>
<b>2NO40cRC1</b>	9	396	344,33	20	1.710	<b>99,95</b>
<b>2NO40cRC2</b>	17	1.532	135,94	39	2.967	<b>3,28</b>
<b>2SL40cRC1</b>	14	1.244	183,55	30	2.461	<b>31,31</b>
<b>2SL40cRC2</b>	14	1.324	184,44	30	2.562	<b>32,98</b>
<b>2SO40cRC1</b>	16	1.627	149,94	35	3.239	<b>14,26</b>
<b>2SO40cRC2</b>	16	1.515	148,78	35	3.059	<b>13,89</b>
<b>2LO40cRC1</b>	11	980	263,55	24	1.989	<b>66,63</b>
<b>2LO40cRC2</b>	9	397	343,21	20	1.750	<b>97,67</b>
<b>MÉDIA</b>	14,09	1.233	185,90	30,63	2.648	<b>38,60</b>

para 38,60%.

Novamente, o desempenho da heurística foi o mesmo para todas as instâncias do cenário 2P, produzindo soluções superiores em todas elas. Examinando os valores médios  $\bar{f}$  e *gap*, o cenário RC2P obteve vantagem em ambos os indicadores. Desta forma, sugere-se que o desempenho do método para essas instâncias, quando há 2 postos de recarga, é, em média, bom para uma distribuição espacial mista de clientes, mediano para uma distribuição espacial uniforme de clientes e ruim para uma distribuição espacial clusterizada de clientes.

### 5.3 Análise do Modelo de Roteamento com Recarga Parcial

Esta seção possui como objetivo discutir o impacto da mudança de paradigma de tempo de recarga fixo para recarga parcial na qualidade das soluções. O modelo foi implementado na linguagem de modelagem GAMS com o *solver* CPLEX 12.5.0.0. O algoritmo *branch&cut* do CPLEX foi executado com todos os parâmetros padrão, exceto pelas opções  $fpheur = 2$ ,  $heurfreq = 100$ ,  $lbheur = 1$  e  $threads = 4$ . Os experimentos foram realizados em um computador Dell, modelo Optiplex 9010, com processador Intel i7 com 3,4 GHz, 16 GB de memória RAM e sistema operacional Windows 7 Professional de 64 bits.

Alguns dos parâmetros de entrada foram os mesmos do modelo com tempo de recarga fixo. A jornada de trabalho  $T_{max}$  é de 132 horas e o tempo médio de serviço nos clientes é de 30 minutos. O instante inicial de partida do depósito é igual a 0 e o retorno deve ocorrer até o instante 132. Todos os clientes possuem a mesma janela de tempo em cada período, ou seja, entre 7:00 e 19:00 hs., subtraído o tempo de serviço do cliente  $i$ .

Outros parâmetros foram modificados para se adaptar ao novo paradigma de recarga proposto. Os nós de recarga e pernoite possuem uma janela de tempo de saída igual 06:00 do período corrente, enquanto o nó depósito e nós de recarga cópia não possuem janela de tempo associada. Ainda, o nó depósito, nós de recarga, nós de recarga cópia e nós de cliente pernoite possuem tempo de serviço igual a 0. O nível de bateria máximo  $B$  é igual a 36, o que corresponde ao nível de bateria ao sair do depósito no problema da empresa. E

por fim, as instâncias baseadas em dados reais foram executadas por até 10.800 segundos (3 horas).

### 5.3.1 Resultados

O aumento do número de conjuntos de restrições (17 para 29) e o acréscimo de três variáveis de decisão por nó ( $br_i$ ,  $BR_{ij}$  e  $W_i$ ) elevou o tamanho do modelo a um ponto que se tornou inviável de ser resolvido por métodos exatos com eficiência. Todos os resultados gerados a partir do modelo com recarga parcial foram iguais ou piores que os resultados encontrados anteriormente. Para as instâncias de Tucuruí e Paragominas, quando tratadas de forma independentes, o resultado foi igual ao encontrado pelo modelo com tempo fixo de recarga. Enquanto que para as instâncias de Tucuruí e Paragominas tratadas de forma agregadas, os resultados foram consideravelmente piores. Esta afirmação é reforçada pela estatística do modelo de uma instância escolhida de forma aleatória e apresentada na Tabela 23.

Pode-se observar que a quantidade de elementos não nulos quase triplicou, o número de equações aumentou em uma escala maior que 7 vezes, além de um aumento expressivo na quantidade de variáveis e variáveis discretas.

Tabela 23 – Estatística do modelo para a instância 1L40cC1

Elemento	Modelo com Tempo de Recarga Fixo	Modelo com Recarga Parcial
Bloco de Equações	17	29
Elementos Não Nulos	408.016	1.200.777
Equações	39.008	280.402
Variáveis	41.835	49.973
Variáveis discretas	22.921	36.852

Ainda, o resultado que esse aumento da quantidade de elementos teve no desempenho do modelo pode ser melhor observado nos resultados das instâncias fictícias, conforme Tabelas 24 e 25. Pode-se observar que o desempenho do modelo com recarga parcial foi muito ruim para quase todas as instâncias fictícias.

Ainda, analisou-se se a heurística *Relax-and-Fix* poderia melhorar as soluções obtidas, porém, examinando os resultados das instâncias baseadas em dados reais, percebeu-se que uma vez resolvido o problema de desempenho do modelo com recarga parcial, as soluções ainda seriam semelhantes às encontradas com o modelo com tempo de recarga fixo. Sugere-se que isto deve-se principalmente a dois fundamentais parâmetros de entrada da empresa: as janelas de tempo dos clientes e o tempo de recarga.

Como todos os clientes possuem as mesmas janelas de tempo, das 07:00 as 19:00, para todos os períodos, uma solução de qualidade não incluiria uma recarga nesse intervalo de tempo, priorizando então o período noturno, durante o qual nenhum cliente pode ser atendido para essa atividade. Ou seja, tendo em vista que o principal objetivo do modelo é atender a todos os clientes, sempre será priorizada uma visita a um cliente a uma visita a um posto de recarga no horário comercial. Ainda, como o tempo de recarga

Tabela 24 – Resultados das instâncias do cenário 1P

Instância	Nº Clientes	gap (%)	Tempo de Processamento (s)
1N40cR1	0	4000	3600
1N40cR2	0	4000	3600
1S40cR1	1	3900	3600
1S40cR2	2	1900	3600
1L40cR1	0	4000	3600
1L40cR2	1	3900	3600
1O40cR1	1	3900	3600
1O40cR2	0	4000	3600
1N40cC1	0	4000	3600
1N40cC2	0	4000	3600
1S40cC1	9	344	3600
1S40cC2	0	4000	3600
1L40cC1	6	567	3600
1L40cC2	0	4000	3600
1O40cC1	9	344	3600
1O40cC2	0	4000	3600
1N40cRC1	0	4000	3600
1N40cRC2	9	344	3600
1S40cRC1	0	4000	3600
1S40cRC2	0	4000	3600
1L40cRC1	0	4000	3600
1L40cRC2	0	4000	3600
1O40cRC1	0	4000	3600
1O40cRC2	8	400	3600

é relativamente alto (1 hora de recarga para 1 hora de bateria) é fácil perceber que boas soluções devem prescrever recarregar em um intervalo de tempo em que nenhum cliente pode ser atendido. Desta forma, no melhor caso, as rotas geradas seriam semelhantes às do modelo com tempo de recarga fixo: visita a clientes das 07:00 as 19:00, e visita a um posto de recarga no período das 19:00 as 07:00.

A mudança de paradigma de recarga apenas se torna interessante quando esses dois parâmetros são alterados, seja de forma simultânea ou alternada. Caso a janela de tempo fosse diferente para cada cliente, o veículo poderia então aproveitar intervalos de tempo durante o dia em que nenhum cliente possa ser visitado para visitar um posto de recarga mais próximo. Ou ainda, caso o tempo de recarga fosse mais rápido, conforme discutido em [Felipe et al. \(2014\)](#), o veículo poderia aproveitar, em um determinado momento da rota, a proximidade a um posto de recarga para realizar uma recarga grande e rápida o suficiente de forma que o veículo possa passar a noite próximo a um cliente de pernoite.

Conclui-se que essas análises demandariam extensa pesquisa e alterariam de forma fundamental a estrutura do estudo de caso proposto nesta pesquisa, portanto, decidiu-se sugeri-las para perspectivas de pesquisas futuras.

Tabela 25 – Resultados das instâncias do cenário 2P

<b>Instância</b>	<b>Nº Clientes</b>	<b>gap (%)</b>	<b>Tempo de Processamento (s)</b>
2NS40cR1	1	3900	3600
2NS40cR2	2	1900	3600
2NL40cR1	1	3900	3600
2NL40cR2	0	4000	3600
2NO40cR1	6	567	3600
2NO40cR2	2	1900	3600
2SL40cR1	1	3900	3600
2SL40cR2	2	1900	3600
2SO40cR1	1	3900	3600
2SO40cR2	2	1900	3600
2LO40cR1	1	3900	3600
2LO40cR2	0	4000	3600
2NS40cC1	9	344	3600
2NS40cC2	0	4000	3600
2NL40cC1	7	471	3600
2NL40cC2	0	4000	3600
2NO40cC1	0	4000	3600
2NO40cC2	0	4000	3600
2SL40cC1	0	4000	3600
2SL40cC2	0	4000	3600
2SO40cC1	0	4000	3600
2SO40cC2	9	344	3600
2LO40cC1	0	4000	3600
2LO40cC2	0	4000	3600
2NS40cRC1	0	4000	3600
2NS40cRC2	0	4000	3600
2NL40cRC1	0	4000	3600
2NL40cRC2	0	4000	3600
2NO40cRC1	1	3900	3600
2NO40cRC2	0	4000	3600
2SL40cRC1	0	4000	3600
2SL40cRC2	0	4000	3600
2SO40cRC1	0	4000	3600
2SO40cRC2	1	3900	3600
2LO40cRC1	1	3900	3600
2LO40cRC2	0	4000	3600

## 6 Resultados Computacionais com o Modelo de Localização-Distribuição

Neste capítulo, são descritos os experimentos computacionais realizados com o modelo de localização-distribuição da Seção 4.3, visando considerar mudanças na rede logística de forma a acomodar os planos de expansão do mercado da empresa. Além de analisar o impacto do custo de instalação na qualidade da solução. A implementação do modelo foi feita na linguagem de modelagem GAMS com o *solver* CPLEX 12.5.0.0. O algoritmo *branch&cut* do CPLEX foi executado com todos os parâmetros padrão, exceto pelas opções  $fpheur = 2$ ,  $heurfreq = 100$ ,  $lbheur = 1$  e  $threads = 4$ . Os experimentos foram realizados em um computador Dell, modelo Optiplex 9010, com processador Intel i7 com 3,4 GHz, 16 GB de memória RAM e sistema operacional Windows 7 Profissional de 64 bits.

### 6.1 Plano de Expansão

Conforme mencionado na Seção 3.6.1, a empresa revelou a existência de um plano estratégico de expansão para incorporação de mercados em outras regiões do estado do Pará.

Ainda, segundo a administradora, os clientes potenciais estão distribuídos em 10 cidades: Rondon do Pará, São Miguel do Guamá, Capanema, Bragança, Salinópolis, Castanhal, Ananindeua, Santa Isabel do Pará, Santa Maria do Pará e a capital do estado, Belém. Dentre as 10 cidades, existem já instalados postos de recarga em duas delas: Castanhal e Belém. A Figura 4 (veja Capítulo 3) apresenta as localizações do depósito, das cidades e dos postos de recarga.

### 6.2 Geração das Instâncias

A lista de clientes fornecida pela empresa continha 61 clientes distribuídos pelas 10 cidades incluídas no plano de expansão. Esse volume de clientes tinha um potencial de dificultar a resolução por meio do CPLEX e, por isso, decidiu-se agrupar todos os clientes de algumas cidades em *super nós*, visando diminuir a quantidade total de variáveis  $x_{i,j,p}$ .

Inicialmente selecionou-se as cidades as quais os clientes estão localizados muito próximos entre si. Ressalta-se ainda que essa seleção foi feita junto à administradora da empresa de forma a aproveitar os conhecimentos empíricos que ela possui sobre a região e seus clientes.

Tabela 26 – Descrição dos Super Nós

Cidade	Quantidade de Clientes	Tempo de Serviço
Rondon do Pará	4	2,0
São Miguel do Guamá	4	2,0
Santa Maria do Pará	3	1,5
Capanema	5	2,5
Bragança	8	4,0
Salinópolis	7	3,5
Santa Isabel do Pará	4	2,0
Ananindeua	4	2,0

Em seguida, calculou-se o tempo de serviço em cada super nó considerando a quantidade de clientes e o tempo de viagem entre eles. De acordo com a empresa, o tempo de viagem entre clientes de uma mesma cidade é desprezível pela relativa facilidade de tráfego e, ainda, todos os clientes estão localizadas em áreas centrais das cidades. Desta forma, o tempo de serviço em cada super nó é a multiplicação do número de clientes contido em uma cidade (*super nó*) por 30 minutos (0,5 hora). As cidades selecionadas para se tornarem *super nós*, a quantidade de clientes por cidade e o tempo de serviço de cada super nó estão discriminados na Tabela 26. Ao final desta etapa, gerou-se uma instância com 28 clientes, dentre os quais 8 são *super nós*.

Em seguida, determinou-se que cada uma das 8 cidades que não possuem um posto de recarga instalado, serão consideradas com localizações em potencial para novos postos de recarga. À vista disso, a instância possui três postos de recarga pré-existentes (Paragominas, Castanhal e Belém), ou seja,  $F = \{f_1, f_2, f_3\}$ , e 8 postos de recarga em potencial, ou seja,  $F_n = \{fn_1, fn_2, \dots, fn_8\}$ . Os três postos de recarga pré-existentes não possuem custo de instalação ( $O_i$ ) associado.

### 6.3 Parametrização

O modelo de localização-distribuição utilizou quase todos os mesmo parâmetros do modelo de roteamento com tempo de recarga fixo, descrito na Seção 5.1. A jornada de trabalho  $T_{max}$  é de 132 horas e o tempo médio de serviço nos clientes é de 30 minutos. O instante inicial de partida do depósito é igual a 0, de maneira que seu retorno deve ocorrer até o instante 132. Todos os clientes depósito possuem a mesma janela de tempo em cada período, ou seja, entre 7:00 e 19:00 hs. subtraído o tempo de serviço do cliente em questão, o que significa que o serviço precisa ser completado até o fim da janela de tempo. A chegada aos nós de recarga e pernoite deve ocorrer exatamente às 19:00 hs do período corrente, ou seja, o limite inferior e superior das janelas de tempo desses nós são idênticos, e o tempo de serviço é de 12 horas.

Entretanto, diferentemente dos experimentos com o modelo de roteamento com tempo

de recarga fixo, o tamanho da frota foi fixado em 1 veículo, devido a uma solicitação específica da empresa. Outra diferença de parametrização em relação aos experimentos anteriores é o tempo de processamento. Devido às características estratégicas de decisão de instalação de um posto de recarga, decidiu-se aumentar o tempo máximo para 86.400 segundos (24 horas).

Ainda, como a empresa não possui informações concretas acerca do custo de instalação de um posto de recarga, os custos foram gerados de forma aleatória. Também como o custo de instalação de um posto de recarga provavelmente difere de uma cidade e outra, pressupôs-se faixas de valores para cada instância. Por fim, foram geradas três instâncias com os seguintes parâmetros, conforme demonstrado na Tabela 27

Tabela 27 – Características das instâncias para o modelo de localização-distribuição

Instância	Quantidade de Clientes	Custo de Instalação
I	28	1 a 3
II	28	5 a 7
III	28	10 a 12

## 6.4 Resultados

Tabela 28 – Medidas das soluções em função do custo de instalação

Instância	Nº Clientes Atendidos	Custo com Abertura	Distância Percorrida (Km)	Tempo de Rota	Postos Visitados	gap (%)
I	28	2	1.614,56	125,60	f1, fn4 e fn7	0,5270
II	28	0	1.918,36	125,60	f1 e f2	0,5396
III	28	0	1.812,96	125,60	f1, f2 e f3	0,5332

Em teoria, custos mais baixos de instalação possibilitam uma maior quantidade de postos abertos, a um custo total compensador. E ainda, possuindo mais postos disponíveis para recarga na região, a distância percorrida pelo veículo até um posto de recarga é minimizada devido a grande variedade de opções para recarga.

Essa teoria pode ser melhor observada nas rotas geradas com as três instâncias. Nas Figuras 12 e 14 estão representadas as rotas das instâncias I e III, as quais indicaram a visita a três postos de recarga em cidades da região. Em ambas as rotas, a visita a mais um posto (3 postos) tornou o fluxo da rota menos complicado e com menos desvios, quando comparadas à rota gerada com instância II (Figura 13).

Entretanto, verificou-se que pode existir uma relação direta entre a disponibilidade de postos de recarga na região do mercado de uma empresa e a distância percorrida total da rota. Desta forma, pode-se afirmar que há a possibilidade de ganhos de vantagens



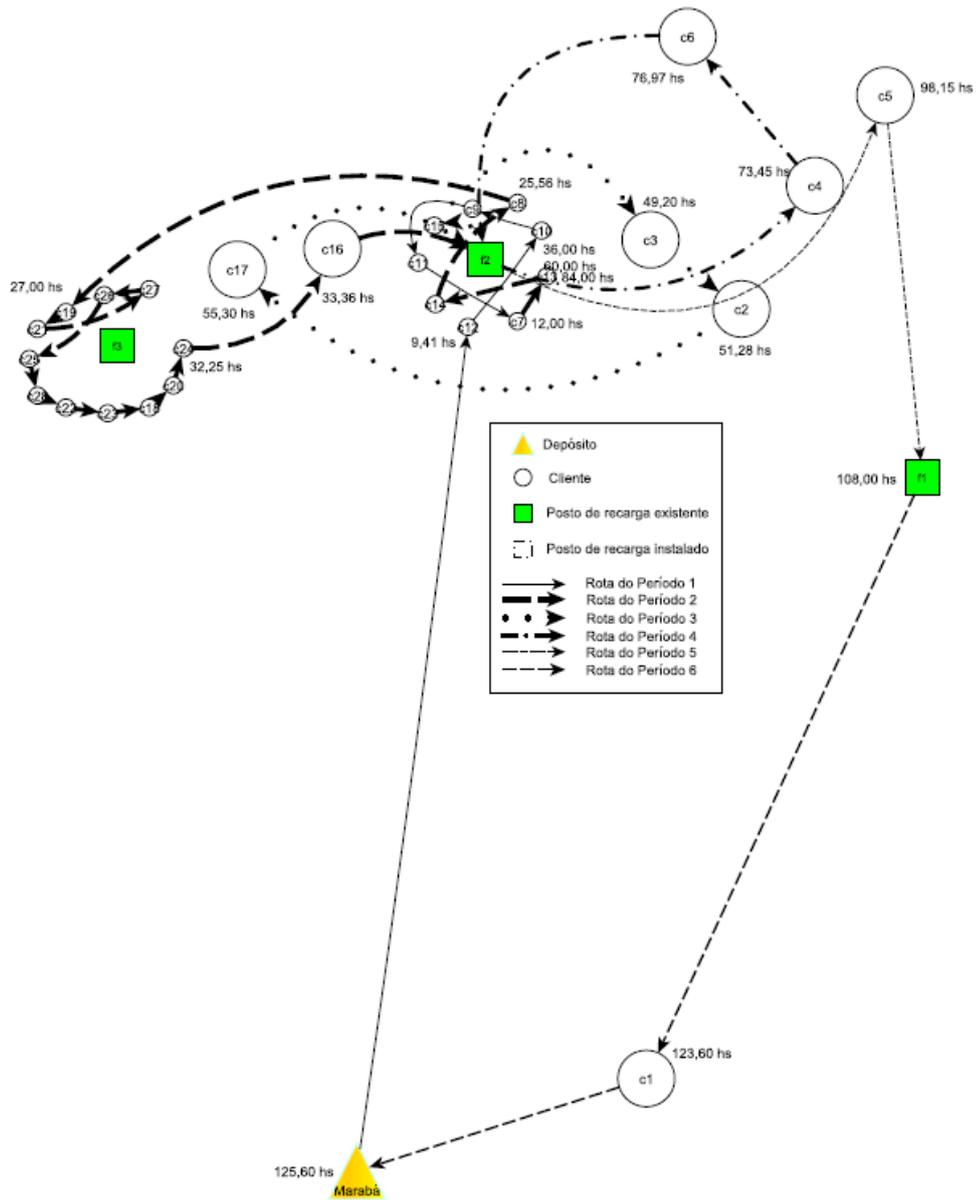


Figura 13 – Rota da região do plano de expansão da instância II

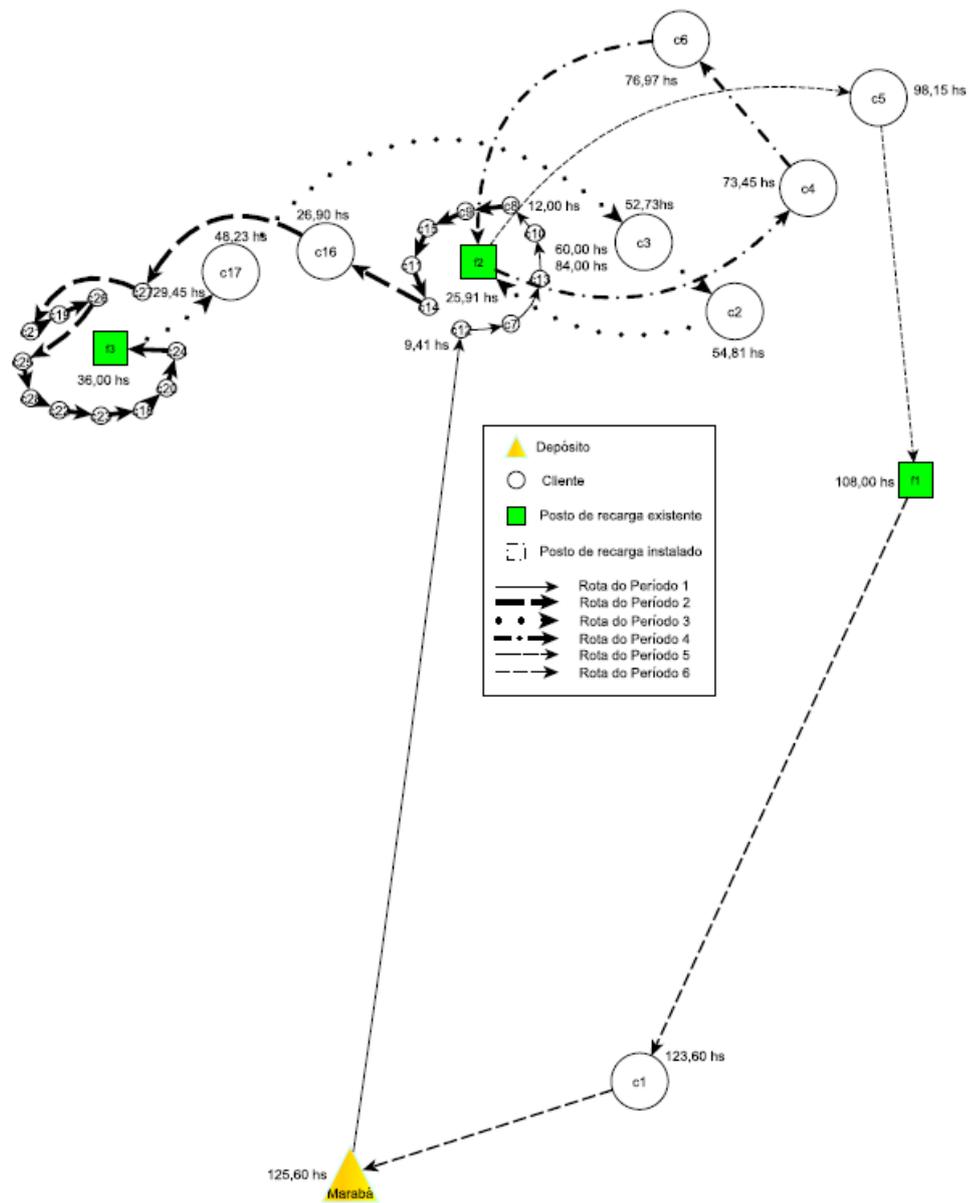


Figura 14 – Rota da região do plano de expansão da instância III

## 7 Conclusões

O presente trabalho teve como foco a logística de distribuição de uma pequena empresa de laticínios do Estado do Pará que produz e distribui sorvetes e picolés a pontos de venda distribuídos em uma área geográfica relativamente extensa. Devido à perecibilidade dos produtos, requer-se paradas periódicas dos caminhões para recarga da bateria do equipamento que mantém a temperatura do baú de armazenagem. Cada recarga envolve várias horas e só poderia ser realizada em postos de gasolina específicos e em número bastante limitado. Estas particularidades do problema incorriam em custos variáveis (distância e tempo) que poderiam excessivos.

De forma a solucionar o problema da empresa, foram estudadas as práticas de distribuição da empresa e explorou-se práticas alternativas, propondo para isso três modelos lineares de programação matemática. Dois deles estão relacionados à roteirização de veículos, enquanto o terceiro inclui a decisão de localização de postos de recarga na região do mercado da empresa.

Durante o desenvolvimento do primeiro modelo de roteamento, denominado modelo com tempo de recarga fixo, procurou-se descrever as características relevantes do modelo logístico de distribuição da empresa, como múltiplos períodos, múltiplas janelas de tempo, paradas intermediárias e tempo de recarga fixo. Com o segundo modelo de roteamento, denominado modelo com recargas parciais, buscou-se estudar o impacto da mudança do paradigma de tempo de recarga fixo da bateria na qualidade das soluções finais. E por fim, o terceiro modelo, denominado modelo de localização-distribuição, teve por objetivo analisar se a inclusão de novos postos, na região do plano de expansão da empresa, iria produzir melhorias significativas nas rotas do plano de expansão.

Todos os modelos foram implementados na linguagem de modelagem GAMS com o *solver* CPLEX 12.5.0.0. Ainda, tendo em vista as dificuldades de resolução do modelo com tempo de recarga fixo, foi desenvolvida uma heurística de programação matemática baseada na heurística *Relax-and-Fix* para este modelo, especificamente.

Para os modelos de roteamento, duas categorias de instâncias foram geradas para os testes; 4 foram baseadas nos dados reais da empresa, e 60 geradas de forma aleatória a partir de uma metodologia da literatura. Todas as instâncias possuem os mesmos parâmetros de entrada, com alterações no tamanho da frota, e na quantidade e localização dos clientes e postos de recarga, enquanto que para o modelo de localização-distribuição, 3 instâncias foram geradas a partir dos dados do plano de expansão da empresa.

Nos testes com o modelo com tempo de recarga fixo, a heurística *Relax-and-Fix* produziu melhores soluções que a resolução via otimização incompleta para a maioria das instâncias testadas. Verificou-se também que existe um potencial de se gerar melhores rotas quando se agrega todos os clientes da empresa em uma única instância.

Ainda, nos testes com as instâncias fictícias, a heurística novamente melhorou o resultado médio da otimização incompleta em todos os cenários gerados. A partir dos testes com as instâncias fictícias, pôde-se inferir que a heurística tem desempenho diferenciado para distribuição espacial de clientes em função da quantidade de postos disponíveis na região. Quando existem disponíveis 1 ou 2 postos, a heurística produz melhores resultados quando as instâncias possuem como característica uma distribuição espacial mista (uniforme e clusterizada) de clientes.

Também, após análises do desempenho em cada cenário gerado, verificou-se que o acréscimo de postos de recarga tem um potencial de causar efeitos positivos na solução final, uma vez que conforme a quantidade de postos aumenta, maior é o número de clientes que podem ser visitados.

Em seguida, iniciou-se os testes com o modelo com recargas parciais. O modelo relaxa a restrição de um tempo fixo de recarga, permitindo desta forma recargas parciais ao longo da rota. Isto foi feito com o objetivo de verificar se ao relaxar essa restrição, soluções de melhor qualidade poderiam ser obtidas. Entretanto, verificou-se que o novo modelo possui variáveis e equações em excesso, tornando-o inviável de ser resolvido por métodos exatos com eficiência e inadequado para o problema da empresa. Ainda analisou-se se a heurística *Relax-and-Fix* melhoraria as soluções, porém percebeu-se que as restrições de janela de tempo e tempo de recarga não resultariam em recargas parciais de qualquer maneira. Concluiu-se então que utilização de recargas parciais só se tornaria vantajosa quando essas duas restrições fossem alteradas.

Por fim, foram realizados testes com o modelo de localização-distribuição. Como a empresa não possuía informações concretas acerca do custo de instalação de um posto de recarga, os custos foram gerados de forma aleatória em três instâncias. No final, comprovou-se que o atual plano estratégico de expansão do mercado da empresa seria viável mesmo com a disponibilidade escassa de postos de recarga na região e uma frota de apenas 1 veículo. Todavia, há a oportunidade de se conseguir vantagens competitivas através da instalação de novos postos de recarga na região do mercado da empresa.

Como perspectivas de pesquisas futuras, sugere-se estudar o impacto da alteração das restrições de janela de tempo no modelo de recarga parcial nas soluções geradas. Também percebe-se um potencial de melhoria caso o tempo de recarga seja mais rápido. Para o modelo de localização-distribuição, recomenda-se mais testes com diferentes valores de custo de instalação, ou ainda, com diferentes custos e/ou velocidades de recarga por posto em potencial.

Finalmente, dadas as dificuldades intrínsecas de resolução de todos os três modelos de forma exata, o desenvolvimento de heurísticas, metaheurísticas e métodos híbridos também se revela como uma oportunidade atraente de pesquisa.

## Referências

- AFRODITI, A. et al. Electric vehicle routing problem with industry constraints: Trends and insights for future research. *Transportation Research Procedia*, Elsevier, v. 3, p. 452–459, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DAS INDÚSTRIAS DA ALIMENTAÇÃO (ABIA). *A Força do Setor de Alimentos*. 2013. Disponível em: <<http://abia.org.br/vst/AForcadoSetordeAlimentos.pdf>>.
- BALLOU, R. H. *Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos*. 5. ed. [S.l.]: Bookman, 2006.
- BARD, J. F.; KONTORAVDIS, G.; YU, G. A branch-and-cut procedure for the vehicle routing problem with time windows. *Transportation Science*, INFORMS, v. 36, n. 2, p. 250–269, 2002.
- BNDS. *Porte de empresa*. 2013. Disponível em: <[http://www.bndes.gov.br/SiteBNDES/bndes/bndes\\_pt/Institucional/Apoio\\_Financeiro/porte.html](http://www.bndes.gov.br/SiteBNDES/bndes/bndes_pt/Institucional/Apoio_Financeiro/porte.html)>.
- BRUGLIERI, M. et al. A variable neighborhood search branching for the electric vehicle routing problem with time windows. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, Elsevier, v. 47, p. 221–228, 2015.
- CARVALHO, G. *A Indústria de laticínios no Brasil: passado, presente e futuro*. 2013. Disponível em: <<http://pt.engormix.com/MA-pecuaria-leite/industria-leitera/artigos/industria-laticinios-brasil-passado-t1222/472-p0.htm>>.
- CATTARUZZA, D. et al. A memetic algorithm for the multi trip vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 236, n. 3, p. 833–848, 2014.
- CHEN, T. D. et al. The electric vehicle charging station location problem: a parking-based assignment method for seattle. In: *Transportation Research Board 92nd Annual Meeting*. [S.l.: s.n.], 2013. v. 340, p. 13–1254.
- CHRISTOFIDES, N. The vehicle routing problem. *RAIRO-Operations Research-Recherche Opérationnelle*, EDP Sciences, v. 10, n. V1, p. 55–70, 1976.
- CLARKE, G. u.; WRIGHT, J. W. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations research*, INFORMS, v. 12, n. 4, p. 568–581, 1964.
- CORDEAU, J.-F. et al. A guide to vehicle routing heuristics. *Journal of the Operational Research society*, JSTOR, p. 512–522, 2002.
- CREVIER, B.; CORDEAU, J.-F.; LAPORTE, G. The multi-depot vehicle routing problem with inter-depot routes. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 176, n. 2, p. 756–773, 2007.
- DILLENBURG, A. Trabalho de Conclusão de Curso, *O Uso da Roteirização de Entrega em um Distribuidor de Alimentos*. Novo Hamburgo, 2005.

- DONDO, R. A branch-and-price method for the vehicle routing problem with cross-docking and time windows. *Iberoamerican Journal of Industrial Engineering*, v. 5, n. 10, p. 16–25, 2014.
- EMBRAPA. Sistema de produção de leite (zona da mata atlântica). *Embrapa Gado de Leite: Sistemas de Produção*, p. 10–30, jan 2003.
- ERDOĞAN, S.; MILLER-HOOKS, E. A green vehicle routing problem. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, Elsevier, v. 48, n. 1, p. 100–114, 2012.
- ESCOBAR, J. W. Heuristic algorithms for the capacitated location-routing problem and the multi-depot vehicle routing problem. *4OR*, Springer, v. 12, n. 1, p. 99–100, 2014.
- FELIPE, Á. et al. A heuristic approach for the green vehicle routing problem with multiple technologies and partial recharges. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, Elsevier, v. 71, p. 111–128, 2014.
- FERREIRA, D.; MORABITO, R.; RANGEL, S. Um modelo de otimização inteira mista e heurísticas relax and fix para a programação da produção de fábricas de refrigerantes de pequeno porte. *Produção*, SciELO Brasil, v. 18, n. 1, p. 76–88, 2008.
- GAMBARDELLA, L. M.; TAILLARD, É.; AGAZZI, G. Macs-vrptw: A multiple colony system for vehicle routing problems with time windows. In: CITESEER. *New ideas in optimization*. [S.l.], 1999.
- HERNANDEZ, F.; GENDREAU, M.; POTVIN, J.-Y. *Heuristics for Time Slot Management: A Periodic Vehicle Routing Problem View*. 2014. Disponível em: <<https://www.cirrelt.ca/DocumentsTravail/CIRRELT-2014-59.pdf>>.
- HODGSON, M. J. A flow-capturing location-allocation model. *Geographical Analysis*, Wiley Online Library, v. 22, n. 3, p. 270–279, 1990.
- KUBY, M.; LIM, S. The flow-refueling location problem for alternative-fuel vehicles. *Socio-Economic Planning Sciences*, Elsevier, v. 39, n. 2, p. 125–145, 2005.
- KUBY, M. et al. Optimization of hydrogen stations in florida using the flow-refueling location model. *International journal of hydrogen energy*, Elsevier, v. 34, n. 15, p. 6045–6064, 2009.
- LAPORTE, G. The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 59, n. 3, p. 345–358, 1992.
- LIN, C. et al. Survey of green vehicle routing problem: Past and future trends. *Expert Systems with Applications*, Elsevier, v. 41, n. 4, p. 1118–1138, 2014.
- MCNABB, M. E. et al. Testing local search move operators on the vehicle routing problem with split deliveries and time windows. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 56, p. 93–109, 2015.
- MORAES, L. C. C.; SANTOS, M. O. Heurísticas relax-and-fix para o problema de dimensionamento de lotes com janelas de tempo de produção. 2012.

- MUNDOMAQ. *Aula caminhão refrigerado - Caminhões com baú refrigerado*. 2015. <[http://www.mundomaq.com/aula\\_caminhao\\_refrigerado](http://www.mundomaq.com/aula_caminhao_refrigerado)>.
- NAGY, G.; SALHI, S. Location-routing: Issues, models and methods. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 177, n. 2, p. 649–672, 2007.
- PELLETIER, S.; JABALI, O.; LAPORTE, G. *Goods distribution with electric vehicles: Review and research perspectives*. [S.l.], 2014.
- PRODHON, C.; PRINS, C. A survey of recent research on location-routing problems. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 238, n. 1, p. 1–17, 2014.
- RIBEIRO, P. Logística na indústria de laticínios: dois estudos de caso em cooperativas. *Cadernos de Debate*, v. 7, p. 45–64, 1999. Anual.
- RODRIGUES, V. P. *Uma abordagem de otimização para a roteirização e programação de navios : um estudo de caso na indústria petrolífera*. Dissertação (Dissertação(Mestrado)) — Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2014. 157 f.
- SCHNEIDER, M.; STENGER, A.; GOEKE, D. The electric vehicle-routing problem with time windows and recharging stations. *Transportation Science*, INFORMS, v. 48, n. 4, p. 500–520, 2014.
- SCHNEIDER, M.; STENGER, A.; HOF, J. An adaptive vns algorithm for vehicle routing problems with intermediate stops. *OR Spectrum*, Springer, p. 1–35, 2014.
- SEVILLA, F. C.; BLAS, C. S. de. Vehicle routing problem with time windows and intermediate facilities. *Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa*, p. 3088–3096, 2003.
- SOLOMON, M. M. Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. *Operations Research*, v. 35, n. 2, p. 254–265, 1987.
- A Re-constructed Meta-Heuristic Algorithm for Robust Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Time Windows under Uncertain Demands*. 347–361 p.
- TAHA, M.; FORS, M. N.; SHOUKRY, A. A. An exact solution for a class of green vehicle routing problem. In: *International Conference on Industrial Engineering and Operations Management*. [S.l.: s.n.], 2014. p. 7–9.
- TOTH, P.; VIGO, D. *Vehicle Routing: Problems, Methods and Applications, 2nd edition*. Philadelphia, PA, USA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2014.
- TRANSFIGOR. *Manual de Instalação - Transfigor*. 2009. <[http://www.transfigor.com.br/images/Microsoft%20Word%20-%20MANUAL\\_INSTALA%C3%87%C3%83O\\_Julho\\_2009.pdf](http://www.transfigor.com.br/images/Microsoft%20Word%20-%20MANUAL_INSTALA%C3%87%C3%83O_Julho_2009.pdf)>.
- UPCHURCH, C.; KUBY, M.; LIM, S. A model for location of capacitated alternative-fuel stations. *Geographical Analysis*, Wiley Online Library, v. 41, n. 1, p. 85–106, 2009.
- WANG, Y.-W.; LIN, C.-C. Locating road-vehicle refueling stations. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, Elsevier, v. 45, n. 5, p. 821–829, 2009.

---

WANG, Y.-W.; LIN, C.-C. Locating multiple types of recharging stations for battery-powered electric vehicle transport. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, Elsevier, v. 58, p. 76–87, 2013.