

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

LEANDRO DIAS KÜSTER

CONTRIBUIÇÃO AO PROJETO DE PAVIMENTOS DE LAJES SEM VIGAS  
PROTENDIDAS

São Carlos

2014

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

LEANDRO DIAS KÜSTER

CONTRIBUIÇÃO AO PROJETO DE PAVIMENTOS DE LAJES SEM VIGAS  
PROTENDIDAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil da Universidade Federal de São Carlos parcial para obtenção do título de Mestre em Estruturas e Construção Civil.

**Área de Concentração:** Sistemas Construtivos de Edificações

**Orientador:** Roberto Chust Carvalho

São Carlos

2014

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da Biblioteca Comunitária UFSCar  
Processamento Técnico  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

K97c Küster, Leandro Dias  
Contribuição ao projeto de pavimentos de lajes sem vigas protendidas / Leandro Dias Küster. -- São Carlos : UFSCar, 2015.  
275 p.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2015.

1. Construção civil. 2. Lajes sem vigas. I. Título.



---

**Folha de Aprovação**

---

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Leandro Dias Küster, realizada em 27/04/2015:

---

Prof. Dr. Roberto Chust Carvalho  
UFSCar

---

Prof. Dr. Jasson Rodrigues de Figueiredo Filho  
UFSCar

---

Prof. Dr. Vladimir Guilherme Haach  
EESC/USP

## AGRADECIMENTOS

A *Deus* acima de tudo. Grato por me ajudar em todos os momentos da minha vida.

A minha esposa, Viviane Kelle Jacundino Porto Küster, pelo exemplo, pelos incentivos, apoio, colaborações e pela paciência em momentos de estresse e desânimo.

Aos meus pais, Samuel Küster e Marly Dias Küster, por me aconselharem, me apoiarem em todos os momentos e pelas orações constantes;

A minha irmã, Liane Dias Küster Uchôa, e meu cunhado, Níldson Pinheiro Uchôa, pelos conselhos e apoio;

A meus sogros, Vivaldo Porto e Adilsema Pereira Jacundino Porto, pelas orações e apoio que me deram;

Ao professor *Roberto Carvalho Chust*, pela orientação, pela compreensão e pela persistência, devido às diversas mudanças ocorridas em minha vida durante o desenvolvimento deste estudo;

Ao engenheiro Artur Sartorti, pelo incentivo a continuar estudando, e também pelo apoio sempre que possível;

Ao amigo Silvio Dobelin e família, por me acolherem em viagens e também pelos conselhos;

A engenheiro Itamar Vizotto, por me incentivar a fazer o mestrado;

À empresa *Vertiko Engenharia Estrutural*, por permitir a utilização do *software* TQS para cálculo dos exemplos numéricos deste trabalho;

À empresa TQS, por me emprestar o *Software* TQS na reta final do mestrado;

Aos demais professores, funcionários e colegas do programa de Pós Graduação em Estruturas e Construção Civil, pela colaboração.

Não ergas alto um edifício sem fortes alicerces, se o fizeres viverás com medo.

**Sabedoria persa**

## RESUMO

A laje sem viga protendida tem sido uma excelente solução estrutural para obras onde precisa-se construir rapidamente, onde a altura do edifício possui restrições ou quando a arquitetura não permite pilares alinhados. Aspectos como esses fazem com que a utilização desse sistema estrutural esteja em constante crescimento. Apesar de já se ter um histórico de obras construídas, alguns construtores ainda se sentem desconfortáveis para utilizar o sistema, pois além de não se ter muita bibliografia na área, muitos dos problemas são resolvidos pela intuição, e não por conhecimento técnico-científico. O presente trabalho apresenta conceitos fundamentais para o entendimento do sistema de lajes sem vigas protendidas, bem como métodos de dimensionamento. Também é feita uma comparação de esforços nas lajes, envolvendo o Método dos Pórticos Equivalentes, o Método dos Elementos Finitos e Analogia de grelhas. Na seqüência do trabalho são apresentados exemplos de pavimentos sem vigas protendidos e soluções estruturais dos mesmos, utilizando armadura aderente e não aderente, utilizando protensão parcial e protensão limitada. Ao final do trabalho são apresentadas sugestões de soluções estruturais para problemas específicos que ocorrem com freqüência.

## **ABSTRACT**

*Prestressed flat plate floor system has been an excellent structural solution for building work when there is a demand for fast construction with less manpower, where the building has height restrictions or when architecture design requires wide environments and major deformations on the floor can be avoided. Aspects like these, make the use of this structural system grow constantly. Although there are cases of built constructions, some structural engineers still feel uncomfortable to use the system, because beyond the scarcity of bibliography on this matter, most of the problems are solved by intuition, and not with technical-scientific knowledge. This research presents fundamental concepts for understanding the prestressed flat plate floor system, as well the designing methods. A comparison of the tensile stress in the slabs is also made, involving the Equivalent Frame Method, the Finite Element Method and the Grillage Method. The effect of the lack of alignment also is studied. In sequence, examples of prestressed flat plate floor are shown and their structural solutions, using adherent and non-adherent cables, using partial prestress and reduced prestress. At the end of this research comments are made about the obtained results and suggestions of structural solutions are presented for specific problems that occur frequently.*

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: CONJUNTO DE LIVROS PRESSIONADOS .....	25
FIGURA 2: VIGA COMUM DE CONCRETO ARMADO.....	26
FIGURA 3: SEÇÃO TRANSVERSAL DA VIGA COMUM DE CONCRETO ARMADO .....	26
FIGURA 4: ZONA DE TRAÇÃO E COMPRESSÃO SOB CARGAS EXTERNAS APLICADAS UNIFORMEMENTE .....	26
FIGURA 5: TRAÇADO SIMPLES DE CABO EM VIGA BI-APOIADA .....	27
FIGURA 6: SOMATÓRIO DE ESFORÇOS EM UMA VIGA PROTENDIDA.....	27
FIGURA 7: PERSPECTIVA ESQUEMÁTICA DE UM PAINEL DE LAJE SEM VIGAS .....	33
FIGURA 8: AÇÕES DEVIDO AO EFEITO DE PROTENSÃO (ISOSTÁTICAS) EM UMA SEÇÃO S.....	41
FIGURA 9: EFEITO DA PROTENSÃO DE CABO CURVO ATRAVÉS DE UMA AÇÃO EQUIVALENTE.....	43
FIGURA 10: CABO SENDO TRACIONADO NO INTERIOR DE UMA BAINHA.....	44
FIGURA 11: ESQUEMA DE ESFORÇOS NO CABO .....	45
FIGURA 12: ESQUEMA DE FORÇAS EM UM TRECHO PEQUENO DE CABO.....	46
FIGURA 13: ESQUEMA GENÉRICO DE FORÇAS QUE AGEM SOBRE UM CABO NO ESPAÇO, DESPREZANDO-SE FORÇAS LONGITUDINAIS DE ATRITO.....	47
FIGURA 14: VIGA CONTÍNUA SUBMETIDA A CARREGAMENTO UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDO.....	48
FIGURA 15: DIAGRAMA DE MOMENTO DA VIGA CONTÍNUA.....	48
FIGURA 16: TRAÇADO DO CABO COM A FORMA DO DIAGRAMA DE MOMENTO DA VIGA E CARGA EQUIVALENTE PRODUZIDA PELO CABO .....	49
FIGURA 17: DIAGRAMA DE MOMENTO DA VIGA DEVIDO À PROTENSÃO .....	49
FIGURA 18: EFEITO DA PROTENSÃO NA VIGA SEM APOIO CENTRAL.....	50
FIGURA 19: ESTRUTURA DEFORMADA DEVIDO À CARGA DE PROTENSÃO.....	50
FIGURA 20: APLICAÇÃO DA CARGA UNITÁRIA NO PONTO B.....	50
FIGURA 21: MOMENTO FLETOR DEVIDO À CARGA UNITÁRIA. DIAGRAMA <i>M</i> .....	51
FIGURA 22: DESLOCAMENTO NO PONTO B DEVIDO AO ESFORÇO HIPERESTÁTICO .....	51
FIGURA 23: CÁLCULO DA PROTENSÃO NECESSÁRIA.....	59
FIGURA 24: FAIXA PARA A DISTRIBUIÇÃO DOS MOMENTOS SEGUNDO A ABNT NBR 6118:2014.....	60
FIGURA 25: DEFINIÇÃO DOS PÓRTICOS SEGUNDO A ABNT NBR 6118:2014 .....	61
FIGURA 26: DISTRIBUIÇÃO DOS MOMENTOS NAS FAIXAS .....	62
FIGURA 27: EQUILÍBRIO DA SEÇÃO NO ESTÁDIO II .....	67
FIGURA 28: REGIÃO DE ENVOLVIMENTO PROTEGIDA PELA BARRA $\phi$ .....	68
FIGURA 29: PEÇA DE CONCRETO ATUANDO APENAS A FORÇA DE PROTENSÃO .....	70
FIGURA 30: PEÇA DE CONCRETO NO ESTADO DE DESCOMPRESSÃO .....	70
FIGURA 31: DEFORMAÇÃO NA ARMADURA ATIVA.....	72
FIGURA 32: DIAGRAMA TENSÃO-DEFORMAÇÃO PARA O AÇO CP-175 E CP-190 .....	73
FIGURA 33: DIAGRAMA DE MOMENTOS FLETORES .....	78
FIGURA 34: ESFORÇOS NA SEÇÃO S.....	78

FIGURA 35: COMBINAÇÃO DAS TENSÕES NORMAIS PARA A SEÇÃO S.....	79
FIGURA 36: CÁLCULO DO MOMENTO DE INÉRCIA NO ESTÁDIO II .....	79
FIGURA 37: CÁLCULO DA INFLUÊNCIA DA CRAVAÇÃO DA CUNHA .....	85
FIGURA 38: CÁLCULO DO COMPRIMENTO DOS CABOS .....	92
FIGURA 39: FORMA DO EXEMPLO DE COMPARAÇÃO DE DIMENSIONAMENTO ENTRE OS MÉTODOS MPE E GRELHAS .....	93
FIGURA 40: ESPECIFICAÇÃO DAS TRIBUTÁRIAS 1, 2 E 3.....	95
FIGURA 41: ESPECIFICAÇÃO DAS TRIBUTÁRIAS 4, 5 E 6.....	96
FIGURA 42: PERFIL DOS CABOS DAS TRIBUTÁRIAS 1, 3, 4, 5 E 6.....	96
FIGURA 43: PERFIL DOS CABOS DA TRIBUTÁRIA 2 .....	97
FIGURA 44: ESFORÇOS PARA AS TRIBUTÁRIAS .....	98
FIGURA 45: CÁLCULO DOS ESFORÇOS NA LAJE .....	99
FIGURA 46: ESFORÇOS NA LAJE .....	100
FIGURA 47: DIAGRAMAS DA COMBINAÇÃO 1 .....	102
FIGURA 48: DIAGRAMAS DA COMBINAÇÃO 2 .....	107
FIGURA 49: TRIBUTÁRIAS 1 E 3 – ELEVAÇÕES DOS CABOS NO ATO DA PROTENSÃO – DEPOIS DE AJUSTAR ...	112
FIGURA 50: TRIBUTÁRIA 2 – ELEVAÇÕES DOS CABOS NO ATO DA PROTENSÃO – DEPOIS DE AJUSTAR .....	112
FIGURA 51: TRIBUTÁRIAS 4 E 6 – FAIXA EXTERNA – ELEVAÇÕES DOS CABOS NO ATO DA PROTENSÃO – DEPOIS DE AJUSTAR .....	113
FIGURA 52: TRIBUTÁRIAS 4 E 6 – FAIXA INTERNA – ELEVAÇÕES DOS CABOS NO ATO DA PROTENSÃO – DEPOIS DE AJUSTAR .....	113
FIGURA 53: TRIBUTÁRIA 5 – FAIXA EXTERNA – ELEVAÇÕES DOS CABOS NO ATO DA PROTENSÃO – DEPOIS DE AJUSTAR.....	114
FIGURA 54: TRIBUTÁRIA 5 – FAIXA INTERNA – ELEVAÇÕES DOS CABOS NO ATO DA PROTENSÃO – DEPOIS DE AJUSTAR.....	114
FIGURA 55: TRIBUTÁRIAS 1 E 3 – ELEVAÇÕES DOS CABOS NA COMBINAÇÃO FREQUENTE – DEPOIS DE AJUSTAR .....	115
FIGURA 56: TRIBUTÁRIA 2 – ELEVAÇÕES DOS CABOS NA COMBINAÇÃO FREQUENTE – DEPOIS DE AJUSTAR ...	115
FIGURA 57: TRIBUTÁRIAS 4 E 6 – FAIXA EXTERNA – ELEVAÇÕES DOS CABOS NA COMBINAÇÃO FREQUENTE – DEPOIS DE AJUSTAR.....	116
FIGURA 58: TRIBUTÁRIAS 4 E 6 – FAIXA INTERNA – ELEVAÇÕES DOS CABOS NA COMBINAÇÃO FREQUENTE – DEPOIS DE AJUSTAR.....	116
FIGURA 59: TRIBUTÁRIA 5 – FAIXA EXTERNA – ELEVAÇÕES DOS CABOS NA COMBINAÇÃO FREQUENTE – DEPOIS DE AJUSTAR .....	117
FIGURA 60: TRIBUTÁRIA 5 – FAIXA INTERNA – ELEVAÇÕES DOS CABOS NA COMBINAÇÃO FREQUENTE – DEPOIS DE AJUSTAR .....	117
FIGURA 61: TRIBUTÁRIAS 1 E 3 – TENSÕES DOS CABOS NO ATO DA PROTENSÃO – DEPOIS DE AJUSTAR .....	118
FIGURA 62: TRIBUTÁRIA 2 – TENSÕES DOS CABOS NO ATO DA PROTENSÃO – DEPOIS DE AJUSTAR .....	118

FIGURA 63: TRIBUTÁRIAS 4 E 6 – FAIXA EXTERNA – TENSÕES DOS CABOS NO ATO DA PROTENSÃO – DEPOIS DE AJUSTAR.....	119
FIGURA 64: TRIBUTÁRIAS 4 E 6 – FAIXA INTERNA – TENSÕES DOS CABOS NO ATO DA PROTENSÃO – DEPOIS DE AJUSTAR.....	119
FIGURA 65: TRIBUTÁRIA 5 – FAIXA EXTERNA – TENSÕES DOS CABOS NO ATO DA PROTENSÃO – DEPOIS DE AJUSTAR.....	120
FIGURA 66: TRIBUTÁRIA 5 – FAIXA INTERNA – TENSÕES DOS CABOS NO ATO DA PROTENSÃO – DEPOIS DE AJUSTAR.....	120
FIGURA 67: TRIBUTÁRIAS 1 E 3 – TENSÕES DOS CABOS NA COMBINAÇÃO FREQUENTE – DEPOIS DE AJUSTAR .....	121
FIGURA 68: TRIBUTÁRIA 2 – TENSÕES DOS CABOS NA COMBINAÇÃO FREQUENTE – DEPOIS DE AJUSTAR .....	121
FIGURA 69: TRIBUTÁRIAS 4 E 6 – FAIXA EXTERNA – TENSÕES DOS CABOS NA COMBINAÇÃO FREQUENTE – DEPOIS DE AJUSTAR.....	122
FIGURA 70: TRIBUTÁRIAS 4 E 6 – FAIXA INTERNA – TENSÕES DOS CABOS NA COMBINAÇÃO FREQUENTE – DEPOIS DE AJUSTAR.....	122
FIGURA 71: TRIBUTÁRIA 5 – FAIXA EXTERNA – TENSÕES DOS CABOS NA COMBINAÇÃO FREQUENTE – DEPOIS DE AJUSTAR .....	123
FIGURA 72: TRIBUTÁRIA 5 – FAIXA INTERNA – TENSÕES DOS CABOS NA COMBINAÇÃO FREQUENTE – DEPOIS DE AJUSTAR.....	123
FIGURA 73: TRIBUTÁRIAS 1 E 3 – FISSURAÇÃO – DEPOIS DE AJUSTAR.....	124
FIGURA 74: TRIBUTÁRIA 2 – FISSURAÇÃO – DEPOIS DE AJUSTAR.....	124
FIGURA 75: TRIBUTÁRIAS 4 E 6 – FAIXA EXTERNA – FISSURAÇÃO – DEPOIS DE AJUSTAR .....	125
FIGURA 76: TRIBUTÁRIAS 4 E 6 – FAIXA INTERNA – FISSURAÇÃO – DEPOIS DE AJUSTAR .....	125
FIGURA 77: TRIBUTÁRIA 5 – FAIXA EXTERNA – FISSURAÇÃO – DEPOIS DE AJUSTAR .....	126
FIGURA 78: TRIBUTÁRIA 5 – FAIXA INTERNA – FISSURAÇÃO – DEPOIS DE AJUSTAR .....	126
FIGURA 79: DISPOSIÇÕES DOS CABOS – MÉTODO DE GRELHAS .....	127
FIGURA 80: FORMA DA LAJE DO MODELO 1 PARA CÁLCULO DE ESFORÇOS.....	131
FIGURA 81: FAIXAS HORIZONTAIS PARA CÁLCULO DE ESFORÇOS DO MODELO 1 .....	132
FIGURA 82: FAIXAS VERTICAIS PARA CÁLCULO DE ESFORÇOS DO MODELO 1 .....	132
FIGURA 83: DIAGRAMA DE MOMENTOS MÁXIMOS EM X DO MODELO 1 .....	133
FIGURA 84: DIAGRAMA DE MOMENTOS MÁXIMOS EM Y DO MODELO 1 .....	133
FIGURA 85: FAIXAS PARA OBTENÇÃO DE ESFORÇOS .....	134
FIGURA 86: DISTRIBUIÇÃO DE ESFORÇOS PARA AS TRIBUTÁRIAS .....	135
FIGURA 87: ESFORÇOS DE MOMENTO EM X DO MODELO 1 UTILIZANDO O MPE.....	136
FIGURA 88: ESFORÇOS DE MOMENTO EM X DO MODELO 1 UTILIZANDO O MÉTODO DE GRELHAS .....	137
FIGURA 89: ESFORÇOS DE MOMENTO EM X DO MODELO 1 UTILIZANDO O MEF .....	138
FIGURA 90: FORMA DA LAJE DO MODELO 2 PARA CÁLCULO DE ESFORÇOS.....	140
FIGURA 91: FAIXAS HORIZONTAIS PARA CÁLCULO DE ESFORÇOS DO MODELO 2 .....	141
FIGURA 92: FAIXAS VERTICAIS PARA CÁLCULO DE ESFORÇOS DO MODELO 2 .....	141

FIGURA 93: DIAGRAMA DE MOMENTOS MÁXIMOS EM X DO MODELO 2 .....	142
FIGURA 94: DIAGRAMA DE MOMENTOS MÁXIMOS EM Y DO MODELO 2 .....	142
FIGURA 95: ESFORÇOS DE MOMENTO EM X DO MODELO 2 UTILIZANDO O MPE.....	143
FIGURA 96: ESFORÇOS DE MOMENTO EM Y DO MODELO 2 UTILIZANDO O MPE.....	144
FIGURA 97: ESFORÇOS DE MOMENTO EM X DO MODELO 2 UTILIZANDO O MÉTODO DE GRELHAS .....	145
FIGURA 98: ESFORÇOS DE MOMENTO EM Y DO MODELO 2 UTILIZANDO O MÉTODO DE GRELHAS .....	146
FIGURA 99: ESFORÇOS DE MOMENTO EM X DO MODELO 2 UTILIZANDO O MEF .....	147
FIGURA 100: ESFORÇOS DE MOMENTO EM Y DO MODELO 2 UTILIZANDO O MEF .....	148
FIGURA 101: FORMA DA LAJE DO MODELO 8 PARA CÁLCULO DE ESFORÇOS .....	150
FIGURA 102: FAIXAS HORIZONTAIS PARA CÁLCULO DE ESFORÇOS DO MODELO 8 .....	151
FIGURA 103: FAIXAS VERTICAIS PARA CÁLCULO DE ESFORÇOS DO MODELO 8.....	151
FIGURA 104: DIAGRAMA DE MOMENTOS MÁXIMOS EM X DO MODELO 8 .....	152
FIGURA 105: DIAGRAMA DE MOMENTOS MÁXIMOS EM Y DO MODELO 8 .....	152
FIGURA 106: ESFORÇOS DE MOMENTO EM X DO MODELO 8 UTILIZANDO O MPE.....	153
FIGURA 107: ESFORÇOS DE MOMENTO EM Y DO MODELO 8 UTILIZANDO O MPE.....	154
FIGURA 108: ESFORÇOS DE MOMENTO EM X DO MODELO 8 UTILIZANDO O MÉTODO DE GRELHAS .....	155
FIGURA 109: ESFORÇOS DE MOMENTO EM Y DO MODELO 8 UTILIZANDO O MÉTODO DE GRELHAS .....	156
FIGURA 110: ESFORÇOS DE MOMENTO EM X DO MODELO 8 UTILIZANDO O MEF .....	157
FIGURA 111: ESFORÇOS DE MOMENTO EM Y DO MODELO 8 UTILIZANDO O MEF .....	158
FIGURA 112: COMPARAÇÃO DOS MOMENTOS NO 1º VÃO DA 1º TRIBUTÁRIA .....	160
FIGURA 113: COMPARAÇÃO DOS MOMENTOS NO APOIO CENTRAL DA 1º TRIBUTÁRIA .....	161
FIGURA 114: COMPARAÇÃO DOS MOMENTOS NO 2º VÃO DA 1º TRIBUTÁRIA .....	161
FIGURA 115: COMPARAÇÃO DOS MOMENTOS NO 1º VÃO DA 2º TRIBUTÁRIA .....	162
FIGURA 116: COMPARAÇÃO DOS MOMENTOS NO APOIO CENTRAL DA 2º TRIBUTÁRIA .....	163
FIGURA 117: COMPARAÇÃO DOS MOMENTOS NO 2º VÃO DA 2º TRIBUTÁRIA .....	163
FIGURA 118: COMPARAÇÃO DOS MOMENTOS NO 1º VÃO DA 4º TRIBUTÁRIA .....	164
FIGURA 119: COMPARAÇÃO DOS MOMENTOS NO APOIO CENTRAL DA 4º TRIBUTÁRIA .....	165
FIGURA 120: COMPARAÇÃO DOS MOMENTOS NO 1º VÃO DA 5º TRIBUTÁRIA .....	166
FIGURA 121: COMPARAÇÃO DOS MOMENTOS NO APOIO CENTRAL DA 5º TRIBUTÁRIA.....	166
FIGURA 122: COMPARAÇÃO DOS MOMENTOS NO 1º VÃO DA 6º TRIBUTÁRIA .....	167
FIGURA 123: COMPARAÇÃO DOS MOMENTOS NO APOIO CENTRAL DA 6º TRIBUTÁRIA.....	168
FIGURA 124: FORMA DO EXEMPLO 1 .....	173
FIGURA 125: FLECHA NO CASO 1 DO TQS PARA O EXEMPLO 1 .....	174
FIGURA 126: FAIXAS DE ESFORÇOS NA DIREÇÃO DO EIXO X PARA O EXEMPLO 1.....	175
FIGURA 127: FAIXAS DE ESFORÇOS NA DIREÇÃO DO EIXO Y PARA O EXEMPLO 1.....	176
FIGURA 128: RPU'S NA DIREÇÃO DO EIXO X PARA O EXEMPLO 1 .....	177
FIGURA 129: RPU'S NO EIXO X JUNTO COM ESFORÇOS EM Y PARA O EXEMPLO 1 .....	177
FIGURA 130: RPU'S NA DIREÇÃO DO EIXO Y PARA O EXEMPLO 1 .....	178

FIGURA 131: RPU NO EIXO Y JUNTO COM ESFORÇOS EM X PARA O EXEMPLO 1 .....	178
FIGURA 132: RTEs NA DIREÇÃO DO EIXO X PARA O EXEMPLO 1 .....	179
FIGURA 133: RTEs NA DIREÇÃO DO EIXO Y PARA O EXEMPLO 1 .....	179
FIGURA 134: RPU A SER DETALHADA PARA FINS EXPLICATIVOS PARA O EXEMPLO 1 .....	180
FIGURA 135: ELEVAÇÕES DOS CABOS - ATO DA PROTENSÃO PARA O EXEMPLO 1 – ANTES DE AJUSTAR .....	181
FIGURA 136: ELEVAÇÕES DOS CABOS - ATO DA PROTENSÃO PARA O EXEMPLO 1 – DEPOIS DE AJUSTAR.....	181
FIGURA 137: ELEVAÇÕES DOS CABOS - COMBINAÇÃO FREQUENTE PARA O EXEMPLO 1 – ANTES DE AJUSTAR .....	182
FIGURA 138: ELEVAÇÕES DOS CABOS - COMBINAÇÃO FREQUENTE PARA O EXEMPLO 1 – DEPOIS DE AJUSTAR .....	182
FIGURA 139: ELEVAÇÕES DOS CABOS - COMBINAÇÃO TOTAL NÃO MAJORANDO ESFORÇOS PARA O EXEMPLO 1 – ANTES DE AJUSTAR.....	183
FIGURA 140: ELEVAÇÕES DOS CABOS - COMBINAÇÃO TOTAL NÃO MAJORANDO ESFORÇOS PARA O EXEMPLO 1 – DEPOIS DE AJUSTAR .....	183
FIGURA 141: ELEVAÇÕES DOS CABOS - HIPERESTÁTICO DE PROTENSÃO PARA O EXEMPLO 1 – ANTES DE AJUSTAR.....	184
FIGURA 142: ELEVAÇÕES DOS CABOS - HIPERESTÁTICO DE PROTENSÃO PARA O EXEMPLO 1 – DEPOIS DE AJUSTAR.....	184
FIGURA 143: TENSÕES NO CONCRETO - ATO DA PROTENSÃO PARA O EXEMPLO 1 – ANTES DE AJUSTAR .....	185
FIGURA 144: TENSÕES NO CONCRETO - ATO DA PROTENSÃO PARA O EXEMPLO 1 – DEPOIS DE AJUSTAR.....	186
FIGURA 145: TENSÕES NO CONCRETO - COMBINAÇÃO FREQUENTE PARA O EXEMPLO 1 – ANTES DE AJUSTAR .....	186
FIGURA 146: TENSÕES NO CONCRETO - COMBINAÇÃO FREQUENTE PARA O EXEMPLO 1 – DEPOIS DE AJUSTAR .....	187
FIGURA 147: FISSURAÇÃO NA LAJE PARA O EXEMPLO 1.....	187
FIGURA 148: ARMADURA PASSIVA - ATO DA PROTENSÃO PARA O EXEMPLO 1.....	188
FIGURA 149: ARMADURA PASSIVA - COMBINAÇÃO TOTAL NÃO MAJORANDO ESFORÇOS PARA O EXEMPLO 1..	188
FIGURA 150: ARMADURA PASSIVA - ENVOLTÓRIA DE ESFORÇOS PARA O EXEMPLO 1 .....	189
FIGURA 151: PERDA DE PROTENSÃO IMEDIATA NA RPU PARA O EXEMPLO 1.....	189
FIGURA 152: FLECHA NA LAJE COM O CASO DE HIPERESTÁTICO DE PROTENSÃO PARA O EXEMPLO 1 .....	190
FIGURA 153: PLANTA DE CABOS –PAVIMENTO SIMÉTRICO – PROTENSÃO PARCIAL – CORDOALHA NÃO ADERENTE ANTES DE AJUSTAR .....	191
FIGURA 154: PLANTA DE CABOS –PAVIMENTO SIMÉTRICO – PROTENSÃO PARCIAL – CORDOALHA NÃO ADERENTE DEPOIS DE AJUSTAR .....	192
FIGURA 155: PLANTA DE CABOS – PAVIMENTO SIMÉTRICO – PROTENSÃO PARCIAL – CORDOALHA ADERENTE	193
FIGURA 156: PLANTA DE CABOS – PAVIMENTO SIMÉTRICO – PROTENSÃO LIMITADA – CORDOALHA NÃO ADERENTE .....	194
FIGURA 157: PLANTA DE CABOS – PAVIMENTO SIMÉTRICO – PROTENSÃO LIMITADA – CORDOALHA ADERENTE .....	195

FIGURA 158: FORMA DO EXEMPLO 2 .....	198
FIGURA 159: FLECHA NO CASO 1 DO TQS PARA O EXEMPLO 2 .....	199
FIGURA 160: FAIXAS DE ESFORÇOS NA DIREÇÃO DO EIXO X PARA O EXEMPLO 2.....	200
FIGURA 161: FAIXAS DE ESFORÇOS NA DIREÇÃO DO EIXO Y PARA O EXEMPLO 2.....	201
FIGURA 162: RPU NA DIREÇÃO DO EIXO X PARA O EXEMPLO 2.....	202
FIGURA 163: RPU NO EIXO X JUNTO COM ESFORÇOS EM Y PARA O EXEMPLO 2.....	202
FIGURA 164: RPU NA DIREÇÃO DO EIXO Y PARA O EXEMPLO 2.....	203
FIGURA 165: RPU NO EIXO Y JUNTO COM ESFORÇOS EM X PARA O EXEMPLO 2.....	203
FIGURA 166: RTE NA DIREÇÃO DO EIXO X PARA O EXEMPLO 2 .....	204
FIGURA 167: RTE NA DIREÇÃO DO EIXO Y PARA O EXEMPLO 2 .....	205
FIGURA 168: FLECHA NA LAJE COM O CASO DE HIPERESTÁTICO DE PROTENSÃO PARA O EXEMPLO 2 .....	206
FIGURA 169: PLANTA DE CABOS PARA O EXEMPLO 2 – ANTES DE AJUSTAR .....	207
FIGURA 170: PLANTA DE CABOS PARA O EXEMPLO 2 – DEPOIS DE AJUSTAR.....	208
FIGURA 171: PLANTA DE CABOS – PAVIMENTO ASSIMÉTRICO – PROTENSÃO PARCIAL – CORDOALHA ADERENTE .....	209
FIGURA 172: PLANTA DE CABOS – PAVIMENTO ASSIMÉTRICO – PROTENSÃO LIMITADA – CORDOALHA NÃO ADERENTE .....	210
FIGURA 173: PLANTA DE CABOS – PAVIMENTO SIMÉTRICO – PROTENSÃO LIMITADA – CORDOALHA ADERENTE .....	212
FIGURA 174: FORMA DA LAJE DO MODELO 3 PARA CÁLCULO DE ESFORÇOS .....	226
FIGURA 175: FAIXAS HORIZONTAIS PARA CÁLCULO DE ESFORÇOS DO MODELO 3 .....	227
FIGURA 176: FAIXAS VERTICAIS PARA CÁLCULO DE ESFORÇOS DO MODELO 3.....	227
FIGURA 177: DIAGRAMA DE MOMENTOS MÁXIMOS EM X DO MODELO 3 .....	228
FIGURA 178: DIAGRAMA DE MOMENTOS MÁXIMOS EM Y DO MODELO 3 .....	228
FIGURA 179: ESFORÇOS DE MOMENTO EM X DO MODELO 3 UTILIZANDO O MPE.....	229
FIGURA 180: ESFORÇOS DE MOMENTO EM Y DO MODELO 3 UTILIZANDO O MPE.....	230
FIGURA 181: ESFORÇOS DE MOMENTO EM X DO MODELO 3 UTILIZANDO O MÉTODO DE GRELHAS .....	231
FIGURA 182: ESFORÇOS DE MOMENTO EM Y DO MODELO 3 UTILIZANDO O MÉTODO DE GRELHAS .....	232
FIGURA 183: ESFORÇOS DE MOMENTO EM X DO MODELO 3 UTILIZANDO O MEF .....	233
FIGURA 184: ESFORÇOS DE MOMENTO EM Y DO MODELO 3 UTILIZANDO O MEF .....	234
FIGURA 185: FORMA DA LAJE DO MODELO 4 PARA CÁLCULO DE ESFORÇOS .....	236
FIGURA 186: FAIXAS HORIZONTAIS PARA CÁLCULO DE ESFORÇOS DO MODELO 4 .....	237
FIGURA 187: FAIXAS VERTICAIS PARA CÁLCULO DE ESFORÇOS DO MODELO 4 .....	237
FIGURA 188: DIAGRAMA DE MOMENTOS MÁXIMOS EM X DO MODELO 4 .....	238
FIGURA 189: DIAGRAMA DE MOMENTOS MÁXIMOS EM Y DO MODELO 4 .....	238
FIGURA 190: ESFORÇOS DE MOMENTO EM X DO MODELO 4 UTILIZANDO O MPE.....	239
FIGURA 191: ESFORÇOS DE MOMENTO EM Y DO MODELO 4 UTILIZANDO O MPE.....	240
FIGURA 192: ESFORÇOS DE MOMENTO EM X DO MODELO 4 UTILIZANDO O MÉTODO DE GRELHAS .....	241

FIGURA 193: ESFORÇOS DE MOMENTO EM Y DO MODELO 4 UTILIZANDO O MÉTODO DE GRELHAS .....	242
FIGURA 194: ESFORÇOS DE MOMENTO EM X DO MODELO 4 UTILIZANDO O MEF .....	243
FIGURA 195: ESFORÇOS DE MOMENTO EM Y DO MODELO 4 UTILIZANDO O MEF .....	244
FIGURA 196: FORMA DA LAJE DO MODELO 5 PARA CÁLCULO DE ESFORÇOS .....	246
FIGURA 197: FAIXAS HORIZONTAIS PARA CÁLCULO DE ESFORÇOS DO MODELO 5 .....	247
FIGURA 198: FAIXAS VERTICAIS PARA CÁLCULO DE ESFORÇOS DO MODELO 5 .....	247
FIGURA 199: DIAGRAMA DE MOMENTOS MÁXIMOS EM X DO MODELO 5 .....	248
FIGURA 200: DIAGRAMA DE MOMENTOS MÁXIMOS EM Y DO MODELO 5 .....	248
FIGURA 201: ESFORÇOS DE MOMENTO EM X DO MODELO 5 UTILIZANDO O MPE.....	249
FIGURA 202: ESFORÇOS DE MOMENTO EM Y DO MODELO 5 UTILIZANDO O MPE.....	250
FIGURA 203: ESFORÇOS DE MOMENTO EM X DO MODELO 5 UTILIZANDO O MÉTODO DE GRELHAS .....	251
FIGURA 204: ESFORÇOS DE MOMENTO EM Y DO MODELO 5 UTILIZANDO O MÉTODO DE GRELHAS .....	252
FIGURA 205: ESFORÇOS DE MOMENTO EM X DO MODELO 5 UTILIZANDO O MEF .....	253
FIGURA 206: ESFORÇOS DE MOMENTO EM Y DO MODELO 5 UTILIZANDO O MEF .....	254
FIGURA 207: FORMA DA LAJE DO MODELO 6 PARA CÁLCULO DE ESFORÇOS .....	256
FIGURA 208: FAIXAS HORIZONTAIS PARA CÁLCULO DE ESFORÇOS DO MODELO 6 .....	257
FIGURA 209: FAIXAS VERTICAIS PARA CÁLCULO DE ESFORÇOS DO MODELO 6 .....	257
FIGURA 210: DIAGRAMA DE MOMENTOS MÁXIMOS EM X DO MODELO 6 .....	258
FIGURA 211: DIAGRAMA DE MOMENTOS MÁXIMOS EM Y DO MODELO 6 .....	258
FIGURA 212: ESFORÇOS DE MOMENTO EM X DO MODELO 6 UTILIZANDO O MPE.....	259
FIGURA 213: ESFORÇOS DE MOMENTO EM Y DO MODELO 6 UTILIZANDO O MPE.....	260
FIGURA 214: ESFORÇOS DE MOMENTO EM X DO MODELO 6 UTILIZANDO O MÉTODO DE GRELHAS .....	261
FIGURA 215: ESFORÇOS DE MOMENTO EM Y DO MODELO 6 UTILIZANDO O MÉTODO DE GRELHAS .....	262
FIGURA 216: ESFORÇOS DE MOMENTO EM X DO MODELO 6 UTILIZANDO O MEF .....	263
FIGURA 217: ESFORÇOS DE MOMENTO EM Y DO MODELO 6 UTILIZANDO O MEF .....	264
FIGURA 218: FORMA DA LAJE DO MODELO 7 PARA CÁLCULO DE ESFORÇOS .....	266
FIGURA 219: FAIXAS HORIZONTAIS PARA CÁLCULO DE ESFORÇOS DO MODELO 7 .....	267
FIGURA 220: FAIXAS VERTICAIS PARA CÁLCULO DE ESFORÇOS DO MODELO 7 .....	267
FIGURA 221: DIAGRAMA DE MOMENTOS MÁXIMOS EM X DO MODELO 7 .....	268
FIGURA 222: DIAGRAMA DE MOMENTOS MÁXIMOS EM Y DO MODELO 7 .....	268
FIGURA 223: ESFORÇOS DE MOMENTO EM X DO MODELO 7 UTILIZANDO O MPE.....	269
FIGURA 224: ESFORÇOS DE MOMENTO EM Y DO MODELO 7 UTILIZANDO O MPE.....	270
FIGURA 225: ESFORÇOS DE MOMENTO EM X DO MODELO 7 UTILIZANDO O MÉTODO DE GRELHAS .....	271
FIGURA 226: ESFORÇOS DE MOMENTO EM Y DO MODELO 7 UTILIZANDO O MÉTODO DE GRELHAS .....	272
FIGURA 227: ESFORÇOS DE MOMENTO EM X DO MODELO 7 UTILIZANDO O MEF .....	273
FIGURA 228: ESFORÇOS DE MOMENTO EM Y DO MODELO 7 UTILIZANDO O MEF .....	274

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1: EXIGÊNCIAS DE DURABILIDADE RELACIONADAS À FISSURAÇÃO E À PROTEÇÃO DA ARMADURA, EM FUNÇÃO DAS CLASSES DE AGRESSIVIDADE AMBIENTAL .....	28
TABELA 2: CLASSE DE AGRESSIVIDADE AMBIENTAL (CAA) .....	29
TABELA 3: VALORES PARA O COEFICIENTE S EM RAZÃO DO TIPO DE CIMENTO .....	66
TABELA 4: COEFICIENTE DE CONFORMAÇÃO SUPERFICIAL .....	69
TABELA 5: VALORES DE $K_1$ PARA O CÁLCULO DE $M_{Rd,LIM}$ .....	75
TABELA 6: VALORES DE $K_2$ .....	76
TABELA 7: LIMITES PARA DESLOCAMENTO .....	80
TABELA 8: COEFICIENTE A .....	89
TABELA 9: COEFICIENTE $B_{sc}$ .....	90
TABELA 10: VALORES CARACTERÍSTICOS SUPERIORES DA DEFORMAÇÃO ESPECÍFICA DE RETRAÇÃO $E_{cs}(T, T_0)$ E DO COEFICIENTE DE FLUÊNCIA $\Phi(T_{\infty}, T_0)$ .....	90
TABELA 11: VALORES DE RELAXAÇÃO EM 1000 HORAS – $P_{1000}(\%)$ – PARA CORDOALHAS BRASILEIRAS .....	91
TABELA 12: PARÂMETROS PARA O CÁLCULO DAS TENSÕES NO ESTÁDIO I .....	103
TABELA 13: COMPARATIVO DE QUANTIDADE DE CABOS ENTRE OS MÉTODOS MPE E GRELHAS .....	128
TABELA 14: DESALINHAMENTO DO PILAR CENTRAL .....	130
TABELA 15: COMPARAÇÃO DE ESFORÇOS NO MODELO 1 ENTRE O MPE, GRELHAS E MEF .....	139
TABELA 16: COMPARAÇÃO DE ESFORÇOS NO MODELO 2 ENTRE O MPE, GRELHAS E MEF .....	149
TABELA 17: COMPARAÇÃO DE ESFORÇOS NO MODELO 8 ENTRE O MPE, GRELHAS E MEF .....	159
TABELA 18: HIPÓTESES DE DIMENSIONAMENTO PARA OS EXEMPLOS .....	171
TABELA 19: COMPARAÇÃO DE QUANTIDADE DE AÇO NECESSÁRIA PARA AS HIPÓTESES DE DIMENSIONAMENTO – PAVIMENTO SIMÉTRICO .....	196
TABELA 20: COMPARAÇÃO DE QUANTIDADE DE AÇO NECESSÁRIA PARA AS HIPÓTESES DE DIMENSIONAMENTO – PAVIMENTO SIMÉTRICO .....	212
TABELA 21: DESCRIÇÃO DOS EXEMPLOS DO CAPÍTULO 8 .....	218
TABELA 22: RESULTADOS DE COMPARAÇÃO DE ARMADURAS DO CAPÍTULO 8 .....	218
TABELA 23: COMPARAÇÃO DE ESFORÇOS NO MODELO 3 ENTRE O MPE, GRELHAS E MEF .....	235
TABELA 24: COMPARAÇÃO DE ESFORÇOS NO MODELO 4 ENTRE O MPE, GRELHAS E MEF .....	245
TABELA 25: COMPARAÇÃO DE ESFORÇOS NO MODELO 5 ENTRE O MPE, GRELHAS E MEF .....	255
TABELA 26: COMPARAÇÃO DE ESFORÇOS NO MODELO 6 ENTRE O MPE, GRELHAS E MEF .....	265
TABELA 27: COMPARAÇÃO DE ESFORÇOS NO MODELO 7 ENTRE O MPE, GRELHAS E MEF .....	275

# SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>18</b>
1.1 JUSTIFICATIVA.....	20
1.2 OBJETIVOS .....	20
1.2.1 <i>Objetivo geral</i> .....	20
1.2.2 <i>Objetivos específicos</i> .....	20
1.3 MÉTODOS .....	21
1.3.1 <i>PESQUISA BIBLIOGRÁFICA</i> .....	21
1.3.2 <i>ESTUDO DE CASO</i> .....	21
1.3.3 <i>ANÁLISE DOS RESULTADOS</i> .....	22
1.4 ORGANIZAÇÃO DOS CAPÍTULOS .....	22
<b>2 CONSIDERAÇÕES GERAIS.....</b>	<b>24</b>
2.1 HISTÓRICO DO CONCRETO PROTENDIDO.....	24
2.2 CONCEITOS BÁSICOS DE PROTENSÃO .....	25
2.3 TIPOS DE PROTENSÃO .....	28
2.4 TRABALHOS NA LÍNGUA PORTUGUESA SOBRE O ASSUNTO .....	29
<b>3 PROCESSOS PARA O CÁLCULO DE ESFORÇOS SOLICITANTES DE LAJES LISAS PROTENDIDAS .....</b>	<b>33</b>
3.1 PROCESSO ACI PÓRTICOS EQUIVALENTES.....	34
3.2 GRELHAS.....	36
3.3 ELEMENTOS FINITOS.....	37
<b>4 CONSIDERAÇÕES DO EFEITO DA PROTENSÃO .....</b>	<b>40</b>
4.1 ESFORÇO INTERNO .....	40
4.2 CARGA EQUIVALENTE.....	42
4.3 FORÇAS DESVIADORAS .....	44
4.4 CONSIDERAÇÃO DE FAIXAS DE MESMA PROTENSÃO OU ESFORÇOS .....	47
4.5 CONCEITUAÇÃO DO MOMENTO HIPERESTÁTICO DE PROTENSÃO .....	48
<b>5 DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA LONGITUDINAL DE PROTENSÃO .....</b>	<b>53</b>
5.1 DIMENSIONAMENTO DE LAJES PROTENDIDAS SEGUNDO MILANI (2006).....	54
5.2 DIMENSIONAMENTO DE LAJES PROTENDIDAS, SEGUNDO MELLO (2005) .....	55
5.2.1 <i>PARA UTILIZAÇÃO DE PROTENSÃO PARCIAL</i> .....	56
5.2.2 <i>PARA UTILIZAÇÃO DE PROTENSÃO LIMITADA</i> .....	57
5.3 DIMENSIONAMENTO DE LAJES PROTENDIDAS SEGUNDO EMERICK (2005).....	58
5.3.1 <i>DETERMINAÇÃO DA CARGA A SER EQUILIBRADA</i> .....	58

5.3.2 DETERMINAÇÃO DA FORÇA DE PROTENSÃO NECESSÁRIA .....	59
5.3.3 ESFORÇOS COM O MÉTODO DO PÓRTICO EQUIVALENTE SEGUNDO A ABNT NBR 6118:2014 .....	60
5.3.4 CÁLCULO DA QUANTIDADE DE CABOS .....	62
5.3.5 VERIFICAÇÃO DAS TENSÕES DE SERVIÇO .....	63
5.3.6 VERIFICAÇÃO DA RUPTURA POR FLEXÃO – ESTADO LIMITE ÚLTIMO .....	69
5.3.7 VERIFICAÇÃO AO ESTADO LIMITE DE DEFORMAÇÃO EXCESSIVA – FLECHAS .....	77
5.3.8 CÁLCULO DAS PERDAS DE PROTENSÃO .....	82
<b>6 EXEMPLO NUMÉRICO – COMPARAÇÃO DE DIMENSIONAMENTO ENTRE O MÉTODO DOS PÓRTICOS EQUIVALENTES E GRELHAS .....</b>	<b>93</b>
6.1 DIMENSIONAMENTO PELO MEF .....	94
6.1.1 CARGA A SER EQUILIBRADA .....	94
6.1.2 ESPECIFICAÇÃO DA TRAJETÓRIA DOS CABOS .....	95
6.1.3 DETERMINAÇÃO DA FORÇA DE PROTENSÃO NECESSÁRIA .....	97
6.1.4 ESFORÇOS POR TRIBUTÁRIA .....	97
6.1.5 CÁLCULO DA QUANTIDADE DE CABOS NECESSÁRIA .....	100
6.1.6 VERIFICAÇÃO DAS TENSÕES EM SERVIÇO .....	101
6.2 DIMENSIONAMENTO PELO MÉTODO DE ANALOGIA DE GRELHAS .....	111
6.3 COMPARAÇÃO ENTRE OS CÁLCULOS .....	127
<b>7 EXEMPLOS NUMÉRICOS – CÁLCULO DE ESFORÇOS .....</b>	<b>129</b>
7.1 MODELO 1 – PILARES ALINHADOS .....	130
7.1.1 MODELO 1 UTILIZANDO O MPE .....	131
7.1.2 MODELO 1 UTILIZANDO O MÉTODO DE GRELHAS .....	136
7.1.3 MODELO 1 UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS .....	137
7.1.4 COMPARAÇÃO DE ESFORÇOS DO MODELO 1 .....	138
7.2 MODELO 2 – PILARES COM 10% DE DESALINHAMENTO .....	140
7.2.1 MODELO 2 UTILIZANDO O MPE .....	140
7.2.2 MODELO 2 UTILIZANDO O MÉTODO DE GRELHAS .....	144
7.2.3 MODELO 2 UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS .....	146
7.2.4 COMPARAÇÃO DE ESFORÇOS DO MODELO 2 .....	148
7.3 MODELO 8 – PILARES COM 40% DE DESALINHAMENTO .....	150
7.3.1 MODELO 8 UTILIZANDO O MPE .....	151
7.3.2 MODELO 8 UTILIZANDO O MÉTODO DE GRELHAS .....	154
7.3.3 MODELO 8 UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS .....	156
7.3.4 COMPARAÇÃO DE ESFORÇOS DO MODELO 8 .....	158
7.4 COMPARAÇÃO DE MOMENTOS FLETORES ENTRE OS MODELOS .....	160

<b>8 EXEMPLOS NUMÉRICOS – SOLUÇÕES ESTRUTURAIS .....</b>	<b>170</b>
8.1 EXEMPLO 1 – PAVIMENTO SIMÉTRICO – RELATIVAMENTE SIMPLES.....	171
8.1.1 <i>DADOS DO PROJETO</i> .....	172
8.1.2 <i>DIMENSIONAMENTO DO PAVIMENTO</i> .....	173
8.1.3 <i>COMPARAÇÃO COM OUTRAS HIPÓTESES DE DIMENSIONAMENTO</i> .....	192
8.2 EXEMPLO 2 – PAVIMENTO ASSIMÉTRICO.....	197
8.2.1 <i>DADOS DO PROJETO</i> .....	197
8.2.2 <i>DIMENSIONAMENTO DO PAVIMENTO</i> .....	198
8.2.3 <i>COMPARAÇÃO COM OUTRAS HIPÓTESES DE DIMENSIONAMENTO</i> .....	208
<b>9 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>214</b>
9.1 CONSIDERAÇÕES REFERENTES AO EXEMPLO NUMÉRICO DO CAPÍTULO 6 .....	215
9.2 CONSIDERAÇÕES REFERENTES AO EXEMPLO NUMÉRICO DO CAPÍTULO 7 .....	216
9.3 CONSIDERAÇÕES REFERENTES AO EXEMPLO NUMÉRICO DO CAPÍTULO 8 .....	217
9.4 CONSIDERAÇÕES DE PROJETO DE LAJES SEM VIGAS PROTENDIDAS .....	219
<b>10 REFERÊNCIAS .....</b>	<b>223</b>
<b>ANEXOS A.....</b>	<b>226</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Existem diversos sistemas estruturais de lajes que podem ser empregados na construção civil. Cada sistema possui sua peculiaridade, podendo ser nervurado ou maciço, utilizando armadura protendida ou apenas armadura passiva, podendo ser pré-moldado ou moldado *in-loco*.

Em cada lugar existem sistemas estruturais que são mais comuns, devido ao histórico local, mão de obra qualificada, confiabilidade da clientela ou por imposição da arquitetura.

Os sistemas estruturais constituídos de lajes lisas, usualmente denominadas de “sem vigas”, apresentam algumas vantagens em relação aos sistemas convencionais de lajes, que se apoiam em vigas.

De modo geral, esses sistemas apresentam velocidade de execução e repetição de formas, racionalizando bastante a execução dos mesmos. Também permitem amplos ambientes e pé-direito livre em toda a edificação, possibilitando facilmente a alteração de posicionamento de paredes e passagem de tubulações horizontais, sem obstáculos de elementos estruturais como vigas.

Em situações onde o pé-direito é muito limitado devido à altura máxima permitida da edificação, soluções estruturais nervuradas geralmente se tornam inviáveis. A arquitetura impossibilita determinados sistemas estruturais diversas vezes pelo fato de não permitir a colocação de vigas no pavimento. Outro detalhe muitas vezes também levado em conta é o prazo que se tem para finalizar o empreendimento. Determinados sistemas estruturais prejudicam a velocidade da execução.

Nessas situações, a laje protendida pode ser uma excelente ferramenta para a resolução de alguns destes problemas, pois consegue vencer grandes vãos com poucos pontos de apoio, resiste a carregamentos expressivos, é relativamente esbelta em relação a outros sistemas estruturais, possibilitando o pé-direito mais baixo, possui um controle rigoroso na sua execução, permanece praticamente no estágio I durante sua vida útil e sua velocidade de execução é muito alta.

Carvalho e Libânio (2009) apresentam uma série de vantagens que a laje sem viga possui:

- Adaptabilidade a diversas formas ambientais – Com esse sistema é possível que apartamentos de um mesmo prédio tenham arquitetura única, pois não há elementos como vigas atrapalhando os ambientes;

- Simplificação das formas e cimbramentos – Sem as vigas no pavimento, os desperdícios são menores, a quantidade de material para as formas é menor e a velocidade de produção é maior;

- Simplificação das armaduras - Com a ausência das vigas, a velocidade de montagem é aumentada, pois são eliminados os cortes, dobramento e colocação das mesmas;

- Simplificação da concretagem – Em pavimento com vigas, a possibilidade de existirem vazios na concretagem é maior, mesmo com os vibradores;

- Melhoria da qualidade final e diminuição de revestimentos – Simplificando as formas é possível ter um acabamento melhor, e, em alguns casos até dispensar revestimentos;

- Redução da altura total do edifício – O fato de os pavimentos serem mais esbeltos faz com que a altura do edifício fique menor, sendo essa solução muito boa em lugares onde a altura do edifício é limitada;

- Simplificação das instalações prediais – Com a ausência das vigas, o caminho horizontal para as instalações fica livre, facilitando bastante principalmente onde existe transição de prumadas.

Em relação às desvantagens do sistema, podem-se destacar o consumo de concreto e aço, a possibilidade de punção na laje e a flecha. Porém, essas desvantagens, se comparadas com a velocidade de execução e a utilização da estrutura, podem ser superadas. Outro problema da falta de vigas no pavimento é a transmissão de esforços horizontais entre pilares. Esta transmissão é feita através das lajes, porém, como a rigidez sem as vigas não é tão expressiva, os pilares acabam tendo dimensões maiores (pilares paredes) atuando como núcleo de enrijecimento na estrutura.

Nesse trabalho serão apresentados alguns conceitos importantes para o dimensionamento de lajes protendidas com cordoalhas engraxadas. Serão também

apresentadas alterações na norma ABNT NBR 6118:2014. Em seguida serão mostradas algumas particularidades de projetos para pavimentos protendidos.

## **1.1 JUSTIFICATIVA**

A crescente procura por projetos em lajes protendidas com cordoalhas engraxadas para resolver problemas de pé direito e arquitetura arrojada faz com que estudos na área sejam necessários. A literatura brasileira na área é boa, mas, diversos problemas práticos ainda são resolvidos com base na experiência vivida e não na experiência mostrada na literatura. Diversos pesquisadores apresentaram exemplos relativamente simples e de fácil compreensão, provando que o sistema funciona, mas, a realidade é totalmente oposta. A maioria das plantas de prédios executados é bem assimétrica e possui grandes pilares que podem atrapalhar a protensão. Outro aspecto em relação à literatura disponível é que a maioria não apresenta informações práticas para a realização de projetos. Apresentam soluções para problemas simples, mas, quando os problemas são agravados por geometria complexa e outras situações, a literatura não comenta, nem os problemas nem as soluções.

## **1.2 OBJETIVOS**

### **1.2.1 OBJETIVO GERAL**

O presente trabalho tem como objetivo apresentar os modelos disponíveis para efetuar o cálculo estrutural de pavimentos de lajes sem vigas protendidas, focando no modelo de grelhas utilizando a ferramenta de cálculo TQS. Isto será explicado passo a passo, tanto no lançamento dos dados quanto na análise. Também, ao final do trabalho, pretende-se apresentar sugestões de soluções estruturais para pavimentos de lajes lisas protendidas.

### **1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

Apresentar uma comparação simples do Método dos Pórticos Equivalentes com o *software* TQS, e, com essa comparação analisar as diferenças entre os resultados para verificar os limites do processo simplificado;

Comparar esforços de momento fletor em lajes cujos pilares estejam desalinhados, utilizando o Método dos Pórticos Equivalentes, o Método dos

Elementos Finitos e Grelhas, e verificar o porquê de a norma ABNT NBR 6118:2007 não permitir a utilização de lajes lisas protendidas com desalinhamento dos pilares;

Apresentar razões pelas quais a ABNT NBR 6118:2014 não permite a utilização do Método dos Pórticos Equivalentes em lajes lisas protendidas;

Apresentar soluções estruturais em lajes sem vigas protendidas para pavimentos com arquiteturas reais, tanto para pavimentos relativamente simétrico e com vãos próximos como para pavimentos assimétricos e com vãos diferenciados;

Comparar quantitativo de armaduras ativas e passivas com protensão parcial e protensão limitada em um pavimento simétrico e outro assimétrico, e analisar os resultados;

Comparar quantitativo de armadura ativa gerada pelo TQS e a mesma depois de análise e detalhamento dos cabos de protensão;

Apresentar considerações e sugestões para a realização de um bom projeto de lajes sem vigas protendidas com cordoalhas engraxadas.

### **1.3 MÉTODOS**

Este trabalho é feito baseado em pesquisa bibliográfica e estudo de caso. Será utilizado o *software* TQS para realizar o estudo de caso, e os *softwares* e CypeCAD e FTOOL para outros procedimentos.

#### **1.3.1 PESQUISA BIBLIOGRÁFICA**

São estudadas diversas bibliografias na área de lajes protendidas para entendimento da solução de protensão e conhecimento prévio para a segunda etapa da pesquisa. Como são poucos os livros na área, a maior fonte de informações será obtida a partir de teses, dissertações e artigos.

#### **1.3.2 ESTUDO DE CASO**

Esta etapa da pesquisa é dividida em três partes:

Na primeira é feita a comparação entre o método simplificado e o método de grelhas utilizando o *software* TQS. Essa etapa é feita para se ter uma confiabilidade no software.

Na segunda é feita a comparação de esforços entre o Método do Pórtico Equivalente (MPE), o Método dos Elementos Finitos (MEF) e Grelhas. É objetivo deste estudo de caso comparar os esforços entre os três métodos em situações onde ocorre um desalinhamento significativo entre os pilares.

Na terceira etapa são mostradas estruturas já projetadas bem como a solução estrutural para as mesmas. É objetivo desta etapa abranger obras com soluções variadas, para que se possa mostrar diversas formas de resolução de problemas.

### **1.3.3 ANÁLISE DOS RESULTADOS**

Nesta etapa são comentados os aspectos mais interessantes em relação aos exemplos expostos. Em seguida são apresentados cuidados e recomendações para a confecção de um projeto estrutural utilizando o sistema de lajes sem vigas protendidas com cordoalhas engraxadas.

## **1.4 ORGANIZAÇÃO DOS CAPÍTULOS**

Os capítulos são divididos da seguinte maneira:

Capítulo 1 – Refere-se à introdução do trabalho. Também são apresentados a justificativa, o objetivo e os métodos para confecção do mesmo.

Capítulo 2 – Desenvolvimento da bibliografia do trabalho. É feito um histórico do concreto protendido, suas aplicações e conceitos fundamentais para utilização.

Capítulo 3 – Apresentação dos modelos de cálculo para lajes protendidas.

Capítulo 4 – Apresentação de considerações referentes aos efeitos da protensão na laje.

Capítulo 5 – Exposição de um roteiro de dimensionamento de uma laje protendida.

Capítulo 6 – Desenvolvimento de um exemplo numérico comparando o MPE e Grelhas.

Capítulo 7 – Apresentação de exemplos numéricos comparando os esforços através dos métodos de cálculo MPE, MEF e Grelhas.

Capítulo 8 – Apresentação de dois exemplos desenvolvidos com o *software* TQS, com o intuito de trabalhar soluções estruturais.

Capítulo 9 – Exposição de considerações referentes às análises de resultados e também a projetos.

Capítulo 10 – Apresentação das bibliografias referenciadas e consultadas.

## 2 CONSIDERAÇÕES GERAIS

### 2.1 HISTÓRICO DO CONCRETO PROTENDIDO

A protensão é utilizada há muito tempo. Segundo Leonhardt (1983), a primeira vez que a protensão foi utilizada em concreto foi em 1886 por P. H. Jackson, mas, no início da era do concreto protendido ainda não se tinha o conceito das perdas de protensão, nem da necessidade de utilização de cordoalhas de aço de alta resistência.

Em 1919, K. Wettstein tensionou cordas de piano dentro de pranchas de pequena espessura de concreto. Ele foi o primeiro a utilizar aço de alta resistência sob elevadas tensões. Porém, a primeira pessoa a reconhecer a necessidade da utilização de fios de alta resistência foi R. H. Dill, de Alexandria, Nebraska, em 1923.

Em 1928, Eugène Freyssinet pesquisou a retração e a fluência do concreto. Com os resultados de sua pesquisa, Freyssine estabeleceu e descreveu as hipóteses fundamentais necessárias para o êxito do concreto protendido. Freyssine também foi o primeiro a executar a primeira obra em concreto protendido. Esta obra foi uma ponte em pórtico biarticulado sobre o Marne, em Lucancy, na França (LEONHARDT 1983).

Na Alemanha a protensão também foi bastante estudada. Foram construídas pontes em concreto protendido, e também foram desenvolvidos novos processos de protensão, com ancoragens especiais para os feixes e com cabos concentrados para o caso de forças de protensão muito elevadas.

Gustave Magnel, da Bélgica, desenvolveu o processo do concreto protendido sem aderência entre 1940 e 1942. Com esse processo ele executou a primeira ponte em viga contínua sobre o rio Maas, em Sclayn, com dois vãos de 62m. Ele também escreveu o primeiro livro sobre concreto protendido em 1948.

A partir de 1949, o concreto protendido se desenvolveu para diversas aplicações em pontes e grandes estruturas. Em 1949 e 1950, F. Leonhardt e W. Baur construíram uma ponte com vigas contínuas sobre o canal do Neckar, em Heilbronn, com um vão principal de 96m. Em 1950, U. Finsterwalder executou a primeira ponte em balanços sucessivos utilizando a protensão. Esse processo se espalhou rapidamente pelo mundo, e em pouco tempo, no Japão, foi construída a

ponte Hamana com 240m de vão – um recorde mundial de vão máximo de pontes na época.

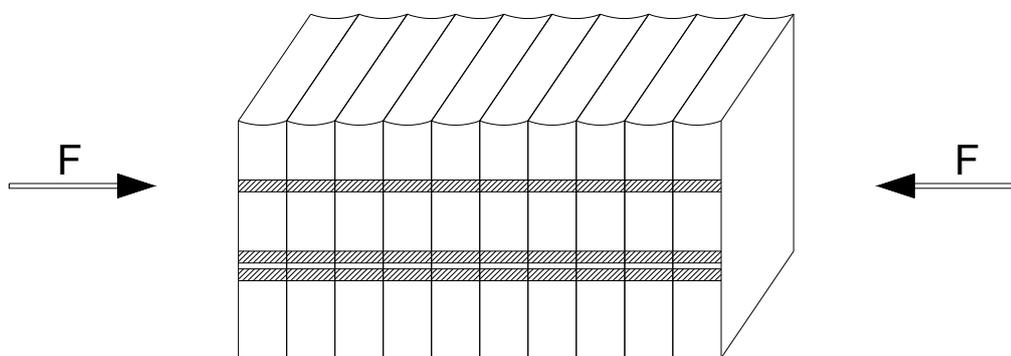
A partir desta data, diversos engenheiros tiveram valiosas contribuições literárias para o desenvolvimento do concreto protendido. Hoje, o conhecimento técnico científico do concreto protendido está bastante consolidado, estando presente em diversas aplicações na construção civil. Um exemplo de aplicação é a laje lisa com cordoalhas engraxadas, que é bem vista por diversos construtores devido a sua eficiência e qualidade na estrutura, além de se ter uma melhoria no processo construtivo que pode ser conseguida com custos semelhantes e até inferiores aos das estruturas convencionais (MOURA 2002).

## 2.2 CONCEITOS BÁSICOS DE PROTENSÃO

Segundo a ABNT NBR 6118:2014, elementos de concreto protendido são aqueles nos quais parte das armaduras é previamente alongada com a finalidade de, em condições de serviço, impedir ou limitar a fissuração e os deslocamentos da estrutura, bem como propiciar o melhor aproveitamento de aços de alta resistência no estado-limite último (ELU).

Um exemplo clássico da protensão é um conjunto de livros pressionados nas laterais para não se separarem quando levantados. Ao se aplicar força normal, é feita uma compensação de tensões para equilibrar os livros de forma que a força da gravidade seja menor do que o atrito entre eles. (Figura 1)

**Figura 1: Conjunto de livros pressionados**

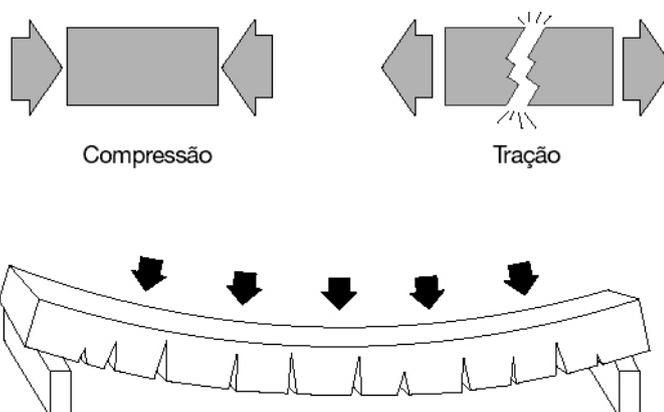


Fonte: Autor

Cauduro (2002) apresenta um exemplo esquemático de uma viga comum de concreto armado para explicar onde é necessário colocar armadura protendida. A

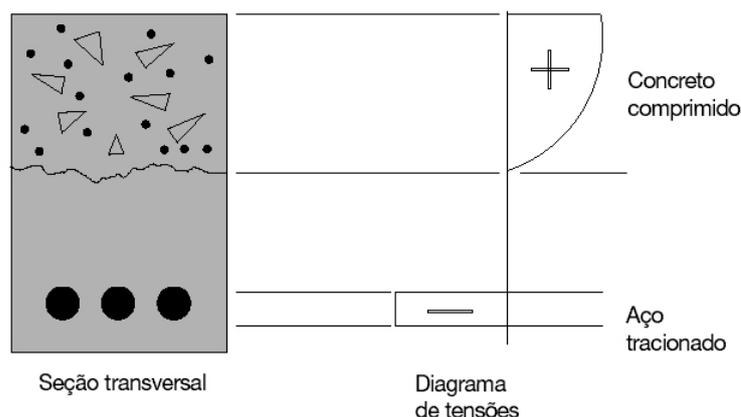
Figura 2 e a Figura 3 mostram a viga comentada. Sabe-se que o concreto não tem boa resistência a tração, por isso, o aço é colocado para resistir à mesma. Ou seja, em uma viga bi-apoiada, a tração se dará na parte inferior da peça.

**Figura 2: Viga comum de concreto armado**



Fonte: Cauduro (2002)

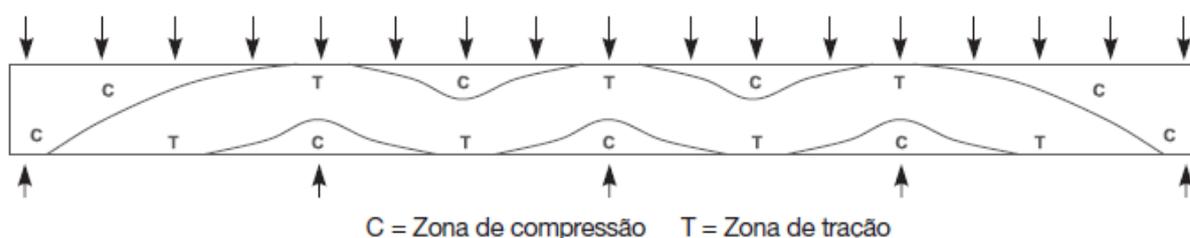
**Figura 3: Seção transversal da viga comum de concreto armado**



Fonte: Cauduro (2002)

Porém, quando uma peça for hiperestática, o traçado do cabo não será apenas na parte inferior, será ondulado, aproximando-se das ondulações do diagrama de momento fletor. A Figura 4 apresenta uma estrutura hiperestática. Nos pontos onde se encontram os pilares, existe compressão na face inferior da laje, no meio dos vãos, a face inferior fica tracionada.

**Figura 4: Zona de tração e compressão sob cargas externas aplicadas uniformemente**

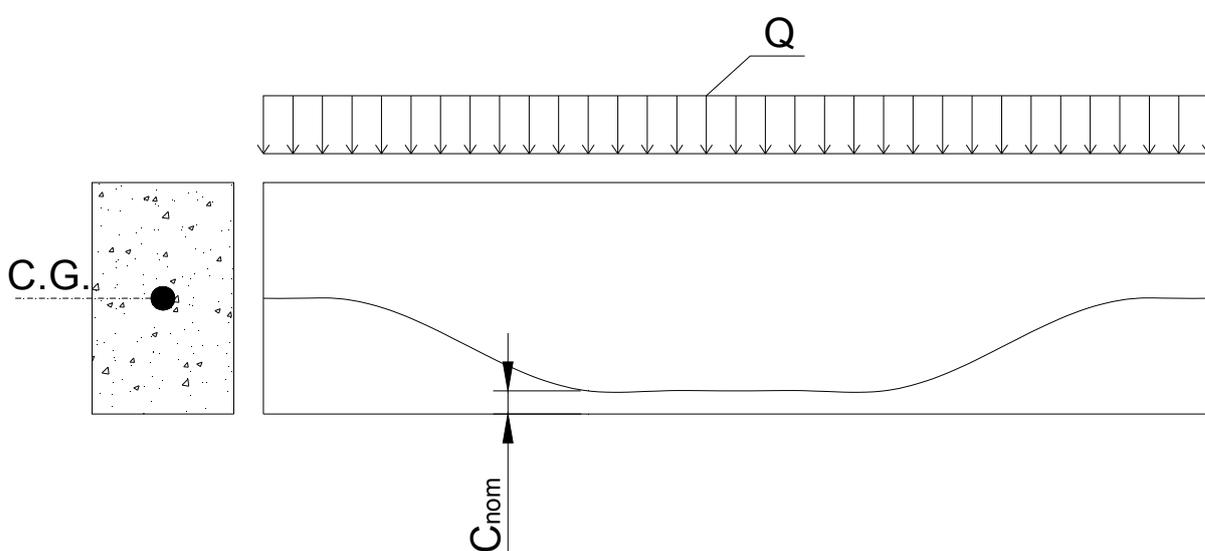


Fonte: Cauduro (2002)

Os cabos têm a função de combater a tração. Em lajes de concreto protendido existem cabos nas duas direções. Eles se cruzam, formando uma grelha resistente dentro da laje. Nos espaços onde ainda existe tração depois da protensão, o esforço é tratado com armadura passiva.

A Figura 5 apresenta uma viga bi-apoiada com armadura ativa dentro. Para evitar um momento localizado no início e final da viga, o cabo está partindo do centro de gravidade. Como a tração da viga está embaixo, o perfil do cabo desce até o limite do cobrimento, voltando para o centro de gravidade no final da viga.

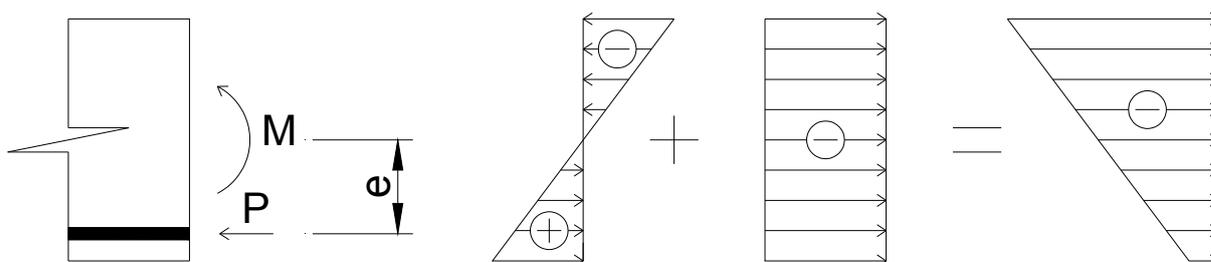
**Figura 5: Traçado simples de cabo em viga bi-apoiada**



Fonte: Autor

Quando são somadas as ações provocadas pela protensão, juntamente com o peso próprio e outras cargas da viga, a tração que anteriormente se tinha pode até desaparecer, sobrando apenas a compressão, esforço que o concreto resiste bem. A Figura 6 apresenta a somatória desses esforços.

**Figura 6: Somatório de esforços em uma viga protendida**



Fonte: Autor

## 2.3 TIPOS DE PROTENSÃO

A protensão em um elemento pode ser feita de 3 formas: Protensão com aderência inicial, Protensão com aderência posterior e Protensão sem aderência.

Na protensão com aderência inicial, o pré-alongamento das armaduras de protensão é feito antes da concretagem, sendo que a ligação da armadura de protensão com o concreto é à base de atrito. Este tipo de protensão é feito em fábrica de pré-moldados.

Na protensão com aderência posterior, o pré-alongamento das armaduras de protensão é feito depois de um pré-endurecimento do concreto. A armadura é concretada dentro de uma bainha e, depois que a armadura é pré-alongada é injetada uma nata de cimento para preencher os vazios.

Na protensão sem aderência, alvo de estudo neste trabalho, o pré-alongamento das armaduras de protensão é feito depois que o concreto atinge certa resistência. Entre a armadura e o concreto tem uma camada de graxa, o que impede a aderência. A armadura fica ligada com o concreto apenas nas ancoragens.

Almeida Filho (2002) afirma que a protensão não aderente é uma solução muito vantajosa, do ponto de vista executivo e de consumo de materiais. Ele comenta que a protensão aderente, embora talvez fosse mais econômica do ponto de vista de consumo de materiais, perde produtividade na obra, característica normalmente requerida pelas construtoras que adotam o sistema.

De acordo com a ABNT NBR 6118:2014 existem três tipos de protensão: A completa, a limitada e a parcial. Para cada uma delas algumas verificações precisam ser realizadas. Essas verificações estão descritas na Tabela 1.

**Tabela 1: Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental.**

Tipos de concreto estrutural	Classe de agressividade ambiental (CAA) e tipo de proteção	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
Concreto simples	CAA I a CAA IV	Não há	---
Concreto armado	CAA I	ELS-W $w_k \leq 0,4$ mm	Combinação Frequente
	CAA II a CAA IV	ELS-W $w_k \leq 0,3$ mm	
	CAA IV	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

**Tabela 1 (Continuação)**

Concreto	Pré-tração com CAA I	ELS-W $w_k \leq 0,2$	Combinação
----------	----------------------	----------------------	------------

protendido nível 1 (protensão parcial)	ou Pós-tração com CAA I e II	mm	Frequente
Concreto protendido nível 2 (protensão limitada)	Pré-tração com CAA II ou Pós-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições a baixo	
		ELS-F	Combinação Frequente
Concreto protendido nível 3 (protensão completa)	Pré-tração com CAA III e IV	ELS-D <sup>a</sup>	Combinação Quase permanente
		Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação Rara
		ELS-D <sup>a</sup>	Combinação Frequente

<sup>a</sup>A critério do projetista, o ELS-D pode ser substituído pelo ELS-DP com  $a_p = 50$  mm

NOTAS

1As definições de ELS-W, ELS-F e ELS-D encontram-se em 3.2.

2 Para as classes de agressividade ambiental CAA-III e IV, exige-se que as cordoalhas não aderentes tenham proteção especial na região de suas ancoragens.

3 No projeto de lajes lisas e cogumelo protendidas, basta ser atendido o ELS-F para a combinação frequente das ações, em todas as classes de agressividade ambiental.

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

Para entender melhor a Tabela 1, a ABNT NBR 6118:2014 apresenta uma tabela explicando as classes de agressividade ambientais (Tabela 2).

**Tabela 2: Classe de agressividade ambiental (CAA)**

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana <sup>a, b</sup>	Pequeno
III	Forte	Marinha <sup>a</sup>	Grande
		Industrial <sup>a, b</sup>	
IV	Muito Forte	Industrial <sup>a, c</sup>	Elevado
		Respingos de maré	

<sup>a</sup>Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

<sup>b</sup>Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) em obras em regiões de clima seco, com umidade média relativa no ar menor ou igual a 65%, parte da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos ou regiões onde raramente chove.

<sup>c</sup>Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

## 2.4 TRABALHOS NA LÍNGUA PORTUGUESA SOBRE O ASSUNTO

Diversos pesquisadores brasileiros já escreveram sobre lajes sem vigas protendidas. A seguir são apresentadas sínteses de algumas dessas pesquisas, sendo elas importantes fontes de pesquisa para a realização do presente trabalho.

Carvalho (1982) realizou ensaios de puncionamento de pilares internos e sem armaduras transversais. Neste trabalho ela variou a tensão de protensão aplicada, a resistência à compressão do concreto e as dimensões dos pilares.

Duarte (1995) apresentou uma formulação para implementação computacional de lajes sem vigas protendidas, o qual foi utilizado pelo *software* TQS para a criação do seu módulo protendido.

Teixeira (1998) simulou o cálculo de lajes protendidas como grelhas, utilizando o Método dos Elementos Finitos.

Moura (2002) apresentou recomendações quanto à utilização de estruturas protendidas, analisando casos específicos para cada sistema estrutural.

Almeida Filho (2002) realizou um comparativo de consumo de materiais para lajes sem vigas protendidas aderentes e não aderentes. Este estudo apresentou vantagens da protensão aderente em relação a não aderente relativa ao consumo de materiais, porém, do ponto de vista de produtividade, as lajes com protensão não aderente mostraram vantagem.

Faria (2004) realizou comparações entre o Método dos Pórticos Equivalentes e o Método dos Elementos Finitos. Em situações assimétricas, ele comenta uma discrepância muito grande nos esforços entre os métodos analisados.

Koerick (2004) concluiu que a rigidez dos pilares e a hiperasticidade da estrutura tem relevante influência, não podendo ser desprezadas nas etapas de análise e dimensionamento.

Mello (2005) apresentou um roteiro de dimensionamento manual de lajes sem vigas protendidas. Ela também analisou as diferenças entre o tipo de protensão quanto a intensidade e a aderência.

Emerick (2005) apresentou a elaboração de projetos utilizando lajes sem vigas protendidas. Devido a falta de dados normativos brasileiros, em muitos casos ele recorreu a normas estrangeiras.

Carvalho (2008) estudou os critérios normativos referentes ao dimensionamento à punção. Ele também compilou diversos ensaios realizados por outros pesquisadores como base para comentar os dados fornecidos pela norma.

Barbán (2008) estudou a punção na ligação da laje sem viga protendida com o pilar de borda. Ele recomendou algumas alterações para as normas que estudou, bem como recomendações para projetos.

Moraes Neto, Ferreira & Oliveira (2006) descreveram um dimensionamento de lajes sem vigas protendidas ao puncionamento simétrico e assimétrico.

Damasceno & Oliveira (2006) apresentaram uma alternativa para se estimar as cargas de ruptura utilizando a teoria de placas.

Loureiro (2006) escreveu sobre diversas considerações para projetos de lajes sem vigas protendidas, além de critérios básicos para dimensionamento das mesmas.

Milani (2006) apresentou uma forma de modelagem de lajes sem vigas protendidas através do Método dos Elementos Finitos bastante satisfatória.

Colonese (2008) comparou os esforços últimos de flexão entre o Método dos Pórticos Equivalentes e o Método dos Elementos Finitos. Ele chegou a conclusão que a convergência dos esforços entre os dois métodos é esporádica, sendo a simples presença de um pilar de bordo na laje a condição suficiente para que os esforços entre os dois métodos sejam bem divergentes.

Pedrozo (2008) realizou comparações numéricas entre pavimentos de lajes sem vigas protendidas com balanços e sem balanços. Para essas comparações ele utilizou o Método dos Pórticos Equivalentes e o Método dos Elementos Finitos. Ao final do trabalho, ele chegou à conclusão de que o Método dos Pórticos Equivalentes não consegue representar satisfatoriamente o comportamento em serviço da laje.

Dornelles (2009) apresentou o estudo das lajes sem vigas protendidas utilizando a analogia de grelhas. Ao final do trabalho, ele chegou à conclusão que se concentrar os cabos nas regiões dos pilares, o sistema fica mais vantajoso.

Lorenci (2010) realizou comparações entre o Método dos Pórticos Equivalentes e o Método dos Elementos Finitos. Ele também realizou comparativo de quantitativo de aço para esses métodos.

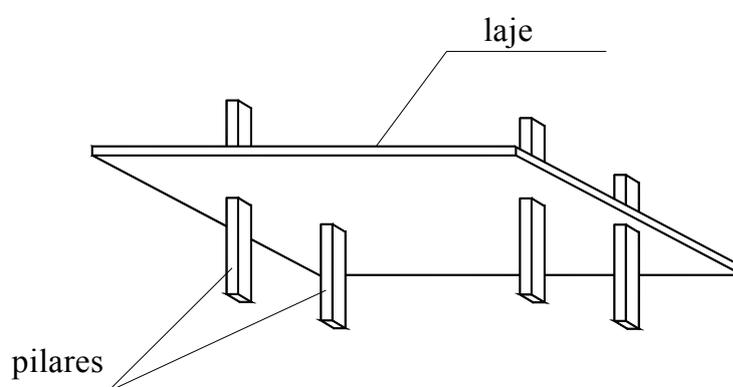
Barboza (2014) realizou comparações entre o Método dos Pórticos Equivalentes e o Método dos Elementos Finitos. Para o Método dos Pórticos Equivalentes ele utilizou tanto o cálculo manual quanto o *software* ADAPT-PT.

Caldas (2014) comparou esforços e consumo de materiais de modelos de lajes sem vigas protendidas. Nesta comparação, ele usou o Método dos Pórticos Equivalentes, o Método dos Elementos Finitos e Grelhas, sendo o último apenas para aferir os esforços.

### 3 PROCESSOS PARA O CÁLCULO DE ESFORÇOS SOLICITANTES DE LAJES LISAS PROTENDIDAS

Segundo a ABNT NBR 6118:2014 lajes-cogumelos são lajes apoiadas diretamente em pilares com capitéis, e lajes lisas são aquelas que se apoiam diretamente em pilares sem capitéis. Segundo Carvalho e Pinheiro (2009) o nome mais adequado para esses dois tipos de lajes seria lajes sem vigas, com e sem capitéis. A Figura 7 apresenta uma perspectiva esquemática de um painel de laje sem vigas.

**Figura 7: Perspectiva esquemática de um painel de laje sem vigas**



Fonte: Carvalho & Pinheiro (2009)

A ABNT NBR 6118:2014 especifica uma espessura mínima de 16 cm para lajes lisas e 14 cm para lajes cogumelo, fora do capitel.

Devido à falta de viga entre a laje e o pilar, a tensão na ligação dos mesmos é muito maior, podendo levar a laje a ruína. Este fenômeno é chamado de punção. Ele ocorre quando uma força age em uma pequena área de placa provocando sua perfuração. Como as lajes protendidas são menos espessas em relação às lajes nervuradas, a punção é mais expressiva. Carvalho e Pinheiro (2009) comentam que esse problema é agravado quando há transferência de momentos fletores da laje para o pilar, ou em pilares posicionados nas bordas e cantos da laje. Quando a existe ruptura devido à punção, ela é frágil. Por isso que Barbán (2008) comenta que as normas devem ser conservadoras, em particular quando se trata de rupturas frágeis, como no caso de rupturas à punção. Para mais detalhes referentes a punção, pode-se procurar na ABNT NBR 6118:2014 o item 19.5 ou em trabalhos de autores como Barbán (2008) ou Carvalho (2008).

Para se dimensionar uma estrutura de concreto armado, é necessário determinar os esforços internos e deslocamento, de modo que ela tenha resistência suficiente quanto ao estado limite último. Os deslocamentos são verificados no estado limite de utilização e na deformação excessiva. Além disso, ainda tem as verificações referentes à fissuração, onde são empregados os esforços solicitantes devidos às ações de serviço.

Carvalho & Pinheiro (2009) comentam que as lajes sem vigas podem ser calculadas com os mesmos métodos e com as mesmas considerações das usuais. O Capítulo 7 de Carvalho & Figueredo Filho (2007) apresenta do detalhamento passo a passo de lajes maciças em pavimentos de edifícios.

O método elástico se baseia nas equações de equilíbrio de um elemento infinitesimal de placa e nas relações de compatibilidade das deformações do mesmo. Para resolvê-lo, podem ser usados alguns processos:

- Diferenças finitas;
- Elementos finitos;
- Séries trigonométricas para a representação do valor da carga atuante.

Como com o método dos elementos finitos é possível modelar praticamente qualquer tipo de pavimento, ele continua sendo utilizado nos projetos. O método das séries trigonométricas é muito empregado em lajes maciças convencionais, mas, quando se trata de lajes sem vigas, onde algumas hipóteses de cálculo como considerar as lajes apoiadas em contornos indeslocáveis verticalmente não acontecem, ele não se aplica.

Desta forma, a seguir é apresentado o método dos pórticos equivalentes ou múltiplos, o de analogia de grelhas e elementos finitos respectivamente. Todos esses métodos são lineares, porque consideram acima de tudo as relações de linearidade entre ações e esforços.

### **3.1 PROCESSO ACI PÓRTICOS EQUIVALENTES**

O método do pórtico equivalente é um método aproximado que consiste em calcular a laje dividindo-a em faixas apoiadas sobre os pilares, calculando-as como se fossem pórticos. O processo é feito nas duas direções principais a fim de manter

os momentos fletores na laje e dimensionar as armaduras (ativa e passiva), em ambas as direções.

Os pórticos formados pelas lajes e pilares nas duas direções principais são chamados de tributárias. Essas tributárias são calculadas com a carga total nas duas direções.

Entretanto, Pedrozo (2008) relatou que o Pórtico Equivalente não funciona bem para regiões em volta do pilar, pois os momentos máximos reais são bem maiores que os calculados, podendo ser adequado para a verificação do ELU quando existe plastificação de toda a região. Além deste fator, ele também comenta que esse processo não consegue representar bem as variações existentes nas extremidades do pavimento. Em situações onde tiver carregamento concentrado, como carga pontual ou distribuída no balanço, ele recomenda que seja dada maior atenção.

Colonese (2008), concordando com Pedrozo (2008), afirma que o Pórtico Equivalente não avalia com precisão a rigidez da união entre a laje e o pilar, porém ele especifica esta afirmação para regiões próximas ao bordo das lajes. Ele diz que devido às limitações de cálculos inerentes a este método, certas aplicações de cálculo ficam um pouco prejudicadas.

Em outros trabalhos, como Caldas (2014) e Lorenci (2010), o processo de Pórtico Equivalente é bem comentado, quando comparado com elementos finitos ou grelhas. Esses trabalhos embasavam-se no texto de norma da ABNT NBR 6118:2007 no item 14.7.8 que diz o seguinte:

Nos casos em que os pilares estiverem dispostos em filas ortogonais, de maneira regular e com vãos pouco diferentes, o cálculo dos esforços pode ser realizado pelo processo elástico aproximado, com redistribuição, que consiste em adotar em cada direção pórticos múltiplos, para obtenção dos esforços solicitantes.

Porém, a ABNT NBR 6118:2014 no item 14.7.8 diz:

Nos casos das lajes em concreto armado, em que os pilares estiverem dispostos em filas ortogonais, de maneira regular e com vãos pouco diferentes, o cálculo dos esforços pode ser realizado pelo processo elástico aproximado, com redistribuição, que consiste em

adotar, em cada direção, pórticos múltiplos, para obtenção dos esforços solicitantes.

Esse texto da ABNT NBR 6118:2007, que fala que em estruturas com pilares que apresentem no máximo um desvio de 10% em relação ao alinhamento dos demais pode ser utilizado o processo dos pórticos equivalentes, está embasado no ACI 318 (2005).

Porém, desta nova forma que a ABNT NBR 6118:2014 apresenta o item 14.7.8, o processo dos pórticos equivalentes não pode mais ser utilizado em lajes de concreto protendido, só em concreto armado. O provável motivo desta proibição está no fato de que a determinação dos esforços através deste processo se baseia em estruturas submetidas às ações uniformemente distribuídas. Este não é o caso da protensão que, em geral, é considerada concentrada nas faixas dos pilares. Assim, é possível ainda calcular os esforços que não são da protensão por este método e usar grelha equivalente ou elemento finitos para a determinação dos esforços de protensão.

### **3.2 GRELHAS**

A analogia de grelha é um dos processos de resolução de placas mais utilizados nos projetos de estrutura de concreto armado no Brasil. O fato de ser relativamente simples o seu entendimento e de fácil acesso faz com que os engenheiros de estruturas cada vez mais a utilizem. Mello (2005) comenta que, além da facilidade de acesso, o modelo de grelha permite uma fácil interpretação dos resultados, pois o engenheiro estrutural está acostumado a trabalhar com sistema de vigas.

Basicamente, o processo consiste na divisão de placas em faixas nas direções principais da laje. Essas faixas são representadas por barras, que passam no eixo das mesmas. Como elas se cruzam ortogonalmente, formam uma grelha lisa, que por análise matricial pode ser resolvida com certa facilidade com a utilização de computadores. As propriedades físicas e mecânicas também são inseridas, de forma que os esforços e deslocamentos obtidos de sua análise tenham comportamento análogo e valores próximos aos da placa representada. É importante que o engenheiro de estruturas monte a malha da grelha de acordo com a disposição dos pilares, de forma que estruturas simétricas tenham a grelha

simétrica, vãos pequenos e furos sejam bem discretizados, e os picos de esforços nos pilares sejam bem trabalhados.

Duarte (1995) diz que quando se trabalha com o método de grelhas, a protensão não age apenas como um carregamento, também age como um novo sistema. O fato de a protensão ser analisada nas duas direções principais, ao se protender uma das direções (envolvendo pelo menos uma barra da grelha) com certeza a que está ortogonal a esta sofrerá a influência da contra-flecha dessa protensão. Desta forma, os esforços introduzidos pelo carregamento serão modificados pelo carregamento externo ou pela protensão nessa própria barra da grelha.

Dornelles (2009) também afirma que a distribuição em planta com parte dos cabos concentrados em faixas que passam sobre os pilares é mais vantajosa. Baseado em seus estudos, ele recomenda concentrar entre 70% e 80% dos cabos nessas faixas, porcentagem um pouco maior do que a recomendada pelo ACI.

### **3.3 ELEMENTOS FINITOS**

O Método dos Elementos Finitos é muito flexível no lançamento da estrutura, podendo inserir praticamente qualquer tipo de elemento bem como as ações no mesmo. Porém, ao contrário dos *softwares* de grelhas, o lançamento da estrutura e análise de resultados são bem mais complexos e demorados.

Este método é baseado na discretização da estrutura em pequenos elementos, onde o seu comportamento pode ser bem definido. Os elementos são conectados uns aos outros através de nós, sendo estes, responsáveis pela transferência de esforços entre os elementos.

Colonese (2008) sugere o uso deste método em caso de estruturas mais complexas, como geometria irregular ou com grandes vazios, para a obtenção de esforços e deformações das lajes.

Milani (2006) apresenta um roteiro de dimensionamento de lajes lisas protendidas utilizando o Método dos Elementos Finitos. Este roteiro consiste no seguinte:

- 1 – Precisam-se determinar os parâmetros de projeto baseado em algumas considerações específicas básicas, como a relação entre o vão ideal e a espessura

da laje requerida, modulação de pilares, etc. Em seguida introduz-se a geometria através das coordenadas nodais, numeração dos elementos e conectividades, espessura da laje, Módulo de Elasticidade e Poisson, número de camadas e dimensões dos pilares, além de indicar as condições de contorno e carregamento atuante.

Também é preciso determinar os fatores referentes à protensão: trecho reto, cobertura mínimo, etc.. Em seguida, é calculada a geometria dos cabos e feita a derivação da mesma, com objetivo de se calcular as perdas de protensão devido ao atrito. Então, calculam-se as perdas imediatas da força de protensão para o traçado de cabo escolhido através dos parâmetros trecho reto, cobertura e posição do cabo e  $\alpha$ .

2 - Faz-se uma primeira análise linear da estrutura. Essa análise é feita com o carregamento total, objetivando-se determinar os esforços atuantes para, a partir dos esforços cortantes, definirem-se as faixas de protensão. Também é feita uma análise para cada um dos carregamentos, com o objetivo de se determinarem os esforços gerados devidos ao peso próprio e demais carregamentos. Sendo assim, determinam-se os momentos fletores internos a cada faixa ao longo de cada linha de pontos de integração perpendiculares às faixas. Faz-se isso para cada um dos carregamentos em separadamente, para depois utilizar os resultados nas combinações de serviço.

3 – Para cada faixa calcula-se o número de cabos necessários para equilibrar a porcentagem escolhida de carga total. Isso é feito através do Método das cargas equivalentes.

4 – Depois de definir o número de cabos, é feita uma segunda análise linear, considerando apenas as cargas advindas da ação da protensão. O objetivo desta análise é obter os esforços devidos à protensão, para serem utilizados nas combinações de serviço.

5 – Combinam-se os esforços da protensão obtidos da segunda análise, mais os esforços devidos ao carregamento obtidos na primeira análise.

6 – Escolhe-se a quantidade de cabos, baseando-se nas tensões existentes (tensões obtidas para as combinações de serviço) e nas recomendações das normas referentes aos limites de tensões. Caso o número de cabos escolhido tenha

ultrapassado os limites de tensão recomendados, troca-se o número de cabos. Para o novo número de cabos são refeitas a primeira e a segunda análise e, realiza-se uma nova comparação de tensões.

7 – Depois de se ter os resultados obtidos na segunda análise (cálculo com a protensão), é feita uma terceira análise, eliminando-se os vínculos em que as reações oriundas da análise citada são negativas e aplicam-se, nestes pontos, as reações referidas. O objetivo desta análise é a separação dos momentos hiperestáticos, necessários para as verificações no Estado Limite Último (ELU).

8 – Aplica-se a combinação de esforços para a obtenção das tensões para a verificação do ELU.

9 – Dimensiona-se a armadura passiva.

Barboza (2014) comenta que a modelagem em Elementos Finitos é preferida por muitos engenheiros por considerarem essa uma solução que se aproxima da real e por ser capaz de analisar estruturas complexas com a combinação de muitos elementos. Porém, contrariando o autor, pela dificuldade de modelagem e análise de resultados bem como o detalhamento, o processo de elementos finitos não é tão usado nos escritórios de cálculo estrutural.

## **4 CONSIDERAÇÕES DO EFEITO DA PROTENSÃO**

A protensão em um elemento introduz uma força normal à peça, além das ações externas. Esse esforço da protensão gera uma redistribuição de esforços diferentes do que seria sem a mesma, além de alterar o comportamento do elemento em situações de deformação. O fato de existir um esforço normal acaba levando a necessidade de definir qual região da laje é afetada pela tensão normal de um cabo. A força axial de um cabo não deve produzir tensão normal em qualquer região da laje, mas sim em uma região próxima a ele. Os programas computacionais de protensão normalmente deixam a cargo do projetista definir tal região.

Saber o que ocorre com a estrutura nessas condições é de essencial importância para quem calcula estruturas protendidas, pois, conceitos e verificações simplificadas podem diferenciar um Engenheiro de Estruturas de um simples usuário de programa.

Carvalho (2012) apresenta duas formas de se considerar o efeito da protensão: O esforço interno e a carga equivalente. A seguir serão tratados o esforço interno, a carga equivalente, as forças desviadoras, a consideração de faixas de mesma protensão ou esforços e o momento hiperestático de protensão respectivamente.

### **4.1 ESFORÇO INTERNO**

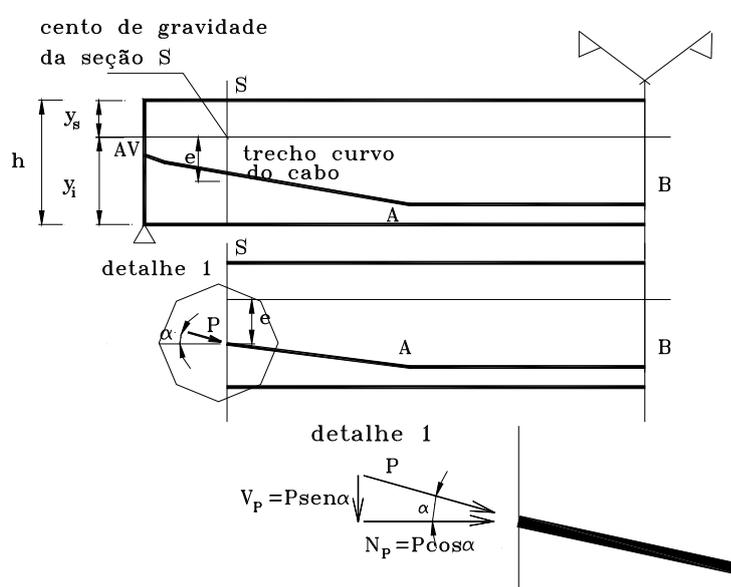
Carvalho (2012) comenta que para verificar as condições de serviço (fissuração, deformação excessiva) é necessário saber o que acontece na peça sob as condições em utilização. Em outras palavras, com as ações que realmente irão ocorrer com maior frequência na estrutura. Desta forma, para verificar a fissuração de peças em concreto protendido em serviço, costuma-se calcular as tensões normais máximas em cada seção transversal. Nessas condições (ações em serviço) as hipóteses de cálculo empregadas são:

- Lei de Hooke para os materiais aço e concreto;
- Superposição de efeitos;
- A seção plana da seção transversal permanece plana após a deformação;

- O material da seção transversal é homogêneo. Pode ser empregada essa hipótese pois macroscopicamente o concreto pode ser considerado um material homogêneo e isotrópico, e o aço de protensão poderá ser considerado como uma ação externa.

Sendo todas essas condições empregadas, e considerando que a intensidade da tensão de tração, quando houver, poderá ser resistida pelo concreto, a teoria técnica da resistência dos materiais pode ser empregada. A Figura 8 apresenta as ações devido ao efeito de protensão (isostáticas) em uma seção S.

**Figura 8: Ações devido ao efeito de protensão (isostáticas) em uma seção S**



Fonte: Carvalho (2012)

Carvalho (2012) comenta que a seção transversal “S” está submetida a um momento fletor M, juntamente com as tensões máximas e mínimas devido ao efeito da protensão de um cabo curvo com uma força de protensão P (considerada constante ao longo do mesmo). A inclinação do cabo é dada por  $\alpha$  (Figura 8) e os esforços internos ocorrem junto aos pontos mais distantes do centro de massa (cg), situados junto à borda inferior e superior, dados por:

- Borda superior:

$$\sigma_s = \frac{N_p}{A} - \frac{N_p \cdot e}{W_s} \pm \frac{M}{W_s} \quad (1)$$

- Borda inferior:

$$\sigma_i = \frac{N_p}{A} - \frac{N_p \cdot e}{W_i} \pm \frac{M}{W_i} \quad (2)$$

Sendo:

$\sigma_s$  e  $\sigma_i$  = tensões normais no concreto junto à borda superior e inferior respectivamente;

$N_p$  = Esforço normal de protensão na seção dado por  $P \cdot \cos \alpha$ . Como o valor de  $\alpha$  é, em geral, pequeno costuma-se confundir  $N_p$  com P (força de protensão);

$e$  = Excentricidade do cabo na seção. Distância entre o centro de gravidade do cabo e o da seção transversal;

$A$  = Área da seção transversal de concreto que pode ser, em geral, considerada igual à área da seção geométrica (no caso de lajes refere-se a faixa de protensão);

$W_s$  e  $W_i$  = Módulo de resistência da seção em relação ao bordo superior e inferior, respectivamente. Dado pela razão entre a inércia (relativa ao eixo central) e a distância do cg ao bordo inferior ( $\gamma_i$ ) e superior ( $\gamma_s$ ), respectivamente;

$M$  = Soma dos momentos fletores na seção devido às ações atuantes (peso próprio, carga acidental, sobrecarga permanente) para a verificação requerida;

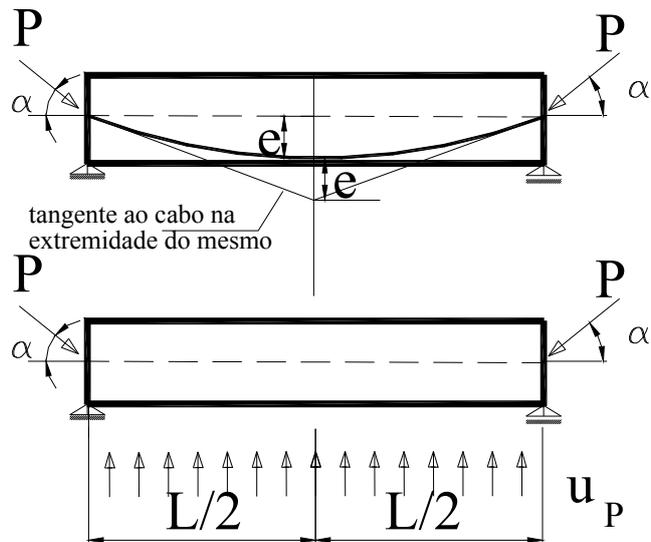
$N_p \cdot e$  = Momento isostático de protensão, refere-se ao efeito da força de protensão estar excêntrica em relação ao cg da peça e, assim para reduzi-la a este ponto (cg) é preciso considerar este momento.

Para a utilização das fórmulas 1 e 2, usa-se o sinal negativo para as tensões de compressão e negativo para tensões de tração.

## 4.2 CARGA EQUIVALENTE

A carga equivalente pode ser uma alternativa para a consideração do efeito da protensão. Carvalho (2012) comenta esta forma através de um exemplo de uma viga bi-apoiada de concreto protendido. Considera-se o diagrama de corpo livre da viga separando-o do cabo de protensão. A Figura 9 apresenta esta viga, tendo o traçado do cabo curvo com as extremidades no centro de gravidade da peça.

**Figura 9: Efeito da protensão de cabo curvo através de uma ação equivalente**



Fonte: Carvalho (2012)

Considerando a ação do cabo curvo na viga, com uma força de protensão  $P$  aplicada nas extremidades, esta provocará uma ação  $u$  (contato cabo-concreto) que pode ser substituída por uma ação uniformemente distribuída ao longo da viga na direção vertical (perdas de protensão são desprezadas). Fazendo o equilíbrio na direção vertical, obtém-se:

$$2P \operatorname{sen} \alpha = u_p L \quad (3)$$

Considerando o traçado do cabo uma parábola de segundo grau, o valor de  $\operatorname{sen} \alpha$  é dado por:

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{2e}{\sqrt{(2e)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2}} \quad (4)$$

Considerando que o valor de  $e$  seja muito pequeno em relação ao valor de  $L$ , tem-se:

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{2e}{\frac{L}{2}} \quad (5)$$

Substituindo a equação 5 na equação 3, obtém a seguinte equação:

$$u_p = \frac{8Pe}{L^2} \quad (6)$$

Thomaz (2009) comenta que o método da carga equivalente é usado em qualquer tipo de estrutura, seja em vigas, pórticos, cascas ou em lajes protendidas. Fernandes (1998) diz que em lajes lisas contínuas o traçado do cabo se assemelha ao traçado do gráfico de momento.

Koerich (2004) afirma que devido à relativa facilidade de implementação computacional, considerar a protensão na estrutura como um conjunto de cargas externas equivalentes é uma excelente alternativa para a resolução das estruturas protendidas, principalmente as hiperestáticas.

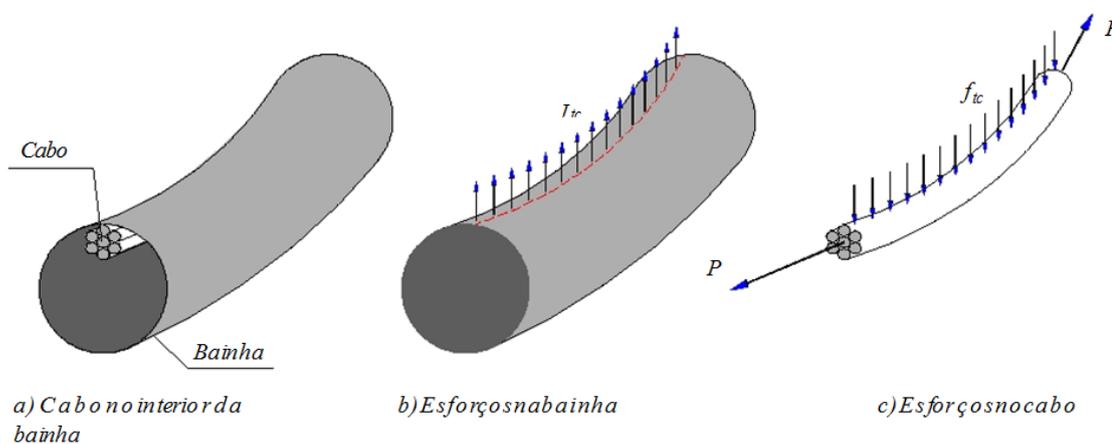
Os esforços produzidos na estrutura apenas por essas reações auto equilibradas constituem os chamados esforços secundários ou hiperestáticos de protensão. Depois de fazer o equilíbrio de cargas, a armadura passiva é colocada apenas para resistir o carregamento não balanceado.

### 4.3 FORÇAS DESVIADORAS

Dentro de um elemento protendido, o traçado do cabo tende a ser feito de acordo com o diagrama de momento. De forma simplificada, onde existe tração coloca-se armadura ativa, e onde existe compressão, é feita uma verificação ao esmagamento do concreto, para ver se ele resiste.

Desta maneira, o traçado do cabo acaba ficando ondulado. Ao se tensionar no ato da protensão, o cabo gera algumas forças dentro da estrutura. Essas forças são denominadas de forças desviadoras ou forças de mudança de direção. A Figura 10 apresenta essas forças.

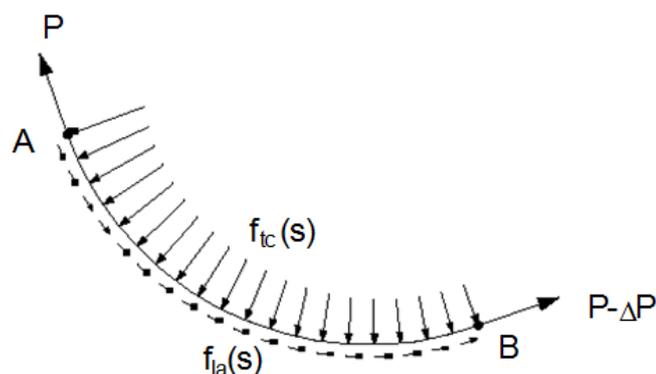
**Figura 10: Cabo sendo tracionado no interior de uma bainha**



Fonte: Menegatti (2004)

Menegatti (2004) comenta outros fenômenos que ocorrem quando um cabo desses é tracionado. Concentrando-se a atenção em um trecho curvo do cabo, como o da Figura 11, o cabo está sujeito a uma força de tração  $P$ , aplicada apenas na extremidade A. Essa força é equilibrada pelas outras forças representadas.

**Figura 11: Esquema de esforços no cabo**



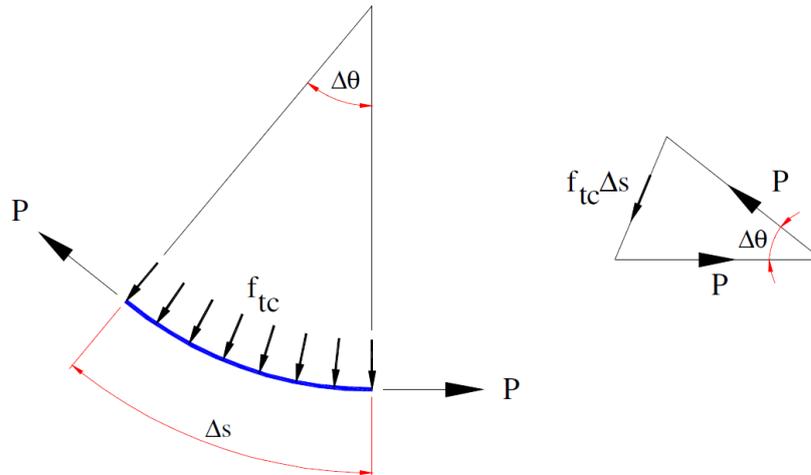
Fonte: Menegatti (2004)

Devido ao atrito do cabo com a bainha, a força de tração ao longo do cabo é variável. Os esforços  $f_{tc}(S)$  e  $f_{la}(S)$ , são, respectivamente, as forças transversais de curvatura e forças longitudinais de atrito.

Considerando esse trecho de cabo com raio variável (situação genérica), os esforços  $f_{tc}(s)$  e  $f_{la}(s)$  também serão variáveis em módulo, direção e sentido. Entretanto, mesmo com essas variações, o sistema de forças associado ao trecho de cabo em estudo é auto equilibrado, ou seja, a somatória de forças em qualquer direção ou a somatória de momentos em torno de qualquer ponto arbitrário é sempre igual a zero.

Para se determinar o valor da força distribuída  $f_{tc}(S)$ , será considerado um trecho pequeno de cabo, de raio constante  $r$ , conforme a Figura 12.

**Figura 12: Esquema de forças em um trecho pequeno de cabo**



Fonte: Menegatti (2004)

Se as forças de atrito entre o cabo e a bainha forem desprezadas (protensão sem aderência), as forças nas duas extremidades do trecho serão iguais. Nesse caso, sabe-se que  $f_{tc}$  exerce uma pressão uniformemente distribuída sobre o cabo, necessária para mantê-lo na sua posição, tal que, se observar o polígono de forças da Figura 12 tem o seguinte:

$$f_{tc} \cdot \Delta s = 2P \operatorname{sen} \left( \frac{\Delta \theta}{2} \right) \quad (7)$$

Para ângulos pequenos tem-se:

$$\operatorname{sen} \left( \frac{\Delta \theta}{2} \right) = \frac{\Delta \theta}{2} \quad (8)$$

Deixando a equação desta forma:

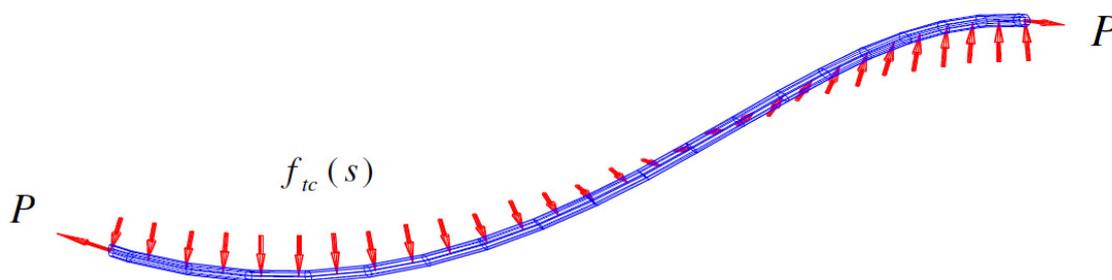
$$f_{tc} = P \frac{d\theta}{ds} \quad (9)$$

Sabendo que:  $\frac{d\theta}{ds} = \frac{1}{r}$ , onde  $r$  é o raio de curvatura, temos finalmente:

$$f_{tc} = \frac{P}{r} \quad (10)$$

Menegatti (2004) também apresenta, de forma esquemática, um cabo de geometria espacial, apresentando forças que atuam dentro de uma peça de concreto ao ser tracionado nas suas extremidades e desprezando as forças longitudinais de atrito (Figura 13).

**Figura 13: Esquema genérico de forças que agem sobre um cabo no espaço, desprezando-se forças longitudinais de atrito**



Fonte: Menegatti (2004)

Podem-se calcular as forças  $f_{tc}(s)$  através da equação (10), considerando  $r(s)$  variável e suas direções definidas pela direção radial em cada ponto.

#### 4.4 CONSIDERAÇÃO DE FAIXAS DE MESMA PROTENSÃO OU ESFORÇOS

Os esforços em um elemento estrutural são diferentes em cada seção. Porém, em algumas faixas, os esforços são aproximados. Tratar todo o pavimento pela pior situação faz com que a análise do mesmo seja errônea, ou seja, caso os esforços sejam tratados de uma única vez, eles poderão estar a favor ou contra a segurança, dependendo da situação. Mesmo que seja considerada uma laje onde o carregamento é uniforme, os vãos e alinhamento de pilares sejam razoavelmente comportados, os esforços poderão ser tratados em faixas, em vez de serem tratados de forma geral.

Fernandes (1998) afirma que, se trabalhar com valores de momentos diferentes para cada faixa de laje, consegue-se diferentes seções de aço, possibilitando uma economia considerável que ultrapassa 20%, dependendo da laje analisada.

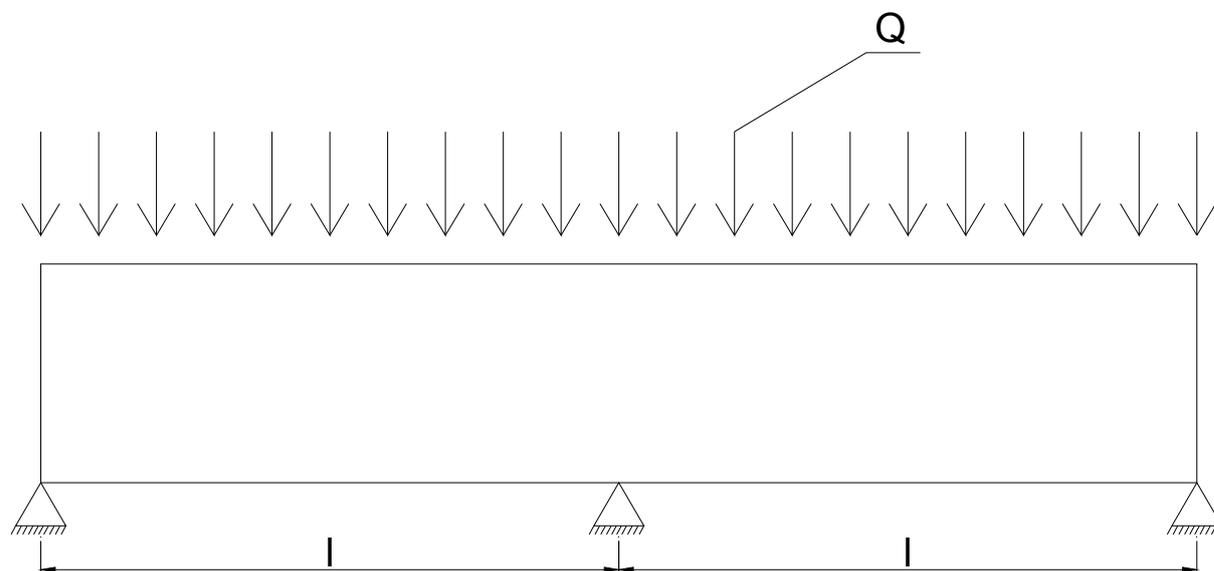
No *software* TQS, as faixas de mesma protensão ou esforço são trabalhados com a Região de Protensão Uniforme (RPU) e a Região de Transferência de Esforços (RTE). Na RPU é feita uma média dos esforços por ela contidos, por isso o cuidado de não colocar faixas de RPU com esforços distintos. A RTE é um artifício de cálculo para que uma região que não tenha RPU possa ter os seus esforços tratados pelos mesmos. Isso acontece bastante quando a laje possui recortes ou vazios.

#### 4.5 CONCEITUAÇÃO DO MOMENTO HIPERESTÁTICO DE PROTENSÃO

CAVALCANTI & HOROWITZ (2008) comentam que o cálculo manual dos efeitos hiperestáticos de protensão é relativamente simples no caso de vigas contínuas, porém torna-se complexo no caso de pórticos e grelhas e inviável no caso de lajes e cascas. Sendo assim, para efeito de raciocínio, será explicado o conceito utilizando uma viga contínua.

A Figura 14 apresenta uma viga contínua com dois vãos simétricos, sujeita a carga uniformemente distribuída.

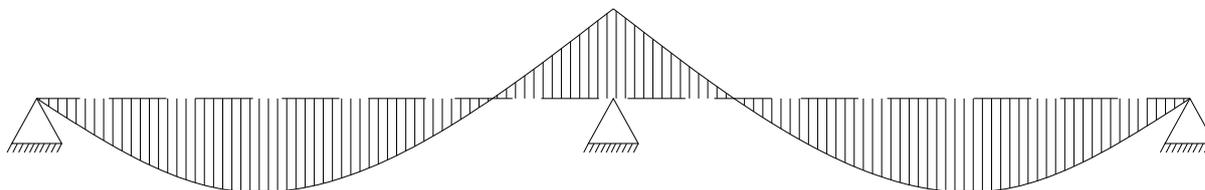
**Figura 14: Viga contínua submetida a carregamento uniformemente distribuído**



Fonte: Autor (Adaptado de Leonhardt 1983)

O diagrama de momento provocado pela carga está na Figura 15.

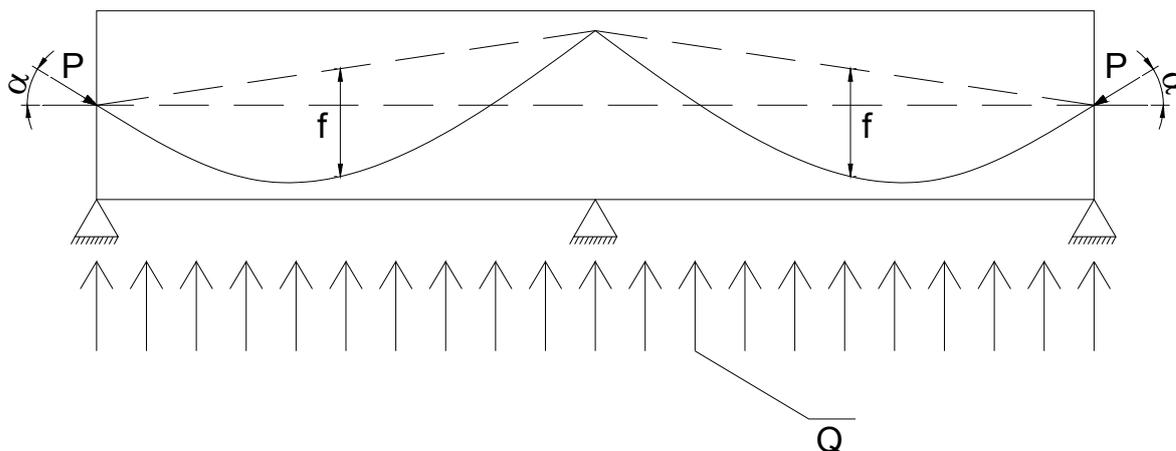
**Figura 15: Diagrama de momento da viga contínua**



Fonte: Autor (Adaptado de Leonhardt 1983)

Analisando-se apenas o diagrama de momento, uma boa trajetória para os cabos de protensão para a viga pode ser exatamente a forma do momento da viga, como mostrado na Figura 16. O cabo irá provocar um carregamento uniformemente distribuído para cima.

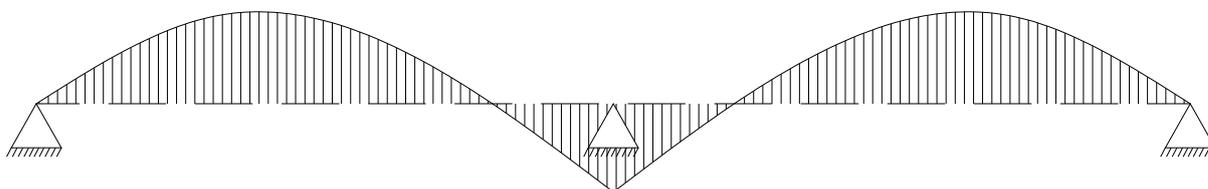
**Figura 16: Traçado do cabo com a forma do diagrama de momento da viga e carga equivalente produzida pelo cabo**



Fonte: Autor (Adaptado de Leonhardt 1983)

Desta forma, os esforços de momento na viga provocados pela protensão serão invertidos em relação aos esforços da carga uniformemente distribuída. A Figura 17 apresenta este diagrama de momento.

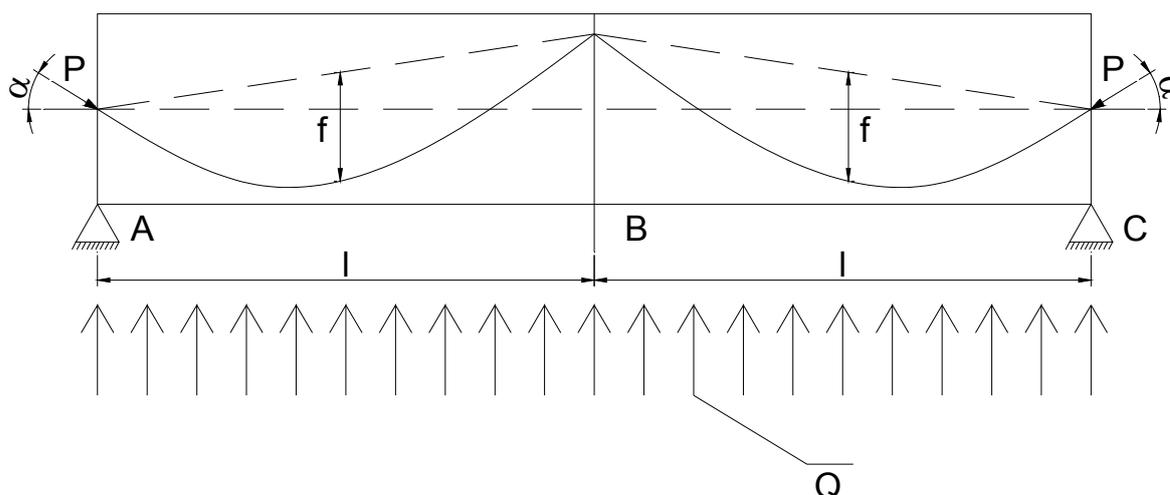
**Figura 17: Diagrama de momento da viga devido à protensão**



Fonte: Autor (Adaptado de Leonhardt 1983)

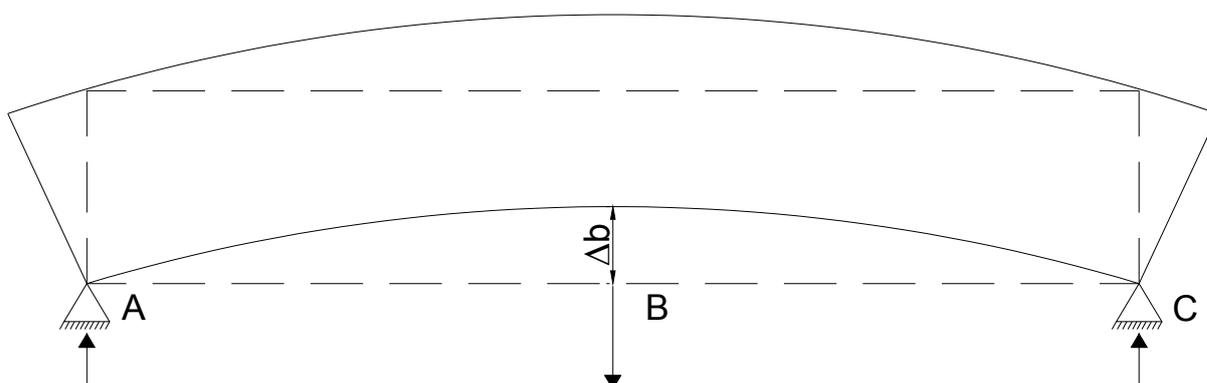
Se retirar o apoio central da estrutura, com o carregamento devido à protensão igual está na Figura 18, a estrutura se deformará igual para cima, como mostra a Figura 19.

**Figura 18: Efeito da protensão na viga sem apoio central**



Fonte: Autor (Adaptado de Leonhardt 1983)

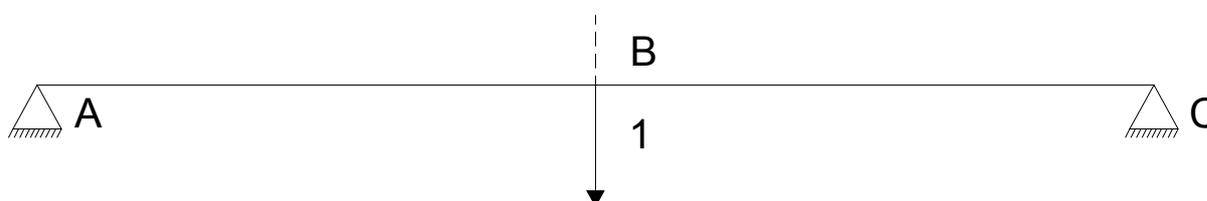
**Figura 19: Estrutura deformada devido à carga de protensão**



Fonte: Autor (Adaptado de Leonhardt 1983)

Como no ponto B existe um apoio, surgirá um esforço  $V_B$ , ou seja, uma força concentrada no apoio B devido ao efeito da protensão. A Figura 20 apresenta esse esforço.

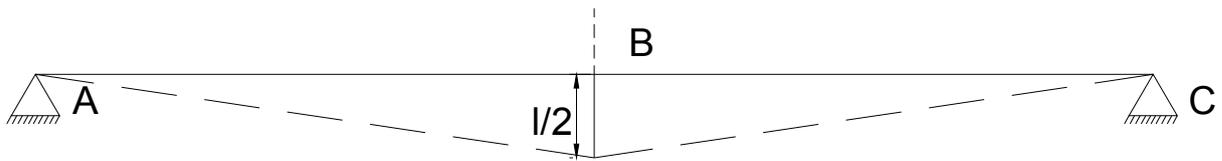
**Figura 20: Aplicação da carga unitária no ponto B**



Fonte: Autor (Adaptado de Leonhardt 1983)

A Figura 21 apresenta o momento fletor devido à carga unitária (Diagrama  $\bar{M}$ ).

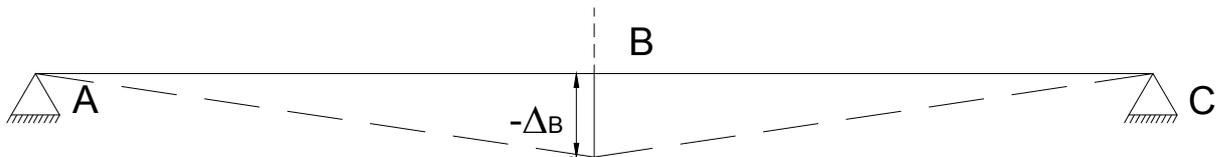
**Figura 21: Momento fletor devido à carga unitária. Diagrama  $\bar{M}$**



Fonte: Autor (Adaptado de Leonhardt 1983)

O deslocamento causado pela carga unitária da Figura 19 está na Figura 22.

**Figura 22: Deslocamento no ponto B devido ao esforço hiperestático**



Fonte: Autor (Adaptado de Leonhardt 1983)

Equacionando o deslocamento causado pela carga unitária da Figura 20, temos:

$$\delta B = \int_0^{2l} \bar{M} \cdot \bar{M} \cdot dx \quad (11)$$

O deslocamento causado pela protensão é dado por:

$$\Delta B = \int_0^{2l} M_p \cdot \bar{M} \cdot dx \quad (12)$$

Onde:

$M_p$  = momento devido à protensão (isostático).

A reação hiperestática a se determinar é  $X_B$ , cuja reação causará uma deformação igual a  $\Delta B$ . Desta forma, temos:

$$\Delta B = X_B \cdot \delta B \quad (13)$$

Ou seja:

$$\int_0^{2l} M_p \cdot \bar{M} \cdot dx = X_B \cdot \int_0^{2l} \bar{M} \cdot \bar{M} \cdot dx \quad (14)$$

Sendo assim:

$$X_B = \frac{\int_0^{2l} M_p \cdot \bar{M} \cdot dx}{\int_0^{2l} \bar{M} \cdot \bar{M} \cdot dx} \quad (15)$$

Caso a integral do numerador seja nula, sabe-se que o cabo será concordante e não terá efeito hiperestático.

A partir do momento que for encontrado  $X_B$ , as reações de apoio também serão encontradas pelo equilíbrio de esforços. A partir desses conceitos, pode-se apresentar uma relação em estruturas elásticas lineares (vigas, pórticos, etc.). Em uma seção, o momento fletor final de protensão será a soma dos momentos hiperestático e isostático, ou seja:

$$M_f = M_i + M_h \quad (16)$$

Sendo:

$M_f$  = Momento final de protensão

$M_i$  = Momento isostático de protensão

$M_h$  = Momento hiperestático de protensão

Porém, a Figura 16 não é realista. Para que não se tenham momentos aplicados no início e final da trajetória do cabo, Emerick (2005) recomenda colocar um trecho reto e ancorar no centro da peça. Ele também ressalta a importância de se ter curvas relativamente suaves nos pontos de inflexão.

No apoio central, o Momento Hiperestático obteve sinal contrário ao das cargas atuantes, porém, no meio do vão ocorreu apenas um alívio de tendões, devido à inversão do momento causado pelo traçado do cabo.

Faleiros Junior (2010) ressalta que o efeito da protensão em peças hiperestáticas pode provocar esforços hiperestáticos de protensão e, particularmente, o momento hiperestático. Sendo assim é importante notar que ao se calcular a armadura longitudinal de protensão, considera-se o efeito do momento isostático de protensão, faltando, portanto, considerar o efeito do hiperestático de protensão. Desta forma, o valor do momento  $M_d$  deverá levar em conta, além dos valores usuais (cargas permanentes, acidentais, etc.), o efeito do hiperestático.

Também é importante considerar o hiperestático de protensão no valor  $M_d$  que estará sendo usado para determinar  $A_p$ , estimando o valor do momento hiperestático, pois ainda não se conhece o valor da força de protensão.

## 5 DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA LONGITUDINAL DE PROTENSÃO

Para dimensionar a armadura longitudinal de protensão, como afirma CARVALHO (2012) em seu livro, é preciso em cada seção transversal atender:

- O estado limite último de flexão no tempo infinito;
- O estado limite último de flexão no tempo zero (verificação em vazio);
- O estado de serviço para durabilidade (protensão parcial, limitada ou completa).

Por se tratar de um pavimento, o cálculo da armadura não é tão simples como uma viga e depende fundamentalmente entre outros fatores: o traçado dos cabos em planta e em elevação, a distribuição dos cabos nas regiões da laje, o valor do momento hiperestático de protensão e a própria geometria do pavimento. A partir destas preocupações, diversos autores indicam roteiros de cálculo, na verdade de pré-dimensionamento de armadura longitudinais, que ao término do procedimento precisam de cálculos de verificação e iterações até chegar ao detalhamento final.

Pode-se dizer que há dois grandes grupos de roteiros: Aqueles que visam determinar a armadura a partir das verificações em serviço (em geral tensões), e aqueles que partem do estado limite último. Em ambas as situações é preciso fazer verificações complementares: no primeiro caso de ruptura e, no segundo de serviço.

Um procedimento muito usado no Estado Unidos é o da carga a ser equilibrada. Na verdade, é processo de verificação de tensão, pois na medida em que se impõem uma ação contrária à ação das cargas atuantes, provavelmente as verificações de fissuração em serviço estarão atendidas.

A seguir serão apresentados três roteiros para dimensionamento de lajes protendidas:

- O primeiro roteiro foi escrito por Milani (2006), para a utilização do Método dos Elementos Finitos;
- O segundo foi escrito por Mello (2005). Ela escreveu um roteiro para lajes protendidas com protensão parcial e protensão limitada, utilizando a ABNT NBR 6118;
- O terceiro roteiro foi escrito por Emerick (2005) em seu livro.

## 5.1 DIMENSIONAMENTO DE LAJES PROTENDIDAS SEGUNDO MILANI (2006)

Milani (2006) apresenta um roteiro de dimensionamento de lajes lisas protendidas utilizando o Método dos Elementos Finitos. Este roteiro consiste no seguinte:

1 – Precisam-se determinar os parâmetros de projeto baseados em algumas considerações específicas básicas, como a relação entre o vão ideal e a espessura da laje requerida, modulação de pilares, etc. Em seguida introduz-se a geometria através das coordenadas nodais, numeração dos elementos e conectividades, espessura da laje, Módulo de Elasticidade e Poisson, número de camadas e dimensões dos pilares, além de indicar as condições de contorno e carregamento atuante. Também é preciso determinar os fatores referentes à protensão, como o trecho reto, cobrimento mínimo, etc. Em seguida é calculada a geometria dos cabos e feita a derivação da mesma, com objetivo de se calcular as perdas de protensão devido ao atrito. Então, calculam-se as perdas imediatas da força de protensão para o traçado de cabo escolhido através dos parâmetros trecho reto, cobrimento e posição do cabo e  $\alpha$ .

2 - Faz-se uma primeira análise linear da estrutura. Essa análise é feita com o carregamento total, objetivando-se determinar os esforços atuantes para, a partir dos esforços cortantes, definirem-se as faixas de protensão. Também é feita uma análise para cada um dos carregamentos, com o objetivo de se determinarem os esforços gerados devidos ao peso próprio e demais carregamentos. Sendo assim, determinam-se os momentos fletores internos a cada faixa ao longo de cada linha de pontos de integração perpendiculares às faixas. Faz-se isso para cada um dos carregamentos em separadamente, para depois utilizar os resultados nas combinações de serviço.

3 – Para cada faixa calcula-se o número de cabos necessários para equilibrar a porcentagem escolhida de carga total. Isso é feito através do Método das cargas equivalentes.

4 – Depois de definir o número de cabos, é feita uma segunda análise linear, considerando apenas as cargas advindas da ação da protensão. O objetivo desta análise é obter os esforços devidos à protensão, para serem utilizados nas combinações de serviço.

5 – Combinam-se os esforços da protensão obtidos da segunda análise, mais os esforços devidos ao carregamento obtidos na primeira análise.

6 – Escolhe-se a quantidade de cabos, baseando-se nas tensões existentes (tensões obtidas para as combinações de serviço) e nas recomendações das normas referentes aos limites de tensões. Caso o número de cabos escolhido tenha ultrapassado os limites de tensão recomendados, troca-se o número de cabos. Para o novo número de cabos são refeitas a primeira e a segunda análise e realiza-se uma nova comparação de tensões.

7 – Depois de se ter os resultados obtidos na segunda análise (cálculo com a protensão), é feita uma terceira análise, eliminando-se os vínculos em que as reações oriundas da análise citada são negativas e aplicam-se, nestes pontos, as reações referidas. O objetivo desta análise é a separação dos momentos hiperestáticos, necessários para as verificações no Estado Limite Ultimo (ELU).

8 – Aplica-se a combinação de esforços para a obtenção das tensões para a verificação do ELU.

9 – Dimensiona-se a armadura passiva.

## **5.2 DIMENSIONAMENTO DE LAJES PROTENDIDAS, SEGUNDO MELLO (2005)**

Mello (2005) comenta que esse roteiro é interativo. Sendo assim, caso no final do roteiro seja determinado um número de cabos diferente do adotado inicialmente, deverá ser feito todo o procedimento, até que haja convergência na solução.

Os dois roteiros de dimensionamento (protensão parcial e protensão limitada) são provenientes de uma única fase de determinação de variáveis e de cálculo comum.

Uma vez estabelecida a classe de agressividade ambiental, ficam definidas a resistência mínima à compressão do concreto, a relação máxima do fator água/cimento, valores mínimos de cobrimento e intensidade de protensão (parcial ou limitada). Com o conhecimento dos vãos é estabelecida a espessura da laje. Deve-se também escolher o aço de protensão bem como a cordoalha empregada.

Em seguida, escolhe-se uma distribuição de cabos em planta (faixa) e um traçado em elevação, podendo-se determinar a tensão de protensão ao longo do mesmo no tempo zero e no tempo infinito.

Desta maneira, o pavimento pode ter seus esforços solicitantes determinados para os carregamentos de peso próprio ( $g_1$ ), sobrecarga permanente ( $g_2$ ), carga acidental ( $q$ ) e protensão ( $p$ ). Em seguida, para determinar os esforços de protensão atribui-se inicialmente um número de cabos aleatório por faixa. Este número de cabos pode ser obtido considerando um cabo por metro ou desprezando o efeito do hiperestático no pré-dimensionamento, considerando-o depois com o número de cabos obtido.

Ao terminar essa primeira fase, são conhecidas: as características de uma seção (área -  $A_{concreto}$  e módulos de resistência -  $W_{i,s}$ ) momentos fletores de carga permanente ( $M_{g1}$ ), sobrecarga permanente ( $M_{g2}$ ), acidental ( $M_q$ ), o de protensão total ( $M_p$ ), o isostático de protensão ( $M_{isost} = \sigma_p \cdot A_{cabo} \cdot e$ ) e o hiperestático ( $M_{hip} = M_p - M_{isost}$ ).

Na sequência, o roteiro de dimensionamento se divide em protensão parcial e protensão limitada. A Tabela 1 apresenta essa diferença dos tipos de protensão.

### 5.2.1 PARA UTILIZAÇÃO DE PROTENSÃO PARCIAL

Mello (2005) comenta que na utilização de protensão parcial geralmente a condição de colapso é a que conduz à determinação da quantidade de cabos.

Desta maneira, dimensiona-se a quantidade de armadura no estágio III considerando o hiperestático de protensão com o valor obtido na fase preliminar, prosseguindo para o próximo passo se o número de cabos for igual ao arbitrado. Caso o número de cabos seja muito diferente do arbitrado na fase preliminar, refaz-se o cálculo dos momentos de protensão (total, isostático e hiperestático) com o novo número de cabos e retoma-se esse roteiro.

Em seguida, verifica-se o ELU de ruptura no tempo zero, já com o número de cabos determinado. Nesta verificação, deve-se ficar atento ao uso de armadura passiva na borda oposta ao cabo caso haja tração.

$$0,7f_{ckj} < \frac{-\sigma_{p,t0}A_{cabo}}{A_{concreto}} \pm \frac{M_{hip} + M_{isos}}{W_i} \pm \frac{M_{g1}}{W_i} < 0 \text{ ou } 1,2f_{ctm} \quad (17)$$

sendo:

$M_{g1}$  – momento fletor devido ao peso próprio;

$M_p$  – momento de protensão total, com uma quantidade de cabos pré-determinada;

$W_{i,s}$  – módulo de resistência inferior e superior;

$A_{cabo}$  – área do cabo;

$A_{concreto}$  – área do concreto;

$\sigma_{p,t0}$  - tensão de protensão no ato da protensão;

$f_{ckj}$  - tensão característica de compressão do concreto;

$f_{ctm}$  - tensão média de tração.

Averiguar se há ou não presença de fissura:

$$\frac{-\sigma_{p,t0}A_{cabo}}{A_{concreto}} \pm \frac{M_{hip} + M_{isos}}{W_i} \mp \frac{M_{g1+g2+0,4q}}{W_i} < 1,5f_{ct,inf} \quad (18)$$

Sendo assim, se a tensão for maior que a resistência de tração do concreto, então fazer a verificação de abertura de fissura:

$$\frac{\phi}{(12,5\eta)} \frac{\sigma_s}{E_s} \left( \frac{4}{\rho_r} + 45 \right) < 0,2 \quad (19)$$

Se o limite de abertura de fissura for ultrapassado, deve-se aumentar a quantidade de armadura passiva.

### 5.2.2 PARA UTILIZAÇÃO DE PROTENSÃO LIMITADA

Mello (2005) comenta que a determinação do número de cabos para a protensão limitada é feita na verificação de tensões em serviço para a combinação quase permanente.

Sendo assim, deve-se determinar o número de cabos, levando-se em conta o limite de tensão em serviço para a combinação quase permanente (valores de protensão tomados no tempo infinito).

$$-\frac{n\sigma_i A_{cabo}}{A_{concreto}} \mp \frac{nM_{1cabo,isost}}{W_i} \mp \frac{M_{hip}}{W_i} \pm \frac{M_{g1+g2+0,3q}}{W_i} \leq 0 \quad (20)$$

sendo:  $M_{1cabo,isost}$  – momento isostático de um cabo;

$M_{hip}$  – momento hiperestático para o número de cabos da fase inicial;

$n$  – número de cabos;

$\sigma_i$  – tensão no cabo na seção para o tempo infinito (neste caso, numericamente igual a força de protensão devido a área do cabo ser  $1 \text{ cm}^2$ );

$W_{i,s}$  – módulo de resistência (inferior ou superior).

Se o número de cabos  $n$  for parecido com o arbitrado, prossegue-se o cálculo ou retoma-se o cálculo do hiperestático de protensão e do número de cabos feito neste item, até que haja convergência.

Em seguida é feita a verificação da tensão em serviço para combinação frequente (valores de protensão tomados no tempo infinito).

$$0,7f_{ckj} < \frac{-\sigma_{p,t0}A_{cabo}}{A_{concreto}} \pm \frac{M_p}{W_i} \mp \frac{M_{g1+g2+0,4q}}{W_i} < 1,2f_{ctk,inf} \quad (21)$$

Depois é feita a verificação de ruptura no tempo zero (valores de protensão tomados no tempo zero) e no tempo infinito, completando com armadura passiva se necessário.

### 5.3 DIMENSIONAMENTO DE LAJES PROTENDIDAS SEGUNDO EMERICK (2005)

Emerick (2005) apresenta um roteiro de dimensionamento de lajes lisas protendidas. Ele apresenta muitos conceitos contidos nas normas americanas. A seguir serão abordados os principais tópicos do dimensionamento.

#### 5.3.1 DETERMINAÇÃO DA CARGA A SER EQUILBRADA

O carregamento de protensão deve equilibrar as cargas permanentes juntamente com uma parcela da carga acidental.

O ACI 423 (1989) apresenta o seguinte critério para esse equilíbrio:

- Caso em que sejam previstas paredes divisórias leves e sobrecargas, num total de cerca de  $2,0$  a  $3,0 \text{ kN/m}^2$ : equilibrar o peso próprio +  $0,5 \text{ kN/m}^2$ .

- Caso em que sejam previstas paredes de alvenaria: equilibrar o peso próprio +  $2/3$  do peso das paredes.

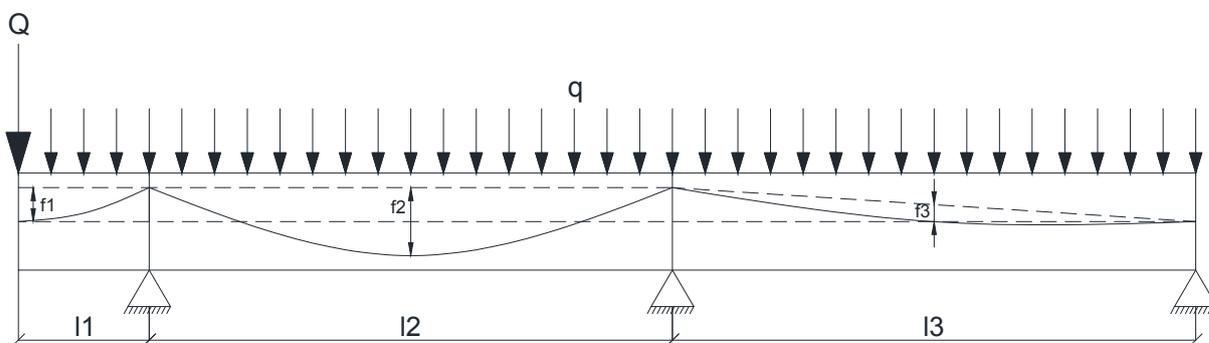
Outro critério comentado por Emerick (2005) é o de equilibrar o peso próprio +  $10\%$  do carregamento total.

Emerick (2005) também comenta que, em geral, para lajes trabalha-se com protensão parcial, e que os critérios apresentados se enquadram nessa filosofia de trabalho.

### 5.3.2 DETERMINAÇÃO DA FORÇA DE PROTENSÃO NECESSÁRIA

Para o cálculo da força de protensão necessária, adota-se a hipótese de que ela seja constante ao longo do cabo. Desta maneira, a protensão necessária deve ser calculada para o vão mais desfavorável. Para as estruturas usuais, pode ser usada a formulação simplificada a seguir:

**Figura 23: Cálculo da protensão necessária**



Fonte: Autor (Adaptado de Emerick 2005)

Carga em balanço:

$$P = \frac{ql_1^2}{2f_1} + \frac{Ql_1}{f_1} \quad (22)$$

Carga em vão interno:

$$P = \frac{ql_2^2}{8f_2} \quad (23)$$

Carga em vão externo:

$$P = \frac{ql_3^2}{8f_3} \quad (24)$$

A formulação apresentada desconsidera o efeito da inversão da curvatura dos cabos sobre os pilares.

Recomenda-se que, para lajes com vãos muito fora da proporção não seja aplicada a mesma força de protensão em todos os vãos, podendo alguns vãos ter mais cabos do que outros.

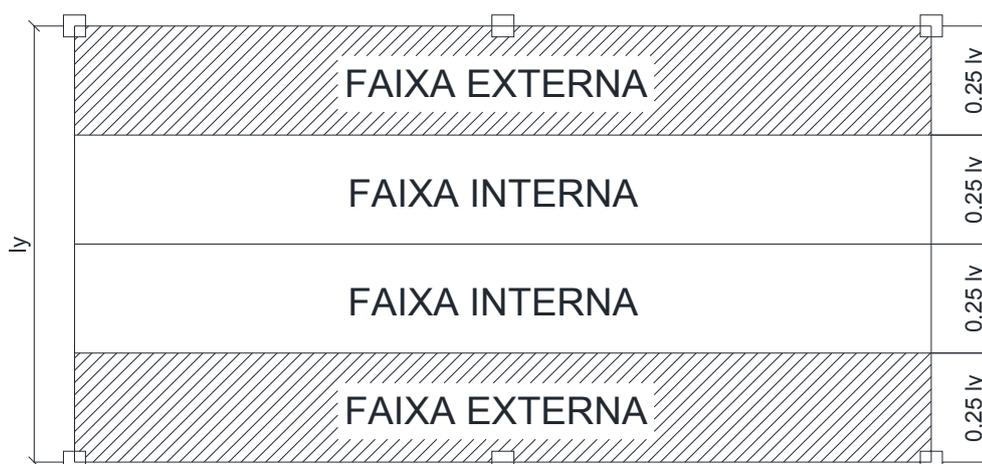
### 5.3.3 ESFORÇOS COM O MÉTODO DO PÓRTICO EQUIVALENTE SEGUNDO A ABNT NBR 6118:2014

A ABNT NBR 6118:2014 proíbe a utilização de pórticos equivalentes para lajes lisas protendidas. Porém, a nível de comparação de resultados, esse método é apresentado no presente trabalho.

Para cada pórtico deve ser considerada a carga total. A distribuição de momentos, obtida em cada direção, de acordo com a Figura 24 deve ser feita da seguinte maneira:

- a) 45% dos momentos positivos para as duas faixas internas;
- b) 27,5% dos momentos positivos para cada uma das faixas externas;
- c) 25% dos momentos negativos para as duas faixas internas;
- d) 37,5% dos momentos negativos para cada uma das faixas externas.

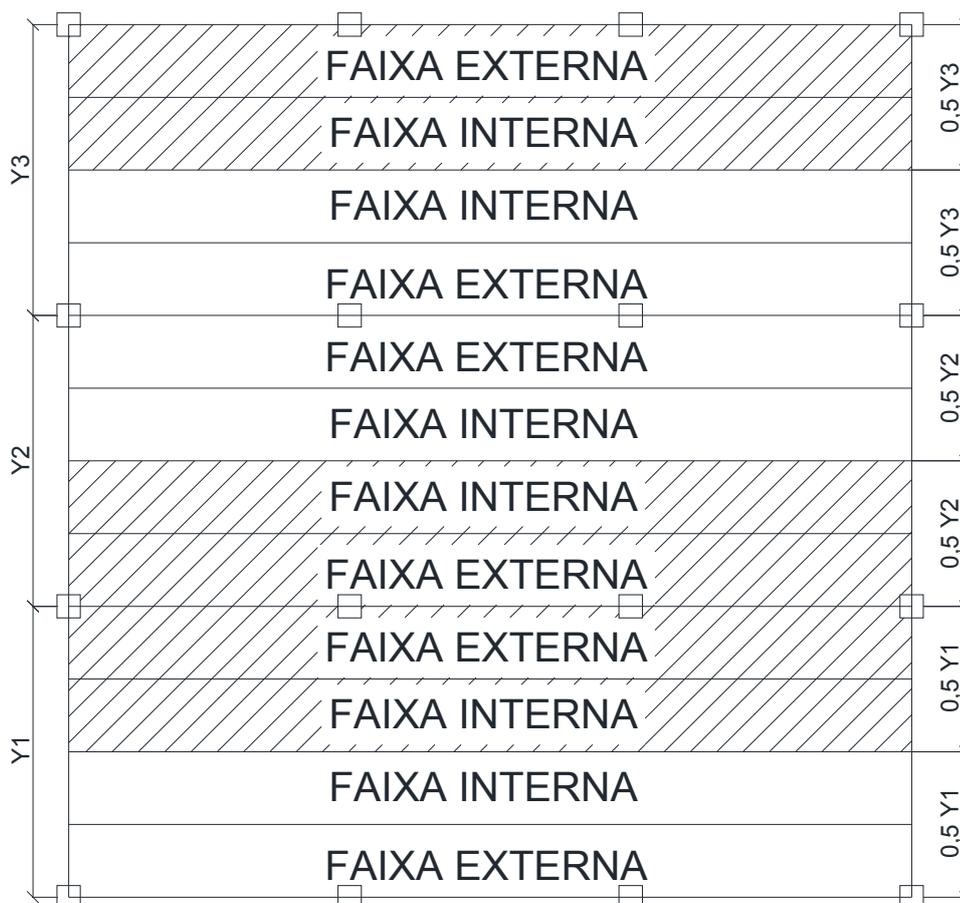
**Figura 24: Faixa para a distribuição dos momentos segundo a ABNT NBR 6118:2014**



Fonte: Autor (Adaptado de Emerick 2005)

O método do pórtico equivalente proposto pela ABNT NBR 6118:2014 consiste em dividir a estrutura em uma série de pórticos em cada direção, constituídos por pilares e lajes. Em cada um desses pórticos existirão faixas internas e faixas externas. A Figura 25 apresenta um exemplo de divisão de pórticos em uma laje.

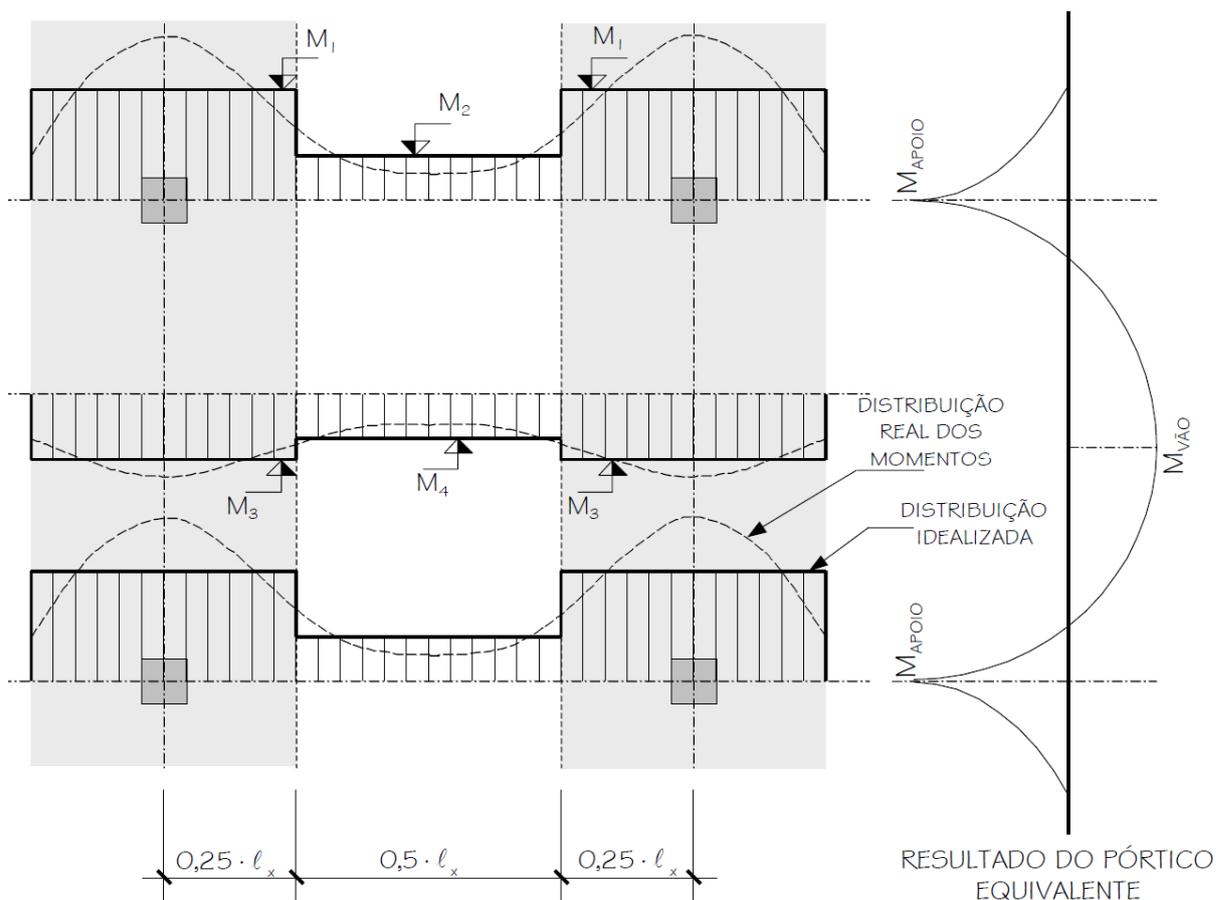
**Figura 25: Definição dos Pórticos segundo a ABNT NBR 6118:2014**



Fonte: Autor

A Figura 26 apresenta a distribuição dos momentos nas faixas, de acordo com a ABNT NBR 6118:2014.

**Figura 26: Distribuição dos momentos nas faixas**



Fonte: Emerick(2005)

Desta forma, os momentos se dão por:

$$M_1 = 0,375 \frac{M_{APOIO}}{0,25l_x} \quad (25)$$

$$M_2 = 0,25 \frac{M_{APOIO}}{0,5l_x} \quad (26)$$

$$M_3 = 0,275 \frac{M_{VÃO}}{0,25l_x} \quad (27)$$

$$M_4 = 0,45 \frac{M_{VÃO}}{0,5l_x} \quad (28)$$

### 5.3.4 CÁLCULO DA QUANTIDADE DE CABOS

O cálculo da quantidade de cabos está diretamente relacionado à força de protensão necessária para equilibrar o carregamento previsto e à tensão atuante no cabo adotado. Essas relações estão descritas nas equações 29 e 30.

Aços de relaxação normal:

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,74f_{ptk} \\ 0,87f_{pyk} \end{cases} \quad (29)$$

Aços de relaxação baixa:

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,74f_{ptk} \\ 0,82f_{pyk} \end{cases} \quad (30)$$

Onde:

$f_{ptk}$  = tensão característica de ruptura do aço;

$f_{pyk}$  = tensão característica de escoamento (convencional) do aço.

Adota-se para cordoalhas de  $\phi 12,7$  mm com aço CP190 RB uma força de protensão inicial de 14tf, e para a cordoalha de  $\phi 15,2$  mm uma protensão inicial de 19,7 tf. Em casos de irregularidade na protensão, pode-se aumentar os limites de tensão nos cabos em até 10%, até o limite de 50% dos cabos, desde que seja garantida a segurança da estrutura.

$$n^{\circ} \text{ cordoalhas} = \frac{L_{TRIB}P}{(1 - \text{perda de protensão em \%})f} \quad (31)$$

Onde:

$L_{TRIB}$  = Largura da tributária ou faixa de laje onde as cordoalhas estarão localadas;

$P$  = Força de protensão a ser utilizada;

$f$  = força de protensão na cordoalha utilizada.

### 5.3.5 VERIFICAÇÃO DAS TENSÕES DE SERVIÇO

#### 5.3.5.1 CÁLCULO DAS TENSÕES NO ESTÁDIO I

Emerick (2005) comenta que para o cálculo das tensões na seção considerando o Estádio I, além do carregamento externo é necessário considerar o efeito da protensão.

Desta forma:

$$\sigma = \frac{P}{A} \pm \left( \frac{M_{EXT}}{W} + \frac{Pe}{W} + \frac{M_{HIP}}{W} \right) \quad (32)$$

Mas,

$$M_{BAL} = Pe + M_{HIP} \quad (33)$$

Sendo assim,

$$\sigma = \frac{P}{A} \pm \left( \frac{M_{EXT}}{W} + \frac{M_{BAL}}{W} \right) \quad (34)$$

Ou,

$$\sigma = \frac{P}{A} \pm \left( \frac{M_{EXT} + M_{BAL}}{W} \right) \quad (35)$$

Onde:

$\sigma$  = tensão normal;

$P$  = força de protensão;

$e$  = excentricidade do cabo;

$w$  = momento estático da seção;

$M_{EXT}$  = momento fletor devido ao carregamento externo;

$M_{HIP}$  = momento fletor devido ao efeito hiperestático da protensão;

$M_{BAL}$  = momento fletor devido à carga balanceada com a protensão;

$M_{EXT+BAL}$  = momento fletor devido ao carregamento externo combinado com o momento devido à carga balanceada com a protensão.

Como a seção de concreto tem armadura em seu interior, pode-se fazer uma homogeneização das seções, através da razão entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto. Porém, como o acréscimo de seção é muito pequeno, adota-se o valor da seção bruta, uma vez que os resultados ficam mais conservadores.

### 5.3.5.2 LIMITE DE TENSÕES

O ACI 423 (1989) recomenda limites para tensão admissível em peças fletidas de concreto protendido:

Tensão média de compressão:

Em lajes com protensão não aderente a tensão média de compressão deve estar no intervalo entre 0,86 MPa e 3,5 MPa.

Tensões no concreto imediatamente após a aplicação da protensão (MPa):

- (a) compressão na zona de momento negativo  $0,40f'_{ci}$
- (b) compressão na zona de momento positivo  $0,60f'_{ci}$
- (c) tração (com armadura passiva)  $0,50\sqrt{f'_c}$

Sendo que onde a tensão de tração no concreto exceder os valores acima, uma armadura auxiliar aderente (passiva ou ativa) deve ser colocada para resistir à tensão total de tração.

Tensões no concreto em serviço (após as perdas no tempo) (MPa):

- (a) compressão na zona de momento negativo  $0,30f'_{ci}$
- (b) compressão na zona de momento positivo  $0,45f'_{ci}$
- (c) tração (com armadura passiva)  $0,50\sqrt{f'_c}$

Onde:

$f'_c$  é a resistência à compressão do concreto especificada;

$f'_{ci}$  é a resistência à compressão do concreto na idade “i” dias.

De forma simplificada, pode-se assumir que  $f'_c$  seja igual ao  $f'_{ck}$ .

ABNT NBR 6118:2014 apresenta a expressão 36 para o cálculo da resistência do concreto na idade da protensão:

$$f_{ck,j} = \beta_1 f_{ck} \quad (36)$$

Sendo

$$\beta_1 = \exp \left\{ s \left[ 1 - \frac{28}{t} \right]^{1/2} \right\} \quad (37)$$

Onde:

$t$  = idade efetiva do concreto, expressa em dias

Os valores de  $s$  são apresentados na Tabela 3.

**Tabela 3: Valores para o coeficiente s em razão do tipo de cimento**

s	Tipo de cimento
0,20	CPV - ARI
0,25	CPI, CPII
0,38	CPIII e CPIV

Fonte: Autor (Adaptado da ABNT 618, 2014)

É comentado na ABNT NBR 6118:2014 que para a protensão parcial deve ser respeitado o Estado Limite de Formação de Fissura (ELS-W) para a combinação frequente de ações. A seguir é apresentado um roteiro simplificado para a verificação do ELS-W.

1° Passo:

Verificar se para a combinação considerada a seção atingiu o Estádio II:

$$\sigma_{t,m\acute{a}x} = \frac{P}{A} - \frac{M_{EXT+BAL}}{W} \quad (38)$$

Para seção retangular pode-se adotar a seguinte simplificação:

$$\sigma_{t,m\acute{a}x} = \frac{P}{bh} - \frac{6M_{EXT+BAL}}{bh^2} \quad (39)$$

Onde:

$\sigma_{t,m\acute{a}x}$  = máxima tensão de tração na seção do Estádio I;

$M_{EXT+BAL}$  = momento fletor devido ao carregamento externo combinado com o momento devido à carga balanceada com a protensão.

Se  $\sigma_{t,m\acute{a}x} > 0$  indica compressão em toda a seção. Dessa forma, o ELS-W está atendido (seção no Estádio I).

Se  $\sigma_{t,m\acute{a}x} < 0$  indica tração na seção. Neste caso:

Se  $|\sigma_{t,m\acute{a}x}| \leq f_{ctk,inf} \rightarrow$  seção no Estádio I, pois está atendendo ao Estado Limite de Formação de Fissuras (ELS-F), portanto, o ELS-W está atendido.

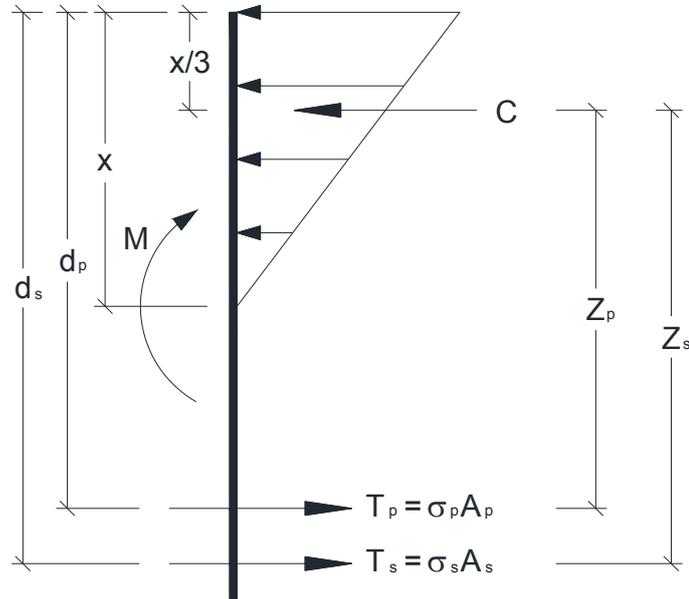
Se  $|\sigma_{t,m\acute{a}x}| > f_{ctk,inf} \rightarrow$  seção no Estádio II. Neste caso deve-se seguir com a verificação (2° Passo).

2° Passo:

Cálculo da tensão na armadura no Estádio II. O cálculo é feito para uma faixa de largura unitária, considerando-se um diagrama linear na compressão e

desprezando-se a resistência à tração do concreto. A Figura 27 ilustra esse conceito.

**Figura 27: Equilíbrio da seção no Estádio II**



Fonte: Autor (Adaptado de Emerick 2005)

Para que ocorra equilíbrio da seção:

$$T_s Z_s + T_p Z_p = M \quad (40)$$

Ou ainda:

$$\sigma_s A_s \left( d_s - \frac{x}{3} \right) + \sigma_p A_p \left( d_p - \frac{x}{3} \right) = M \quad (41)$$

Assim temos:

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s \left( d_s - \frac{x}{3} \right)} - \frac{\sigma_p A_p \left( d_p - \frac{x}{3} \right)}{A_s \left( d_s - \frac{x}{3} \right)} \quad (42)$$

Pode-se assumir a tensão na armadura como sendo a tensão provocada pelo pré-alongamento do cabo, ou seja:

$$\sigma_p = \frac{P_n}{A_p} \quad (43)$$

Onde:

$\sigma_s$  = acréscimo de tensão no centro de gravidade da armadura considerada, entre o Estado Limite de Descompressão e o carregamento considerado. Deve ser

calculada no Estádio II, considerando-se toda a armadura ativa, incluindo dentro de bainhas;

$M$  = momento fletor para o carregamento considerado (em geral, combinação frequente das ações) juntamente com o efeito hiperestático:

$$M = M_{EXT} + M_{HIP} \quad (44)$$

$P_n$  = força de neutralização;

$A_p$  = área de armadura ativa, em  $\text{cm}^2/\text{m}$ ;

$A_s$  = área de armadura passiva, em  $\text{cm}^2/\text{m}$ ;

$X$  = profundidade da linha neutra. Para o cálculo de  $x$  a ABNT6118 (2014) prescreve que seja adotada uma relação entre o módulo de elasticidade do aço e do concreto  $\alpha_e = 15$ .

Em cálculos manuais, pode-se adotar um valor médio para a linha neutra de:

$$x \cong 0,39d_s \quad (45)$$

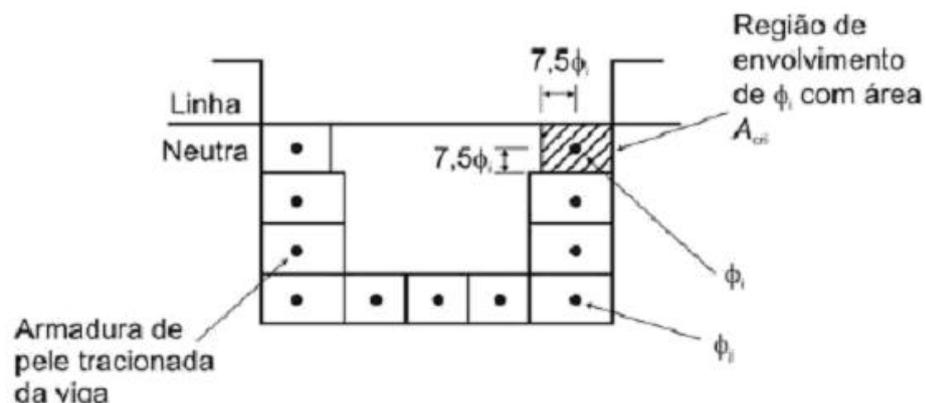
Substituindo-se as expressões 44 e 45 em 42 e admitindo que  $d_p \cong d_s$ , a tensão na armadura é dada por:

$$\sigma_s = \frac{1,15M}{A_s d_s} - \frac{P_n}{A_s} \quad (46)$$

3° Passo:

Cálculo da região de envolvimento protegida por uma barra da armadura passiva. A Figura 28 apresenta a influência de uma barra no combate a fissuração.

**Figura 28: Região de envolvimento protegida pela barra  $\phi_i$**



Fonte: Figura 17.3 da ABNT NBR 6118:2014

Onde:

$A_{cri}$  = área da região de envolvimento protegida pela barra  $\phi_i$ ;

No cálculo da abertura de fissuras, admite-se que apenas as armaduras passivas (ou ativas fora da bainha) combatam a fissuração.

4° Passo:

Cálculo da abertura característica das fissuras ( $W_k$ ). O valor adotado será o menor dentre os valores calculados com as expressões 47 e 48.

$$\frac{\phi_i}{12,5\eta_i} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \left( \frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) \quad (47)$$

$$\frac{\phi_i}{12,5\eta_i} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \frac{3\sigma_{si}}{f_{ct,m}} \quad (48)$$

Onde:

$\rho_{ri} = \frac{A_{si}}{A_{cri}}$ , sendo  $A_{si}$  a área da barra da armadura passiva  $\phi_i$ ;

$E_{si} = 2.100.000 \text{ kgf/cm}^2$  (210.000 MPa) para armadura passiva;

$\eta_i$  = coeficiente de conformação superficial da armadura considerada. A Tabela 4 apresenta esse coeficiente.

**Tabela 4: Coeficiente de conformação superficial**

Tipo de barra	$\eta_i$
Lisa	1
Dentada	1,4
Alta aderência	2,25

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

$f_{ct,m}$  – resistência média do concreto à tração. Para concretos com  $f_{ck} \leq 50$  Mpa, a ABNT NBR 6118:2014 indica:

$$f_{ct,m} = 0,3f_{ck}^{2/3}, \text{ em MPa} \quad (49)$$

### 5.3.6 VERIFICAÇÃO DA RUPTURA POR FLEXÃO – ESTADO LIMITE ÚLTIMO

A seguir será apresentado um roteiro para o cálculo da capacidade resistente de uma seção de concreto protendida para um momento fletor.

### 5.3.6.1 DETERMINAÇÃO DO VALOR DE CÁLCULO DA FORÇA DE PROTENSÃO

A equação 50 apresenta o cálculo da força de protensão:

$$P_d = \gamma_p \cdot P_k \quad (50)$$

Onde:

$\gamma_p = 0,9$  – situação favorável;

$\gamma_p = 1,1$  – situação desfavorável.

### 5.3.6.2 CÁLCULO DO PRÉ-ALONGAMENTO DA ARMADURA ATIVA

A Figura 29 apresenta uma peça protendida submetida apenas à força de protensão. A tensão normal no concreto na fibra correspondente ao centro de gravidade da armadura é dada por  $\sigma_{cp}$ .

**Figura 29: Peça de concreto atuando apenas a força de protensão**



Fonte: Autor (Adaptado de Emerick 2005)

A Figura 30 apresenta o estado de decompressão da seção, que consiste numa situação fictícia cujo através da aplicação de uma força externa  $P_n = P + \Delta P$  que anularia a tensão do concreto na fibra correspondente ao centro de gravidade da armadura.

**Figura 30: Peça de concreto no estado de decompressão**



Fonte: Autor (Adaptado de Emerick 2005)

A deformação na armadura ativa, correspondente à força de neutralização  $P_n$ , é chamada de pré-alongamento, designada por  $\varepsilon_{pn}$ . Para calcular  $\varepsilon_{pn}$ , adiciona-se à deformação da armadura ativa uma deformação igual à sofrida pelo concreto em função da tensão de compressão  $\sigma_{cp}$ . Desta forma:

$$\Delta\varepsilon_p = \frac{|\sigma_{cp}|}{\varepsilon_c} = \frac{1}{E_p} \alpha_p |\sigma_{cp}| \quad (51)$$

Portanto:

$$P_n = P_d + \alpha_p A_p |\sigma_{cp}| \quad (52)$$

$$\varepsilon_{pn} = \frac{P_n}{\alpha_p A_p} \quad (53)$$

Sendo:

$P_d$  = força de protensão de cálculo, em geral adota-se  $P_d = \gamma_p P_\infty$  (protensão no tempo infinito);

$A_p$  = área da armadura ativa;

$E_p$  = módulo de elasticidade do aço de protensão, em geral adota-se:  $E_p = 196$  GPa;

$$\alpha_p = E_p / E_c.$$

A tensão no centro de gravidade da armadura,  $\sigma_{cp}$ , pode ser obtida pela equação 54.

$$\sigma_{cp} = \frac{P_d}{A_c} + \frac{P_d e_p^2}{I_c} \quad (54)$$

Ou, caso a seção seja retangular:

$$\sigma_{cp} = \frac{P_d}{bh} + 12 \frac{P_d e_p^2}{bh^3} \quad (55)$$

Onde:

$e_p$  = excentricidade do centro de gravidade de cabo em relação ao centro de gravidade da seção, conforme Figura 29;

$A_c$  = área da seção transversal;

$I_c$  = momento de inércia da seção transversal;

$h$  = altura da seção;

$b$  = largura, para lajes em geral trabalha-se com  $b = 1$  m.

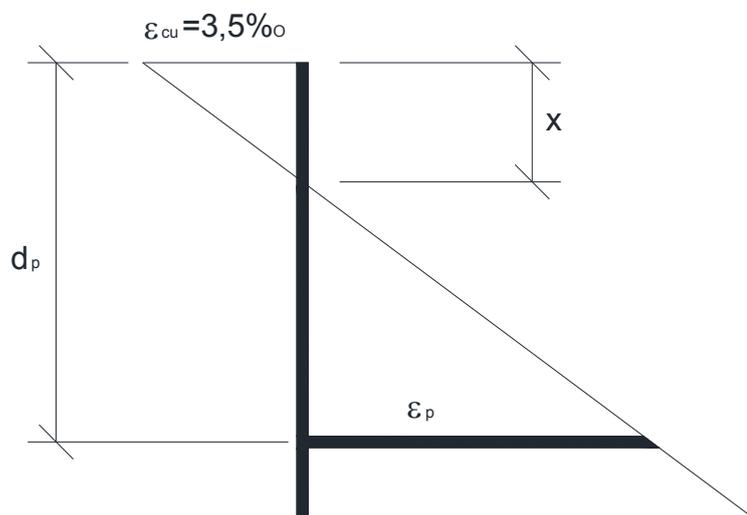
### 5.3.6.3 CÁLCULO DA TENSÃO NA ARMADURA ATIVA

O cálculo da tensão na armadura ativa é feito com a inserção da deformação total no diagrama tensão-deformação do aço, Figura 32. Esse cálculo é dividido em dois casos: armadura aderente e armadura não aderente.

#### 5.3.6.3.1 ARMADURA ADERENTE

No caso da armadura aderente, o valor de  $\varepsilon_p$  é obtido a partir da compatibilidade de deformações na seção. A Figura 31 apresenta os dados para esse cálculo.

**Figura 31: deformação na armadura ativa**



Fonte: Autor (Adaptado de Emerick 2005)

O cálculo da deformação se dá por:

$$\varepsilon_p = \frac{3,5}{x} d_p - 0,35\% \quad (56)$$

Obtida a deformação  $\varepsilon_p$  devida à curvatura da seção, calcula-se a deformação total ( $\varepsilon_{pt}$ ) acrescentando-se o pré-alongamento ( $\varepsilon_{pn}$ ).

$$\varepsilon_{pt} = \varepsilon_p + \varepsilon_{pn} \quad (57)$$

A deformação de cálculo será:

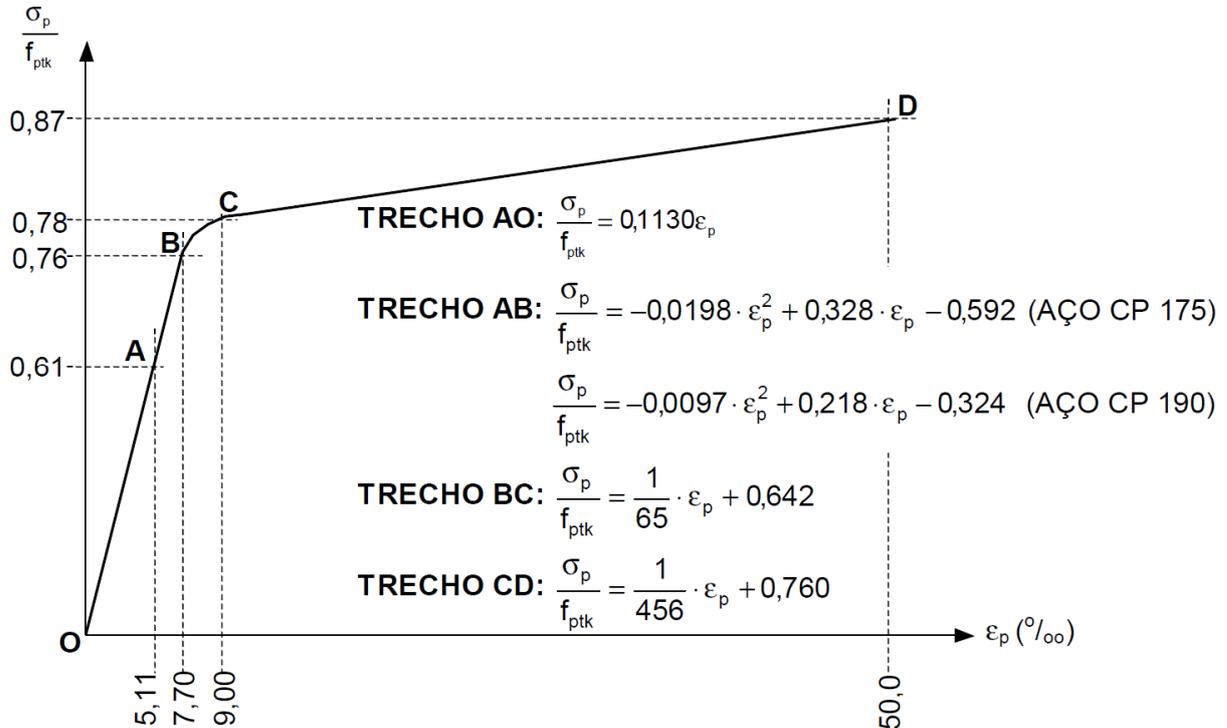
$$\varepsilon_{pd} = \frac{\varepsilon_{pt}}{\gamma_s} \quad (58)$$

Sendo:

$$\gamma_s = 1,15$$

Analisando a Figura 32, se entrar com o valor de cálculo da deformação ( $\varepsilon_{pd}$ ) na curva apresentada, a tensão calculada será a tensão de cálculo ( $\sigma_{pd}$ ).

**Figura 32: Diagrama tensão-deformação para o aço CP-175 e CP-190**



### 5.3.6.3.2 ARMADURA NÃO ADERENTE

Para peças com relação vão-espessura  $L/h \leq 35$ :

$$\sigma_p = \sigma_{pn} + 70 + \frac{f_{ck}}{100\rho_p} \leq \sigma_{pe} + 420 \leq f_{pyk} \text{ MPa} \quad (59)$$

Para peças com relação vão-espessura  $L/h > 35$ :

$$\sigma_p = \sigma_{pn} + 70 + \frac{f_{ck}}{300\rho_p} \leq \sigma_{pe} + 200 \leq f_{pyk} \text{ MPa} \quad (60)$$

As expressões 58 e 59 são válidas para  $\sigma_{pe} \geq 0,5f_{ptk}$

Onde:

$\sigma_{pn}$  = tensão na armadura protendida devida ao pré-alongamento, obtida a partir do diagrama tensão-deformação do aço (Figura 32) para  $\varepsilon_{pn}$  dado pela expressão 53;

$\sigma_{pe}$  = tensão efetiva na armadura protendida (após as perdas);

$\rho_p = \frac{A_p}{bd_p}$  = taxa de armadura de protensão;

$f_{pyk}$  = tensão de escoamento da armadura protendida.

A tensão de cálculo será:

$$\sigma_{pd} = \frac{\sigma_p}{\gamma_s} \quad (61)$$

Sendo:

$$\gamma_s = 1,15$$

#### 5.3.6.4 FÓRMULAS APROXIMADAS PARA SEÇÃO RETANGULAR

Para uma seção subarmada, o braço de alavanca interno ( $Z$ ) pode ser obtido pela expressão 62:

$$Z = d(1,0,6\omega_p) \quad (62)$$

Onde:

$d$  = altura útil.

O valor de  $d$  é estimado considerando-se a posição da resultante dos esforços de tração, apresentado na expressão 63:

$$d = \frac{A_p \sigma_{pd} d_p + A_s f_{yd} d_s}{A_p \sigma_{pd} + A_s f_{yd}} \quad (63)$$

$\omega_p$  = taxa mecânica de armadura protendida:

$$\omega_p = \rho_p \frac{\sigma_{pd}}{\sigma_{cd}} \quad (64)$$

O momento resistente da seção será dado pela expressão 65:

$$M_{rd} \leq M_{Rd,LIM} = 0,28bd^2\sigma_{cd} \quad (65)$$

Considerando-se:

$b = 1$  metro;

$\gamma_c = 1,4$ ;

Efeito Rüsç = 0,85.

O Valor de  $M_{Rd,LIM}$  pode ser obtido pela expressão 65.

$$M_{Rd,LIM} = \kappa_1 d^2 \quad (66)$$

Os valores de  $\kappa_1$  são apresentados na Tabela 5.

**Tabela 5: Valores de  $\kappa_1$  para o cálculo de  $M_{Rd,LIM}$**

$f_{ck}$ (MPa)	$\kappa_1$ (kgf.m/cm <sup>2</sup> )
20	34,0
25	42,5
30	51,0
35	59,5
40	68,0
45	76,5
50	85,0

Fonte: Emerick(2005)

No caso de monocordoalhas engraxadas, a tensão na armadura protendida ( $\sigma_{pd}$ ) pode ser obtida a partir das expressões 59 e 60. Para protensão aderente, Pfeil (1988) apresenta a seguinte expressão:

$$\sigma_{pd} = \frac{f_{ptk}}{\gamma_s} \left( 1,0,5\rho_p \frac{f_{ptk}/\gamma_s}{\sigma_{cd}} \right) \quad (67)$$

Admitindo:

Aço CP-190

$$\gamma_c = 1,4$$

Efeito Rüsçh = 0,85

$$\gamma_s = 1,15$$

$$\sigma_{pd} = 1650,2(1 - \kappa_2\rho_p) \text{ MPa} \quad (68)$$

Os valores de  $\kappa_2$  são apresentados na Tabela 6.

**Tabela 6: Valores de  $\kappa_2$** 

$f_{ck}$ (MPa)	$\kappa_2$ (MPa)
20	6,79
25	5,44
30	4,53
35	3,88
40	3,40
45	3,02
50	2,72

Fonte: Emerick (2005)

A expressão 67 é válida para  $\sigma_{pe} \geq 0,5f_{ptk}$ . No caso do aço CP-190,  $\sigma_{pe} \geq 9.500 \text{ kgf/cm}^2$  (950 MPa).

### 5.3.6.5 ESTADO LIMITE ÚLTIMO NO ATO DA PROTENSÃO

A ABNT NBR 6118:2014 diz que a verificação quanto ao ELU no ato da protensão deve ser feita levando-se em conta o Estado Limite Último de ruptura ou por alongamento excessivo do aço, considerando como resistência característica do concreto  $f_{ck,j}$ , correspondente à idade  $j$  em dias.

Para essa verificação, a ABNT NBR 6118:2014 prescreve os seguintes valores para os coeficientes de ponderação:

$$\gamma_c = 1,4$$

$$\gamma_s = 1,15$$

$$\gamma_p = 1,1 = \text{cargas oriundas da protensão com pós-tração};$$

$$\gamma_f = 1,0 = \text{para as ações desfavoráveis};$$

$$\gamma_f = 0,9 = \text{para as ações favoráveis};$$

Apenas as cargas que efetivamente atuarem na ocasião da protensão devem ser consideradas.

A ABNT NBR 6118:2014 admite que a segurança em relação ao ELU no ato de protensão esteja garantida desde que seja assegurado que:

- A tensão máxima de compressão na seção de concreto, obtida através das solicitações ponderadas de  $\gamma_p = 1,1$  e  $\gamma_f = 1,0$  não ultrapasse 70% da resistência característica  $f_{ck,j}$  prevista para a idade de aplicação da protensão;

- A tensão máxima de tração no concreto não ultrapasse 1,2 vezes a resistência à tração  $f_{ctm}$  correspondente ao valor  $f_{ck,j}$  especificado;

- Quando nas seções transversais existirem tensões de tração, haja armadura de tração calculada no Estádio II, permitindo-se admitir que a força nessa armadura, nessa fase da construção, seja igual à resultante das tensões de tração no concreto no Estádio I. Essa força não deve provocar, na armadura correspondente, acréscimos de tensão superiores a 150 MPa no caso de fios ou barras lisas e a 250 MPa em barras nervuradas.

### 5.3.7 VERIFICAÇÃO AO ESTADO LIMITE DE DEFORMAÇÃO EXCESSIVA – FLECHAS

A ABNT NBR 6118:2014 comenta que, caso a laje esteja dentro dos limites do Estádio I e não ultrapasse o ELS-F para a combinação considerada, pode-se considerar a inércia completa da seção. Porém, quando isso não ocorre, deve-se considerar uma rigidez equivalente  $(EI)_{eq}$ . A expressão 63 apresenta uma aproximação da  $(EI)_{eq}$ .

$$(EI)_{eq} = E_{cs} \left\{ \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \leq E_{cs} I_c \quad (69)$$

Onde:

$I_c$  = momento de inércia da seção bruta do concreto:

$$I_c = \frac{bh^3}{12} \quad (70)$$

$I_{II}$  = momento de inércia da seção fissurada de concreto no Estádio II;

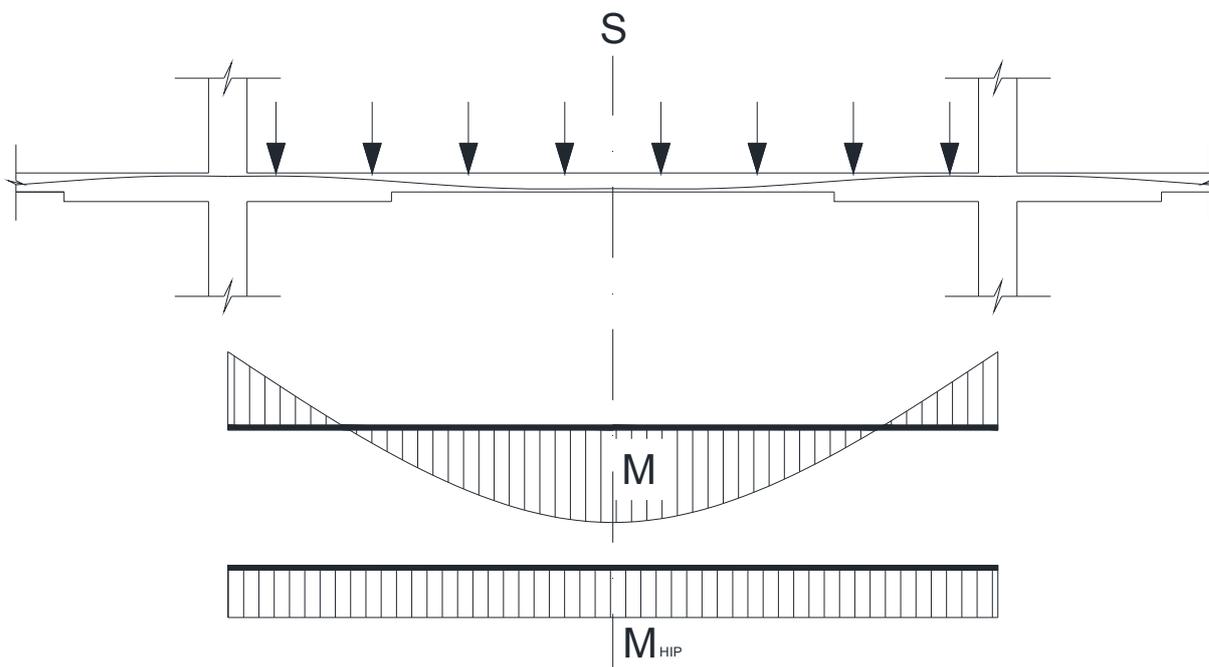
$M_a$  = momento fletor da seção crítica do vão considerado;

$M_r$  = momento de fissuração do elemento;

$E_{cs}$  = módulo de elasticidade secante do concreto.

Para o cálculo de  $M_r$ , precisa-se obter o valor do momento externo que levaria a seção a atingir o ELS-F. A Figura 33 apresenta o diagrama de momentos de um vão onde se deseja calcular o valor de  $M_r$  para a seção S.

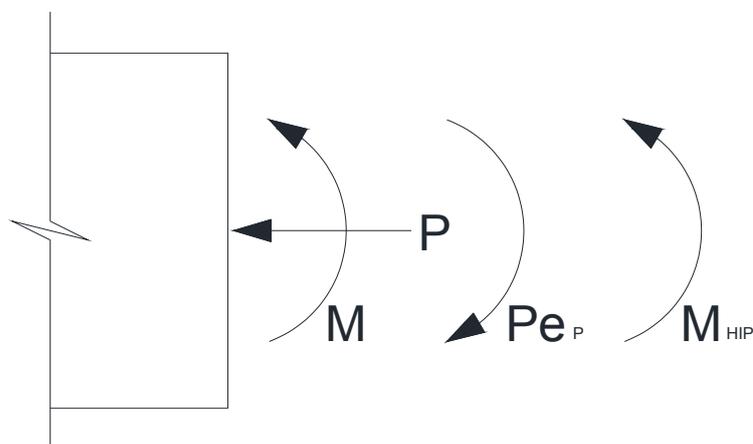
**Figura 33: Diagrama de momentos fletores**



Fonte: Autor (Adaptado de Emerick 2005)

A Figura 34 apresenta um esquema de esforços para a Seção S.

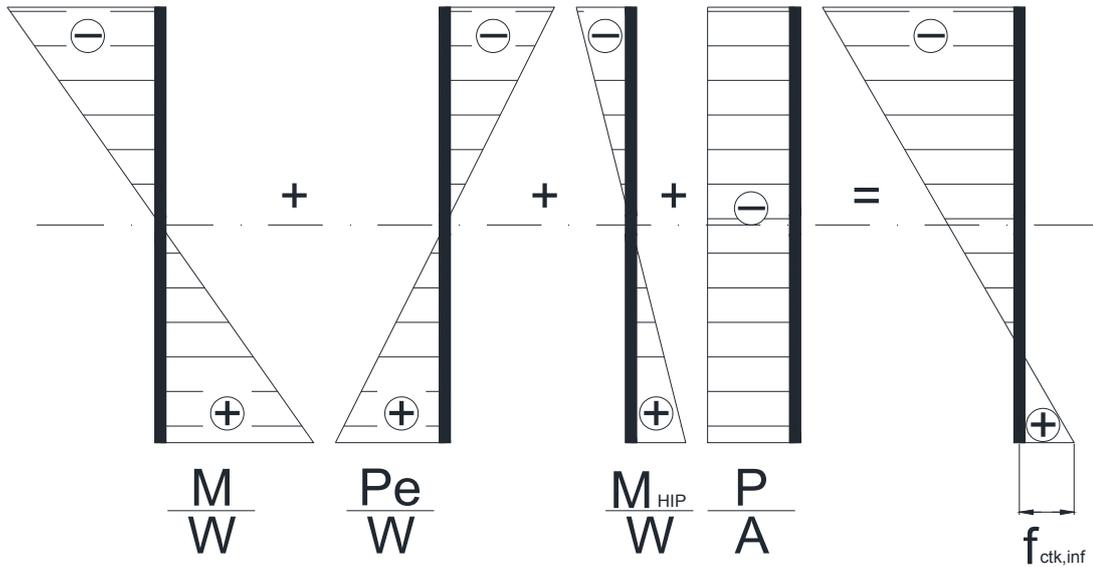
**Figura 34: Esforços na seção S**



Fonte: Autor (Adaptado de Emerick 2005)

Fazendo a combinação das tensões normais para a seção S e, admitindo que a máxima tensão de tração na seção seja  $f_{ctk,inf}$ , o momento fletor que leva a essa condição será o momento de fissuração,  $M_r$ . A Figura 35 apresenta essa combinação de tensões.

**Figura 35: Combinação das tensões normais para a seção S**



Fonte: Autor (Adaptado de Emerick 2005)

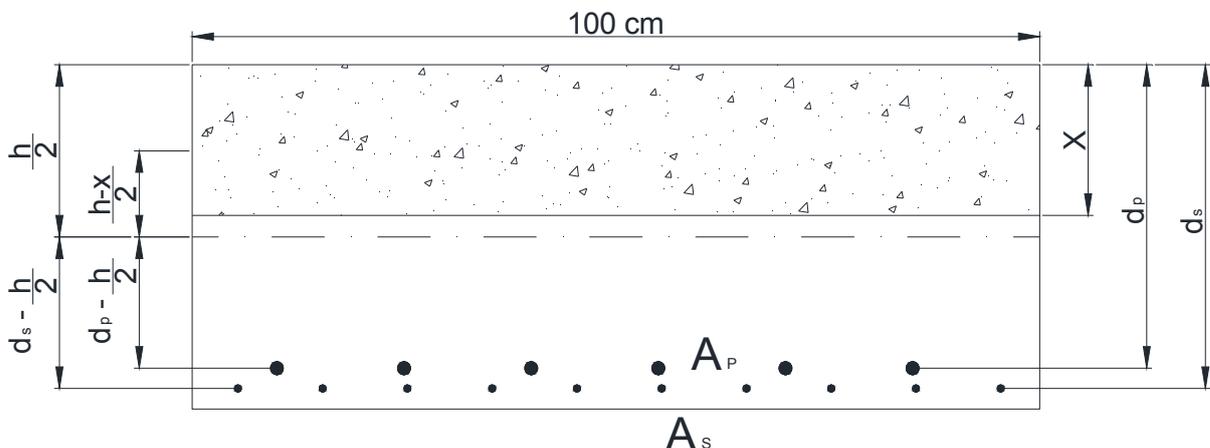
$$f_{ctk,inf} = \frac{M}{W} - \frac{Pe_p}{W} + \frac{M_{HIP}}{W} - \frac{P}{A} \quad (71)$$

Igualando  $M$  e  $M_r$ , e reposicionando os termos da expressão 71, tem-se:

$$M_r = \left( f_{ctk,inf} + \frac{P}{A} \right) W + Pe_p - M_{HIP} \quad (72)$$

Para o cálculo do momento de inércia da seção fissurada (Estádio II), Figura 36, usa-se o Teorema dos Eixos Paralelos considerando a área de concreto comprimida, desprezando toda a região tracionada, e considerando as armaduras ativas e passivas como uma seção homogeneizada em concreto através da relação entre os módulos de elasticidade,  $\alpha_p$  e  $\alpha_s$ .

**Figura 36: Cálculo do momento de inércia no Estádio II**



Fonte: Autor (Adaptado de Emerick 2005)

$$I_{II} = \frac{bx^3}{12} + bx \left[ \frac{h}{2} - \frac{x}{2} \right]^2 + \alpha_p A_p \left( d_p - \frac{h}{2} \right)^2 + \alpha_s A_s \left( d_s - \frac{h}{2} \right)^2 \quad (73)$$

O cálculo da linha neutra é feito a partir do equilíbrio da seção. Para a consideração da deformação diferida no tempo, basta multiplicar a parcial permanente da flecha imediata por  $(1+f)$ , onde  $f$  é o coeficiente de deformação lenta.

Ao calcular-se o pórtico na direção  $x$ , obtém-se a flecha máxima ( $w_x$ ) no vão correspondente ao painel que deseja ser estudado. Analogamente, obtém-se a flecha ( $w_y$ ) quando calculado o pórtico na direção  $y$ , correspondente ao mesmo painel de laje. A flecha total no centro do painel será igual à soma das flechas nas direções  $x$  e  $y$ .

$$W_{Total} = W_x + W_y \quad (74)$$

A ABNT NBR 6118:2014 apresenta uma tabela contendo os limites de deslocamentos (Tabela 7).

**Tabela 7: Limites para deslocamento**

Tipo de deslocamento	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento limite
Aceitabilidade sensorial	Visual			
	Outro	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	l/250
Estrutura em serviço	Superfícies que devem drenar água	Coberturas e varandas	Total	l/250 <sup>(1)</sup>
	Pavimentos que devem permanecer planos	Ginásios e pistas de boliche	Total	l/350 + contraflecha <sup>(2)</sup>
			Ocorrido após a construção do piso	l/600
Elementos que suportam equipamentos sensíveis	Laboratórios	Ocorrido após nivelamento do equipamento	De acordo com recomendação do fabricante do equipamento	
Efeitos em elementos não estruturais	Paredes	Alvenaria, caixilhos e revestimentos	Após a construção da parede	l/500 ou 10 mm ou $\theta=0,0017 \text{ rad}^{(4)}$
		Divisórias leves e caixilhos telescópicos	Ocorrido após a instalação da divisória	l/250 <sup>(3)</sup> ou 25 mm

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

Tabela 7 (Continuação)

Efeitos em elementos não estruturais	Paredes	Movimento lateral de edifícios	Provocado pela ação do vento para combinação frequente ( $\Psi_1 = 0,20$ )	H/2500 ou Hi/1250 <sup>(5)</sup> entre pavimentos <sup>(6)</sup>
		Movimentos térmicos verticais	Provocado por diferença de temperatura	l/400 (7) ou 15 mm
	Forros	Movimentos térmicos horizontais	Provocado por diferença de temperatura	Hi/500
		Revestimentos colados	Ocorrido após construção do forro	l/350
		Revestimentos pendurados ou com juntas	Deslocamento ocorrido após construção do forro	l/175
	Ponte rolante	Desalinhamento de trilhos	Deslocamento provocado pelas ações decorrentes da frenação	H/400

## Observações:

- 1) Todos os valores limites de deslocamentos supõem elementos de vão l suportados em ambas as extremidades por apoios que não se movem. Quando se tratar de balanços, o vão equivalente a ser considerado deve ser o dobro do comprimento do balanço.
- 2) Para o caso de elementos de superfície, os limites prescritos consideram que o valor de l é o menor vão, exceto em casos de verificação de paredes e divisórias, onde interessa a direção na qual a parede ou divisória se desenvolve, limitando-se esse valor a duas vezes o vão menor.
- 3) Todos os valores limites de deslocamentos supõem elementos de vão l suportados em ambas as extremidades por apoios que não se movem. Quando se tratar de balanços, o vão equivalente a ser considerado deve ser o dobro do comprimento do balanço.
- 4) Para o caso de elementos de superfície, os limites prescritos consideram que o valor de l é o menor vão, exceto em casos de verificação de paredes e divisórias, onde interessa a direção na qual a parede ou divisória se desenvolve, limitando-se esse valor a duas vezes o vão menor.
- 5) O deslocamento total deve ser obtido a partir da combinação das ações características ponderadas pelos coeficientes de acompanhamento definidos no capítulo 12.
- 6) Deslocamentos excessivos podem ser parcialmente compensados por contraflechas.

## Notas:

- (1) As superfícies devem ser suficientemente inclinadas ou o deslocamento previsto compensado por contraflechas, de modo a não ter acúmulo de água.
- (2) Os deslocamentos podem ser parcialmente compensados pela especificação de contraflechas. Entretanto, a atuação isolada da contraflecha não pode ocasionar um desvio no plano maior que l/350.

**Tabela 7 (Continuação)**

Notas:

- (3) As superfícies devem ser suficientemente inclinadas ou o deslocamento previsto compensado por contraflechas, de modo a não ter acúmulo de água.
- (4) Os deslocamentos podem ser parcialmente compensados pela especificação de contraflechas. Entretanto, a atuação isolada da contraflecha não pode ocasionar um desvio no plano maior que  $l/350$ .
- (5) O vão  $l$  deve ser tomado na direção na qual a parede ou a divisória se desenvolve.
- (6) Rotação nos elementos que suportam a parede.
- (7)  $H$  é a altura total do edifício e  $H_i$  o desnível entre dois pavimentos vizinhos.
- (8) Este limite aplica-se ao deslocamento lateral entre dois pavimentos consecutivos devido à atuação de ações horizontais. Não devem ser incluídos os deslocamentos devidos a deformações axiais nos pilares. O limite também se aplica para o deslocamento vertical relativo das extremidades de lintéis conectados a duas paredes de contraventamento, quando  $H_i$  representa o comprimento do lintel.
- (9) O valor de  $l$  refere-se à distância entre o pilar externo e o primeiro pilar interno.

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

### 5.3.8 CÁLCULO DAS PERDAS DE PROTENSÃO

Perdas de protensão são todas as perdas que o cabo de protensão sofre desde a sua ancoragem até o final da vida útil da estrutura.

A ABNT NBR 6118:2014 separa as perdas de protensão em dois grupos, sendo eles as perdas imediatas e as perdas diferidas no tempo.

#### 5.3.8.1 PERDAS IMEDIATAS

As perdas imediatas ocorrem durante a operação de protensão e acomodação das ancoragens. Elas são classificadas da seguinte maneira:

- Perdas por atrito;
- Perdas por ancoragem;
- Perdas por encurtamento imediato do concreto.

##### 5.3.8.1.1 PERDAS POR ATRITO

A expressão 75 apresenta o cálculo das perdas por atrito:

$$\Delta\sigma(x) = P_i [1 - e^{-(\mu \sum \alpha = kx)}] \quad (75)$$

Sendo:

$\Delta\sigma(x)$  = perda de protensão por atrito, medidas a partir de  $P_i$ , na seção da abscissa  $x$ ;

$P_i$  = Força máxima aplicada à armadura de protensão pelo equipamento de tração. A ABNT NBR 6118:2014 determina os limites de tensão na armadura de protensão ( $\sigma_{P_i}$ ) baseado na força  $P_i$ .

Para armadura pré-tracionada:

A tensão  $\sigma_{P_i}$  da armadura de protensão na saída do aparelho de tração deve respeitar os limites  $0,77 f_{ptk}$  e  $0,90 f_{ptk}$  para aços da classe de relaxação normal, e  $0,74 f_{ptk}$  e  $0,85 f_{ptk}$  para aços da classe de relaxação baixa.

Para armaduras pós-tracionada:

A tensão  $\sigma_{P_i}$  da armadura de protensão na saída do aparelho de tração deve respeitar os limites  $0,74 f_{ptk}$  e  $0,87 f_{ptk}$  para aços da classe de relaxação normal, e  $0,74 f_{ptk}$  e  $0,82 f_{ptk}$  para aços da classe de relaxação baixa;

Para as cordoalhas engraxadas, com aços da classe de relaxação baixa, os valores-limites da tensão  $\sigma_{P_i}$  da armadura de protensão na saída do aparelho de tração podem ser elevados para  $0,80 f_{ptk}$  e  $0,88 f_{ptk}$ ;

Nos aços CP-85/105, fornecidos em barras, os limites passam a ser  $0,72 f_{ptk}$  e  $0,88 f_{ptk}$ , respectivamente.

$x$  = abscissa do ponto onde se calcula  $\Delta P$ , medida a partir da ancoragem, expressa em metros;

$\sum \alpha$  = soma dos ângulos de desvio entre a ancoragem e o ponto de abscissa  $x$ , expressa em radianos;

$\mu$  = é o coeficiente de atrito aparente entre o cabo e a bainha. Na falta de dados experimentais, pode-se adotar (em radianos):

$\mu = 0,50$  entre cabo e concreto (sem bainha);

$\mu = 0,30$  entre barras ou fios com mossas ou saliências e bainhas metálicas;

$\mu = 0,20$  entre fios lisos ou cordoalhas e bainha metálica;

$\mu = 0,10$  entre fios lisos ou cordoalhas e bainha metálica lubrificada;

$\mu = 0,05$  entre cordoalha e bainha de polipropileno lubrificada;

$k$  = coeficiente de perdas por metro provocadas por curvas não intencionais do cabo.

Na falta de dados experimentais, pode ser adotado o valor de:

$$k = 0,001 \text{ m}^{-1}.$$

#### 5.3.8.1.2 PERDAS POR ANCORAGEM

A ABNT NBR 6118:2014 comenta que as perdas por ancoragem devem ser determinadas experimentalmente ou adotados os valores de escorregamento indicados pelo fabricante dos dispositivos de ancoragem.

Emerick (2005) apresenta um processo iterativo para se estimar as perdas de protensão:

1° Passo:

Fixação de um valor para  $x$  (onde  $x$  é a região de influência da cravação);

2° Passo:

Cálculo do valor de  $\sigma(x) = \sigma_0 e^{-u(\Sigma \alpha + kx)}$

3° Passo:

Cálculo do valor de  $\Delta\sigma = 2(\sigma_0 - \sigma(x))$ ;

4° Passo:

Verificação de:  $\delta E_p = A_{TRIÂNGULO} = \frac{\Delta\sigma X}{2}$  (Figura 37);

Onde:

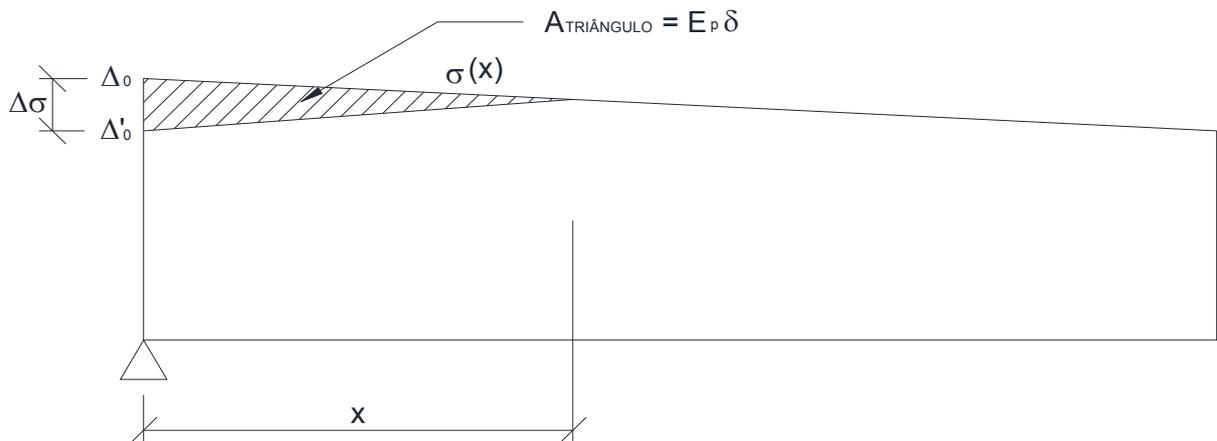
$\delta$  = cravação da ancoragem. Em geral  $\delta = 5 \text{ mm}$  a  $8 \text{ mm}$ ;

$E_p$  = módulo de elasticidade do aço de protensão ( $E_p = 196 \text{ GPa}$ ).

5° Passo:

Caso não seja verificada a igualdade, arbitra-se outro valor de  $x$  até que seja satisfeito o 4° Passo.

**Figura 37: Cálculo da influência da cravação da cunha**



Fonte: Autor (Adaptado de Emerick 2005)

### 5.3.8.1.3 PERDAS POR ENCURTAMENTO IMEDIATO DO CONCRETO

A perda média de protensão por cabo pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$\Delta\sigma_p = \frac{\alpha_p(\sigma_{cp} + \sigma_{cg})(n - 1)}{2n} \quad (76)$$

Onde:

$\Delta\sigma_p$  = perda média de protensão por cabo devida ao encurtamento imediato do concreto;

$n$  = número de cabos;

$\alpha_p = E_p / E_c(t_0)$ ;

$E_p$  = módulo de elasticidade do aço de protensão,  $E_p = 196$  GPa;

$E_c(t_0)$  = módulo de elasticidade do concreto na idade da protensão –  $t_0$ ;

$\sigma_{cp}$  = tensão inicial no concreto ao nível do baricentro da armadura de protensão, devido à protensão simultânea de  $n$  cabos.  $\sigma_{cp}$  é dada por:

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Sd}}{A_c} \quad (77)$$

Onde:

$N_{Sd}$  = força longitudinal na seção devido à protensão ou carregamento (a compressão é considerada com sinal positivo);

$A_c$  = área da seção transversal de concreto.

$\sigma_{cg}$  = tensão no concreto ao nível do baricentro da armadura de protensão, devido à carga permanente mobilizada pela protensão ou simultaneamente aplicada com a protensão.  $\sigma_{cg}$  é dada por:

$$\sigma_{cg} = \frac{Pe_p^2}{I_c} - \frac{M_g e_p}{I_c} \quad (78)$$

Onde:

$e_p$  = posição do C.G. do cabo em relação ao C.G. da peça na seção considerada;

$I_c$  = momento de inércia da seção transversal de concreto;

$P$  = força de protensão inicial, considerando-se as perdas por atrito;

$M_g$  = momento fletor proveniente das cargas mobilizadas com a protensão, em geral momento, devido ao peso próprio da estrutura.

### 5.3.8.2 PERDAS DIFERIDAS NO TEMPO

As perdas diferidas no tempo levam em consideração as perdas devido a fluência e retração do concreto, bem como a relaxação do aço. A equação 79 apresenta essa estimativa de perda.

$$\Delta\sigma_{P,c+s+r} = \frac{\varepsilon_{cs}(t, t_s)E_p + \Delta\sigma_{Pr} + \alpha[\sigma_{cg}(t_0) + \sigma_{cP}(t_0)]\varphi(t, t_0)}{1 - \alpha \frac{\sigma_{cP}(t_0)}{\sigma_P(t_0)} \left[ \frac{E_{c28}}{E_c(t_0)} + \chi(t, t_0)\varphi(t, t_0) \right]} \quad (79)$$

Onde:

$\varepsilon_{cs}(t, t_s)$  = Retração do concreto;

$E_p$  = módulo de elasticidade do aço de protensão;

$\Delta\sigma_{Pr}$  = perda por relaxação pura do aço adotando-se como tensão de referência os dados obtidos pela equação 80.

$$\sigma_P = \sigma_{P0} - 0,3\Delta\sigma_{P,c+s+r} \quad (80)$$

$\sigma_{P0}$  = tensão inicial nos cabos (já desconsideradas as perdas iniciais) com  $\Delta\sigma_{P,c+s+r}$ , valor estimado em torno de 10% a 15%, dependendo se o aço é de relaxação normal ou baixa;

$\sigma_{cg}(t_0)$  = tensão no concreto na altura dos cabos de protensão em decorrência das cargas mobilizadas na protensão (em geral cargas permanentes);

$\sigma_{CP}(t_0)$  = tensão no concreto na altura dos cabos causada pela força de protensão;

$\varphi(t, t_0)$  = coeficiente de fluência do concreto;

$\alpha = E_s / E_{ci}$ ;

$\sigma_{CP}(t_0)$  = tensão no aço no instante ( $t_0$ ) (já descontadas as perdas iniciais);

$\chi(t, t_0)$  = coeficiente de envelhecimento:

$$\chi(t, t_0) = \begin{cases} 0,8 & \text{se } 10 \text{ dias} \leq t_0 \leq 30 \text{ dias} \\ t_0^{0,5} / (1 + t_0^{0,5}) & \end{cases} \quad (81)$$

Em relação ao módulo de elasticidade, quando não se tem dados experimentais a ABNT NBR 6118:2014 apresenta as equações 82 e 83.

Para  $f_{ck}$  de 20 MPa a 50 MPa tem-se:

$$E_{ci} = \alpha_E 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (82)$$

Para  $f_{ck}$  de 55 MPa a 90 MPa tem-se:

$$E_{ci} = 21,5 \cdot 10^3 \alpha_E \left( \frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{1/3} \quad (83)$$

Onde:

$\alpha_E = 1,2$  para basalto e diabásio;

$\alpha_E = 1,0$  para granito e gnaisse;

$\alpha_E = 0,9$  para calcário;

$\alpha_E = 0,7$  para arenito.

### 5.3.8.2.1 CÁLCULO DO COEFICIENTE DE FLUÊNCIA

Emerick (2005) comenta que para concreto com temperatura ambiente em torno de 20°C e submetido a tensões normais ( $\sigma_c \leq 0,4f_{cm}$ ), o coeficiente de fluência é dado pela expressão 84.

$$\varphi(t, t_0) = \phi_0 \beta_c (t - t_0) \quad (84)$$

Sendo:

$$\phi_0 = \phi_{RH}\beta(f_{cm})\beta(t_0) \quad (85)$$

$$\phi_{RH} = 1 + \frac{1 - \frac{RH}{RH_0}}{0,46 \left( \frac{h_{fic}}{h_0} \right)^{1/3}} \quad (86)$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{5,3}{\sqrt{f_{cm}/f_{cmo}}} \quad (87)$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + \left( t_0/t_1 \right)^{0,2}} \quad (88)$$

$RH$  = umidade relativa do ar (%);

$RH_0$  = 100% de umidade;

$h_{fic}$  =  $2A_c/u$  sendo o perímetro exposto ao meio ambiente;

$h_0$  = 100 mm;

$f_{cm}$  = resistência média a compressão do concreto (Equação 89);

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ MPa} \quad (89)$$

$f_{cmo}$  = 10 MPa;

$t_1$  = 1 dia.

A idade  $t_0$  deve ser corrigida em razão do tipo de cimento e da temperatura ambiente diferente de 20°C.

$$t_0 = t_{0,T} \left[ \frac{9}{2 + \frac{t_{0,T}^{1,2}}{t_1^{1,2}}} + 1 \right]^\alpha \geq 0,5 \text{ dia} \quad (90)$$

Sendo:

**Tabela 8: coeficiente  $\alpha$** 

$\alpha$	Tipo de cimento
1	RS – cimento de endurecimento rápido
0	N,R – cimento de endurecimento normal a rápido
-1	SL – cimento de endurecimento lento

Fonte: Emerick (2005)

$$t_{0,T} = \sum_{i=1}^n \Delta t_i \exp \left[ - \left( \frac{4000}{273 + \frac{T(\Delta t_i)}{t_0}} \right) \right] \quad (91)$$

Com:

$\Delta t_i$  = intervalos de tempo (em dias);

$T(\Delta t_i)$  = temperatura em °C no intervalo  $\Delta t_i$ ;

$t_0 = 1$  °C

A Parcela  $\beta_c(t - t_0)$  é dada pela equação 92:

$$\beta_c(t - t_0) = \left( \frac{(t - t_0)/t_1}{\beta_H + (t - t_0)/t_1} \right)^{0,3} \quad (92)$$

Onde:

$$\beta_H = 150 \left[ 1 + \left( 1,2 \frac{RH}{RH_0} \right)^{18} \right] \frac{h_{fic}}{h_0} + 250 \leq 1500 \text{ dias} \quad (93)$$

Quando o valor de  $(t - t_0)$  tende ao infinito, o termo  $\beta_c(t - t_0)$  tende a 1.

### 5.3.8.2.2 CÁLCULO DA RETRAÇÃO DO CONCRETO

Para concreto com temperatura ambiente em torno de 20°C, a retração do concreto pode ser estimada pela expressão 94:

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cso} \beta_s(t - t_s) \quad (94)$$

Sendo:

$t_s$  = tempo para a cura do concreto, em geral, 3 dias.

$$\varepsilon_{cso} = \varepsilon_s(f_{cm28}) \beta_{RH} \quad (95)$$

$$\varepsilon_s(f_{cm28}) = \left[ 160 + 10 \beta_{sc} \left( 9 - \frac{f_{cm}}{f_{cmo}} \right) \right] 10^{-6} \quad (96)$$

**Tabela 9: Coeficiente  $\beta_{sc}$** 

$\beta_{sc}$	Tipo de cimento
4	RS – cimento de endurecimento rápido
5	N,R – cimento de endurecimento normal a rápido
8	SL – cimento de endurecimento lento

Fonte: Emerick (2005)

$$\beta_{RH} = \begin{cases} -1,55 \left[ 1 - \left( \frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right] & \text{para } 40\% \leq RH \leq 99\% \\ 0,25 & \text{para } RH \geq 99\% \end{cases} \quad (97)$$

$$\beta_s(t - t_s) = \left[ \frac{\frac{t-t_s}{t_1}}{350 \left( \frac{h_{fic}}{h_0} \right) + \frac{t-t_s}{t_1}} \right]^{1/2} \quad (98)$$

A ABNT NBR 6118:2014 apresenta uma tabela contendo o coeficiente de fluência e de retração do concreto em razão da umidade ambiente e da espessura equivalente ( $h_{fic} = 2A_c/u$ ). Os valores da Tabela 10 são válidos para temperaturas do concreto variando entre 0°C e 40°C e concretos plásticos com cimento Portland comum.

**Tabela 10: Valores característicos superiores da deformação específica de retração  $\epsilon_{cs}(t, t_0)$  e do coeficiente de fluência  $\phi(t, t_0)$** 

Umidade ambiente (%)		40%		55%		75%		90%		
Espessura Equivalente $2A_c/u$ (cm)		20	60	20	60	20	60	20	60	
$\phi(t, t_0)$ Concreto das classes C20 a C45	$t_0$ (dias)	5	4,6	3,8	3,9	3,3	2,8	2,4	2,0	1,9
		30	3,4	3,0	2,9	2,6	2,2	2,0	1,6	1,5
		60	2,9	2,7	2,5	2,3	1,9	1,8	1,4	1,4
$\phi(t, t_0)$ Concreto das classes C50 a C90	$t_0$ (dias)	5	2,7	2,4	2,4	2,1	1,9	1,8	1,6	1,5
		30	2,0	1,8	1,7	1,6	1,4	1,3	1,1	1,1
		60	1,7	1,6	1,5	1,4	1,2	1,2	1,0	1,0
$\epsilon_{cs}(t, t_0)$ (‰)	$t_0$ (dias)	5	-0,53	-0,47	-0,48	-0,43	-0,36	-0,32	-0,18	-0,15
		30	-0,44	-0,45	-0,41	-0,41	-0,33	-0,31	-0,17	-0,15
		60	-0,39	-0,43	-0,36	-0,40	-0,30	-0,31	-0,17	-0,15

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

### 5.3.8.2.3 CÁLCULO DA RELAXAÇÃO DO AÇO

A relaxação de cordoalhas após 1000 horas a 20°C, obtida em ensaios descritos na ABNT 7484 (1990), não deve superar os valores limites descritos na ABNT 7483 (2005). Para efeito de projeto, podem ser adotados os valores apresentados na Tabela 11.

**Tabela 11: Valores de relaxação em 1000 horas –  $\rho_{1000}(\%)$  – para cordoalhas brasileiras**

$\sigma_{P0}$	Cordoalhas		Fios		Barras
	RN	RB	RN	RB	
0,5 $f_{ptk}$	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0,6 $f_{ptk}$	3,5	1,3	2,5	1,0	1,5
0,7 $f_{ptk}$	7,0	2,5	5,0	2,0	4,0
0,8 $f_{ptk}$	12,0	3,5	8,5	3,0	7,0

Onde  
RN é a relaxação normal;  
RB é a relaxação baixa.

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

Sendo:

$$\Delta\sigma_{Pr} = \rho(\%) \sigma_{P0} \quad (99)$$

A porcentagem de relaxação em uma idade  $t$  horas pode ser avaliada pela expressão 100:

$$\rho_t(\%) = \rho_{1000}(\%) \left( \frac{t}{1000} \right)^k \quad (100)$$

Onde:

$$k = \log \left( \frac{\rho_{1000}}{\rho_{100}} \right) \quad (101)$$

Sendo que  $k$  pode ser adotado como:

$k = 0,12$  para aços de relaxação normal;

$k = 0,19$  para aços de relaxação baixa;

### 5.3.8.3 CÁLCULO DO ALONGAMENTO TEÓRICO

Para tensões que estejam dentro do limite de proporcionalidade do aço, o alongamento dos cabos obedece a Lei de Hooke:

$$\Delta_l = \frac{P_{MÉDIO} l}{E_p A_p} \quad (102)$$

Onde:

$\Delta_l$  = alongamento total do cabo;

$l$  = comprimento do cabo;

$P_{MÉDIO}$  = força de protensão média ao longo do cabo;

$E_p$  = módulo de elasticidade do aço;

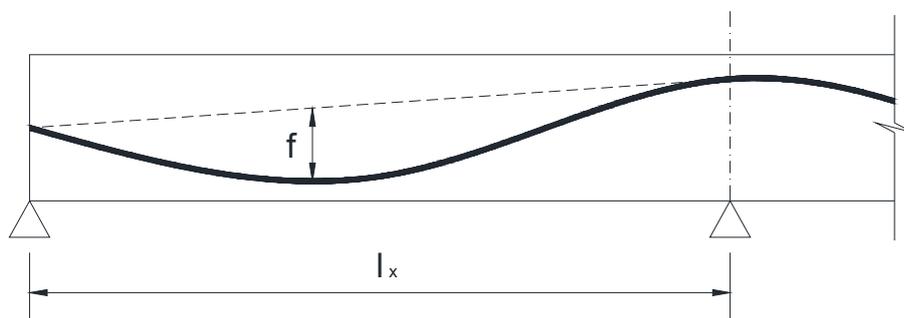
$A_p$  = área da seção transversal do cabo.

Costuma-se considerar como comprimento do cabo a projeção horizontal do mesmo. Porém, pode-se usar a expressão 103 para se ter um valor mais preciso.

$$l = l_x + \frac{8f^2}{3l_x} \quad (103)$$

Na Figura 38 são apresentadas explicações referentes a expressão 101.

**Figura 38: Cálculo do comprimento dos cabos**



Fonte: Autor (Adaptado de Emerick 2005)

Para lajes usuais com monocordoalhas engraxadas, admitindo-se uma perda média de 10% (incluindo a cravação da ancoragem), o alongamento teórico previsto será em torno de 0,66 cm/m.

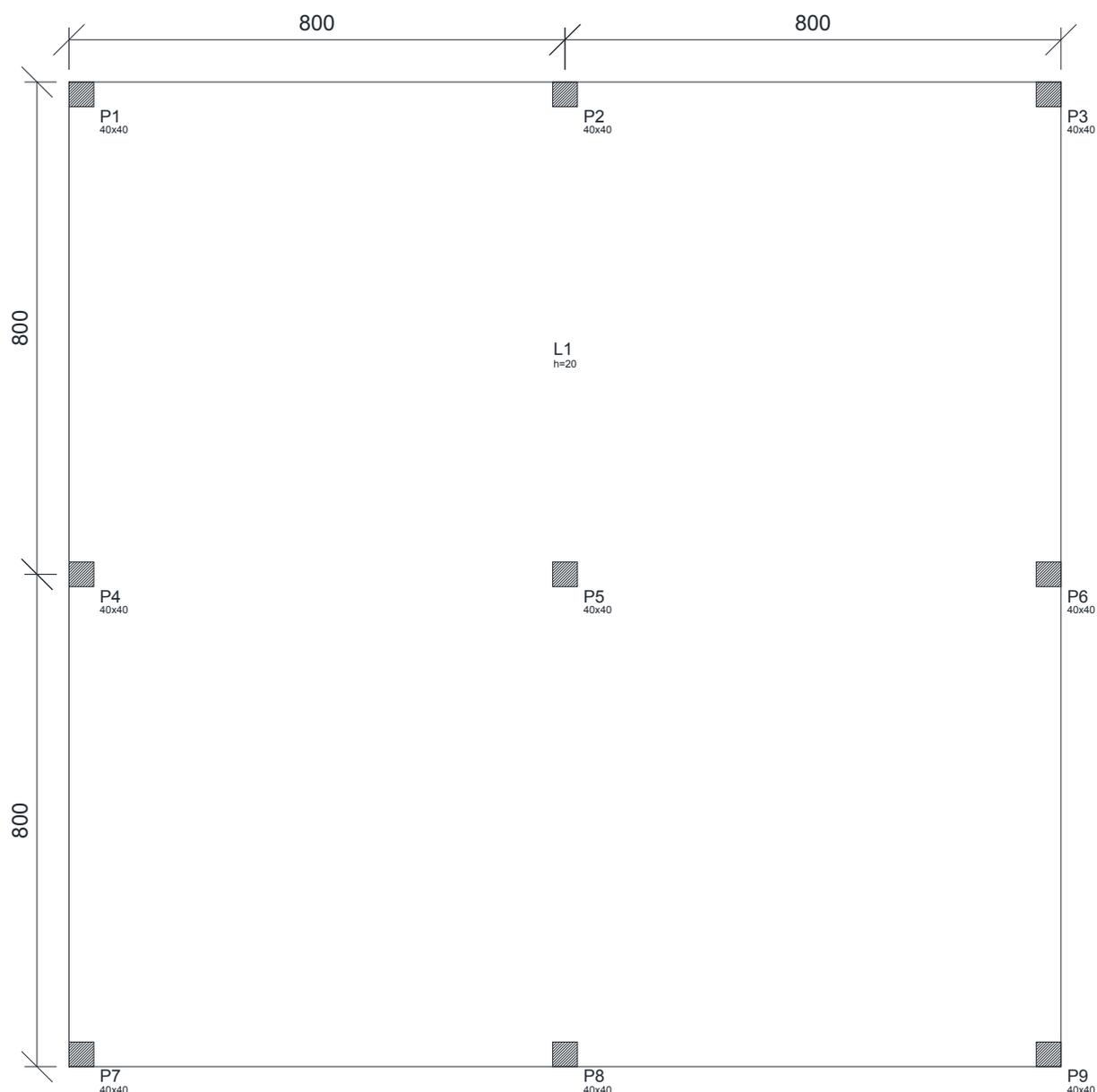
## 6 EXEMPLO NUMÉRICO – COMPARAÇÃO DE DIMENSIONAMENTO ENTRE O MÉTODO DOS PÓRTICOS EQUIVALENTES E GRELHAS

No presente capítulo é apresentada uma comparação do dimensionamento de uma laje bissimétrica, utilizando o Método dos Pórticos Equivalentes (MPE) e Grelhas.

No MPE, será utilizado o roteiro de dimensionamento apresentado por Emerick (2005), e para o cálculo de Grelhas será utilizado o *software* TQS.

O exemplo a seguir está baseado na Figura 39.

**Figura 39: Forma do exemplo de comparação de dimensionamento entre os métodos MPE e GRELHAS**



Fonte: Autor

Vão – 800 cm;

Espessura da laje – 20 cm;

Classe de agressividade ambiental – Moderada;

Tipo de protensão – Protensão Parcial;

Cobrimento das armaduras da laje:

- Armadura passiva – 2,5 cm;

- Armadura ativa – 3,0 cm.

Concreto:

-  $f_{ck} = 30\text{MPa}$ ;

-  $a/c \leq 0,55$ ;

-  $E_{cs} = 26\text{GPa}$ ;

-  $f_{ckj} = 21\text{MPa}$ .

Aço de protensão:

- Cordoalha de 7 fios – Engraxada e Plastificada: CP 190 RB 7;

-  $\phi = 12,7\text{ mm}$ ; Área =  $100\text{ mm}^2$ ;  $E_p = 195.000\text{ MPa}$  (varia com o lote);

-  $f_{ptk} = 1.900\text{ MPa}$ .

Carregamentos:

- Peso próprio –  $\gamma_c = 25\text{ kN/m}^3$  - espessura de laje = 20 cm –  $5\text{ kN/m}^2$ ;

- Carga permanente –  $1\text{ kN/m}^2$ ;

- Carga acidental –  $1,5\text{ kN/m}^2$ ;

## **6.1 DIMENSIONAMENTO PELO MEF**

### **6.1.1 CARGA A SER EQUILIBRADA**

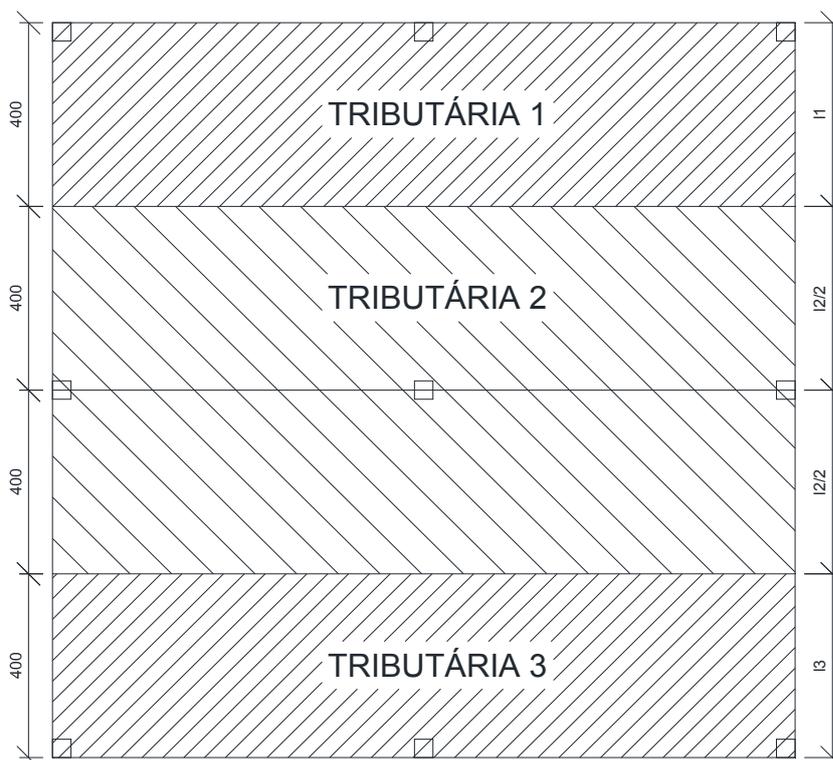
A carga a ser equilibrada será a seguinte:

Peso Próprio +  $0,5\text{ kN/m}^2$ , =  $5,5\text{ kN/m}^2$

### 6.1.2 ESPECIFICAÇÃO DA TRAJETÓRIA DOS CABOS

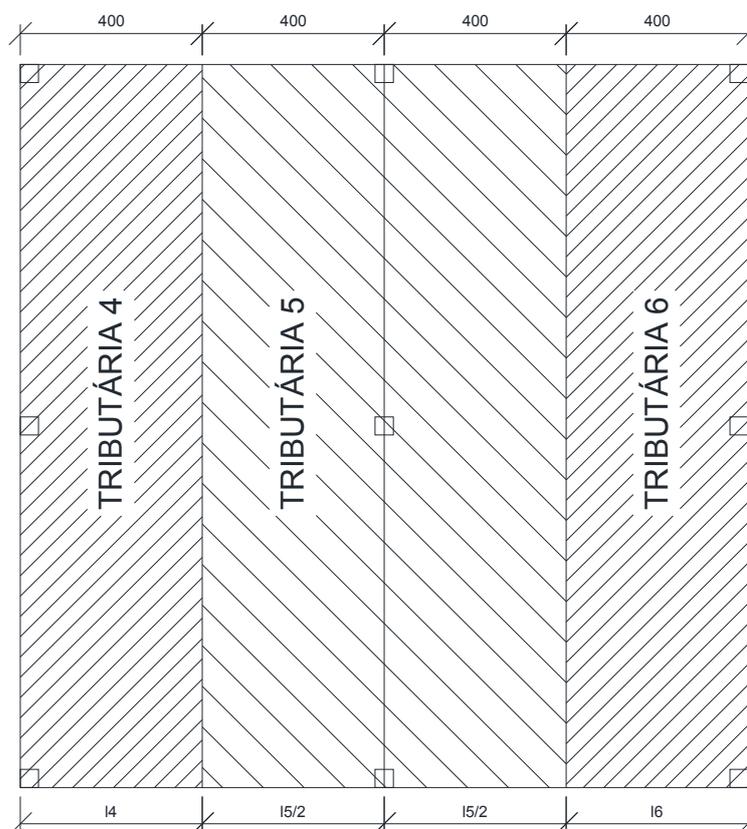
O perfil dos cabos foi especificado mediante a tributária que ele pertence. A Figura 40 apresenta a especificação das tributárias 1, 2 e 3, enquanto a Figura 41 apresenta a especificação das tributárias 4, 5 e 6.

**Figura 40: Especificação das tributárias 1, 2 e 3**



Fonte: Autor

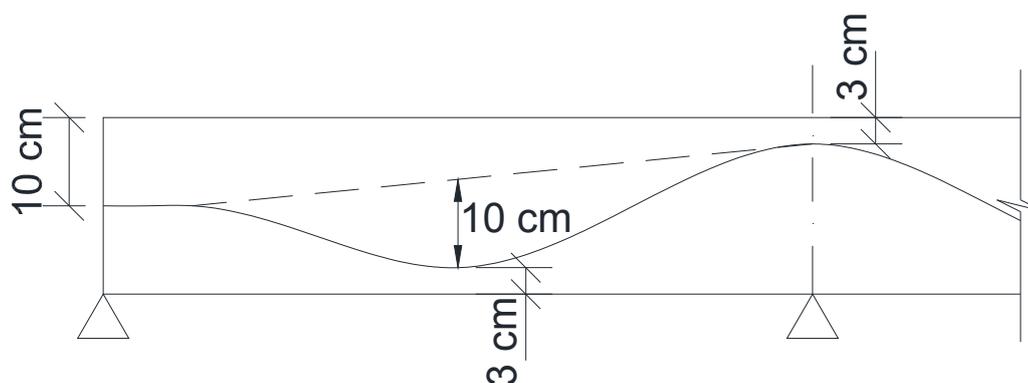
**Figura 41: Especificação das tributárias 4, 5 e 6**



Fonte: Autor

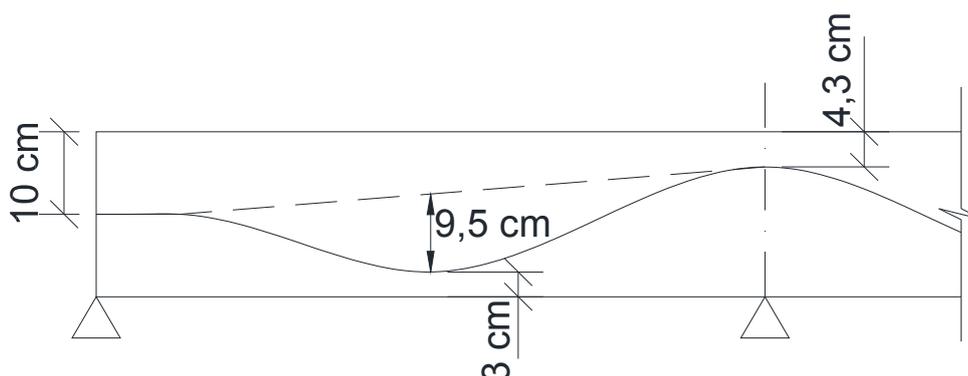
Nas tributárias 1, 2 e 3 foram utilizados feixes concentrados, enquanto as tributárias 4, 5 e 6 estão com os seus cabos distribuídos na laje. Desta maneira, para que no apoio central as cordoalhas da tributária 2 e 5 não se choquem, os cabos da tributária 2 foram rebaixados 12,7mm, espaço suficiente para que os cabos da tributária 5 passem por cima. A Figura 42 apresenta o perfil dos cabos das tributárias 1, 3, 4, 5 e 6, enquanto a Figura 43 apresenta o perfil dos cabos da tributária 2.

**Figura 42: Perfil dos cabos das tributárias 1, 3, 4, 5 e 6**



Fonte: Autor

**Figura 43: Perfil dos cabos da tributária 2**



Fonte: Autor

### 6.1.3 DETERMINAÇÃO DA FORÇA DE PROTENSÃO NECESSÁRIA

Devido a diferenciação de perfil dos cabos, o cálculo da força de protensão necessária também será diferente.

#### 6.1.3.1 DETERMINAÇÃO DA FORÇA DE PROTENSÃO NECESSÁRIA PARA OS CABOS DAS TRIBUTÁRIAS 1, 3, 4, 5 E 6

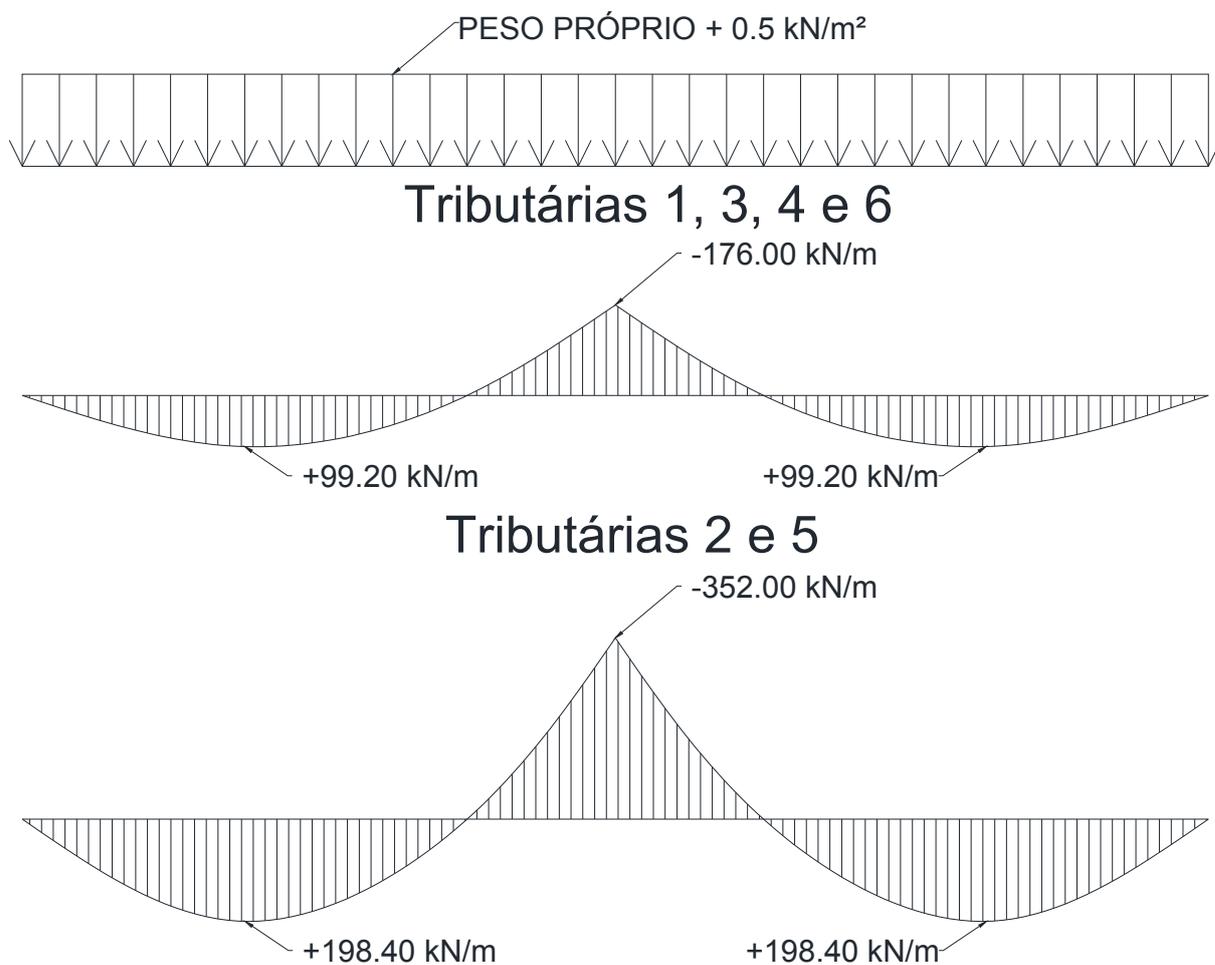
$$P = \frac{ql^2}{8f} = \frac{550 \cdot 8^2}{8 \cdot 0,10} = 44000 \text{ kN/m}$$

#### 6.1.3.2 DETERMINAÇÃO DA FORÇA DE PROTENSÃO NECESSÁRIA PARA OS CABOS DA TRIBUTÁRIA 2

$$P = \frac{ql^2}{8f} = \frac{550 \cdot 8^2}{8 \cdot 0,095} = 46315,8 \text{ kN/m}$$

### 6.1.4 ESFORÇOS POR TRIBUTÁRIA

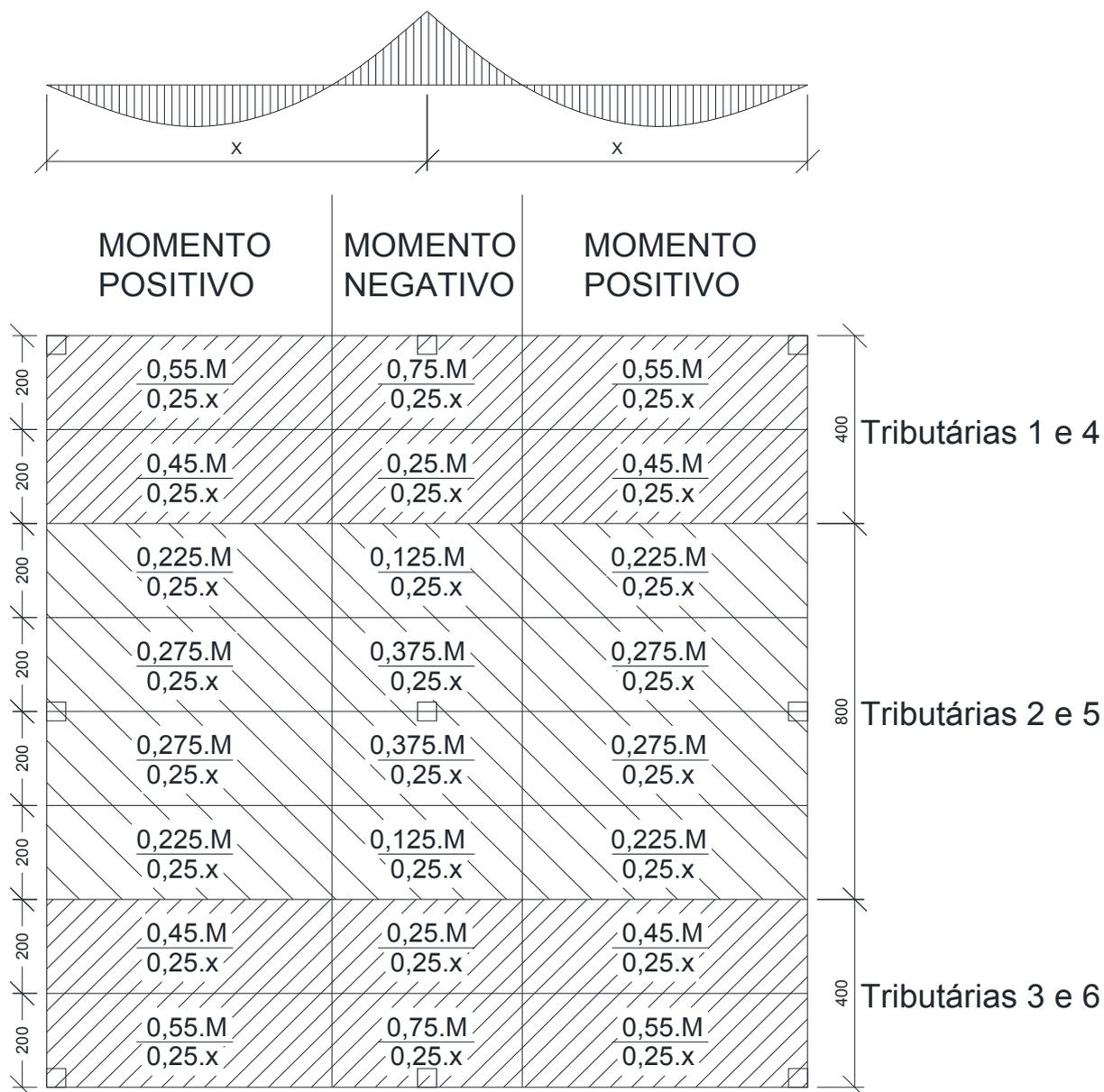
Os esforços para as tributárias foram calculados utilizando o *software* Ftool. A Figura 44 apresenta os esforços encontrados para as tributárias:

**Figura 44: Esforços para as tributárias**

Fonte: Autor

A Figura 45 apresenta o cálculo dos esforços em cada trecho da laje:

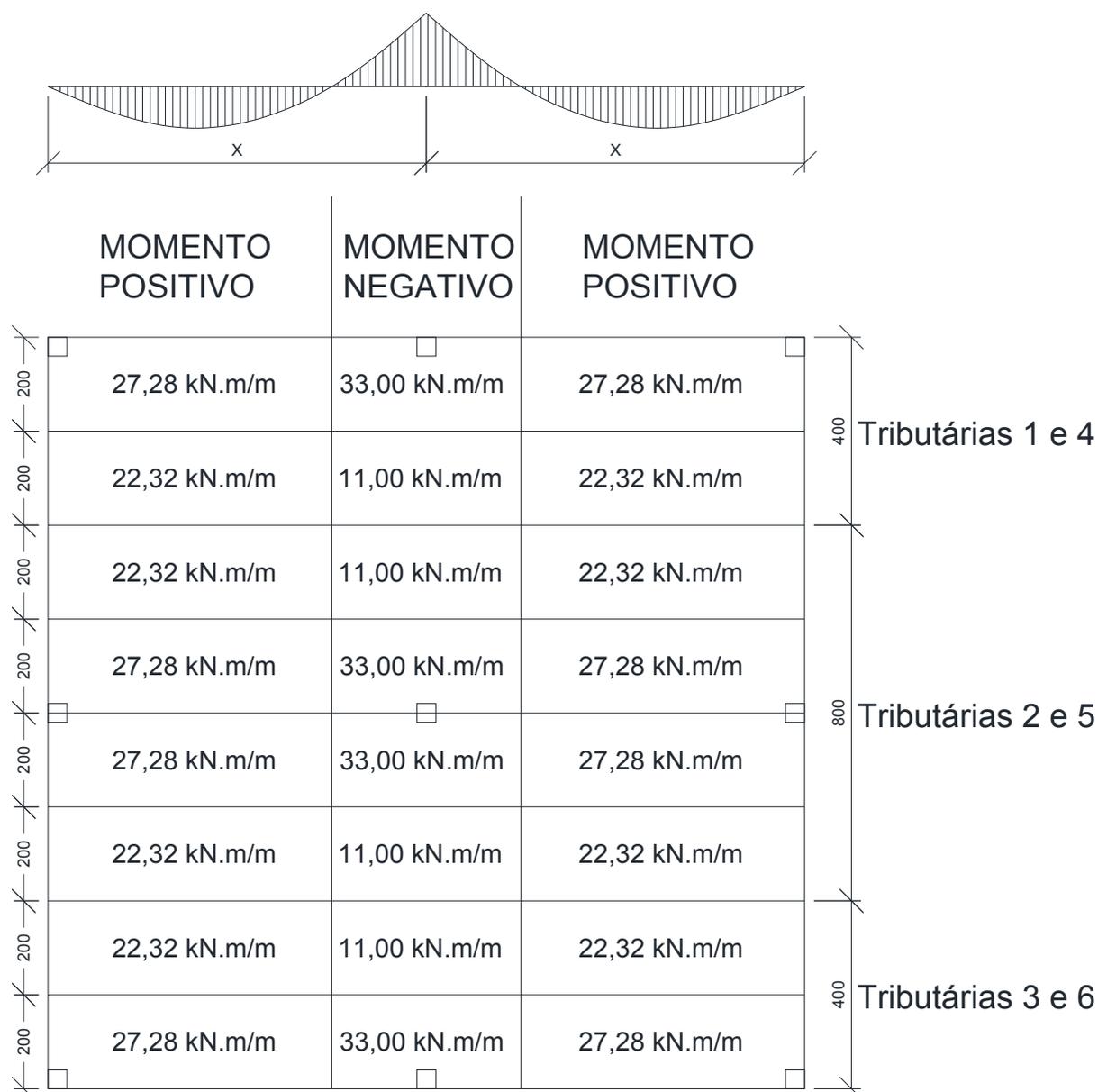
**Figura 45: Cálculo dos esforços na laje**



Fonte: Autor

A Figura 46 apresenta os esforços em cada trecho da laje.

**Figura 46: Esforços na laje**



Fonte: Autor

### 6.1.5 CÁLCULO DA QUANTIDADE DE CABOS NECESSÁRIA

A quantidade de cabos é descrita na Equação 30.

$$\sigma \leq \begin{cases} 0,74f_{ptk} = 0,74 \cdot 1900 = 1406 \text{ MPa} \\ 0,82f_{pyk} = 0,82 \cdot 1600 = 1312 \text{ MPa} \end{cases}$$

Como as tributárias 1, 2 e 3 terão os seus cabos concentrados, os esforços não serão divididos entre externo e interno.

Adotando uma protensão de 14 kN/cordoalha e uma perda de protensão de 12% tem-se:

$$n^{\circ} \text{ de cordoalhas (tributárias 1 e 3)} = \frac{4.44000}{0,88.14000} = 15\phi 12,7mm$$

$$n^{\circ} \text{ de cordoalhas (tributária 2)} = \frac{8.46315,8}{0,88.14000} = 31\phi 12,7mm$$

$$n^{\circ} \text{ de cordoalhas } \left( \frac{\text{tributárias 4 e 6}}{\text{Faixa externa}} \right) = \frac{4.44000}{0,88.14000} \cdot 0,55 = 8\phi 12,7mm$$

$$n^{\circ} \text{ de cordoalhas } \left( \frac{\text{tributárias 4 e 6}}{\text{Faixa interna}} \right) = \frac{4.44000}{0,88.14000} \cdot 0,45 = 7\phi 12,7mm$$

$$n^{\circ} \text{ de cordoalhas } \left( \frac{\text{tributária 5}}{\text{Faixa externa}} \right) = \frac{8.44000}{0,88.14000} \cdot 0,55 = 16\phi 12,7mm$$

$$n^{\circ} \text{ de cordoalhas } \left( \frac{\text{tributária 5}}{\text{Cada faixa interna}} \right) = \frac{8.44000}{0,88.14000} \cdot 0,225 = 7\phi 12,7mm$$

## 6.1.6 VERIFICAÇÃO DAS TENSÕES EM SERVIÇO

### 6.1.6.1 TENSÕES NO CONCRETO IMEDIATAMENTE APÓS A APLICAÇÃO DA PROTENSÃO

- a) Compressão na zona de momento negativo =  $0,40f'_{ci} = 0,4 \cdot 21 = 8,4MPa$
- b) Compressão na zona de momento positivo =  $0,60f'_{ci} = 0,6 \cdot 21 = 12,6MPa$
- c) Tração (com armadura passiva) =  $0,5\sqrt{f'_{ci}} = 0,5\sqrt{21} = 2,3MPa$

### 6.1.6.2 TENSÕES ATUANTES – CONSIDERANDO-SE A RUPTURA NO ATO DA PROTENSÃO

A ruptura no ato da protensão é expressa pela combinação 1, na equação 104.

$$G_1 + 1,1q_{Bi} \tag{104}$$

Onde:

$G_1$  = Peso próprio;

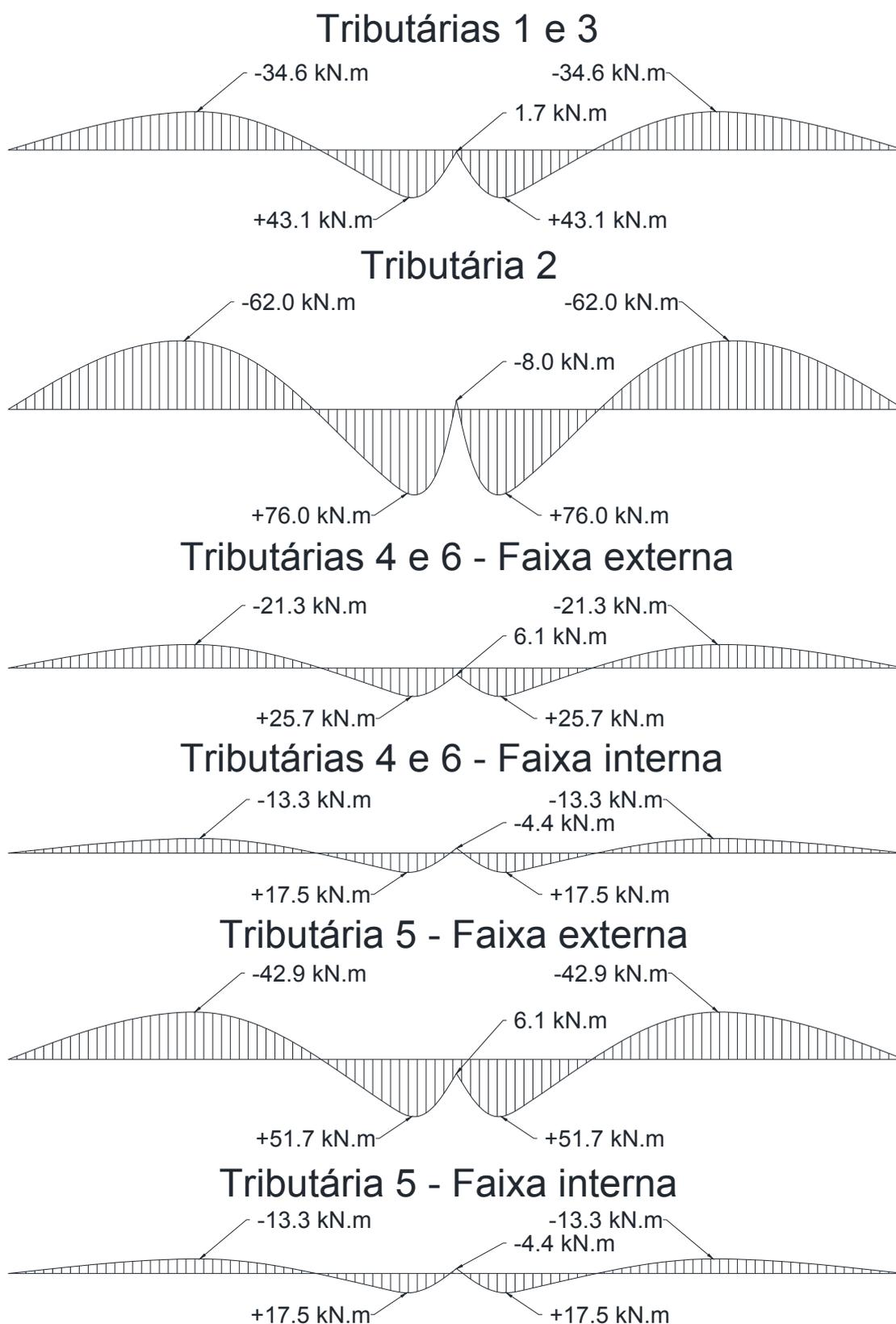
$q_{Bi}$  = carga uniformemente distribuída balanceada com a protensão inicial.

A equação 105 apresenta a equação geral para o cálculo das tensões.

$$\sigma = \frac{P}{A} \pm \frac{M}{W} \tag{105}$$

A Figura 47 apresenta os diagramas referentes a combinação 1.

**Figura 47: Diagramas da combinação 1**



Fonte: Autor

A Tabela 12 apresenta alguns parâmetros para o cálculo das tensões no Estádio I.

**Tabela 12: Parâmetros para o cálculo das tensões no estádio I**

Faixa	b (cm)	h (cm)	A (cm <sup>2</sup> )	W (cm <sup>3</sup> )	$\frac{P_{inicial} (kgf)}{A (cm^2)}$	$\frac{P_{final} (kgf)}{A (cm^2)}$
Tributárias 1 e 3	400	20	8000	$\frac{400 \cdot 20^2}{6} = 26666$	$\frac{15.14000 \cdot 0,94}{8000} = 24,675$	$\frac{15.14000 \cdot 0,88}{8000} = 23,10$
Tributária 2	800	20	16000	$\frac{800 \cdot 20^2}{6} = 53333$	$\frac{31.14000 \cdot 0,94}{16000} = 25,4975$	$\frac{31.14000 \cdot 0,88}{16000} = 25,2387$
Tributárias 4 e 6 - faixa externa	200	20	4000	$\frac{200 \cdot 20^2}{6} = 13333$	$\frac{8.14000 \cdot 0,94}{4000} = 26,32$	$\frac{8.14000 \cdot 0,88}{4000} = 24,64$
Tributárias 4 e 6 - faixa interna	200	20	4000	$\frac{200 \cdot 20^2}{6} = 13333$	$\frac{7.14000 \cdot 0,94}{4000} = 23,03$	$\frac{7.14000 \cdot 0,88}{4000} = 21,56$
Tributária 5 – faixa externa	400	20	8000	$\frac{400 \cdot 20^2}{6} = 26666$	$\frac{16.14000 \cdot 0,94}{8000} = 26,32$	$\frac{16.14000 \cdot 0,88}{8000} = 24,64$
Tributária 5 – faixa interna	200	20	4000	$\frac{200 \cdot 20^2}{6} = 13333$	$\frac{7.14000 \cdot 0,94}{4000} = 23,03$	$\frac{7.14000 \cdot 0,88}{4000} = 21,56$

Fonte: Autor

#### 6.1.6.2.1 COMPRESSÃO NA ZONA DE MOMENTO NEGATIVO

Tributárias 1 e 3:

$$M = 0,275 \cdot \frac{34,6}{0,25 \cdot 8} \cdot 2 + 0,725 \cdot \frac{34,6}{0,75 \cdot 8} \cdot 2 = 17,8766 \text{ kN.m} = 178766 \text{ kgf.cm}$$

$$24,675 + \frac{178766}{26666} = 31,38 \text{ kgf/cm}^2 = 3,14 \text{ MPa} < 8,4 \text{ MPa} \therefore Ok$$

Tributária 2:

$$M = 0,275 \cdot \frac{62}{0,25 \cdot 8} \cdot 4 + 0,725 \cdot \frac{62}{0,75 \cdot 8} \cdot 4 = 64,0667 \text{ kN.m} = 640667 \text{ kgf.cm}$$

$$25,4975 + \frac{640667}{53333} = 37,51 \text{ kgf/cm}^2 = 3,75 \text{ MPa} < 8,4 \text{ MPa} \therefore Ok$$

Tributárias 4 e 6 – faixa externa:

$$M = 0,275 \cdot \frac{21,3}{0,25 \cdot 8} \cdot 2 = 5,8575 \text{ kN.m} = 58575 \text{ kgf.cm}$$

$$26,32 + \frac{58575}{13333} = 30,71 \text{ kgf/cm}^2 = 3,07 \text{ MPa} < 8,4 \text{ MPa} \therefore Ok$$

Tributárias 4 e 6 – faixa interna:

$$M = 0,725 \cdot \frac{21,3}{0,75 * 8} \cdot 2 = 5,1475 \text{ kN.m} = 51475 \text{ kgf.cm}$$

$$23,03 + \frac{51475}{13333} = 26,89 \text{ kgf/cm}^2 = 2,69 \text{ MPa} < 8,4 \text{ MPa} \therefore \text{Ok}$$

Tributária 5 – faixa externa:

$$M = 0,275 \cdot \frac{42,9}{0,25 * 8} \cdot 4 = 23,595 \text{ kN.m} = 235950 \text{ kgf.cm}$$

$$26,32 + \frac{235950}{26666} = 35,17 \text{ kgf/cm}^2 = 3,52 \text{ MPa} < 8,4 \text{ MPa} \therefore \text{Ok}$$

Tributária 5 – faixa interna:

$$M = 0,725 \cdot \frac{42,9}{0,75 * 8} \cdot 2 = 10,3675 \text{ kN.m} = 103675 \text{ kgf.cm}$$

$$23,03 + \frac{103675}{13333} = 30,81 \text{ kgf/cm}^2 = 3,08 \text{ MPa} < 8,4 \text{ MPa} \therefore \text{Ok}$$

#### 6.1.6.2.2 COMPRESSÃO NA ZONA DE MOMENTO POSITIVO

Tributárias 1 e 3:

$$M = 0,375 \cdot \frac{43,1}{0,25 * 8} \cdot 2 + 0,625 \cdot \frac{43,1}{0,75 \cdot 8} \cdot 2 = 25,1417 \text{ kN.m} = 251417 \text{ kgf.cm}$$

$$24,675 + \frac{251417}{26666} = 34,10 \text{ kgf/cm}^2 = 3,41 \text{ MPa} < 12,6 \text{ MPa} \therefore \text{Ok}$$

Tributária 2:

$$M = 0,375 \cdot \frac{76}{0,25 * 8} \cdot 4 + 0,625 \cdot \frac{76}{0,75 \cdot 8} \cdot 4 = 88,6667 \text{ kN.m} = 886667 \text{ kgf.cm}$$

$$25,4975 + \frac{886667}{53333} = 42,12 \text{ kgf/cm}^2 = 4,21 \text{ MPa} < 12,6 \text{ MPa} \therefore \text{Ok}$$

Tributárias 4 e 6 – faixa externa:

$$M = 0,375 \cdot \frac{25,7}{0,25 * 8} \cdot 2 = 9,6375 \text{ kN.m} = 96375 \text{ kgf.cm}$$

$$26,32 + \frac{96375}{13333} = 33,55 \text{ kgf/cm}^2 = 3,35 \text{ MPa} < 12,6 \text{ MPa} \therefore \text{Ok}$$

Tributárias 4 e 6 – faixa interna:

$$M = 0,625 \cdot \frac{17,5}{0,75 \cdot 8} \cdot 2 = 3,6458 \text{ kN.m} = 36458 \text{ kgf.cm}$$

$$23,03 + \frac{36458}{13333} = 25,76 \text{ kgf/cm}^2 = 2,58 \text{ MPa} < 12,6 \text{ MPa} \therefore \text{Ok}$$

Tributária 5 – faixa externa:

$$M = 0,375 \cdot \frac{51,7}{0,25 \cdot 8} \cdot 4 = 38,775 \text{ kN.m} = 387750 \text{ kgf.cm}$$

$$26,32 + \frac{387750}{26666} = 40,86 \text{ kgf/cm}^2 = 4,09 \text{ MPa} < 12,6 \text{ MPa} \therefore \text{Ok}$$

Tributária 5 – faixa interna:

$$M = 0,625 \cdot \frac{17,5}{0,75 \cdot 8} \cdot 2 = 3,6458 \text{ kN.m} = 36458 \text{ kgf.cm}$$

$$23,03 + \frac{36458}{13333} = 25,76 \text{ kgf/cm}^2 = 2,58 \text{ MPa} < 12,6 \text{ MPa} \therefore \text{Ok}$$

### 6.1.6.2.3 TRAÇÃO (COM ARMADURA PASSIVA)

Para os resultados a seguir, o sinal negativo indica tração.

Tributárias 1 e 3:

$$M = 0,375 \cdot \frac{43,1}{0,25 \cdot 8} \cdot 2 + 0,625 \cdot \frac{43,1}{0,75 \cdot 8} \cdot 2 = 25,1417 \text{ kN.m} = 251417 \text{ kgf.cm}$$

$$24,675 - \frac{251417}{26666} = 15,25 \text{ kgf/cm}^2 = 1,52 \text{ (Compressão)} \therefore \text{Ok}$$

Tributária 2:

$$M = 0,375 \cdot \frac{76}{0,25 \cdot 8} \cdot 4 + 0,625 \cdot \frac{76}{0,75 \cdot 8} \cdot 4 = 88,6667 \text{ kN.m} = 886667 \text{ kgf.cm}$$

$$25,4975 - \frac{886667}{53333} = 8,87 \text{ kgf/cm}^2 = 0,89 \text{ MPa (Compressão)} \therefore \text{Ok}$$

Tributárias 4 e 6 – faixa externa:

$$M = 0,375 \cdot \frac{25,7}{0,25 \cdot 8} \cdot 2 = 9,6375 \text{ kN.m} = 96375 \text{ kgf.cm}$$

$$26,32 - \frac{96375}{13333} = 19,09 \text{ kgf/cm}^2 = 1,91 \text{ MPa (Compressão)} \therefore \text{Ok}$$

Tributárias 4 e 6 – faixa interna:

$$M = 0,625 \cdot \frac{17,5}{0,75 \cdot 8} \cdot 2 = 3,6458 \text{ kN.m} = 36458 \text{ kgf.cm}$$

$$23,03 - \frac{36458}{13333} = 20,30 \text{ kgf/cm}^2 = 2,03 \text{ MPa (Compressão)} \therefore \text{Ok}$$

Tributária 5 – faixa externa:

$$M = 0,375 \cdot \frac{51,7}{0,25 * 8} \cdot 4 = 38,775 \text{ kN.m} = 387750 \text{ kgf.cm}$$

$$26,32 - \frac{387750}{26666} = 11,78 \text{ kgf/cm}^2 = 1,18 \text{ MPa (Compressão)} \therefore \text{Ok}$$

Tributária 5 – faixa interna:

$$M = 0,625 \cdot \frac{17,5}{0,75 \cdot 8} \cdot 2 = 3,6458 \text{ kN.m} = 36458 \text{ kgf.cm}$$

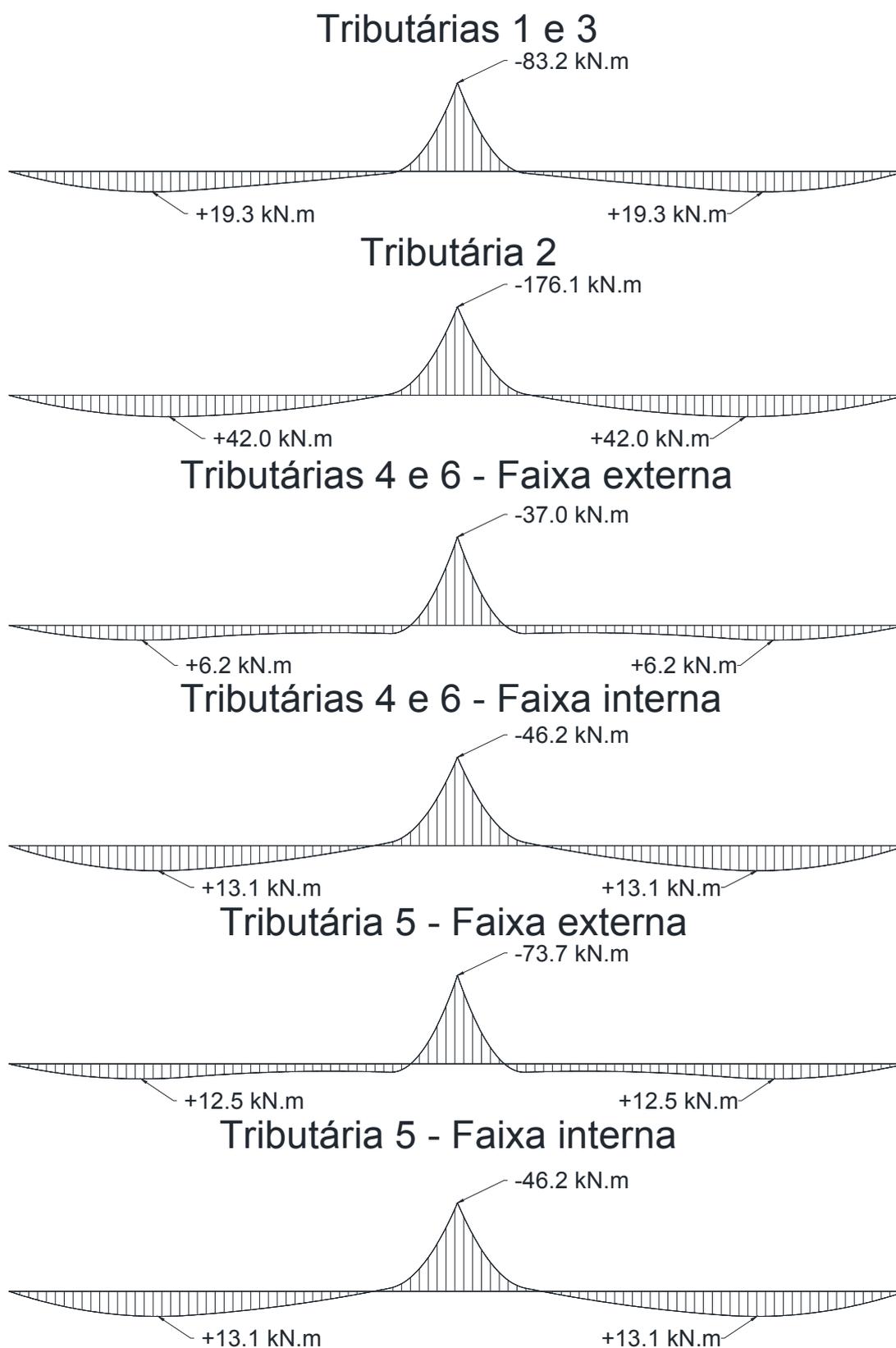
$$23,03 - \frac{36458}{13333} = 20,30 \text{ kgf/cm}^2 = 2,03 \text{ MPa (Compressão)} \therefore \text{Ok}$$

### 6.1.6.3 TENSÕES NO CONCRETO EM SERVIÇO (APÓS AS PERDAS NO TEMPO)

- a) Compressão na zona de momento negativo =  $0,30 f_{ck} = 0,3 \cdot 30 = 9,0 \text{ MPa}$
- b) Compressão na zona de momento positivo =  $0,45 f_{ck} = 0,45 \cdot 30 = 13,5 \text{ MPa}$
- c) Tração (com armadura passiva) =  $0,5 \sqrt{f_{ck}} = 0,5 \sqrt{30} = 2,74 \text{ MPa}$

A Figura 48 apresenta os diagramas referentes a combinação 2.

Figura 48: Diagramas da combinação 2



Fonte: Autor

#### 6.1.6.4 TENSÕES ATUANTES – CONSIDERANDO-SE A COMBINAÇÃO FREQUENTE

Conforme a Tabela 1, para protensão parcial precisa-se verificar a combinação frequente, que é expressa pela combinação 2, na equação 106.

$$G_1 + G_2 + PAR + 0,6Q_2 + 0,4Q_1 + 1,1q_{Bf} \quad (106)$$

Onde:

$G_1$  = Peso próprio;

$G_2$  = Revestimento;

$PAR$  = Peso da alvenaria na extremidade do balanço

$Q_1$  = Divisórias;

$Q_2$  = Sobrecarga;

$q_{Bf}$  = carga uniformemente distribuída balanceada com a protensão final.

##### 6.1.6.4.1 COMPRESSÃO NA ZONA DE MOMENTO NEGATIVO

Tributárias 1 e 3:

$$M = 0,275 \cdot \frac{19,3}{0,25 \cdot 8} \cdot 2 + 0,725 \cdot \frac{19,3}{0,75 \cdot 8} \cdot 2 = 9,9717 \text{ kN.m} = 99717 \text{ kgf.cm}$$

$$23,10 + \frac{99717}{26666} = 26,84 \text{ kgf/cm}^2 = 2,68 \text{ MPa} < 9,0 \text{ MPa} \therefore Ok$$

Tributária 2:

$$M = 0,275 \cdot \frac{42}{0,25 \cdot 8} \cdot 4 + 0,725 \cdot \frac{42}{0,75 \cdot 8} \cdot 4 = 43,4 \text{ kN.m} = 434000 \text{ kgf.cm}$$

$$25,2387 + \frac{434000}{53333} = 33,38 \text{ kgf/cm}^2 = 3,34 \text{ MPa} < 9,0 \text{ MPa} \therefore Ok$$

Tributárias 4 e 6 – faixa externa:

$$M = 0,275 \cdot \frac{6,2}{0,25 \cdot 8} \cdot 2 = 1,705 \text{ kN.m} = 17050 \text{ kgf.cm}$$

$$24,64 + \frac{17050}{13333} = 25,72 \text{ kgf/cm}^2 = 2,57 \text{ MPa} < 9,0 \text{ MPa} \therefore Ok$$

Tributárias 4 e 6 – faixa interna:

$$M = 0,725 \cdot \frac{13,1}{0,75 * 8} \cdot 2 = 3,1658 \text{ kN.m} = 31658 \text{ kgf.cm}$$

$$21,56 + \frac{31658}{13333} = 23,93 \text{ kgf/cm}^2 = 2,39 \text{ MPa} < 9,0 \text{ MPa} \therefore \text{Ok}$$

Tributária 5 – faixa externa:

$$M = 0,275 \cdot \frac{12,5}{0,25 * 8} \cdot 4 = 6,875 \text{ kN.m} = 68750 \text{ kgf.cm}$$

$$24,64 + \frac{68750}{26666} = 27,22 \text{ kgf/cm}^2 = 2,72 \text{ MPa} < 9,0 \text{ MPa} \therefore \text{Ok}$$

Tributária 5 – faixa interna:

$$M = 0,725 \cdot \frac{13,1}{0,75 * 8} \cdot 2 = 3,1658 \text{ kN.m} = 31658 \text{ kgf.cm}$$

$$21,56 + \frac{31658}{13333} = 23,93 \text{ kgf/cm}^2 = 2,39 \text{ MPa} < 9,0 \text{ MPa} \therefore \text{Ok}$$

#### 6.1.6.4.2 COMPRESSÃO NA ZONA DE MOMENTO POSITIVO

Tributárias 1 e 3:

$$M = 0,375 \cdot \frac{83,2}{0,25 * 8} \cdot 2 + 0,625 \cdot \frac{83,2}{0,75 \cdot 8} \cdot 2 = 48,5333 \text{ kN.m} = 485333 \text{ kgf.cm}$$

$$23,1 + \frac{485333}{26666} = 41,30 \text{ kgf/cm}^2 = 4,13 \text{ MPa} < 13,5 \text{ MPa} \therefore \text{Ok}$$

Tributária 2:

$$M = 0,375 \cdot \frac{176,1}{0,25 * 8} \cdot 4 + 0,625 \cdot \frac{176,1}{0,75 \cdot 8} \cdot 4 = 205,45 \text{ kN.m} = 2054500 \text{ kgf.cm}$$

$$25,2387 + \frac{2054500}{53333} = 63,76 \text{ kgf/cm}^2 = 6,38 \text{ MPa} < 13,5 \text{ MPa} \therefore \text{Ok}$$

Tributárias 4 e 6 – faixa externa:

$$M = 0,375 \cdot \frac{37}{0,25 * 8} \cdot 2 = 13,875 \text{ kN.m} = 138750 \text{ kgf.cm}$$

$$24,64 + \frac{138750}{13333} = 35,05 \text{ kgf/cm}^2 = 3,50 \text{ MPa} < 13,5 \text{ MPa} \therefore \text{Ok}$$

Tributárias 4 e 6 – faixa interna:

$$M = 0,625 \cdot \frac{46,2}{0,75.8} \cdot 2 = 9,625 \text{ kN.m} = 96250 \text{ kgf.cm}$$

$$21,56 + \frac{96250}{13333} = 28,78 \text{ kgf/cm}^2 = 2,88 \text{ MPa} < 13,5 \text{ MPa} \therefore \text{Ok}$$

Tributária 5 – faixa externa:

$$M = 0,375 \cdot \frac{73,7}{0,25 * 8} \cdot 4 = 55,275 \text{ kN.m} = 552750 \text{ kgf.cm}$$

$$24,64 + \frac{552750}{26666} = 45,37 \text{ kgf/cm}^2 = 4,54 \text{ MPa} < 13,5 \text{ MPa} \therefore \text{Ok}$$

Tributária 5 – faixa interna:

$$M = 0,625 \cdot \frac{46,2}{0,75.8} \cdot 2 = 9,625 \text{ kN.m} = 96250 \text{ kgf.cm}$$

$$21,56 + \frac{96250}{13333} = 28,78 \text{ kgf/cm}^2 = 2,88 \text{ MPa} < 13,5 \text{ MPa} \therefore \text{Ok}$$

#### 6.1.6.5 VERIFICAÇÃO QUANTO AO ESTADO LIMITE DE FISSURAÇÃO INACEITÁVEL

Para os resultados a seguir, o sinal negativo indica tração.

Tributárias 1 e 3:

$$M = 0,375 \cdot \frac{83,2}{0,25 * 8} \cdot 2 + 0,625 \cdot \frac{83,2}{0,75.8} \cdot 2 = 48,5333 \text{ kN.m} = 485333 \text{ kgf.cm}$$

$$23,1 - \frac{485333}{26666} = 4,90 \text{ kgf/cm}^2 = 0,49 \text{ MPa (Compressão)} \therefore \text{Ok}$$

Tributária 2:

$$M = 0,375 \cdot \frac{176,1}{0,25 * 8} \cdot 4 + 0,625 \cdot \frac{176,1}{0,75.8} \cdot 4 = 205,45 \text{ kN.m} = 2054500 \text{ kgf.cm}$$

$$25,2387 - \frac{2054500}{53333} = -13,28 \text{ kgf/cm}^2 = |-1,33 \text{ MPa}| < 2,74 \text{ MPa} \therefore \text{Ok}$$

Tributárias 4 e 6 – faixa externa:

$$M = 0,375 \cdot \frac{37}{0,25 * 8} \cdot 2 = 13,875 \text{ kN.m} = 138750 \text{ kgf.cm}$$

$$24,64 - \frac{138750}{13333} = 14,23 \text{ kgf/cm}^2 = 1,42 \text{ MPa (Compressão)} \therefore \text{Ok}$$

Tributárias 4 e 6 – faixa interna:

$$M = 0,625 \cdot \frac{46,2}{0,75 \cdot 8} \cdot 2 = 9,625 \text{ kN.m} = 96250 \text{ kgf.cm}$$

$$21,56 - \frac{96250}{13333} = 14,34 \text{ kgf/cm}^2 = 1,43 \text{ MPa (Compressão)} \therefore \text{Ok}$$

Tributária 5 – faixa externa:

$$M = 0,375 \cdot \frac{73,7}{0,25 * 8} \cdot 4 = 55,275 \text{ kN.m} = 552750 \text{ kgf.cm}$$

$$24,64 - \frac{552750}{26666} = 3,91 \text{ kgf/cm}^2 = 0,39 \text{ MPa (Compressão)} \therefore \text{Ok}$$

Tributária 5 – faixa interna:

$$M = 0,625 \cdot \frac{46,2}{0,75 \cdot 8} \cdot 2 = 9,625 \text{ kN.m} = 96250 \text{ kgf.cm}$$

$$21,56 - \frac{96250}{13333} = 14,34 \text{ kgf/cm}^2 = 1,43 \text{ MPa (Compressão)} \therefore \text{Ok}$$

Apesar de existir tração na seção transversal, ela é inferior à resistência a tração do concreto, portanto, a hipótese de que a seção esteja no Estádio I é verdadeira, atendendo automaticamente o ELS-W.

## 6.2 DIMENSIONAMENTO PELO MÉTODO DE ANALOGIA DE GRELHAS

Para o método de grelhas será utilizado o *software* TQS 17.9. Para fins comparativos, foram utilizadas Regiões de Protensão Uniforme (RPU) nas mesmas posições e larguras que as faixas das tributárias apresentadas no MPE.

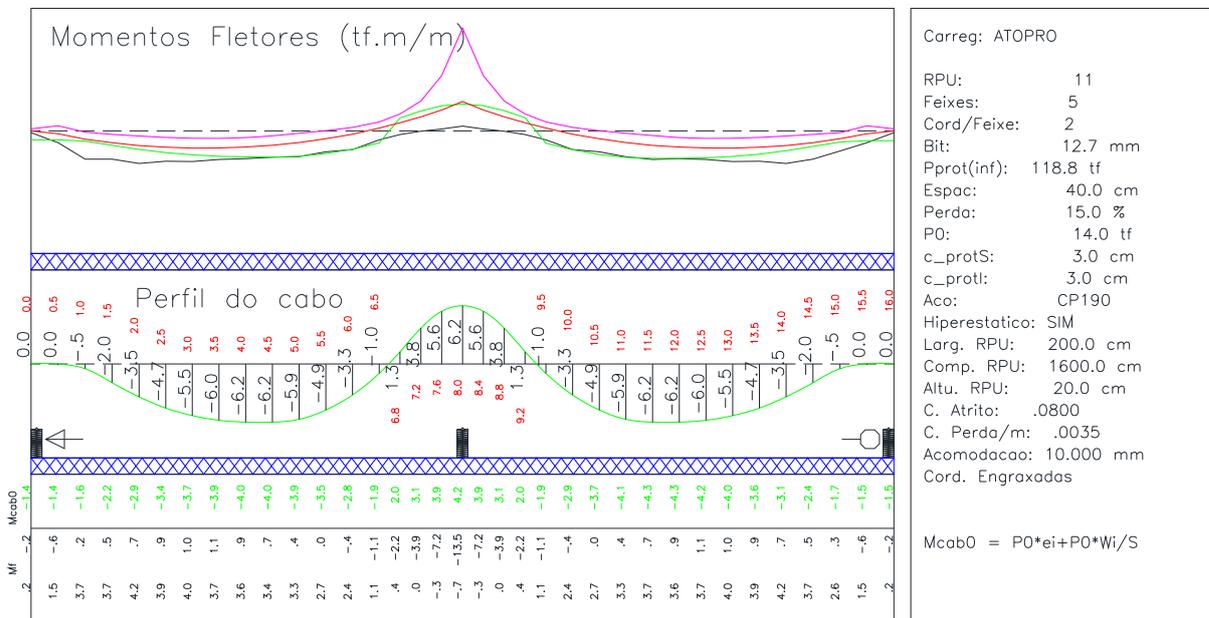
Como o *software* TQS inicialmente apresenta resultados de quantitativo de cabos por RPU para cobrir os esforços máximos e mínimos, e esse exemplo é de protensão parcial, pode-se diminuir a quantidade de cabos, desde que a fissuração, caso ocorra, não extrapole 0,2mm, conforme indicado na Tabela 1.

Nas Figuras 49 a 54 são apresentados os esforços gerados pelas elevações dos cabos em cada tributária na combinação do ato de protensão.

A linha rosa apresenta os momentos máximos, a linha azul apresenta os momentos mínimos, a linha vermelha apresenta a média dos momentos e a linha verde apresenta os momentos combatidos pelos cabos no traçado em que eles

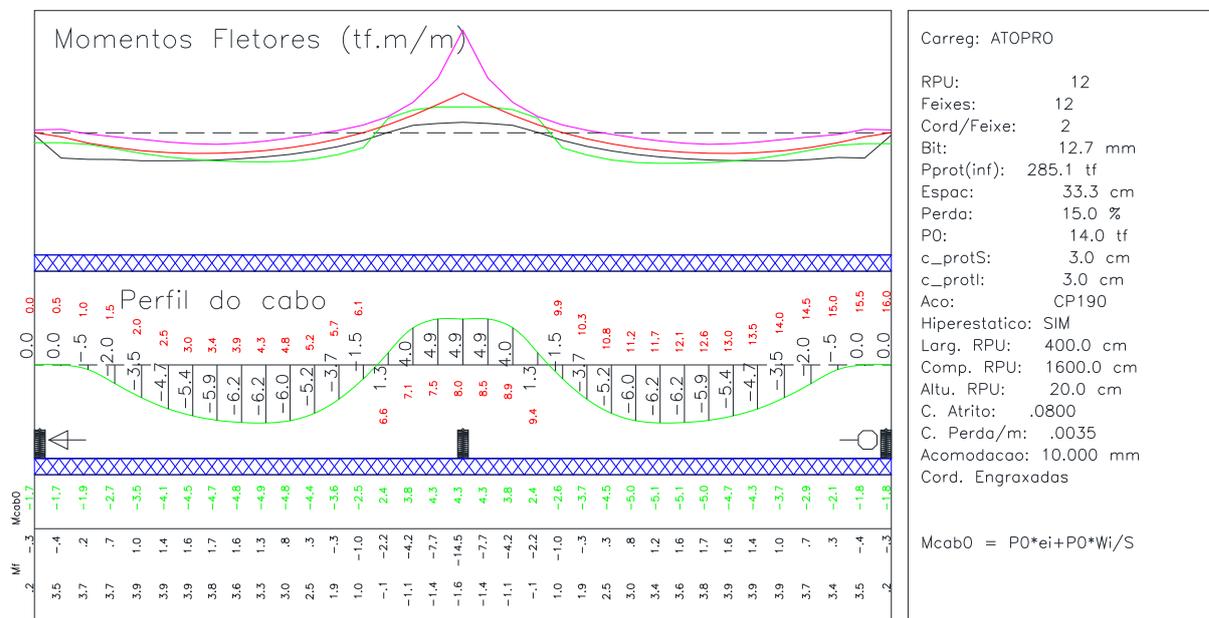
estão. Se os momentos provocados pelos cabos estiverem cobrindo o diagrama, os reforços em armadura passiva e a fissuração na laje serão mínimos.

**Figura 49: Tributárias 1 e 3 – Elevações dos cabos no ato da protensão – depois de ajustar**



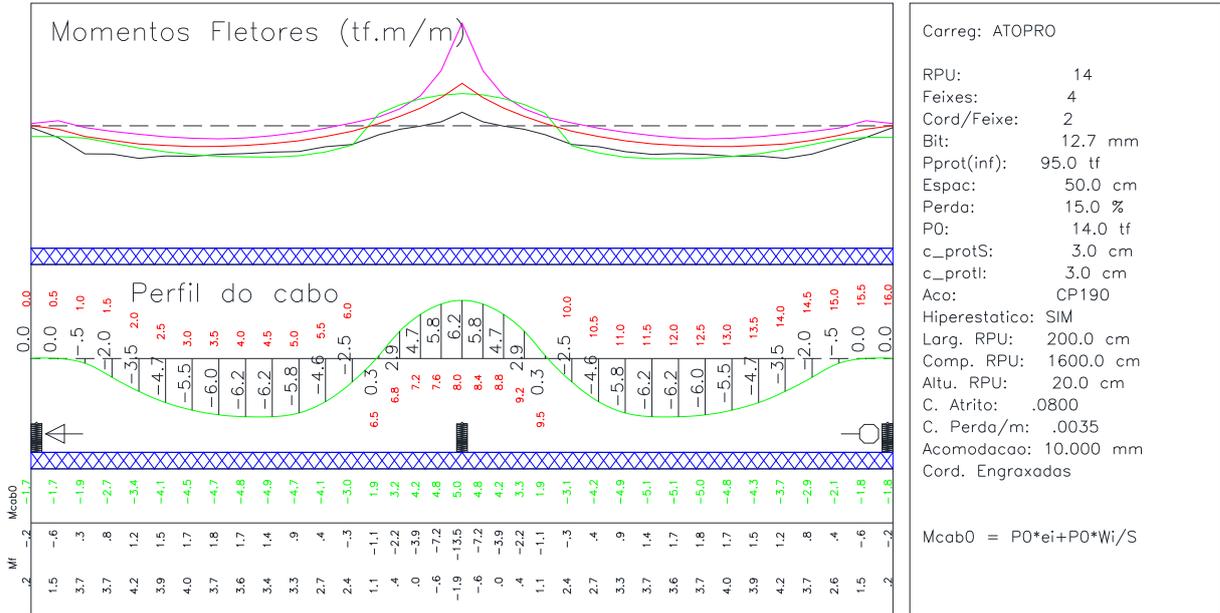
Fonte: Autor

**Figura 50: Tributária 2 – Elevações dos cabos no ato da protensão – depois de ajustar**



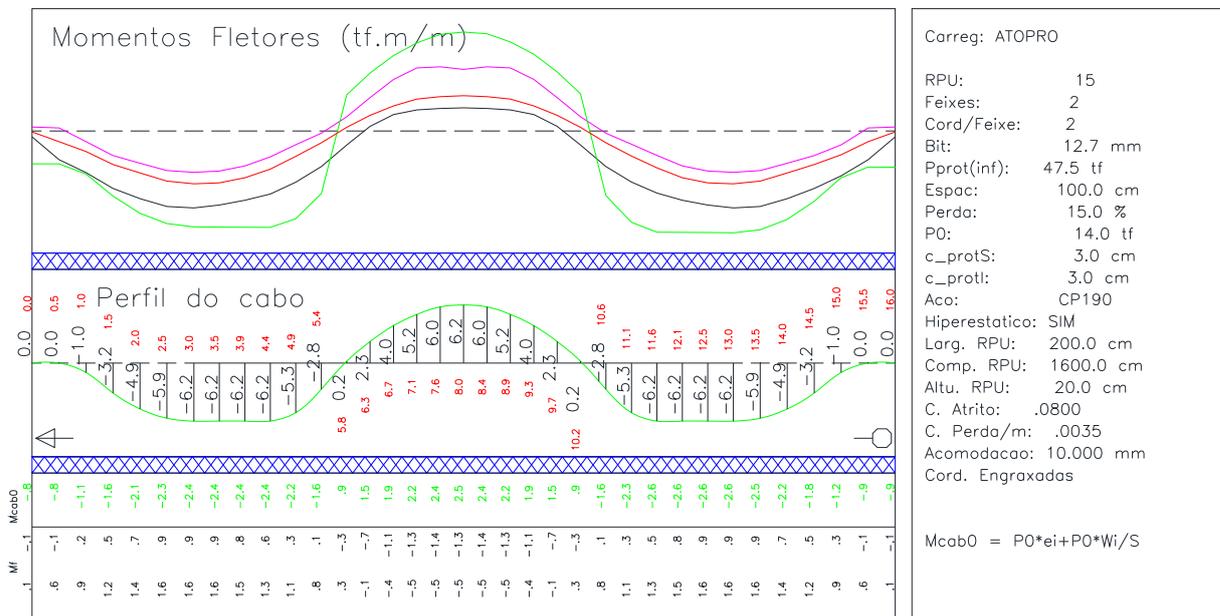
Fonte: Autor

**Figura 51: Tributárias 4 e 6 – Faixa externa – Elevações dos cabos no ato da protensão – depois de ajustar**



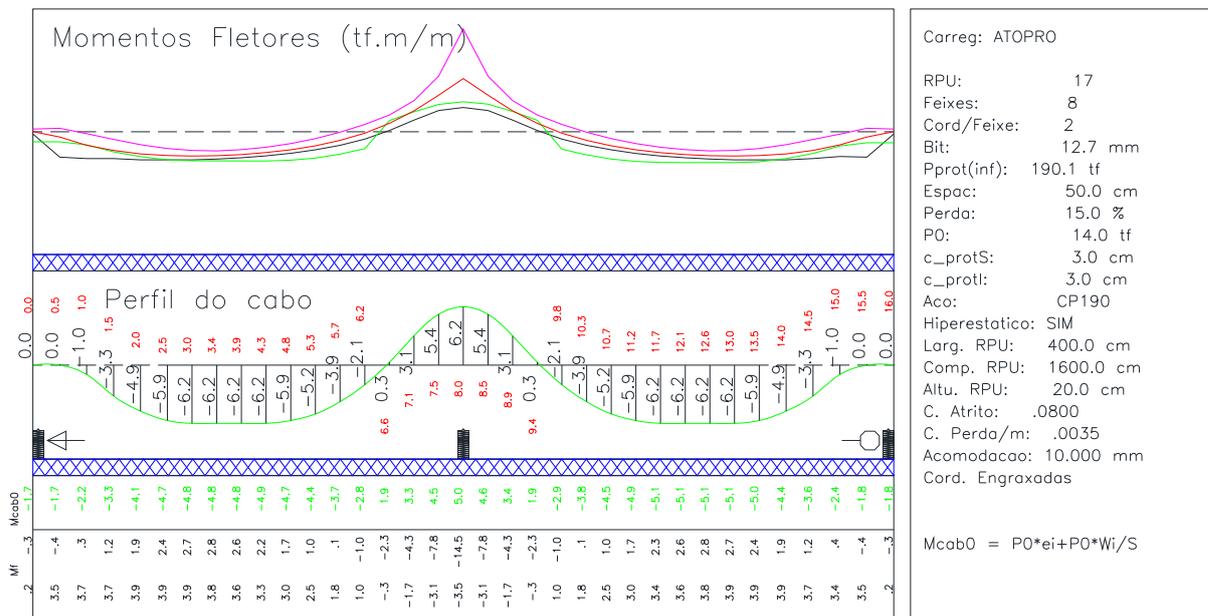
Fonte: Autor

**Figura 52: Tributárias 4 e 6 – Faixa interna – Elevações dos cabos no ato da protensão – depois de ajustar**



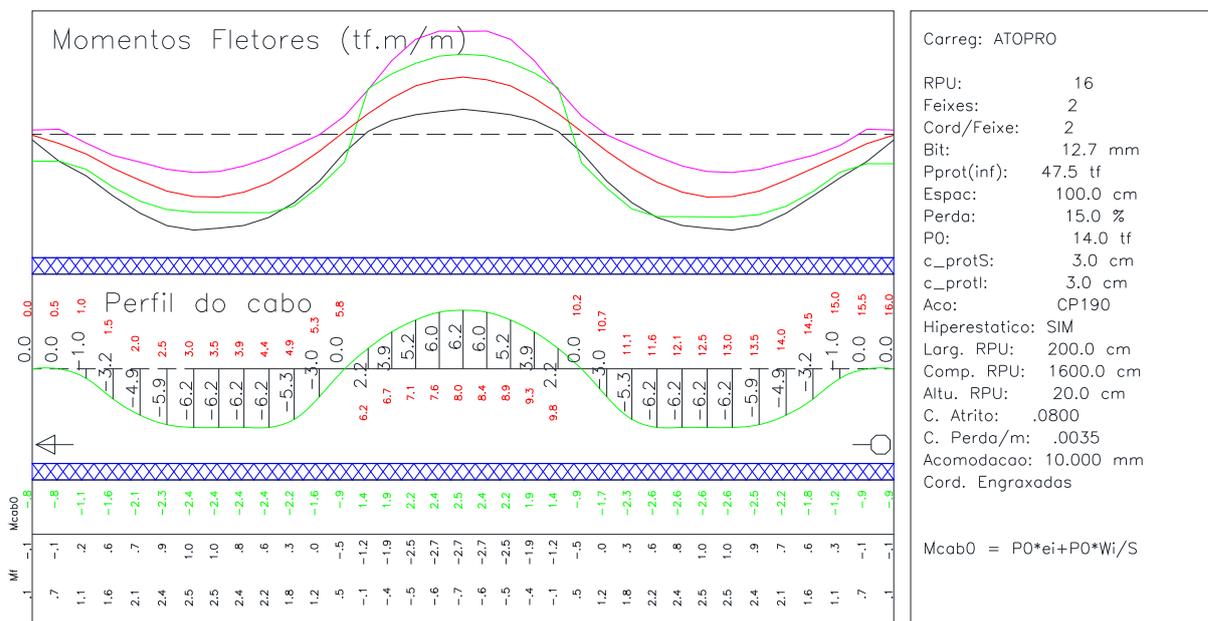
Fonte: Autor

**Figura 53: Tributária 5 – Faixa externa – Elevações dos cabos no ato da protensão – depois de ajustar**



Fonte: Autor

**Figura 54: Tributária 5 – Faixa interna – Elevações dos cabos no ato da protensão – depois de ajustar**

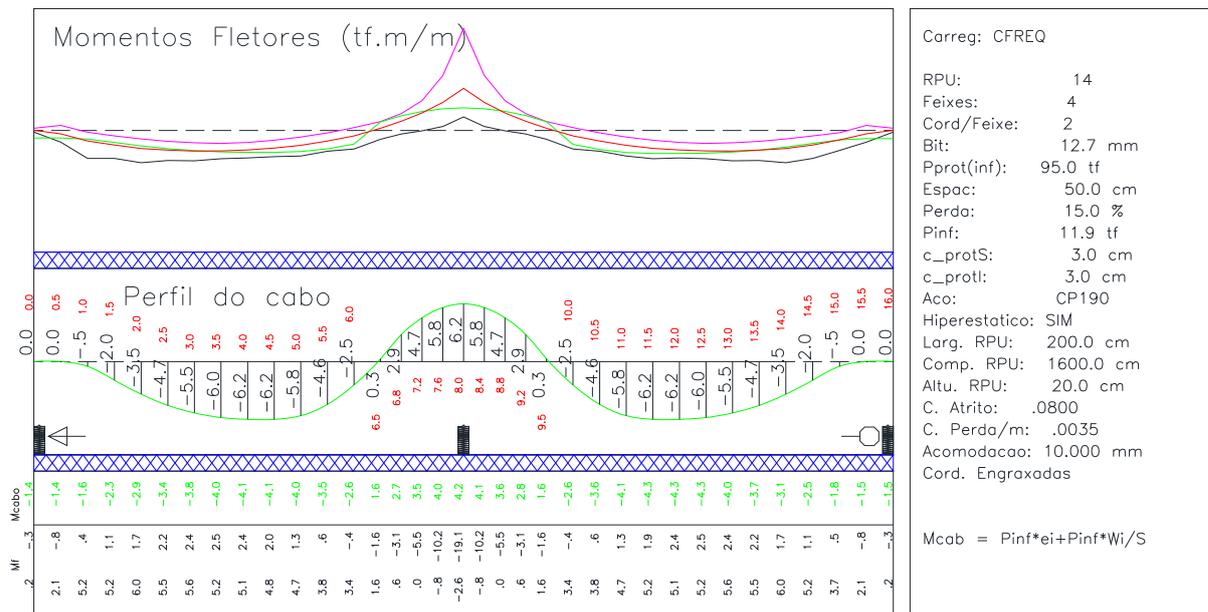


Fonte: Autor

Nota-se que os esforços de momento gerados pelos cabos estão próximos ao valor médio da envoltória. Nas Figuras 55 a 60 são apresentados os esforços gerados pelas elevações dos cabos em cada tributária na combinação frequente.

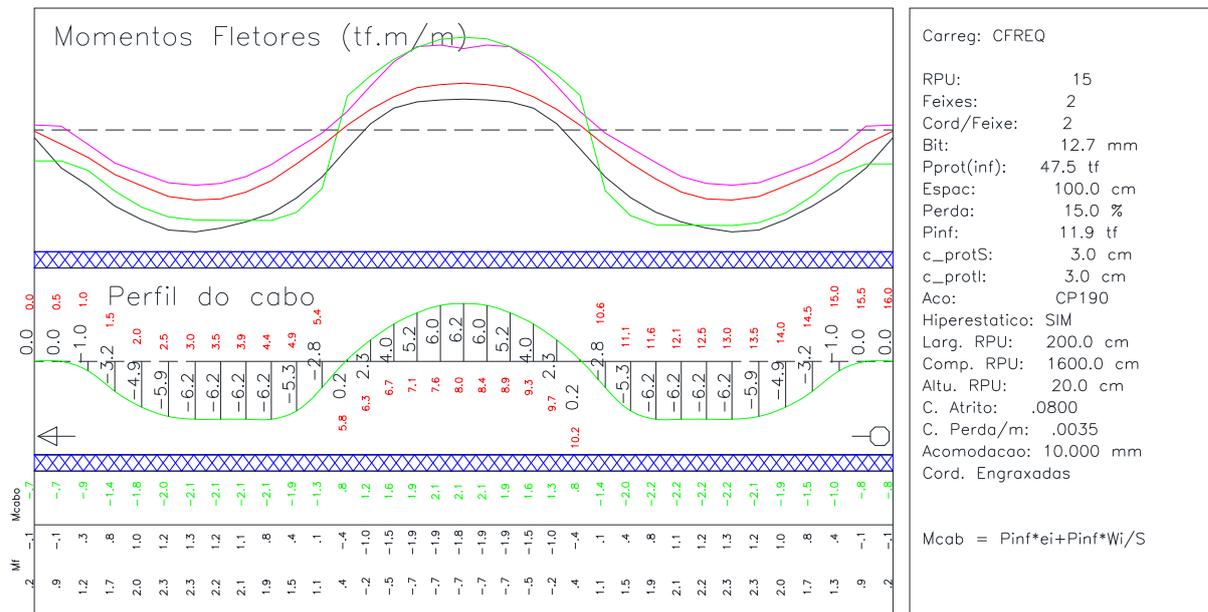


**Figura 57: Tributárias 4 e 6 – Faixa externa – Elevações dos cabos na combinação frequente – depois de ajustar**



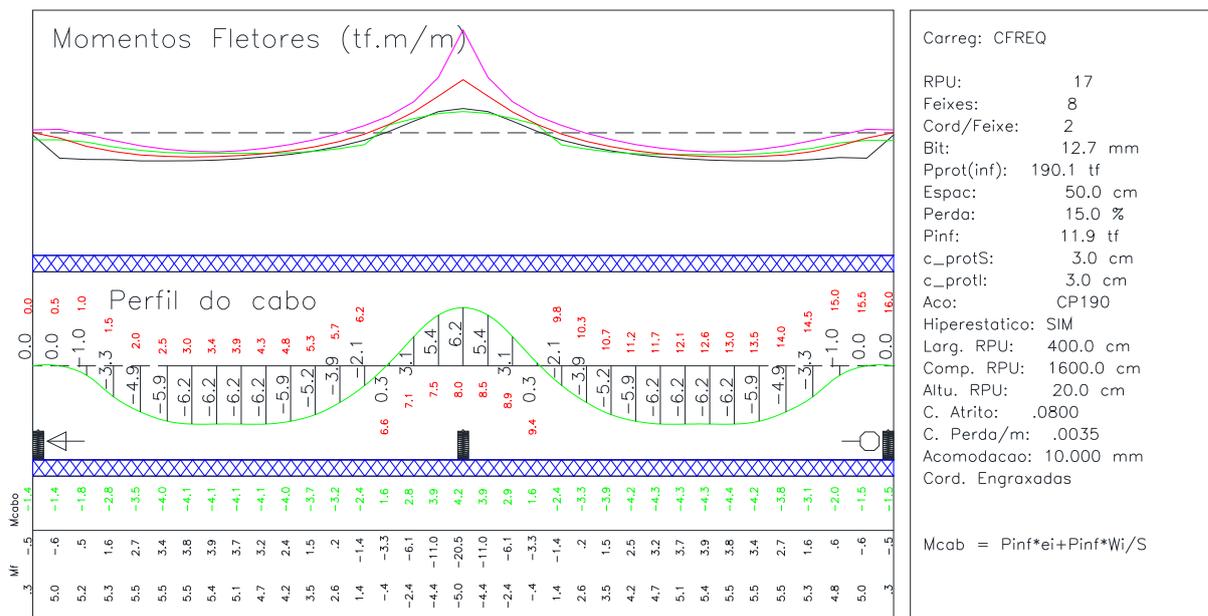
Fonte: Autor

**Figura 58: Tributárias 4 e 6 – Faixa interna – Elevações dos cabos na combinação frequente – depois de ajustar**



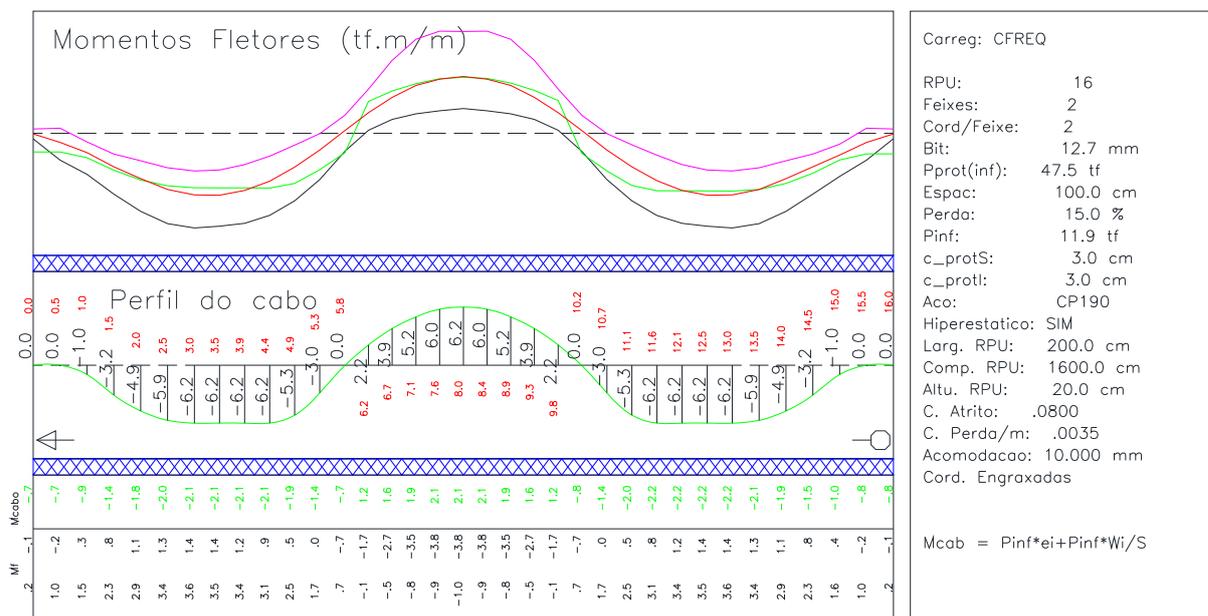
Fonte: Autor

**Figura 59: Tributária 5 – Faixa externa – Elevações dos cabos na combinação frequente – depois de ajustar**



Fonte: Autor

**Figura 60: Tributária 5 – Faixa interna – Elevações dos cabos na combinação frequente – depois de ajustar**

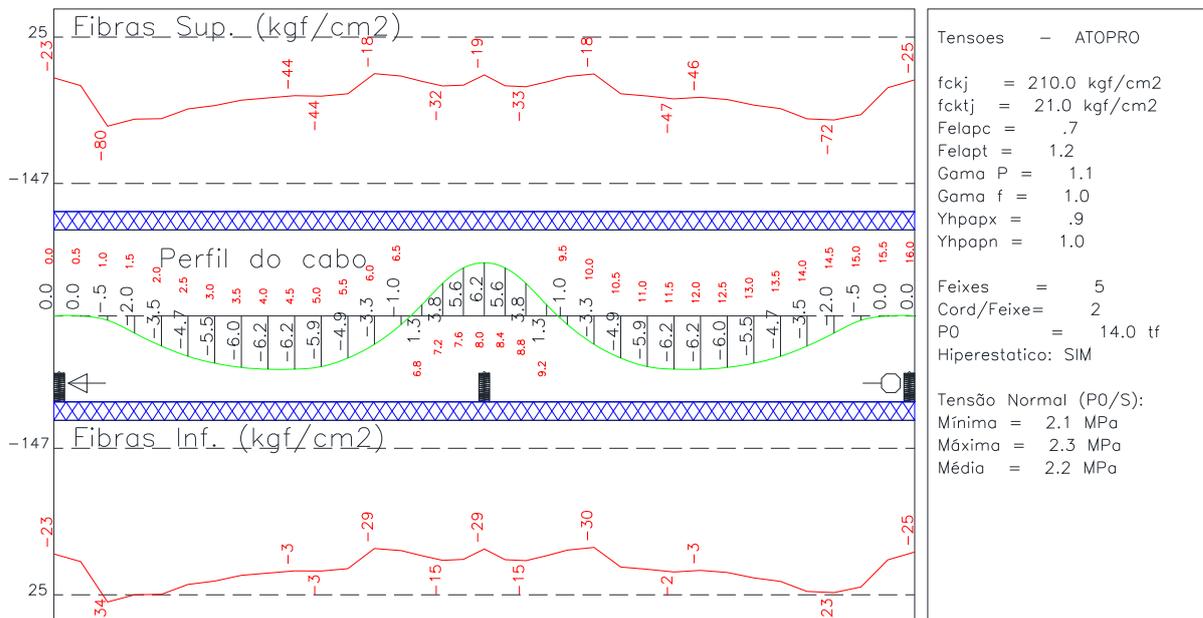


Fonte: Autor

Nota-se que os esforços de momento gerados pelos cabos estão próximos ao valor médio da envoltória. Nas Figuras 61 a 66 são apresentadas as tensões na seção de concreto, geradas pelas elevações dos cabos em cada tributária na combinação do ato de protensão.

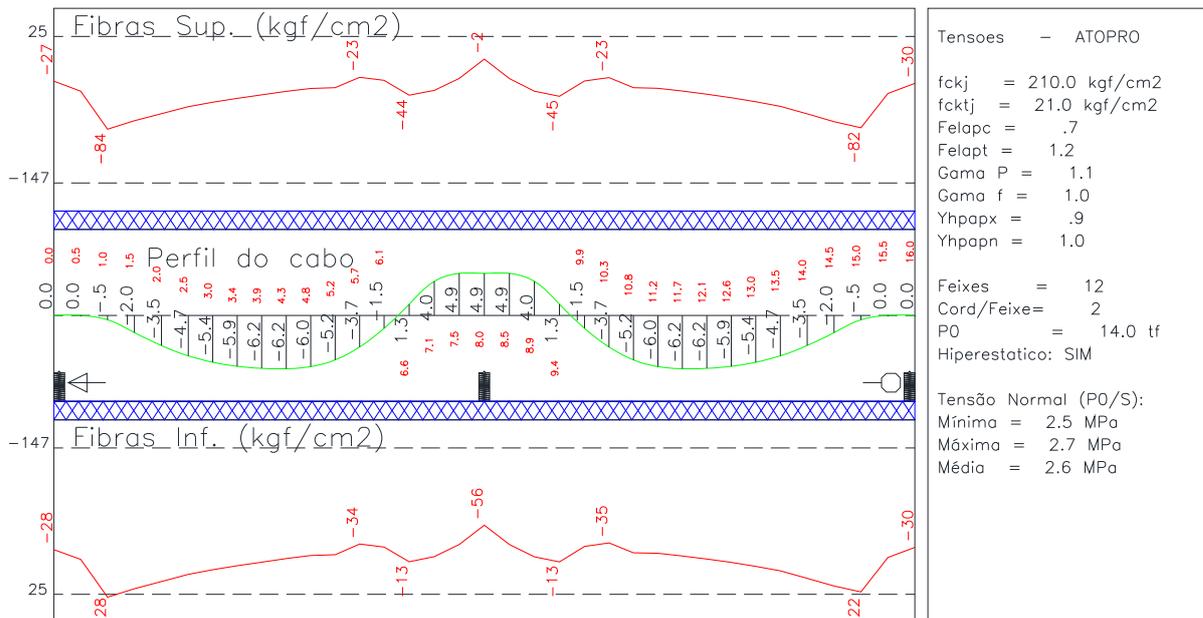
No ato da protensão não pode ter uma tensão maior do que 70% do  $f_{ckj}$ , ou seja, no exemplo em questão, não pode ultrapassar 147 kgf/cm<sup>2</sup> (14,7 MPa).

**Figura 61: Tributárias 1 e 3 – Tensões dos cabos no ato da protensão – depois de ajustar**



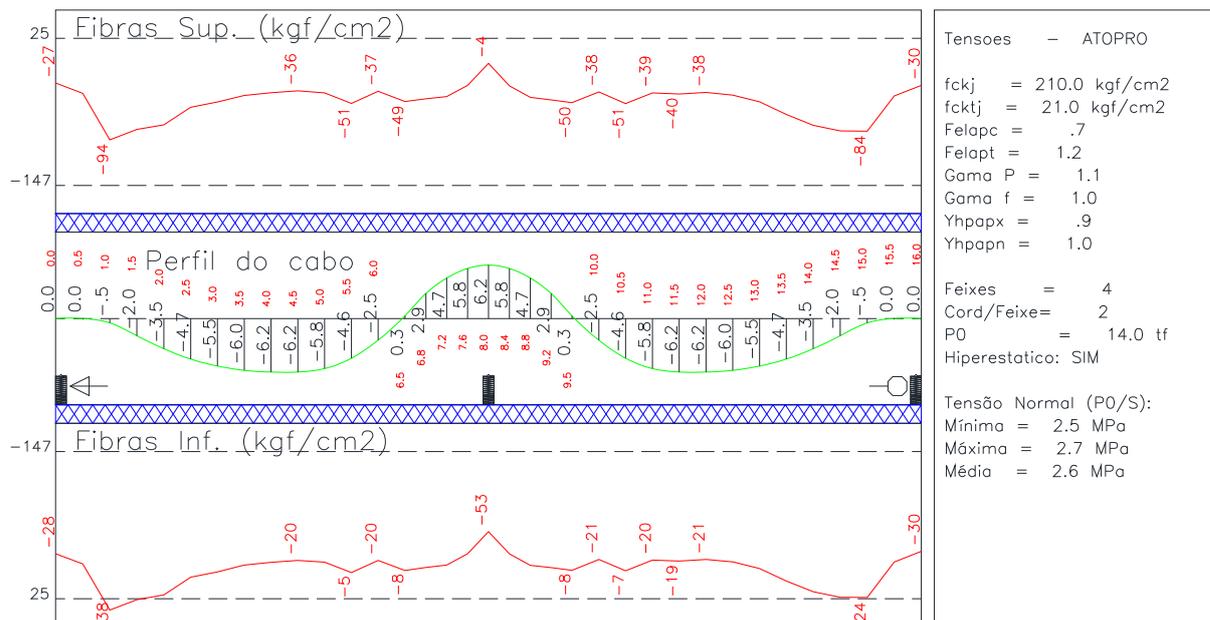
Fonte: Autor

**Figura 62: Tributária 2 – Tensões dos cabos no ato da protensão – depois de ajustar**



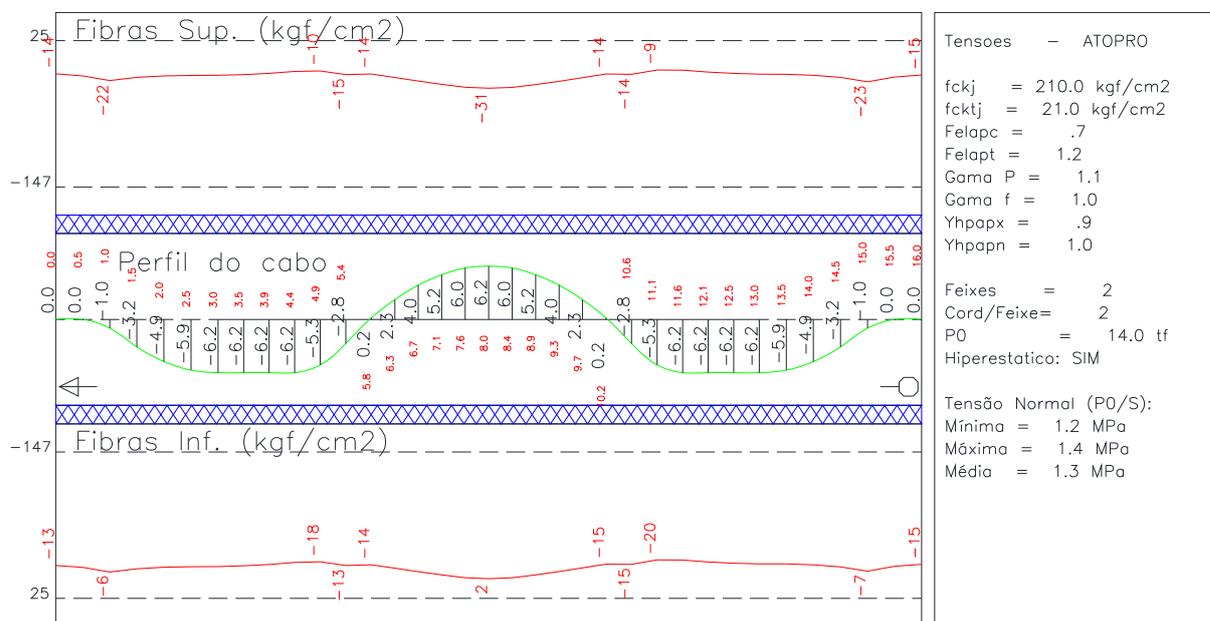
Fonte: Autor

**Figura 63: Tributárias 4 e 6 – Faixa externa – Tensões dos cabos no ato da protensão – depois de ajustar**



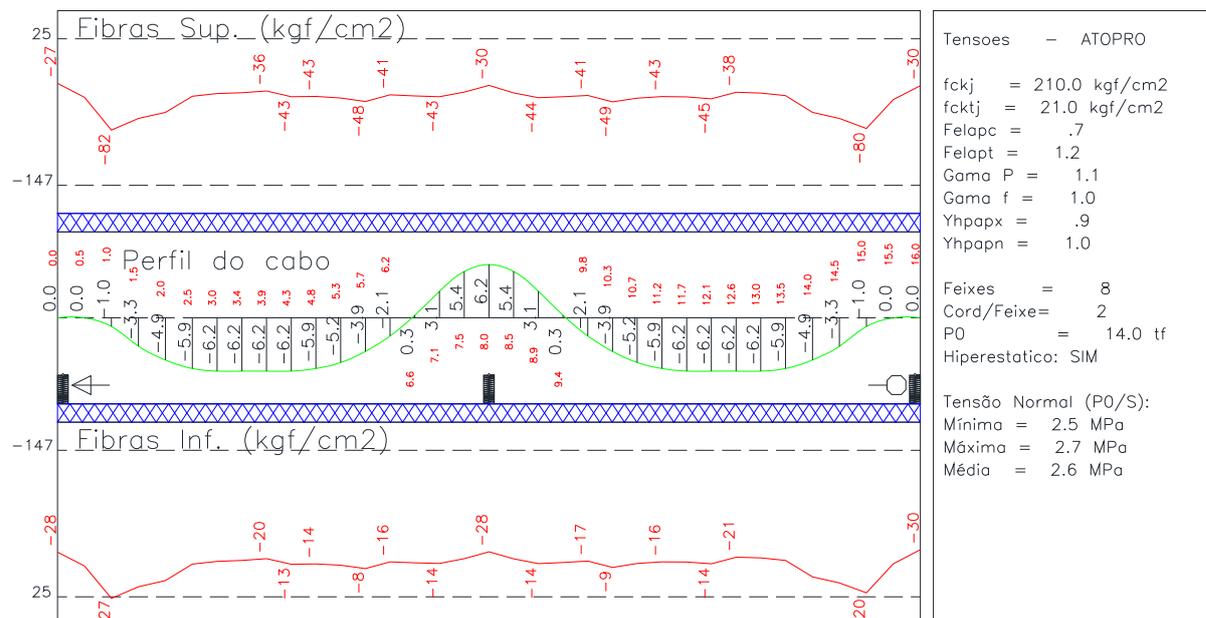
Fonte: Autor

**Figura 64: Tributárias 4 e 6 – Faixa interna – Tensões dos cabos no ato da protensão – depois de ajustar**



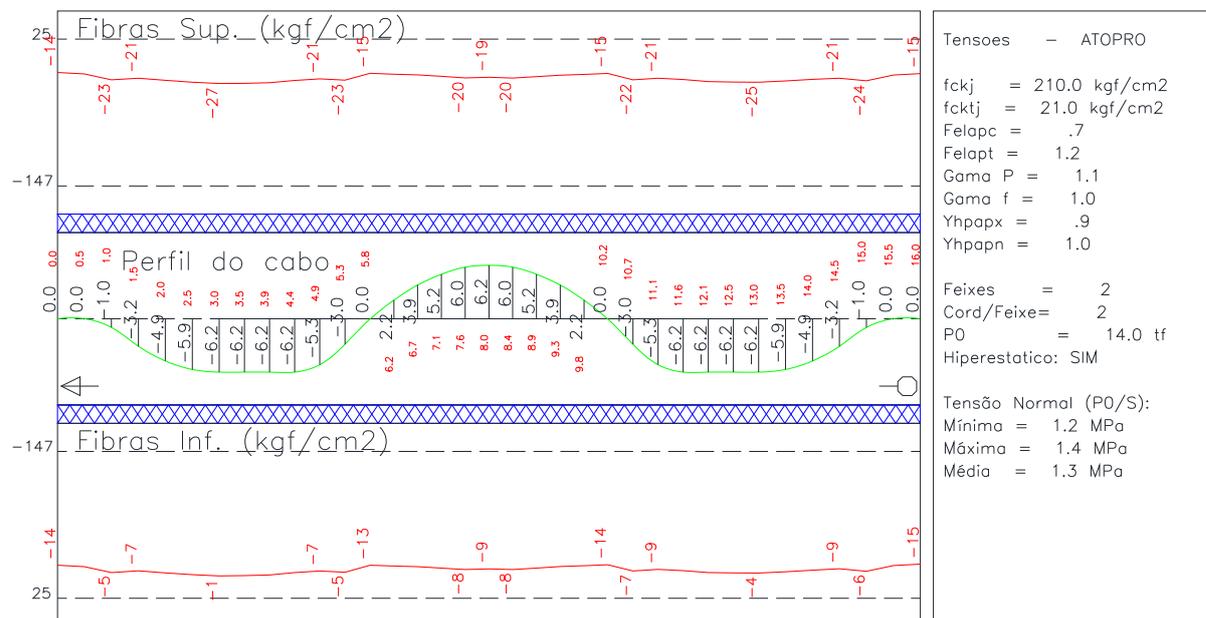
Fonte: Autor

**Figura 65: Tributária 5 – Faixa externa – Tensões dos cabos no ato da protensão – depois de ajustar**



Fonte: Autor

**Figura 66: Tributária 5 – Faixa interna – Tensões dos cabos no ato da protensão – depois de ajustar**

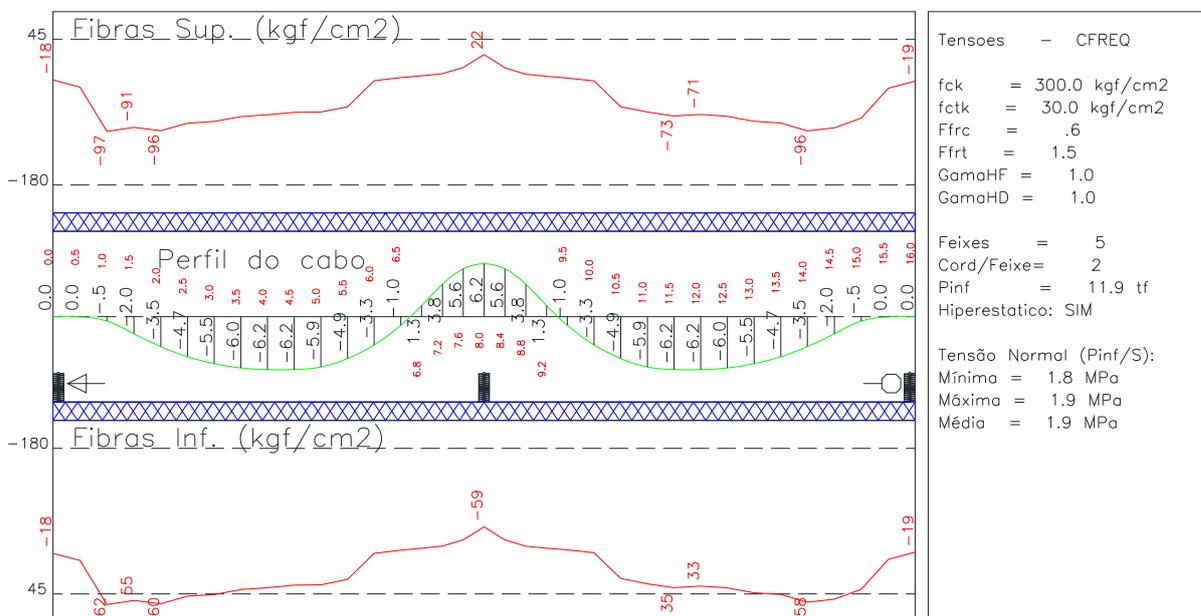


Fonte: Autor

Nota-se que em nenhuma das tributárias os esforços de compressão estão excedendo o limite, porém, os esforços de tração estão. Para isso, serão analisadas as fissurações da laje. Nas Figuras 67 a 72 são apresentadas as tensões na seção de concreto, geradas pelas elevações dos cabos em cada tributária na combinação frequente.

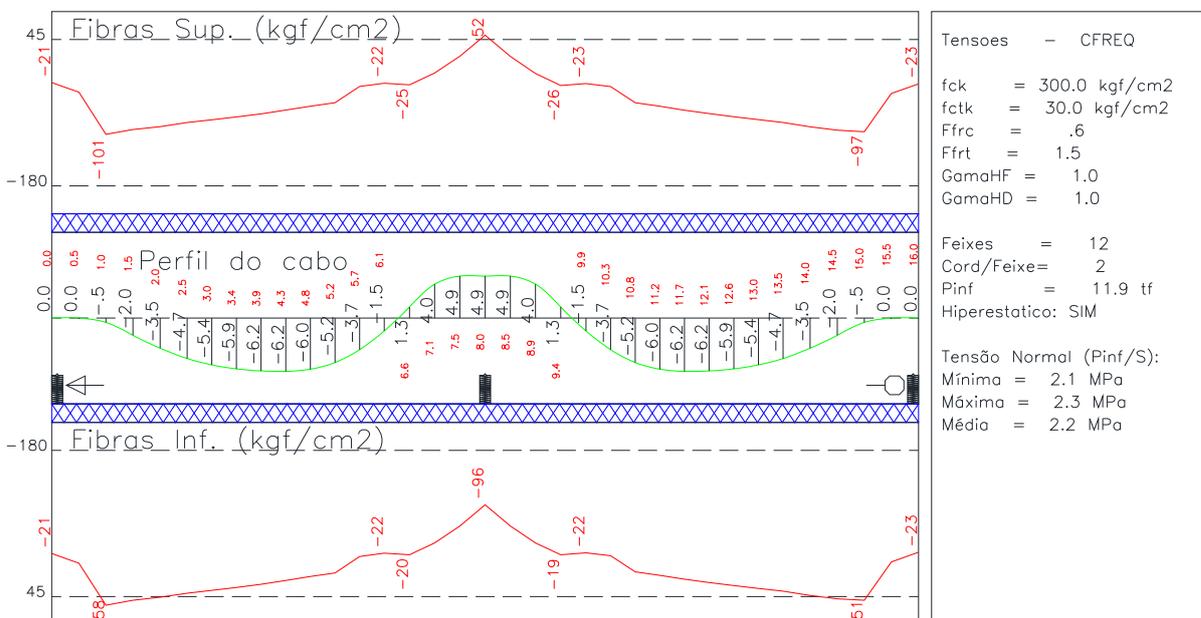
Na combinação frequente não pode ter uma tensão maior do que 60% do  $f_{ck}$ , ou seja, no exemplo em questão, não pode ultrapassar 180 kgf/cm<sup>2</sup> (18 MPa).

**Figura 67: Tributárias 1 e 3 – Tensões dos cabos na combinação frequente – depois de ajustar**



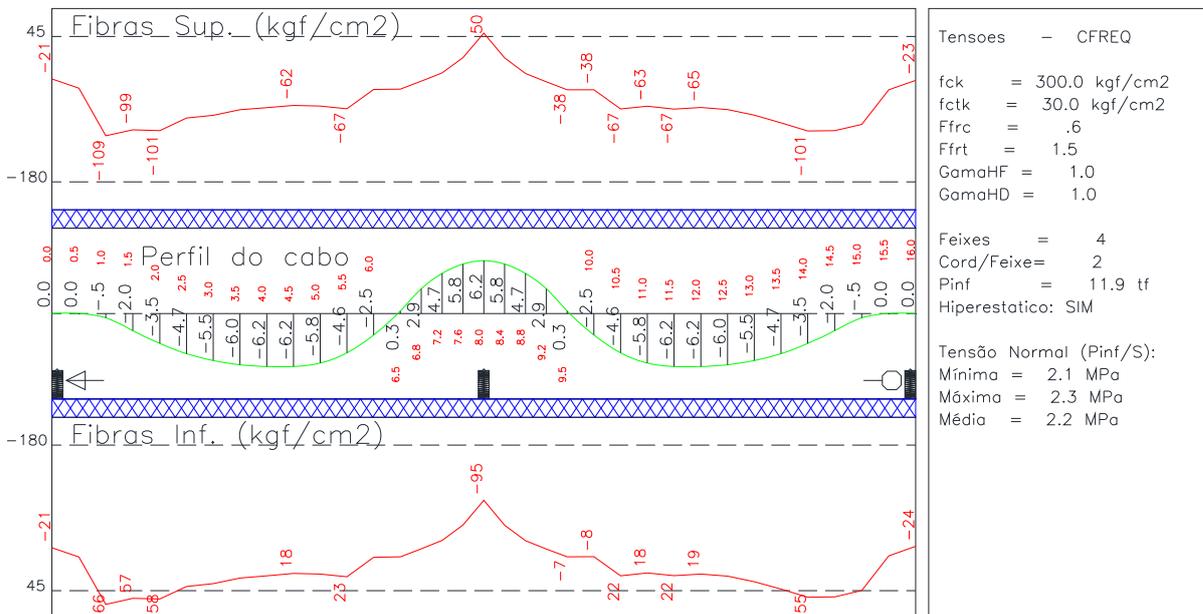
Fonte: Autor

**Figura 68: Tributária 2 – Tensões dos cabos na combinação frequente – depois de ajustar**



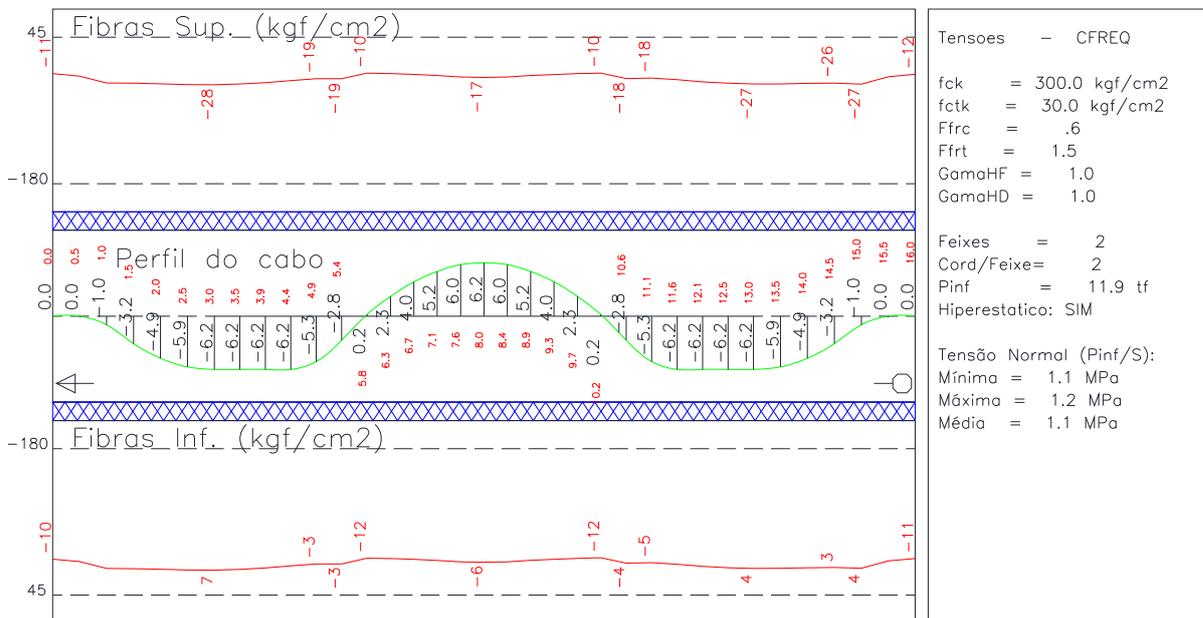
Fonte: Autor

**Figura 69: Tributárias 4 e 6 – Faixa externa – Tensões dos cabos na combinação frequente – depois de ajustar**



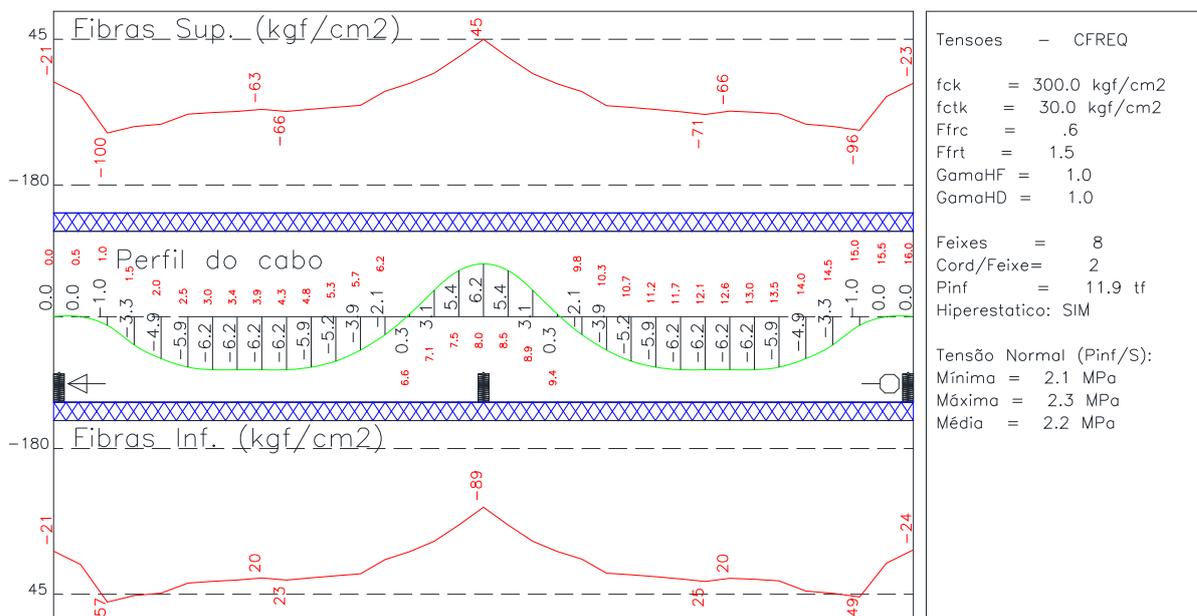
Fonte: Autor

**Figura 70: Tributárias 4 e 6 – Faixa interna – Tensões dos cabos na combinação frequente – depois de ajustar**



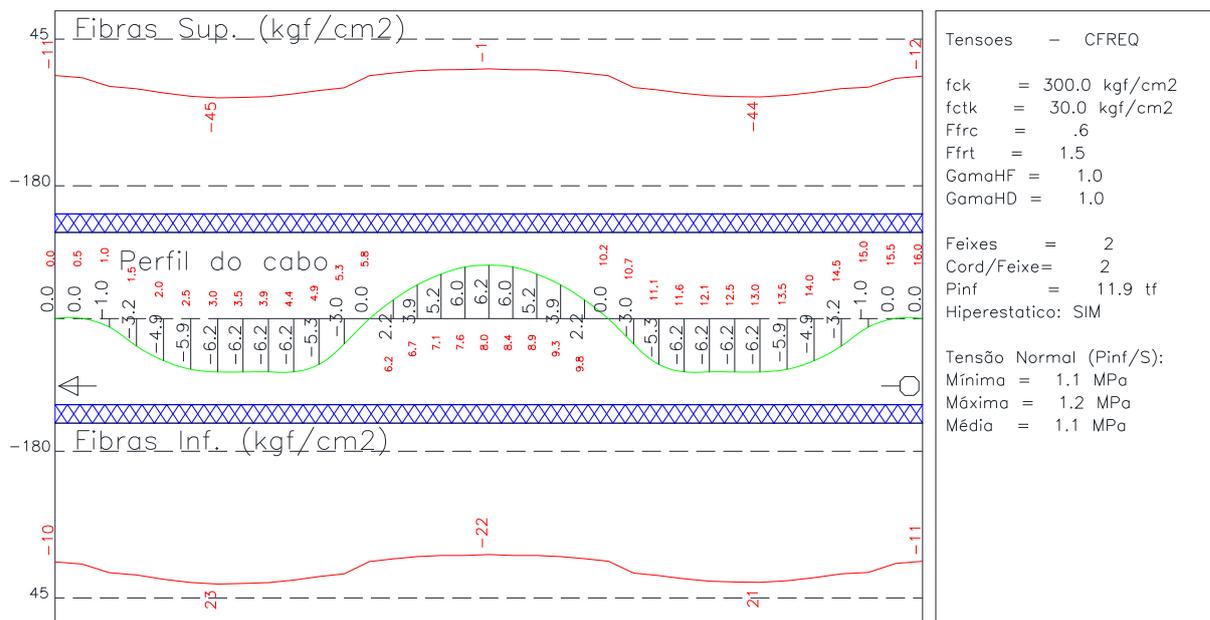
Fonte: Autor

**Figura 71: Tributária 5 – Faixa externa – Tensões dos cabos na combinação frequente – depois de ajustar**



Fonte: Autor

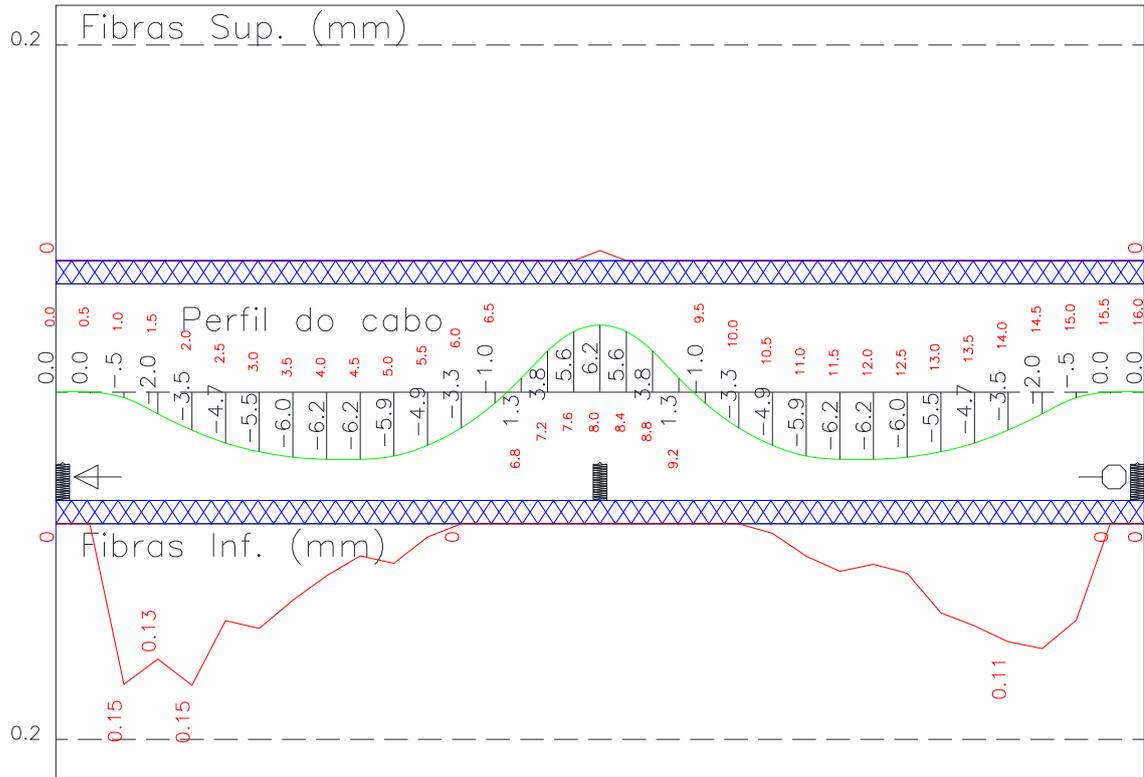
**Figura 72: Tributária 5 – Faixa interna – Tensões dos cabos na combinação frequente – depois de ajustar**



Fonte: Autor

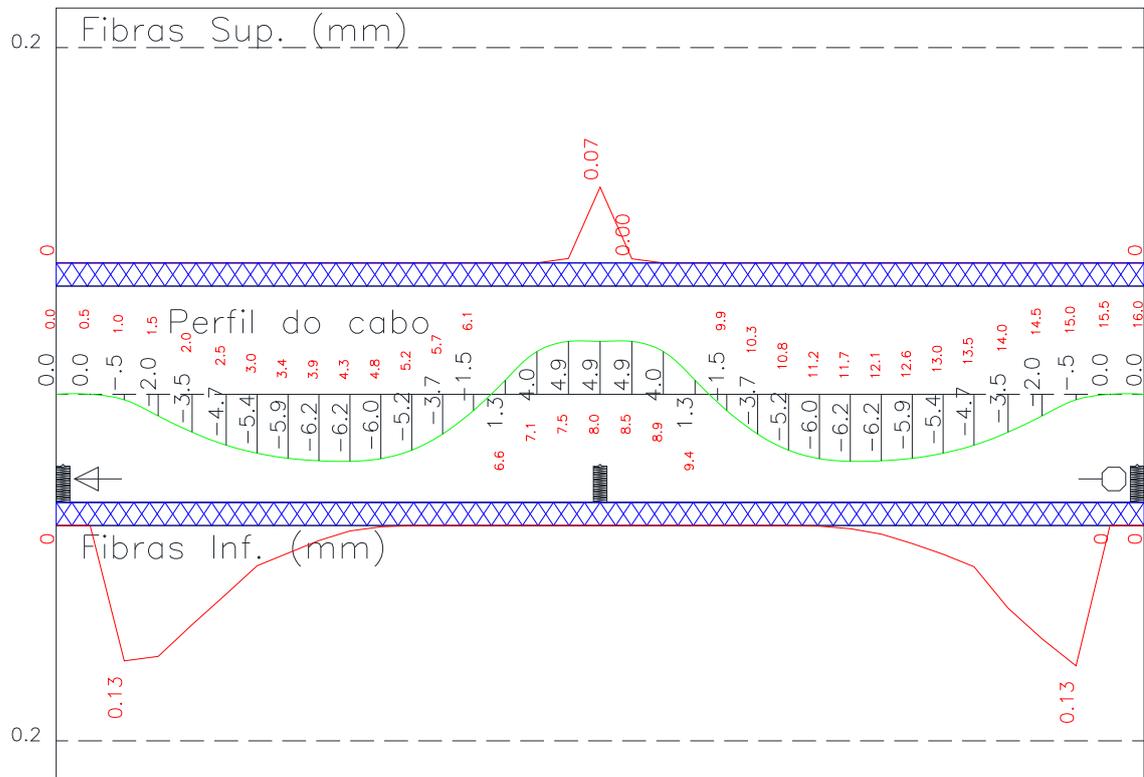
Nota-se que em nenhuma das tributárias os esforços de compressão estão excedendo o limite, porém, os esforços de tração estão. Para isso, serão analisadas as fissurações da laje. Nas Figuras 73 a 78 são apresentadas as fissurações em cada tributária.

**Figura 73: Tributárias 1 e 3 – Fissuração – depois de ajustar**



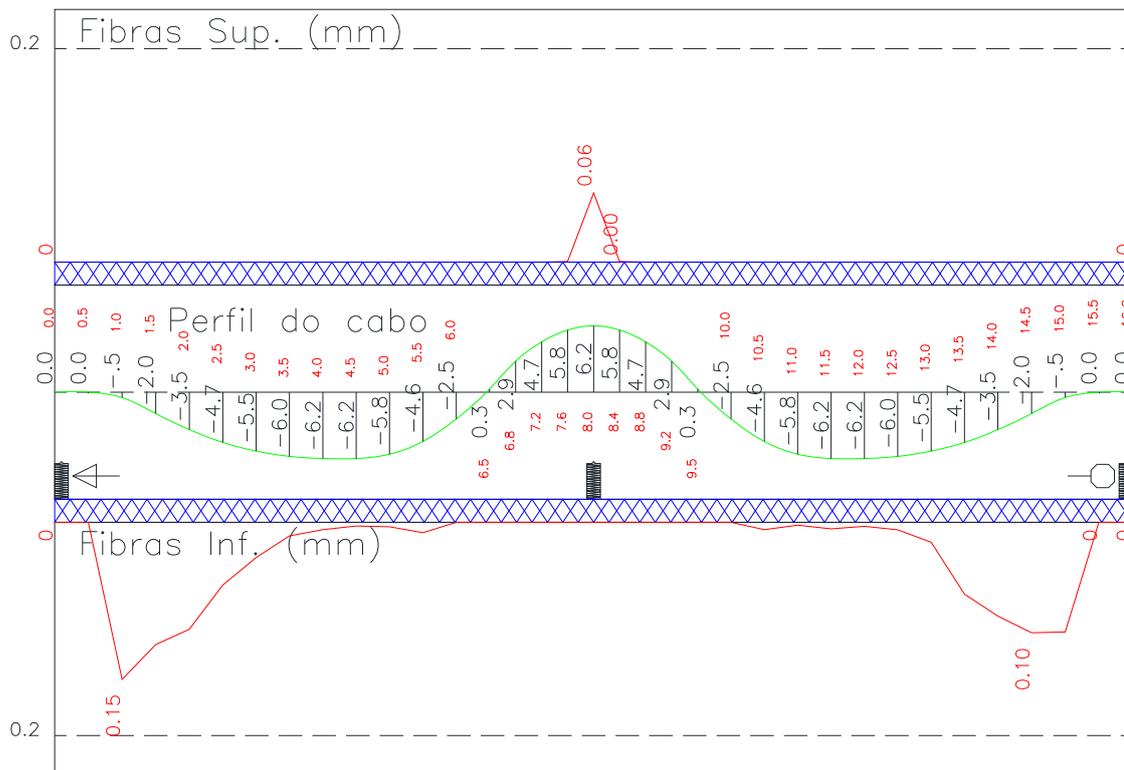
Fonte: Autor

**Figura 74: Tributária 2 – Fissuração – depois de ajustar**



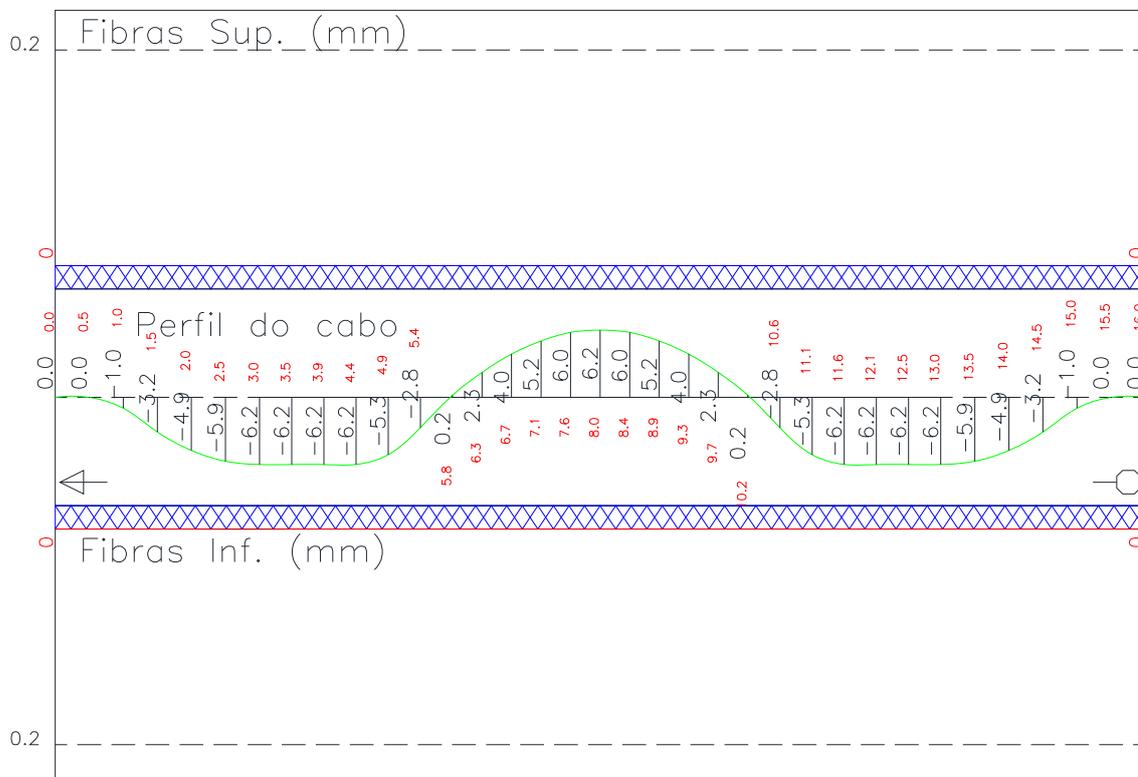
Fonte: Autor

**Figura 75: Tributárias 4 e 6 – Faixa externa – Fissuração – depois de ajustar**



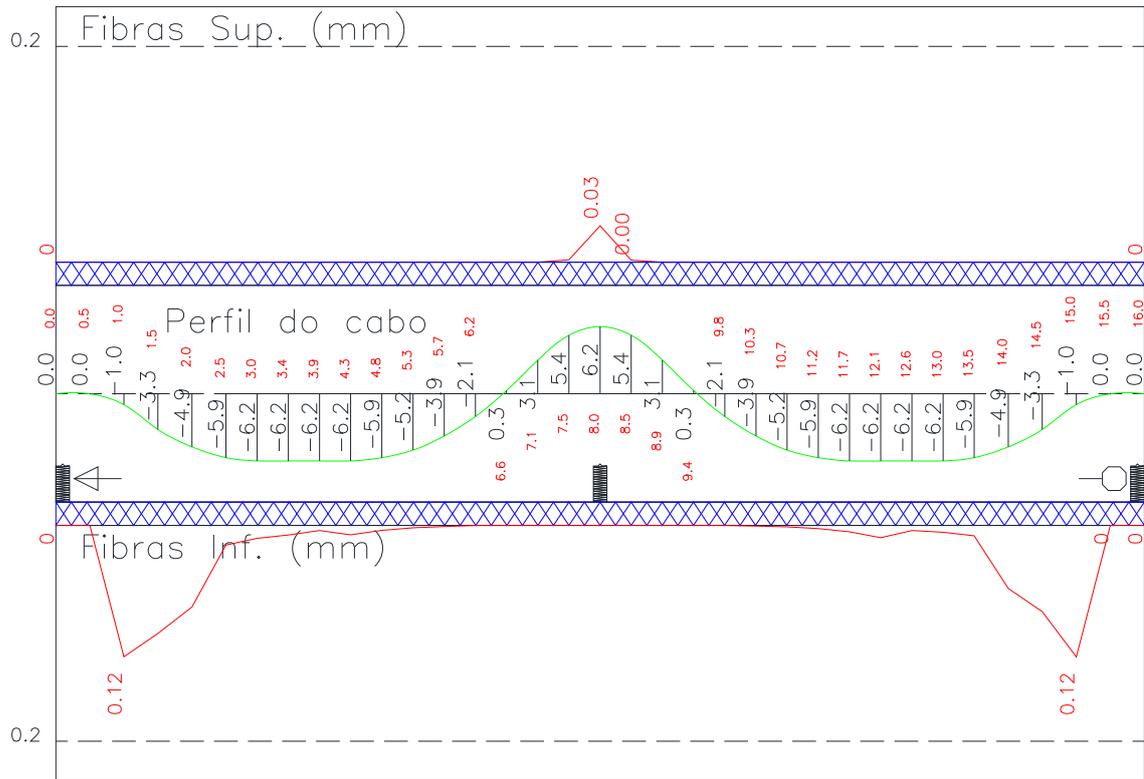
Fonte: Autor

**Figura 76: Tributárias 4 e 6 – Faixa interna – Fissuração – depois de ajustar**



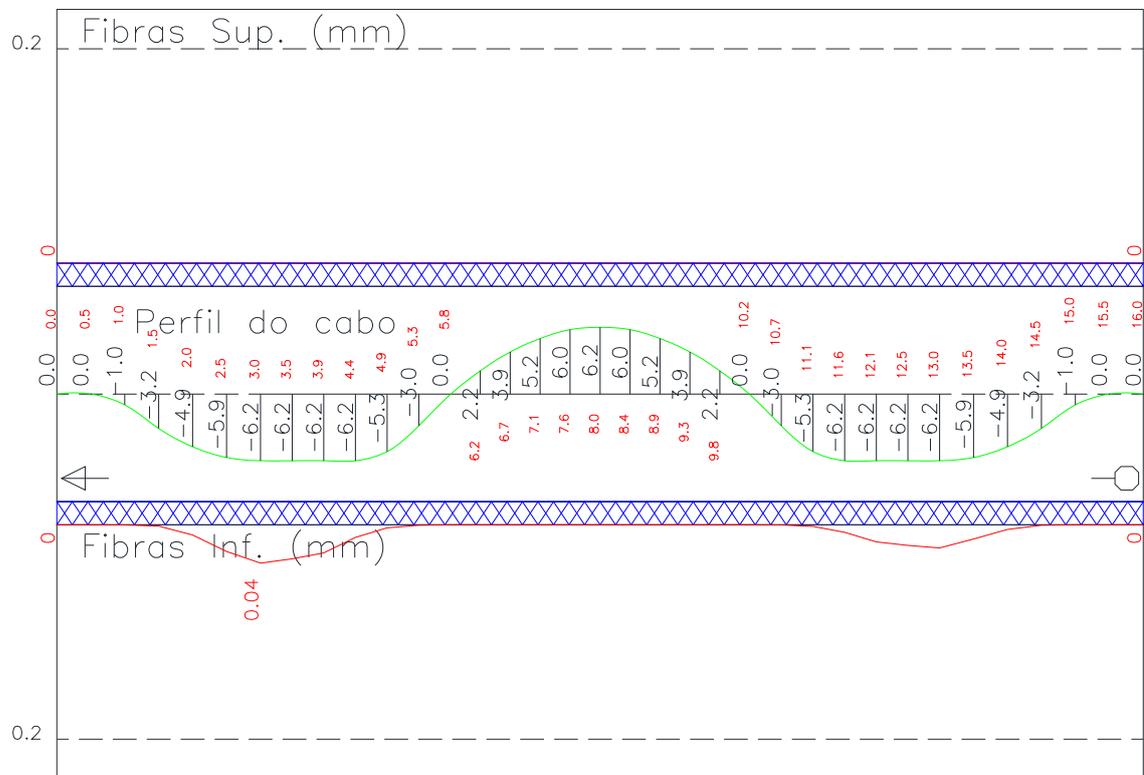
Fonte: Autor

**Figura 77: Tributária 5 – Faixa externa – Fissuração – depois de ajustar**



Fonte: Autor

**Figura 78: Tributária 5 – Faixa interna – Fissuração – depois de ajustar**

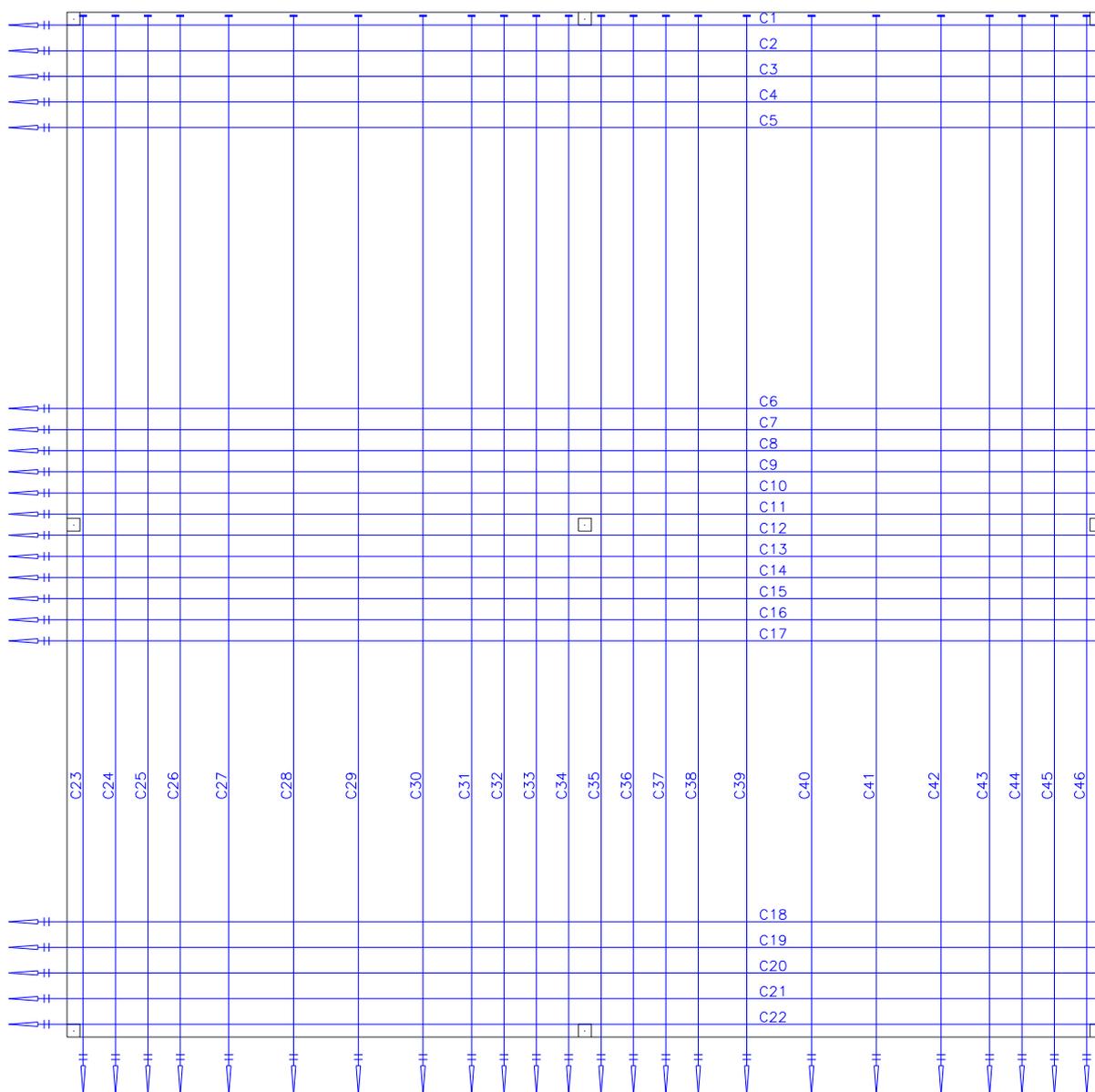


Fonte: Autor

Como em nenhuma tributária foi excedido o limite de fissuração estabelecido por norma (0,2mm), a laje está dentro dos limites.

Na Figura 79 é apresentada a disposição de cabos calculados pelo método de Grelhas.

**Figura 79: Disposições dos cabos – Método de Grelhas**



Fonte: Autor

### 6.3 COMPARAÇÃO ENTRE OS CÁLCULOS

Na Tabela 13 são apresentados os quantitativos de cabos para cada método calculado. Também são apresentadas as diferenças em percentual entre os dos métodos.

**Tabela 13: Comparativo de quantidade de cabos entre os métodos MPE e Grelhas**

Tributárias	Quantidade de Cabos		Diferença em %
	MPE	Grelhas	
1 e 3	15	10	50%
2	31	24	29%
4 e 6 – Faixa externa	8	8	0
4 e 6 – Faixa interna	7	4	75%
5 – Faixa externa	16	16	0
5 – Faixa interna	7	4	75%

Fonte: Autor

Conforme a Tabela 13, os resultados do MPE foram mais conservadores. Em duas tributárias a quantidade de cabos foi semelhante, porém, nas outras 4, a quantidade de cabos gerada pelo MPE foi superior do que em Grelhas.

Caso fossem apresentados os valores do TQS antes de serem trabalhados, essa diferença seria menor, podendo em alguns casos os resultados de Grelhas serem superiores aos de MPE.

Através do exemplo apresentado pode-se entender o porquê de diversos engenheiros ainda utilizarem o MPE para cálculo e detalhamento de lajes lisas, afinal de contas, o mesmo apresentou resultados coerentes. Porém, vale lembrar que esse exemplo é de um pavimento simétrico, com os pilares alinhados, sem cargas concentradas nem lineares e sem furos na laje. Pavimentos em situações reais possuem muitas variáveis, tornando diversas vezes o MPE inviável de ser utilizado.

## 7 EXEMPLOS NUMÉRICOS – CÁLCULO DE ESFORÇOS

Como foi descrito anteriormente há três formas de determinação dos esforços solicitantes nos pavimentos de lajes sem viga: o de pórticos equivalentes (ou similares); o uso de grelha equivalente e, finalmente, o uso de elementos finitos.

O primeiro procedimento, como prescrito na ABNT NBR 6118:2014, no item 14.7.8, indica que o Método dos Pórticos Equivalentes pode ser utilizado em situações em que lajes em concreto armado tenham os pilares alinhados, porém, não comenta nada de lajes protendidas. Contudo, como a ABNT NBR 6118:2007, no item 14.7.8, liberava a sua utilização, No presente capítulo são apresentados diversos exemplos de cálculo de esforço solicitante analisando 8 geometrias similares com posicionamento de pilares diferenciados utilizando os Métodos Pórtico Equivalente (MPE), Grelhas e Elementos Finitos (MEF). Também são feitas comparações de esforços nas duas direções principais. Fazendo essas comparações dá para se entender o porquê de a norma não autorizar o Método dos Pórticos Equivalentes em lajes com pilares desalinhados. Com essas comparações também é possível concluir se o Método dos Pórticos Equivalentes pode ou não ser utilizado para conferir ou estimar os esforços das lajes protendidas.

As plantas estudadas são de uma laje de 16x16m, tendo 9 pilares de 40x40 cm alinhados de três em três, formando um vão médio de 8m.

A espessura das lajes é de 20 cm.

Carga permanente de 2kN/m<sup>2</sup>

Peso do concreto de 25 kN/m<sup>3</sup>

A diferença entre essas formas está no pilar central, tendo este um desalinhamento no pórtico central diferente em cada forma, variando esse alinhamento de 10% a 40% de 5% em 5%, sendo que no primeiro caso os pilares estão alinhados. Na Tabela 14 é mostrado o desalinhamento do pilar central em cada forma. Vale lembrar que na ABNT NBR 6118:2014 exige-se que os pilares estejam alinhados.

Embora sejam feitos todos os casos apresentados na Tabela 14, apenas são detalhados o desalinhamento em 0%, 10% e 40% (os resultados dos demais são apresentados no ANEXO A).

**Tabela 14: Desalinhamento do pilar central**

Forma	Desalinhamento em X		Desalinhamento em Y	
	(%)	(cm)	(%)	(cm)
1	0%	0	0%	0
2	10%	80	0%	0
3	15%	120	0%	0
4	20%	160	0%	0
5	25%	200	0%	0
6	30%	240	0%	0
7	35%	280	0%	0
8	40%	320	0%	0

Fonte: Autor

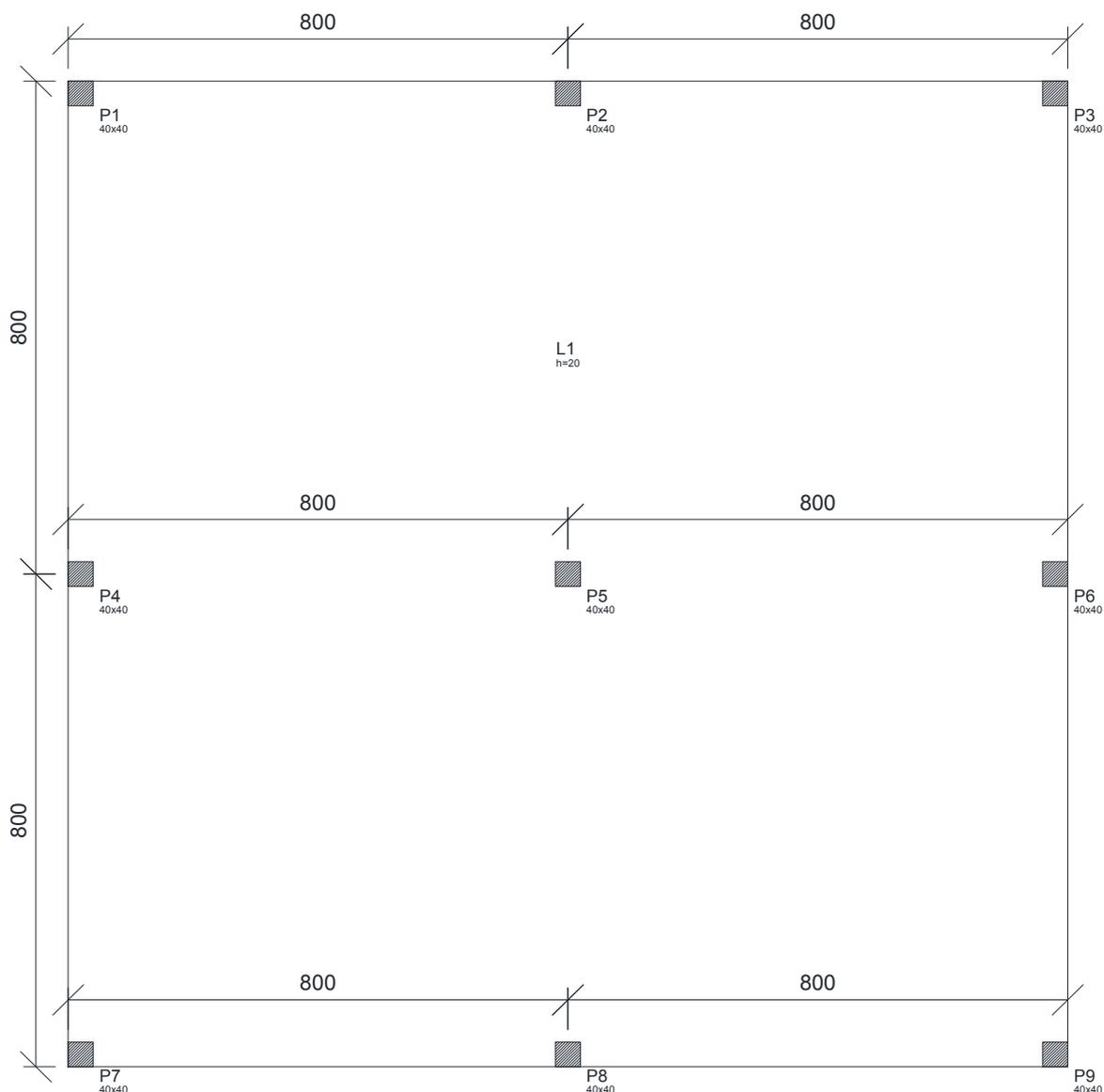
O Método dos Elementos Finitos (MEF) está sendo tratado com o *software* CypeCAD. Ele utiliza elementos de placa, com espaçamento padrão de 40 em 40 cm.

Para compatibilizar com o CypeCAD, foi utilizado um espaçamento entre barras de 40 cm no TQS, que é o *software* utilizado para o cálculo de Grelhas.

### 7.1 MODELO 1 – PILARES ALINHADOS

Neste exemplo será apresentada uma forma com os pilares alinhados. A Figura 80 apresenta os detalhes desta forma.

**Figura 80: Forma da laje do modelo 1 para cálculo de esforços**



Fonte: Autor

Serão apresentados os esforços utilizando o método dos pórticos equivalentes, utilizando método de grelhas e utilizando o método dos elementos finitos. Para o método de grelhas será utilizado o *software* TQS 18.9. Para o método dos elementos finitos será utilizado o *software* CypeCAD na versão de 2012.

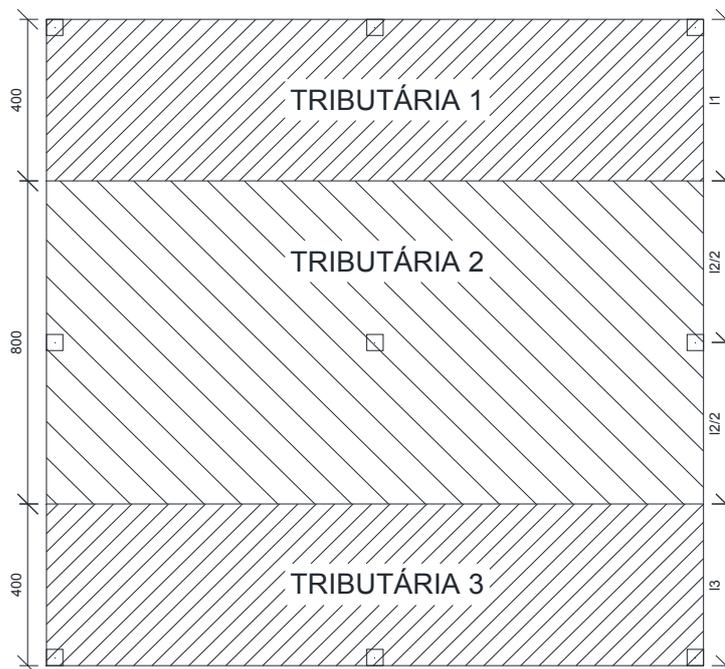
Nos cálculos de grelhas foi utilizada uma malha de 40x40 cm.

Todos os esforços serão dados em kN/m.

### 7.1.1 MODELO 1 UTILIZANDO O MPE

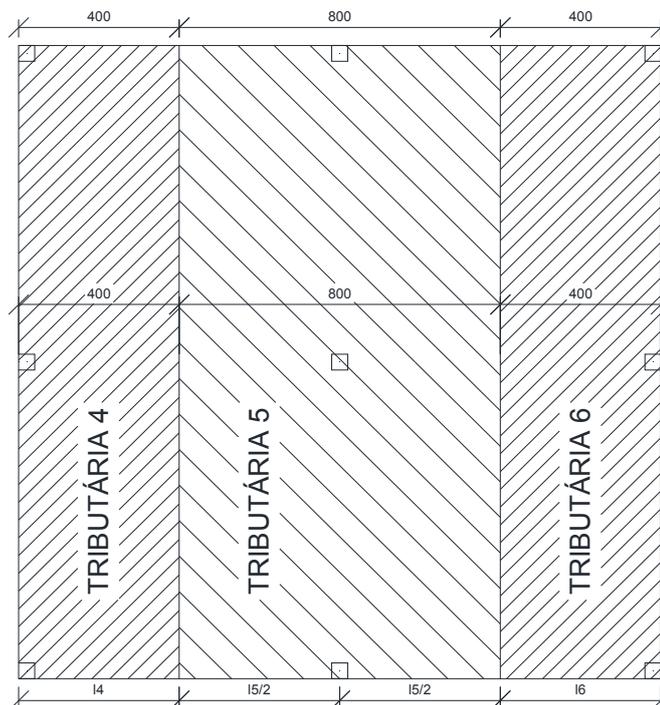
Para o método dos pórticos equivalentes divide-se a laje em faixas (tributárias) para encontrar os momentos máximos, conforme as Figuras 81 e 82.

**Figura 81: Faixas horizontais para cálculo de esforços do Modelo 1**



Fonte: Autor

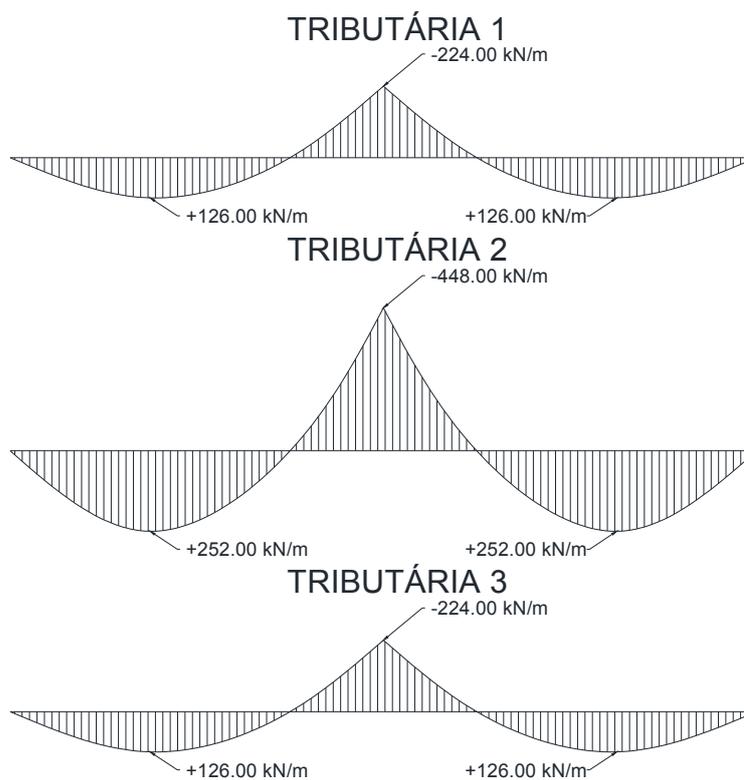
**Figura 82: Faixas verticais para cálculo de esforços do Modelo 1**



Fonte: Autor

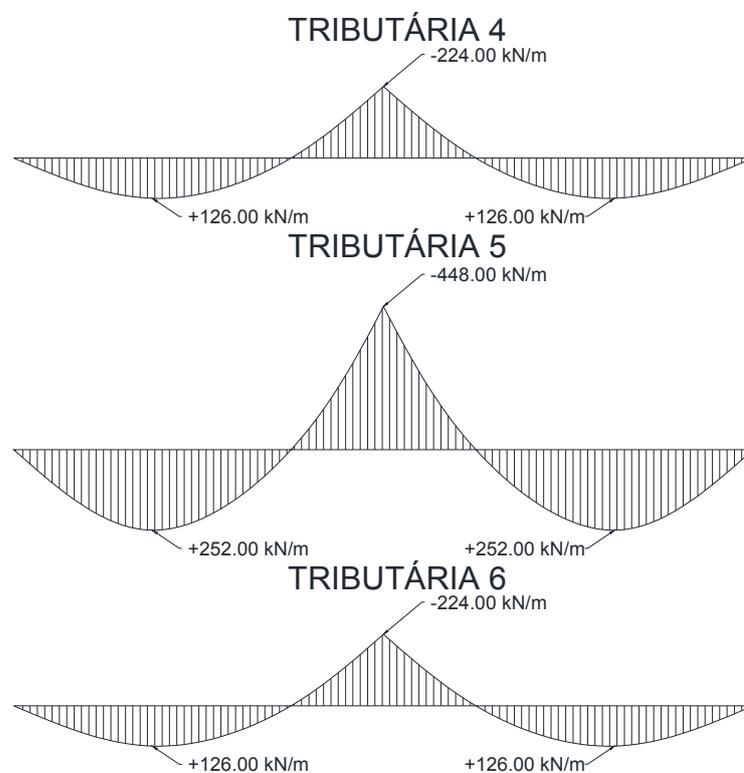
Os esforços máximos de momento nas direções “X” e “Y” das tributárias da laje são descritos nas Figuras 83 e 84, respectivamente.

**Figura 83: Diagrama de momentos máximos em X do modelo 1**



Fonte: Autor

**Figura 84: Diagrama de momentos máximos em Y do modelo 1**



Fonte: Autor

Como a laje é bi-simétrica e no cálculo simplificado são usadas as cargas totais nas duas direções para a obtenção dos esforços para o dimensionamento, os

esforços horizontais e verticais são iguais. Após a obtenção de esforços aplica-se uma regra de distribuição dos momentos:

45% dos momentos positivos para as duas faixas internas;

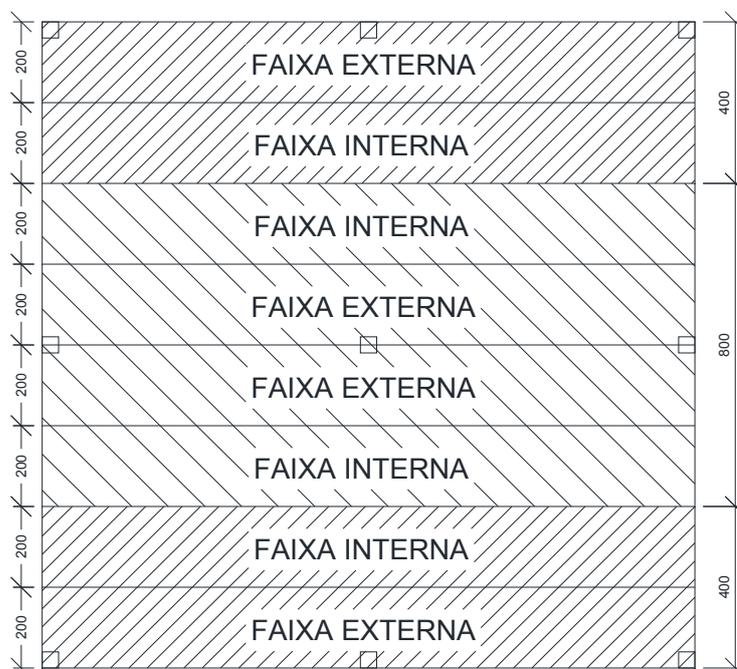
27,5% dos momentos positivos para cada uma das faixas externas;

25% dos momentos negativos para as duas faixas internas;

37,5% dos momentos negativos para cada uma das faixas externas

A Figura 85 apresenta a divisão de faixas para obtenção de esforços mediante o diagrama de momentos máximos.

**Figura 85: Faixas para obtenção de esforços**



Fonte: Autor

Essas faixas sempre trabalharão da seguinte forma:

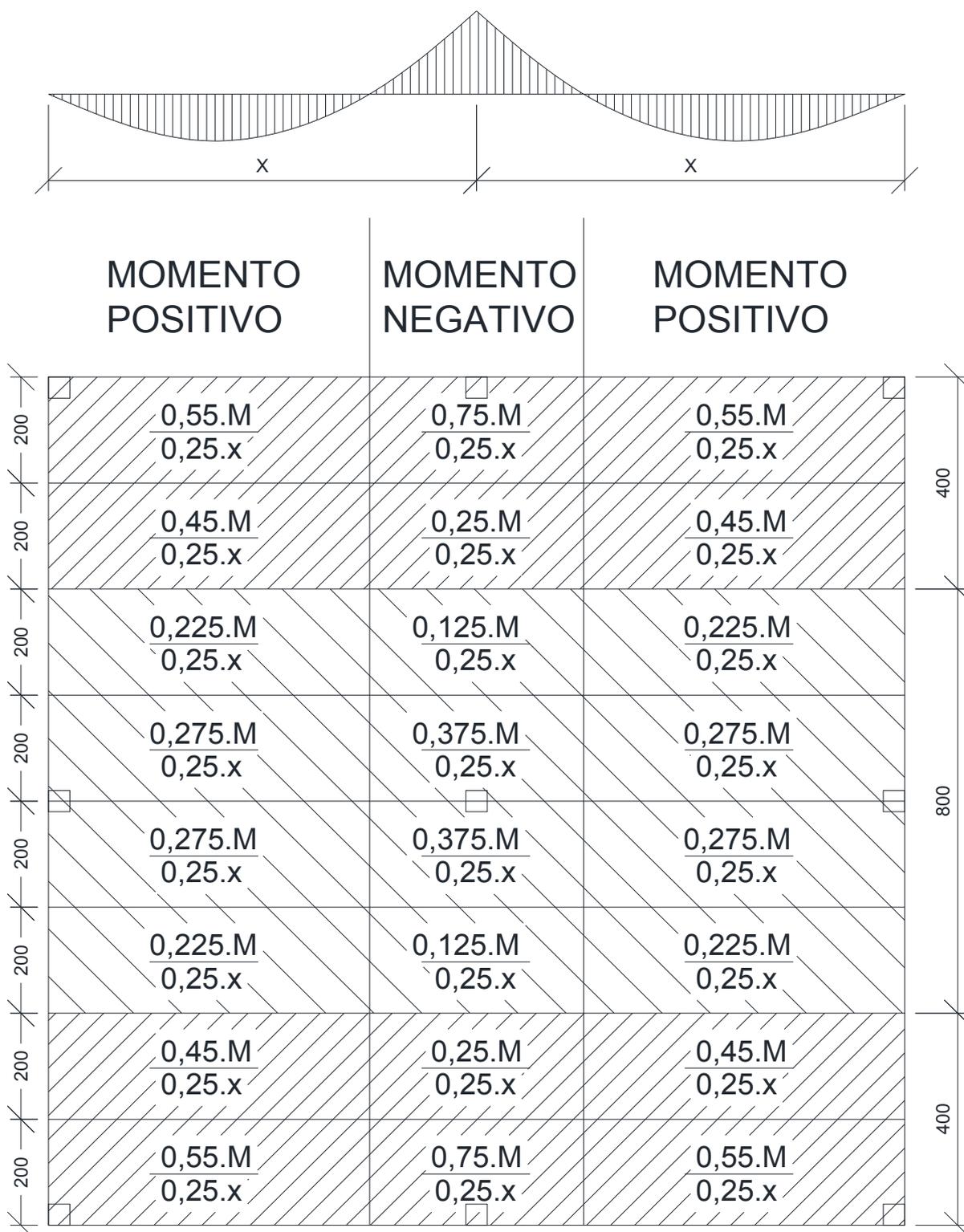
Quando a tributária for de extremidade, a metade de fora será uma faixa externa, e a metade de dentro será uma faixa interna.

Quando a tributária for de centro, será dividida em 4 partes iguais, sendo as duas do meio consideradas como faixas externas e as duas de fora consideradas como faixas internas.

Nesta situação, as faixas sempre estarão acompanhando o traçado das tributárias.

A Figura 86 apresenta a distribuição de esforços para cada tributária.

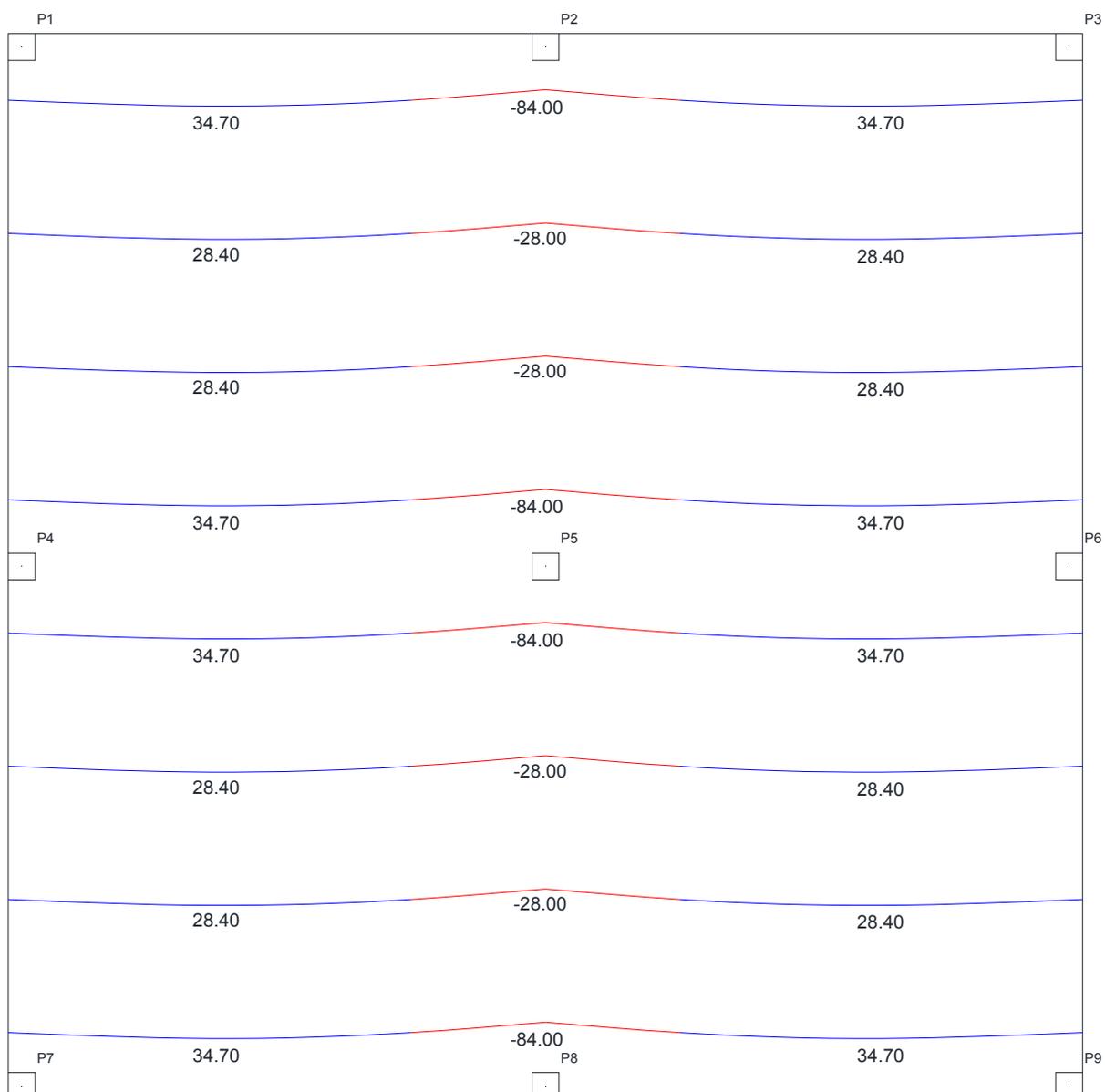
**Figura 86: Distribuição de esforços para as tributárias**



Fonte: Autor

Em seguida aplica-se a divisão de esforços em cada faixa de laje. Os diagramas de momentos em "X" estão apresentados na Figura 87.

**Figura 87: Esforços de momento em X do modelo 1 utilizando o MPE**



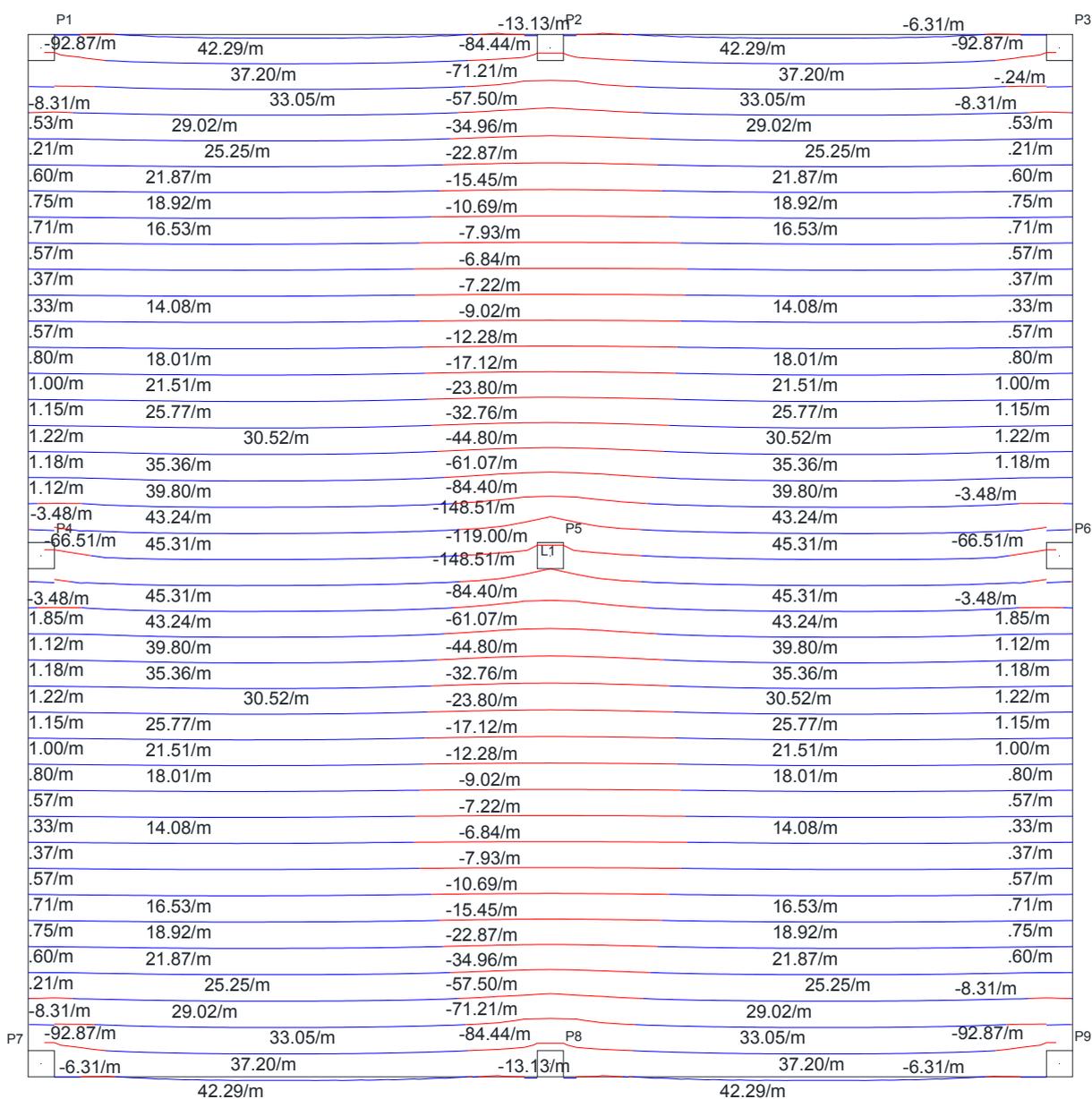
Fonte: Autor

Como a laje é bi-simétrica, os esforços nas duas direções são iguais.

### 7.1.2 MODELO 1 UTILIZANDO O MÉTODO DE GRELHAS

Os esforços de momentos em "X" estão apresentados na Figura 88.

**Figura 88: Esforços de momento em X do modelo 1 utilizando o método de grelhas**



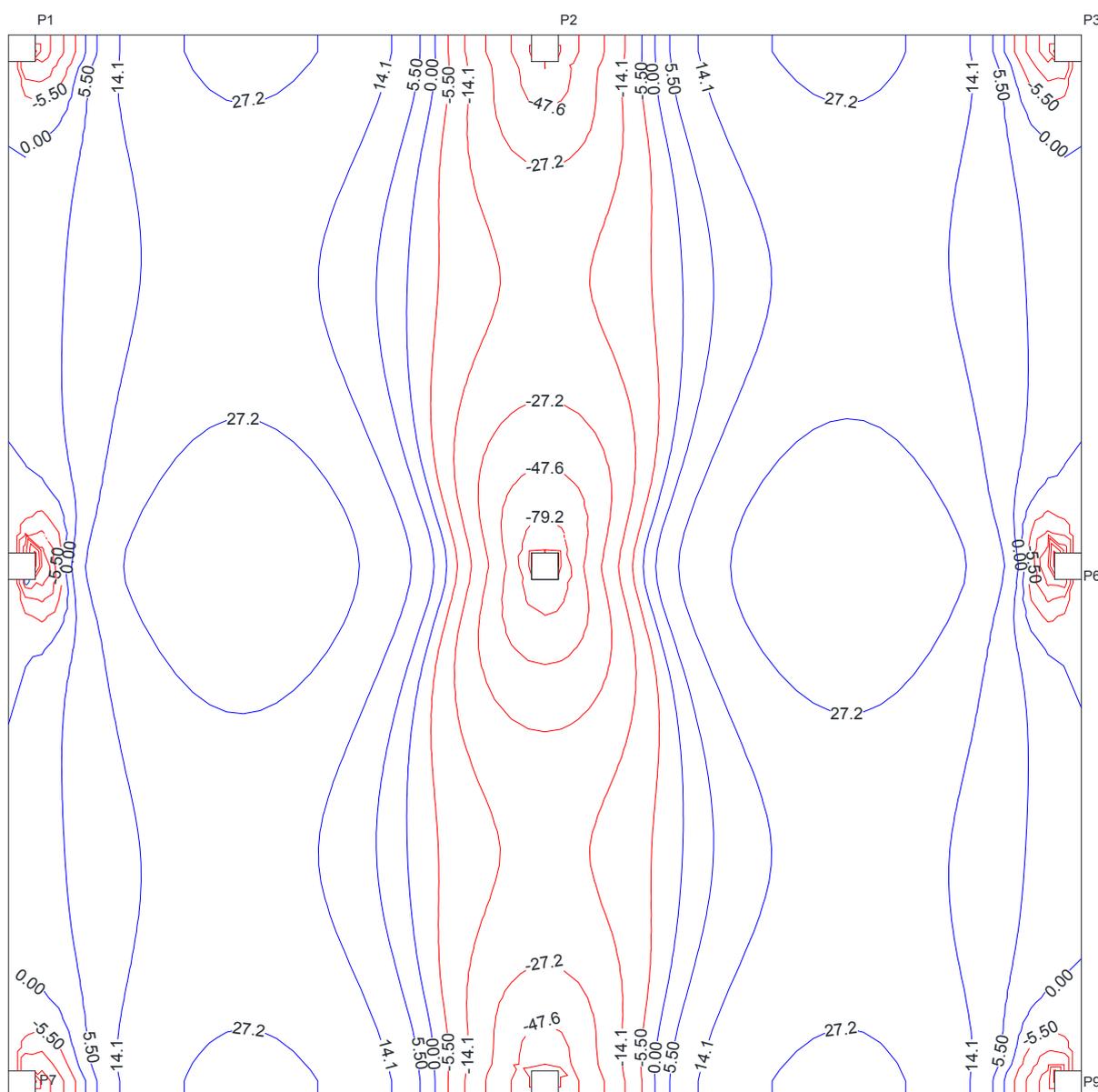
Fonte: Autor

Como a laje é bi-simétrica, os esforços nas duas direções são iguais.

### 7.1.3 MODELO 1 UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Os esforços obtidos através do *Software* CypeCAD em “X” e “Y” estão apresentados na Figura 89

**Figura 89: Esforços de momento em X do modelo 1 utilizando o MEF**



Fonte: Autor

Como a laje é bi-simétrica, os esforços nas duas direções são iguais.

#### 7.1.4 COMPARAÇÃO DE ESFORÇOS DO MODELO 1

A Tabela 15 apresenta os esforços de momento máximos e mínimos em cada faixa de tributária para cada um dos métodos de cálculo trabalhados. Os esforços de grelha apresentados foram uma média feita pelos valores contidos em cada faixa, e os esforços no MEF foram colocados baseados no ponto central de cada faixa.

Tabela 15: Comparação de esforços no Modelo 1 entre o MPE, Grelhas e MEF

Modelo 1							
Tributárias	Modelos	1° Vão		Apoio Central		2° Vão	
		Faixa Externa	Faixa Interna	Faixa Externa	Faixa Interna	Faixa Externa	Faixa Interna
1	MPE	34,70	28,40	-84,00	-28,00	34,70	28,40
	Grelhas	31,45	17,00	-54,20	-11,82	31,45	17,00
	MEF	26,90	18,50	-58,00	-17,70	26,90	18,50
Diferença %	MPE x Grelhas	10,3%	67,1%	35,5%	57,8%	10,3%	67,1%
	MPE x MEF	29,0%	53,5%	31,0%	36,8%	29,0%	53,5%
	Grelhas x MEF	16,9%	8,8%	6,6%	33,2%	16,9%	8,8%
2	MPE	34,70	28,40	-84,00	-28,00	34,70	28,40
	Grelhas	38,84	20,99	-81,77	-17,03	38,84	20,99
	MEF	34,80	21,70	-65,60	-21,70	34,80	21,70
Diferença %	MPE x Grelhas	11,9%	35,3%	2,7%	39,2%	11,9%	35,3%
	MPE x MEF	0,3%	30,9%	21,9%	22,5%	0,3%	30,9%
	Grelhas x MEF	11,6%	3,4%	19,8%	21,5%	11,6%	3,4%
3	MPE	34,70	28,40	-84,00	-28,00	34,70	28,40
	Grelhas	31,45	17,00	-54,20	-11,82	31,45	17,00
	MEF	26,90	18,50	-58,00	-17,70	26,90	18,50
Diferença %	MPE x Grelhas	10,3%	67,1%	35,5%	57,8%	10,3%	67,1%
	MPE x MEF	29,0%	53,5%	31,0%	36,8%	29,0%	53,5%
	Grelhas x MEF	16,9%	8,8%	6,6%	33,2%	16,9%	8,8%
4	MPE	34,70	28,40	-84,00	-28,00	34,70	28,40
	Grelhas	31,45	17,00	-54,20	-11,82	31,45	17,00
	MEF	26,90	18,50	-58,00	-17,70	26,90	18,50
Diferença %	MPE x Grelhas	10,3%	67,1%	35,5%	57,8%	10,3%	67,1%
	MPE x MEF	29,0%	53,5%	31,0%	36,8%	29,0%	53,5%
	Grelhas x MEF	16,9%	8,8%	6,6%	33,2%	16,9%	8,8%
5	MPE	34,70	28,40	-84,00	-28,00	34,70	28,40
	Grelhas	38,84	20,99	-81,77	-17,03	38,84	20,99
	MEF	34,80	21,70	-65,60	-21,70	34,80	21,70
Diferença %	MPE x Grelhas	11,9%	35,3%	2,7%	39,2%	11,9%	35,3%
	MPE x MEF	0,3%	30,9%	21,9%	22,5%	0,3%	30,9%
	Grelhas x MEF	11,6%	3,4%	19,8%	21,5%	11,6%	3,4%
6	MPE	34,70	28,40	-84,00	-28,00	34,70	28,40
	Grelhas	31,45	17,00	-54,20	-11,82	31,45	17,00
	MEF	26,90	18,50	-58,00	-17,70	26,90	18,50
Diferença %	MPE x Grelhas	10,3%	67,1%	35,5%	57,8%	10,3%	67,1%
	MPE x MEF	29,0%	53,5%	31,0%	36,8%	29,0%	53,5%
	Grelhas x MEF	16,9%	8,8%	6,6%	33,2%	16,9%	8,8%

Fonte: Autor

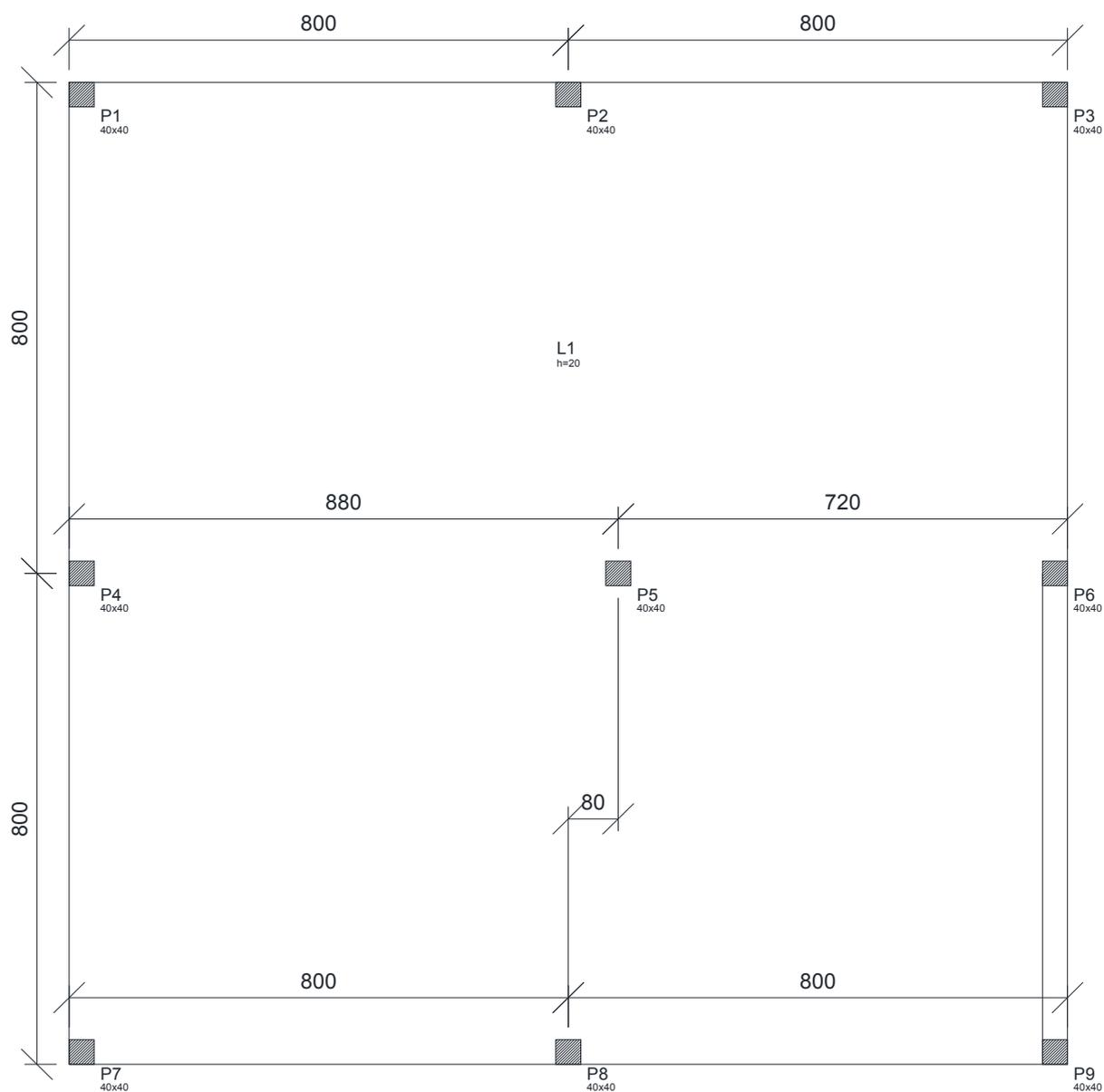
Como este modelo é bi-simétrico e com espaçamentos entre pilares iguais, os esforços das tributárias no MPE foram iguais. Repara-se também que o 1° e o 2° vão tiveram esforços iguais em todos os modelos.

O MPE foi o método que apresentou os maiores esforços de momento positivo. Já no momento negativo, para as tributárias de borda o MEF apresentou maiores esforços, porém nas tributárias internas o método de Grelhas sobressai.

## 7.2 MODELO 2 – PILARES COM 10% DE DESALINHAMENTO

Neste exemplo será apresentada uma forma com os pilares com 10% de desalinhamento. A Figura 90 apresenta os detalhes desta forma.

**Figura 90: Forma da laje do modelo 2 para cálculo de esforços**

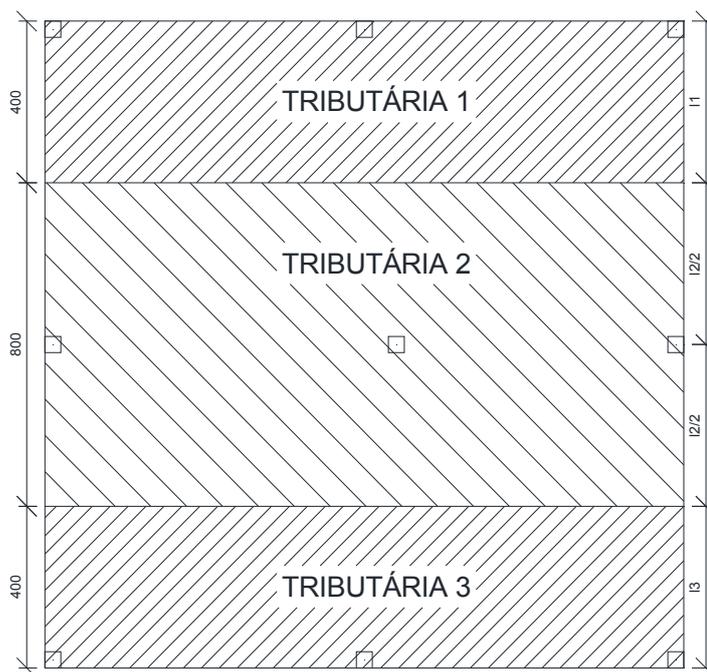


Fonte: Autor

### 7.2.1 MODELO 2 UTILIZANDO O MPE

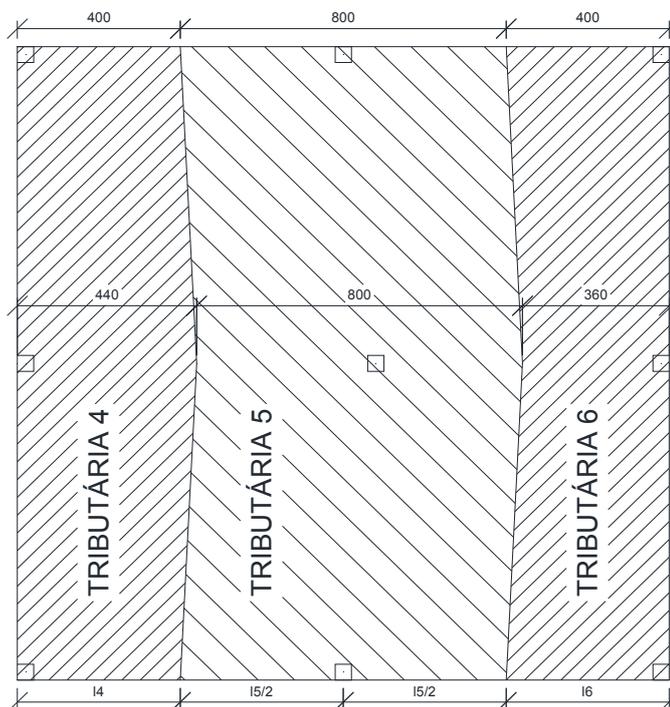
As Figuras 91e92 apresentam as tributárias para o dimensionamento da laje.

**Figura 91: Faixas horizontais para cálculo de esforços do Modelo 2**



Fonte: Autor

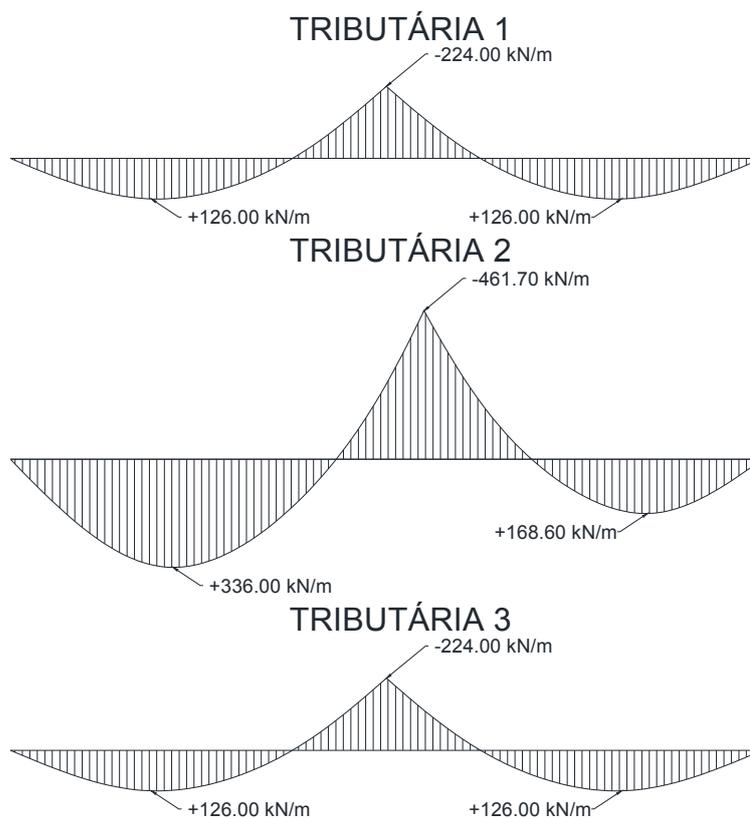
**Figura 92: Faixas verticais para cálculo de esforços do Modelo 2**



Fonte: Autor

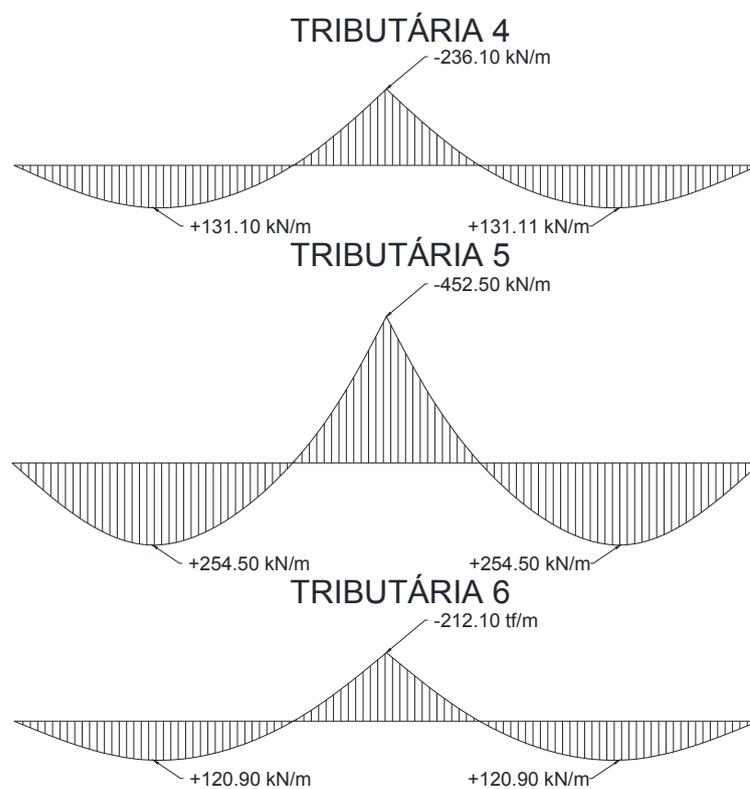
Os esforços máximos de momento nas direções “X” e “Y” das tributárias da laje são descritos nas Figuras 93 e 94, respectivamente.

**Figura 93: Diagrama de momentos máximos em X do modelo 2**



Fonte: Autor

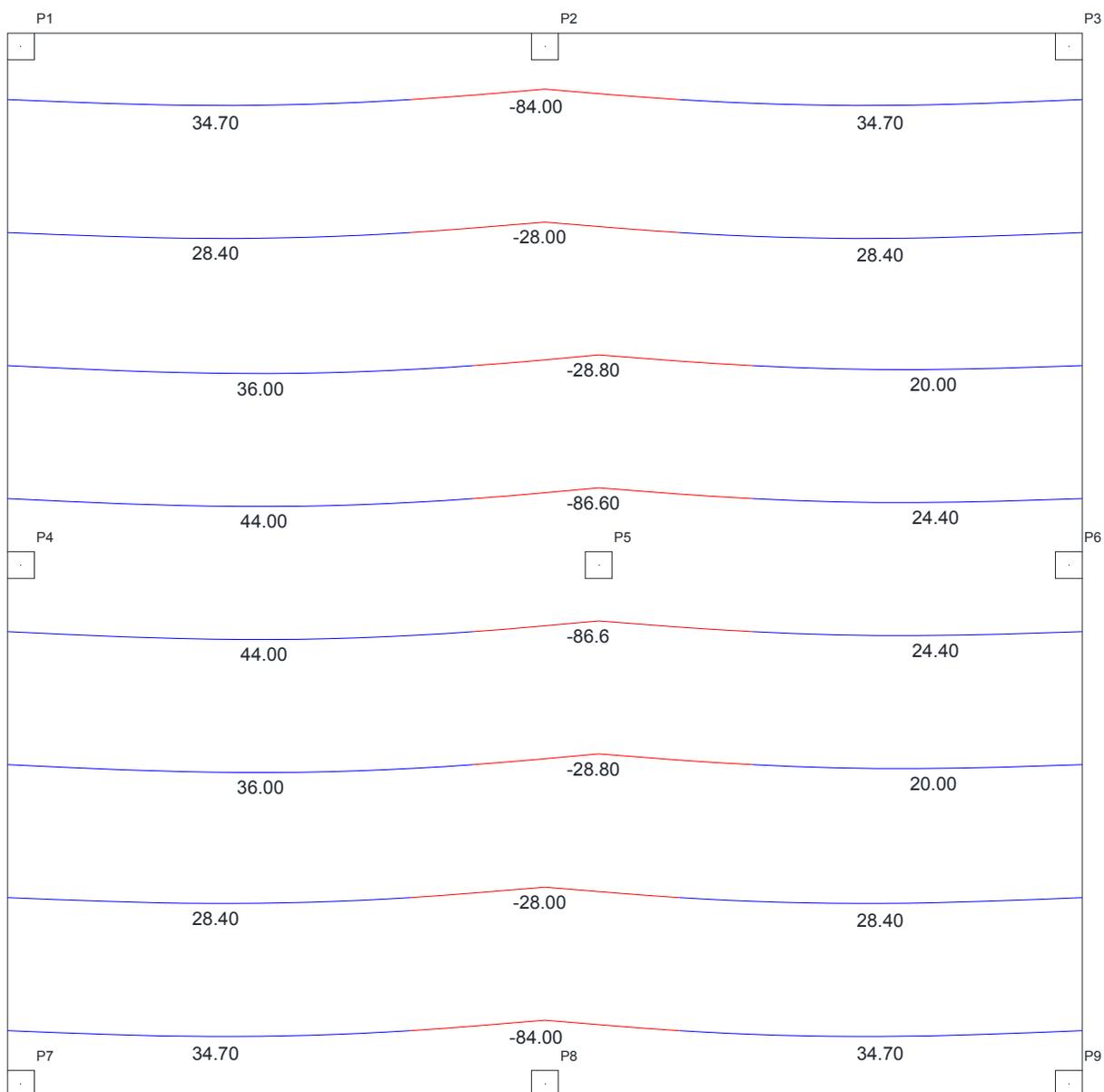
**Figura 94: Diagrama de momentos máximos em Y do modelo 2**



Fonte: Autor

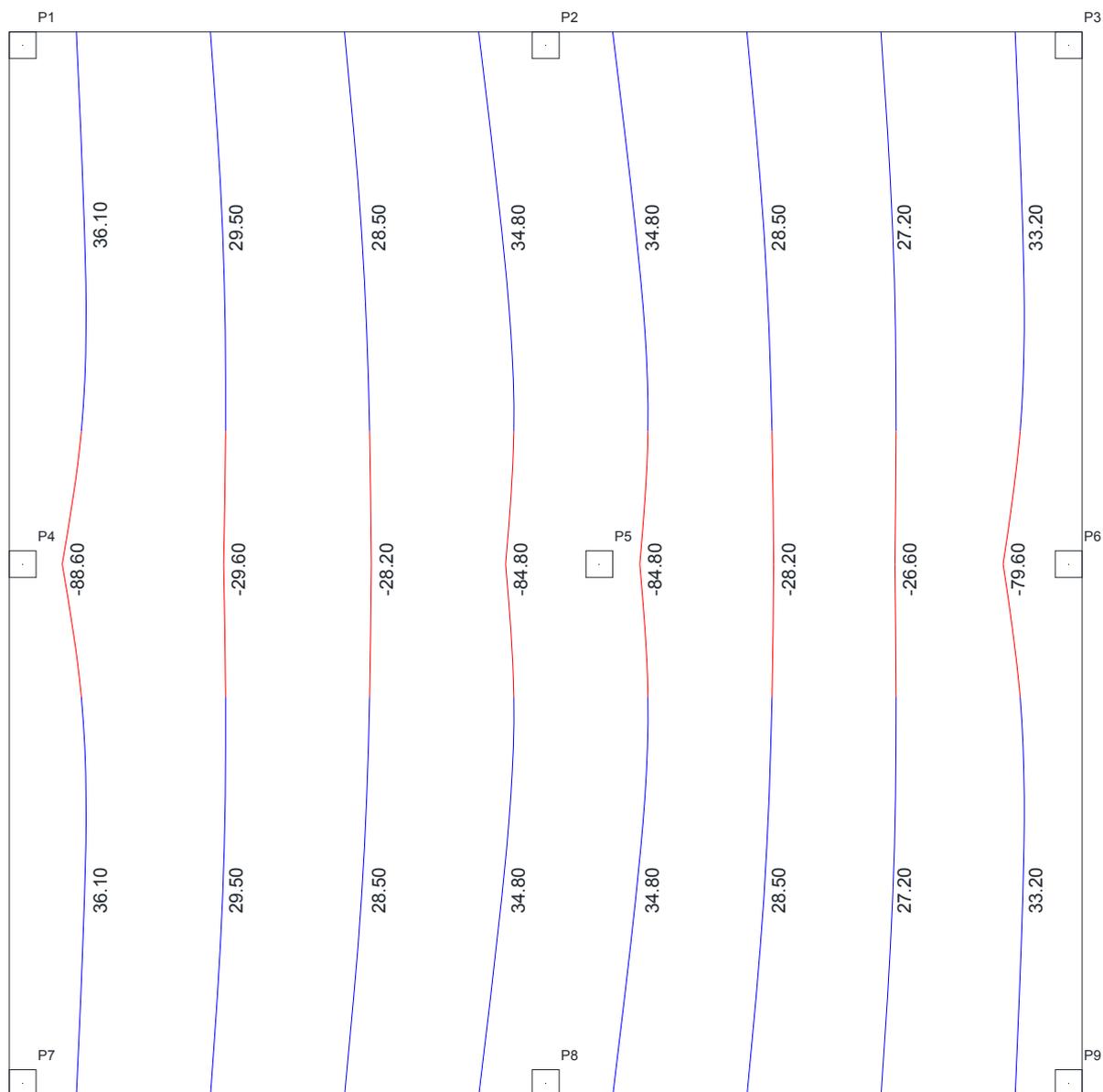
Nota-se que os valores dos dois momentos positivos em Y são iguais. Isso se deve pelo fato de que a laje continua simétrica em uma das direções. As Figuras 95 e 96 apresentam os esforços de momento em X e Y, respectivamente.

**Figura 95: Esforços de momento em X do modelo 2 utilizando o MPE**



Fonte: Autor

**Figura 96: Esforços de momento em Y do modelo 2 utilizando o MPE**

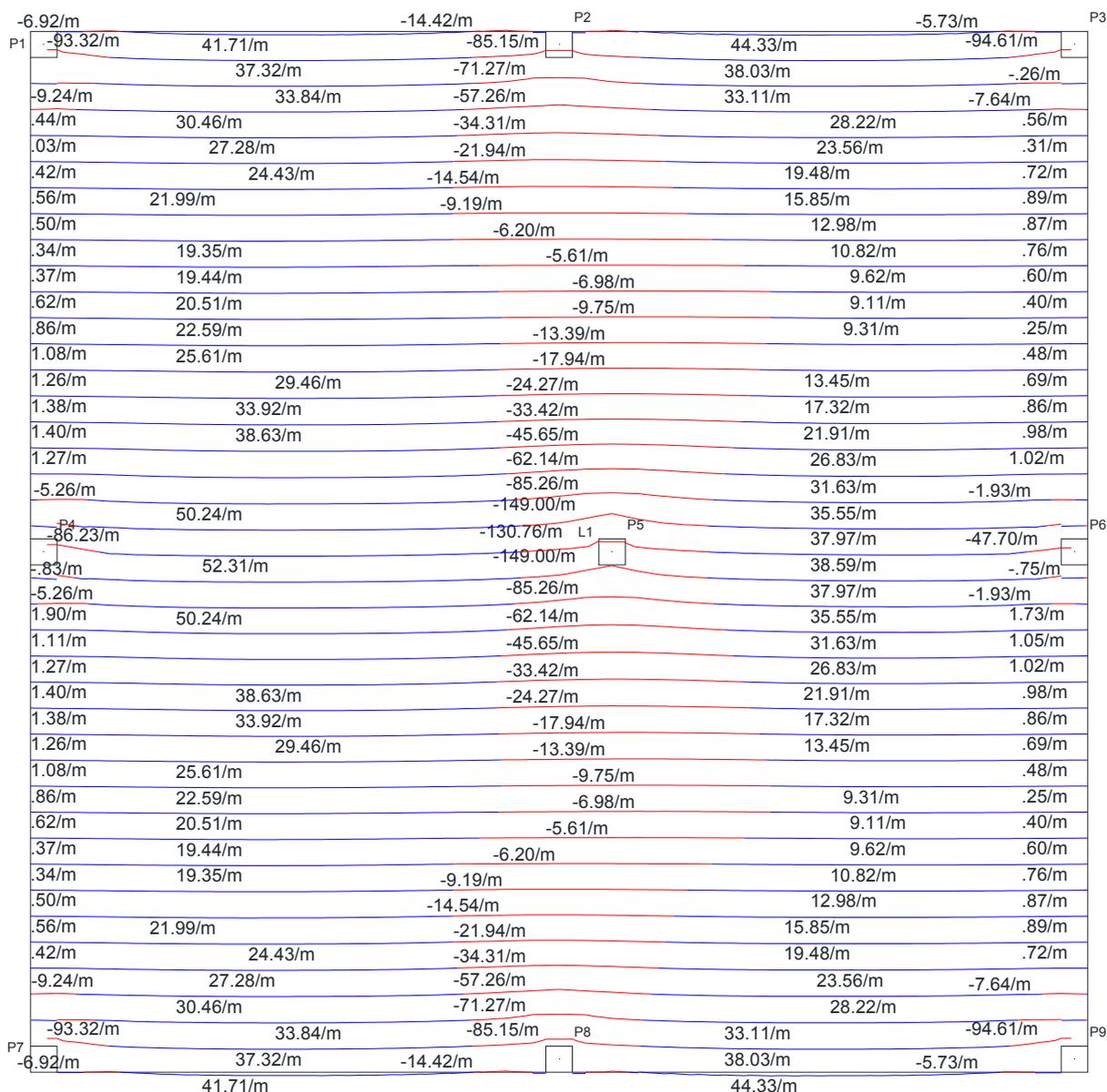


Fonte: Autor

## 7.2.2 MODELO 2 UTILIZANDO O MÉTODO DE GRELHAS

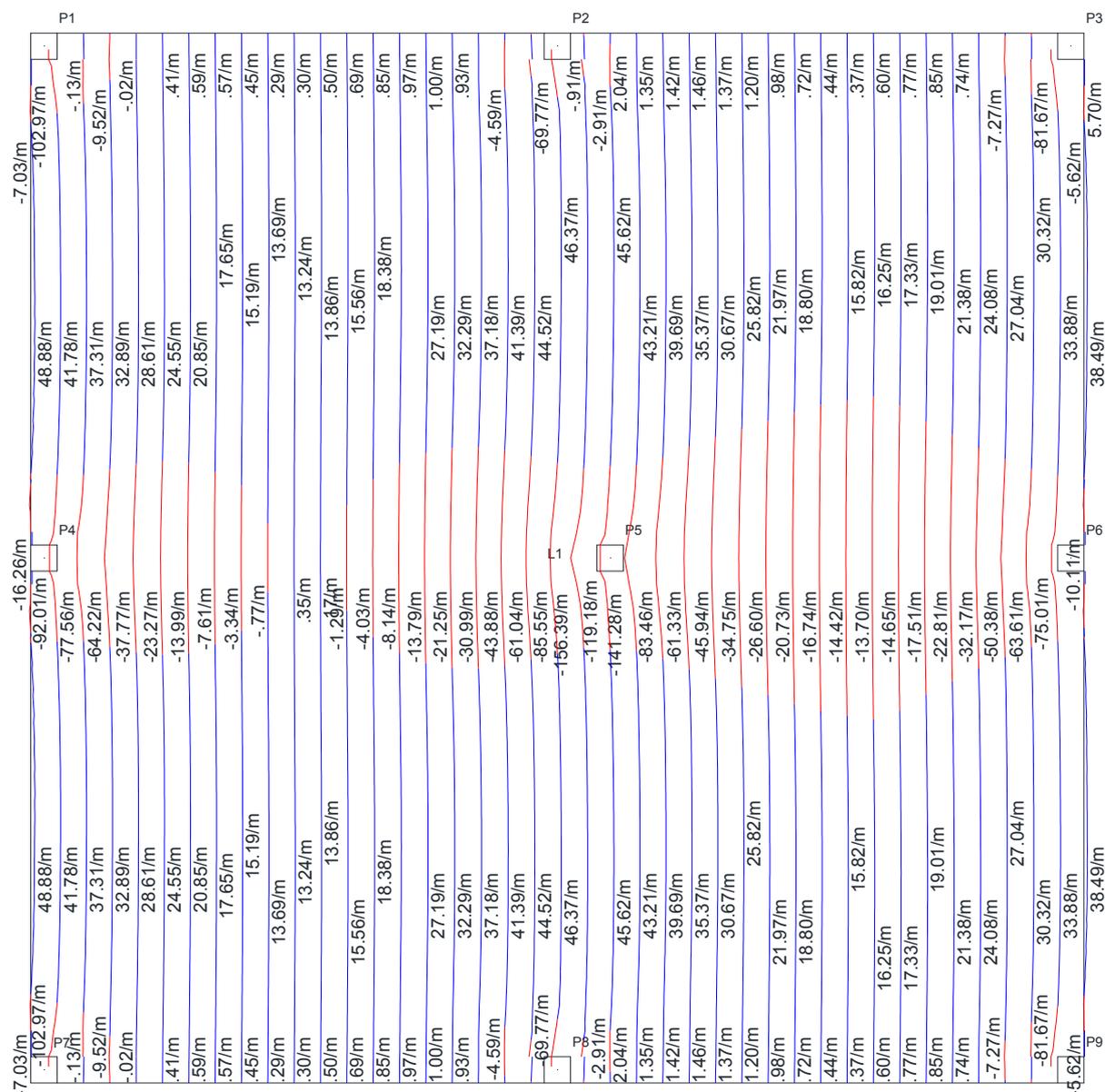
Os esforços de momentos em “X” e “Y” estão apresentados nas Figuras 97 e 98, respectivamente.

**Figura 97: Esforços de momento em X do modelo 2utilizando o método de grelhas**



Fonte: Autor

Figura 98: Esforços de momento em Y do modelo 2 utilizando o método de grelhas

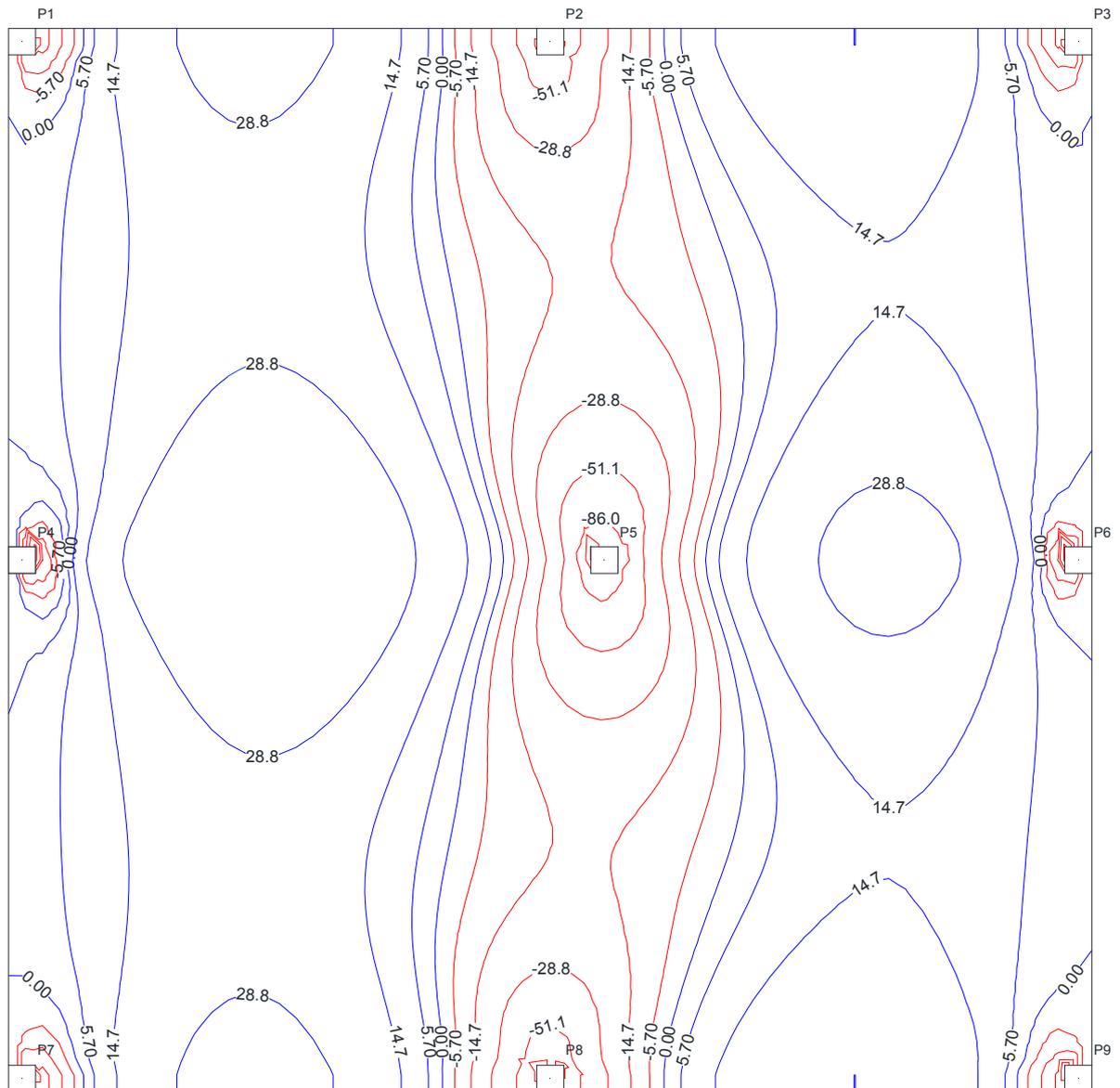


Fonte: Autor

### 7.2.3 MODELO 2 UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

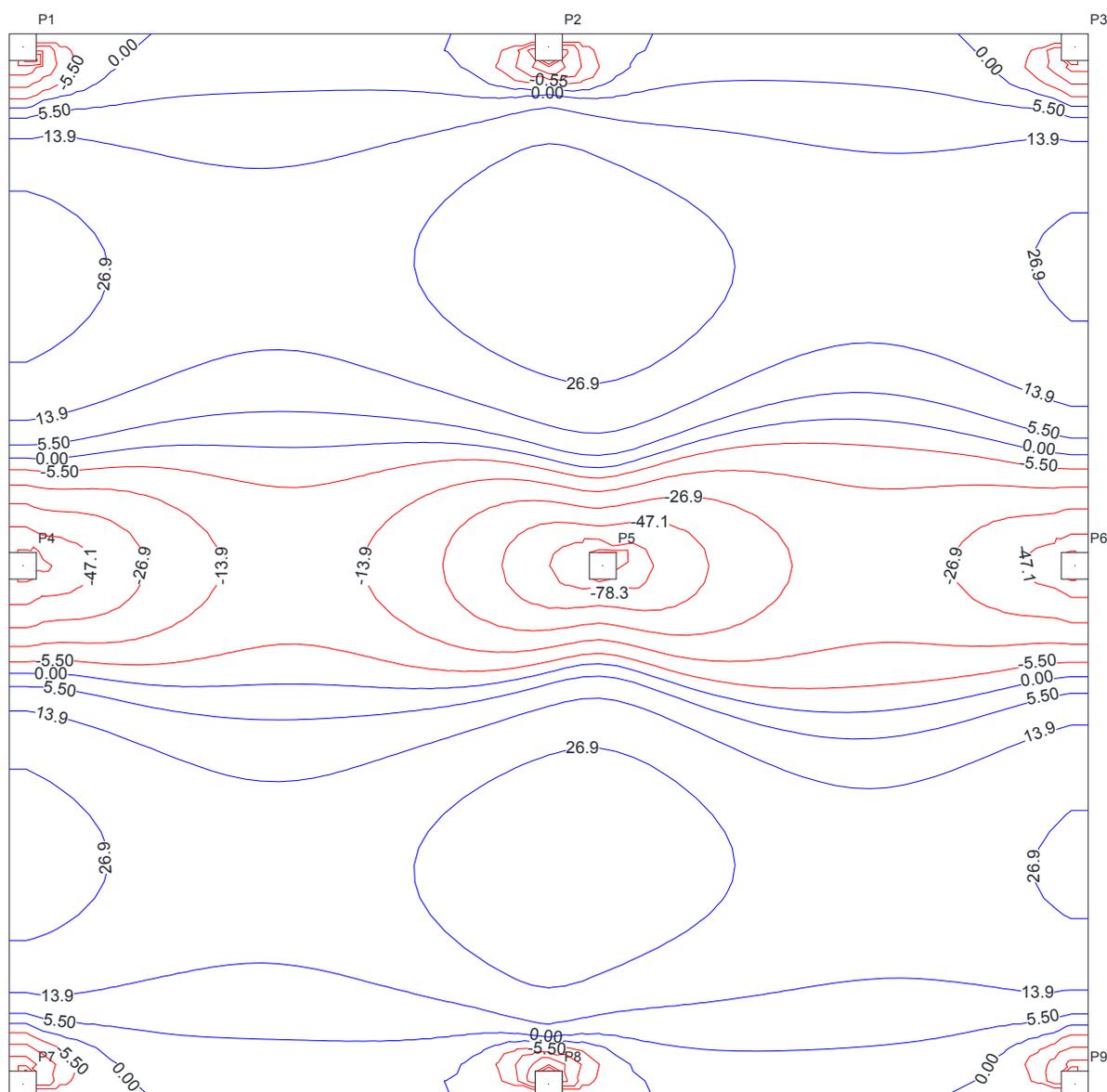
Os esforços obtidos através do *Software* CypeCAD em “X” e “Y” estão apresentados nas Figuras 99 e 100, respectivamente.

Figura 99: Esforços de momento em X do modelo 2utilizando o MEF



Fonte: Autor

**Figura 100: Esforços de momento em Y do modelo 2 utilizando o MEF**



Fonte: Autor

## 7.2.4 COMPARAÇÃO DE ESFORÇOS DO MODELO 2

A Tabela 16 apresenta os esforços de momento máximos e mínimos em cada faixa de tributária para cada um dos métodos de cálculo trabalhados. Os esforços de grelha apresentados foram uma média feita pelos valores contidos em cada faixa, e os esforços no MEF foram colocados baseados no ponto central de cada faixa.

Tabela 16: Comparação de esforços no Modelo 2 entre o MPE, Grelhas e MEF

Modelo 2							
Tributárias	Modelos	1° Vão		Apoio Central		2° Vão	
		Faixa Externa	Faixa Interna	Faixa Externa	Faixa Interna	Faixa Externa	Faixa Interna
1	MPE	34,70	28,40	-84,00	-28,00	34,70	28,40
	Grelhas	32,50	21,07	-53,98	-10,60	31,12	13,76
	MEF	30,20	22,70	-51,00	-17,20	23,60	14,00
Diferença %	MPE x Grelhas	6,8%	34,8%	35,7%	62,1%	11,5%	106,4%
	MPE x MEF	14,9%	25,1%	39,3%	38,6%	47,0%	102,9%
	Grelhas x MEF	7,6%	7,8%	5,5%	38,4%	31,9%	1,7%
2	MPE	44,00	36,00	-86,60	-28,80	24,40	20,00
	Grelhas	46,91	26,40	-82,57	-17,63	32,78	13,73
	MEF	40,80	27,70	-64,70	-21,40	27,50	14,60
Diferença %	MPE x Grelhas	6,6%	36,4%	4,7%	38,8%	34,3%	45,7%
	MPE x MEF	7,8%	30,0%	25,3%	25,7%	12,7%	37,0%
	Grelhas x MEF	15,0%	4,9%	21,6%	17,6%	19,2%	6,4%
3	MPE	34,70	28,40	-84,00	-28,00	34,70	28,40
	Grelhas	32,50	21,07	-53,98	-10,60	31,12	13,76
	MEF	30,20	22,70	-51,00	-17,20	23,60	14,00
Diferença %	MPE x Grelhas	6,8%	34,8%	35,7%	62,1%	11,5%	106,4%
	MPE x MEF	14,9%	25,1%	39,3%	38,6%	47,0%	102,9%
	Grelhas x MEF	7,6%	7,8%	5,5%	38,4%	31,9%	1,7%
4	MPE	36,10	29,50	-88,60	-29,60	36,10	29,50
	Grelhas	35,68	17,55	-51,48	-4,18	35,68	17,55
	MEF	28,90	18,70	-55,70	-13,20	28,90	18,70
Diferença %	MPE x Grelhas	1,2%	68,1%	41,9%	85,9%	1,2%	68,1%
	MPE x MEF	24,9%	57,8%	37,1%	55,4%	24,9%	57,8%
	Grelhas x MEF	23,5%	6,6%	7,6%	68,3%	23,5%	6,6%
5	MPE	34,80	28,50	-84,80	-28,20	34,80	28,50
	Grelhas	39,90	21,50	-73,76	-13,55	39,90	21,50
	MEF	34,70	22,10	-66,20	-21,80	34,70	22,10
Diferença %	MPE x Grelhas	14,7%	32,6%	13,0%	52,0%	14,7%	32,6%
	MPE x MEF	0,3%	29,0%	21,9%	22,7%	0,3%	29,0%
	Grelhas x MEF	15,0%	2,8%	10,2%	37,8%	15,0%	2,8%
6	MPE	33,20	27,20	-79,60	-26,60	33,20	27,20
	Grelhas	29,20	17,83	-48,80	-19,20	29,20	17,83
	MEF	24,90	18,80	-45,70	-22,10	24,90	18,80
Diferença %	MPE x Grelhas	13,7%	52,5%	38,7%	27,8%	13,7%	52,5%
	MPE x MEF	33,3%	44,7%	42,6%	16,9%	33,3%	44,7%
	Grelhas x MEF	17,3%	5,4%	6,4%	13,1%	17,3%	5,4%

Fonte: Autor

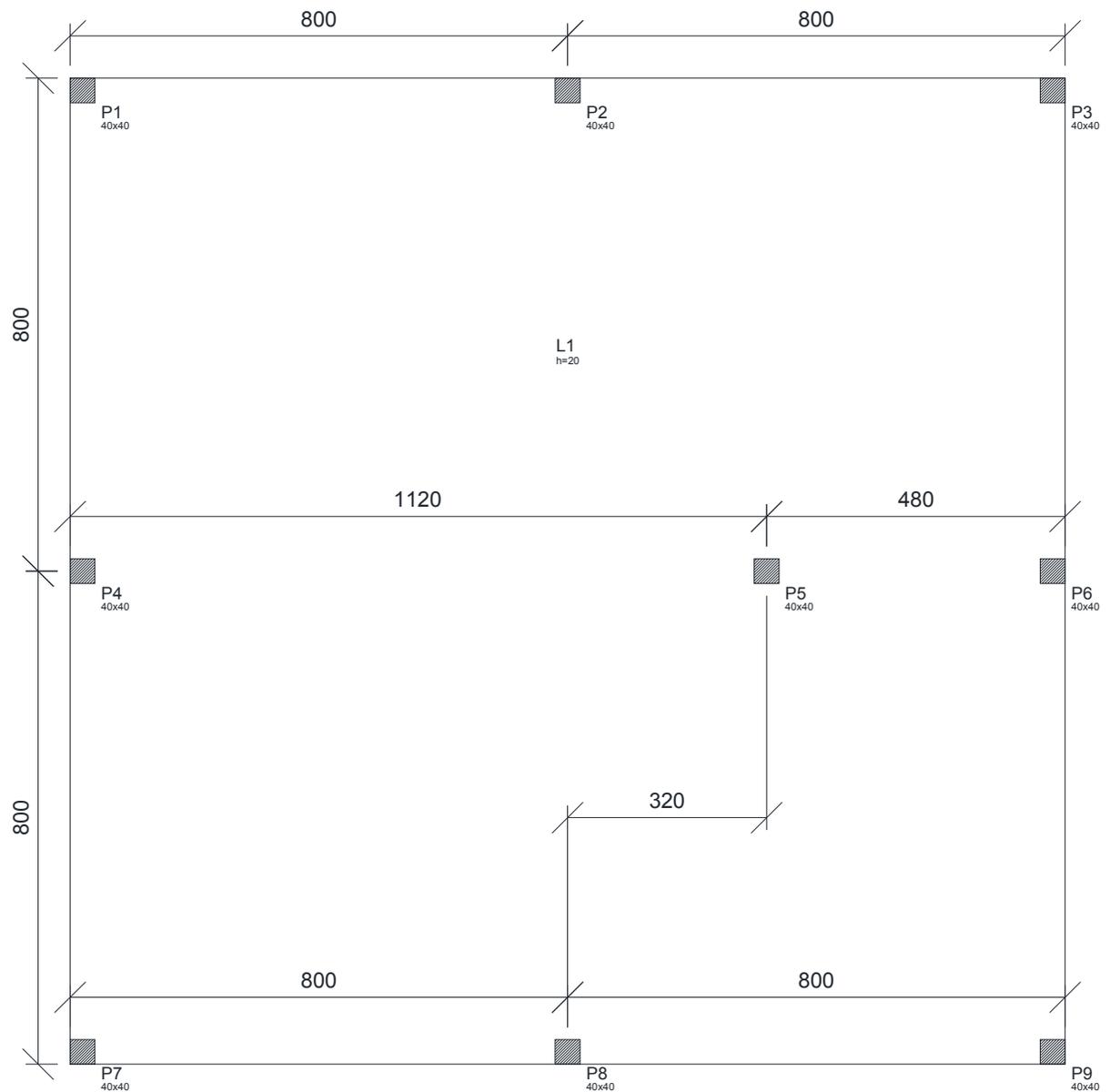
As maiores divergências entre valores se deram no 2° vão das tributárias 1 e 2, onde tanto grelhas quanto MEF apresentaram uma diferença de mais de 100% em relação ao MPE. Os valores no método de Grelhas foram colocados baseados em uma média entre os valores apresentados na faixa. Porém, na 4° tributária, o método apresentou um valor momento positivo no lugar onde só tinham momentos

negativos, mas, como na tabela foram apresentados médias de valores, está mostrando um momento negativo.

### 7.3 MODELO 8 – PILARES COM 40% DE DESALINHAMENTO

Neste exemplo será apresentada uma forma com os pilares com 40% de desalinhamento. A Figura 101 apresenta os detalhes desta forma.

**Figura 101: Forma da laje do modelo 8 para cálculo de esforços**

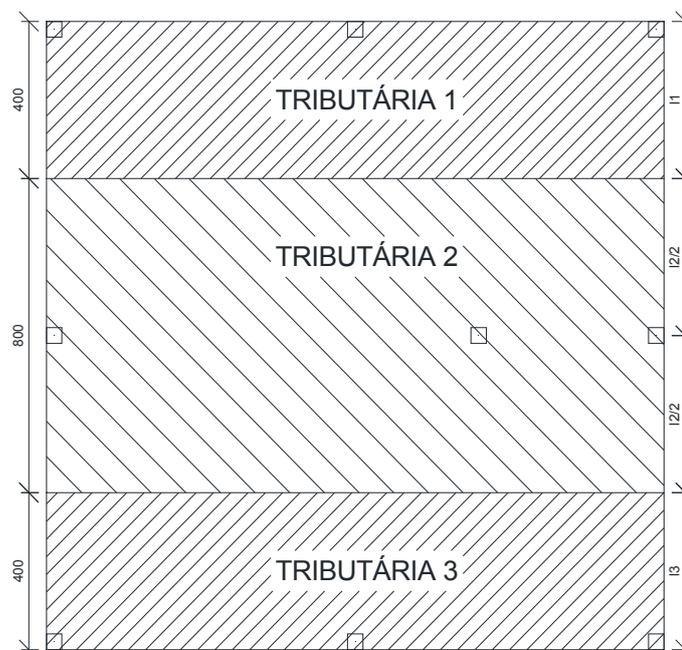


Fonte: Autor

### 7.3.1 MODELO 8 UTILIZANDO O MPE

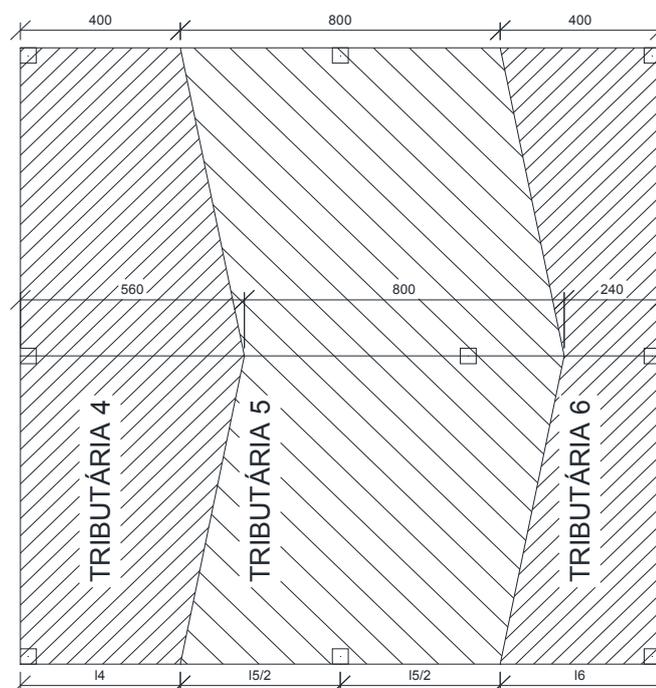
As Figuras 102 e 103 apresentam as tributárias para o dimensionamento da laje.

**Figura 102: Faixas horizontais para cálculo de esforços do Modelo 8**



Fonte: Autor

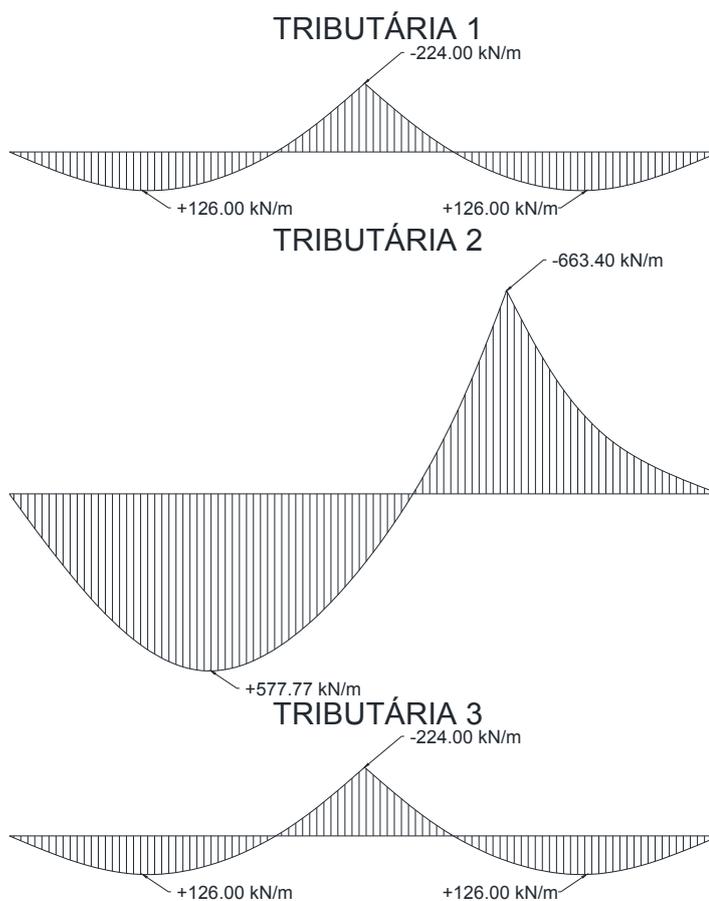
**Figura 103: Faixas verticais para cálculo de esforços do Modelo 8**



Fonte: Autor

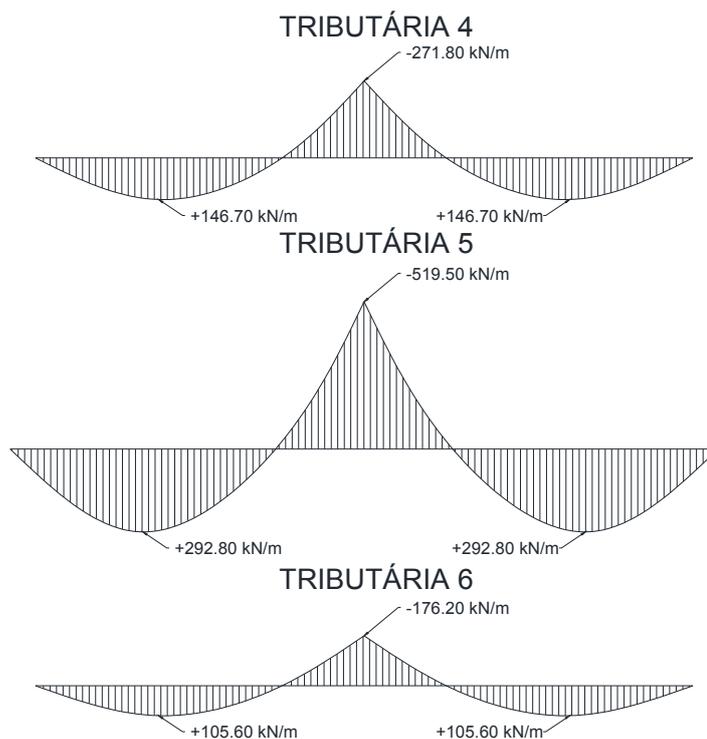
Os esforços máximos de momento nas direções “X” e “Y” das tributárias da laje são descritos nas Figuras 104 e 105, respectivamente.

**Figura 104: Diagrama de momentos máximos em X do modelo 8**



Fonte: Autor

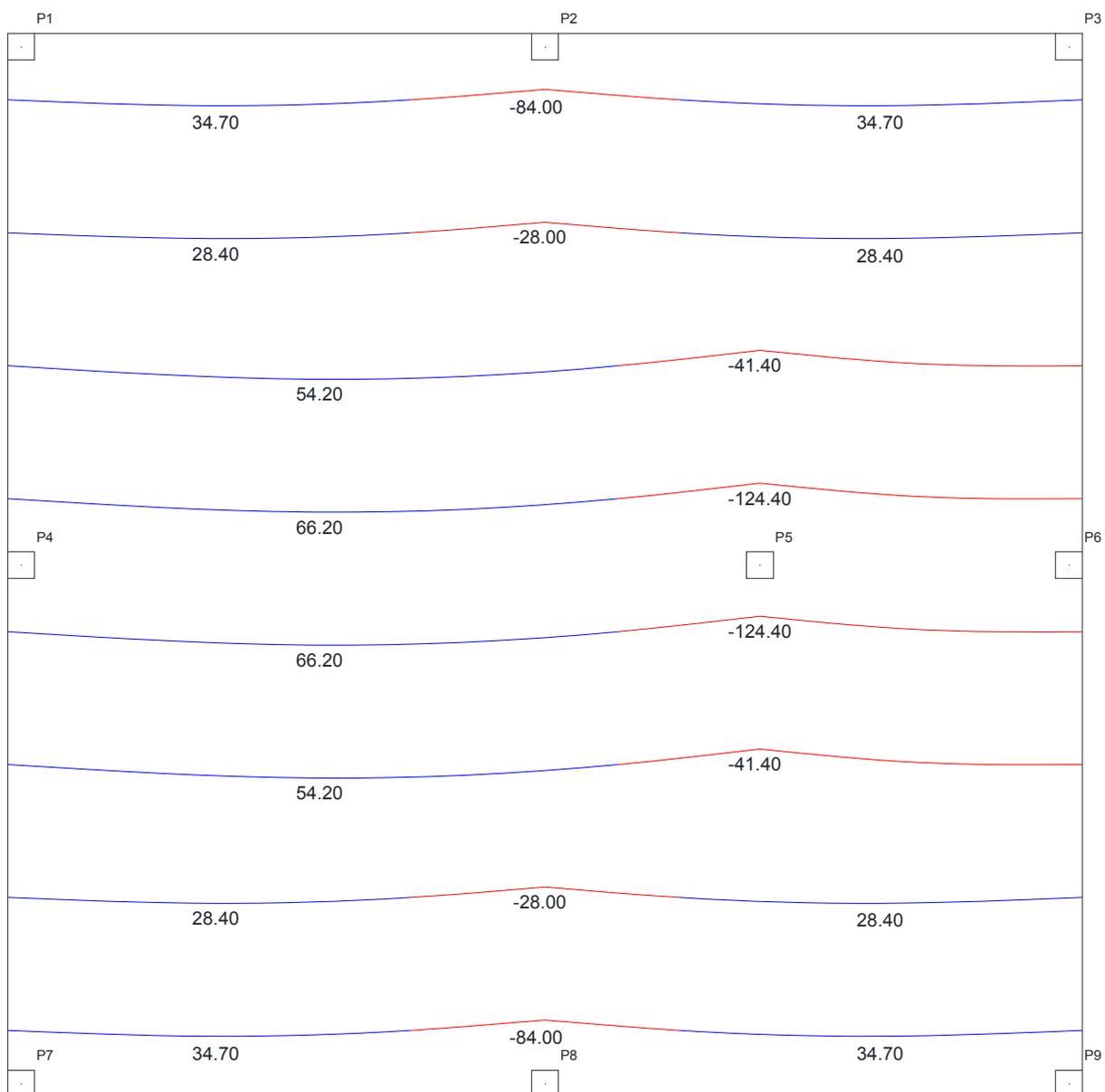
**Figura 105: Diagrama de momentos máximos em Y do modelo 8**



Fonte: Autor

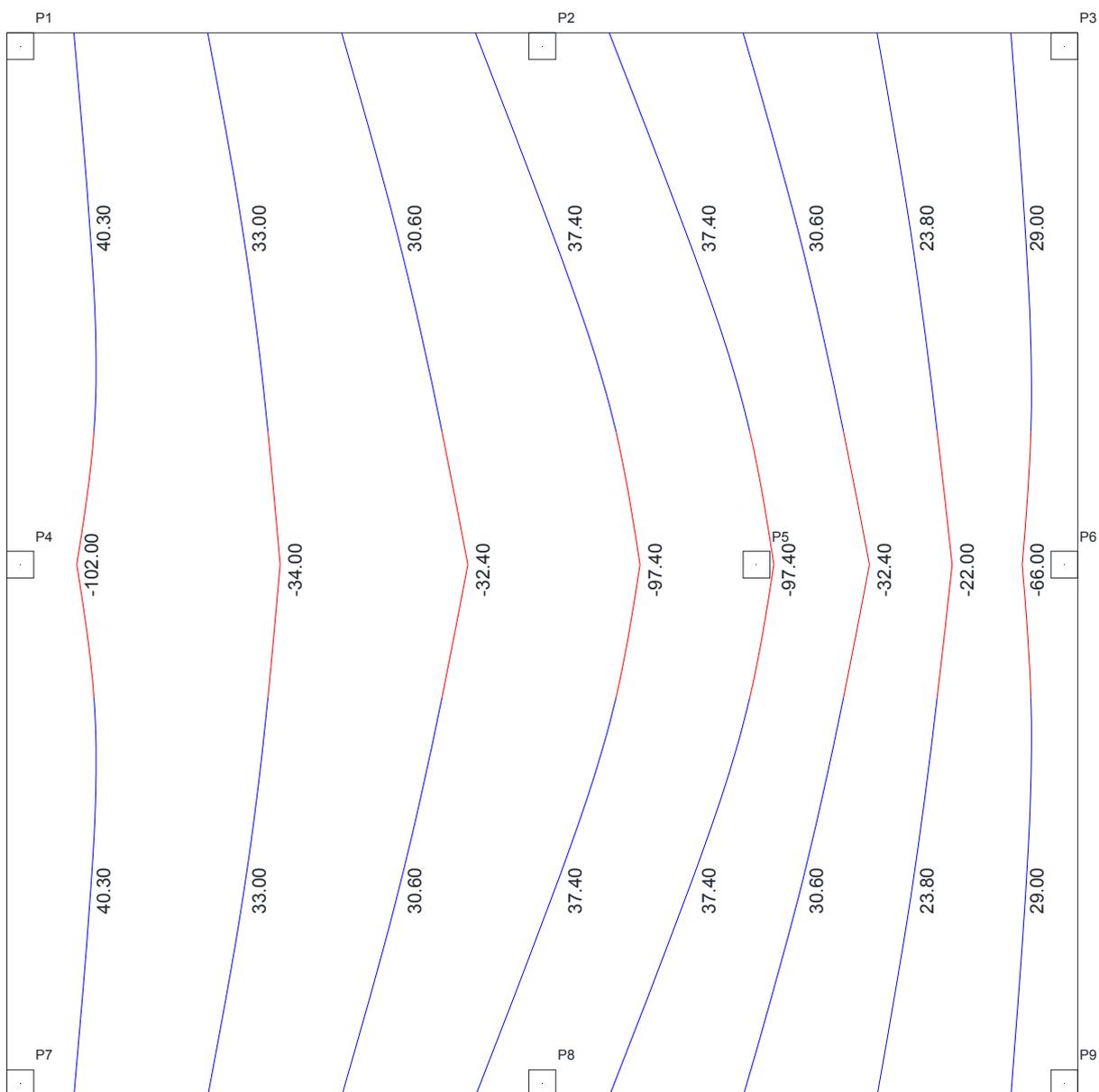
Nota-se que os valores dos dois momentos positivos em Y são iguais. Isso se deve pelo fato de que a laje continua simétrica em uma das direções. As Figuras 106 e 107 apresentam os esforços de momento em X e Y, respectivamente.

**Figura 106: Esforços de momento em X do modelo 8 utilizando o MPE**



Fonte: Autor

**Figura 107: Esforços de momento em Y do modelo 8 utilizando o MPE**

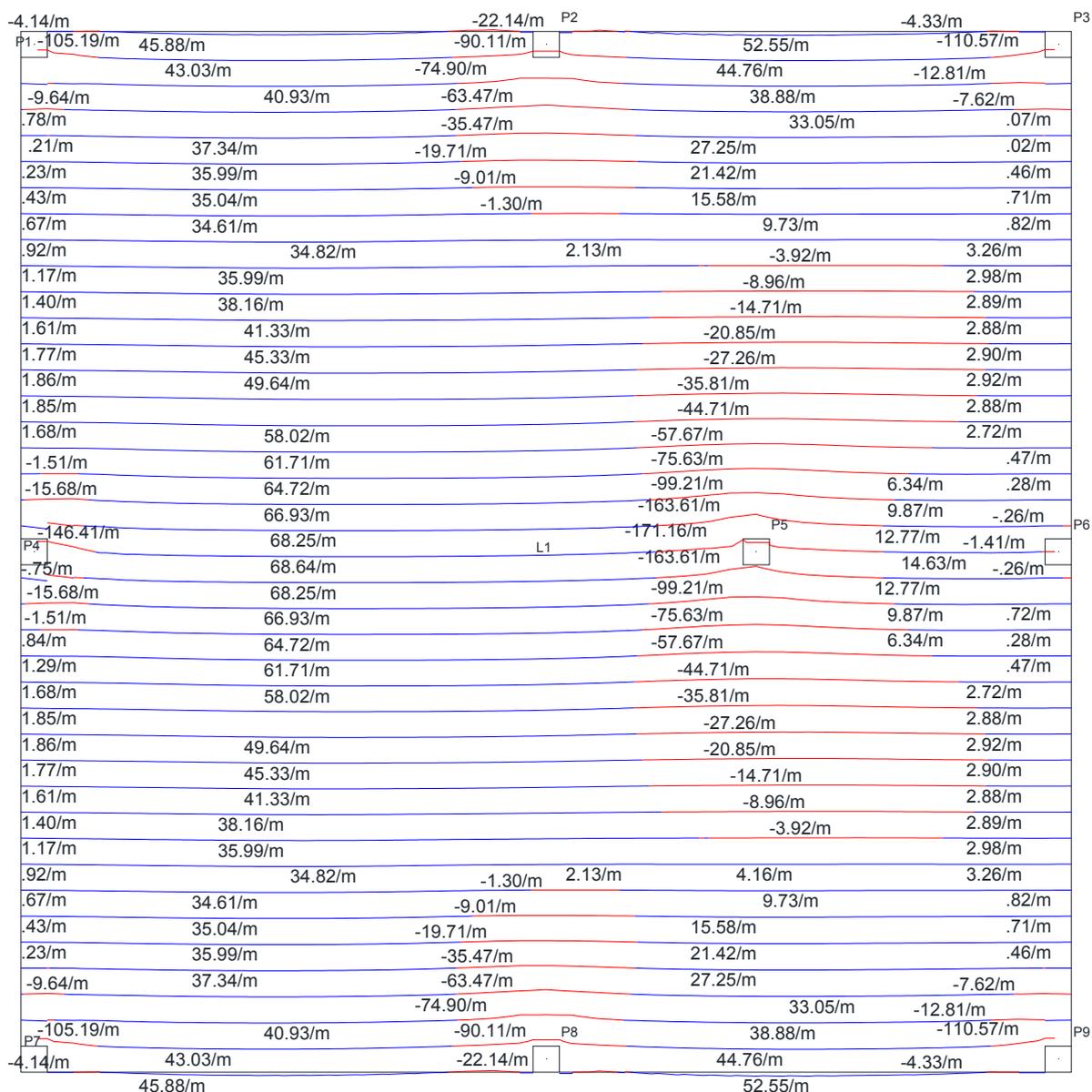


Fonte: Autor

### 7.3.2 MODELO 8 UTILIZANDO O MÉTODO DE GRELHAS

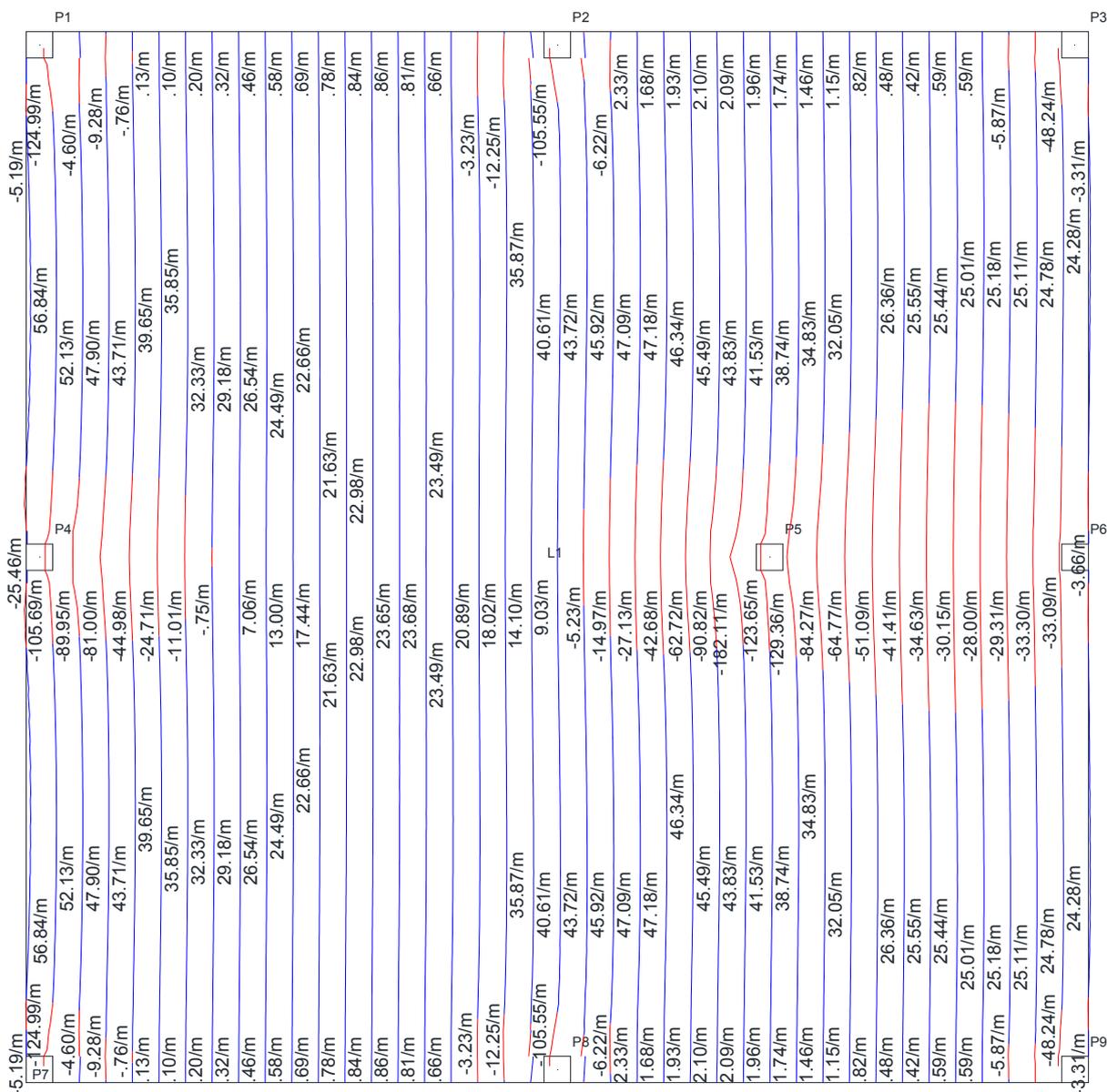
Os esforços de momentos em "X" e "Y" estão apresentados nas Figuras 108 e 109, respectivamente.

**Figura 108: Esforços de momento em X do modelo 8 utilizando o método de grelhas**



Fonte: Autor

Figura 109: Esforços de momento em Y do modelo 8 utilizando o método de grelhas

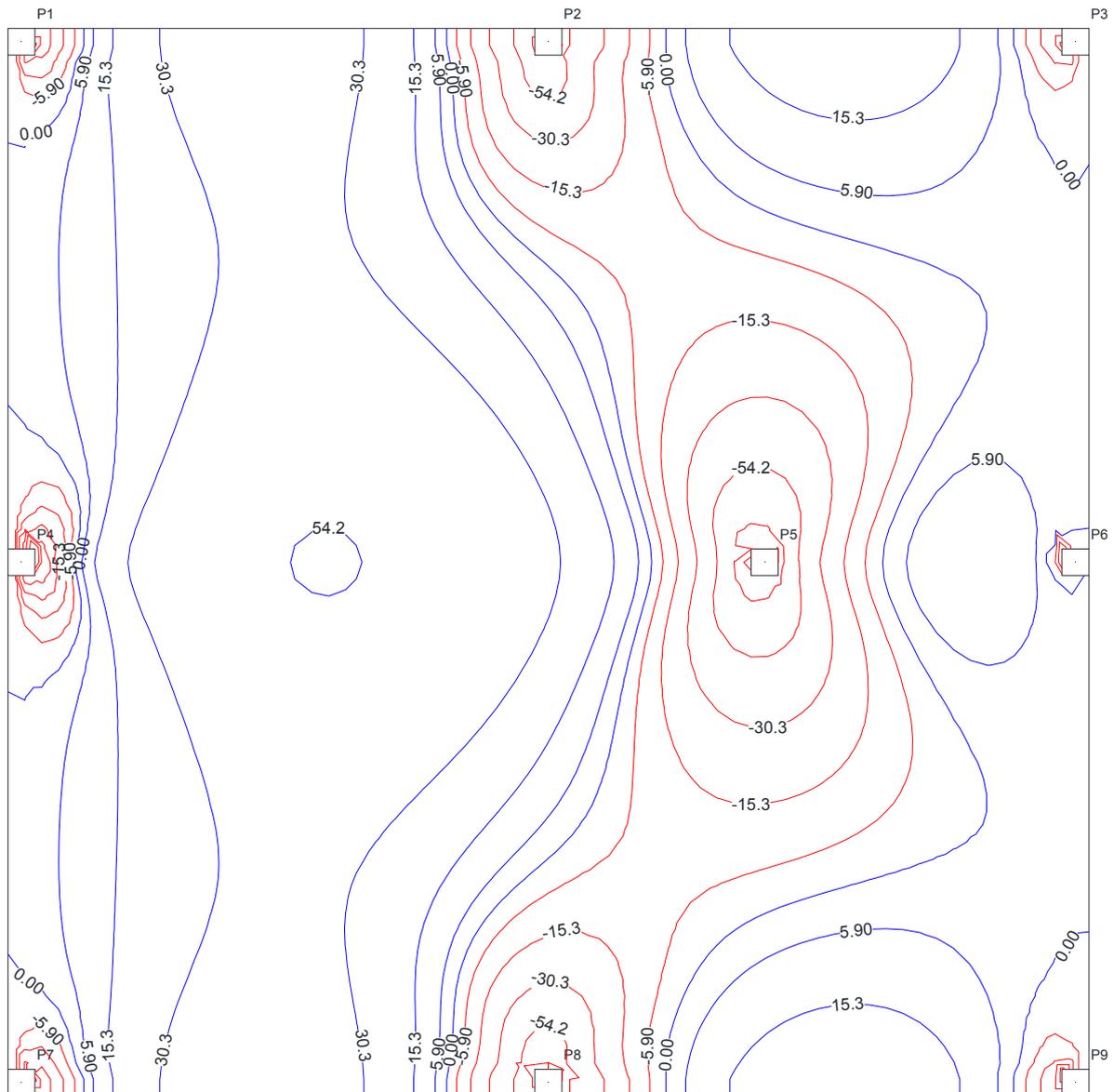


Fonte: Autor

### 7.3.3 MODELO 8 UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

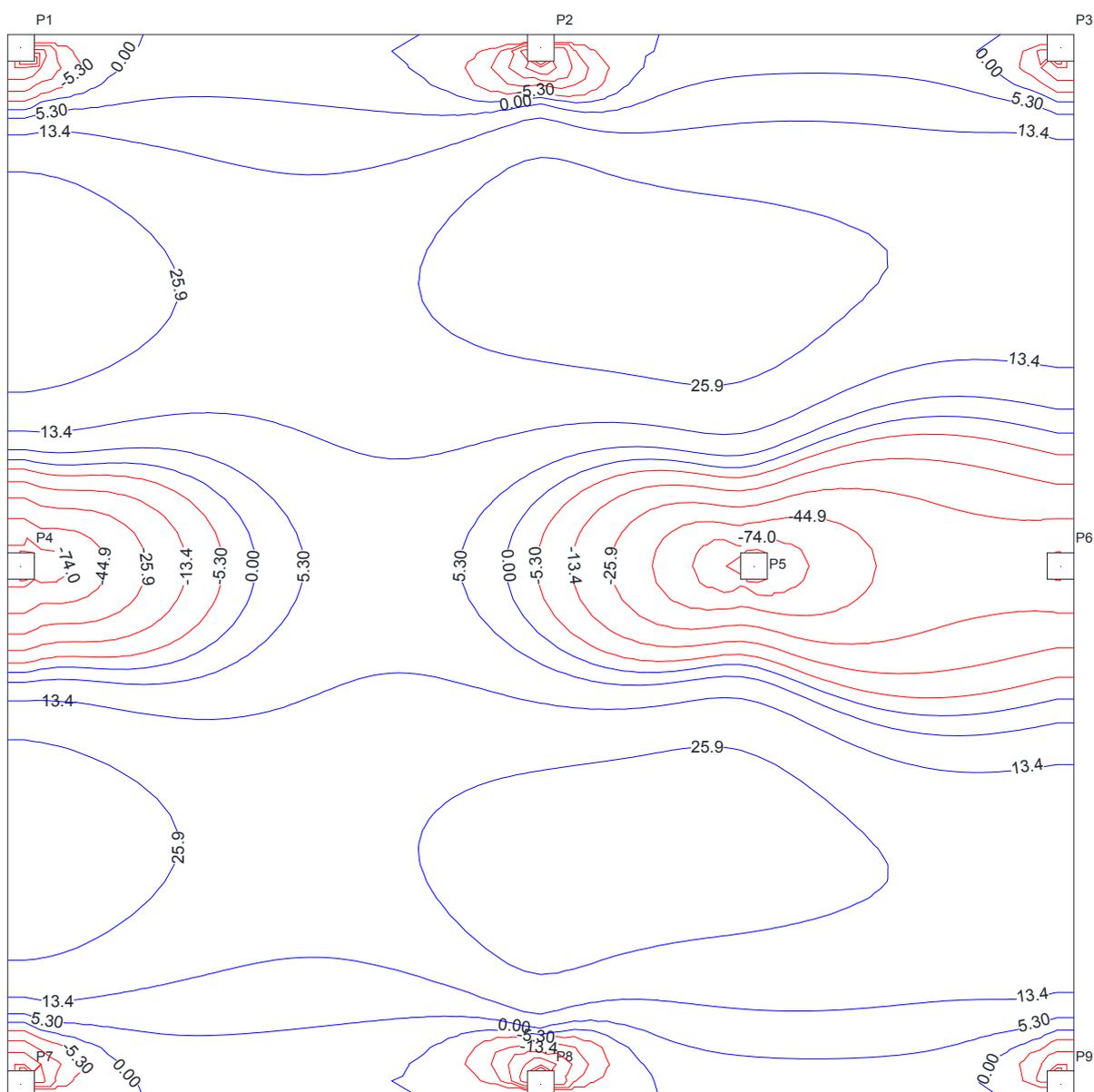
Os esforços obtidos através do *Software* CypeCAD em “X” e “Y” estão apresentados nas Figuras 110 e 111, respectivamente.

Figura 110: Esforços de momento em X do modelo 8 utilizando o MEF



Fonte: Autor

**Figura 111: Esforços de momento em Y do modelo 8 utilizando o MEF**



Fonte: Autor

### 7.3.4 COMPARAÇÃO DE ESFORÇOS DO MODELO 8

A Tabela 17 apresenta os esforços de momento máximos e mínimos em cada faixa de tributária para cada um dos métodos de cálculo trabalhados. Os esforços de grelha apresentados foram uma média feita pelos valores contidos em cada faixa, e os esforços no MEF foram colocados baseado no ponto central de cada faixa.

Tabela 17: Comparação de esforços no Modelo 8 entre o MPE, Grelhas e MEF

Modelo 8							
Tributárias	Modelos	1° Vão		Apoio Central		2° Vão	
		Faixa Externa	Faixa Interna	Faixa Externa	Faixa Interna	Faixa Externa	Faixa Interna
1	MPE	34,70	28,40	-84,00	-28,00	34,70	28,40
	Grelhas	40,37	35,77	-56,74	-6,80	36,33	9,32
	MEF	38,00	32,20	-38,00	-9,10	18,30	1,40
Diferença %	MPE x Grelhas	16,3%	25,9%	32,5%	75,7%	4,7%	204,8%
	MPE x MEF	9,5%	13,4%	54,8%	67,5%	89,6%	1928,6%
	Grelhas x MEF	6,2%	11,1%	33,0%	25,3%	98,5%	565,5%
2	MPE	66,20	54,20	-124,40	-54,40	0,00	0,00
	Grelhas	64,70	47,70	-102,00	-25,40	8,47	2,87
	MEF	51,30	39,90	-64,00	-15,80	3,60	-9,20
Diferença %	MPE x Grelhas	2,3%	13,6%	18,0%	53,3%	---	---
	MPE x MEF	29,0%	35,8%	48,6%	71,0%	---	---
	Grelhas x MEF	26,1%	19,5%	37,3%	37,8%	135,2%	131,2%
3	MPE	34,70	28,40	-84,00	-28,00	34,70	28,40
	Grelhas	40,37	35,77	-56,74	-6,80	36,33	9,32
	MEF	38,00	32,20	-38,00	-9,10	18,30	1,40
Diferença %	MPE x Grelhas	16,3%	25,9%	32,5%	75,7%	4,7%	204,8%
	MPE x MEF	9,5%	13,4%	54,8%	67,5%	89,6%	1928,6%
	Grelhas x MEF	6,2%	11,1%	33,0%	25,3%	98,5%	565,5%
4	MPE	40,30	33,00	-102,00	-34,00	40,30	33,00
	Grelhas	44,06	27,42	-51,16	16,10	44,06	27,42
	MEF	33,30	22,30	-44,00	4,20	33,30	22,30
Diferença %	MPE x Grelhas	9,3%	20,4%	49,8%	147,4%	9,3%	20,4%
	MPE x MEF	21,0%	48,0%	56,9%	112,4%	21,0%	48,0%
	Grelhas x MEF	32,3%	22,9%	14,0%	283,3%	32,3%	22,9%
5	MPE	37,40	30,60	-97,40	-32,40	37,40	30,60
	Grelhas	43,75	31,49	-75,25	-7,10	43,75	31,49
	MEF	34,20	27,20	-68,60	-20,80	34,20	27,20
Diferença %	MPE x Grelhas	17,0%	2,9%	22,7%	78,1%	17,0%	2,9%
	MPE x MEF	9,4%	12,5%	29,6%	35,8%	9,4%	12,5%
	Grelhas x MEF	27,9%	15,8%	8,8%	65,9%	27,9%	15,8%
6	MPE	29,00	23,80	-66,00	-22,00	29,00	23,80
	Grelhas	24,88	25,58	-31,90	-30,50	24,88	25,58
	MEF	22,10	23,60	-36,10	-33,00	22,10	23,60
Diferença %	MPE x Grelhas	16,6%	7,5%	51,7%	27,9%	16,6%	7,5%
	MPE x MEF	31,2%	0,8%	45,3%	33,3%	31,2%	0,8%
	Grelhas x MEF	12,6%	8,4%	11,6%	7,6%	12,6%	8,4%

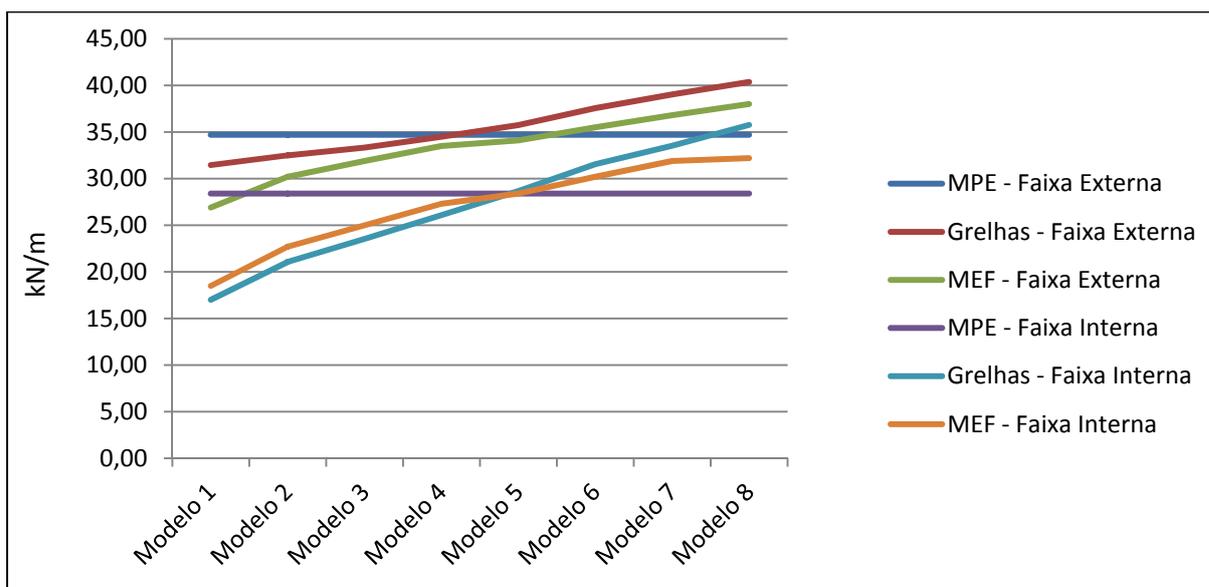
Fonte: Autor

Os valores de Momento positivo no segundo vão das tributárias 1, 2 e 3 aumentaram entre todos os métodos. Neste modelo também aconteceu de no MPE se ter momento positivo apenas no 1° vão, sendo que no segundo restaram apenas momentos negativos.

## 7.4 COMPARAÇÃO DE MOMENTOS FLETORES ENTRE OS MODELOS

Foram comparados de forma mais minuciosa os métodos de cálculo nos diversos modelos. A primeira e a terceira tributária apresentam valores iguais, sendo assim, só serão apresentados os valores da primeira. A Figura 112 apresenta comparações entre os modelos de cálculo no primeiro vão da primeira tributária.

**Figura 112: Comparação dos momentos no 1º vão da 1ª tributária**



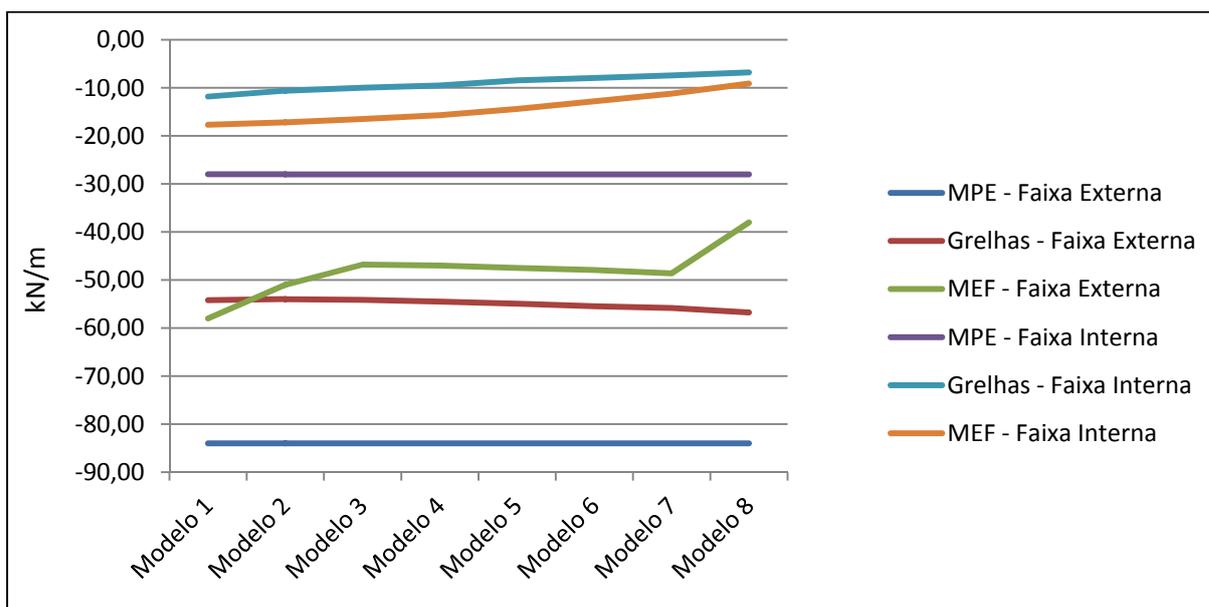
Fonte: Autor

Nota-se na Figura 112 que o MPE tanto na faixa externa quanto na faixa interna apresentou valores constantes. Porém, tanto o método de Grelhas quanto o MEF apresentaram um aumento de valores quase que linear através dos modelos. Desta forma, nos primeiros modelos o MPE apresentou valores mais elevados que os outros dois modelos, mas nos últimos modelos o MPE apresentou os resultados mais baixos.

A Figura 113 apresenta comparações entre os modelos de cálculo no apoio central da primeira tributária.

Em relação à Figura 113, percebe-se que o MPE apresenta valores constantes. Na faixa externa, os valores de grelhas diminuíram de uma forma quase constante, enquanto o MEF aumentou os seus valores entre os modelos 1 e 3 e os modelos 7 e 8. Na faixa interna, tanto grelhas quanto MEF apresentaram uma elevação dos resultados. Sendo assim, tanto na faixa externa quanto na faixa interna o MPE apresentou valores mais conservadores do que os outros métodos.

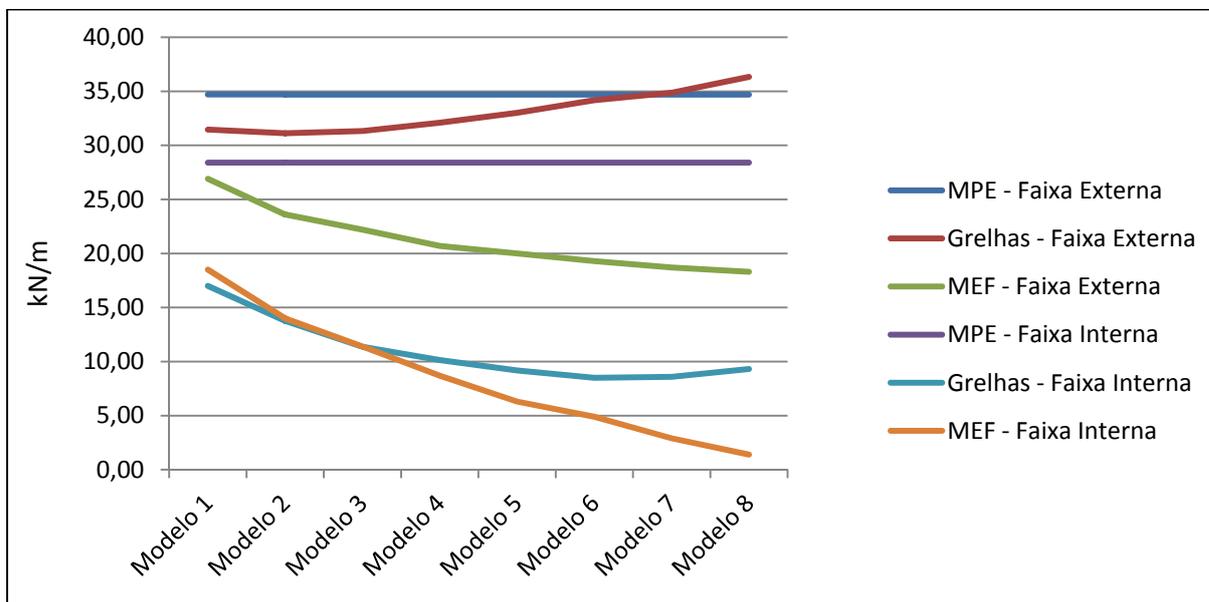
**Figura 113: Comparação dos momentos no apoio central da 1ª tributária**



Fonte: Autor

A Figura 114 apresenta comparações entre os modelos de cálculo no segundo vão da primeira tributária.

**Figura 114: Comparação dos momentos no 2º vão da 1ª tributária**



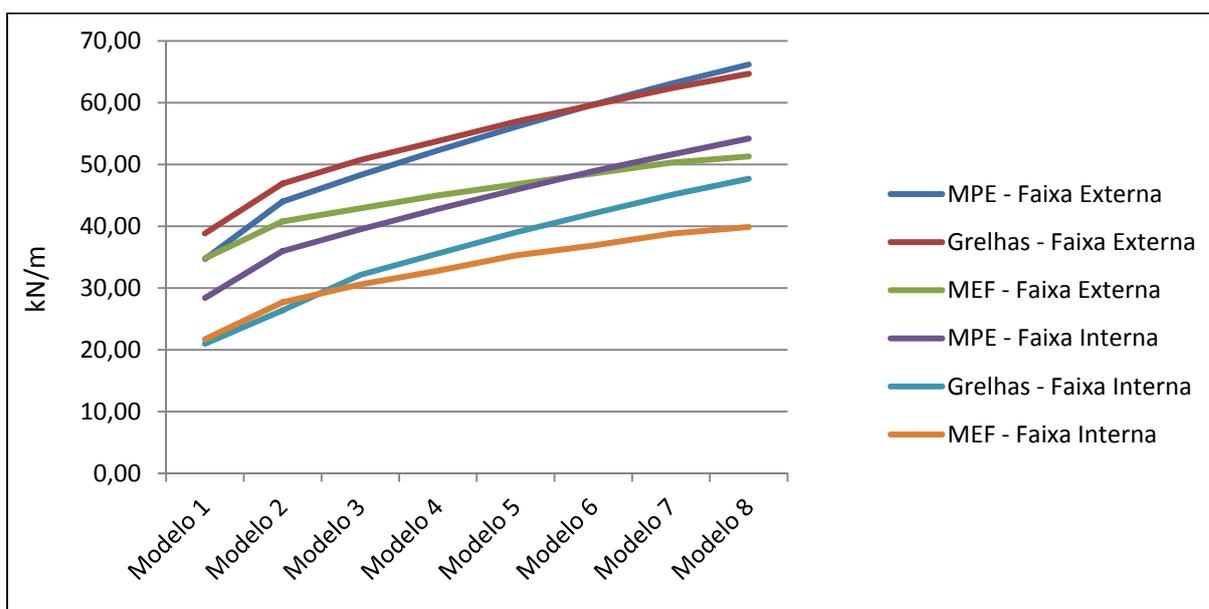
Fonte: Autor

Nota-se na Figura 114 que o MPE, tanto na faixa externa quanto na faixa interna, apresentou valores constantes. É notável também que o MPE apresentou os valores mais conservadores, tanto na faixa externa quanto na faixa interna. Na faixa externa, os valores de Grelhas e MEF apresentaram divergências, pois, no método de Grelhas os valores aumentaram, e no MEF os valores diminuíram. Já na faixa

interna, tanto o método de Grelhas quanto o MEF, apresentaram redução de valores.

A Figura 115 apresenta comparações entre os modelos de cálculo no primeiro vão da primeira tributária.

**Figura 115: Comparação dos momentos no 1º vão da 2ª tributária**



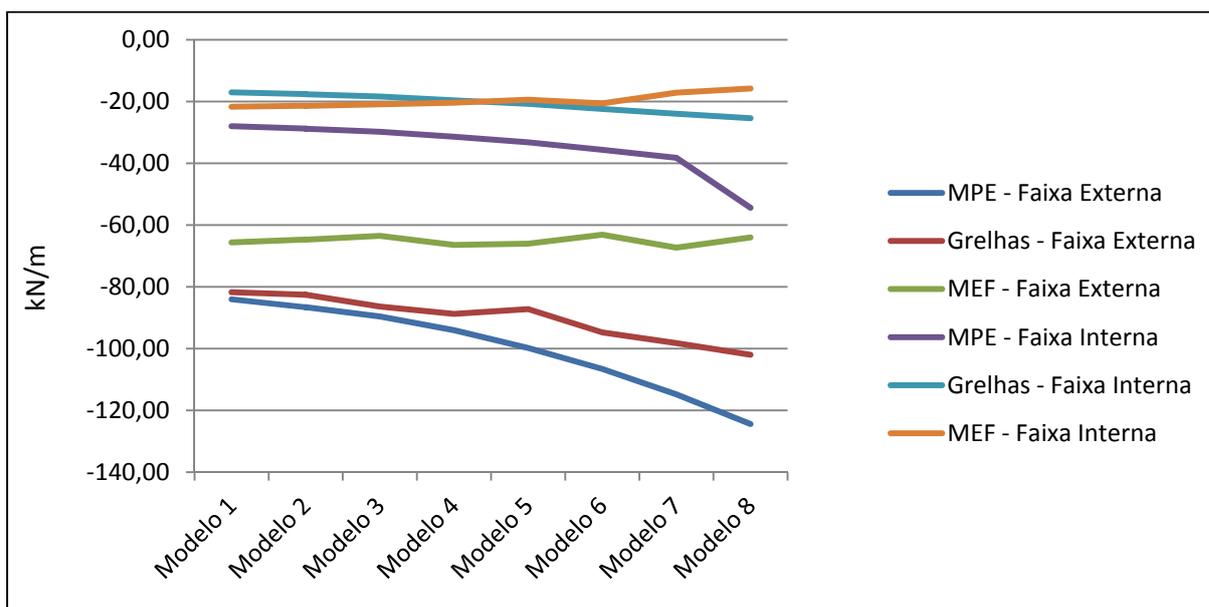
Fonte: Autor

O primeiro vão da segunda tributária apresentou valores coerentes entre os métodos de cálculo. Na faixa externa, os valores do MPE e o de Grelhas apresentaram valores muito próximos, e na faixa interna, o MPE apresentou os valores mais altos.

A Figura 116 apresenta comparações entre os modelos de cálculo no apoio central da segunda tributária.

Os valores de comparação do apoio central da segunda tributária na faixa interna foram bem próximos entre os métodos EF e Grelhas. Porém, na faixa externa, o método de Grelhas apresentou os valores mais conservadores que o MEF. Tanto na faixa externa quanto na faixa interna, o MPE apresentou valores mais conservadores do que os outros métodos. Nota-se que na faixa externa os valores de momento aumentaram tanto no método de Grelhas quanto no MPE, mas, o MEF apresentou valores relativamente constantes.

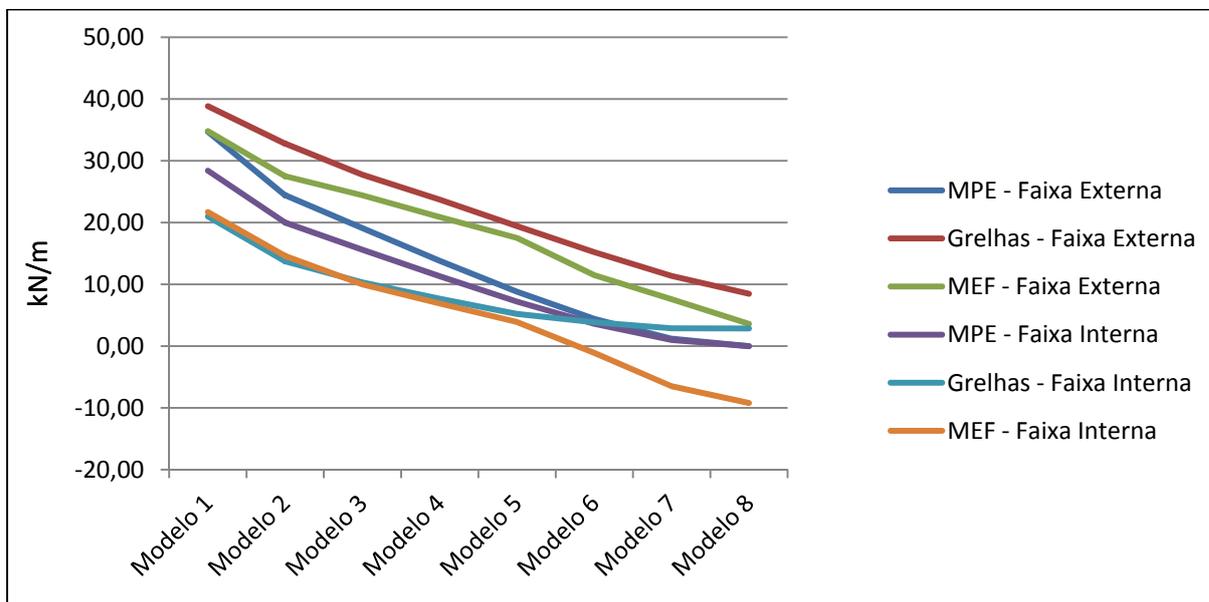
**Figura 116: Comparação dos momentos no apoio central da 2ª tributária**



Fonte: Autor

A Figura 117 apresenta comparações entre os modelos de cálculo no segundo vão da primeira tributária.

**Figura 117: Comparação dos momentos no 2º vão da 2ª tributária**



Fonte: Autor

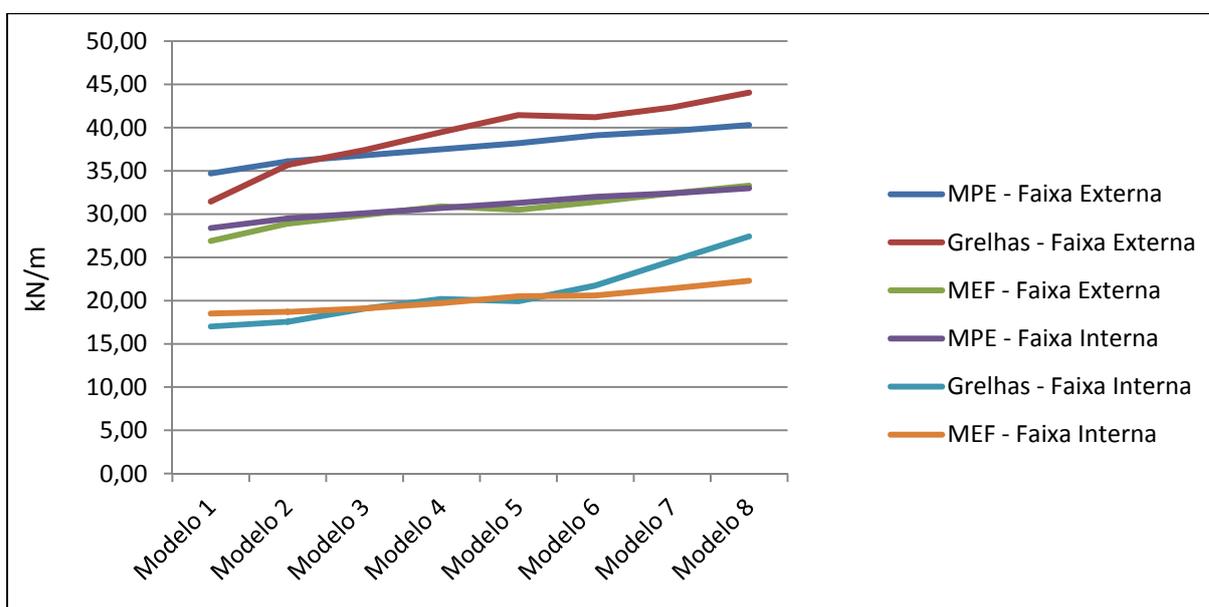
Em relação à Figura 117, nota-se uma redução de valores de momento positivo em todos os modelos. Nesta situação, percebe-se que o MPE apresentou os menores valores na faixa externa, mas, na faixa interna apresentou os valores mais elevados na maioria dos modelos. Na faixa externa o método de Grelhas apresentou os valores mais elevados, e na faixa interna o MEF apresentou os menores valores.

Como as tributárias 1 e 3 apresentam valores idênticos devido a simetria em torno do eixo x, os valores da tributária 3 não serão apresentados.

Como nas tributárias 4, 5 e 6 os valores de momento do primeiro e segundo vão são iguais, para essas tributárias serão apresentadas comparações apenas do primeiro vão e do apoio central.

A Figura 118 apresenta comparações entre os modelos de cálculo no primeiro vão da quarta tributária.

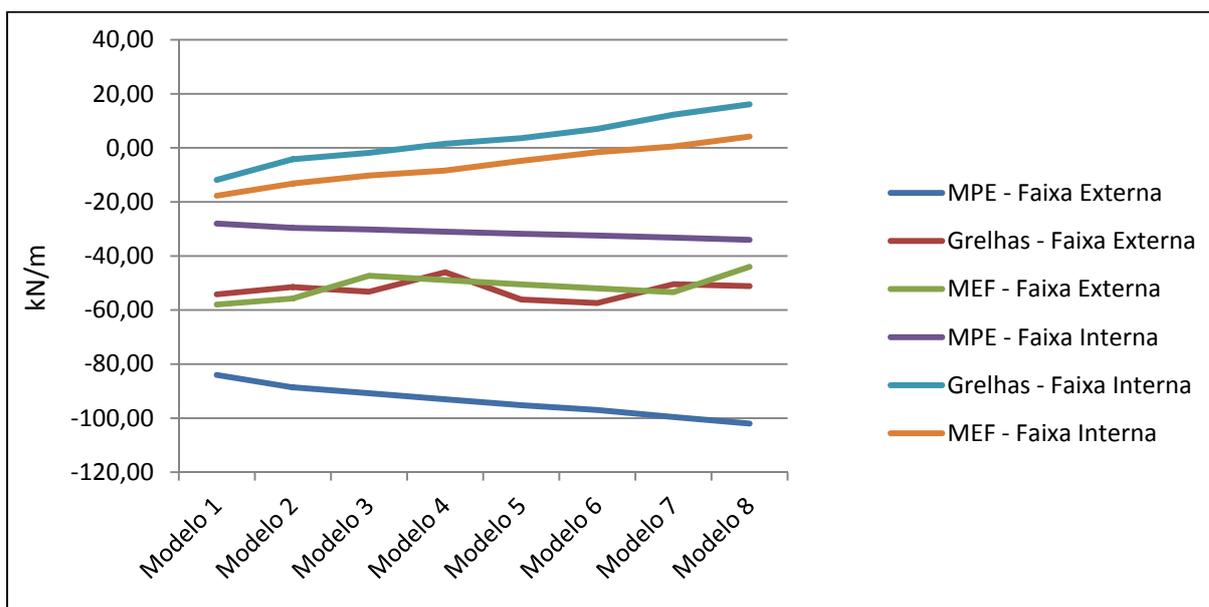
**Figura 118: Comparação dos momentos no 1º vão da 4ª tributária**



Fonte: Autor

Nota-se na Figura 118 que todos os métodos apresentaram um aumento nos momentos. Isto se deve ao fato de se ter uma maior área de influência da laje nos pilares desta tributária. Nota-se também que na faixa externa os valores do MEF foram mais baixos do que nos outros dois métodos, sendo o de Grelhas com maior valor na maioria dos modelos. Já na faixa interna, o MPE apresentou valores muito mais altos do que os outros dois métodos, que se comparados apresentaram valores próximos na maioria dos modelos.

A Figura 119 apresenta comparações entre os modelos de cálculo no apoio central da quarta tributária.

**Figura 119: Comparação dos momentos no apoio central da 4ª tributária**

Fonte: Autor

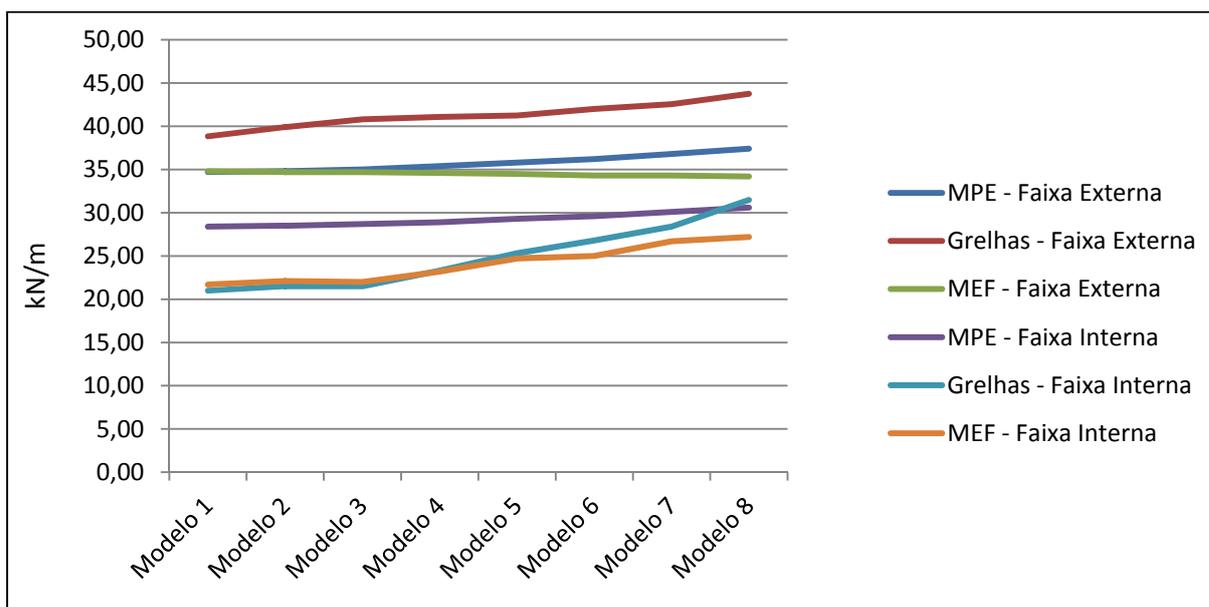
Em relação à Figura 119, os valores de momento no apoio se apresentaram de forma bem diferente. Em relação a faixa externa, os valores do MPE aumentaram aos poucos, mas os outros dois métodos oscilaram bastante ao longo dos modelos. Já em relação a faixa interna, os valores do MPE também aumentaram aos poucos, mas, tanto no método de Grelhas quanto no MEF, os valores de momento no apoio aos poucos diminuíram, se tornando positivos nos últimos modelos.

Devido a forma de obtenção dos resultados de grelhas, alguns valores de momentos nessa região ficam camuflados nos modelos 2 e 3, quando já apresentavam momentos positivos, mas, quando se tirava uma média, eles se tornavam negativos.

Essas divergências entre os modelos se deram pelo fato de que quando o pilar central começou a se distanciar, não teve outro vão ao lado para contrabalançar o momento positivo gerado pelo 1º vão. Desta forma, nos métodos de cálculo mais complexos começaram a aparecer momentos positivos em regiões que antes só tinham momentos negativos, e no método simplificado, onde essas questões não são levadas em consideração, não seguiu a mesma linha.

A Figura 120 apresenta comparações entre os modelos de cálculo no primeiro vão da 5ª tributária.

**Figura 120: Comparação dos momentos no 1º vão da 5ª tributária**

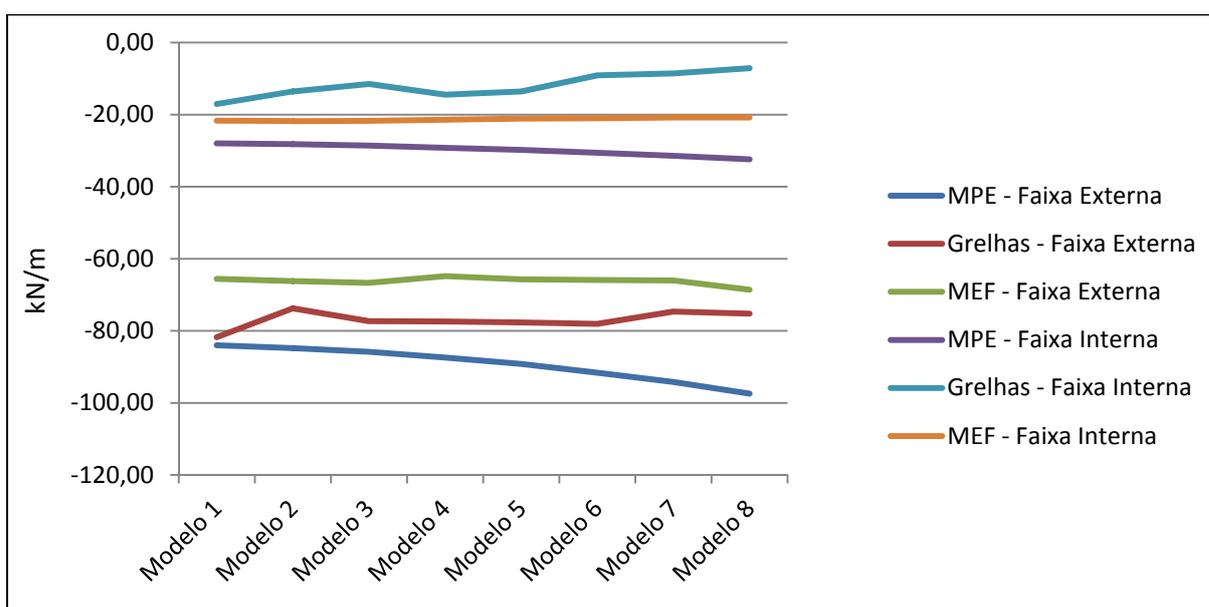


Fonte: Autor

Aparentemente, os métodos de cálculo da Figura 120 estão se comportando de forma parecida, porém, tanto no método de Grelhas quanto no MEF foi adotado um valor médio, tanto nas faixas internas quanto nas faixas externas, apenas a nível de comparação. Desta forma, o método de Grelhas está apresentando os valores mais altos na faixa externa, e o MPE da faixa interna.

A Figura 121 apresenta comparações entre os modelos de cálculo no apoio central da 5ª tributária.

**Figura 121: Comparação dos momentos no apoio central da 5ª tributária**



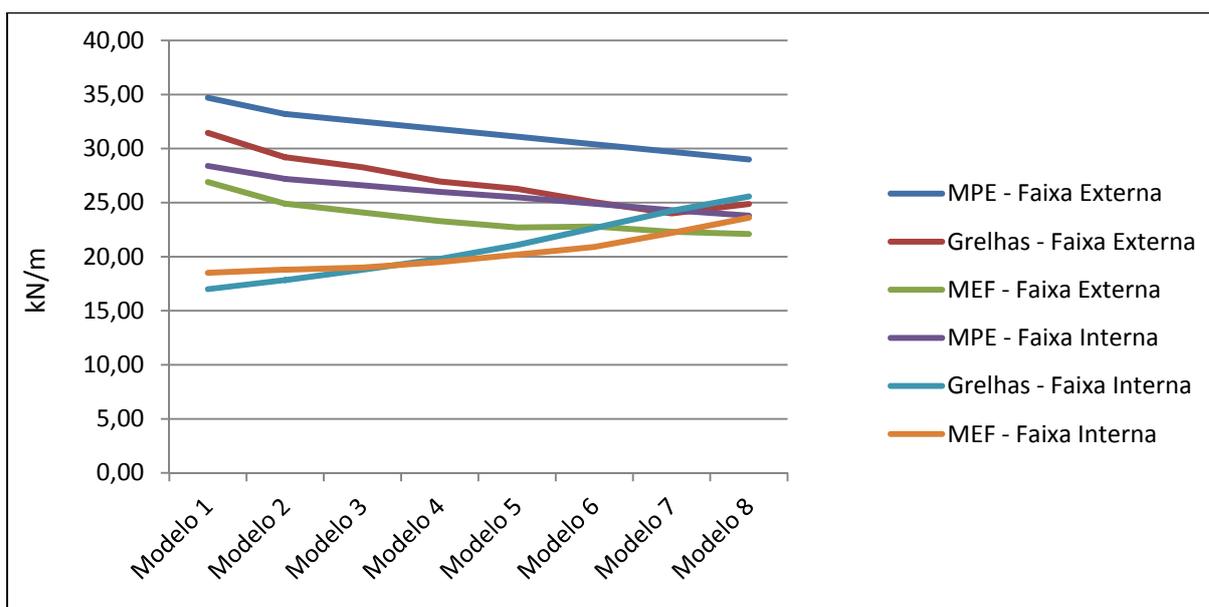
Fonte: Autor

Ao analisar os valores apresentados na Figura 121, percebe-se que o MPE apresenta os maiores valores de momento negativo da faixa externa, sendo o MEF o que apresenta os menores valores. Tanto na faixa interna quanto na faixa externa não houve um padrão entre os métodos de cálculo, porém, os valores ficaram dentro de uma faixa comportada. Isto se dá pelo mesmo fator comentado em relação ao 1º vão da 5ª tributária, mostrado na Figura 120, porém, no apoio central as diferenças são mais expressivas, chegando a ter uma média entre os valores de momentos positivos e negativos.

Para se comparar de forma correta os métodos, devem-se separar as faixas internas e externas, não fazendo médias entre elas.

A Figura 122 apresenta comparações entre os modelos de cálculo no primeiro vão da 6ª tributária.

**Figura 122: Comparação dos momentos no 1º vão da 6ª tributária**

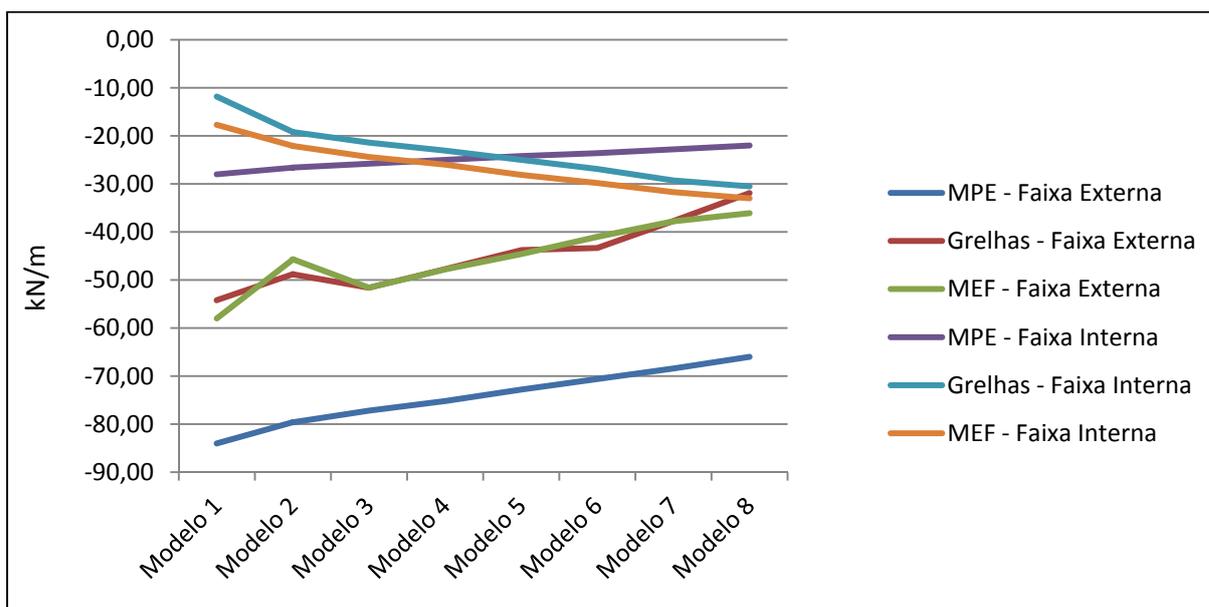


Fonte: Autor

Da mesma forma que nas tributárias 4 e 5 os valores apresentaram resultados estranhos, a tributária 6 também apresentou. Em relação à Figura 122, os valores da faixa externa apresentaram uma redução, sendo o método com maiores valores o MPE. Já na faixa interna, o MPE também apresentou uma diminuição de valores, porém, os outros dois métodos apresentaram um crescimento no momento.

A Figura 123 apresenta comparações entre os modelos de cálculo no apoio central da 6ª tributária.

**Figura 123: Comparação dos momentos no apoio central da 6ª tributária**



Fonte: Autor

Na Figura 123 não se vê nitidamente um padrão entre os métodos de cálculo. Percebe-se que tanto na faixa externa quanto na interna os valores de Grelhas e MEF estão muito próximos, mas, principalmente na faixa externa os valores do MPE estão muito diferentes.

De forma geral, o MPE apresentou valores de momento negativo superiores do que os outros métodos.

O primeiro modelo apresentou resultados de esforços relativamente coerentes entre os três métodos apresentados. Os outros modelos apresentaram divergência nos resultados devido a alguns fatores, dentre eles:

- Quanto mais desalinhado na direção Y os pilares ficaram, maior a diferença entre os vãos da direção X, fazendo com que regiões onde inicialmente se tinham esforços de compressão começassem a existir esforços de tração;

- O Método dos Pórticos Equivalentes não prevê que possam existir esforços tão diferentes nas duas faixas externas e também nas duas faixas internas de uma mesma tributária central, como aconteceu na tributária 5 principalmente nos modelos com maiores desalinhamentos. Para comparação foram feitas médias entre os esforços dessas faixas no Método dos Elementos Finitos e em Grelhas. Mas, na realidade, o ideal seria que os esforços das faixas externas de uma tributária central fossem calculados separadamente, tendo como um dos fatores de cálculo a relação

de vãos de continuidade entre as lajes vizinhas, e não apenas uma porcentagem dos esforços totais da tributária;

- Enquanto o Método dos Elementos Finitos e Grelhas apresentaram esforços a cada 40 cm nas duas direções, o Método dos Pórticos Equivalentes apresentou esforços a cada 200 cm, sendo que as tributárias estavam concentradas apenas nas regiões dos pilares, ou seja, a cada 800 cm.

Faria (2004) também encontrou discrepância em resultados de estruturas assimétricas, ao comparar o Método dos Pórticos Equivalentes com o Método dos Elementos Finitos.

Colonese (2008) ao comparar o Método dos Pórticos Equivalentes com o Método dos Elementos Finitos chegou a conclusão de que a convergência dos esforços entre os dois métodos é esporádica, sendo a simples presença de um pilar de bordo na laje condição suficiente para que os esforços entre os dois métodos sejam bem divergentes.

Pedrozo (2008) também chegou a conclusão de que o Método dos Pórticos Equivalentes não consegue representar satisfatoriamente o comportamento em serviço da laje.

Levando-se em conta que boa parte das estruturas atuais não tem alinhamento nos pilares, nem possuem vãos equivalentes contínuos entre os pilares e possuem vários recortes e vazios, o Método dos Pórticos Equivalentes não se apresenta como uma ferramenta adequada para dimensionamento da estrutura. Porém, para projetos em fase de pré-dimensionamento ou de verificação, ou em projetos que se tenham vãos iguais, pilares alinhados, sem recortes nem vazios, o mesmo pode ser bem visto, pois se apresenta com os esforços com mesma ordem de grandeza que os outros métodos estudados.

Nos exemplos numéricos, o Método dos Elementos Finitos e Grelhas apresentou resultados muito coerentes e de mesma ordem de grandeza. Isso mostra a confiabilidade dos métodos.

## 8 EXEMPLOS NUMÉRICOS – SOLUÇÕES ESTRUTURAIS

Para esse exemplo, foi utilizado o *software* TQS Versão 18.9. O TQS é um *software* que calcula com a Analogia de Grelhas. A interface do programa é relativamente simples. A seguir é apresentado um roteiro de dimensionamento de lajes protendidas com o *software* TQS.

Inicialmente o pavimento precisa ser modelado e calculado, lembrando que a laje que será protendida, deverá ser marcada como protendida no modelador. Em seguida, já dentro do editor de lajes protendidas, baseado nos esforços da laje, o Engenheiro de Estruturas deverá lançar as Regiões de Protensão Uniforme (RPU) e as Regiões de Transferência de Esforços (RTE). Depois disso, o pavimento deve ser processado. Os resultados que o programa oferece são os seguintes:

- Sugestão de quantidade de cabos, bem como os perfis dos mesmos para cada RPU;
- Cálculo das tensões, quantidade de armadura passiva necessária e fissuração para os diversos carregamentos em cada RPU;
- Planta de cabos com a ancoragem correspondente;
- Relatório de interferências entre cabos de protensão;
- Perfis de cabos em planta;
- Tabela com quantitativos do aço de protensão utilizado;
- Transferência de dados para o editor de esforços e armaduras para o detalhamento da armadura passiva;
- Cálculo do hiperestático de protensão na grelha juntamente com as deformações devido às forças de alívio provocadas pelos cabos na laje;
- Desenho do cabo em planta e em perfil;
- Armadura passiva.

Todos os resultados são editáveis, ou seja, após uma análise, o Engenheiro de Estruturas deverá detalhar o pavimento de forma que fique seguro e econômico.

No presente capítulo será apresentado o dimensionamento de dois pavimentos sem vigas protendidas, sendo um deles relativamente simétrico em um dos eixos e o outro assimétrico.

Por comparação, cada um dos exemplos será dimensionado baseado nas hipóteses apresentadas na Tabela 18.

**Tabela 18: Hipóteses de dimensionamento para os exemplos**

Pavimento	Classe de agressividade ambiental	$F_{ck}$ utilizado	Tipo de protensão	Tipo de cordoalha	Fissuração	Combinações de ações em serviço a utilizar
Simétrico	II	30 MPa	Protensão parcial	Não aderente	$\leq 0,2$ mm	Combinação frequente
				Aderente		
Simétrico	III	35 MPa	Protensão limitada	Não aderente	Não tem	Combinação frequente e combinação quase permanente
				Aderente		
Assimétrico	II	30 MPa	Protensão parcial	Não aderente	$\leq 0,2$ mm	Combinação frequente
				Aderente		
Assimétrico	III	35 MPa	Protensão limitada	Não aderente	Não tem	Combinação frequente e combinação quase permanente
				Aderente		

Fonte: Autor

Os dados de tipo de protensão, fissuração e combinações de serviço a utilizar foram tirados da Tabela 1.

Os valores de  $f_{ck}$  foram retirados da Tabela 7.1 da ABNT NBR 6118:2014.

Os cobrimentos das armaduras utilizados nos exemplos foram retirados da Tabela 7.2 da ABNT NBR 6118:2014.

Em cada pavimento (simétrico e assimétrico) foi detalhado o passo a passo para a condição de protensão parcial com cordoalha não aderente. Para as outras hipóteses foram colocados apenas os resultados.

A seguir será apresentado o passo a passo de um pavimento modelado e detalhado como sendo protendido com cordoalhas engraxadas.

### 8.1 EXEMPLO 1 – PAVIMENTO SIMÉTRICO – RELATIVAMENTE SIMPLES

O exemplo a seguir, apresentado na Figura 124, representa um pavimento tipo de um edifício. O posicionamento dos pilares foi escolhido mediante a arquitetura, de modo que não serão alterados. Nota-se que o pavimento não é totalmente simétrico, porém, apresenta traços de simetria muito grandes se

desprezar o núcleo de elevador e escadas. Outro detalhe importante é que o espaçamento médio dos pilares é de 8m.

### 8.1.1 DADOS DO PROJETO

Classe de agressividade ambiental – Moderada;

Tipo de protensão – Protensão Parcial;

Cobrimento das armaduras da laje:

- Armadura passiva – 2,5 cm;

- Armadura ativa – 3,0 cm.

Concreto:

-  $f_{ck} = 30\text{MPa}$ ;

-  $a/c \leq 0,55$ ;

-  $E_{cs} = 26\text{GPa}$ ;

-  $f_{ckj} = 21\text{MPa}$ .

Aço de protensão:

- Cordoalha de 7 fios – Engraxada e Plastificada: CP 190 RB 7;

-  $\phi = 12.7\text{ mm}$ ; Área =  $100\text{ mm}^2$ ;  $E_p = 195.000\text{ MPa}$  (varia com o lote);

-  $f_{ptk} = 1.900\text{ MPa}$ .

Carregamentos:

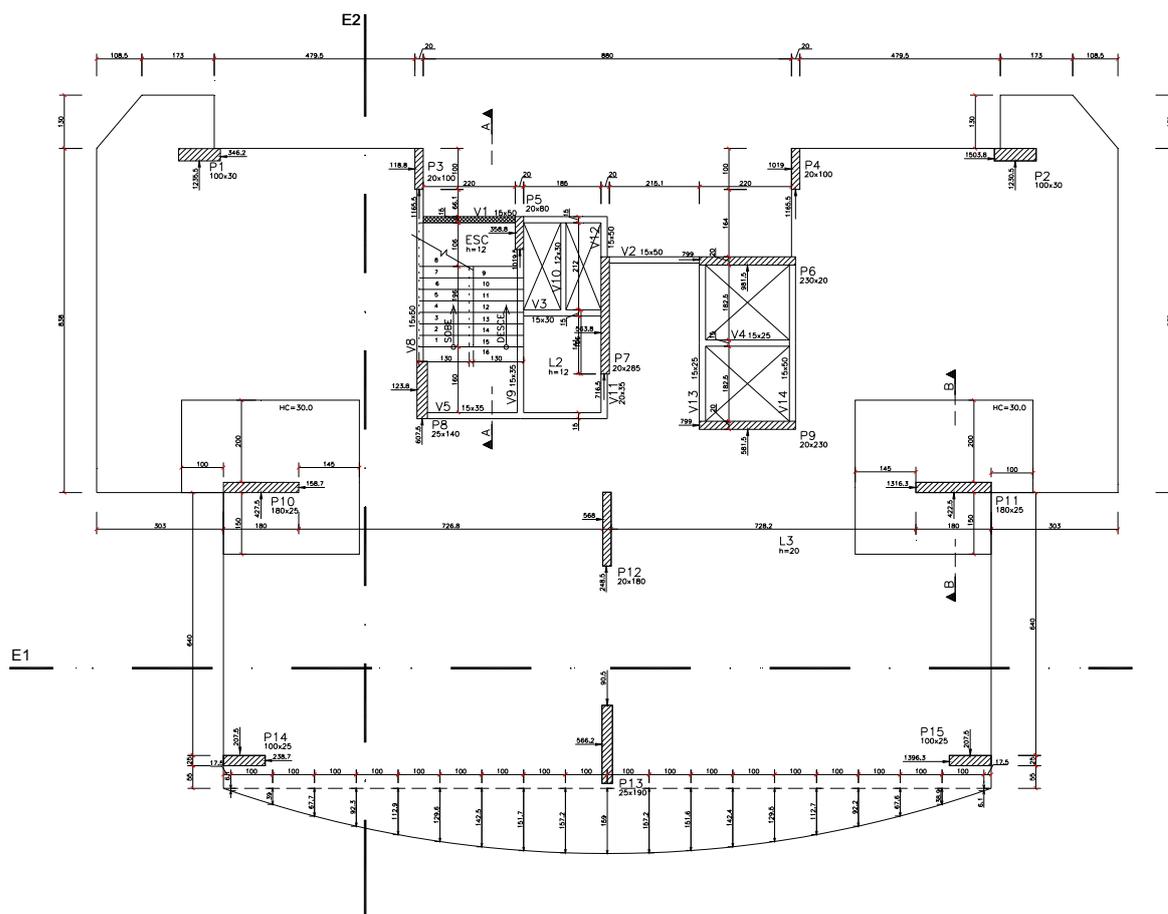
- Peso próprio –  $\gamma_c = 25\text{ kN/m}^3$  - espessura de laje =  $20\text{ cm}$  –  $5\text{ kN/m}^2$ ;

- Carga permanente –  $1\text{ kN/m}^2$ ;

- Carga acidental –  $1,5\text{ kN/m}^2$ ;

- Carga permanente extra no Balanço (Varandas) –  $0,5\text{ kN/m}^2$ .

Figura 124: Forma do exemplo 1



Fonte: Autor

O ACI 423 (1989) recomenda adotar as seguintes espessuras para lajes:

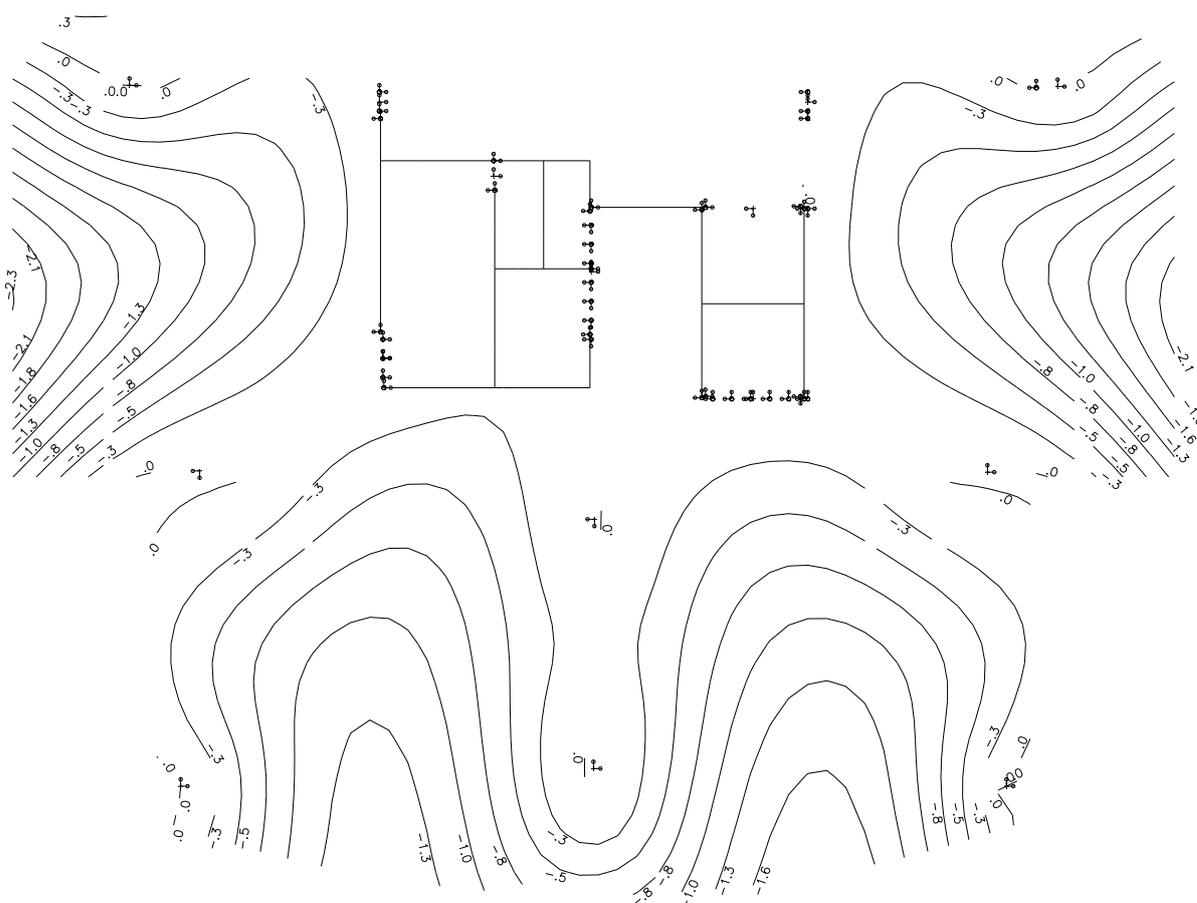
- Lajes com sobrecargas entre 2kN/m<sup>2</sup> e 3 kN/m<sup>2</sup>:  $h \geq l/40$  a  $l/45$ ;
- Lajes de cobertura:  $h \geq l/45$  a  $l/48$ ;

Sendo assim, para vãos próximos a 8m, a espessura da laje do pavimento tipo será de 20 cm.

### 8.1.2 DIMENSIONAMENTO DO PAVIMENTO

Para se ter uma ideia de deslocamentos do pavimento, antes de lançar as Regiões de protensão Uniforme (RPU), será analisada a deformação com todas as cargas do pavimento não majoradas, sendo o caso 1 do TQS (Figura 125). Essas deformações geralmente são próximas às deformações causadas pelo hiperestático de protensão. Desta maneira, se nessa verificação a flecha estiver dentro dos limites recomendados na ABNT NBR 6118:2014, provavelmente as deformações causadas pelo hiperestático de protensão também ficarão dentro dos limites normativos.

**Figura 125: Flecha no caso 1 do TQS para o exemplo 1**



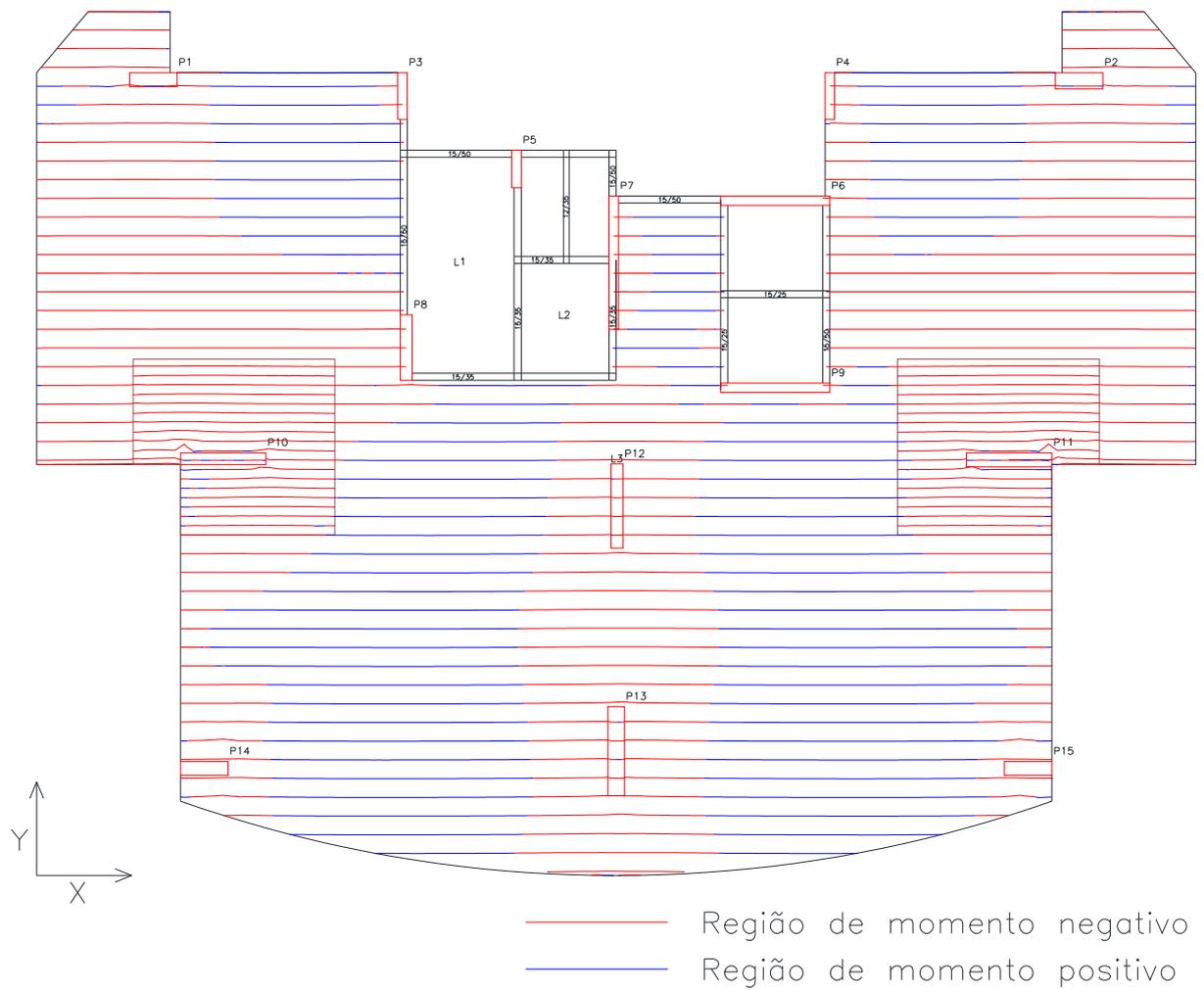
Fonte: Autor

Conforme a Figura 125, a flecha final máxima está em 2,3 cm. A flecha máxima permitida por norma (Tabela 7) é de  $l/250$ . Como o vão máximo é de aproximadamente 800 cm, a flecha máxima permitida é de 3,2 cm, ou seja, está dentro do recomendado pela norma.

Dentro do editor de lajes protendidas, o primeiro procedimento a ser feito é o lançamento as Regiões de Protensão Uniforme (RPU). Devido ao posicionamento dos pilares e recorte na laje, os cabos paralelos ao eixo 2 da Figura 124(horizontais) estarão concentrados, e os cabos paralelos ao eixo 1 da Figura 124(verticals) estarão distribuídos em todo o pavimento. O lançamento das RPU é realizado mediante os esforços que estão na laje, desta forma, divisão de faixas com esforço de intensidade similar fica mais fácil, e também mais confiável.

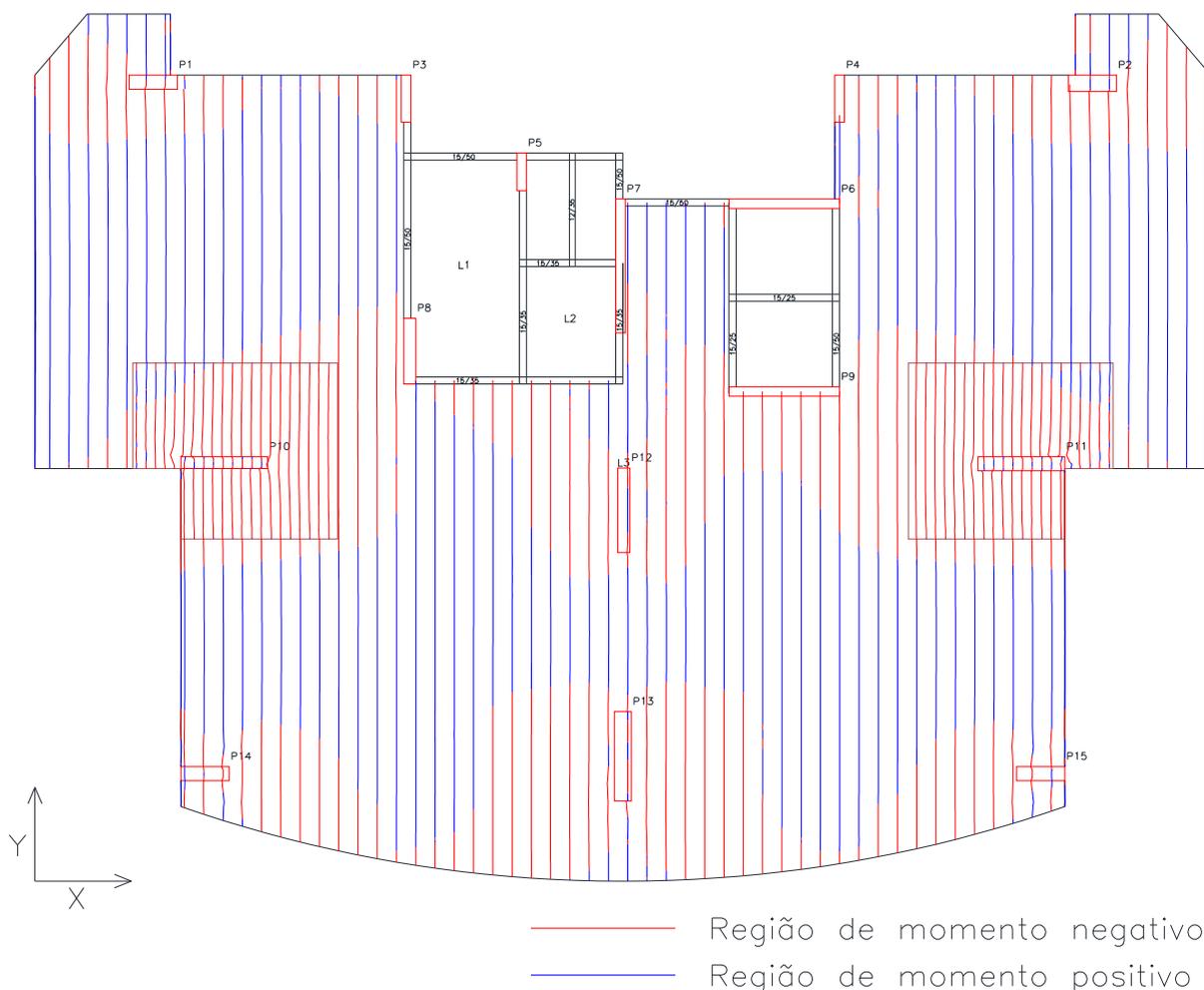
Na Figura 126 são apresentadas as faixas de esforços horizontais enquanto na Figura 127 são apresentadas as verticais. No lugar onde estiver azul, os esforços de momento serão positivos. No lugar onde estiver vermelho, os esforços de momento serão negativos.

Figura 126: Faixas de esforços na direção do eixo X para o exemplo 1



Fonte: Autor

Figura 127: Faixas de esforços na direção do eixo Y para o exemplo 1

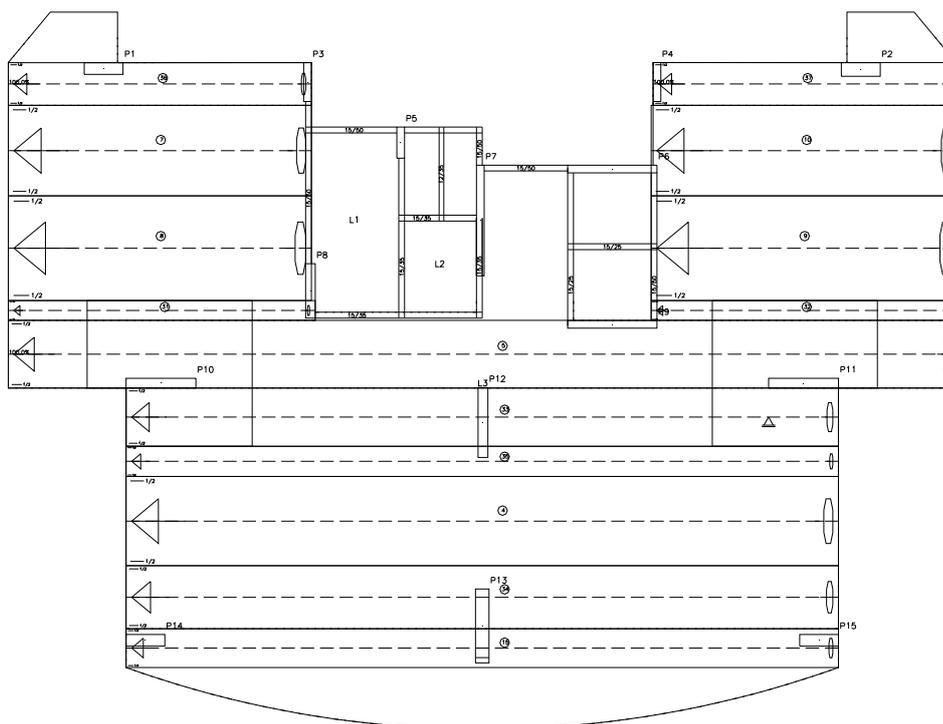


Fonte: Autor

Para se definir a largura das RPU, deve-se olhar as faixas de esforços na direção perpendicular a direção das RPU a serem lançadas, para que os esforços na faixa sejam de mesma ordem de grandeza.

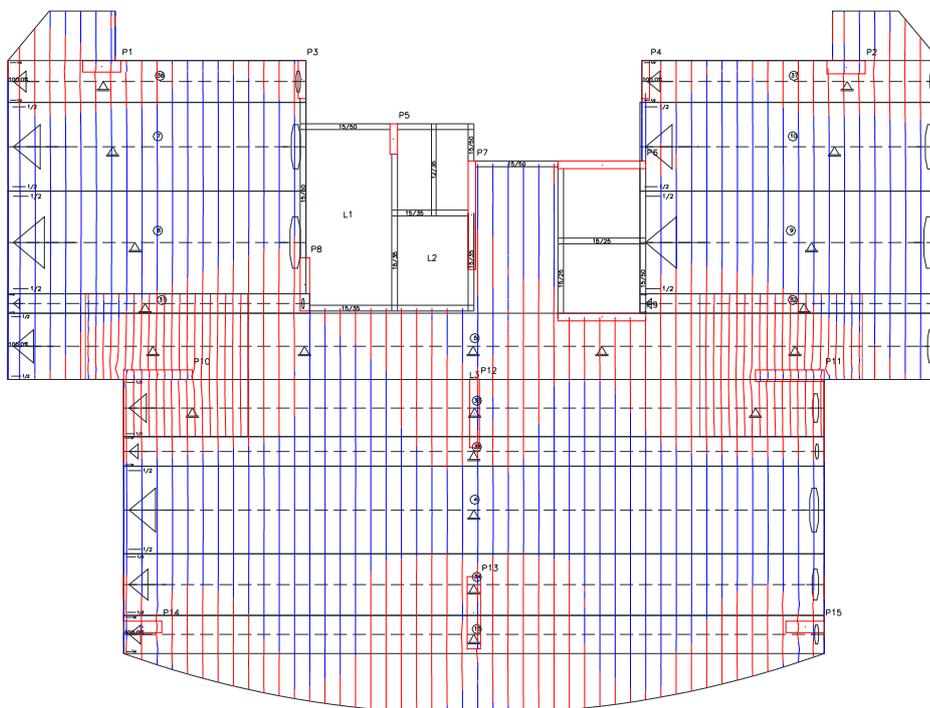
Deve ser levado também em consideração a diferença de espessura de laje na região dos pilares P10 e P11, que possuem *droppanel*s em relação a espessura do resto do pavimento. As RPU que passarem desses lugares deverão ter sua seção (largura) ou totalmente contida neles ou totalmente fora dos mesmos. Isso deve ocorrer para que o traçado do cabo possa ser feito sem erros. A mesma dica serve para as RTE. É importante que elas estejam totalmente dentro dos *droppanel*s ou totalmente fora, mesmo que para isso tenha que lançar várias RTE na mesma RPU. Na Figura 128 é apresentado o lançamento das RPU horizontais, e na Figura 129 é apresentado o lançamento das RPU horizontais, sobrepostas com as faixas de esforços verticais.

**Figura 128: RPU na direção do eixo X para o exemplo 1**



Fonte: Autor

**Figura 129: RPU no eixo X junto com esforços em Y para o exemplo 1**

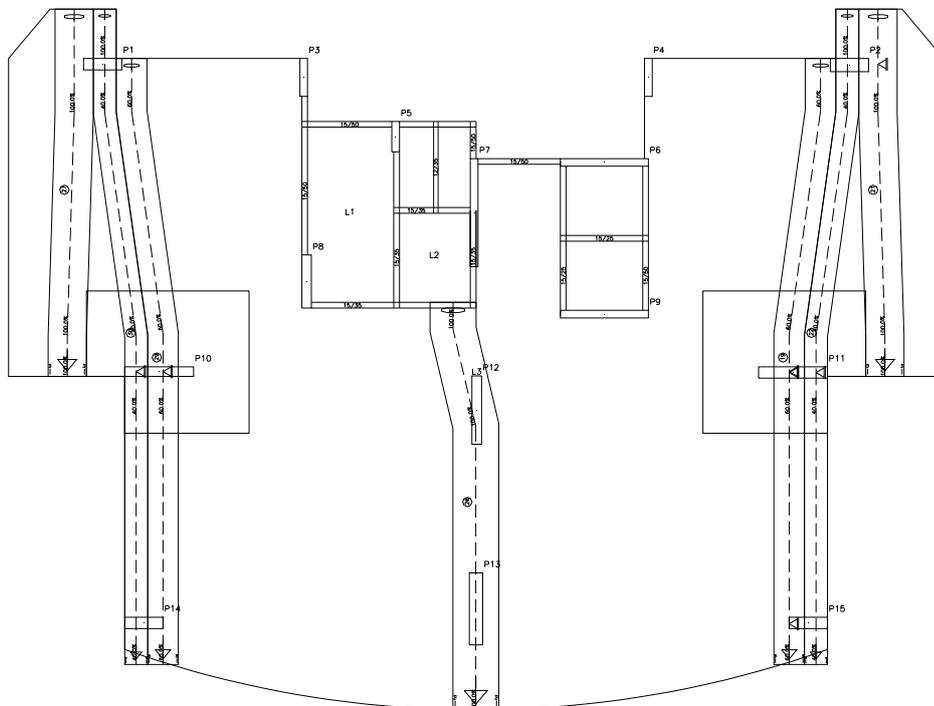


Fonte: Autor

Nota-se que na região de engrossamento da laje existem RPU diferenciadas. Na Figura 130 é apresentado o lançamento das RPU verticais, e na Figura 131 é

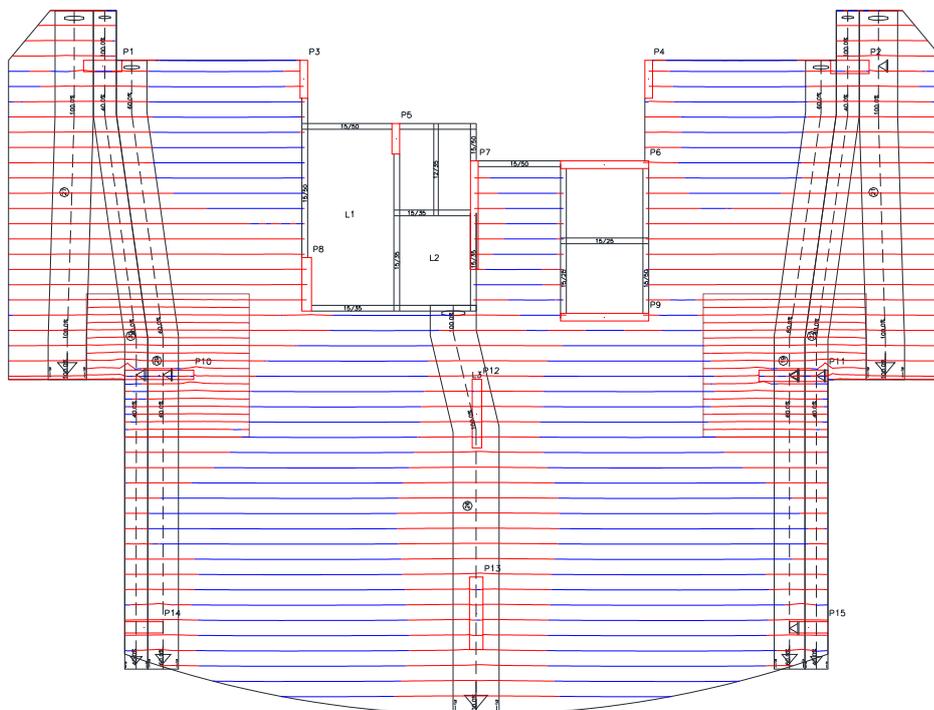
apresentado o lançamento das RPU verticais sobrepostas com as faixas de esforços horizontais.

**Figura 130: RPU na direção do eixo Y para o exemplo 1**



Fonte: Autor

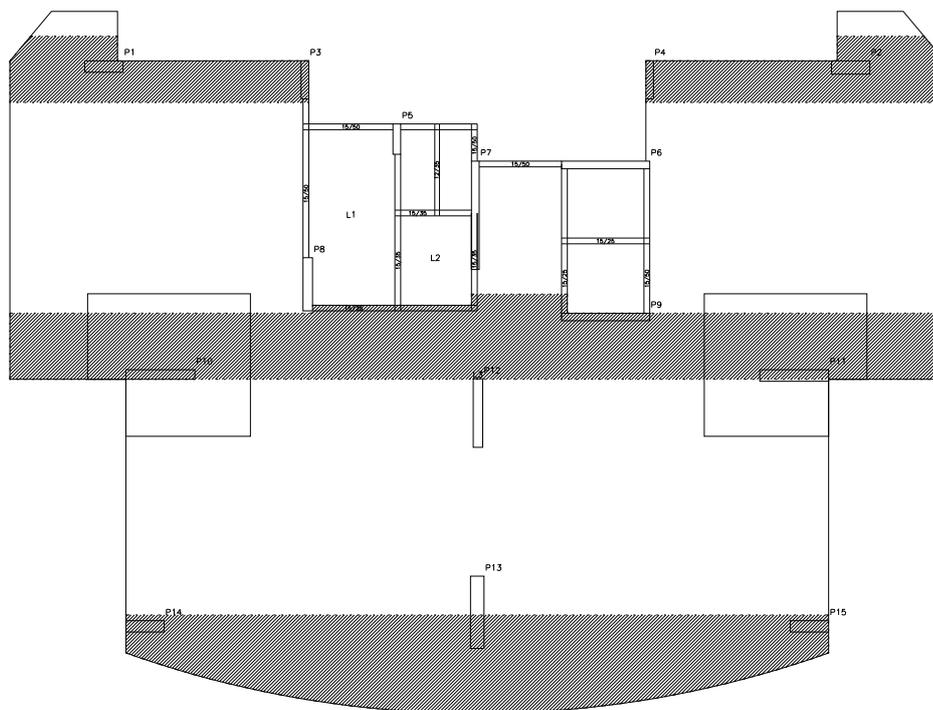
**Figura 131: RPU no eixo Y junto com esforços em X para o exemplo 1**



Fonte: Autor

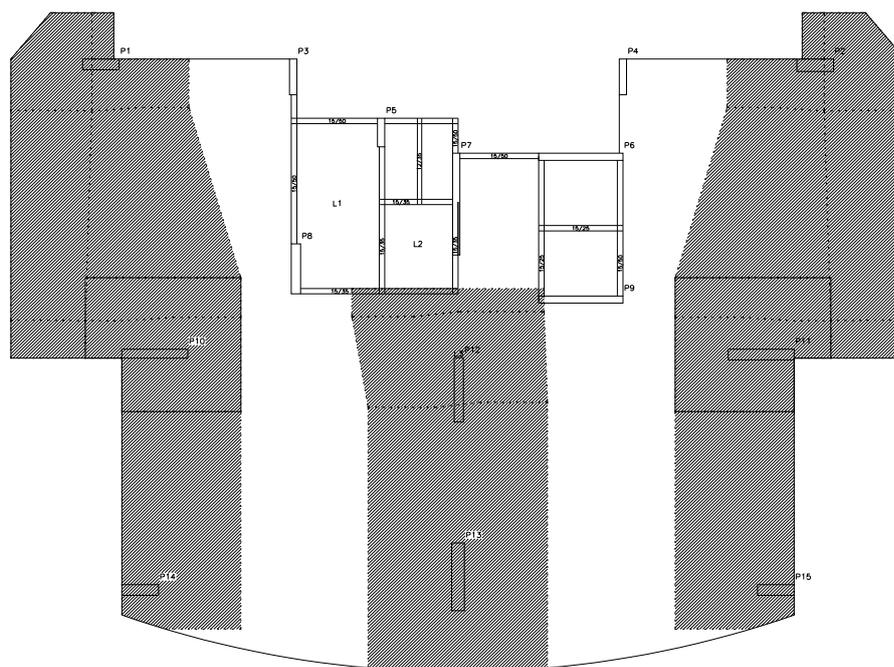
A Região de Transferência de Esforço (RTE) será usada em apenas alguns pontos, pois em lugares onde já se tem a RPU, não precisa da RTE. Na Figura 132 são apresentadas as RTE horizontais enquanto na Figura 133 são apresentadas as verticais.

**Figura 132: RTEs na direção do eixo X para o exemplo 1**



Fonte: Autor

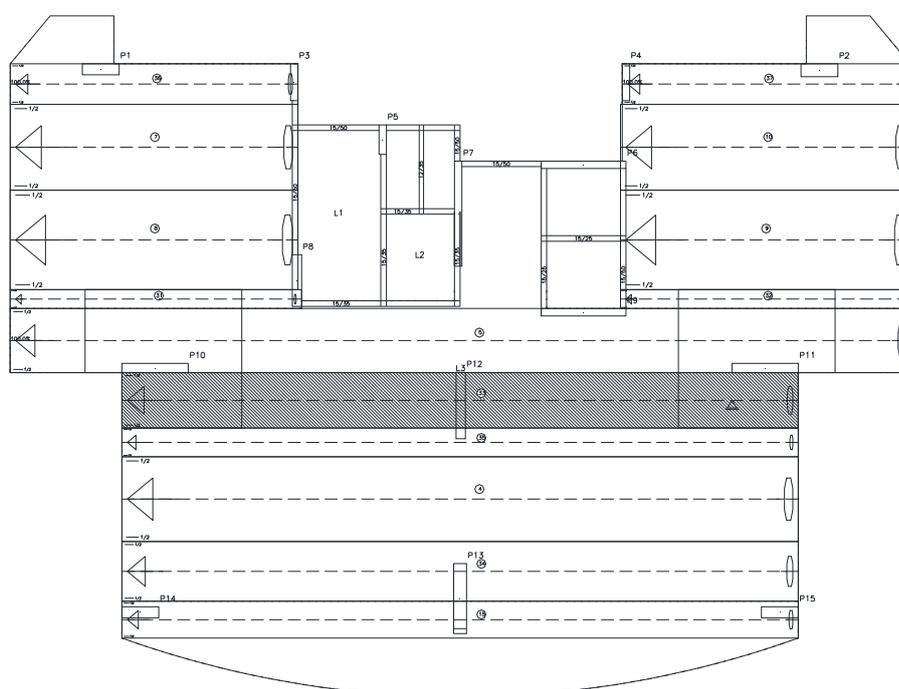
**Figura 133: RTEs na direção do eixo Y para o exemplo 1**



Fonte: Autor

Em seguida, deve-se processar o pavimento. Com esse processamento, o programa irá gerar um detalhamento dos cabos. Esse detalhamento deverá ser ajustado, pois, o TQS lança a quantidade para cobrir a envoltória dos esforços, mas, em protensão parcial, pode-se economizar armadura ativa e combater parte dos esforços (principalmente de momento negativo) com armadura passiva. Isso gera bastante economia, pois, mesmo retirando algumas cordoalhas, ainda consegue-se cobrir a parte dos momentos positivos. A seguir será apresentado o detalhamento da RPU mostrada na Figura 134.

**Figura 134: RPU a ser detalhada para fins explicativos para o exemplo 1**



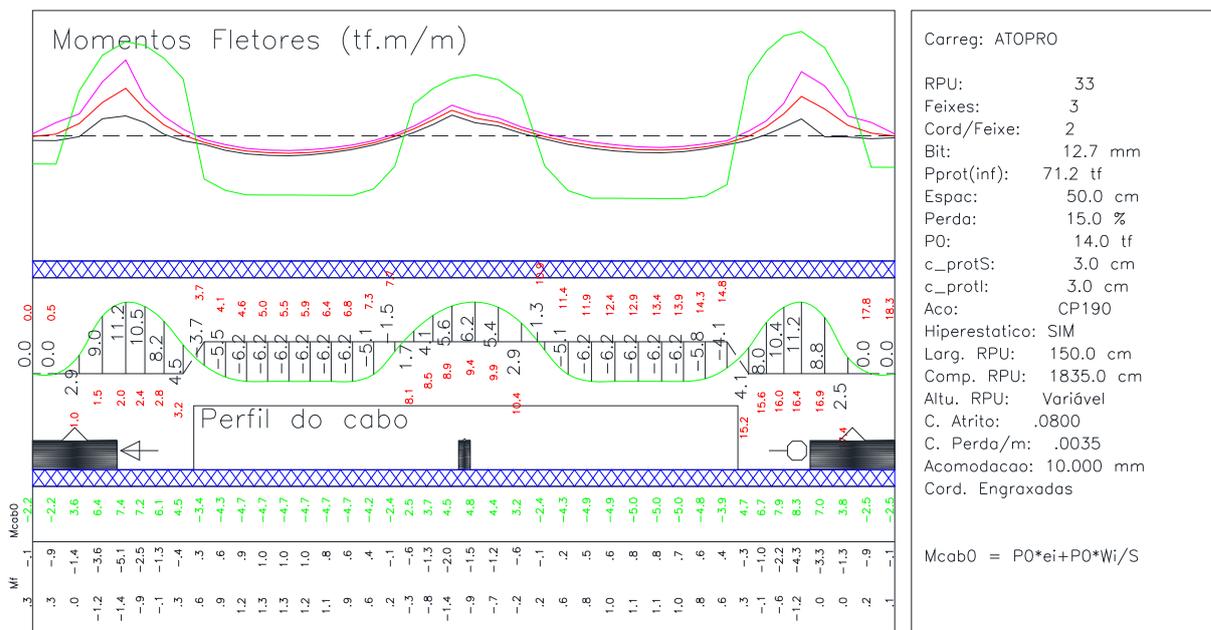
Fonte: Autor

Inicialmente nesta RPU o TQS gerou 3 feixes de dois cabos. Após algumas análises foi reduzido um dos feixes. A seguir serão discretizadas as análises realizadas.

Na Figura 135 são apresentados os momentos fletores para o ato de protensão do jeito que o TQS gerou. Na Figura 136 são apresentados os momentos fletores para o ato de protensão depois de ajustado. A linha rosa apresenta os momentos máximos, a linha azul apresenta os momentos mínimos, a linha vermelha apresenta a média dos momentos e a linha verde apresenta os momentos combatidos pelos cabos no traçado em que eles estão. Se os momentos provocados pelos cabos estiverem cobrindo o diagrama, os reforços em armadura passiva e a fissuração na laje serão mínimos. Se o diagrama de momentos do cabo estiver

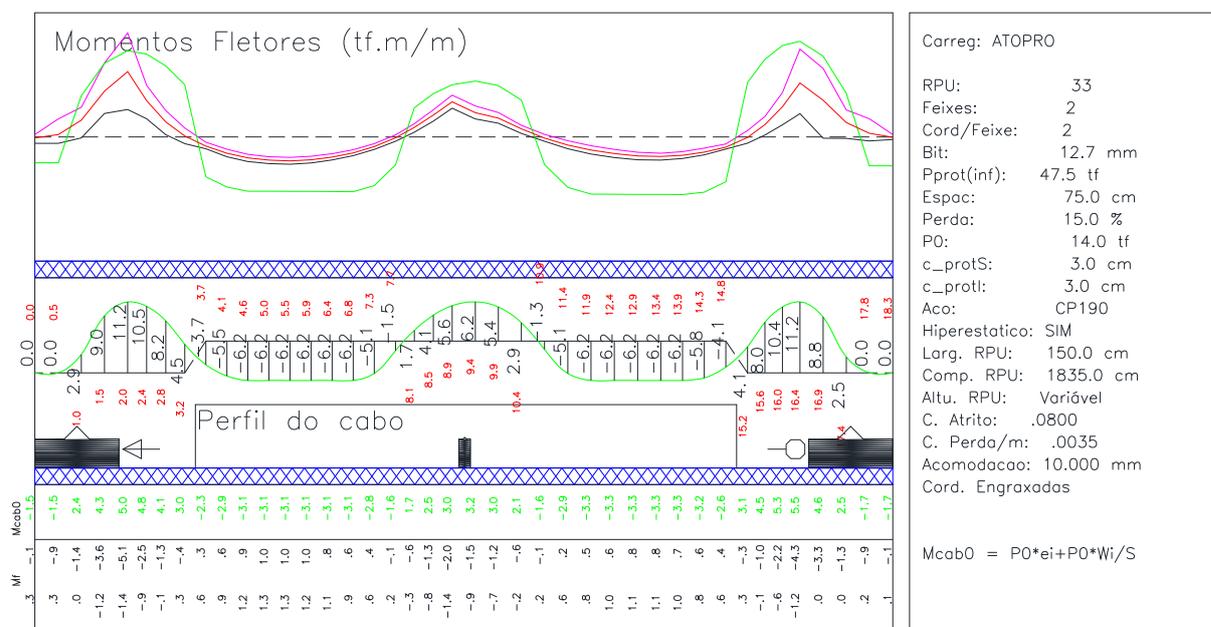
inverso em relação aos dos carregamentos, o traçado do cabo estará errado. De qualquer forma, é importante detalhar cabo por cabo para melhor aproveitamento do mesmo, coisa que muitas vezes o detalhamento automático não faz.

**Figura 135: Elevações dos cabos - ato da protensão para o exemplo 1 – antes de ajustar**



Fonte: Autor

**Figura 136: Elevações dos cabos - ato da protensão para o exemplo 1 – depois de ajustar**

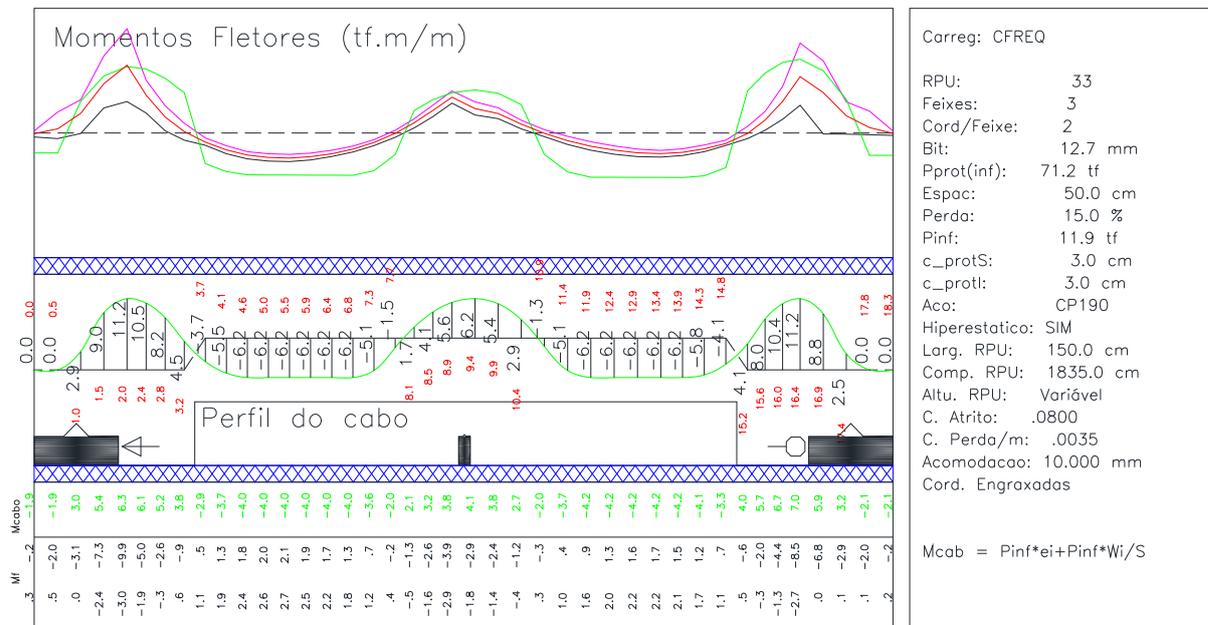


Fonte: Autor

Nota-se que, mesmo reduzindo um feixe de duas cordoalhas, a armadura ativa está conseguindo atuar de forma satisfatória, cobrindo quase toda a envoltória.

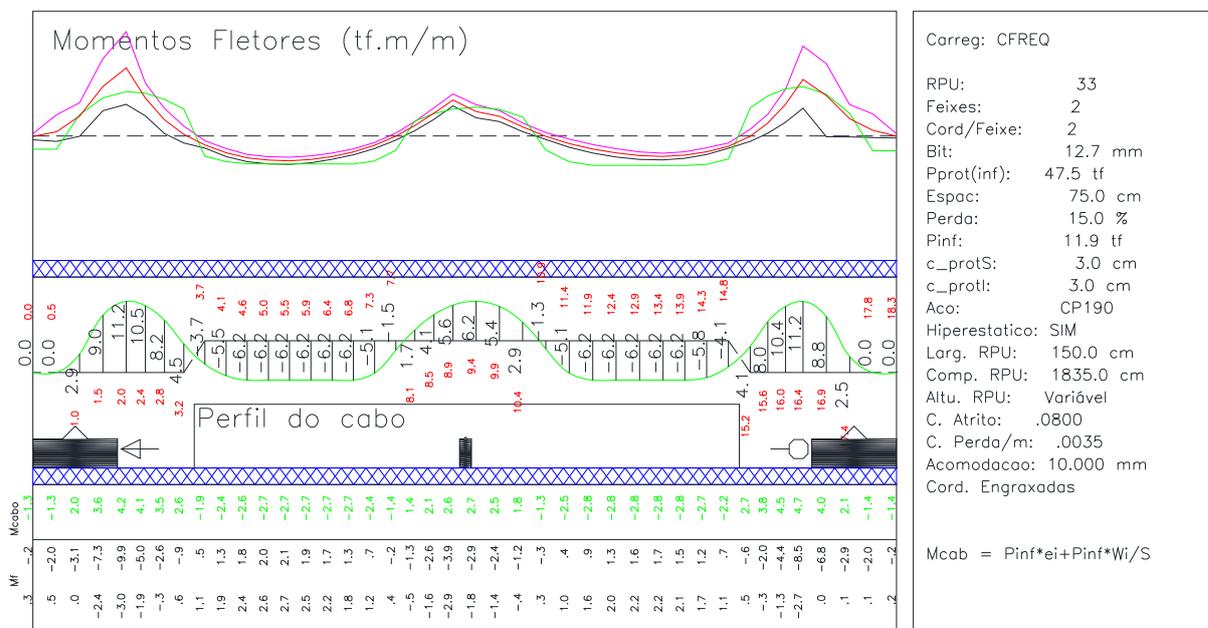
Na Figura 137 são apresentados os momentos fletores para a combinação frequente do jeito que o TQS gerou. Na Figura 138 são apresentados os momentos fletores para a combinação frequente depois de ajustado.

**Figura 137: Elevações dos cabos - combinação frequente para o exemplo 1 – antes de ajustar**



Fonte: Autor

**Figura 138: Elevações dos cabos - combinação frequente para o exemplo 1 – depois de ajustar**

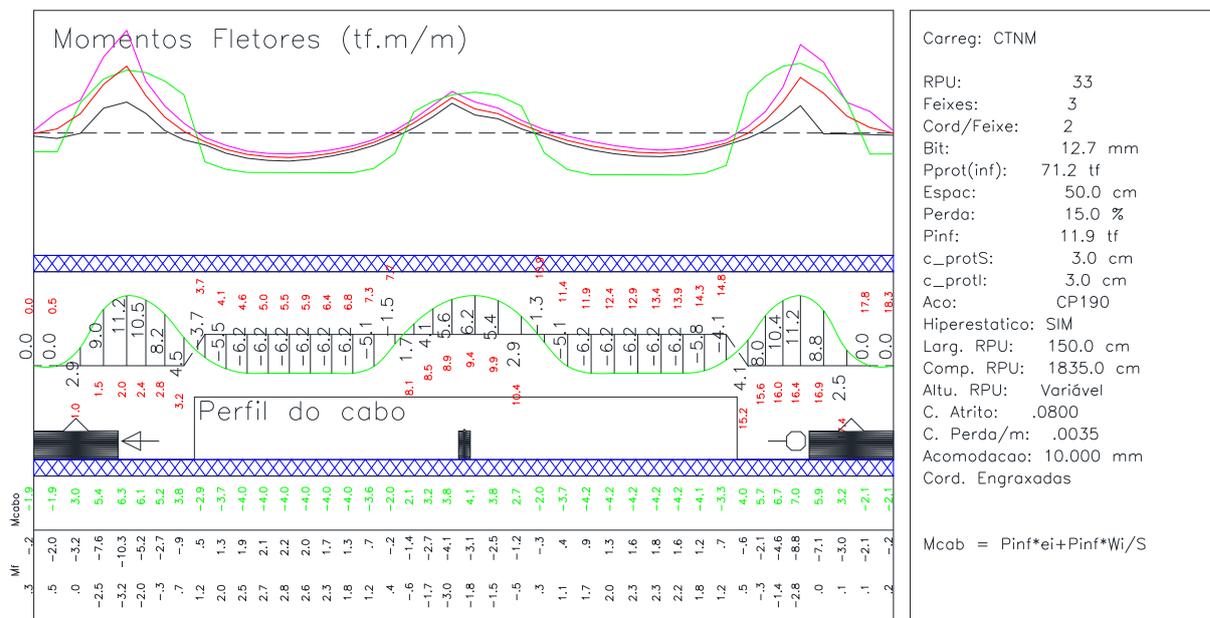


Fonte: Autor

Em relação a combinação frequente, as alterações de quantidade de cabos aproximaram a envoltória de esforços dos esforços gerados pela armadura ativa.

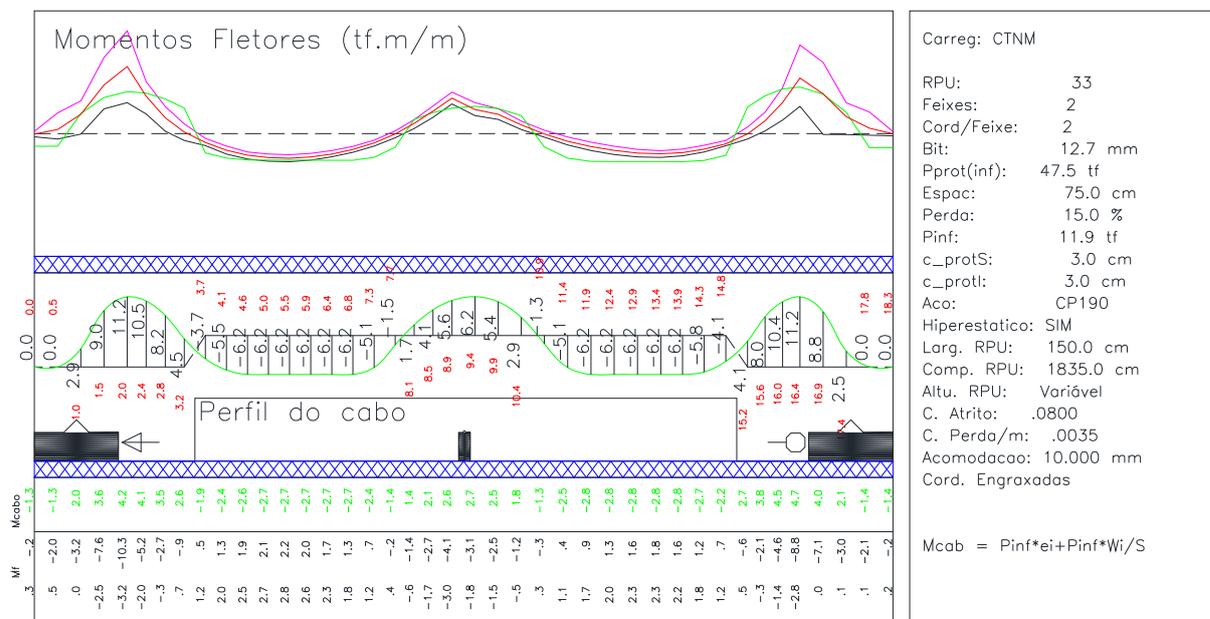
Na Figura 139 são apresentados os momentos fletores para a combinação total não majorando os esforços do jeito que o TQS gerou. Na Figura 140 são apresentados os momentos fletores para a mesma combinação depois de ajustado.

**Figura 139: Elevações dos cabos - combinação total não majorando esforços para o exemplo 1 – antes de ajustar**



Fonte: Autor

**Figura 140: Elevações dos cabos - combinação total não majorando esforços para o exemplo 1 – depois de ajustar**

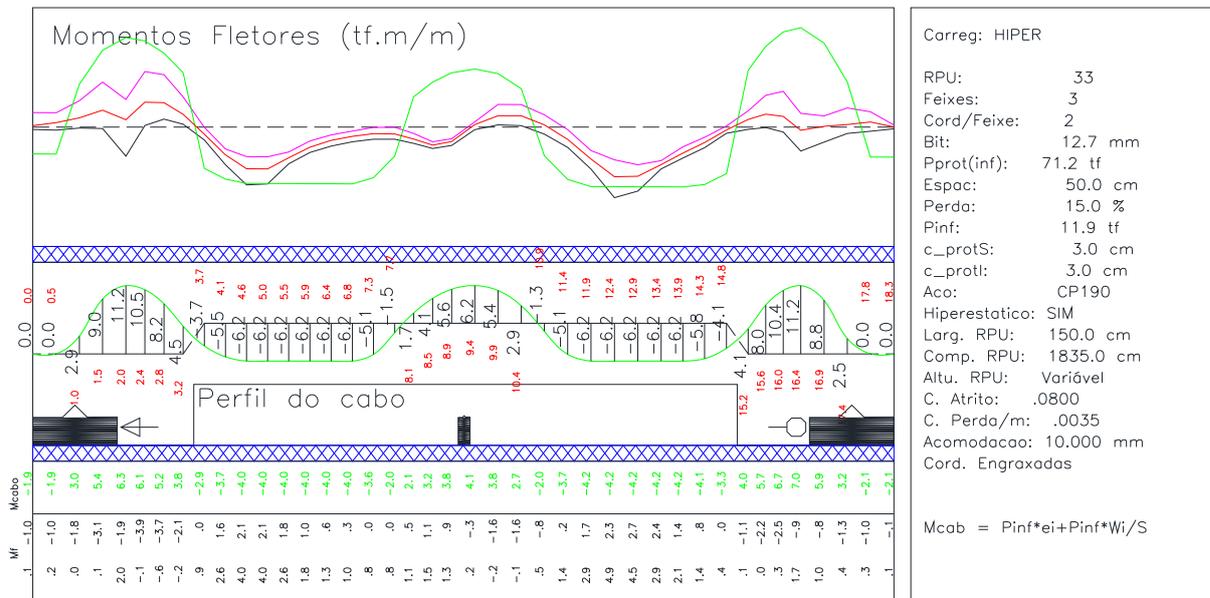


Fonte: Autor

Na combinação total não majorando esforços as alterações de quantidade de cabos também aproximaram a envoltória de esforços dos esforços gerados pela protensão.

Na Figura 141 são apresentados os momentos fletores para a combinação hiperestático de protensão do jeito que o TQS gerou. Na Figura 142 são apresentados os momentos fletores para a mesma combinação depois de ajustado.

**Figura 141: Elevações dos cabos - hiperestático de protensão para o exemplo 1 – antes de ajustar**



Correg: HIPER

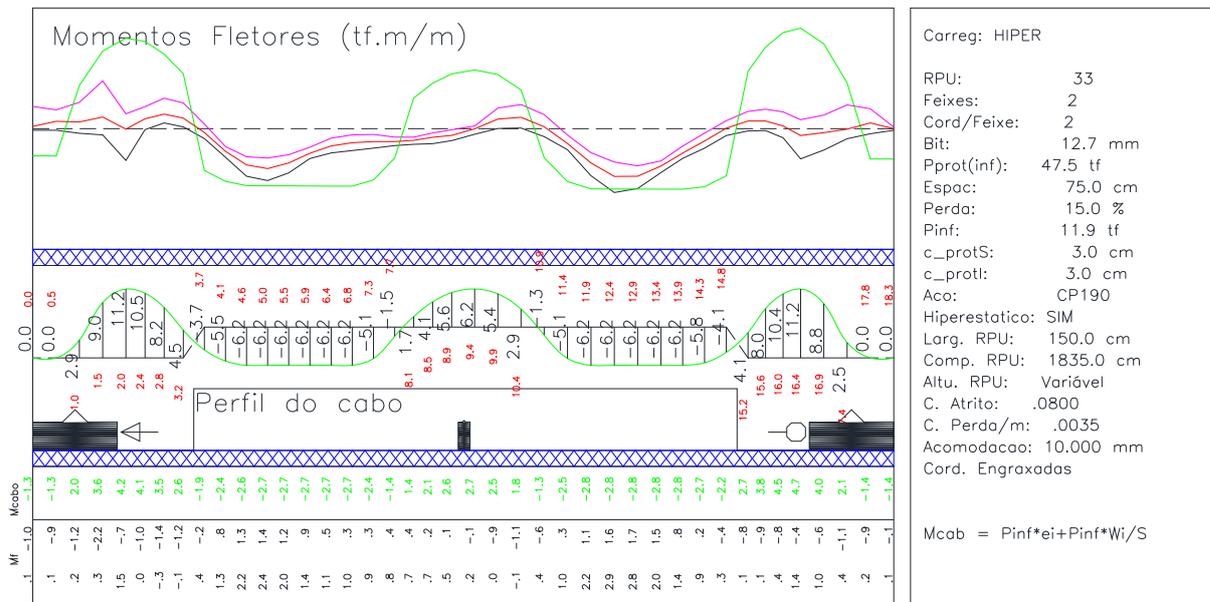
RPU: 33  
 Feixes: 3  
 Cord/Feixe: 2  
 Bit: 12.7 mm  
 Pprot(inf): 71.2 tf  
 Espac: 50.0 cm  
 Perda: 15.0 %  
 Pinf: 11.9 tf  
 c\_protS: 3.0 cm  
 c\_protI: 3.0 cm  
 Aco: CP190

Hiperestatico: SIM  
 Larg. RPU: 150.0 cm  
 Comp. RPU: 1835.0 cm  
 Altu. RPU: Variável  
 C. Atrito: .0800  
 C. Perda/m: .0035  
 Acomodacao: 10.000 mm  
 Cord. Engraxadas

Mcab = Pinf\*ei+Pinf\*Wi/S

Fonte: Autor

**Figura 142: Elevações dos cabos - hiperestático de protensão para o exemplo 1 – depois de ajustar**



Correg: HIPER

RPU: 33  
 Feixes: 2  
 Cord/Feixe: 2  
 Bit: 12.7 mm  
 Pprot(inf): 47.5 tf  
 Espac: 75.0 cm  
 Perda: 15.0 %  
 Pinf: 11.9 tf  
 c\_protS: 3.0 cm  
 c\_protI: 3.0 cm  
 Aco: CP190

Hiperestatico: SIM  
 Larg. RPU: 150.0 cm  
 Comp. RPU: 1835.0 cm  
 Altu. RPU: Variável  
 C. Atrito: .0800  
 C. Perda/m: .0035  
 Acomodacao: 10.000 mm  
 Cord. Engraxadas

Mcab = Pinf\*ei+Pinf\*Wi/S

Fonte: Autor

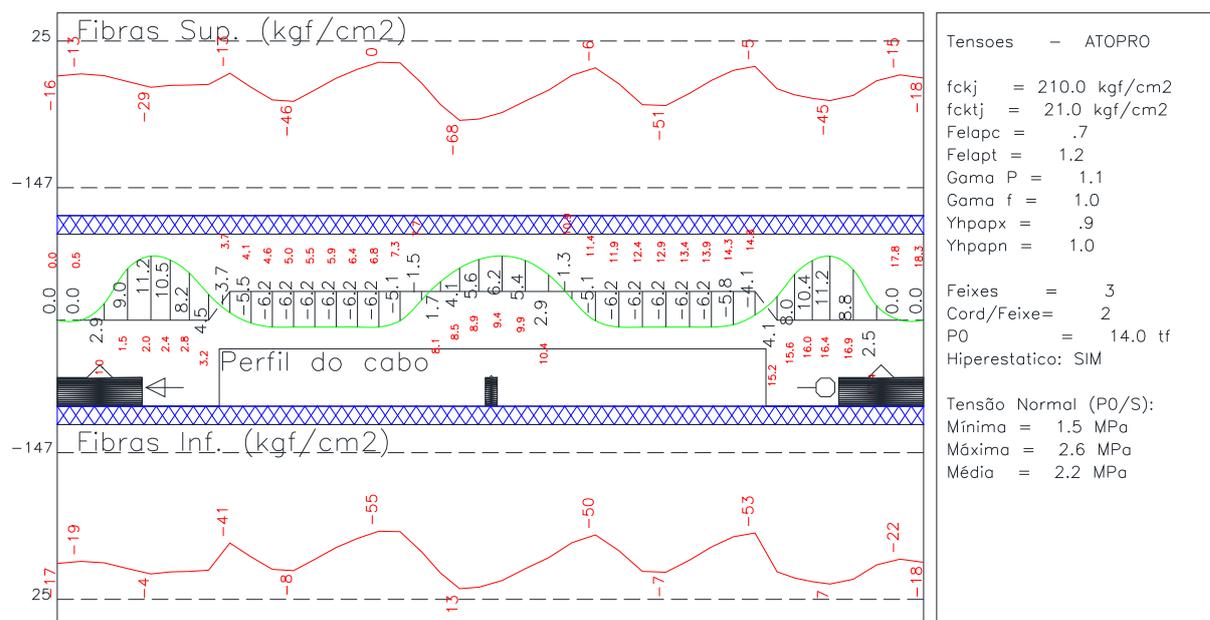
Na combinação Hiperestático de protensão, as diferenças não foram tão visíveis. Isso se deve a alguns fatores, dentre eles, o fato de a laje ser bidirecional.

Outra verificação que precisa ser feita é se o concreto não está esmagando em algum lugar. No ato da protensão não pode ter uma tensão maior do que 70% do  $f_{ckj}$ , ou seja, no exemplo em questão, não pode ultrapassar 147 kgf/cm<sup>2</sup> (14,7 MPa). Na combinação frequente não pode ter uma tensão maior do que 60% do  $f_{ck}$ , ou seja, no exemplo em questão, não pode ultrapassar 180 kgf/cm<sup>2</sup> (18 MPa).

Como o exemplo apresentado um feixe de 2 cabos está sendo retirado, a compressão no concreto irá diminuir. Desta forma, deve-se prestar atenção na tração das fibras. Caso haja tração, precisa-se ficar atento a verificação da fissuração no devido trecho.

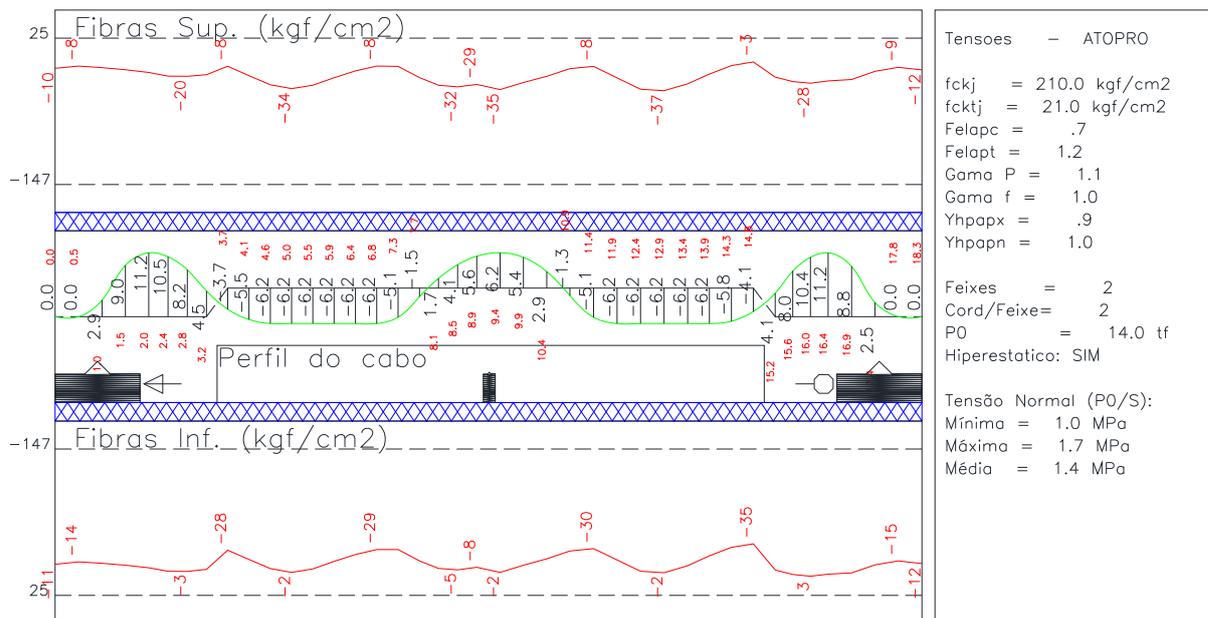
Na Figura 143 são apresentadas as tensões no ato da protensão do jeito que o TQS gerou. Na Figura 144 são apresentadas as tensões para a mesma combinação depois de ajustado.

**Figura 143: Tensões no concreto - ato da protensão para o exemplo 1 – antes de ajustar**



Fonte: Autor

**Figura 144: Tensões no concreto - ato da protensão para o exemplo 1 – depois de ajustar**

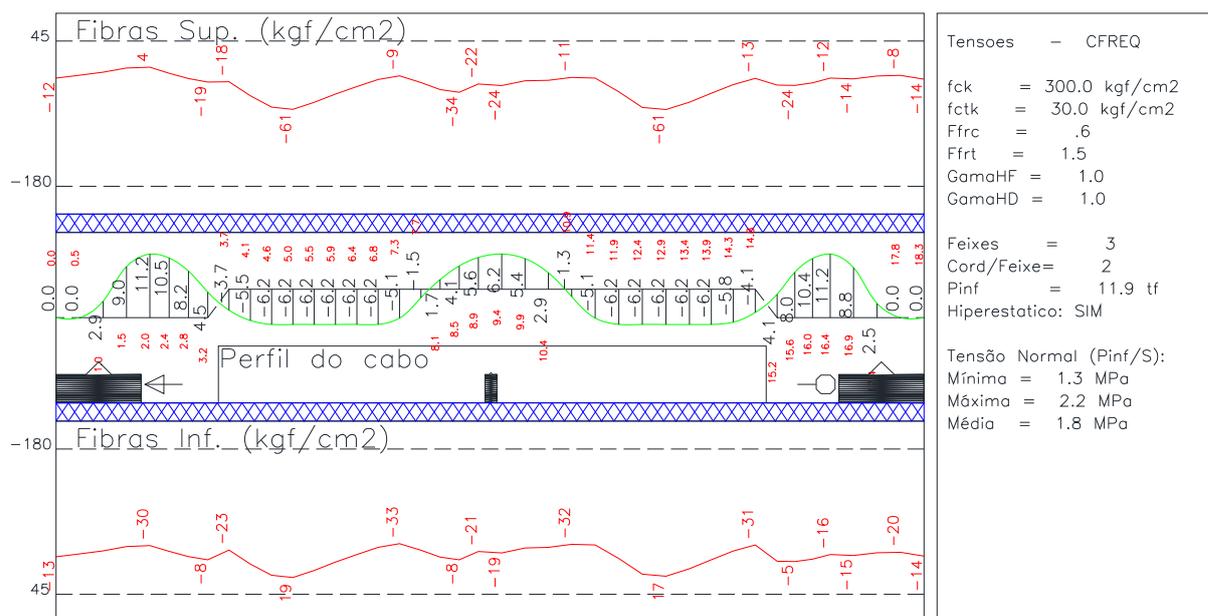


Fonte: Autor

No ato da protensão, não houve tração maior do que 3kgf/cm<sup>2</sup>, sendo que o limite para esta verificação é de 25kgf/cm<sup>2</sup>.

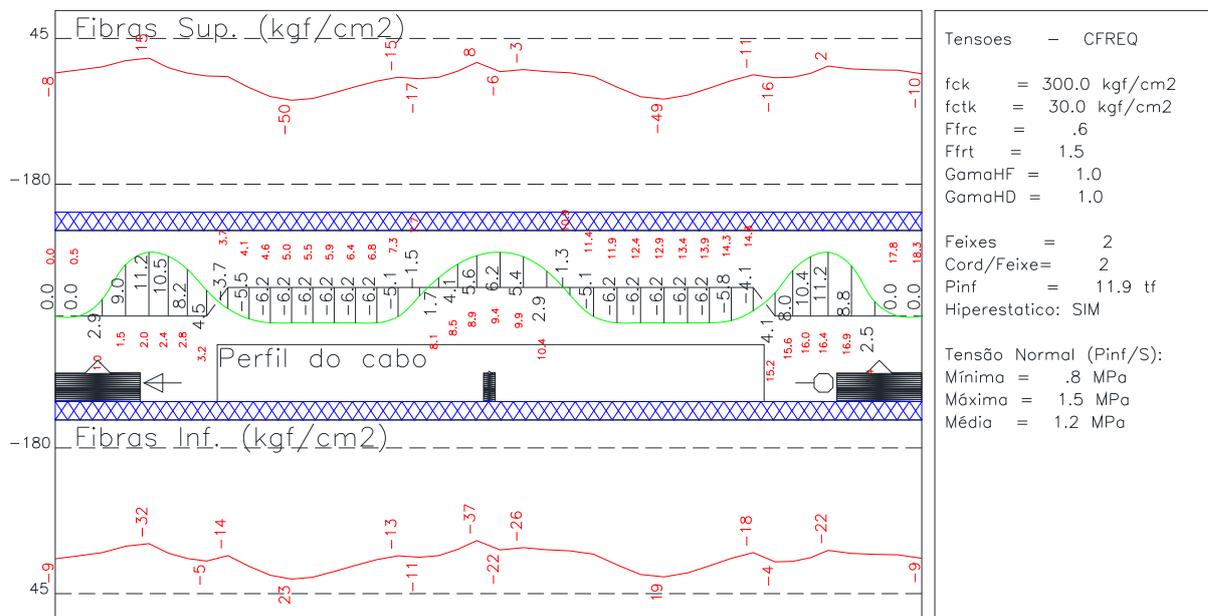
Na Figura 145 são apresentadas as tensões na combinação frequente do jeito que o TQS gerou. Na Figura 146 são apresentadas as tensões para a mesma combinação depois de ajustado.

**Figura 145: Tensões no concreto - combinação frequente para o exemplo 1 – antes de ajustar**



Fonte: Autor

**Figura 146: Tensões no concreto - combinação frequente para o exemplo 1 – depois de ajustar**

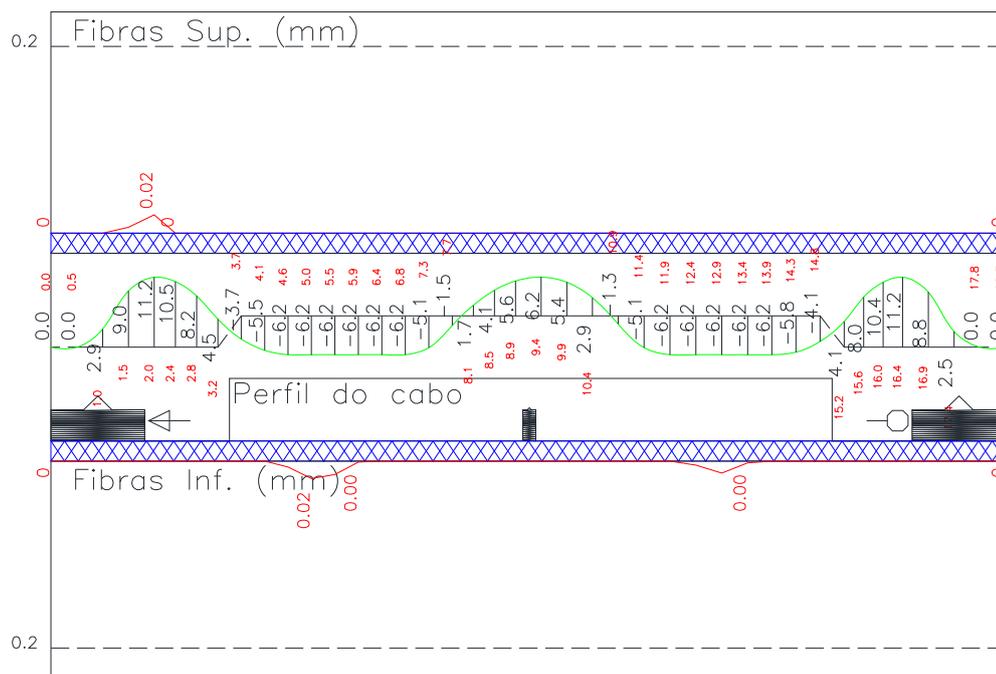


Fonte: Autor

Na combinação frequente, não houve tração maior do que 25kgf/cm<sup>2</sup>, sendo que o limite para esta verificação é de 45kgf/cm<sup>2</sup>.

Na Figura 147 é apresentada a fissuração neste trecho de laje depois de modificada. Como o exemplo está utilizando a protensão parcial, o limite para a fissuração é de 0,2mm. Neste caso, a maior fissuração foi de 0,02mm.

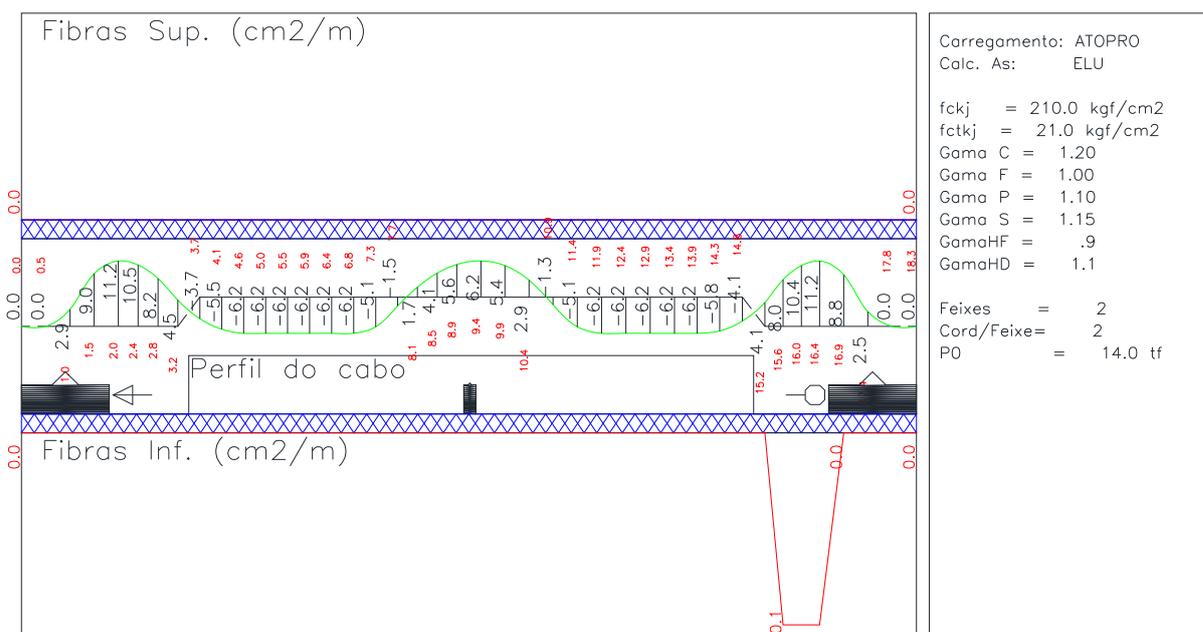
**Figura 147: Fissuração na laje para o exemplo 1**



Fonte: Autor

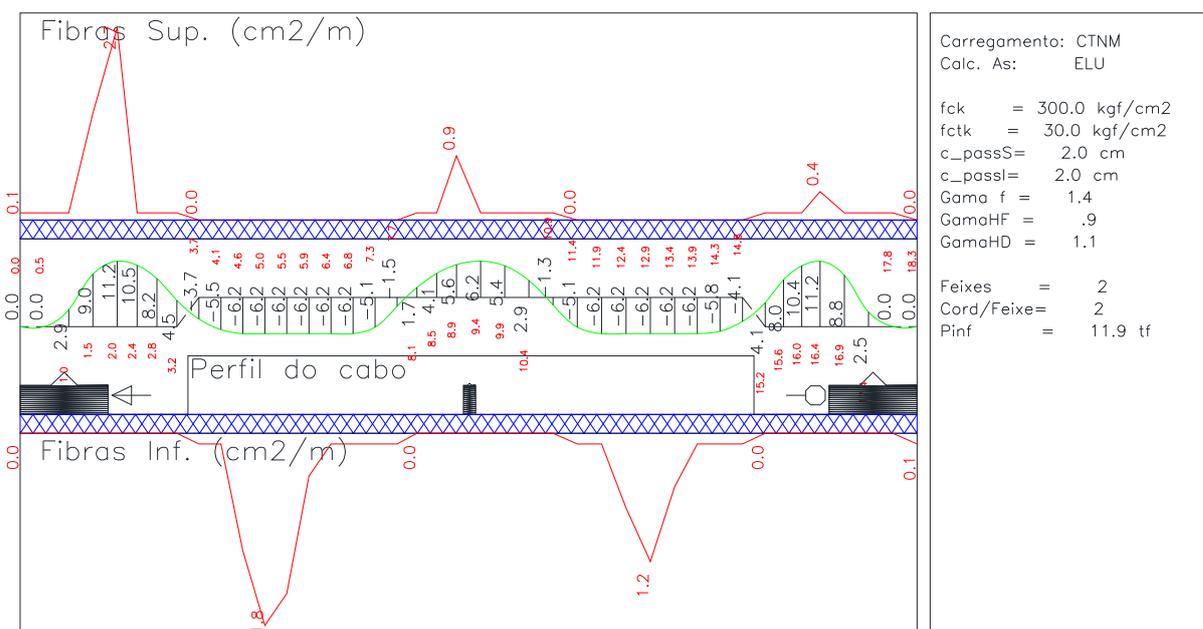
Após essas verificações, pode-se avaliar se a armadura passiva está muito expressiva. Geralmente, quando a armadura passiva está concentrada nos apoios, a retirada dos cabos não altera a sua quantidade. Na Figura 148 é apresentada a taxa de armadura para cada trecho da laje, avaliando-se a combinação no ato da protensão, enquanto na Figura 149 é apresentada a taxa de armadura para a combinação frequente.

**Figura 148: Armadura passiva - ato da protensão para o exemplo 1**



Fonte: Autor

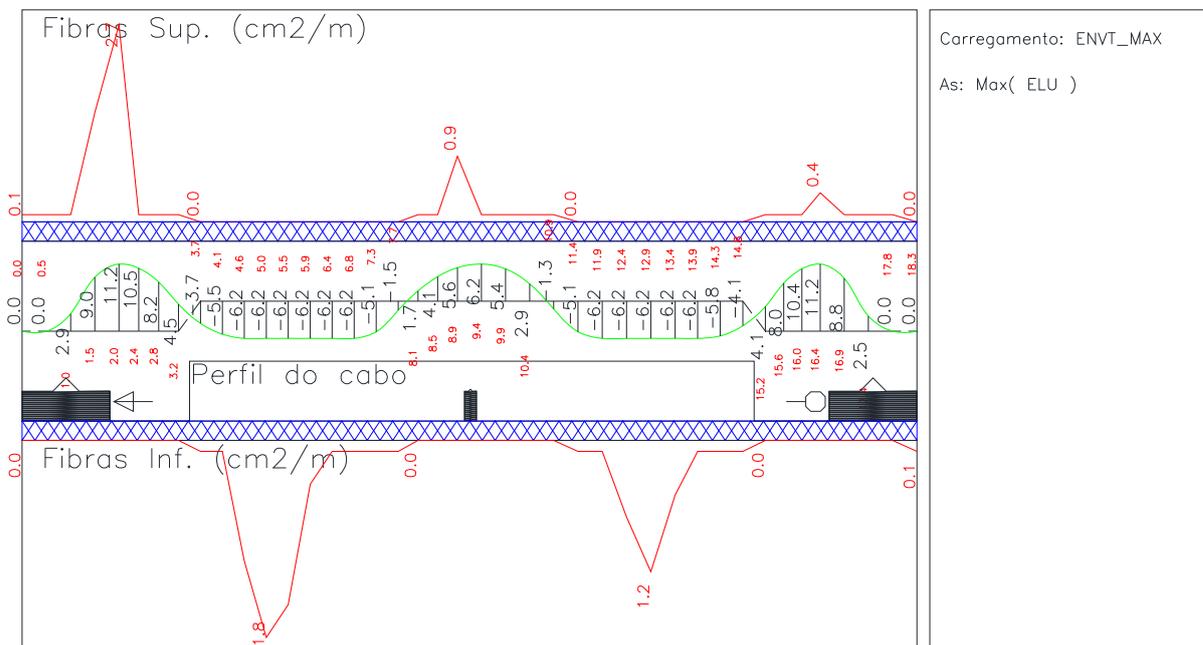
**Figura 149: Armadura passiva - combinação total não majorando esforços para o exemplo 1**



Fonte: Autor

Na Figura 150 é apresentada a taxa de armadura da envoltória dos esforços.

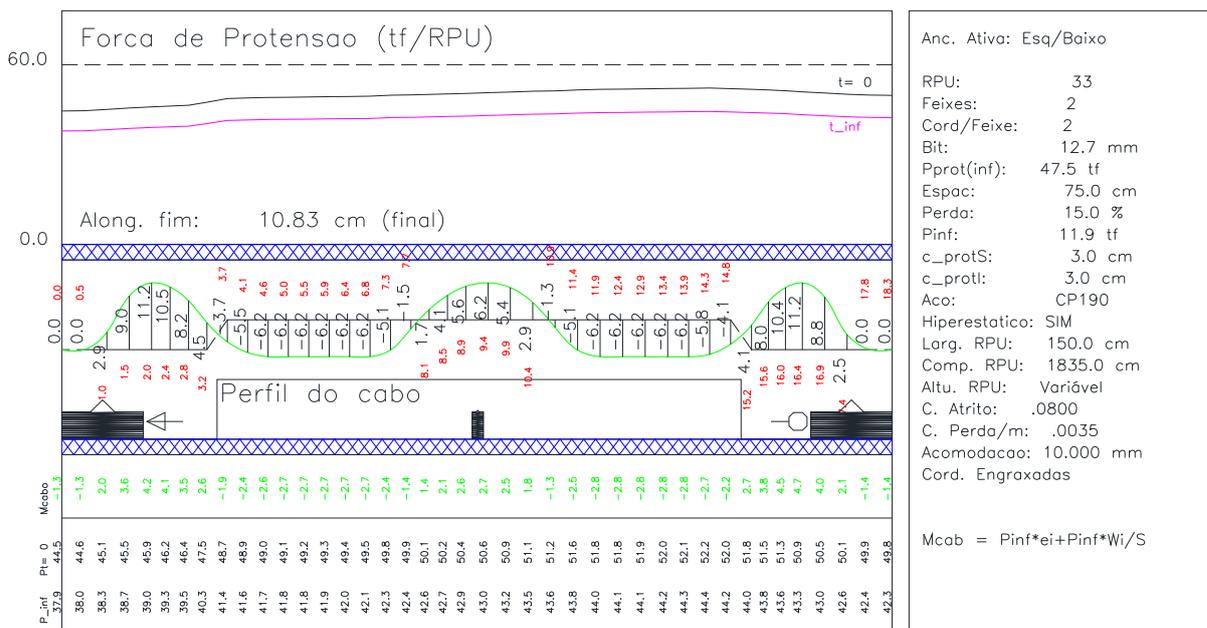
**Figura 150: Armadura passiva - envoltória de esforços para o exemplo 1**



Fonte: Autor

Na Figura 151 é apresentada a perda imediata de protensão ao longo da RPU. Como a cordoalha é engraxada, a diferença de perda de protensão ao longo do cabo é muito pequena.

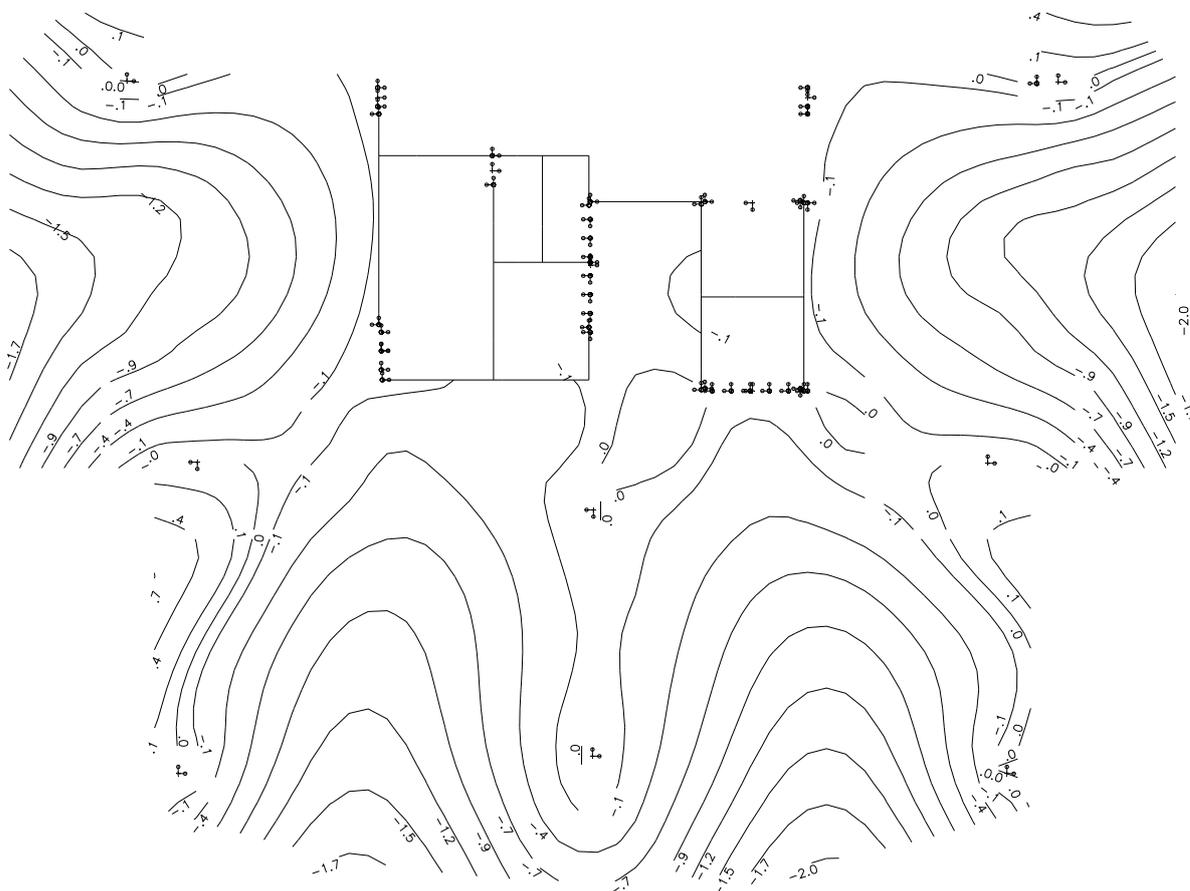
**Figura 151: Perda de protensão imediata na RPU para o exemplo 1**



Fonte: Autor

Após fazer esse procedimento em todas as RPU, precisa-se processar o hiperestático de protensão. Em seguida verificam-se as flechas. Na Figura 152 são apresentadas as deformações na laje com o caso de hiperestático de protensão.

**Figura 152: Flecha na laje com o caso de hiperestático de protensão para o exemplo 1**



Fonte: Autor

A deformação no pavimento ficou em 2,0 cm, menor que a prevista na Figura 125 que tinha apresentado uma deformação de 2,3 cm. Aurélio (2012) comenta que em lajes maciças sem vigas protendidas, quando a flecha do pavimento está dentro dos limites estabelecidos por norma, a armadura passiva normalmente consegue se arranjar, ficando dentro dos limites de norma para as suas diversas verificações. Sendo assim, quando no *software* TQS a flecha estiver dentro dos parâmetros estabelecidos por norma, se aparecer notificação de armadura dupla ou similar, pode ser erro de grelha. (Informação verbal)<sup>1</sup>.

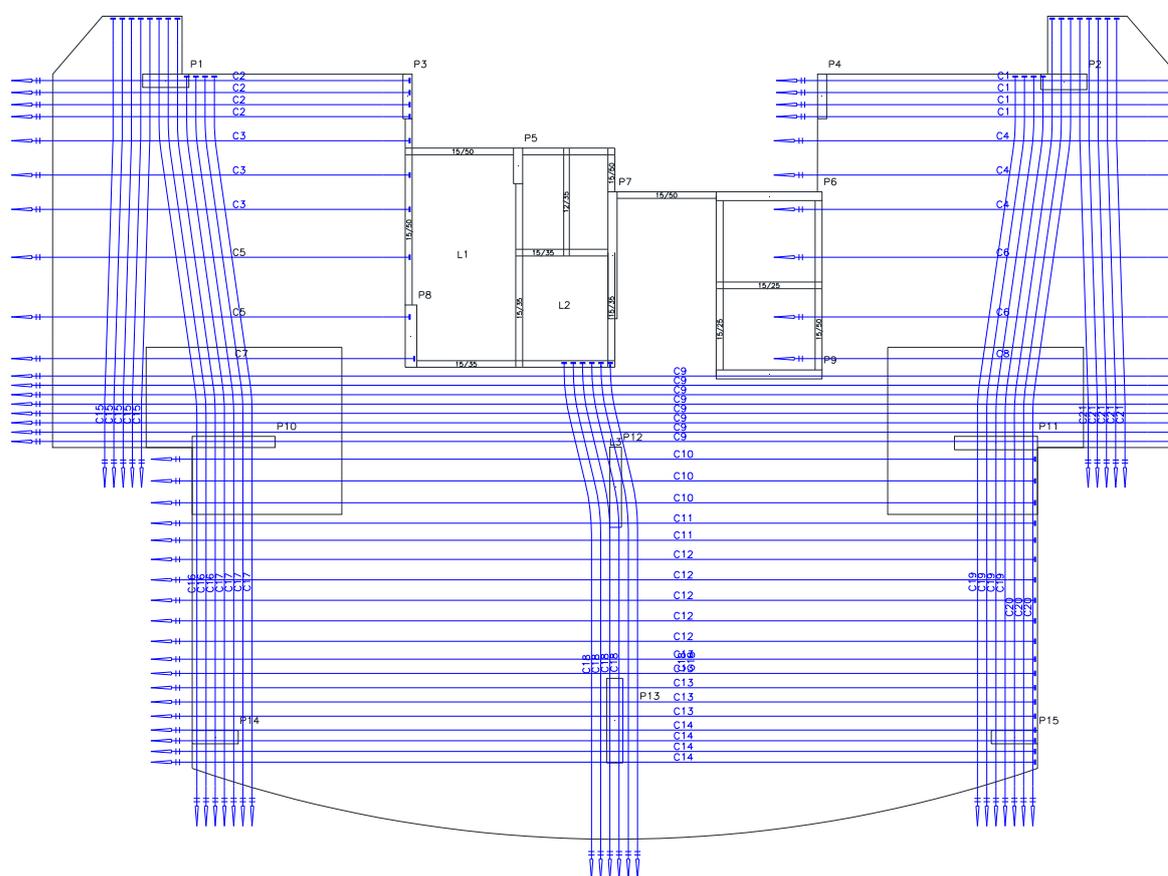
Desta forma, podem-se gerar os cabos de protensão em planta no pavimento. A ABNT NBR 6118:2014 recomenda que o espaçamento entre cordoalhas, cabos ou

<sup>1</sup>Informação obtida através de um curso online de lajes protendidas cujo palestrante foi o Eng. Luis Aurélio.

feixes de cabos deve ser no máximo  $6h$  ( $6 \times$  a espessura da laje), não excedendo 120 cm.

Na Figura 153 a planta de cabos gerada pelo TQS é apresentada, e na Figura 154 é apresentada a planta de cabos modificada. Após gerar a planta de cabos, o Engenheiro de Estruturas deve fazer a transmissão de esforços para a armadura passiva e também calcular a punção e colapso progressivo na região dos pilares. Deve-se também ajustar o traçado em planta para evitar passar em furos. Sempre que possível, o Engenheiro de Estruturas deve passar o cabo em cima de pilares, para ajudar na punção e colapso progressivo.

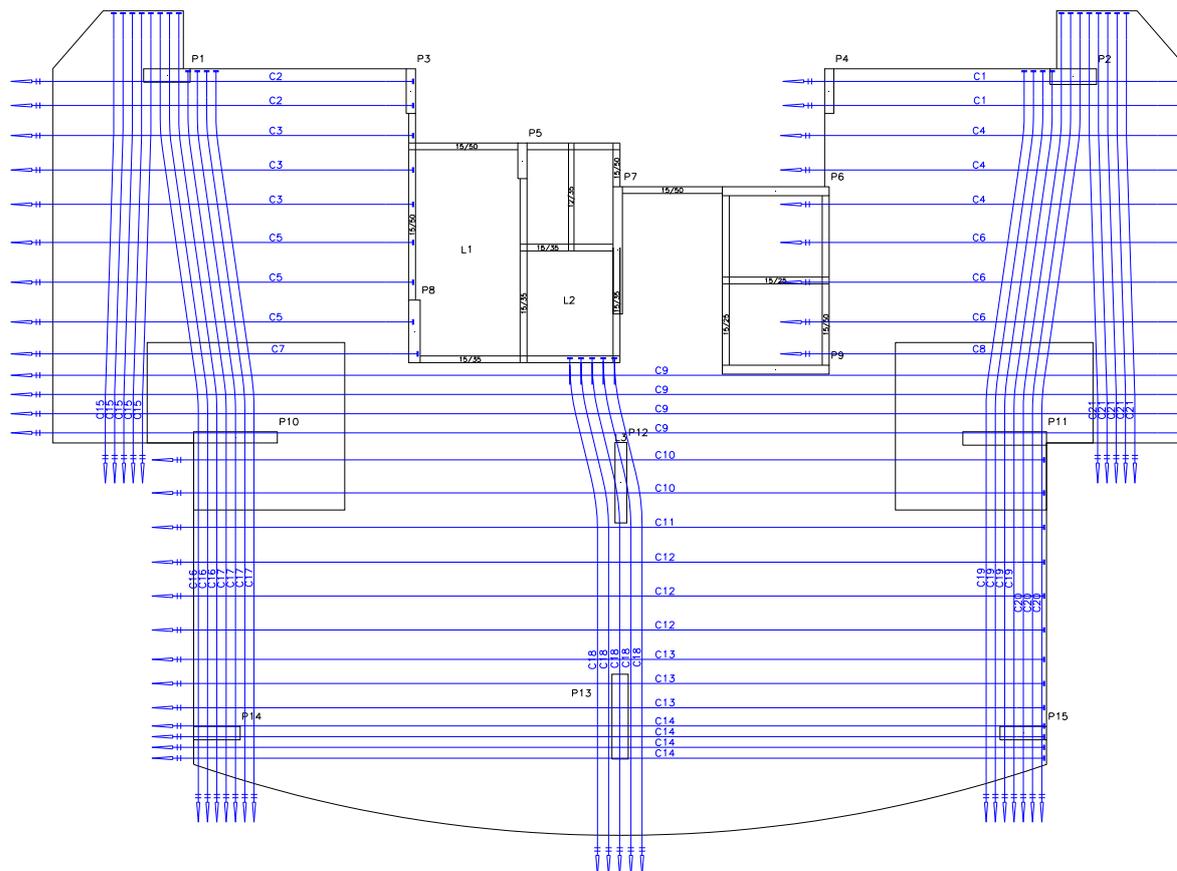
**Figura 153: Planta de cabos –pavimento simétrico – protensão parcial – cordoalha não aderente antes de ajustar**



Fonte: Autor

A quantidade de armadura ativa gerada pelo TQS é de 2285 kg.

**Figura 154: Planta de cabos –pavimento simétrico – protensão parcial – cordoalha não aderente depois de ajustar**



Fonte: Autor

A quantidade de armadura ativa necessária para esse detalhamento é de 1595 kg, e de armadura passiva 1901 kg.

### 8.1.3 COMPARAÇÃO COM OUTRAS HIPÓTESES DE DIMENSIONAMENTO

Para as outras hipóteses de dimensionamento apenas serão apresentados os resultados.

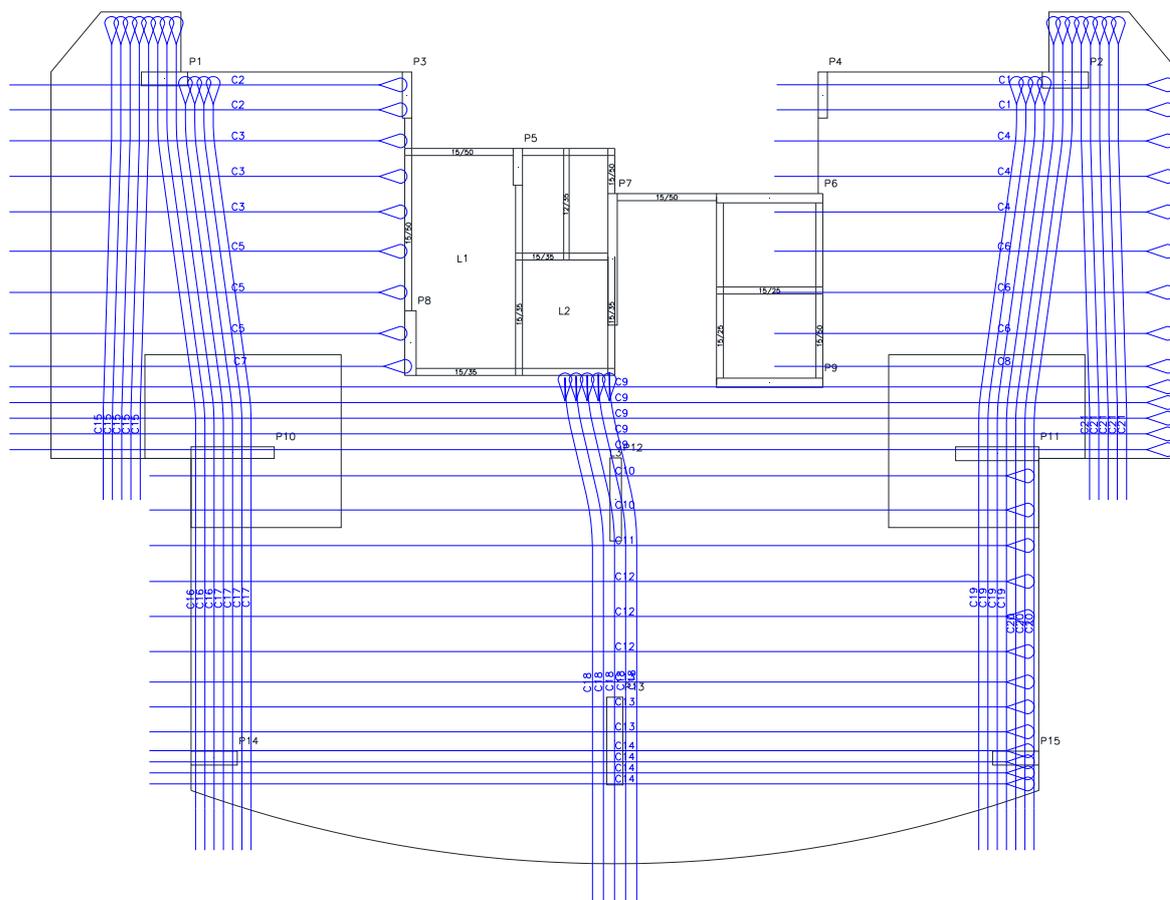
#### 8.1.3.1 PROTENSÃO PARCIAL COM CORDOALHA ADERENTE

Os dados iniciais para o dimensionamento com esta hipótese são praticamente os mesmos utilizados para o dimensionamento da protensão parcial com a cordoalha não aderente, sendo diferente apenas o seguinte:

- Tipo de cordoalha – Aderente (Com bainha de protensão);

Na Figura 155 é apresentada a planta de cabos gerada pelo TQS.

**Figura 155: Planta de cabos – pavimento simétrico – protensão parcial – cordoalha aderente**



Fonte: Autor

A quantidade de armadura ativa necessária para esse detalhamento é de 1657 kg, e de armadura passiva 1507 kg.

O fato de se ter bainha, faz com que a armadura ativa fique mais próxima do centro de gravidade da laje. Desta forma, em alguns casos precisou-se de mais armadura ativa para conseguir combater o mesmo esforço.

Nota-se que apesar de aumentar a quantidade de armadura ativa, a armadura passiva diminuiu significativamente.

### 8.1.3.2 PROTENSÃO LIMITADA COM CORDOALHA NÃO ADERENTE

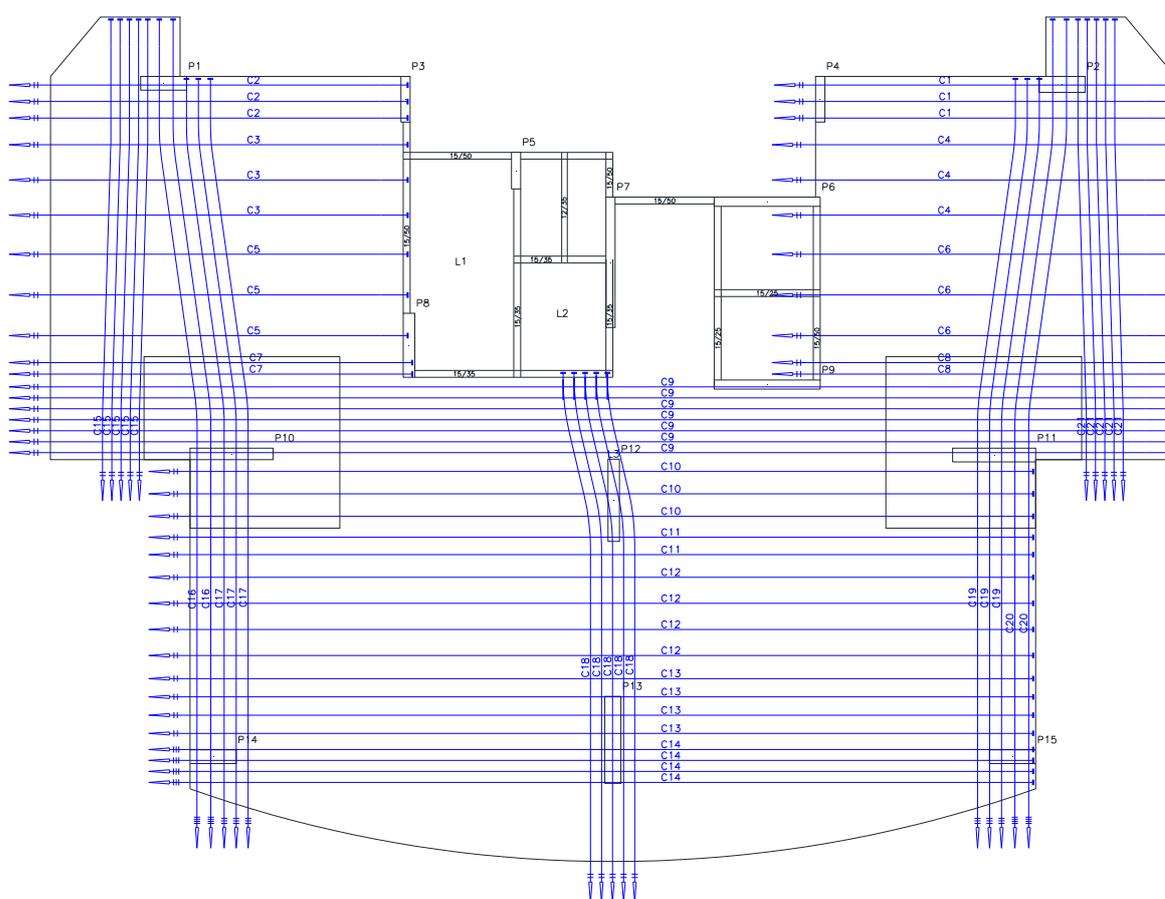
Os dados iniciais para o dimensionamento com esta hipótese são praticamente os mesmos utilizados para o dimensionamento da protensão parcial com a cordoalha não aderente, sendo diferentes apenas os seguintes:

–  $f_{ck}$  35 MPa.

- Cobrimento das armaduras passivas = 3,5 cm;
- Cobrimento das armaduras ativas = 4,0 cm;
- Combinação de ações em serviço a utilizar = Combinação frequente e combinação quase permanente;
- Fissuração = não tem.

Na Figura 156 é apresentada a planta de cabos gerada pelo TQS.

**Figura 156: Planta de cabos – pavimento simétrico – protensão limitada – cordoalha não aderente**



Fonte: Autor

A quantidade de armadura ativa necessária para esse detalhamento é de 2082 kg, e de armadura passiva 1627 kg.

O fato de não poder ter fissuração na laje faz com que em diversos pontos seja necessário o acréscimo de cabos. Além disso, como o cobrimento é maior, a armadura ativa fica mais próxima do centro de gravidade também. Desta forma, em alguns casos precisou-se de mais armadura ativa para conseguir combater o mesmo esforço.



A quantidade de armadura ativa necessária para esse detalhamento é de 2147 kg, e de armadura passiva 1456 kg.

O fato de não poder ter fissuração na laje, faz com que em diversos pontos seja necessário o acréscimo de cabos. Além disso, como o cobrimento é maior, e tem a presença da bainha, a armadura ativa fica mais próxima do centro de gravidade. Desta forma, em alguns casos precisou-se de mais armadura ativa para conseguir combater o mesmo esforço.

Nota-se que apesar de aumentar a quantidade de armadura ativa, a armadura passiva diminuiu.

Na Tabela 19 é apresentada uma comparação entre a taxa de armadura em cada hipótese de cálculo.

**Tabela 19: Comparação de quantidade de aço necessária para as hipóteses de dimensionamento – pavimento simétrico**

Classe de agressividade ambiental	$F_{ck}$ utilizado	Tipo de protensão	Tipo de cordoalha	Quantidade de armadura ativa (kg)	Quantidade de armadura passiva (kg)
II	30 MPa	Protensão parcial	Não aderente	1595	1901
			Aderente	1657	1507
III	35 MPa	Limitada	Não aderente	2082	1627
			Aderente	2147	1456

Fonte: Autor

A quantidade de armadura passiva apresentada foi retirada do *software* TQS, não sendo feita nenhuma alteração na mesma. Sendo assim, nesse quantitativo não estão inclusas as armaduras de punção, colapso progressivo e ductilidade. Essa taxa de armadura foi apresentada a fim de mostrar que, ao comparar lajes sem vigas com armadura não aderente e com armadura aderente há um aumento de armadura ativa e uma redução de armadura passiva.

Nota-se também que a armadura gerada inicialmente pelo TQS no exemplo com protensão parcial e cordoalha não aderente está muito acima do necessário, reduzindo de 2285 kg para 1595 kg, ou seja, uma redução de 30%.

## 8.2 EXEMPLO 2 – PAVIMENTO ASSIMÉTRICO

O pavimento a seguir, apresentado na Figura 158, representa um pavimento tipo de um edifício. O posicionamento dos pilares foi escolhido mediante a arquitetura, de modo que não serão alterados. Nota-se que o pavimento é totalmente assimétrico, os pilares não são alinhados e o espaçamento entre os mesmos não é padrão, de tal forma que o processo dos pórticos equivalentes não se aplica. Outro fator importante é que vários dos pilares do edifício estão faceando a borda, sem deixar balanços. Essa situação é desfavorável tanto para a punção quanto para o equilíbrio de momentos entre os vãos de pilares. Nota-se também que devido aos vazios no pavimento e a disposição dos pilares seria relativamente difícil aplicar uma estrutura convencional com vigas para esta edificação.

### 8.2.1 DADOS DO PROJETO

Classe de agressividade ambiental – Moderada;

Tipo de protensão – Protensão Parcial;

Cobrimento das armaduras da laje:

- Armadura passiva – 2,5 cm;

- Armadura ativa – 3,0 cm.

Concreto:

-  $f_{ck} = 30\text{MPa}$ ;

-  $a/c \leq 0,55$ ;

-  $E_{cs} = 26\text{GPa}$ ;

-  $f_{ckj} = 21\text{MPa}$ .

Aço de protensão:

- Cordoalha de 7 fios – Engraxada e Plastificada: CP 190 RB 7;

-  $\phi = 12.7\text{ mm}$ ; Área =  $100\text{ mm}^2$ ;  $E_p = 195.000\text{ MPa}$  (varia com o lote);

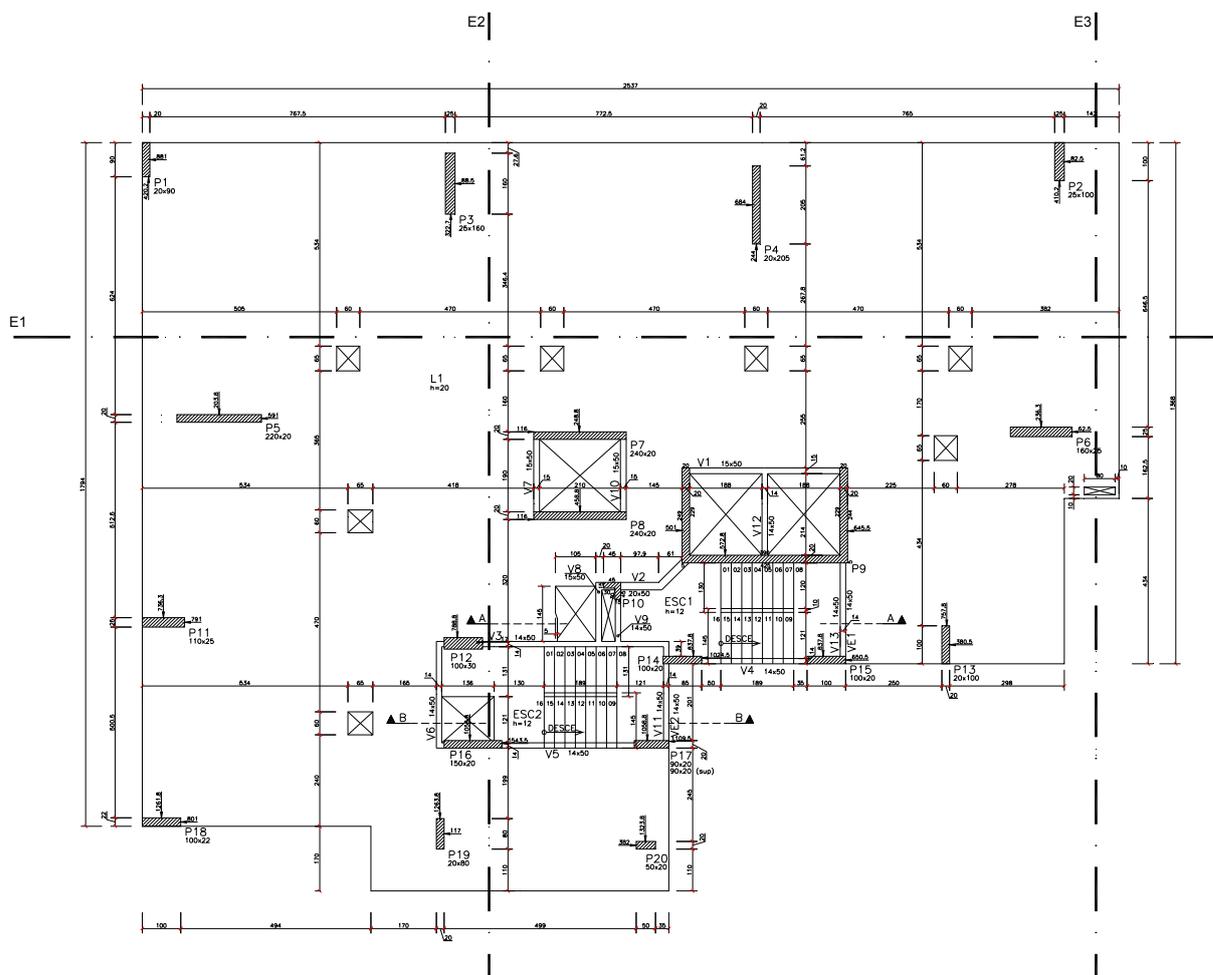
-  $f_{ptk} = 1.900\text{ MPa}$ .

Carregamentos:

- Peso próprio –  $\gamma_c = 25\text{ kN/m}^3$  - espessura de laje =  $20\text{ cm}$  –  $5\text{ kN/m}^2$ ;

- Carga permanente – 1 kN/m<sup>2</sup>;
- Carga acidental – 1,5 kN/m<sup>2</sup>;
- Carga permanente extra no Balanço (Varandas) – 0,5 kN/m<sup>2</sup>.

Figura 158: Forma do exemplo 2



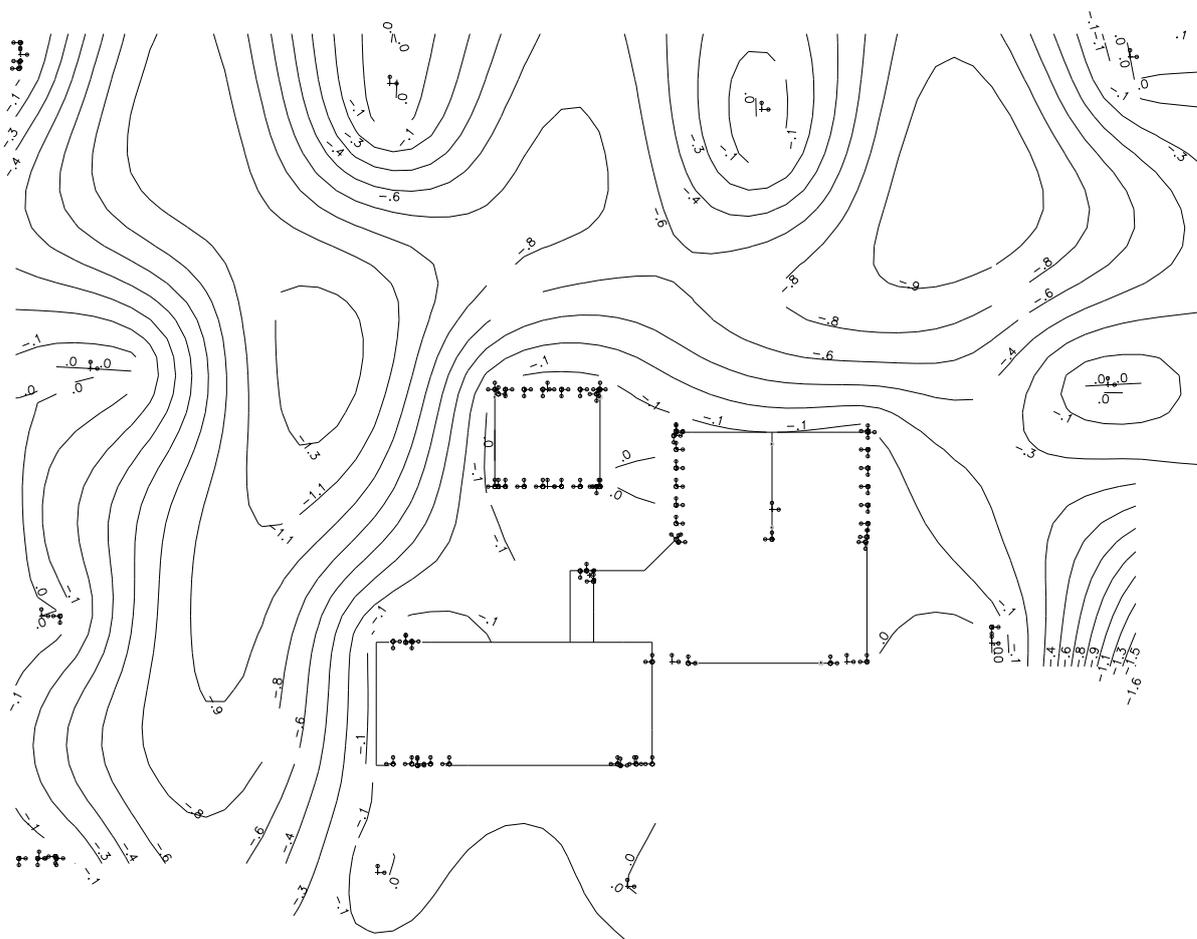
Fonte: Autor

Como os vãos variam de 500 cm a 770 cm, a espessura da laje será pré-dimensionada para a pior situação, ou seja, será calculado com 20 cm.

## 8.2.2 DIMENSIONAMENTO DO PAVIMENTO

Para se ter uma ideia de deslocamentos do pavimento, antes de lançar as Regiões de protensão Uniforme (RPU), será analisada a deformação com todas as cargas do pavimento não majoradas, sendo o caso 1 do TQS (Figura 159).

**Figura 159: Flecha no caso 1 do TQS para o exemplo 2**



Fonte: Autor

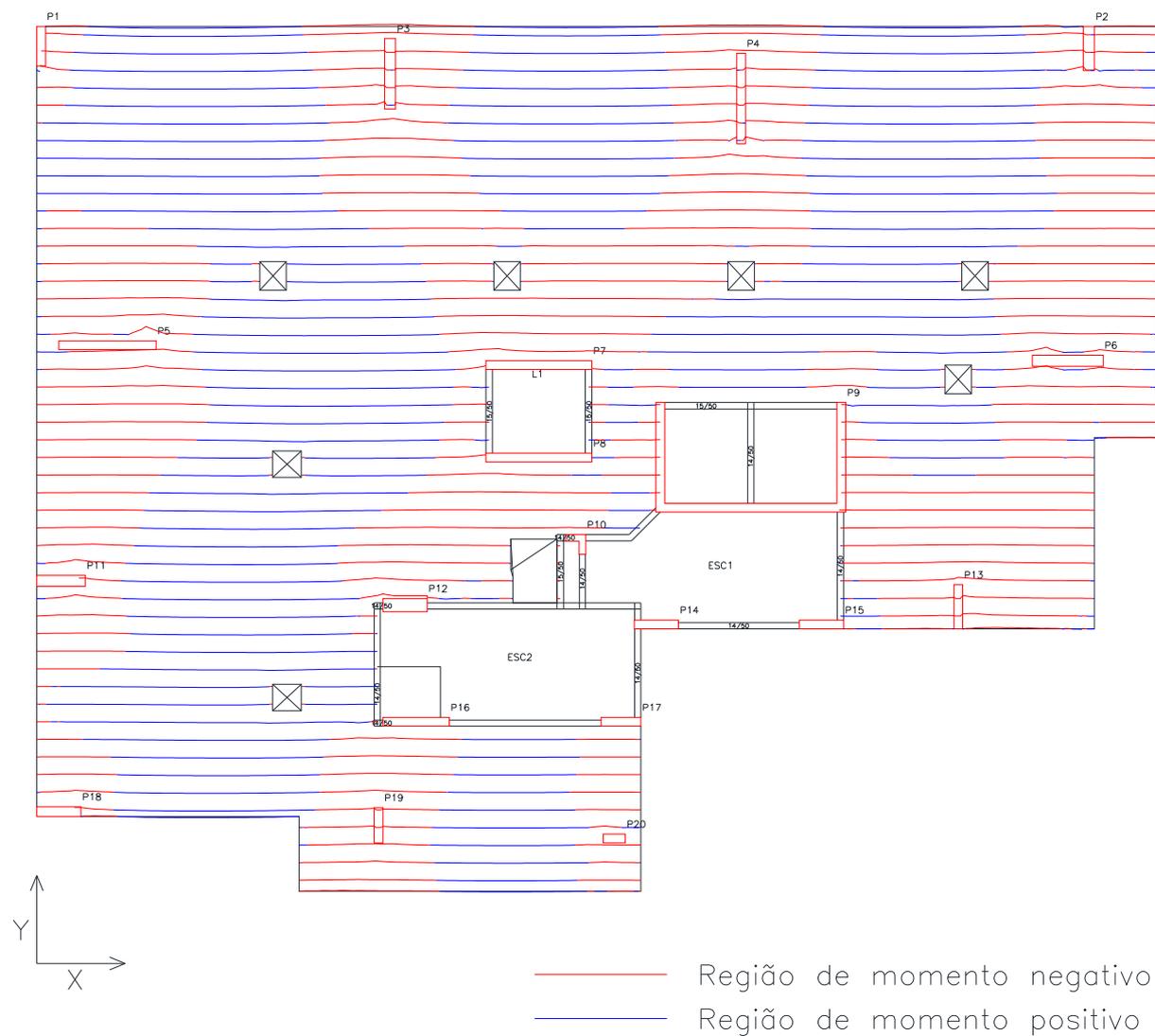
Conforme a Figura 159, a flecha máxima está em 1,6 cm. Considerando a Figura 159, cuja flecha máxima permitida é  $l/250$ , e o vão máximo está aproximadamente 770 cm, a flecha máxima permitida é de 3,1 cm. Como essa flecha está na região do balanço, a Tabela 7 permite que a flecha máxima seja  $l/125$ , sendo  $l = 300$  cm, o limite para o deslocamento fica sendo 2,4 cm ou seja, está dentro do recomendado pela norma.

Pavimentos assimétricos são mais difíceis de definir a direção dos cabos concentrados, bem como definir a largura das RPU. Vale lembrar que se após o lançamento das RPU e o cálculo e detalhamento das armaduras ativas o pavimento não estiver com os cabos bem distribuídos de forma segura e econômica, deve-se estudar outro traçado de cabos para melhoramento da solução estrutural.

Na Figura 160 são apresentadas as faixas de esforços paralelos ao eixo 1 da Figura 158 (horizontais) enquanto na Figura 161 são apresentados os esforços paralelos ao eixo 2 da Figura 158 (verticais). No lugar onde estiver azul, os esforços

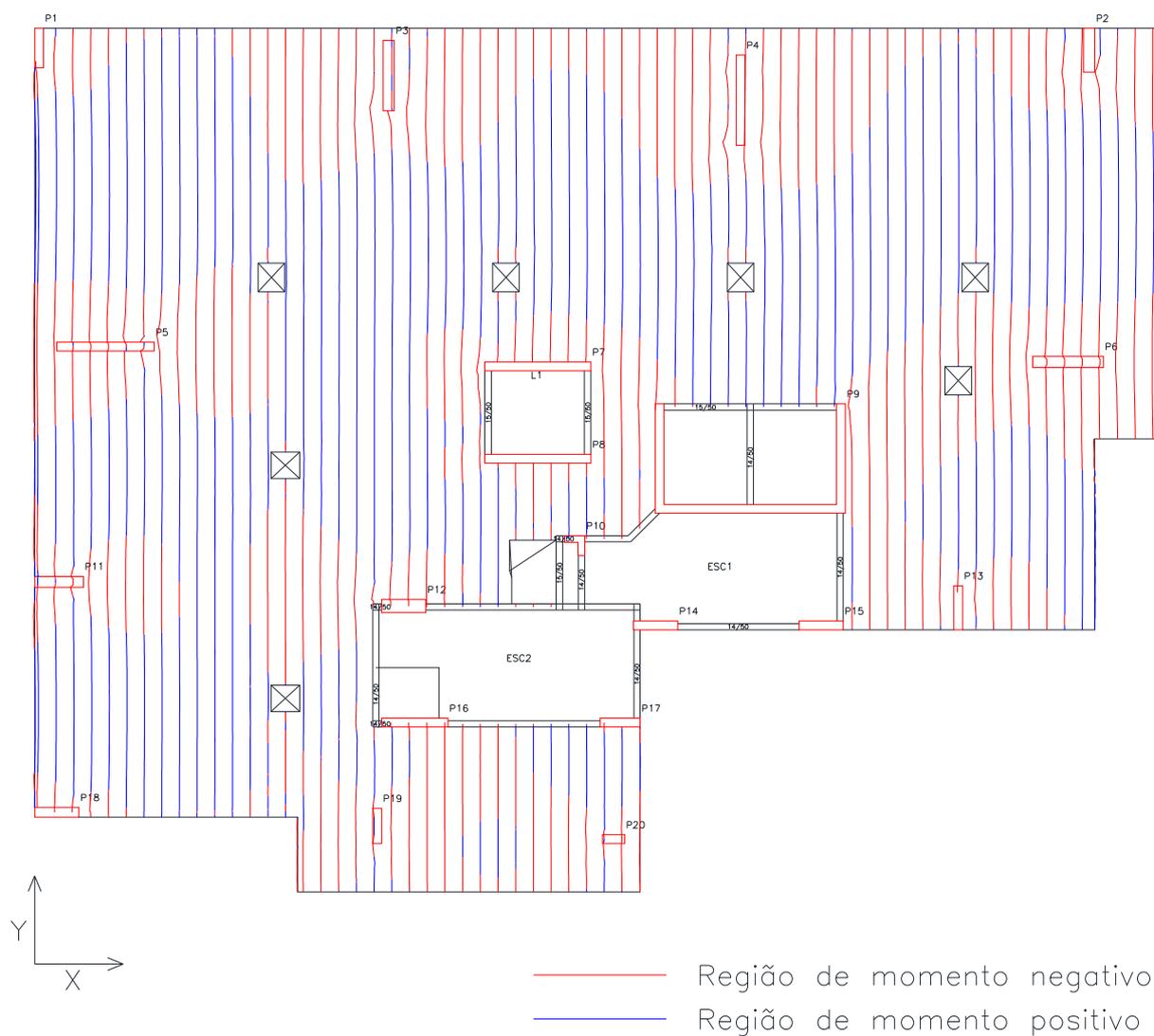
de momento serão positivos. No lugar onde estiver vermelho, os esforços de momento serão negativos.

**Figura 160: Faixas de esforços na direção do eixo X para o exemplo 2**



Fonte: Autor

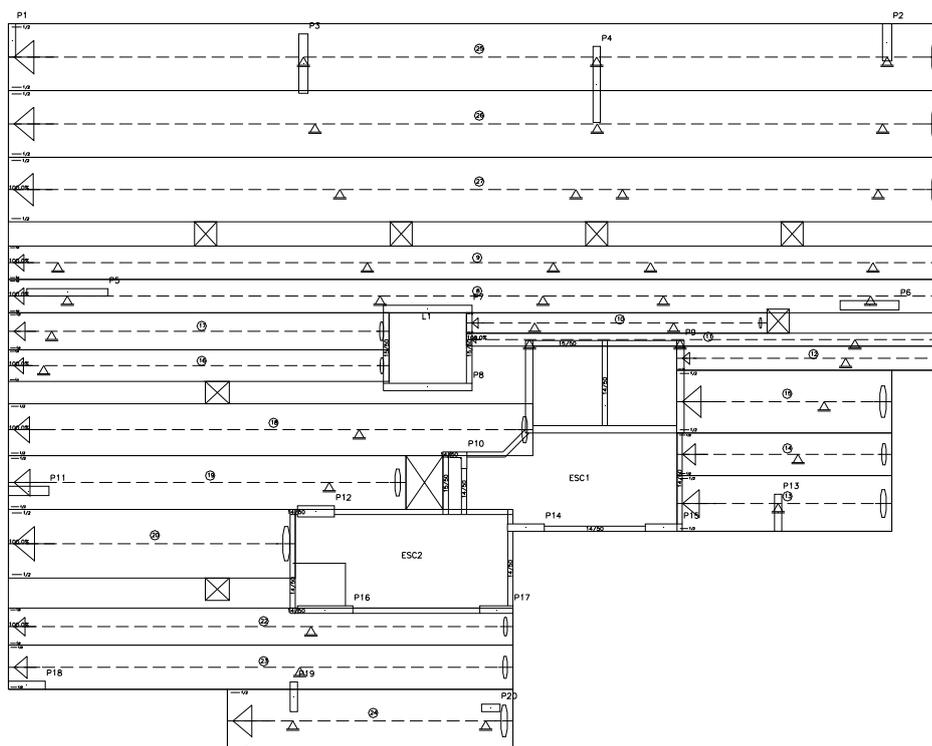
**Figura 161: Faixas de esforços na direção do eixo Y para o exemplo 2**



Fonte: Autor

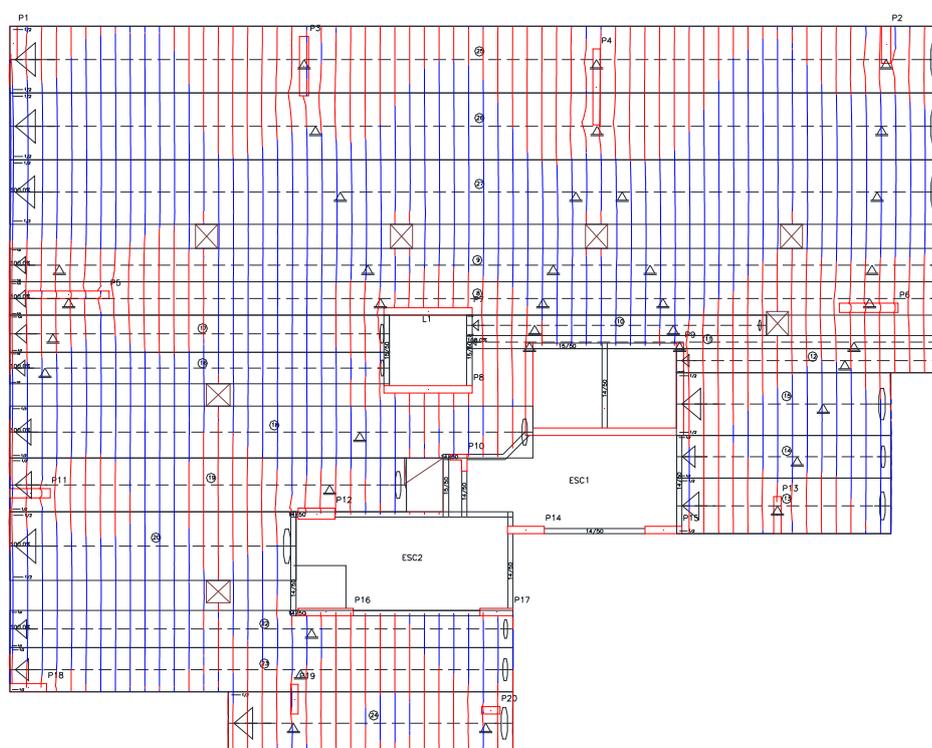
Na Figura 162 é apresentado o lançamento das RPU horizontais, e na Figura 163 as RPU horizontais sobrepostas com as faixas de esforços verticais.

**Figura 162: RPU na direção do eixo X para o exemplo 2**



Fonte: Autor

**Figura 163: RPU no eixo X junto com esforços em Y para o exemplo 2**

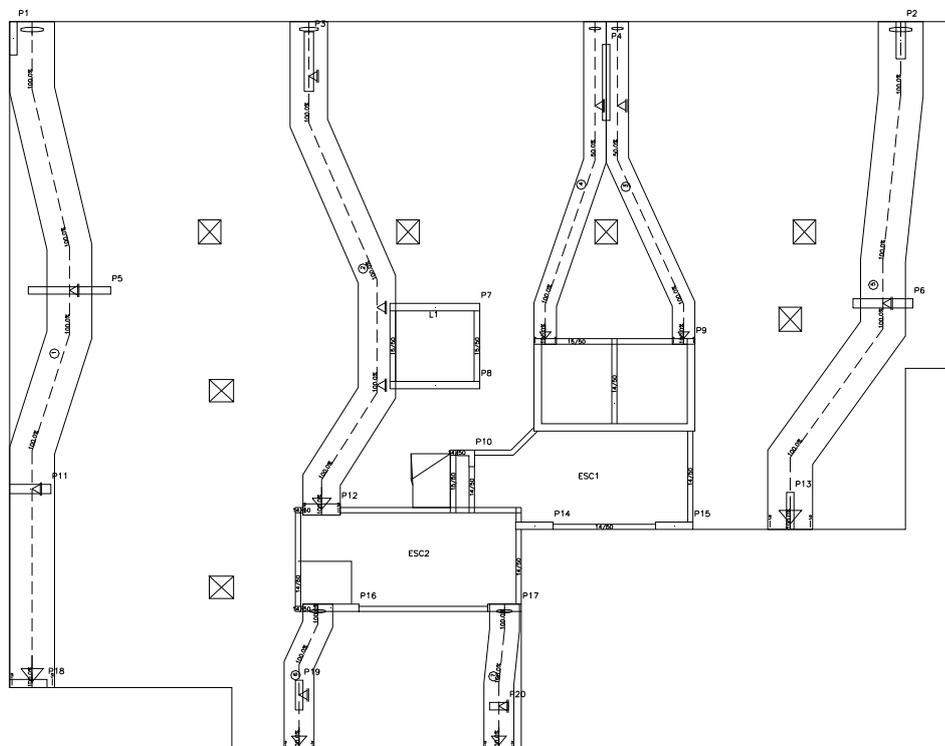


Fonte: Autor

Nota-se que nas faixas horizontais de laje onde se tem vazios não se tem RPU. Nesses trechos da laje, os esforços serão tratados com RTE.

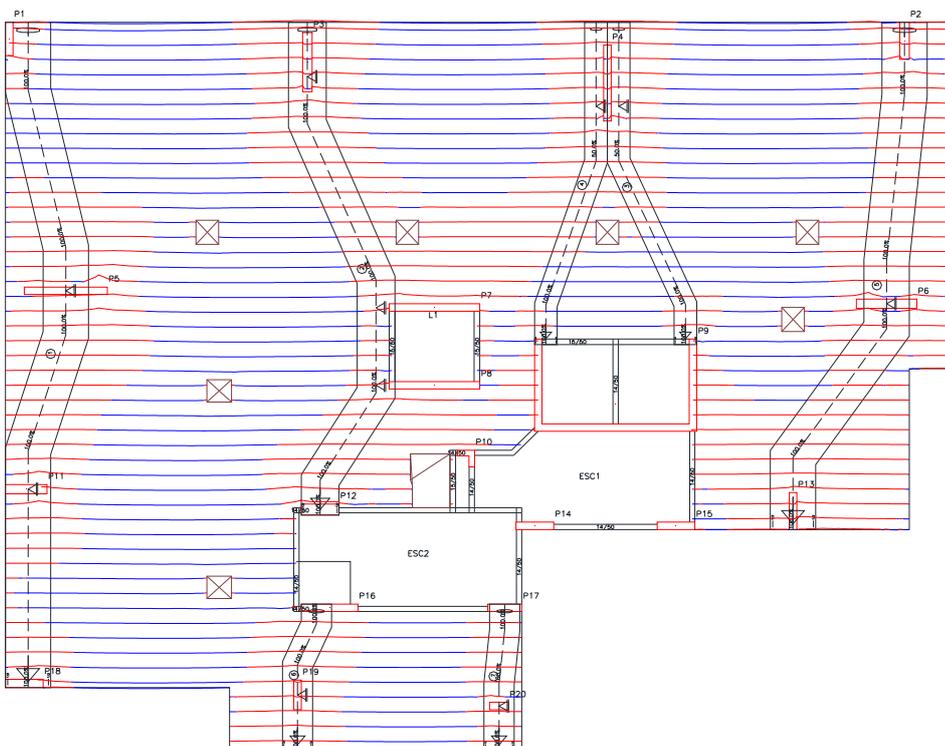
Na Figura 164 é apresentado o lançamento das RPU verticais, e na Figura 165 as RPU verticais sobrepostas com as faixas de esforços horizontais.

**Figura 164: RPU na direção do eixo Y para o exemplo 2**



Fonte: Autor

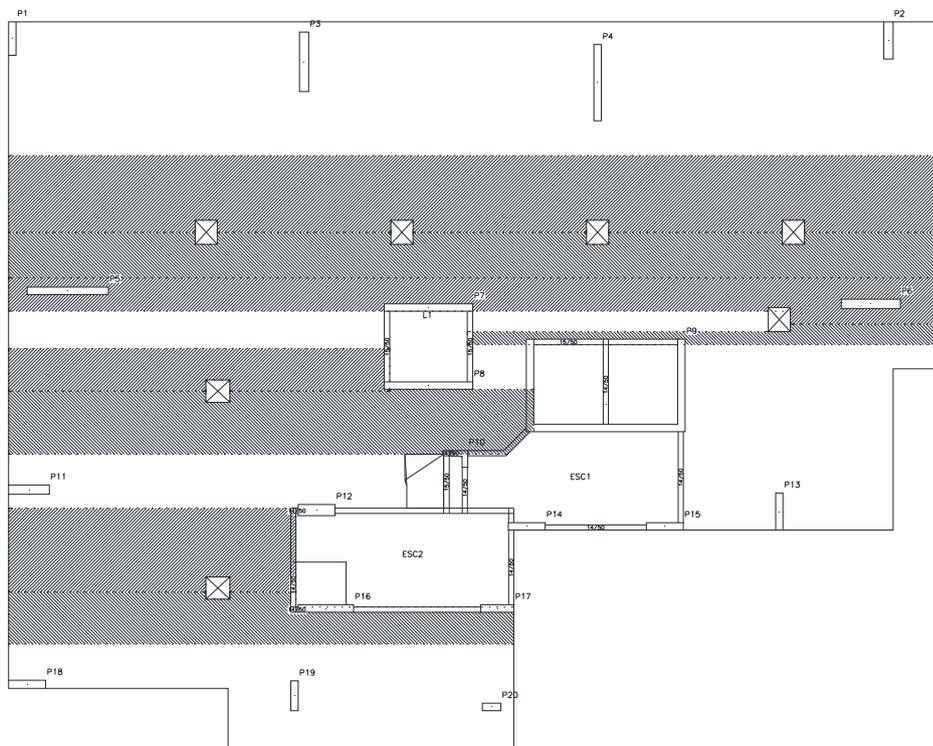
**Figura 165: RPU no eixo Y junto com esforços em X para o exemplo 2**



Fonte: Autor

Na Figura 166 são apresentadas as RTE horizontais enquanto na Figura 167 são apresentadas as verticais (olhando em planta).

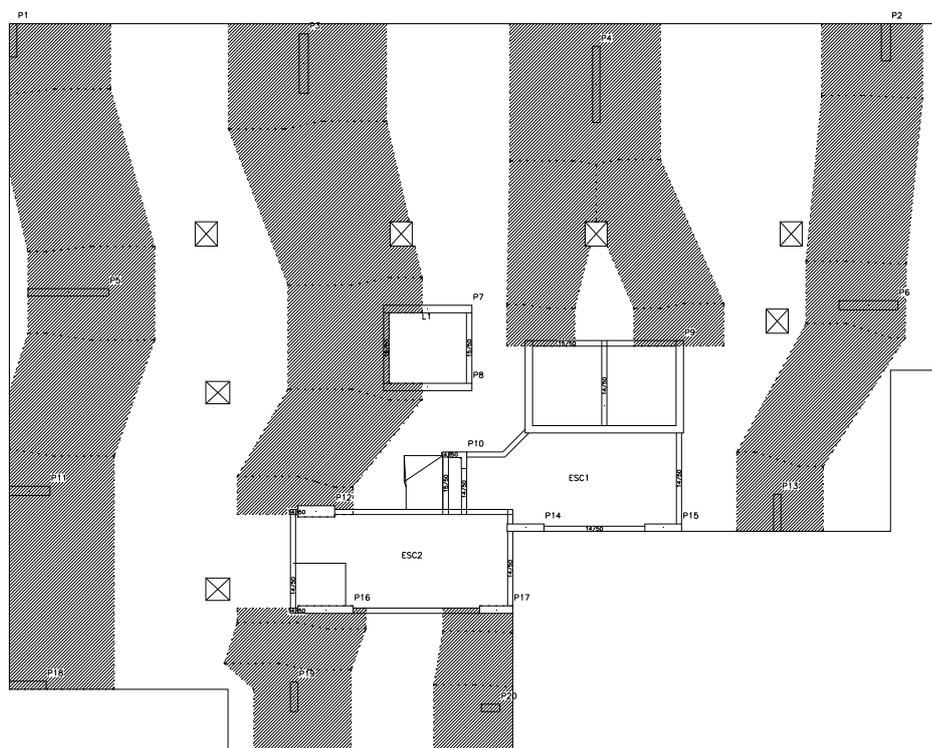
**Figura 166: RTE na direção do eixo X para o exemplo 2**



Fonte: Autor

Nota-se que as RTE não estão apenas nas faixas onde se encontram os vazios. Isso ocorre porque ao lançar uma RTE, precisa-se cobrir a RPU que irá receber os esforços, além de cobrir a área que deseja se tratar os mesmos.

**Figura 167: RTE na direção do eixo Y para o exemplo 2**

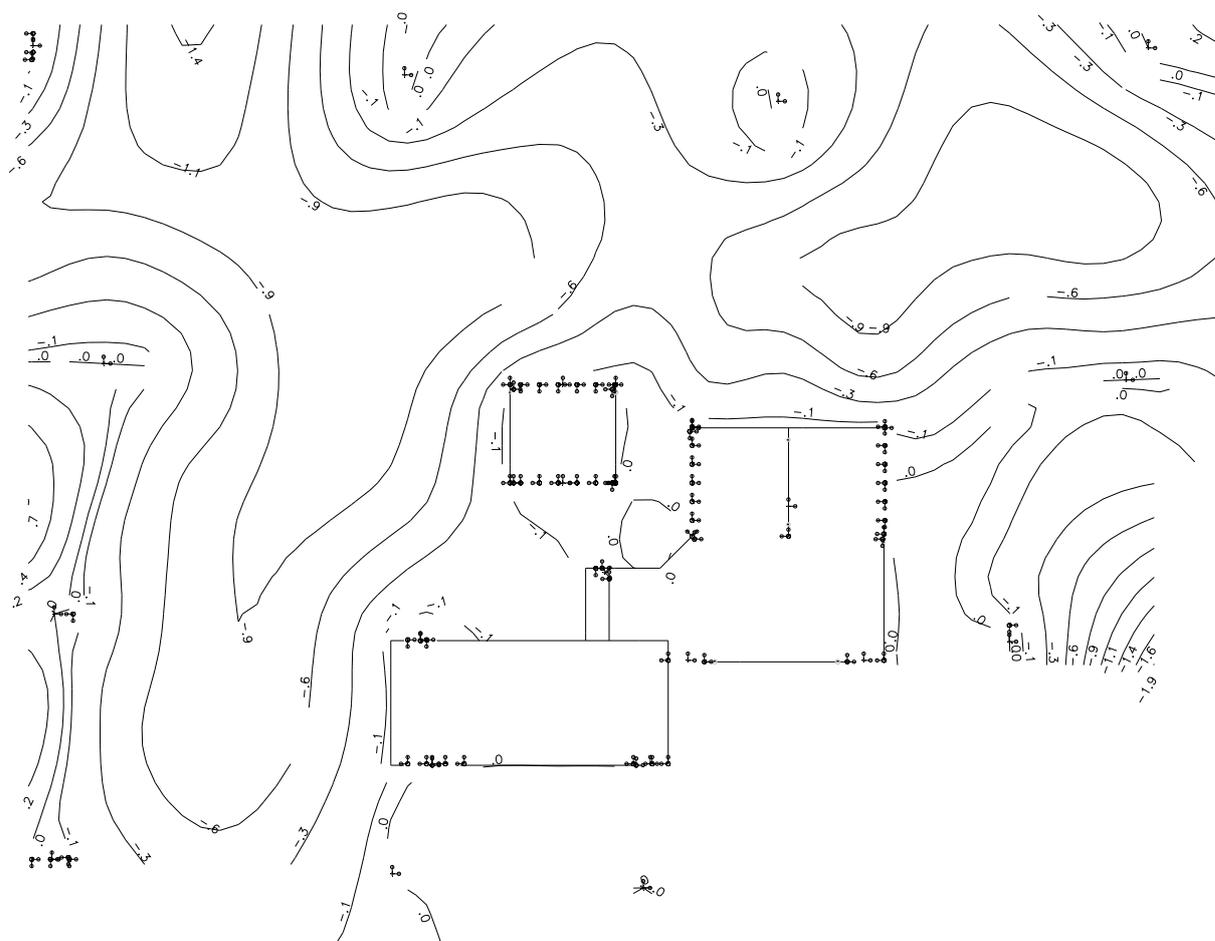


Fonte: Autor

A partir desse ponto, as RPU devem ser dimensionadas, de forma que os traçados dos cabos em planta não fiquem nem muito afastados, a ponto de ficarem fora dos limites de espaçamento entre barras, e nem muito juntos, a ponto de gastarem mais do que o suficiente. Vale lembrar que o detalhamento automático também não deixa o perfil dos cabos prontos para enviar para a obra.

Na Figura 168 é apresentada a deformação do pavimento depois de calcular o hiperestático de protensão.

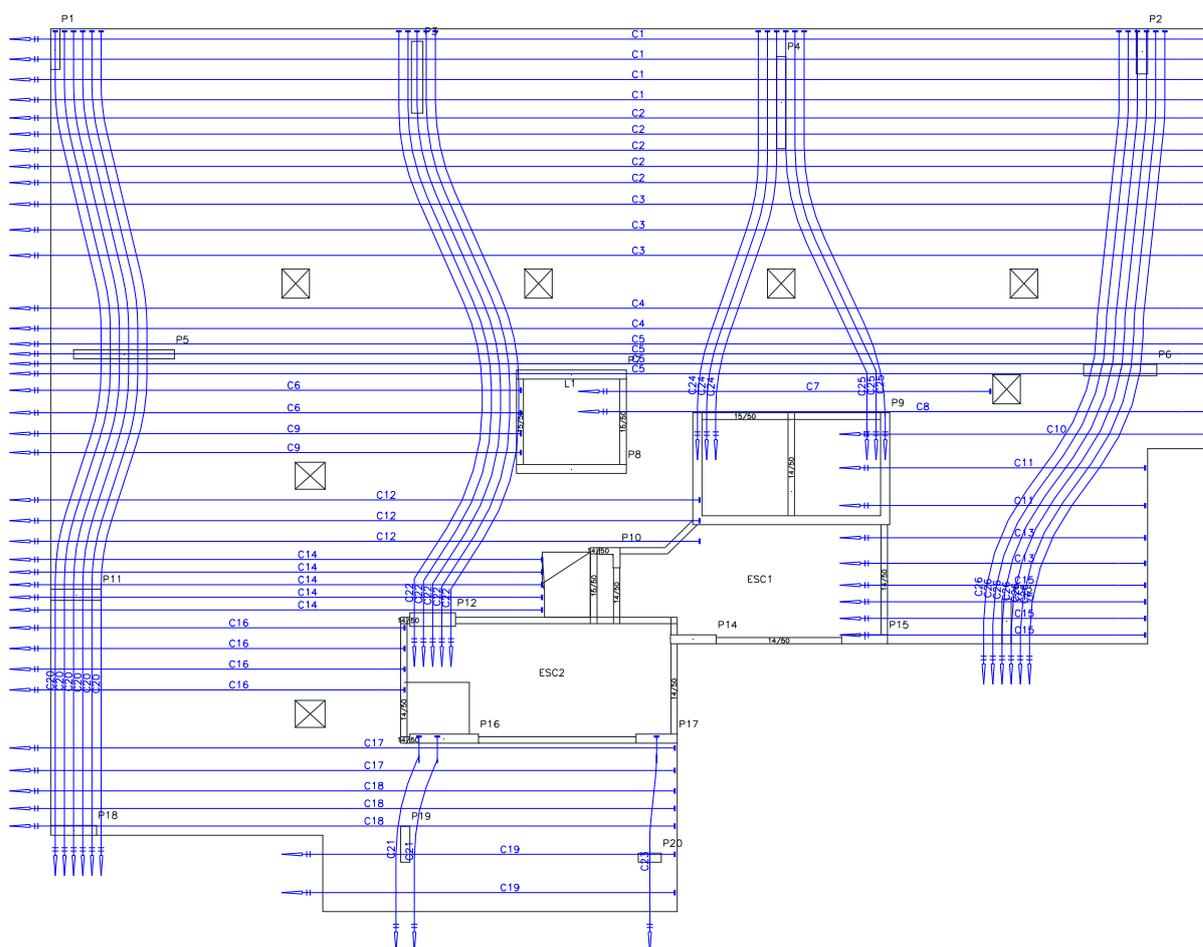
**Figura 168: Flecha na laje com o caso de hiperestático de protensão para o exemplo 2**



Fonte: Autor

A deformação máxima é 1,9 cm, menor do que o limite estabelecido por norma que é 2,4 cm. Caso a deformação estivesse fora do limite, uma possibilidade seria aumentar a quantidade de cabos na região da deformação.

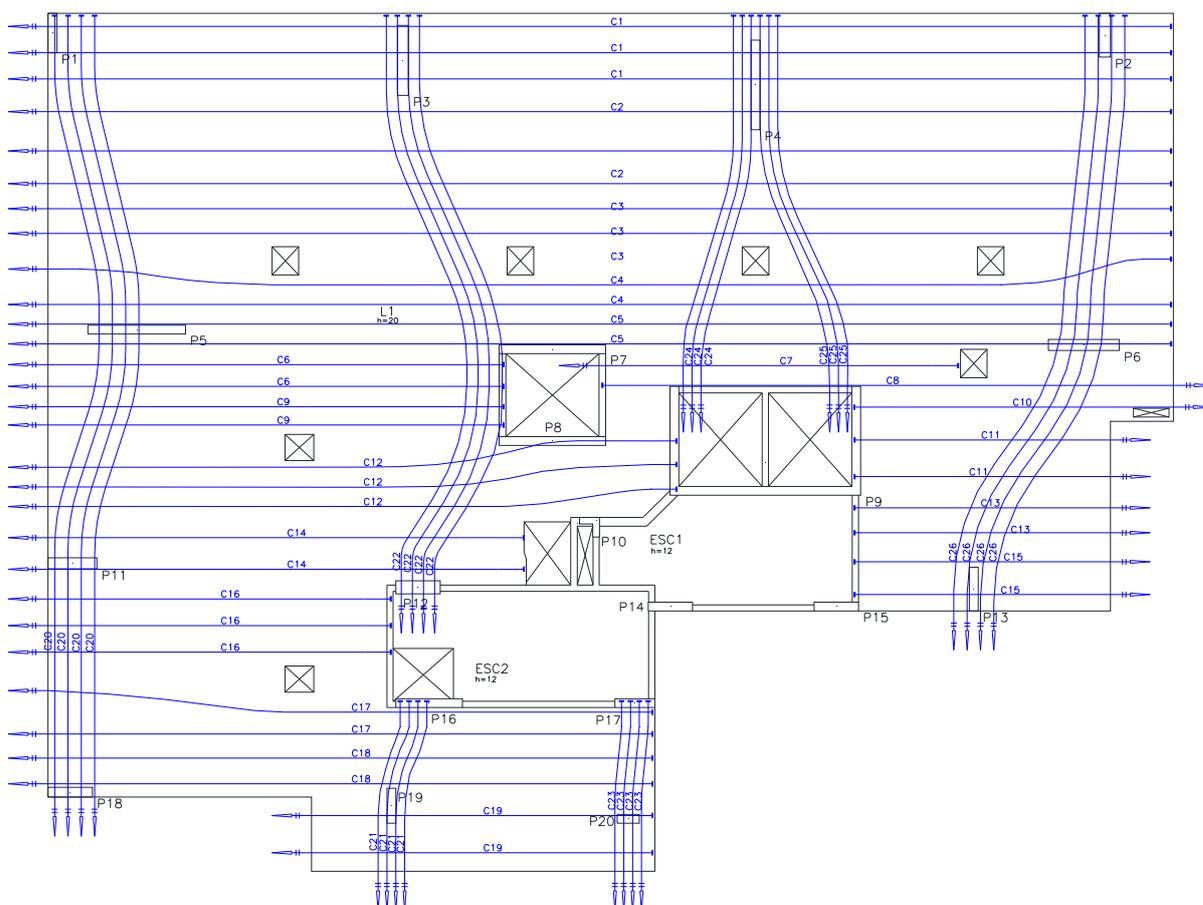
Na Figura 169 é apresentada a planta de cabos gerada pelo TQS e na Figura 170 é apresentada a planta de cabos modificada. Após gerar a planta de cabos, o Engenheiro de Estruturas deve fazer a transmissão de esforços para a armadura passiva e também calcular a punção e colapso progressivo na região dos pilares.

**Figura 169: Planta de cabos para o exemplo 2 – antes de ajustar**

Fonte: Autor

A quantidade de armadura ativa gerada pelo TQS é de 2137 kg.

**Figura 170: Planta de cabos para o exemplo 2 – depois de ajustar**



Fonte: Autor

Como já foi mencionado, caso nesta etapa do trabalho o Engenheiro de Estruturas perceba que a distribuição dos cabos ou a direção do concentrado de cabos não está boa, pode estudar uma nova solução seja uma boa alternativa.

A quantidade de armadura ativa necessária para esse detalhamento é de 1549 kg, e de armadura passiva 1902 kg.

### 8.2.3 COMPARAÇÃO COM OUTRAS HIPÓTESES DE DIMENSIONAMENTO

Para as outras hipóteses de dimensionamento, apenas serão apresentados os resultados.

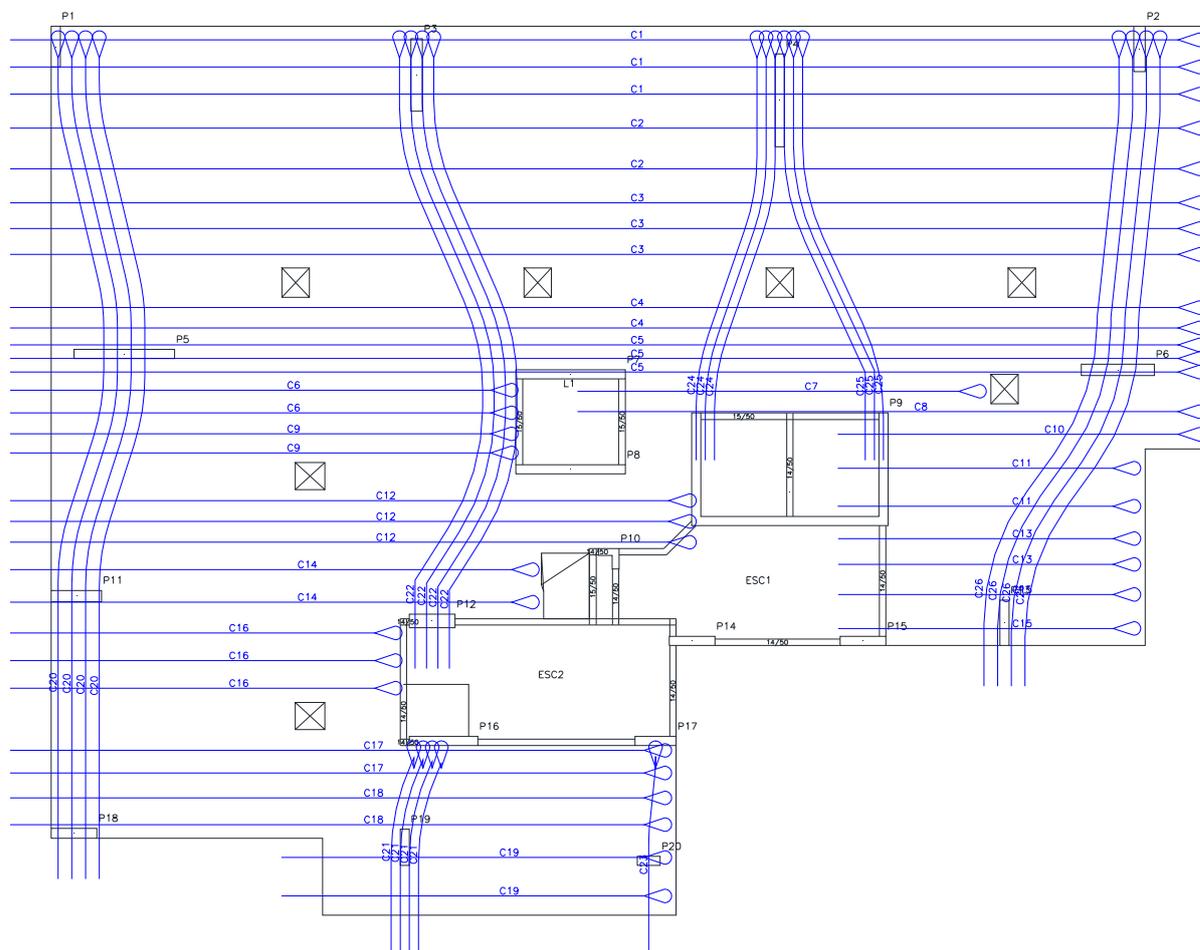
#### 8.2.3.1 PROTENSÃO PARCIAL COM CORDOALHA ADERENTE

Os dados iniciais para o dimensionamento com esta hipótese são praticamente os mesmos utilizados para o dimensionamento da protensão parcial com a cordoalha não aderente, sendo diferente apenas o seguinte:

– Tipo de cordoalha – Aderente (Com bainha de protensão);

Na Figura 171 é apresentada a planta de cabos gerada pelo TQS.

**Figura 171: Planta de cabos – pavimento assimétrico – protensão parcial – cordoalha aderente**



Fonte: Autor

A quantidade de armadura ativa necessária para esse detalhamento é de 1687 kg, e de armadura passiva 1797 kg.

O fato de se ter bainha faz com que a armadura ativa fique mais próxima do centro de gravidade da laje. Desta forma, em alguns casos precisou-se de mais armadura ativa para conseguir combater o mesmo esforço.

Nota-se que, apesar de aumentar a quantidade de armadura ativa, a armadura passiva diminuiu.

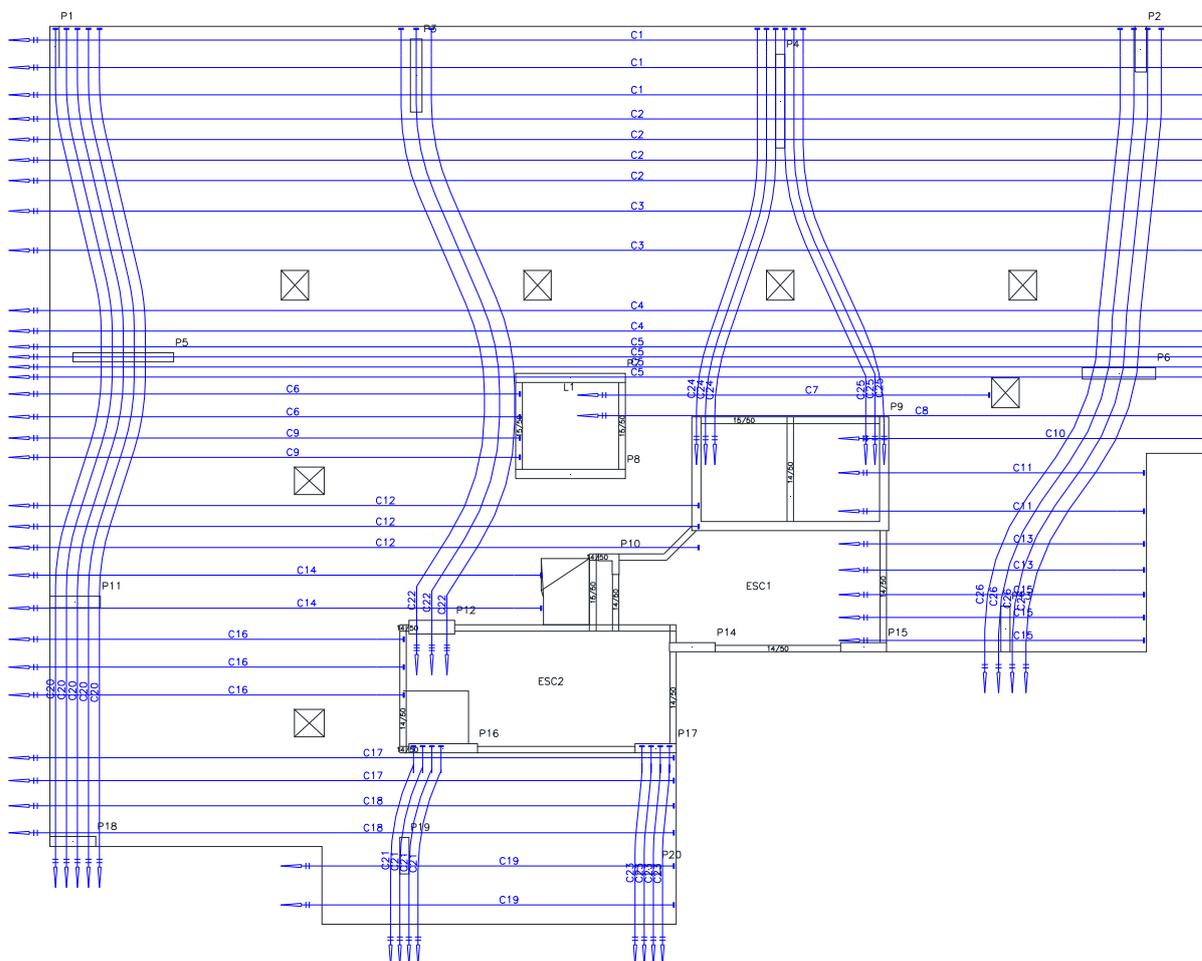
### 8.2.3.2 PROTENSÃO LIMITADA COM CORDOALHA NÃO ADERENTE

Os dados iniciais para o dimensionamento com esta hipótese são praticamente os mesmos utilizados para o dimensionamento da protensão parcial com a cordoalha não aderente, sendo diferentes apenas os seguintes:

- $f_{ck}$  35 MPa.
- Cobrimento das armaduras passivas = 3,5 cm;
- Cobrimento das armaduras ativas = 4,0 cm;
- Combinação de ações em serviço a utilizar = Combinação frequente e combinação quase permanente;
- Fissuração = não tem.

Na Figura 172 é apresentada a planta de cabos gerada pelo TQS.

**Figura 172: Planta de cabos – pavimento assimétrico – protensão limitada – cordoalha não aderente**



Fonte: Autor

A quantidade de armadura ativa necessária para esse detalhamento é de 1743 kg, e de armadura passiva 1928 kg.

O fato de não poder ter fissuração na laje, faz com que em diversos pontos seja necessário o acréscimo de cabos. Além disso, como o cobrimento é maior, a armadura ativa fica mais próxima do centro de gravidade, também. Desta forma, em alguns casos precisou-se de mais armadura ativa para conseguir combater o mesmo esforço.

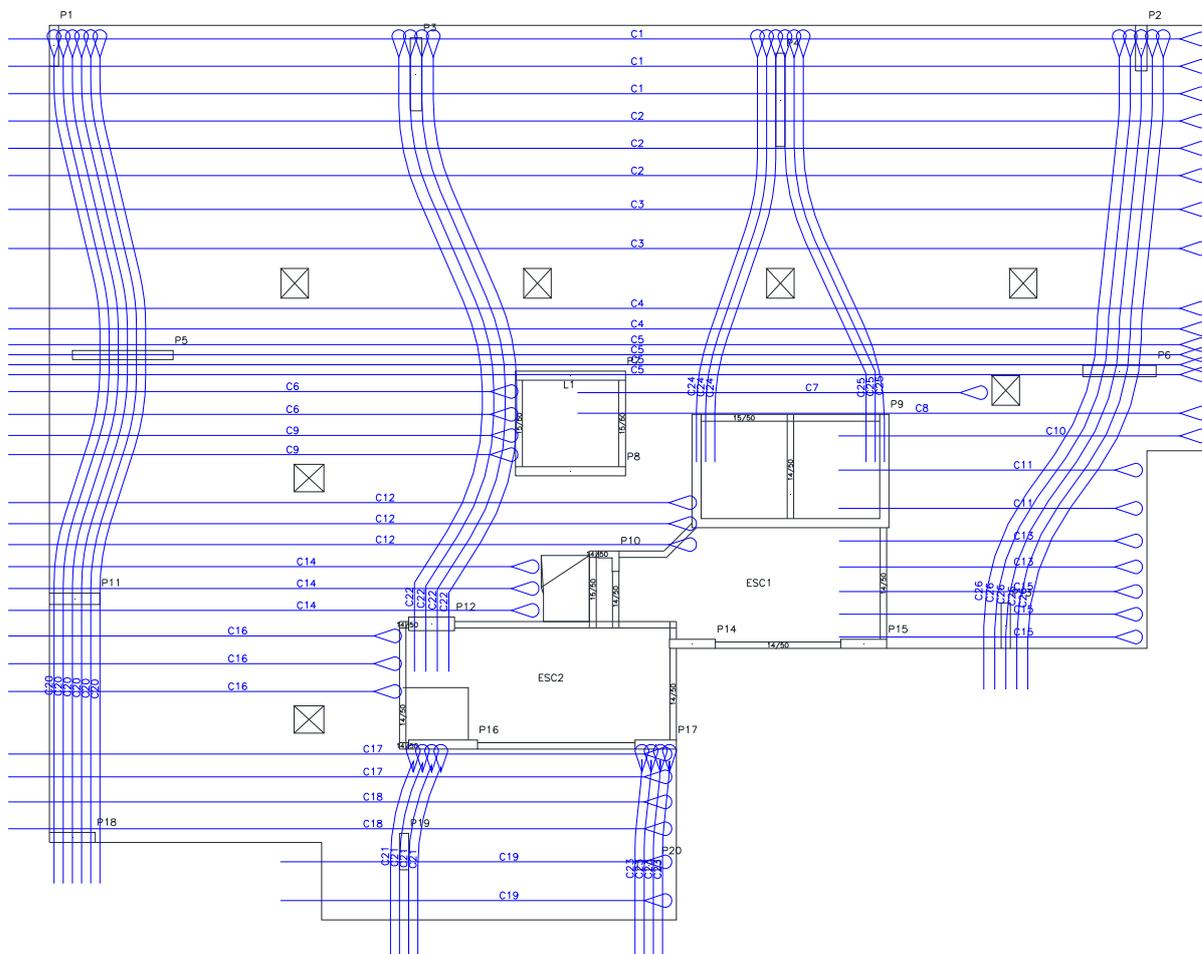
### **8.2.3.3 PROTENSÃO LIMITADA COM CORDOALHA ADERENTE**

Os dados iniciais para o dimensionamento com esta hipótese são praticamente os mesmos utilizados para o dimensionamento da protensão parcial com a cordoalha não aderente, sendo diferentes apenas os seguintes:

- $f_{ck}$  35 MPa.
- Cobrimento das armaduras passivas = 3,5 cm;
- Cobrimento das armaduras ativas = 4,0 cm;
- Tipo de cordoalha – Aderente (Com bainha de protensão);
- Combinação de ações em serviço a utilizar = Combinação frequente e combinação quase permanente;
- Fissuração = não tem.

Na Figura 173 é apresentada a planta de cabos gerada pelo TQS.

**Figura 173: Planta de cabos – pavimento simétrico – protensão limitada – cordoalha aderente**



Fonte: Autor

A quantidade de armadura ativa necessária para esse detalhamento é de 1905 kg e de armadura passiva é de 1740 kg. Nota-se que apesar de aumentar a quantidade de armadura ativa, a armadura passiva diminuiu.

Na Tabela 20 é apresentada uma comparação entre a taxa de armadura em cada hipótese de cálculo.

**Tabela 20: Comparação de quantidade de aço necessária para as hipóteses de dimensionamento – pavimento simétrico**

Classe de agressividade ambiental	$F_{ck}$ utilizado	Tipo de protensão	Tipo de cordoalha	Quantidade de armadura ativa (kg)	Quantidade de armadura passiva (kg)
II	30 MPa	Protensão parcial	Não aderente	1549	1902
			Aderente	1687	1797
III	35 MPa	Limitada	Não aderente	1743	1928
			Aderente	1905	1740

Fonte: Autor

Nota-se que tanto no pavimento simétrico quanto no pavimento assimétrico, a quantidade de armadura ativa para a classe de agressividade ambiental III é maior do que para a classe de agressividade II. Nota-se também que em todas as situações, o dimensionamento com cordoalha aderente necessitou de mais armadura ativa do que em situações com cordoalha não aderente.

Entretanto, nota-se também que a quantidade de armadura passiva diminuiu em todos os casos em que foram colocadas cordoalhas aderentes ao invés de não aderentes.

Vale lembrar que a quantidade de armadura passiva apresentada foi retirada do *software* TQS, não sendo feita nenhuma alteração na mesma. Sendo assim, nesse quantitativo não estão inclusas as armaduras de punção, colapso progressivo e ductilidade. Essa taxa de armadura foi apresentada a fim de mostrar que ao comparar lajes sem vigas com armadura não aderente e com armadura aderente há um aumento de armadura ativa e uma redução de armadura passiva.

Nota-se também que a armadura gerada inicialmente pelo TQS no exemplo com protensão parcial e cordoalha não aderente está muito acima do necessário, reduzindo de 2137 kg para 1549 kg, ou seja, uma redução de 28%.

Tanto no pavimento simétrico quanto no pavimento assimétrico pôde-se reduzir significativamente a quantidade de armadura ativa inicialmente gerada pelo TQS. Isso mostra a importância das fases de análise e detalhamento dos cabos nas estruturas.

## 9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho apresentou alguns modelos de cálculo disponíveis para efetuar o dimensionamento de pavimentos de lajes sem vigas protendidas, sendo eles o Método dos Pórticos Equivalentes, o Método dos Elementos Finitos e Analogia de Grelhas.

O Método dos Pórticos Equivalentes é um método simplificado, sendo limitada a sua utilização a diversas estruturas:

- A estrutura precisa ter vãos equivalentes. Como é um método simplificado, caso os vãos sucessivos sejam muito diferentes, pode acontecer de se ter momentos negativos ou positivos em regiões sem armadura para resistir tal esforço.

- A estrutura não pode ter desalinhamento entre os pilares.

- O Método dos Pórticos Equivalentes pode ser utilizado com cargas de alvenaria, porém, ele acaba sendo muito simplista, podendo apresentar certa insegurança em determinadas estruturas.

Diversos pesquisadores fizeram comparações entre o Método dos Pórticos Equivalentes e o Método dos Elementos Finitos ou Grelhas. Essas comparações foram feitas pelo fato de que o Método dos Pórticos Equivalentes podia ser utilizado no dimensionamento de lajes sem vigas protendidas. Porém, a nova configuração da ABNT NBR 6118:2014 não permite a utilização do Método dos Pórticos Equivalentes em lajes sem vigas protendidas.

O provável motivo desta proibição está no fato em que a determinação dos esforços através deste processo se baseia em estruturas submetidas às ações uniformemente distribuídas. Este não é o caso da protensão que, em geral, é considerada concentrada nas faixas dos pilares. Assim, é possível ainda calcular os esforços que não são da protensão por este método e usar grelha equivalente ou elemento finitos para a determinação dos esforços de protensão.

O Método dos Elementos Finitos e Analogia de Grelhas são métodos mais complexos e interativos, sendo possível a sua utilização em diversas aplicações, bastando apenas modelar o pavimento de forma correta.

Os dois métodos são bastante utilizados, sendo os resultados bastante aceitos entre os engenheiros de estruturas.

Devido ao fato de que no Brasil tem um *software* que utiliza a Analogia de Grelhas para dimensionar lajes sem vigas protendidas (TQS), possivelmente esse método seja mais utilizado do que o Método dos Elementos Finitos, pois, apesar de *softwares* em Método dos Elementos Finitos conseguirem gerar os esforços, se o *software* não for específico para isso, além de ser muito demorado fazer o lançamento da obra, ele não irá gerar o detalhamento das armações, apenas os esforços. Entretanto, recorrendo a *softwares* produzidos em outros países, existem concorrentes que utilizam o Método dos Elementos Finitos, tanto para gerar esforços quanto para dimensionamento.

### **9.1 CONSIDERAÇÕES REFERENTES AO EXEMPLO NUMÉRICO DO CAPÍTULO 6**

No capítulo 6 foi feita uma comparação de dimensionamento entre o Método dos Pórticos Equivalentes descrito por Emerick (2005) e Analogia de Grelhas, utilizando o *software* TQS versão 18.9.

O Método dos Pórticos Equivalentes apresentado por Emerick (2005) foi descrito passo a passo no capítulo 5, juntamente com os roteiros apresentados por Milani (2006) e Mello (2005).

Essa comparação de dimensionamentos foi feita baseada em um pavimento quadrado com 3 linhas de 3 pilares, distando 8 metros entre si, sendo comparado ao final do capítulo apenas a quantidade de armadura ativa necessária para os dois métodos.

De forma geral, o Método dos Pórticos Equivalentes se mostrou mais conservador. Porém, vale lembrar que esse exemplo é de um pavimento simétrico, com os pilares alinhados, sem cargas concentradas nem lineares e sem furos na laje. Pavimentos em situações reais possuem muitas variáveis, tornando diversas vezes o Método dos Pórticos Equivalentes inviável de ser utilizado.

Colonese (2008) comenta que a convergência dos esforços entre o Método dos Elementos Finitos e o Método dos Pórticos Equivalentes é esporádica, sendo a simples presença de um pilar de bordo na laje condição suficiente para que os esforços entre os dois métodos sejam bem divergentes. Situação que ocorre nesse exemplo.

Pedrozo (2008) comenta que o Método dos Pórticos Equivalentes não consegue representar satisfatoriamente o comportamento em serviço da laje.

Desta forma, o Método dos Pórticos Equivalentes não é uma boa alternativa para dimensionamento de lajes sem vigas protendidas, restringindo a sua utilização a verificações relativamente simples.

## **9.2 CONSIDERAÇÕES REFERENTES AO EXEMPLO NUMÉRICO DO CAPÍTULO 7**

No capítulo 7 foram realizados diversos exemplos de cálculo de esforço solicitante analisando 8 geometrias similares com posicionamento de pilares diferenciados utilizando os Métodos Pórtico Equivalente (MPE), Grelhas e Elementos Finitos (MEF). Também foram feitas comparações de esforços nas duas direções principais. A diferença entre essas formas está no pilar central, tendo este um desalinhamento da linha de pórtico central diferente em cada forma.

Para os esforços apresentados foram utilizados o método dos pórticos equivalentes, utilizando método de grelhas e utilizando o método dos elementos finitos. Para o método de grelhas foi utilizado o *software* TQS 18.9. Para o método dos elementos finitos foi utilizado o *software* CypeCAD, na versão de 2012.

De forma geral, o MPE apresentou valores de momento negativo superiores aos de outros métodos. Entretanto, em alguns lugares onde tanto no MEF quanto Grelhas estavam apresentando momento positivo, o MPE apresentou momento negativo. Em outras situações, quando o MEF e Grelhas apresentaram momento negativo, o MPE apresentou momentos positivos.

O primeiro modelo, onde os pilares estavam alinhados, o Método dos Pórticos Equivalentes apresentou resultados de esforços relativamente coerentes entre os três métodos apresentados. Os outros modelos apresentaram divergência nos resultados devido a alguns fatores, dentre eles:

- O desalinhamento na direção Y fez com que os vãos na direção X fossem diferentes. Ao aumentar essa diferença, regiões onde inicialmente se tinham esforços de compressão começaram a existir esforços de tração;

- O Método dos Pórticos Equivalentes não prevê que possam existir esforços tão diferentes nas duas faixas externas e também nas duas faixas internas de uma

mesma tributária central, como aconteceu na tributária 5 principalmente nos modelos com maiores desalinhamentos;

- Enquanto o Método dos Elementos Finitos e Grelhas apresentaram esforços a cada 40 cm nas duas direções, o Método dos Pórticos Equivalentes apresentou esforços a cada 200 cm, sendo que as tributárias estavam concentradas apenas nas regiões dos pilares, ou seja, a cada 800 cm.

Outros pesquisadores como Faria (2004), Colonese (2008) e Pedrozo (2008) também encontraram discrepância nos resultados do Método dos Pórticos Equivalentes.

Levando-se em conta que boa parte das estruturas atuais não tem alinhamento nos pilares, nem possuem vãos equivalentes contínuos entre os pilares e possuem vários recortes e vazios, o Método dos Pórticos Equivalentes não se apresenta como uma ferramenta adequada para dimensionamento da estrutura. Porém, em situações como projetos em fase de pré-dimensionamento ou de verificação, ou em projetos que se tenham vãos iguais, pilares alinhados, sem recortes nem vazios, o mesmo pode ser bem visto, pois se apresenta com os esforços com mesma ordem de grandeza que os outros métodos estudados.

### **9.3 CONSIDERAÇÕES REFERENTES AO EXEMPLO NUMÉRICO DO CAPÍTULO 8**

No capítulo 8 foram analisados dois pavimentos, sendo um deles praticamente simétrico em um dos eixos, e o outro totalmente assimétrico.

Para cada pavimento, foram feitos quatro dimensionamentos, descritos na Tabela 21.

**Tabela 21: Descrição dos exemplos do capítulo 8**

Classe de agressividade ambiental	$F_{ck}$ utilizado	Tipo de protensão	Tipo de cordoalha	Fissuração	Combinações de ações em serviço a utilizar
II	30 MPa	Protensão parcial	Não aderente	$\leq 0,2$ mm	Combinação freqüente
			Aderente		
III	35 MPa	Limitada	Não aderente	Não tem	Combinação freqüente e combinação quase permanente
			Aderente		

Fonte: Autor

Ao final do dimensionamento, foi feita uma comparação relativa a quantidade de armadura ativa e passiva requerida em cada dimensionamento.

A Tabela 22 apresenta os resultados dos dimensionamentos.

**Tabela 22: Resultados de comparação de armaduras do capítulo 8**

Pavimento	Classe de agressividade ambiental	$F_{ck}$ utilizado	Tipo de protensão	Tipo de cordoalha	Quantidade de armadura ativa (kg)	Quantidade de armadura passiva (kg)
Simétrico	II	30 MPa	Protensão parcial	Não aderente	1595	1901
				Aderente	1657	1507
	III	35 MPa	Limitada	Não aderente	2082	1627
				Aderente	2147	1456
Assimétrico	II	30 MPa	Protensão parcial	Não aderente	1549	1902
				Aderente	1687	1797
	III	35 MPa	Limitada	Não aderente	1743	1928
				Aderente	1905	1740

Fonte: Autor

A quantidade de armadura passiva apresentada foi retirada do *software* TQS, não sendo feita nenhuma alteração na mesma. Sendo assim, nesse quantitativo não estão inclusas as armaduras de punção, colapso progressivo e ductilidade. Essa taxa de armadura foi apresentada a fim de comparações.

Nota-se que tanto no pavimento simétrico quanto no pavimento assimétrico, a quantidade de armadura ativa para a classe de agressividade ambiental III é maior do que para a classe de agressividade II. Isso se deve a alguns fatores, dentre eles:

- A classe de agressividade ambiental II utiliza um cobrimento nominal inferior do que a classe de agressividade ambiental III;

- A classe de agressividade ambiental II utiliza protensão parcial, admitindo fissuras de até 0,2mm. Já a classe de agressividade ambiental III, utiliza a protensão limitada, que não admite fissuras.

Nota-se também que em todas as situações, o dimensionamento com cordoalha aderente necessitou de mais armadura ativa do que em situações com cordoalha não aderente. Entretanto, nota-se também que a quantidade de armadura passiva diminuiu em todos os casos em que foram colocadas cordoalhas aderentes ao invés de não aderentes.

Almeida Filho (2002) apresenta vantagens da protensão aderente em relação a não aderente relativa ao consumo de materiais, porém, do ponto de vista de produtividade, as lajes com protensão não aderente mostraram vantagem.

Vale ressaltar que no cálculo da protensão parcial com cordoalha não aderente para os dois pavimentos foi feita uma comparação de armadura ativa gerada inicialmente pelo TQS e a armadura ativa, após análise e detalhamento manual. Nos dois casos houve uma redução de aproximadamente 30% da armadura ativa inicialmente gerada pelo TQS. Isso se dá pelo fato de que o TQS trabalha tentando cobrir os picos de tensão, sendo que em diversos casos compensa tratar esses esforços com armadura passiva. Com essa comparação pode-se notar a importância das fases de análise e detalhamento dos cabos nas estruturas, pois, com uma análise ou detalhamento mal feito, não só a segurança pode ser comprometida quanto a otimização.

#### **9.4 CONSIDERAÇÕES DE PROJETO DE LAJES SEM VIGAS PROTENDIDAS**

Como mostrado na introdução do trabalho, os sistemas estruturais constituídos de lajes lisas, usualmente denominadas de “sem vigas” ou “lajes-cogumelo”, apresentam algumas vantagens em relação aos sistemas convencionais de lajes que apóiam em vigas.

Carvalho e Libânio (2009) apresentam uma série de vantagens que a laje protendida possui:

- Adaptabilidade a diversas formas ambientais;

- Simplificação das fôrmas e cimbramentos;
- Simplificação das armaduras;
- Simplificação da concretagem;
- Melhoria da qualidade final e diminuição de revestimentos;
- Redução da altura total do edifício;
- Simplificação das instalações prediais;

Em relação às desvantagens do sistema, podem-se destacar o consumo de concreto e aço, a possibilidade de punção na laje e a flecha. Porém, essas desvantagens, se comparadas com a velocidade de execução e a utilização da estrutura, podem ser desprezíveis. Outro problema da falta de vigas no pavimento é a transmissão de esforços horizontais entre pilares. Esta transmissão é feita através das lajes, porém, como a rigidez sem as vigas não é tão expressiva, os pilares acabam tendo que ter dimensões maiores (pilares paredes), atuando como núcleo de enrijecimento na estrutura.

Desta forma, pode-se aplicar o sistema de lajes sem vigas protendidas em diversas situações. Porém, para que o consumo de material não seja tão elevado e a segurança da estrutura não seja comprometida, deve-se atentar para alguns aspectos:

- Em pavimentos onde se tem muitos vãos diferenciados, fugindo de um padrão de vão médio, talvez a solução de lajes sem vigas protendidas não seja tão econômico. Porém, o seu dimensionamento e execução continuam sendo validados;

- Mediante a classe de agressividade ambiental, deve-se atentar aos parâmetros normativos, referentes ao  $f_{ck}$ , fissuração e combinações de ações em serviço a utilizar.

- Deve-se evitar ao máximo *shafts* em volta dos pilares, principalmente os que mais recebem carga, pois, para que a transmissão de esforços nessa região seja bem feita, precisa-se de elementos estruturais contínuos;

- Deve-se atentar para o dimensionamento de punção. Como não tem vigas no pavimento, os esforços de cortante não são combatidos com os estribos das mesmas, sendo importante a colocação de armadura de punção em todos os pilares

que ajudam a estabilidade da edificação, muitas vezes também sendo necessária a colocação de um capitel, aumentando assim a espessura da laje na região do pilar;

- Deve-se tomar cuidado com pilares com pequenas seções e pilares de borda no dimensionamento a punção. Se necessário, deve-se aumentar a seção do pilar para a segurança da edificação;

- Sempre que possível, deve-se evitar pilares de borda nas lajes sem vigas protendidas. Quando se tem trechos em balanço, o momento positivo nos vãos internos é menos expressivo, gerando uma economia na edificação;

- Sempre que possível, deve-se ter cordoalhas de protensão passando por cima de todos os pilares nas duas direções principais. Isso ajudará a combater o colapso progressivo.

Em uma edificação, com um único sistema estrutural pode-se adotar diversas soluções estruturais. A seguir estão algumas sugestões para a resolução de alguns problemas comuns em pavimentos sem vigas protendidos.

- Em pavimentos que se tenha uma deformação excessiva em um único vão, colocar capitéis em um ou alguns pilares em volta dessa deformação pode solucionar o problema. Geralmente esta solução é usada para combater a punção, porém, o fato de aumentar a rigidez da laje na região do pilar faz com que a mesma deforme menos. Utilizando-se desta solução, pode-se evitar o aumento da espessura do pavimento inteiro por conta de um único trecho;

- Em pilares de borda, colocar vigas pode se apresentar como uma solução interessante, tanto no ponto de vista de punção quanto em deformação, pois, como a viga possui muito mais rigidez, deformará menos do que a própria laje;

- Em relação as elevações dos cabos, sempre que possível trabalhar com o limite. Ao deslocar a cordoalha para longe do centro de gravidade da laje, a mesma tem mais eficiência;

- Deve-se atentar para as alterações de inclinação nas elevações dos cabos. Mudanças bruscas podem gerar patologias nas estruturas.

- Deve-se evitar ancorar os cabos fora do centro de gravidade da peça. Caso isso ocorra, existirá um momento aplicado no início do trajeto do cabo, devendo o mesmo ser analisado com cautela;

- Em pavimentos sem vigas protendidos pode-se utilizar diversas configurações de cordoalhas. Dornelles (2009) apresentou o estudo das lajes sem vigas protendidas utilizando a analogia de grelhas. Ao final do trabalho, ele chegou a conclusão que se concentrar os cabos nas regiões dos pilares, o sistema fica mais vantajoso. Seguindo essa ideia, comumente muitos engenheiros de estruturas concentram os cabos em uma das direções principais e distribuem na outra;

- Na fase de lançamento dos cabos, deve-se atentar para a direção em que mais serão solicitados. Nessa direção, os cabos distribuídos gerarão uma economia maior, pois, eles estarão presentes em espaçamentos curtos, coisa que entre duas linhas de cabos concentrados não acontecerá.

## 10 REFERÊNCIAS

- ABNT, ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118. **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro: ABNT, 2007;
- ABNT, ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118. **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro: ABNT, 2014;
- ACI 318. **Building code requirements for structural concrete**. Committee 318, Detroit – USA, 2005.
- ACI 423. **Recommendations for concrete members prestressed with unbounded tendons**. Committee 423, Detroit – USA, 1989.
- ALMEIDA FILHO, F. M. [2002]. **Estruturas de Pisos de Edifícios com a Utilização de Cordoalhas Engraxadas**. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, São Carlos – SP, 284 p.;
- AURÉLIO, L. Curso de lajes protendidas com o *software* TQS. In: CURSOS OFERECIDOS PELO SOFTWARE TQS, 2012, São Paulo. **Curso online**.
- BARBÁN, V. V. V. [2008]. **Punção em lajes cogumelo de concreto protendido com cabos não-aderentes na ligação laje-pilar de borda**. Tese de Doutorado, Universidade de Brasília - UnB, Brasília – DF, 337 p.;
- BARBOZA, T. S. [2014]. **Estudo comparativo do dimensionamento de lajes protendidas com uso de programas computacionais**. Trabalho de Conclusão de Curso (Engenharia Civil), Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ, Rio de Janeiro – RJ, 145 p.;
- CALDAS, J. M. S. [2014]. **Modelos alternativos para cálculo estrutural de pavimentos planos protendidos**. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização), Universidade da Cidade de São Paulo – UNICID, Fortaleza – CE, 43 p.;
- CARVALHO, C. B. [2008]. **Análise crítica dos critérios normativos de dimensionamento à punção em lajes lisas**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG, Belo Horizonte – MG, 215 p.;
- CARVALHO, E. M. L. [1982]. **Puncionamento de lajes protendidas**. Tese de doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ, Rio de Janeiro – RJ, 145 p.;
- CARVALHO, R. C. **Estruturas em Concreto Protendido – pós-tração pré-tração e cálculo e detalhamento**. 1º Ed. Editora Pini, 2012;
- CARVALHO, R. C.; FIGUEREDO FILHO, J. R. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. 3º Ed. Editora Edufscar, 2007;
- CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M. **Cálculo e detalhamento de estruturas**

**usuais de concreto armado.** 2° Ed. Editora Pini, 2009;

CAUDURO, E.L. **Manual para a Boa Execução de Estruturas Protendidas Usando Cordoalhas de Aço Engraxadas e Plastificadas.** São Paulo: Belgo Mineiro, 2002;

CAVALCANTI, M. B.; HOROWITZ, B. [2008] Modelos de verificação à flexão de estruturas protendidas. 50° Congresso Brasileiro de Concreto – IBRACON, Salvador – BA, 17p. **ANAIS [CD-ROM];**

COLONESE, S. [2008]. **Comparação entre métodos de análise para lajes lisas protendidas com cordoalhas engraxadas – estudo de casos.** Dissertação de Mestrado, Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro – UENF, Campos dos Goytacazes – RJ, 147 p.;

DAMASCENO, L. S. R.; OLIVEIRA, D. R. C. [2006] Resistência Última de Lajes Lisas de Concreto Armado pela Teoria das Placas e Linhas de Ruptura. 48° Congresso Brasileiro de Concreto – IBRACON, Rio de Janeiro – RJ, 14p. **ANAIS [CD-ROM];**

DORNELLES, F. L. [2009]. **Estudo sobre a modelagem da protensão em lajes lisas com o uso da analogia de grelhas.** Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, Florianópolis – SC, 120 p.;

DUARTE, E. P. **Projeto e Cálculo de Lajes Planas Protendidas.** Rio de Janeiro: 1995;

EMERICK, A. A. **Projeto e Execução de Lajes Protendidas.** 1° Ed. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2005;

FALEIROS JUNIOR, J. H. [2010]. **Procedimentos de cálculo, verificação e detalhamento de armaduras longitudinais na seção transversal em elementos protendidos.** Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de São Carlos – UFSCAR, São Carlos – SP, 179 p.;

FARIA, E. L. [2004]. **Projeto de lajes planas protendidas via método dos elementos finitos e pórticos equivalentes.** Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG, Belo Horizonte – MG, 260 p.;

KOERICH, R. B. [2004]. **Estudo de estruturas protendidas hiperestáticas com a representação da protensão por carregamentos equivalentes.** Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, Florianópolis – SC, 199 p.;

LEONHANDT, F. [1983]. **Construções de Concreto – Concreto Protendido.** Vol. 5. Editora Interciência Ltda, Rio de Janeiro, RJ, 316 p.;

LORENCI, G. V. S. [2010]. **Lajes lisas protendidas: comparação dos métodos de dimensionamento à flexão.** Trabalho de Conclusão de Curso (Engenharia Civil). Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS, Porto Alegre – RS, 89 p.;

LOUREIRO, G. J. [2002] Projeto de lajes protendidas com cordoalhas engraxadas. 44º Congresso Brasileiro de Concreto – IBRACON, Belo Horizonte – MG, 16p. **ANAIS [CD-ROM]**;

MELLO, A. L. V. [2005] **Cálculo de lajes lisas com protensão parcial e limitada**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de São Carlos – UFSCAR, São Carlos, 2005. 128 p.;

MENEGATTI, M. [2004]. **A protensão como um conjunto de cargas concentradas equivalentes**. Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – USP, São Paulo – SP, 126 p.;

MILANI, A. C. [2006]. **Análise de lajes planas protendidas pelo Método dos Elementos Finitos**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS, Porto Alegre – RS, 123 p.;

MONTOYA, P. J.; MESEGUER, A. G.; CABRÉ, F. M. **Hormigón armado**. 14º Ed. Editora Gustavo Gili, SA, 2000;

MORAES NETO, B, N.; FERREIRA, M. P.; OLIVEIRA, D. R. C. [2006] Dimensionamento de Lajes Lisas Unidirecionais de Concreto Armado ao Puncionamento Simétrico ou Assimétrico – Análise de Normas. 48º Congresso Brasileiro de Concreto – IBRACON, Rio de Janeiro – RJ, 17p. **ANAIS [CD-ROM]**;

MOURA, J. R. B. [2002] Recomendações para sistemas estruturais em edificações com a utilização de protensão com cordoalha engraxada. XXX Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural. Brasília – DF, 27 a 31 de maio 2002. **ANAIS [CD-ROM]**;

PEDROZO, E. G. E. [2008]. **Estudo de modelos para lajes lisas protendidas**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, Florianópolis – SC, 143 p.;

PFEIL, W. **Concreto Protendido**, Vol. 1, 2º Ed. Rio de Janeiro: Editora LTC, 1988.

TEIXEIRA, A. O. F. [1998]. **Cálculo automático de lajes protendidas simuladas como grelhas utilizando o método dos elementos finitos**. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, Campinas – SP, 144 p.;

THOMAZ, E. C. S. [2009]. **Concreto protendido – Momento Hiperestático de Protensão**. Notas de aula, Instituto Militar de Engenharia – IME, Rio de Janeiro – RJ, 35p.;

TQS Informática Ltda [2011]. **CAD/Lajes - Projeto de Lajes Protendidas**. Manual de utilização do usuário.

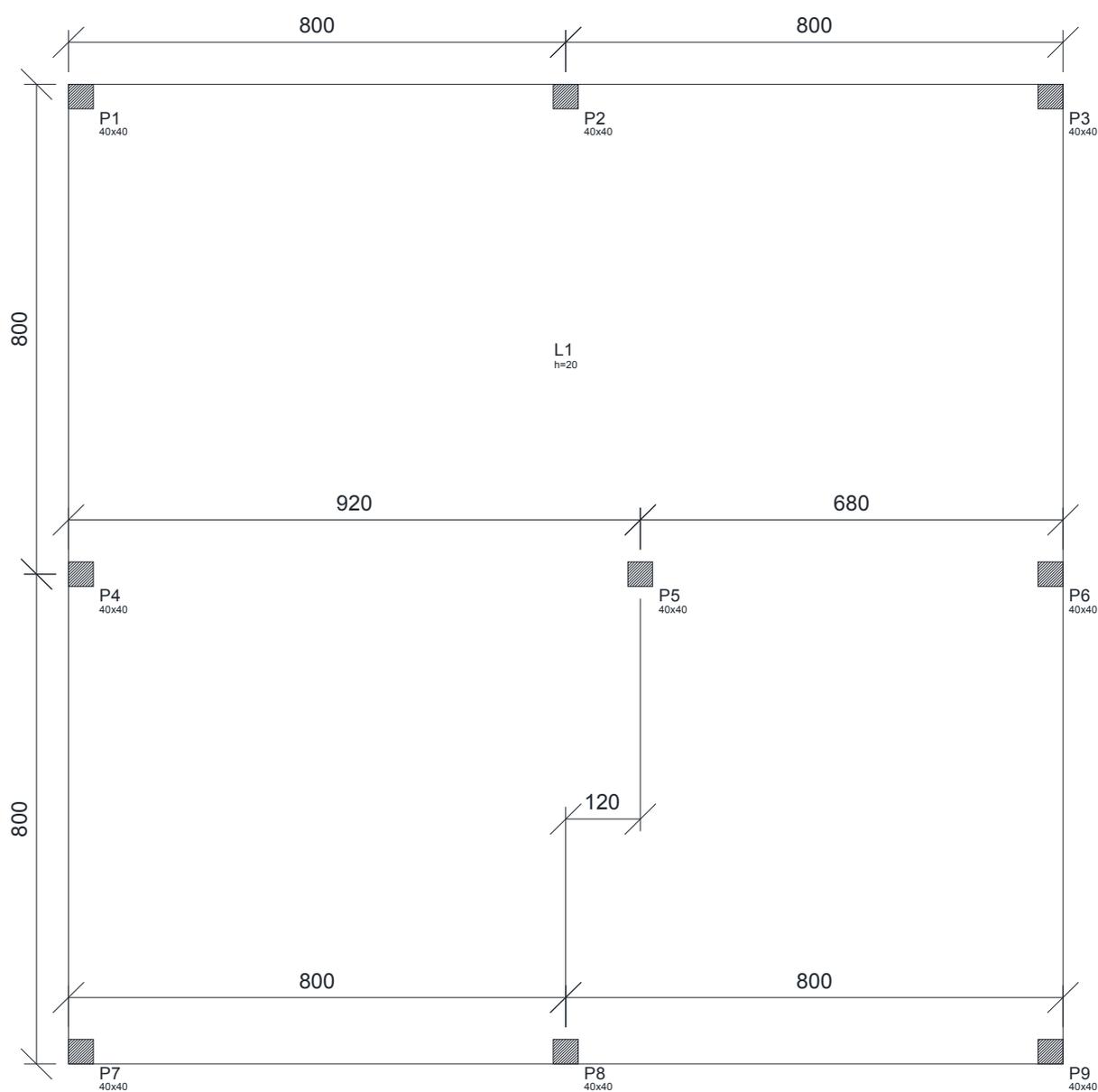
## ANEXOS A

Cálculo dos esforços do capítulo 5 com desalinhamento dos pilares na ordem de 15%, 20%, 25%, 30% e 35%.

### MODELO 3 – PILARES COM 15% DE DESALINHAMENTO

Neste exemplo será apresentada uma forma com os pilares com 15% de desalinhamento. A Figura 174 representa a forma deste exemplo.

**Figura 174: Forma da laje do modelo 3 para cálculo de esforços**

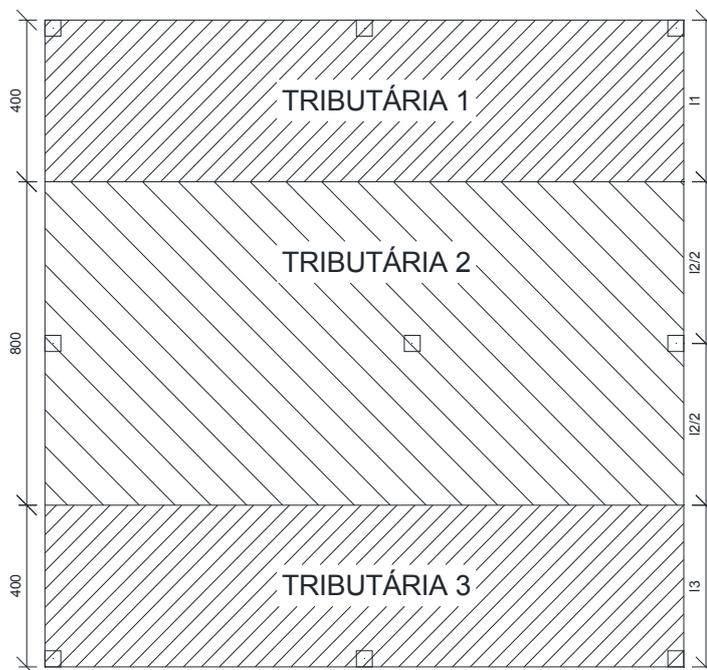


Fonte: Autor

### MODELO 3 UTILIZANDO O MPE

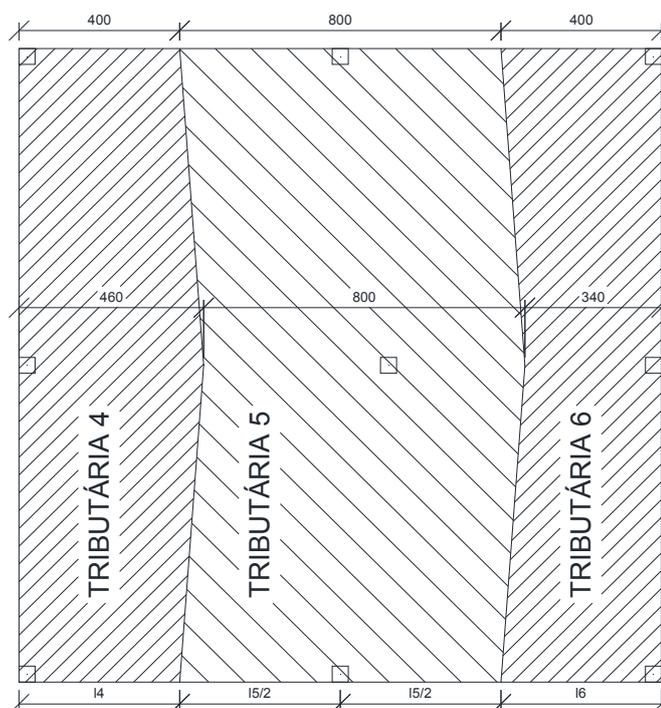
Nas Figuras 175 e 176 são apresentadas as tributárias para o dimensionamento da laje.

**Figura 175: Faixas horizontais para cálculo de esforços do Modelo 3**



Fonte: Autor

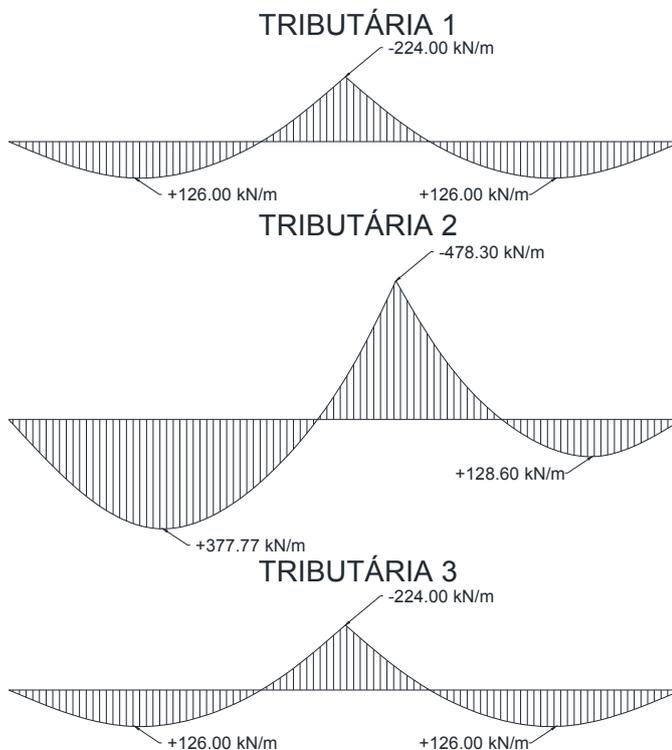
**Figura 176: Faixas verticais para cálculo de esforços do Modelo 3**



Fonte: Autor

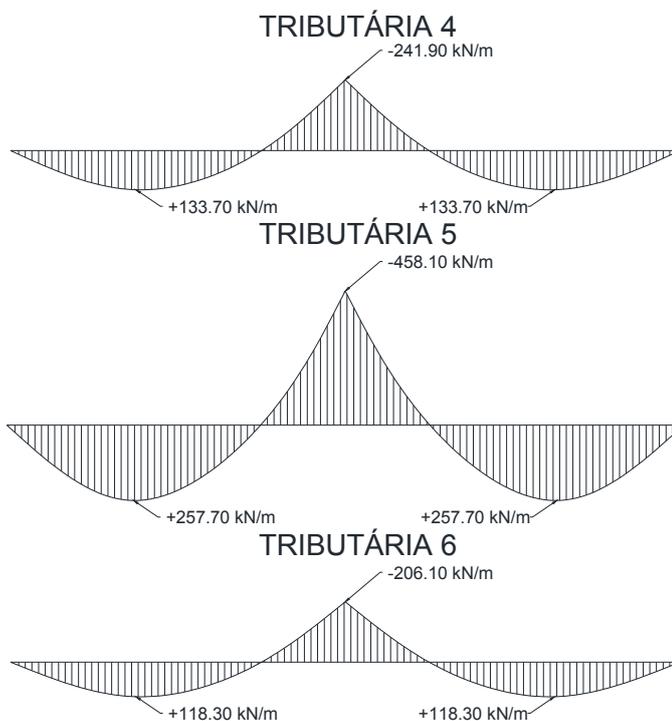
Os esforços máximos de momento nas direções “X” e “Y” das tributárias da laje são descritos nas Figuras 177 e 178 respectivamente.

**Figura 177: Diagrama de momentos máximos em X do modelo 3**



Fonte: Autor

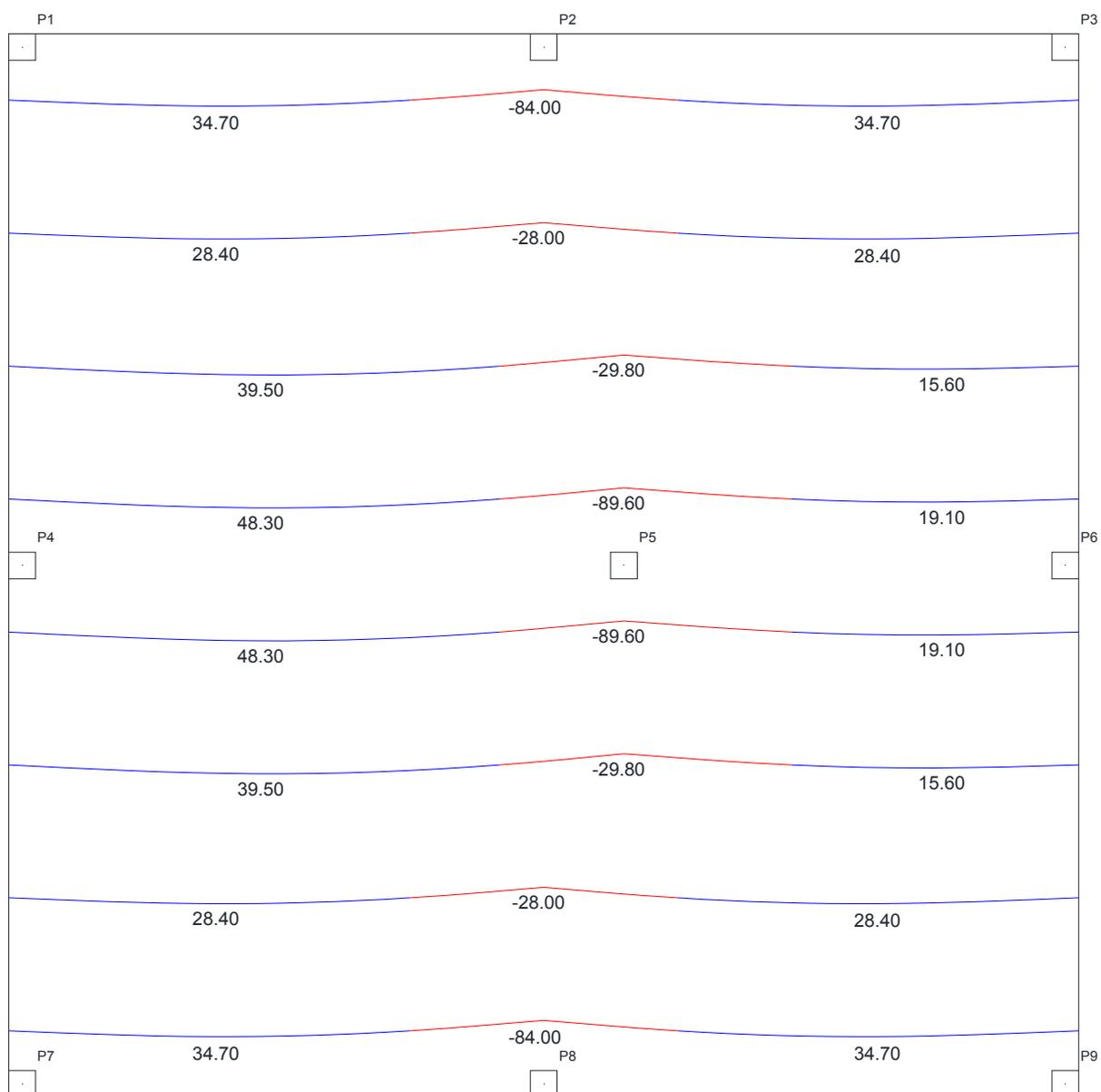
**Figura 178: Diagrama de momentos máximos em Y do modelo 3**



Fonte: Autor

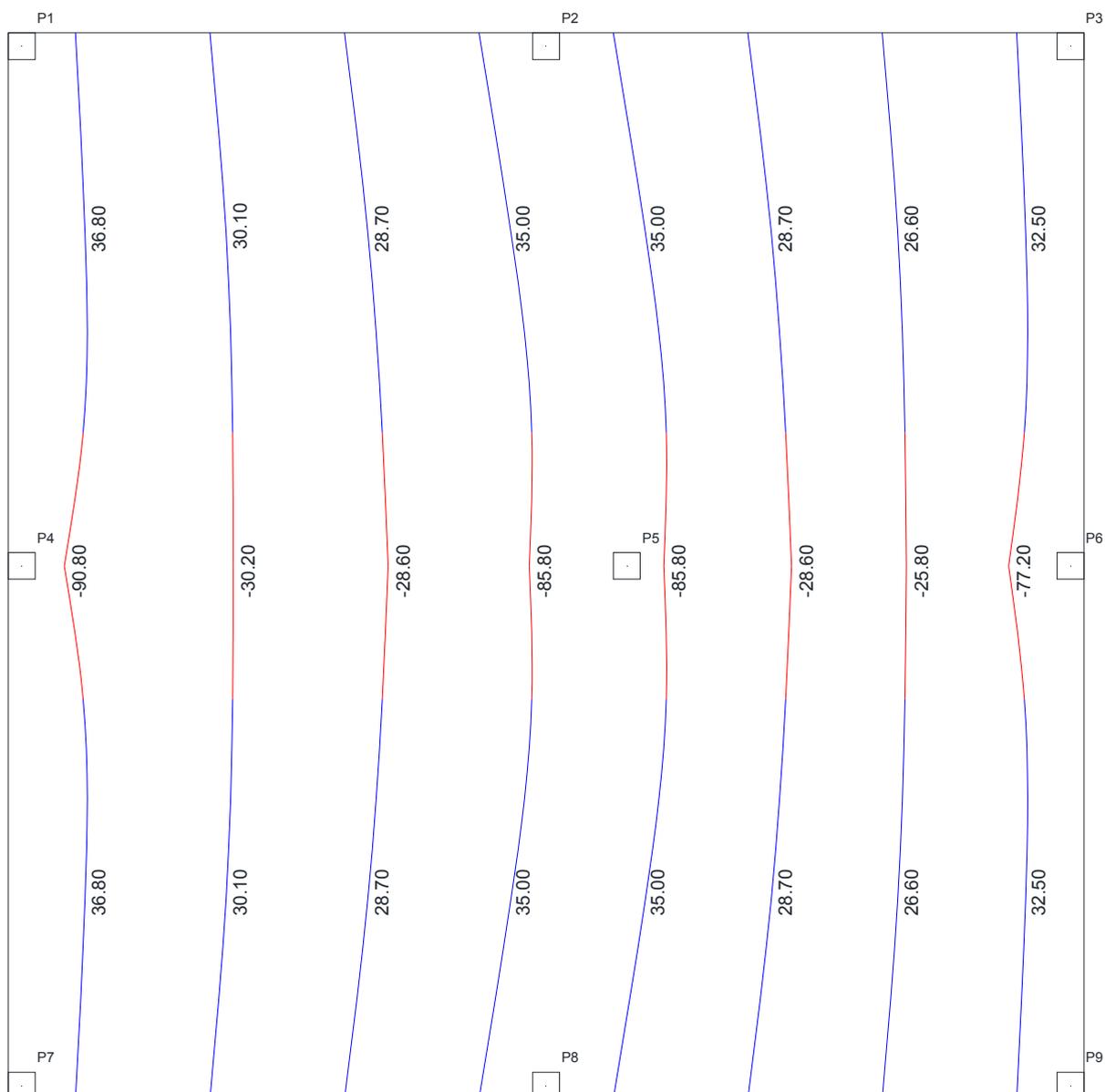
Nota-se que os valores dos dois momentos positivos em Y são iguais. Isso se deve pelo fato de que a laje continua simétrica em uma das direções. Nas Figuras 179 e 180 são apresentados os esforços de momento em X e Y, respectivamente.

**Figura 179: Esforços de momento em X do modelo 3 utilizando o MPE**



Fonte: Autor

**Figura 180: Esforços de momento em Y do modelo 3 utilizando o MPE**



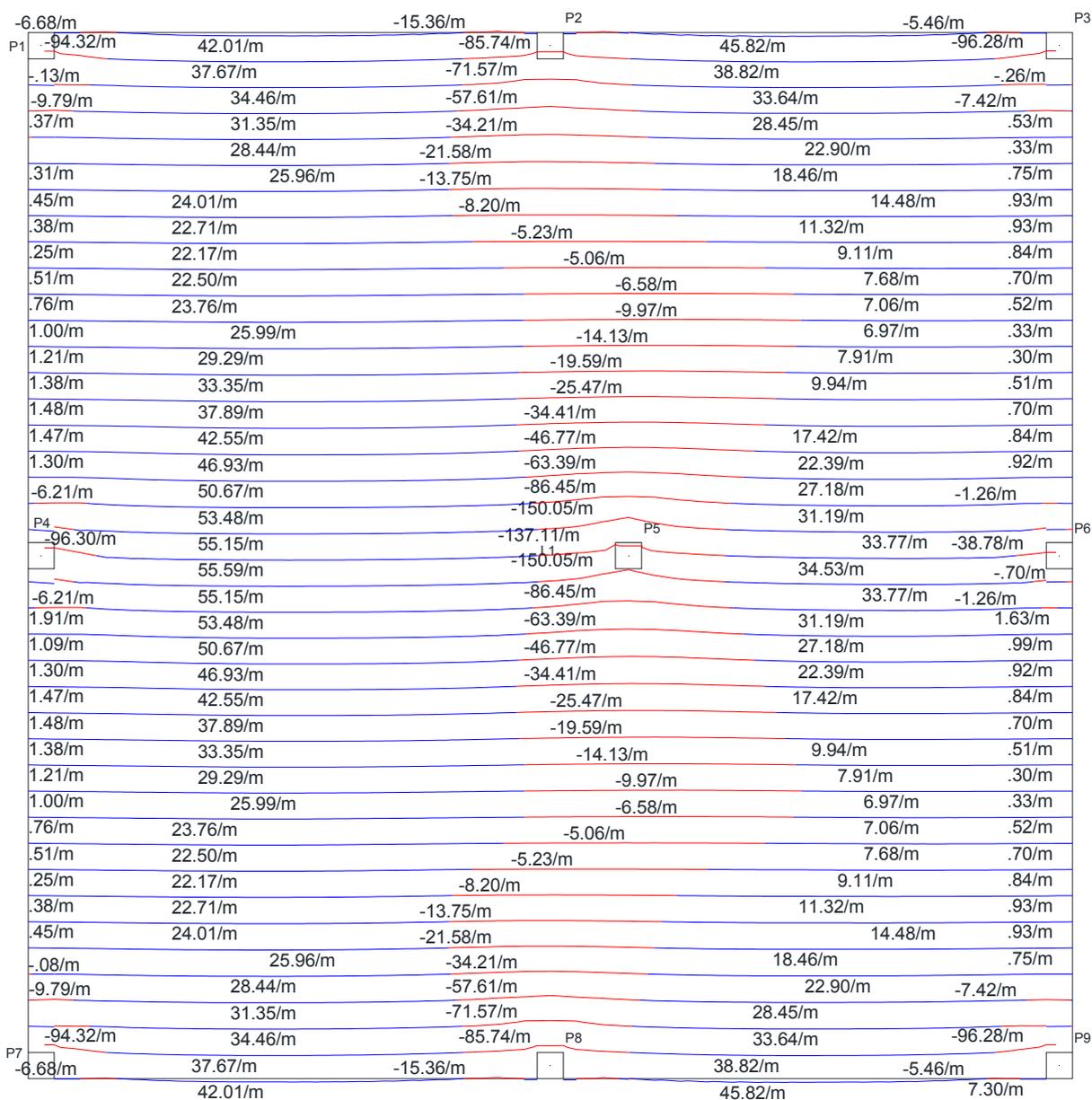
Fonte: Autor

Como a laje é simétrica em uma das direções, os esforços positivos em Y são iguais.

### **MODELO 3 UTILIZANDO O MÉTODO DE GRELHAS**

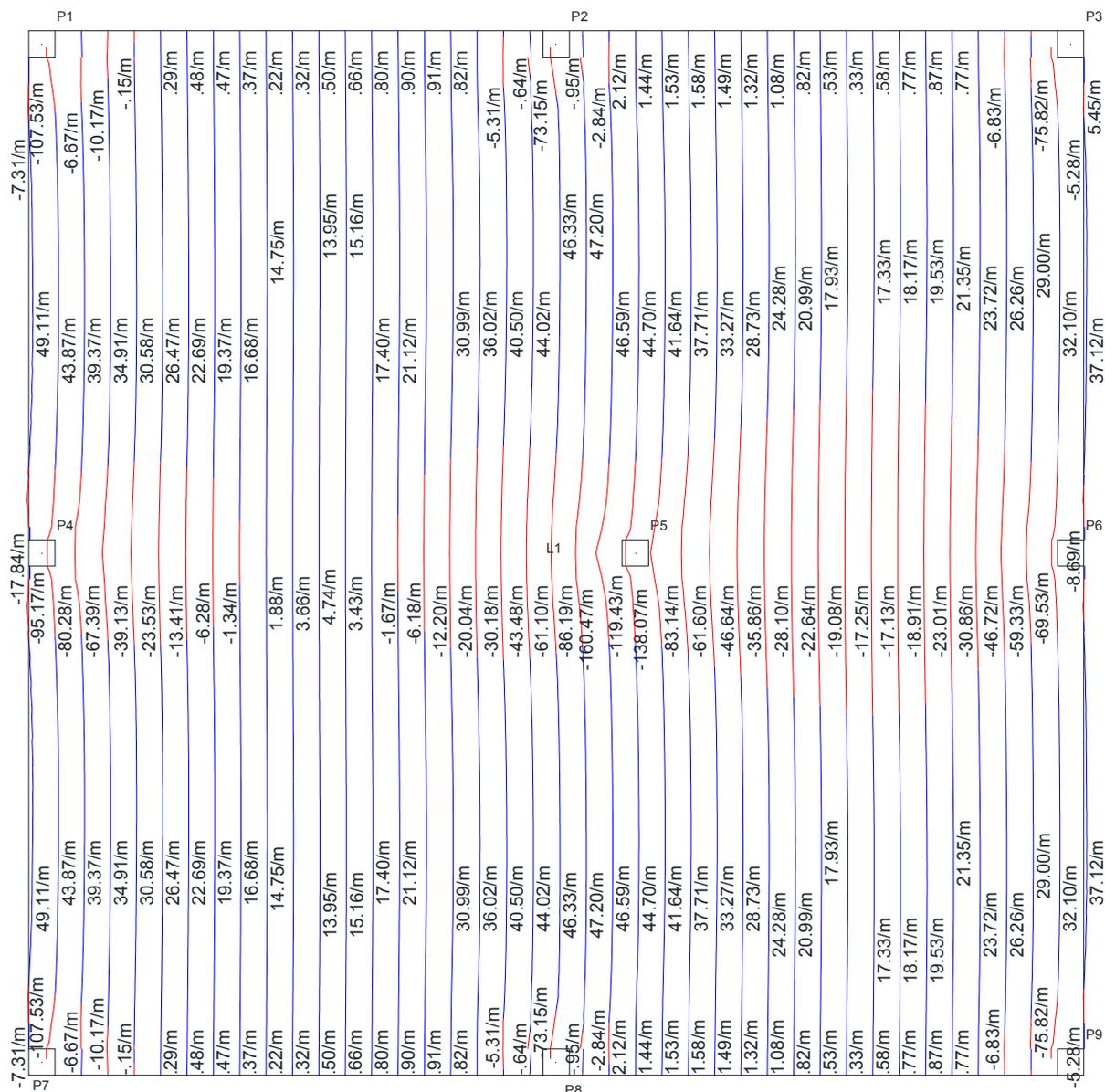
Os esforços de momentos em "X" e "Y" estão apresentados nas Figuras 181 e 182, respectivamente.

**Figura 181: Esforços de momento em X do modelo 3 utilizando o método de grelhas**



Fonte: Autor

Figura 182: Esforços de momento em Y do modelo 3 utilizando o método de grelhas

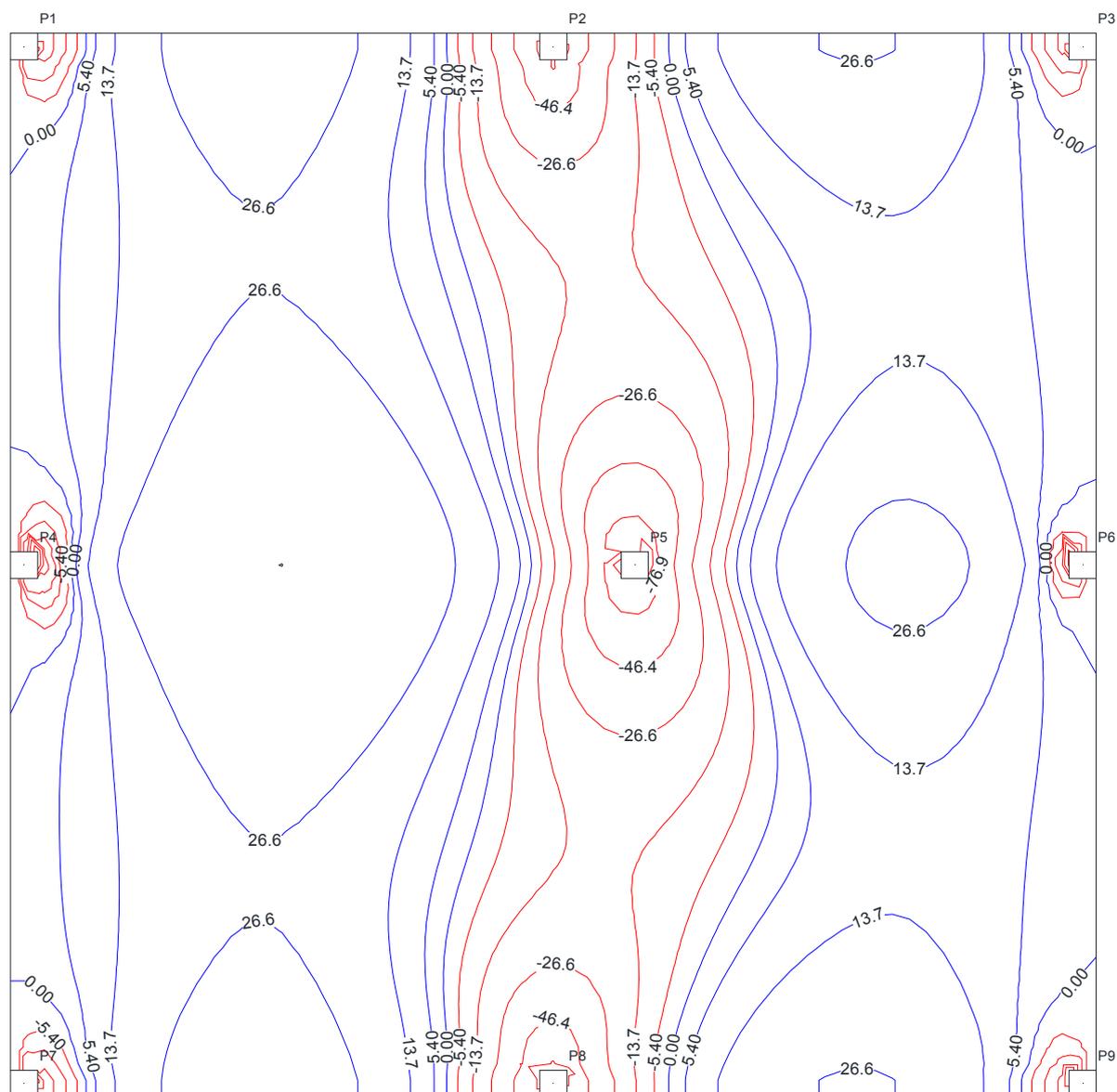


Fonte: Autor

## MODELO 3 UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

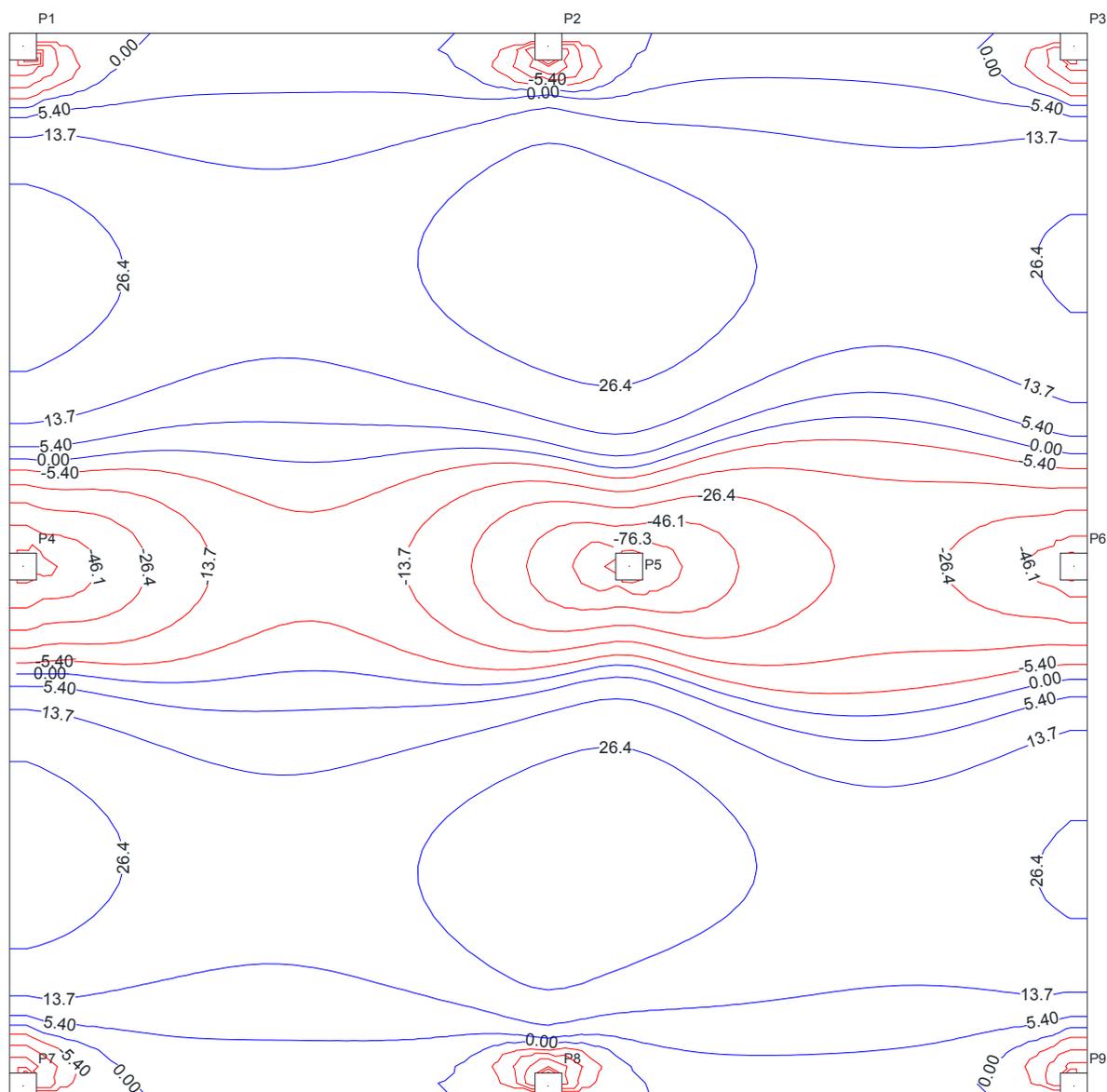
Os esforços obtidos através do *Software* CypeCAD em “X” e “Y” estão apresentados nas Figuras 183 e 184, respectivamente.

Figura 183: Esforços de momento em X do modelo 3 utilizando o MEF



Fonte: Autor

**Figura 184: Esforços de momento em Y do modelo 3 utilizando o MEF**



Fonte: Autor

### COMPARAÇÃO DE ESFORÇOS DO MODELO 3

Na Tabela 23 são apresentados os esforços de momento máximos e mínimos em cada faixa de tributária para cada um dos métodos de cálculo trabalhados. Os esforços de grelha apresentados foram uma média feita pelos valores contidos em cada faixa, e os esforços no MEF foram colocados baseados no ponto central de cada faixa.

**Tabela 23: Comparação de esforços no Modelo 3 entre o MPE, Grelhas e MEF**

Modelo 3							
Tributárias	Modelos	1° Vão		Apoio Central		2° Vão	
		Faixa Externa	Faixa Interna	Faixa Externa	Faixa Interna	Faixa Externa	Faixa Interna
1	MPE	34,70	28,40	-84,00	-28,00	34,70	28,40
	Grelhas	33,33	23,53	-54,14	-9,97	31,33	11,37
	MEF	31,90	25,00	-46,80	-16,50	22,20	11,40
Diferença %	MPE x Grelhas	4,1%	20,7%	35,5%	64,4%	10,7%	149,9%
	MPE x MEF	8,8%	13,6%	44,3%	41,1%	56,3%	149,1%
	Grelhas x MEF	4,5%	6,2%	13,6%	39,6%	41,1%	0,3%
2	MPE	48,30	39,50	-89,60	-29,80	19,10	15,60
	Grelhas	50,73	32,15	-86,37	-18,37	27,75	10,34
	MEF	42,90	30,60	-63,50	-20,90	24,40	10,00
Diferença %	MPE x Grelhas	5,0%	22,9%	3,6%	38,4%	45,3%	50,8%
	MPE x MEF	12,6%	29,1%	29,1%	29,9%	27,7%	56,0%
	Grelhas x MEF	18,3%	5,1%	26,5%	12,1%	13,7%	3,4%
3	MPE	34,70	28,40	-84,00	-28,00	34,70	28,40
	Grelhas	33,33	23,53	-54,14	-9,97	31,33	11,37
	MEF	31,90	25,00	-46,80	-16,50	22,20	11,40
Diferença %	MPE x Grelhas	4,1%	20,7%	35,5%	64,4%	10,7%	149,9%
	MPE x MEF	8,8%	13,6%	44,3%	41,1%	56,3%	149,1%
	Grelhas x MEF	4,5%	6,2%	13,6%	39,6%	41,1%	0,3%
4	MPE	36,80	30,10	-90,80	-30,20	36,80	30,10
	Grelhas	37,40	19,08	-53,20	-1,83	37,40	19,08
	MEF	29,90	19,10	-47,30	-10,20	29,90	19,10
Diferença %	MPE x Grelhas	1,6%	57,7%	41,4%	93,9%	1,6%	57,7%
	MPE x MEF	23,1%	57,6%	47,9%	66,2%	23,1%	57,6%
	Grelhas x MEF	25,1%	0,1%	11,1%	82,0%	25,1%	0,1%
5	MPE	35,00	28,70	-85,80	-28,60	35,00	28,70
	Grelhas	40,81	21,50	-77,30	-11,49	40,81	21,50
	MEF	34,70	22,00	-66,70	-21,70	34,70	22,00
Diferença %	MPE x Grelhas	16,6%	33,5%	9,9%	59,8%	16,6%	33,5%
	MPE x MEF	0,9%	30,5%	22,3%	24,1%	0,9%	30,5%
	Grelhas x MEF	17,6%	2,3%	13,7%	47,0%	17,6%	2,3%
6	MPE	32,50	26,60	-77,20	-25,80	32,50	26,60
	Grelhas	28,27	18,80	-51,60	-21,42	28,27	18,80
	MEF	24,10	19,00	-51,60	-24,40	24,10	19,00
Diferença %	MPE x Grelhas	15,0%	41,5%	33,2%	17,0%	15,0%	41,5%
	MPE x MEF	34,9%	40,0%	33,2%	5,4%	34,9%	40,0%
	Grelhas x MEF	17,3%	1,1%	0,0%	12,2%	17,3%	1,1%

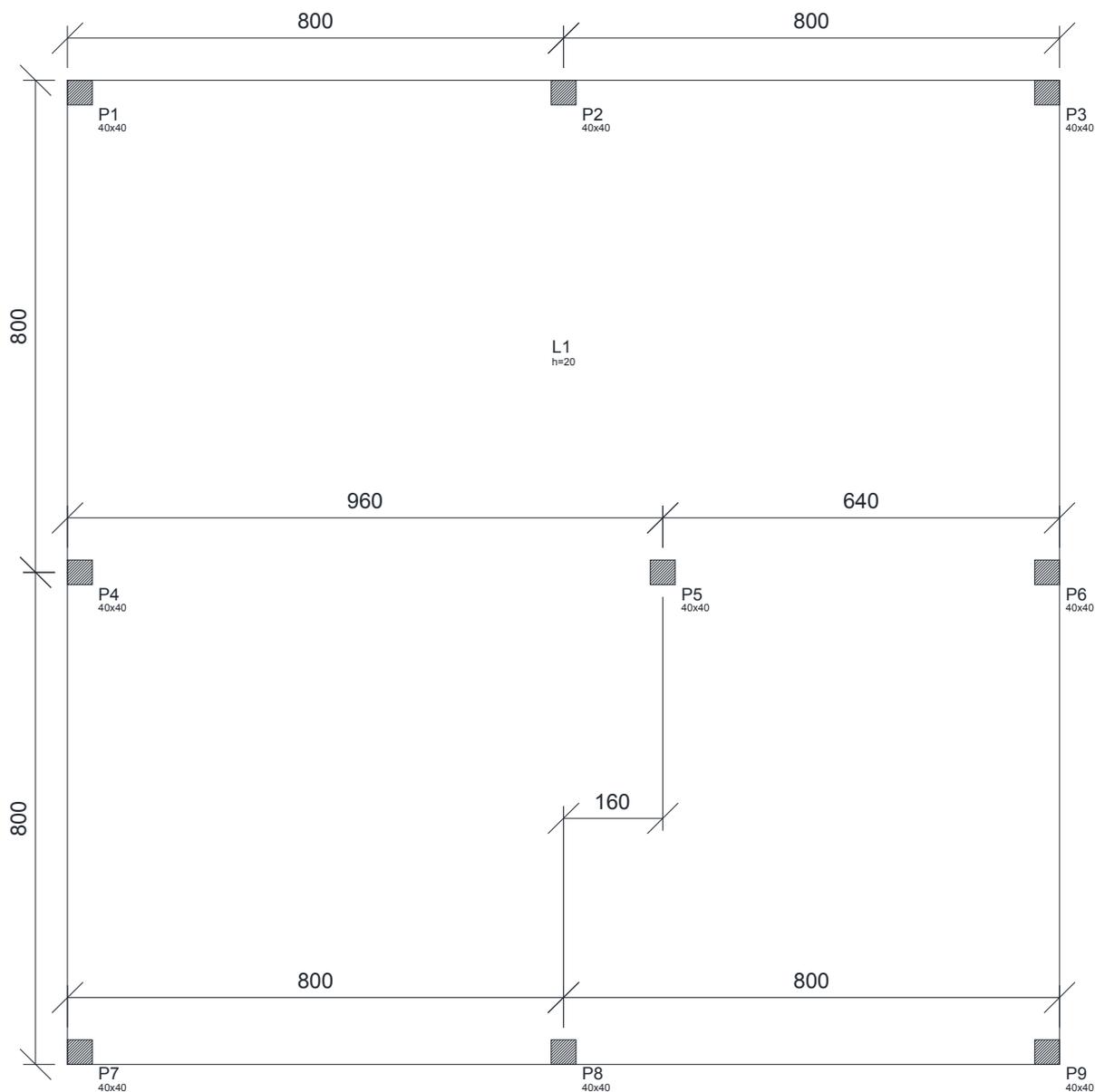
Fonte: Autor

Os valores de Momento positivo no segundo vão das tributárias 1 e 3 aumentaram entre o MPE e os outros dois métodos.

#### **MODELO 4 – PILARES COM 20% DE DESALINHAMENTO**

Neste exemplo será apresentada uma forma com os pilares com 20% de desalinhamento. A Figura 185 representa a forma deste exemplo.

**Figura 185: Forma da laje do modelo 4 para cálculo de esforços**

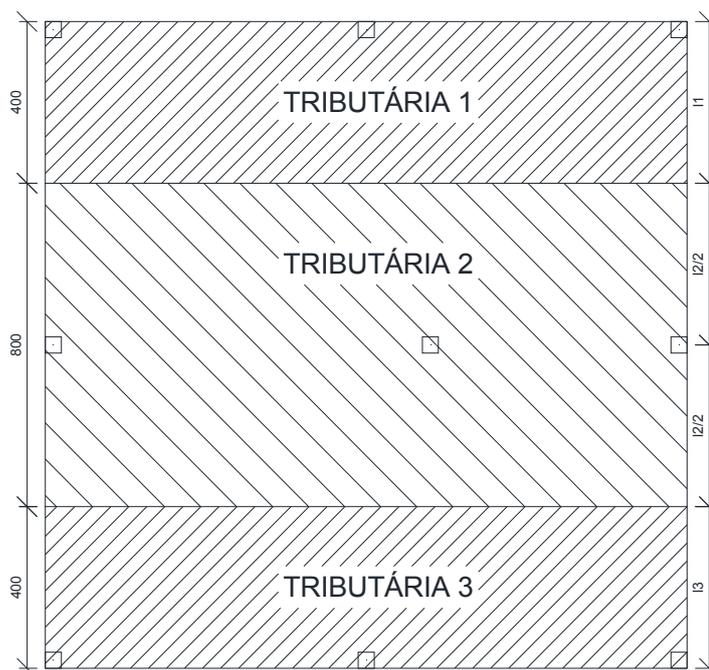


Fonte: Autor

### MODELO 4 UTILIZANDO O MPE

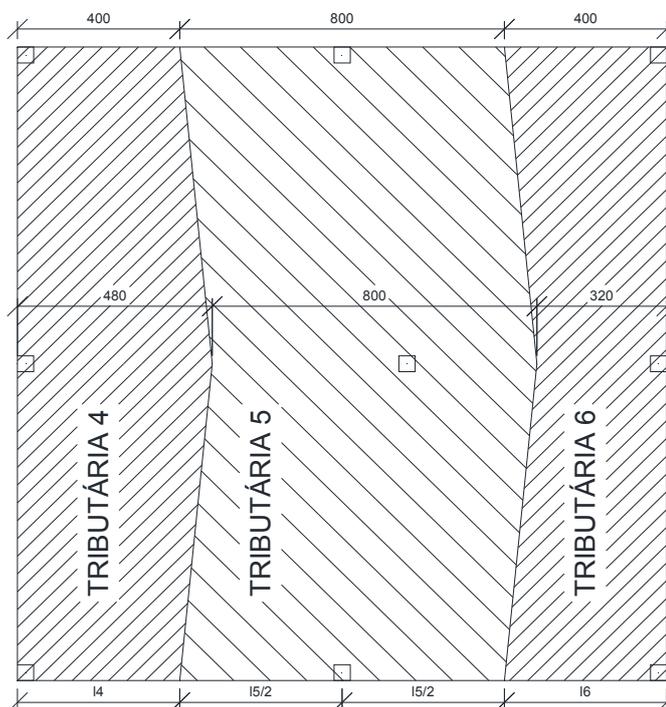
Nas Figuras 186 e 187 são apresentadas as tributárias para o dimensionamento da laje.

**Figura 186: Faixas horizontais para cálculo de esforços do Modelo 4**



Fonte: Autor

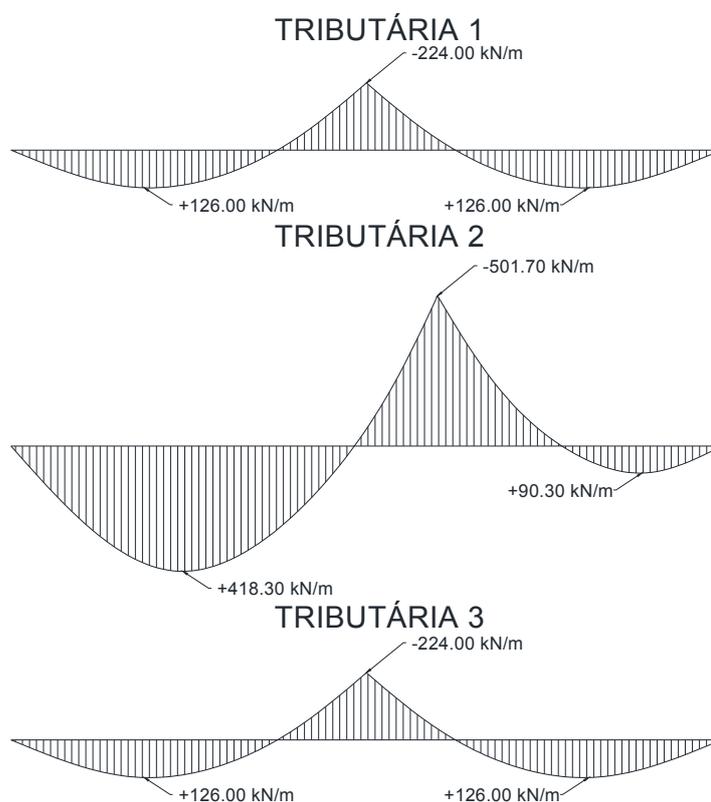
**Figura 187: Faixas verticais para cálculo de esforços do Modelo 4**



Fonte: Autor

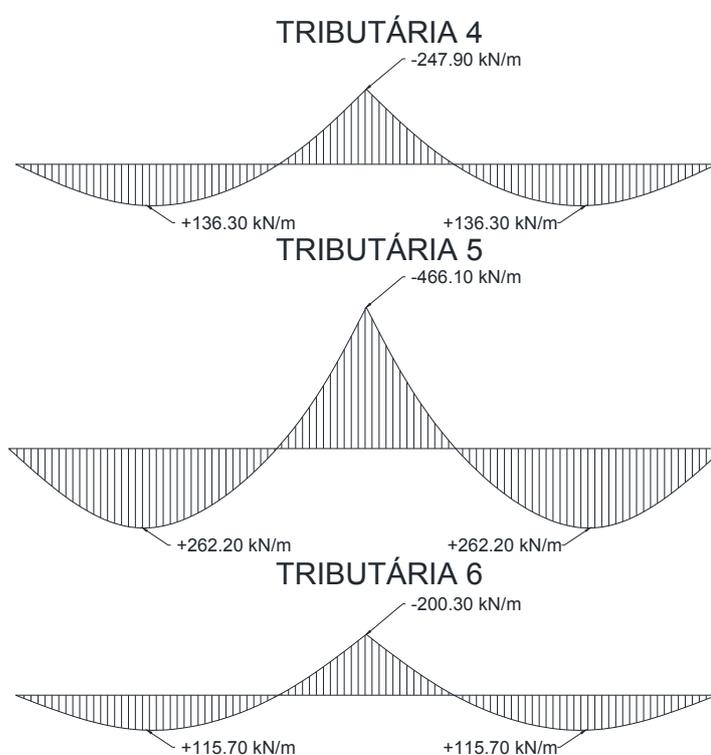
Os esforços máximos de momento nas direções “X” e “Y” das tributárias da laje são descritos nas Figuras 188 e 189, respectivamente.

**Figura 188: Diagrama de momentos máximos em X do modelo 4**



Fonte: Autor

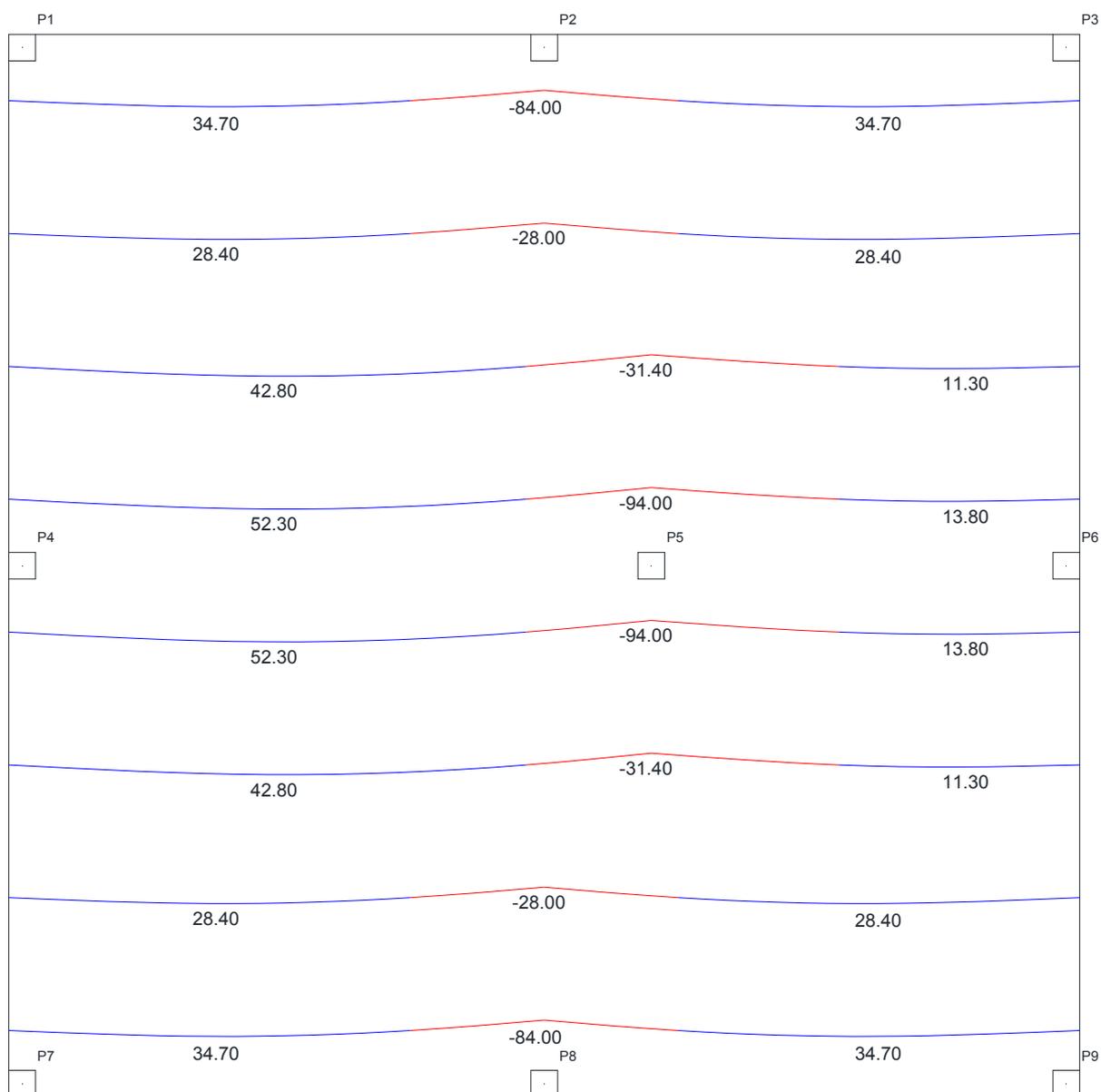
**Figura 189: Diagrama de momentos máximos em Y do modelo 4**



Fonte: Autor

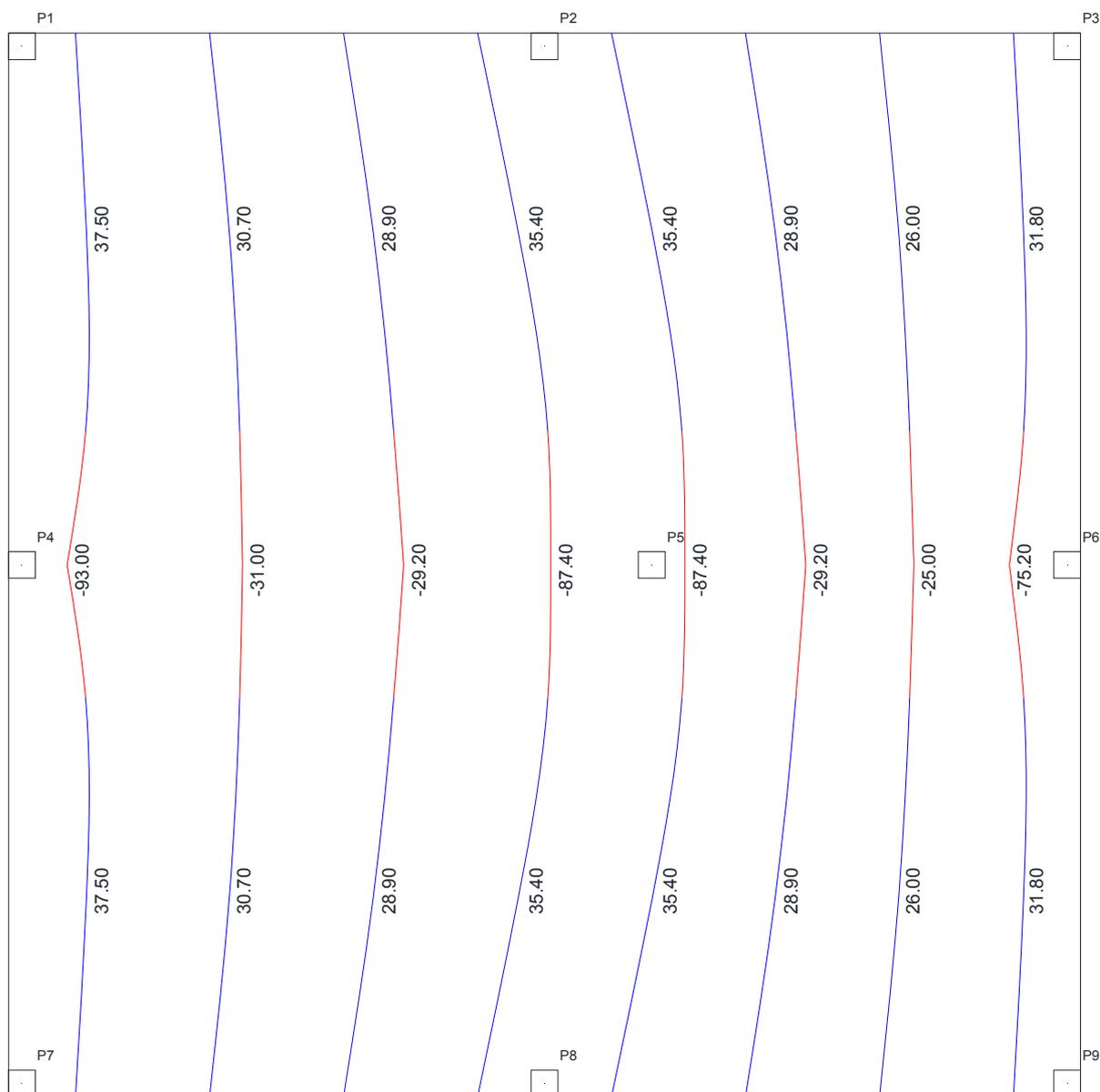
Nota-se que os valores dos dois momentos positivos em Y são iguais. Isso se deve pelo fato de que a laje continua simétrica em uma das direções. Nas Figuras 190 e 191 são apresentados os esforços de momento em X e Y, respectivamente.

**Figura 190: Esforços de momento em X do modelo 4 utilizando o MPE**



Fonte: Autor

**Figura 191: Esforços de momento em Y do modelo 4 utilizando o MPE**



Fonte: Autor

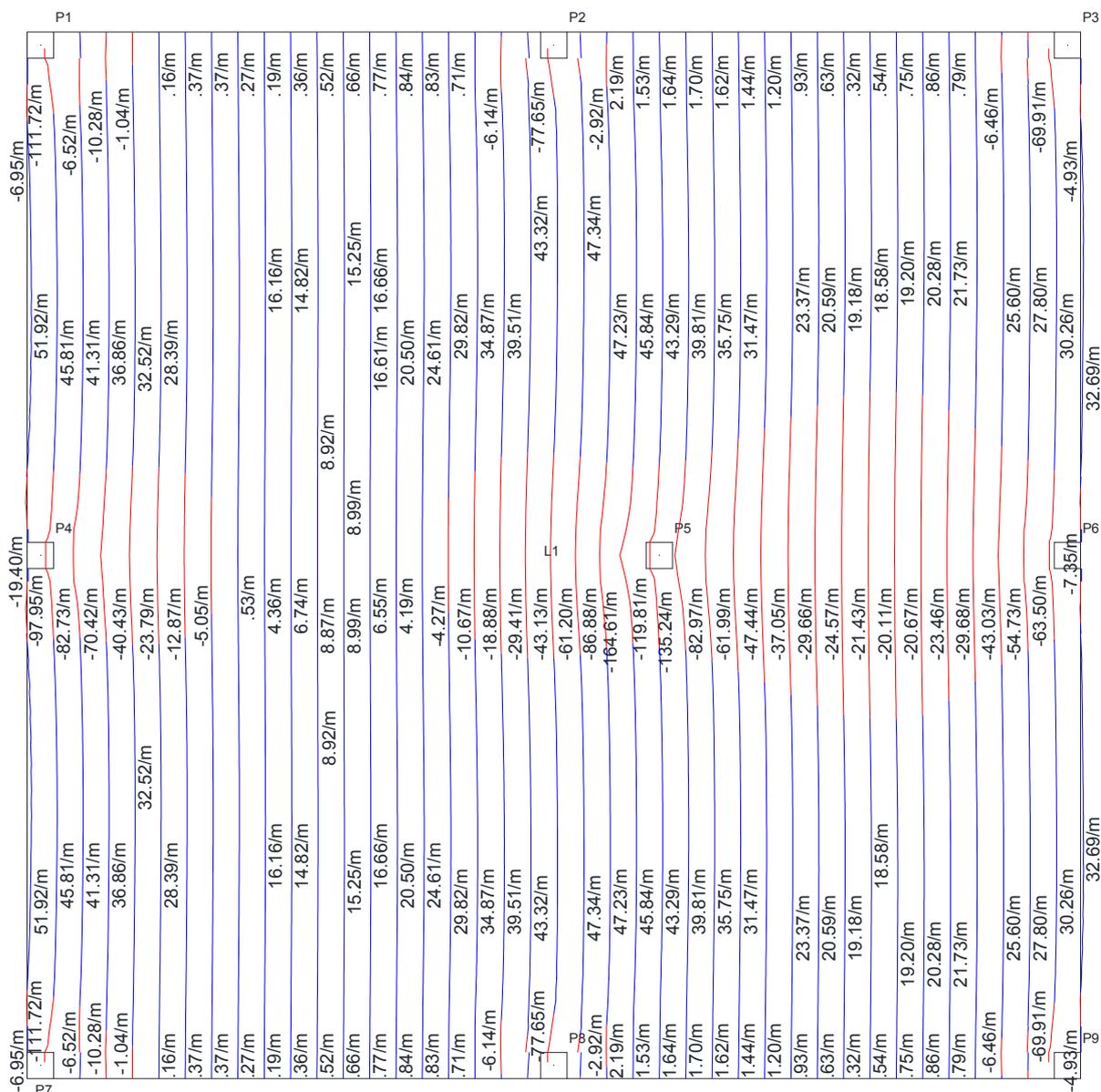
Como a laje é simétrica em uma das direções, os esforços positivos em Y são iguais.

### **MODELO 4 UTILIZANDO O MÉTODO DE GRELHAS**

Os esforços de momentos em “X” e “Y” estão apresentados nas Figuras 192 e 193, respectivamente.



Figura 193: Esforços de momento em Y do modelo 4 utilizando o método de grelhas

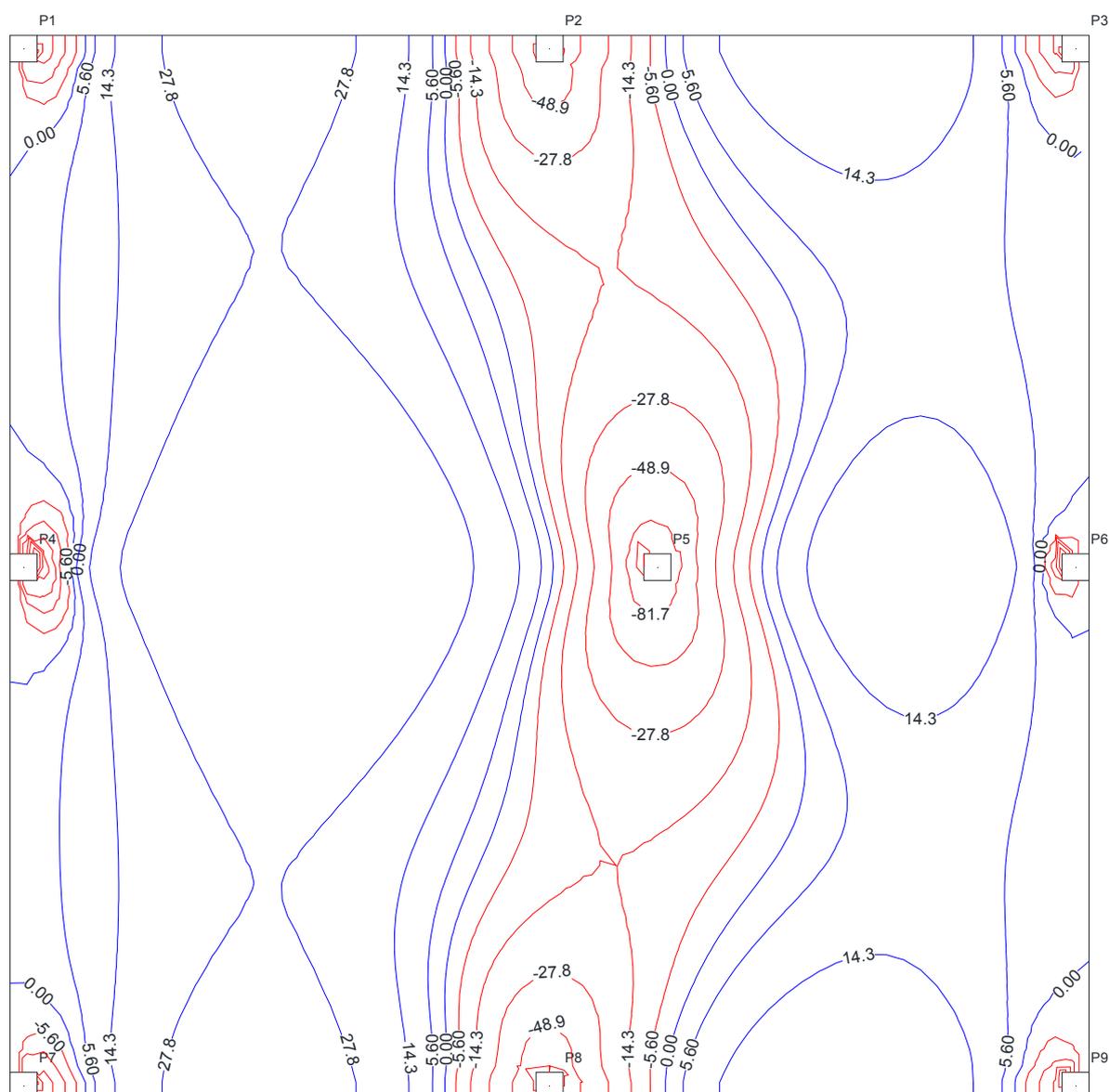


Fonte: Autor

## MODELO 4 UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

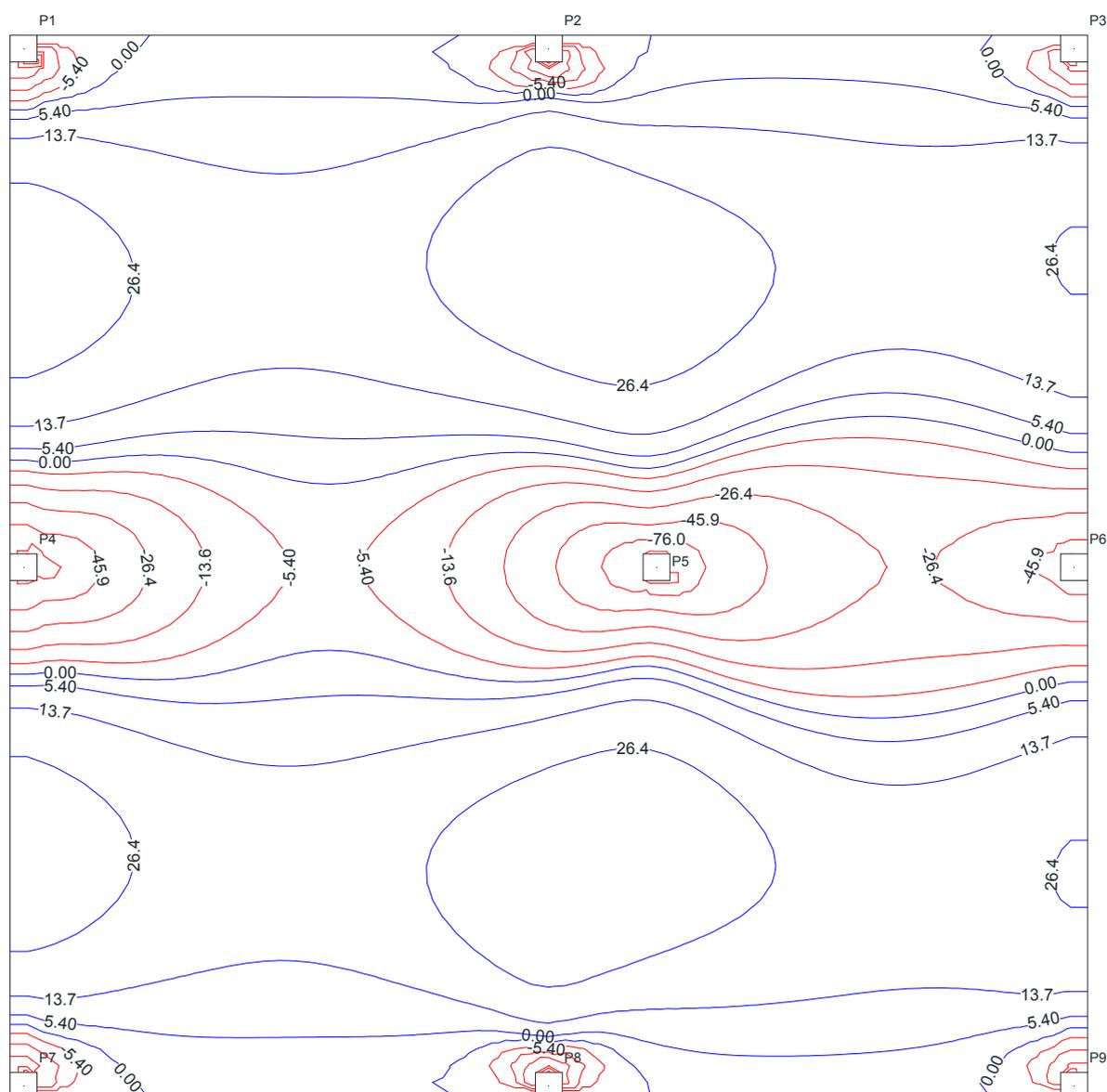
Os esforços obtidos através do *Software* CypeCAD em “X” e “Y” estão apresentados nas Figuras 194 e 195, respectivamente.

Figura 194: Esforços de momento em X do modelo 4 utilizando o MEF



Fonte: Autor

**Figura 195: Esforços de momento em Y do modelo 4 utilizando o MEF**



Fonte: Autor

## COMPARAÇÃO DE ESFORÇOS DO MODELO 4

Na Tabela 24 são apresentados os esforços de momento máximos e mínimos em cada faixa de tributária para cada um dos métodos de cálculo trabalhados. Os esforços de grelha apresentados foram uma média feita pelos valores contidos em cada faixa, e os esforços no MEF foram colocados baseados no ponto central de cada faixa.

**Tabela 24: Comparação de esforços no Modelo 4 entre o MPE, Grelhas e MEF**

Modelo 4							
Tributárias	Modelos	1° Vão		Apoio Central		2° Vão	
		Faixa Externa	Faixa Interna	Faixa Externa	Faixa Interna	Faixa Externa	Faixa Interna
1	MPE	34,70	28,40	-84,00	-28,00	34,70	28,40
	Grelhas	34,50	26,08	-54,50	-9,50	32,10	10,13
	MEF	33,50	27,30	-47,00	-15,70	20,70	8,70
Diferença %	MPE x Grelhas	0,6%	8,9%	35,1%	66,1%	8,1%	180,3%
	MPE x MEF	3,6%	4,0%	44,0%	43,9%	67,6%	226,4%
	Grelhas x MEF	3,0%	4,7%	13,8%	39,5%	55,1%	16,5%
2	MPE	52,30	42,80	-94,00	-31,40	13,80	11,30
	Grelhas	53,80	35,60	-88,77	-19,60	23,72	7,67
	MEF	45,00	32,80	-66,40	-20,40	20,90	6,90
Diferença %	MPE x Grelhas	2,9%	20,2%	5,6%	37,6%	71,9%	47,4%
	MPE x MEF	16,2%	30,5%	29,4%	35,0%	51,4%	63,8%
	Grelhas x MEF	19,6%	8,5%	25,2%	3,9%	13,5%	11,1%
3	MPE	34,70	28,40	-84,00	-28,00	34,70	28,40
	Grelhas	34,50	26,08	-54,50	-9,50	32,10	10,13
	MEF	33,50	27,30	-47,00	-15,70	20,70	8,70
Diferença %	MPE x Grelhas	0,6%	8,9%	35,1%	66,1%	8,1%	180,3%
	MPE x MEF	3,6%	4,0%	44,0%	43,9%	67,6%	226,4%
	Grelhas x MEF	3,0%	4,7%	13,8%	39,5%	55,1%	16,5%
4	MPE	37,50	30,70	-93,00	-31,00	37,50	30,70
	Grelhas	39,47	20,19	-46,04	1,53	39,47	20,19
	MEF	30,90	19,70	-48,90	-8,40	30,90	19,70
Diferença %	MPE x Grelhas	5,2%	52,0%	50,5%	104,9%	5,2%	52,0%
	MPE x MEF	21,4%	55,8%	47,4%	72,9%	21,4%	55,8%
	Grelhas x MEF	27,7%	2,5%	5,8%	118,2%	27,7%	2,5%
5	MPE	35,40	28,90	-87,40	-29,20	35,40	28,90
	Grelhas	41,08	23,31	-77,41	-14,47	41,08	23,31
	MEF	34,60	23,20	-64,80	-21,40	34,60	23,20
Diferença %	MPE x Grelhas	16,1%	24,0%	11,4%	50,5%	16,1%	24,0%
	MPE x MEF	2,3%	24,6%	25,9%	26,7%	2,3%	24,6%
	Grelhas x MEF	18,7%	0,5%	16,3%	32,4%	18,7%	0,5%
6	MPE	31,80	26,00	-75,20	-25,00	31,80	26,00
	Grelhas	26,96	19,80	-47,73	-23,08	26,96	19,80
	MEF	23,30	19,50	-47,80	-26,00	23,30	19,50
Diferença %	MPE x Grelhas	18,0%	31,3%	36,5%	7,7%	18,0%	31,3%
	MPE x MEF	36,5%	33,3%	36,4%	3,8%	36,5%	33,3%
	Grelhas x MEF	15,7%	1,5%	0,2%	11,2%	15,7%	1,5%

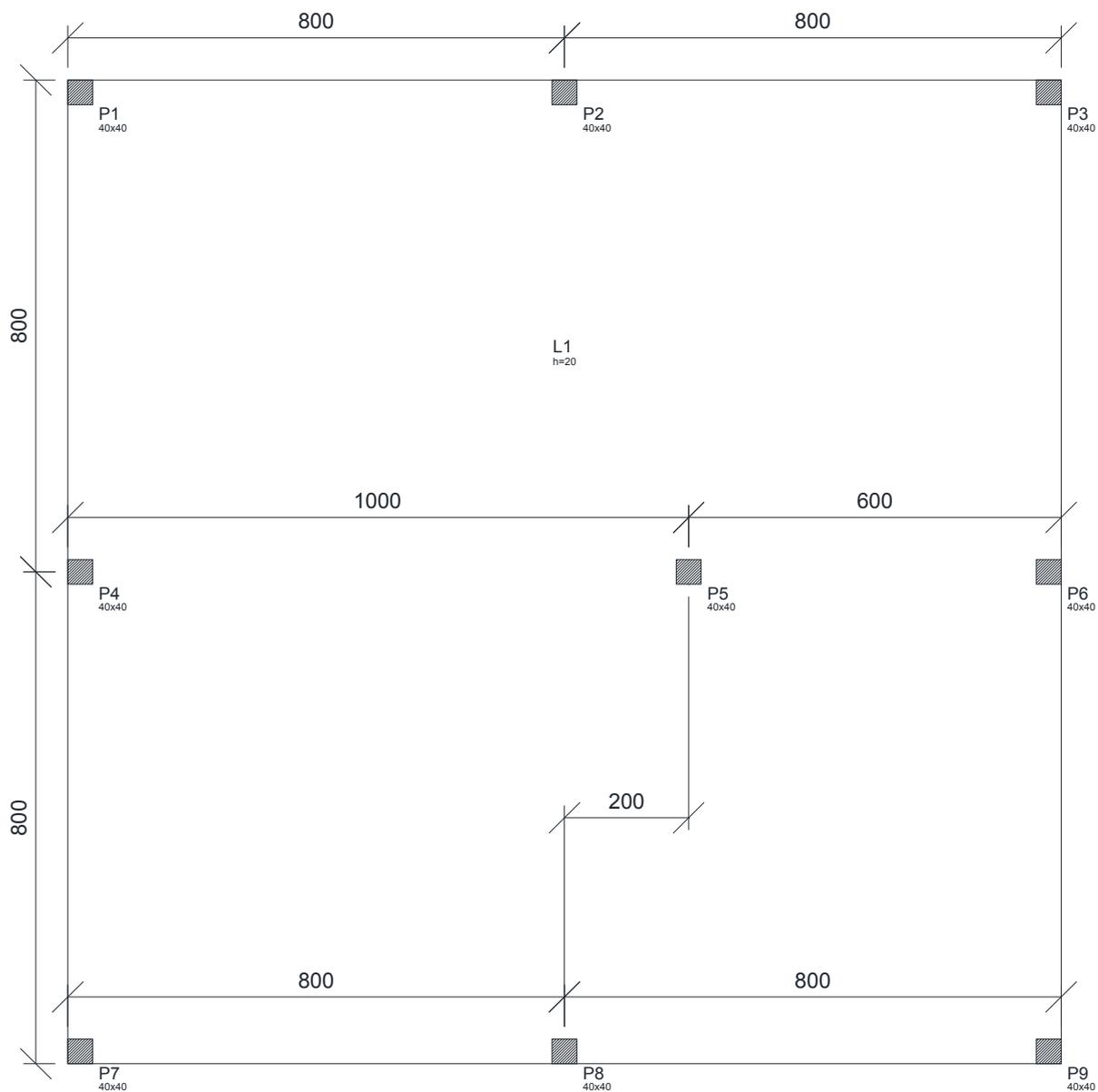
Fonte: Autor

Os valores de Momento positivo no segundo vão das tributárias 1 e 3 aumentaram entre o MPE e os outros dois métodos.

### MODELO 5 – PILARES COM 25% DE DESALINHAMENTO

Neste exemplo será apresentada uma forma com os pilares com 25% de desalinhamento. A Figura 196 representa a forma deste exemplo.

**Figura 196: Forma da laje do modelo 5 para cálculo de esforços**

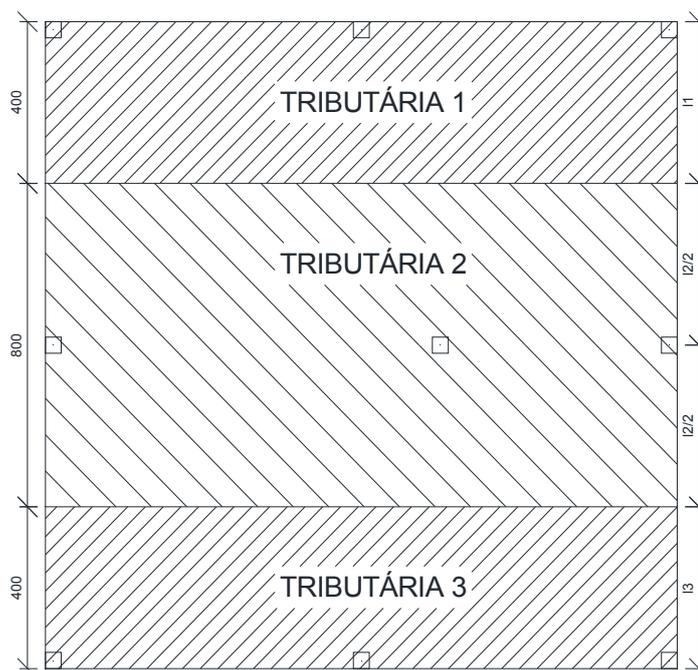


Fonte: Autor

### MODELO 5 UTILIZANDO O MPE

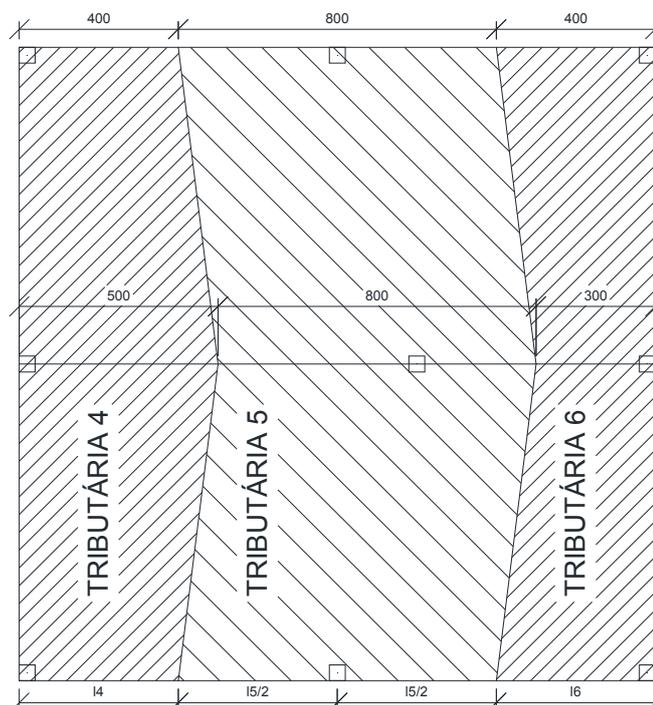
Nas Figuras 197 e 198 são apresentadas as tributárias para o dimensionamento da laje.

**Figura 197: Faixas horizontais para cálculo de esforços do Modelo 5**



Fonte: Autor

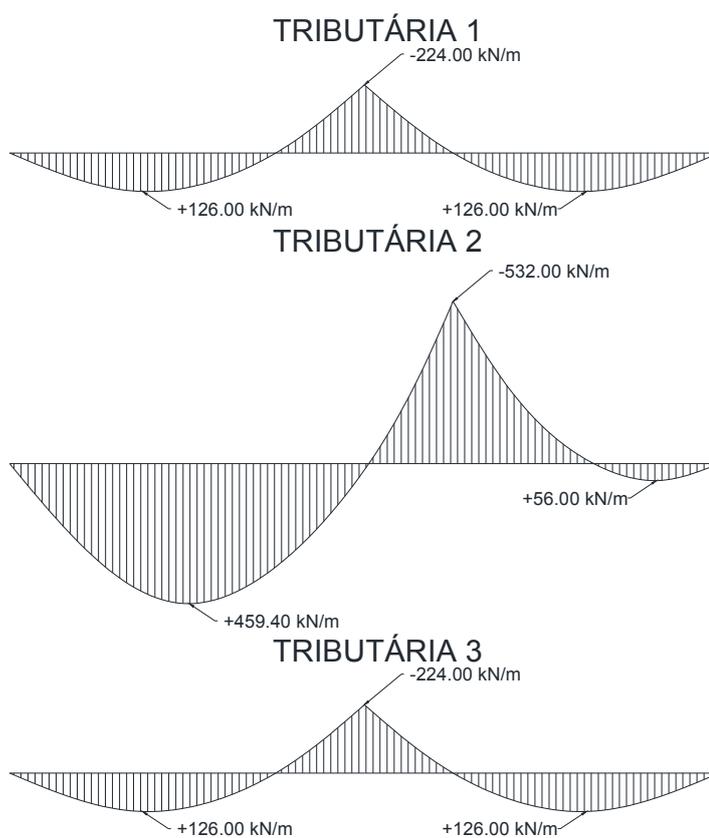
**Figura 198: Faixas verticais para cálculo de esforços do Modelo 5**



Fonte: Autor

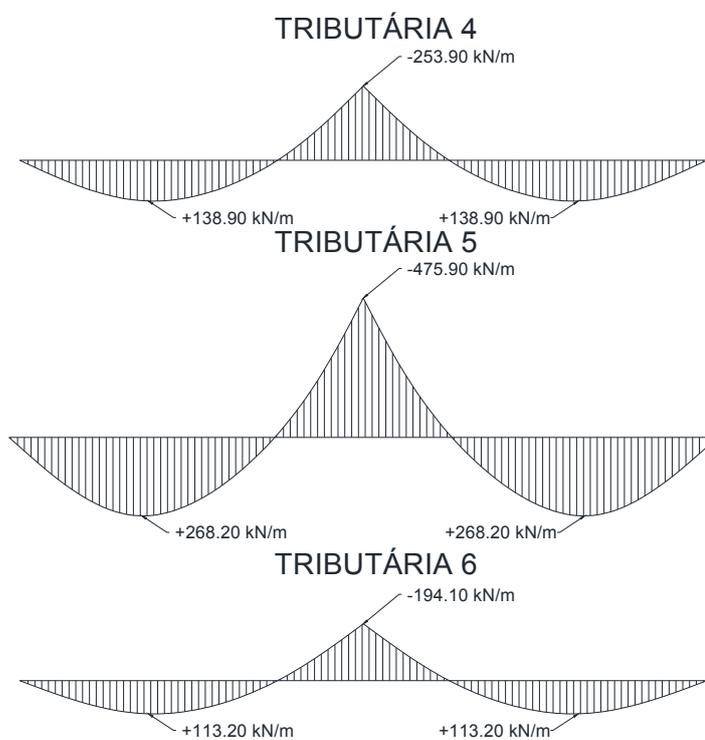
Os esforços máximos de momento nas direções “X” e “Y” das tributárias da laje são descritos nas Figuras 199 e 200, respectivamente.

**Figura 199: Diagrama de momentos máximos em X do modelo 5**



Fonte: Autor

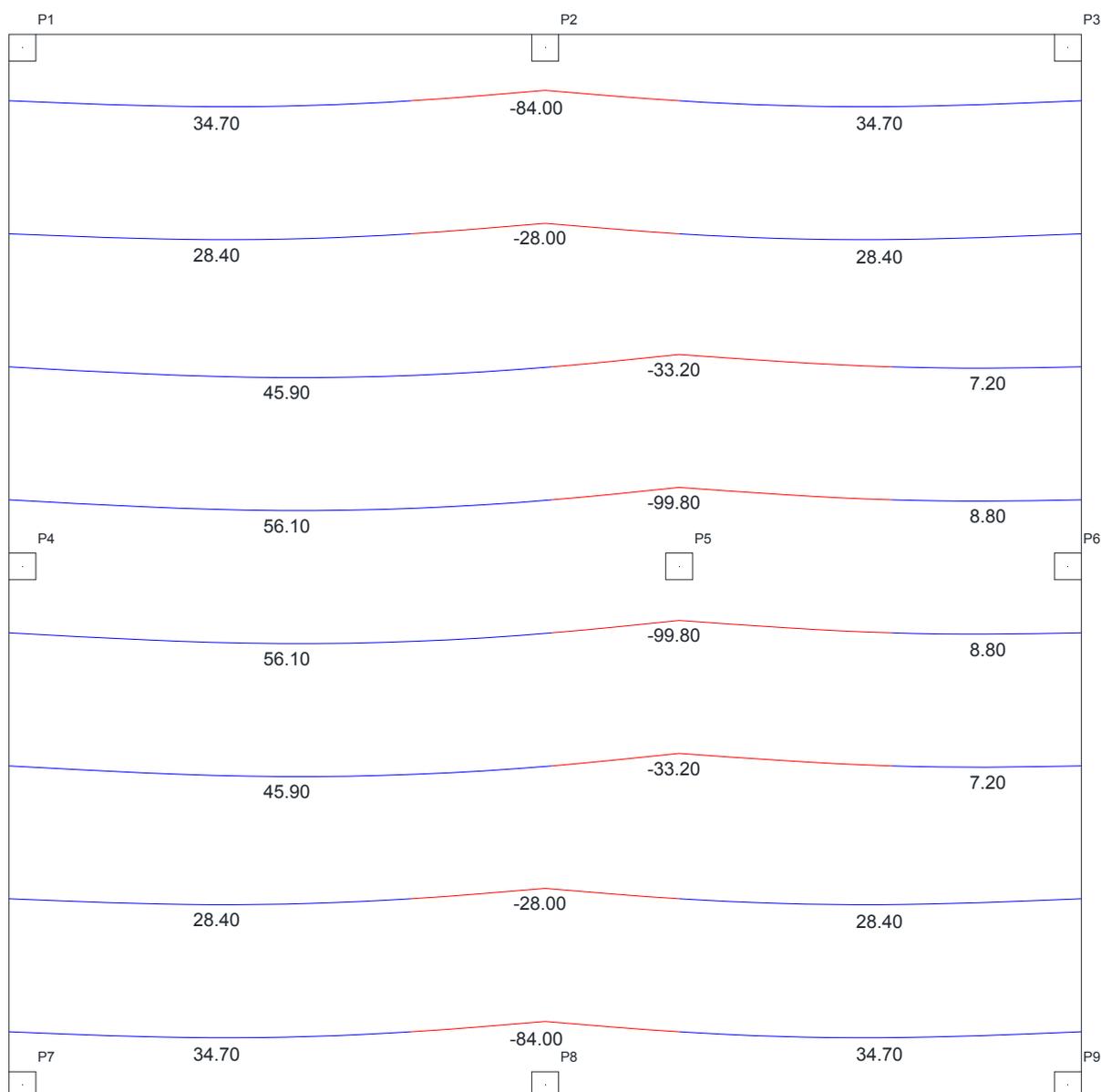
**Figura 200: Diagrama de momentos máximos em Y do modelo 5**



Fonte: Autor

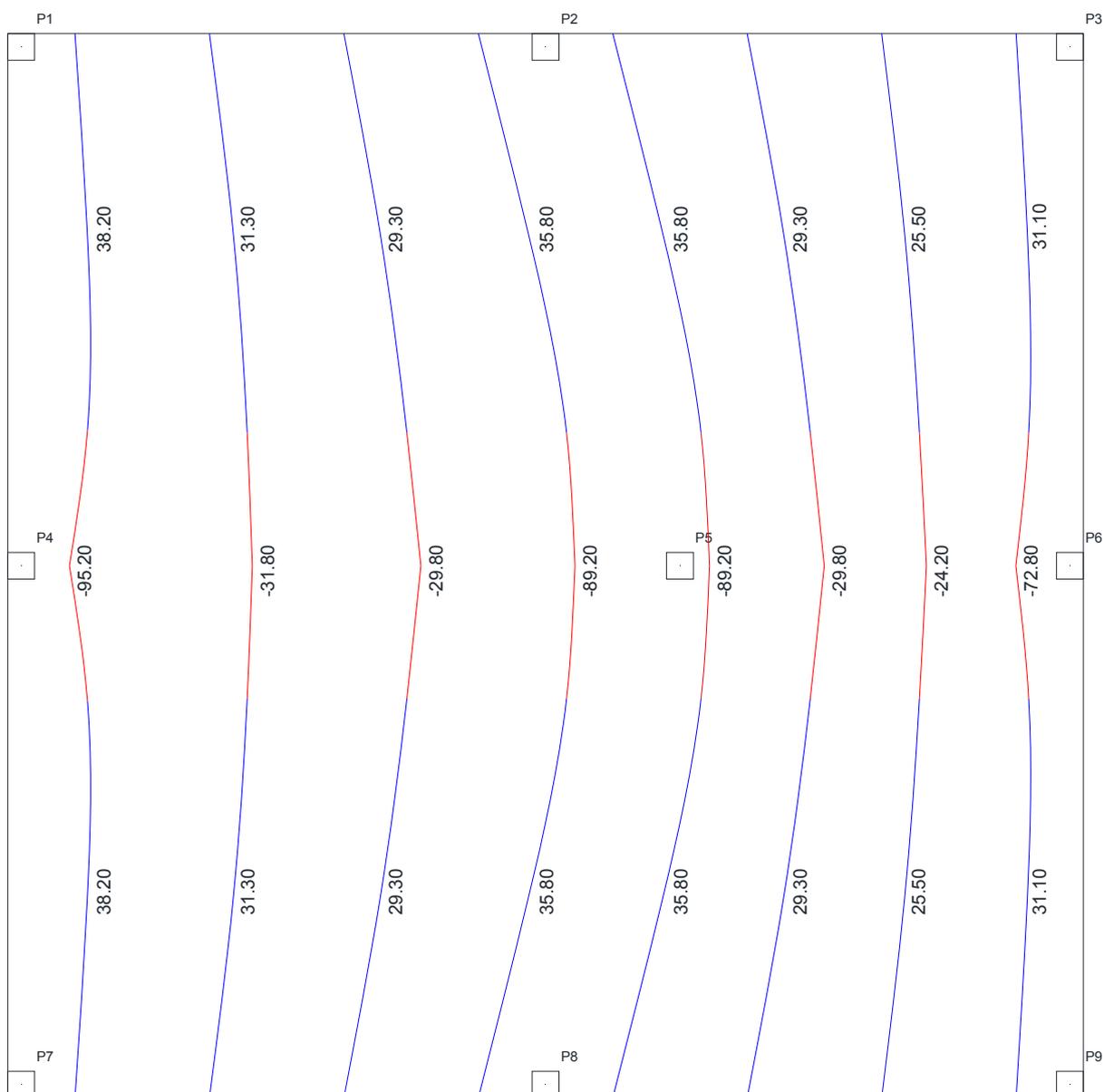
Nota-se que os valores dos dois momentos positivos em Y são iguais. Isso se deve pelo fato de que a laje continua simétrica em uma das direções. Nas Figuras 201 e 202 são apresentados os esforços de momento em X e Y, respectivamente.

**Figura 201: Esforços de momento em X do modelo 5 utilizando o MPE**



Fonte: Autor

**Figura 202: Esforços de momento em Y do modelo 5 utilizando o MPE**



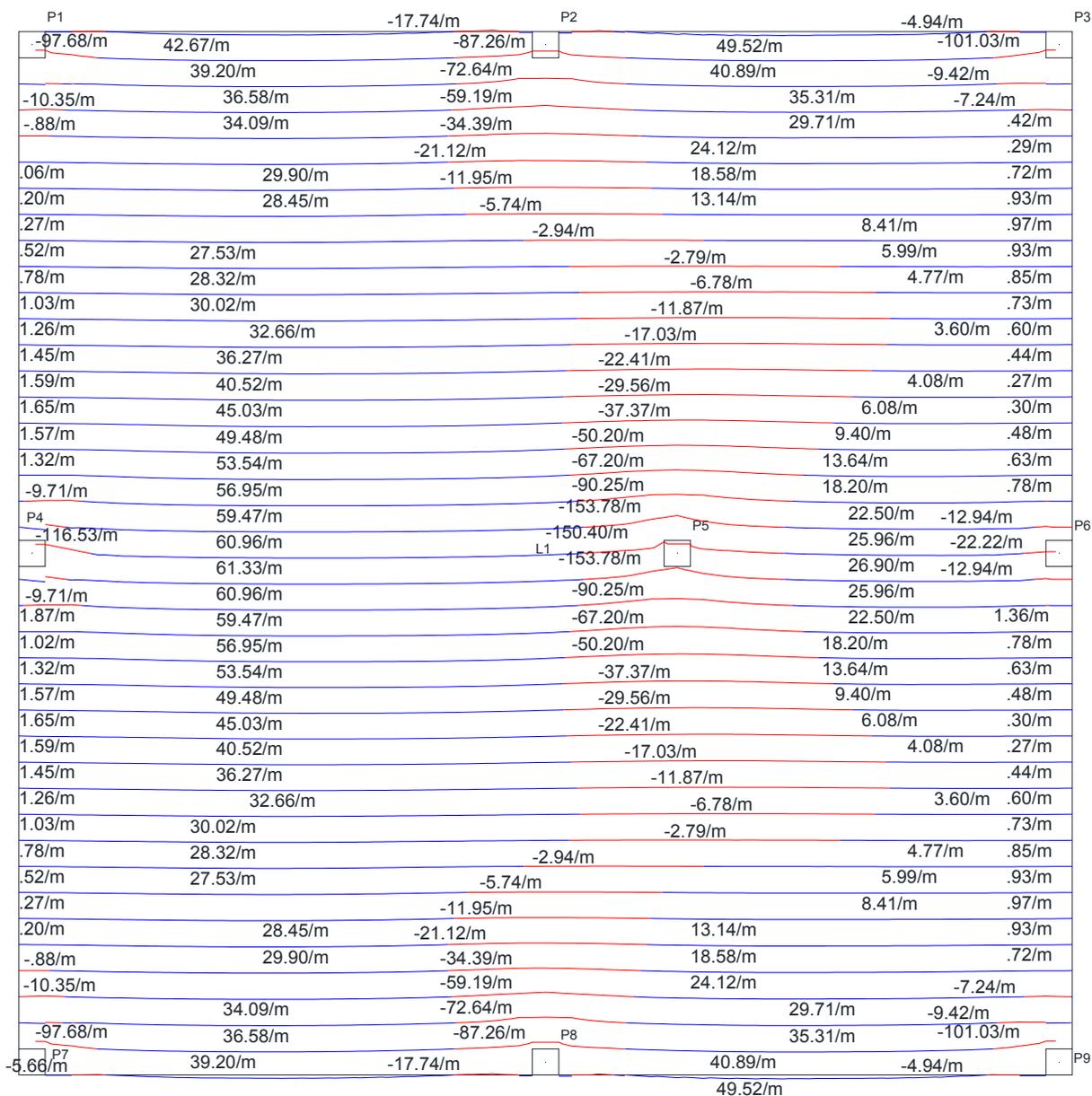
Fonte: Autor

Como a laje é simétrica em uma das direções, os esforços positivos em Y são iguais.

### MODELO 5 UTILIZANDO O MÉTODO DE GRELHAS

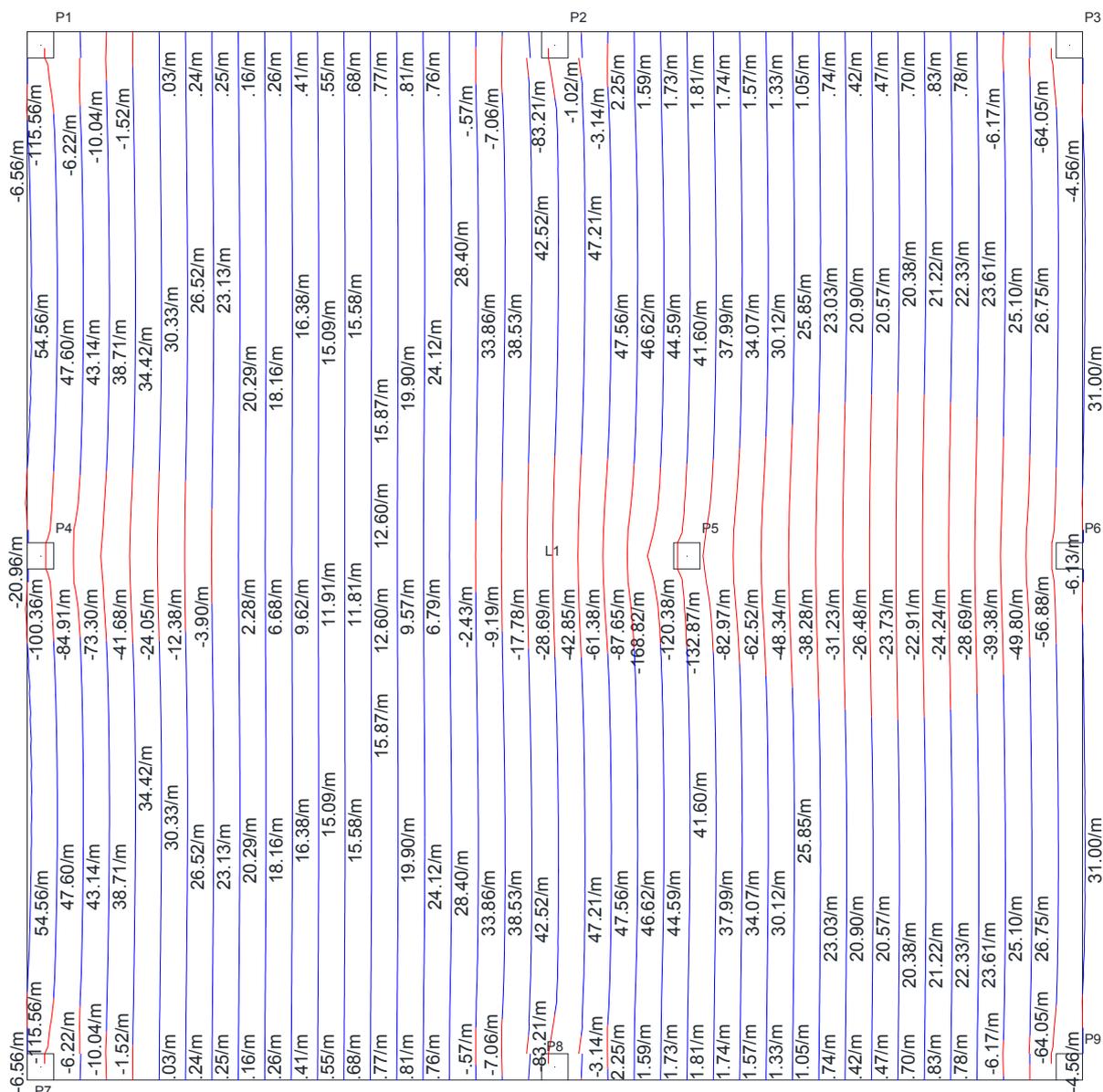
Os esforços de momentos em "X" e "Y" estão apresentados nas Figuras 203 e 204, respectivamente.

Figura 203: Esforços de momento em X do modelo 5 utilizando o método de grelhas



Fonte: Autor

Figura 204: Esforços de momento em Y do modelo 5 utilizando o método de grelhas

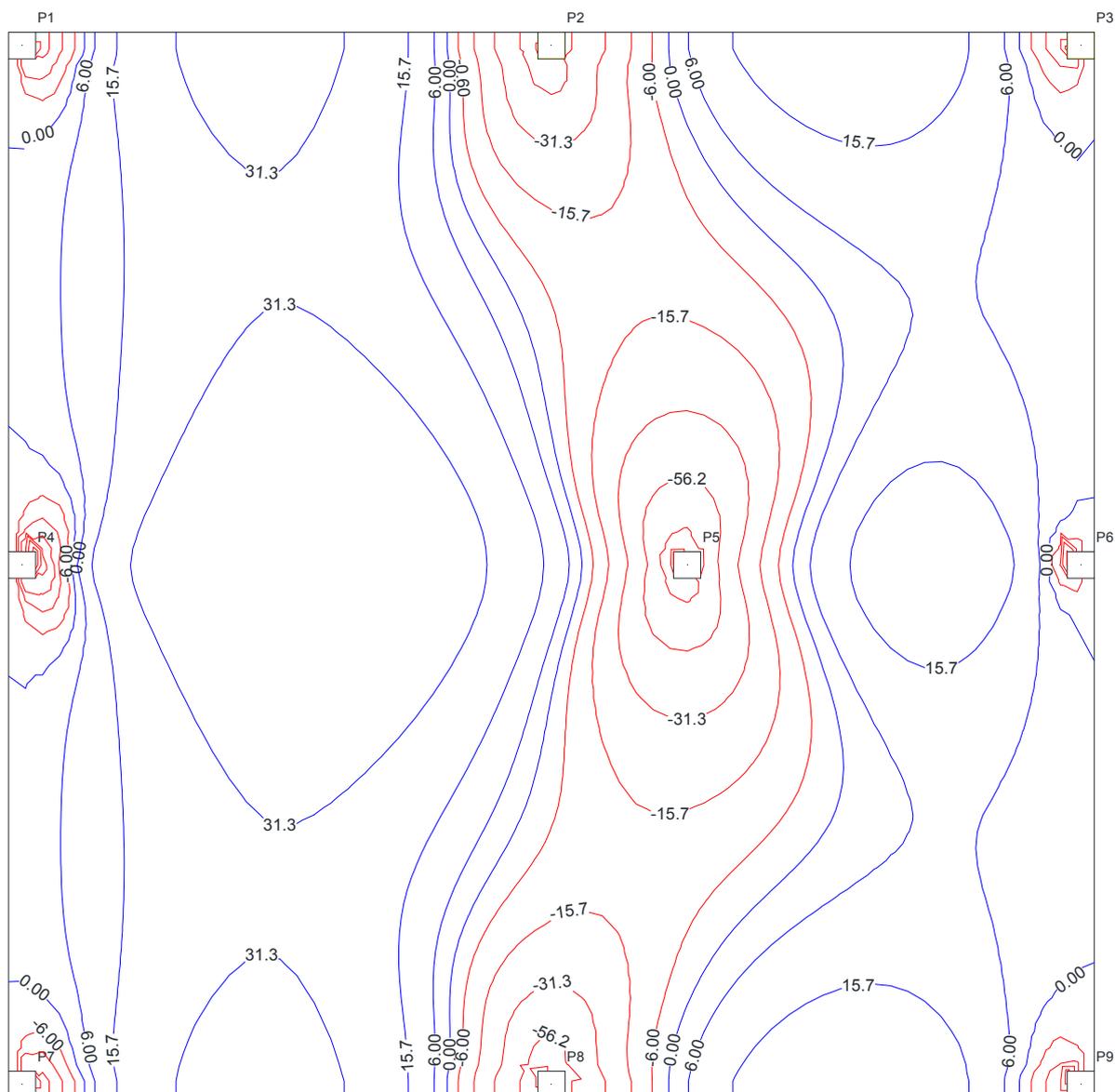


Fonte: Autor

## MODELO 5 UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

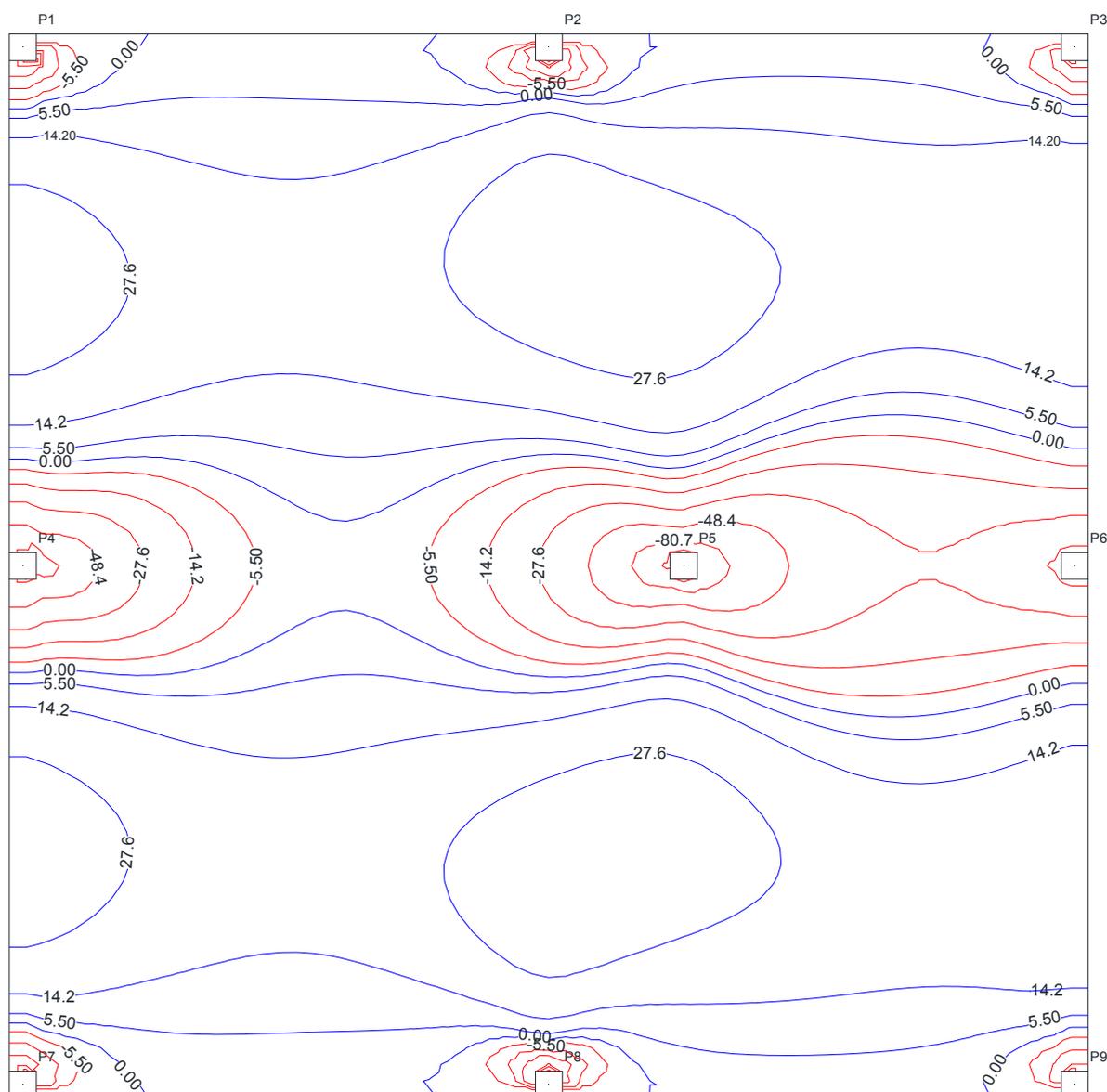
Os esforços obtidos através do *Software* CypeCAD em “X” e “Y” estão apresentados nas Figuras 205 e 206, respectivamente.

Figura 205: Esforços de momento em X do modelo 5 utilizando o MEF



Fonte: Autor

**Figura 206: Esforços de momento em Y do modelo 5 utilizando o MEF**



Fonte: Autor

### COMPARAÇÃO DE ESFORÇOS DO MODELO 5

Na Tabela 25 são apresentados os esforços de momento máximos e mínimos em cada faixa de tributária para cada um dos métodos de cálculo trabalhados. Os esforços de grelha apresentados foram uma média feita pelos valores contidos em cada faixa, e os esforços no MEF foram colocados baseados no ponto central de cada faixa.

**Tabela 25: Comparação de esforços no Modelo 5 entre o MPE, Grelhas e MEF**

Modelo 5							
Tributárias	Modelos	1° Vão		Apoio Central		2° Vão	
		Faixa Externa	Faixa Interna	Faixa Externa	Faixa Interna	Faixa Externa	Faixa Interna
1	MPE	34,70	28,40	-84,00	-28,00	34,70	28,40
	Grelhas	35,75	28,68	-54,92	-8,45	33,02	9,18
	MEF	34,10	28,40	-47,50	-14,40	20,00	6,30
Diferença %	MPE x Grelhas	3,0%	1,0%	34,6%	69,8%	5,1%	209,3%
	MPE x MEF	1,8%	0,0%	43,5%	48,6%	73,5%	350,8%
	Grelhas x MEF	4,8%	1,0%	13,5%	41,3%	65,1%	45,8%
2	MPE	56,10	45,90	-99,80	-33,20	8,80	7,20
	Grelhas	56,95	39,00	-87,18	-20,73	19,43	5,21
	MEF	46,80	35,30	-66,00	-19,40	17,50	3,90
Diferença %	MPE x Grelhas	1,5%	17,7%	12,6%	37,6%	120,8%	38,2%
	MPE x MEF	19,9%	30,0%	33,9%	41,6%	98,9%	84,6%
	Grelhas x MEF	21,7%	10,5%	24,3%	6,4%	11,0%	33,5%
3	MPE	34,70	28,40	-84,00	-28,00	34,70	28,40
	Grelhas	35,75	28,68	-54,92	-8,45	33,02	9,18
	MEF	34,10	28,40	-47,50	-14,40	20,00	6,30
Diferença %	MPE x Grelhas	3,0%	1,0%	34,6%	69,8%	5,1%	209,3%
	MPE x MEF	1,8%	0,0%	43,5%	48,6%	73,5%	350,8%
	Grelhas x MEF	4,8%	1,0%	13,5%	41,3%	65,1%	45,8%
4	MPE	38,20	31,30	-95,20	-31,80	38,20	31,30
	Grelhas	41,45	19,93	-56,13	3,63	41,45	19,93
	MEF	30,50	20,50	-50,50	-4,80	30,50	20,50
Diferença %	MPE x Grelhas	8,5%	57,0%	41,0%	111,4%	8,5%	57,0%
	MPE x MEF	25,2%	52,7%	47,0%	84,9%	25,2%	52,7%
	Grelhas x MEF	35,9%	2,8%	10,0%	175,6%	35,9%	2,8%
5	MPE	35,80	29,30	-89,20	-29,80	35,80	29,30
	Grelhas	41,25	25,33	-77,65	-13,56	41,25	25,33
	MEF	34,50	24,70	-65,70	-21,10	34,50	24,70
Diferença %	MPE x Grelhas	15,2%	15,7%	12,9%	54,5%	15,2%	15,7%
	MPE x MEF	3,8%	18,6%	26,3%	29,2%	3,8%	18,6%
	Grelhas x MEF	19,6%	2,5%	15,4%	35,7%	19,6%	2,5%
6	MPE	31,10	25,50	-72,80	-24,20	31,10	25,50
	Grelhas	26,28	21,08	-43,78	-25,00	26,28	21,08
	MEF	22,70	20,20	-44,60	-28,10	22,70	20,20
Diferença %	MPE x Grelhas	18,3%	21,0%	39,9%	3,2%	18,3%	21,0%
	MPE x MEF	37,0%	26,2%	38,7%	13,9%	37,0%	26,2%
	Grelhas x MEF	15,8%	4,4%	1,8%	11,0%	15,8%	4,4%

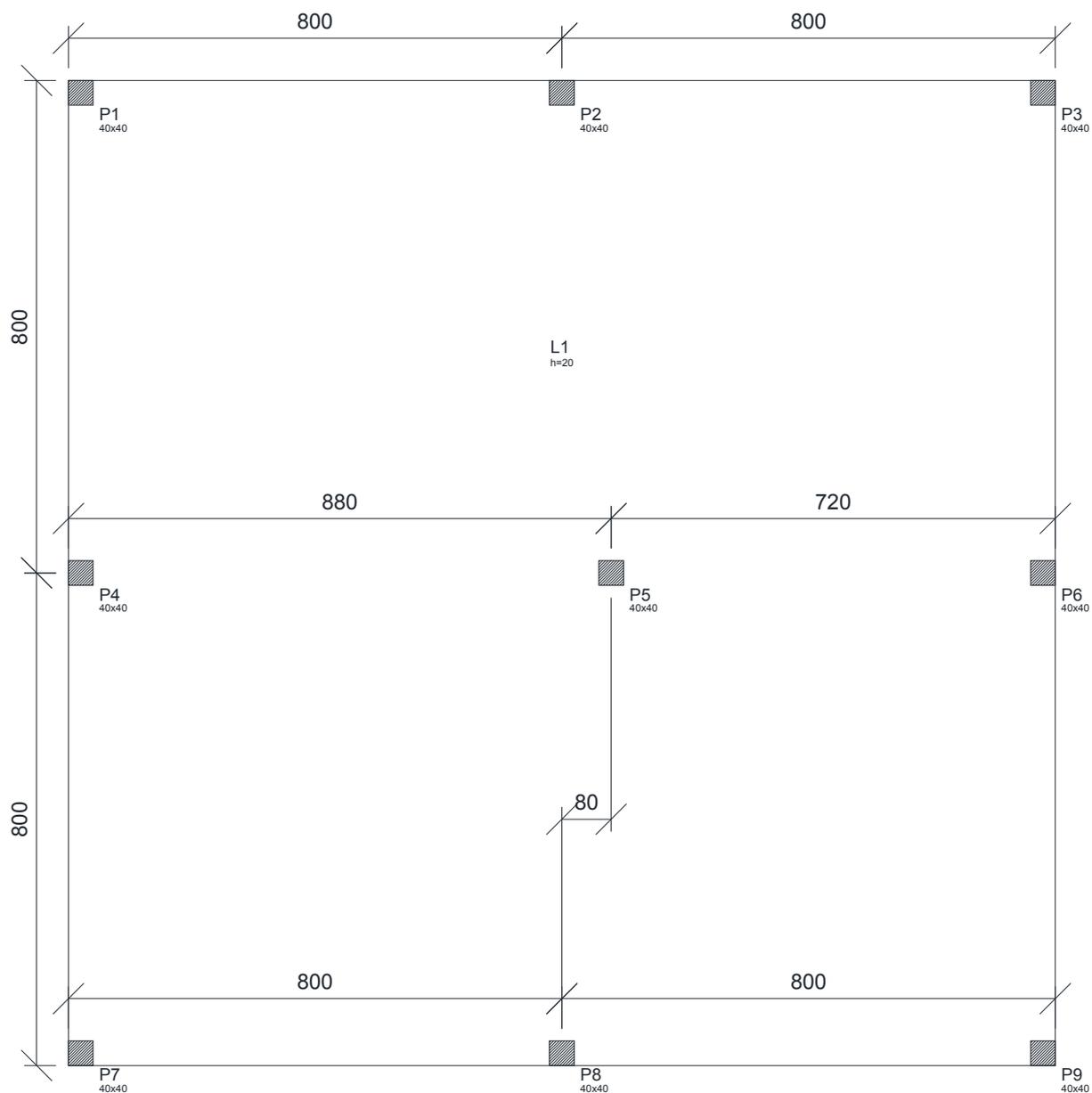
Fonte: Autor

Os valores de Momento positivo no segundo vão das tributárias 1, 2 e 3 aumentaram entre o MPE e os outros dois métodos.

### MODELO 6 – PILARES COM 30% DE DESALINHAMENTO

Neste exemplo será apresentada uma forma com os pilares com 30% de desalinhamento. A Figura 207 representa a forma deste exemplo.

**Figura 207: Forma da laje do modelo 6 para cálculo de esforços**

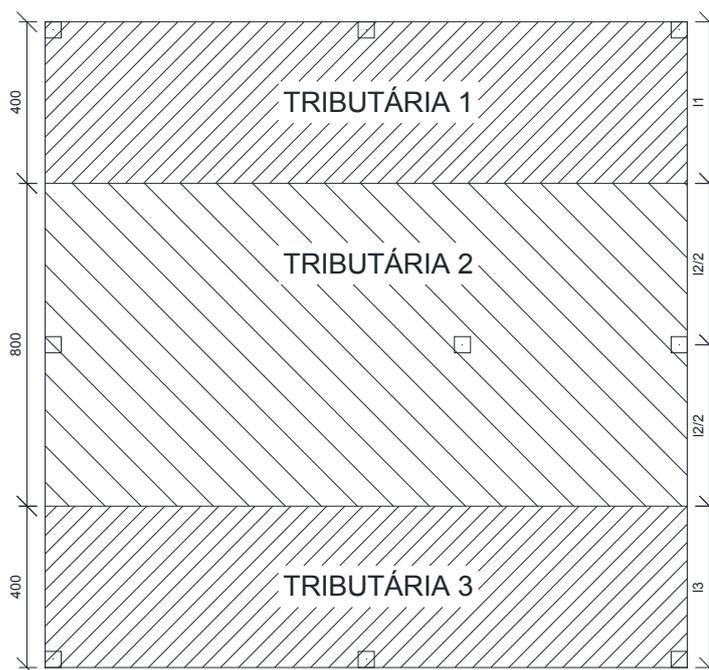


Fonte: Autor

### MODELO 6 UTILIZANDO O MPE

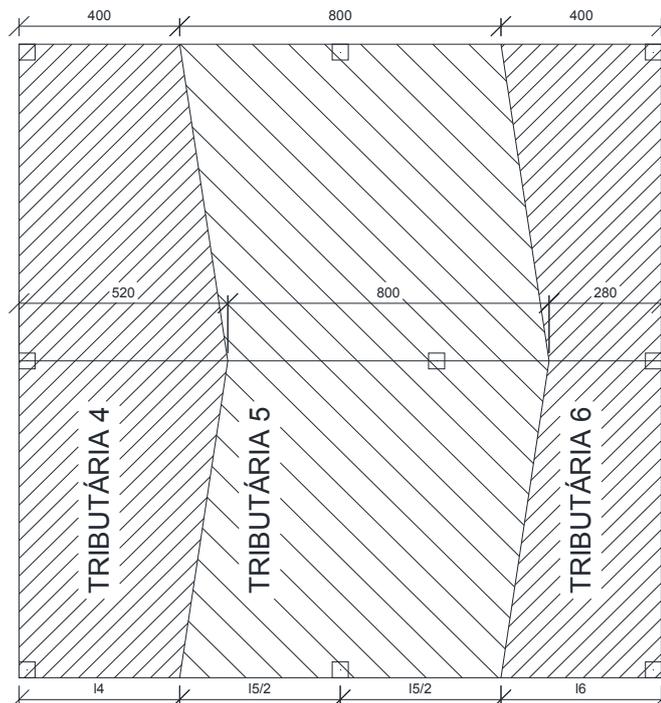
Nas Figuras 208 e 209 são apresentadas as tributárias para o dimensionamento da laje.

**Figura 208: Faixas horizontais para cálculo de esforços do Modelo 6**



Fonte: Autor

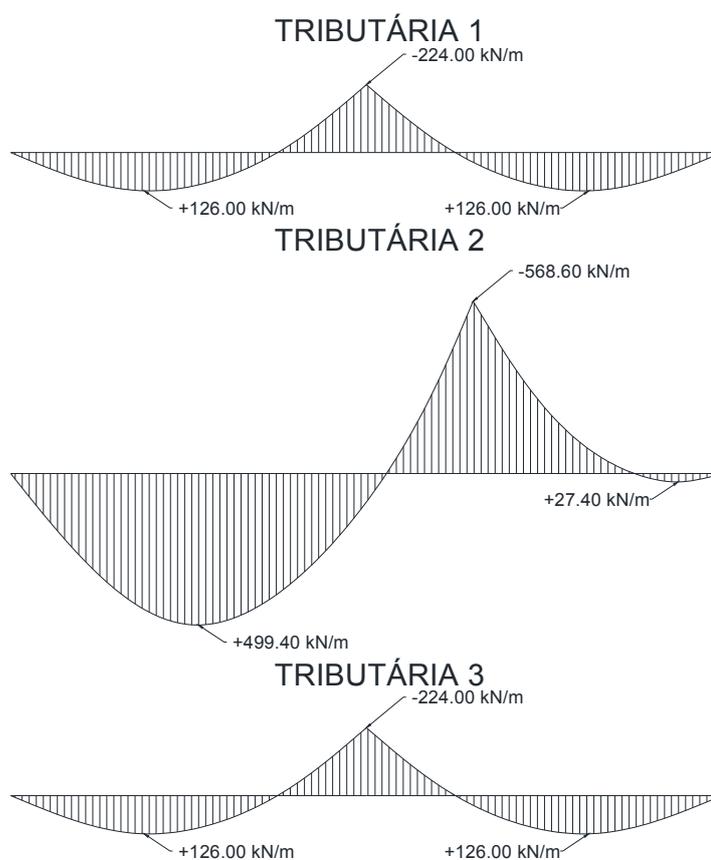
**Figura 209: Faixas verticais para cálculo de esforços do Modelo 6**



Fonte: Autor

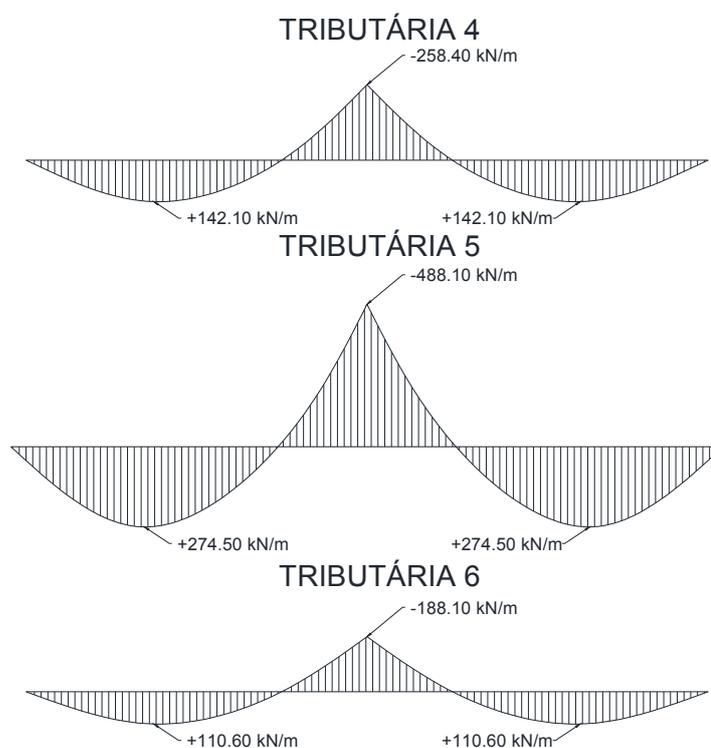
Os esforços máximos de momento nas direções “X” e “Y” das tributárias da laje são descritos nas Figuras 210 e 211, respectivamente.

**Figura 210: Diagrama de momentos máximos em X do modelo 6**



Fonte: Autor

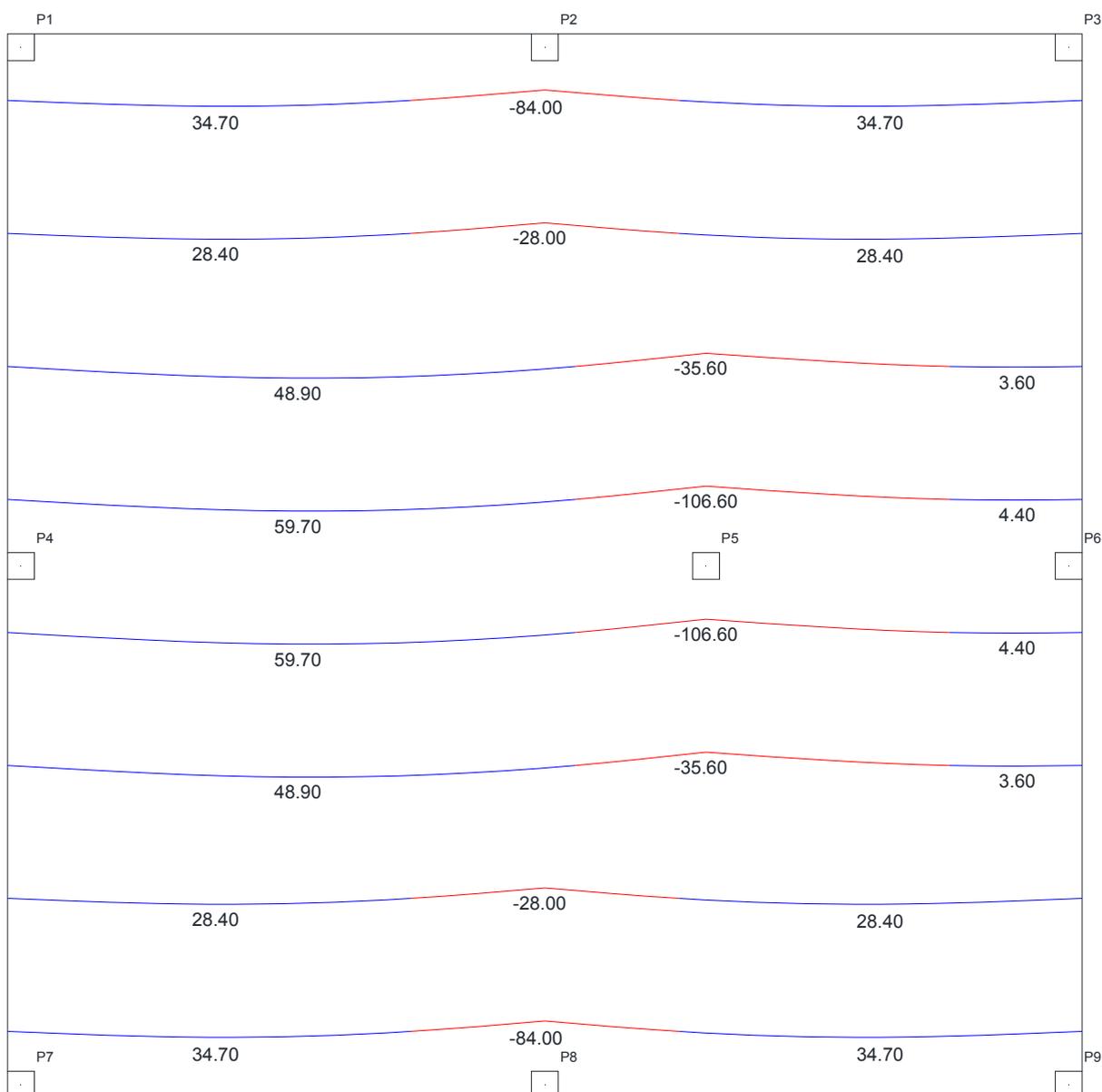
**Figura 211: Diagrama de momentos máximos em Y do modelo 6**



Fonte: Autor

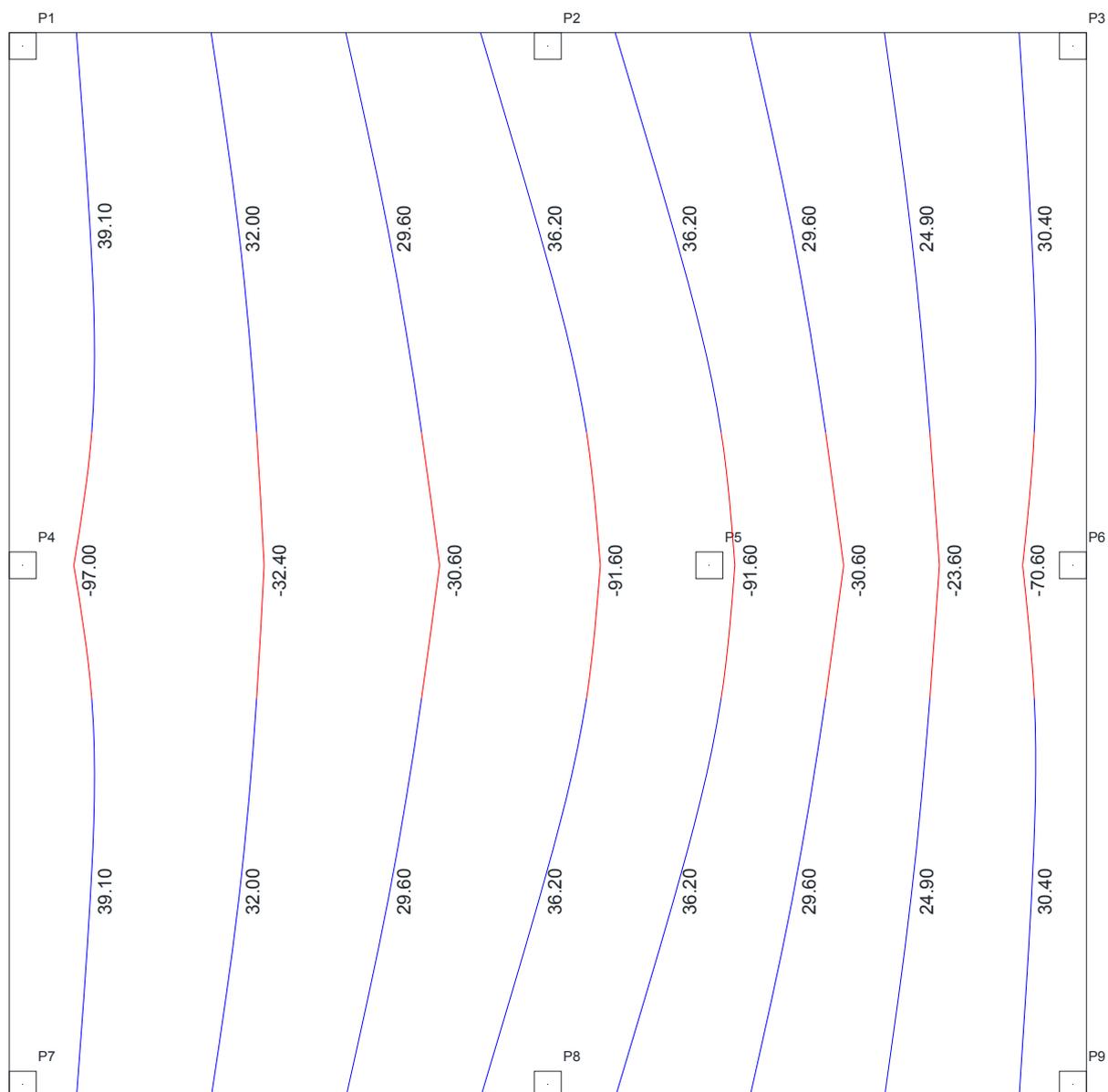
Nota-se que os valores dos dois momentos positivos em Y são iguais. Isso se deve pelo fato de que a laje continua simétrica em uma das direções. Nas Figuras 212 e 213 são apresentados os esforços de momento em X e Y, respectivamente.

**Figura 212: Esforços de momento em X do modelo 6 utilizando o MPE**



Fonte: Autor

**Figura 213: Esforços de momento em Y do modelo 6 utilizando o MPE**



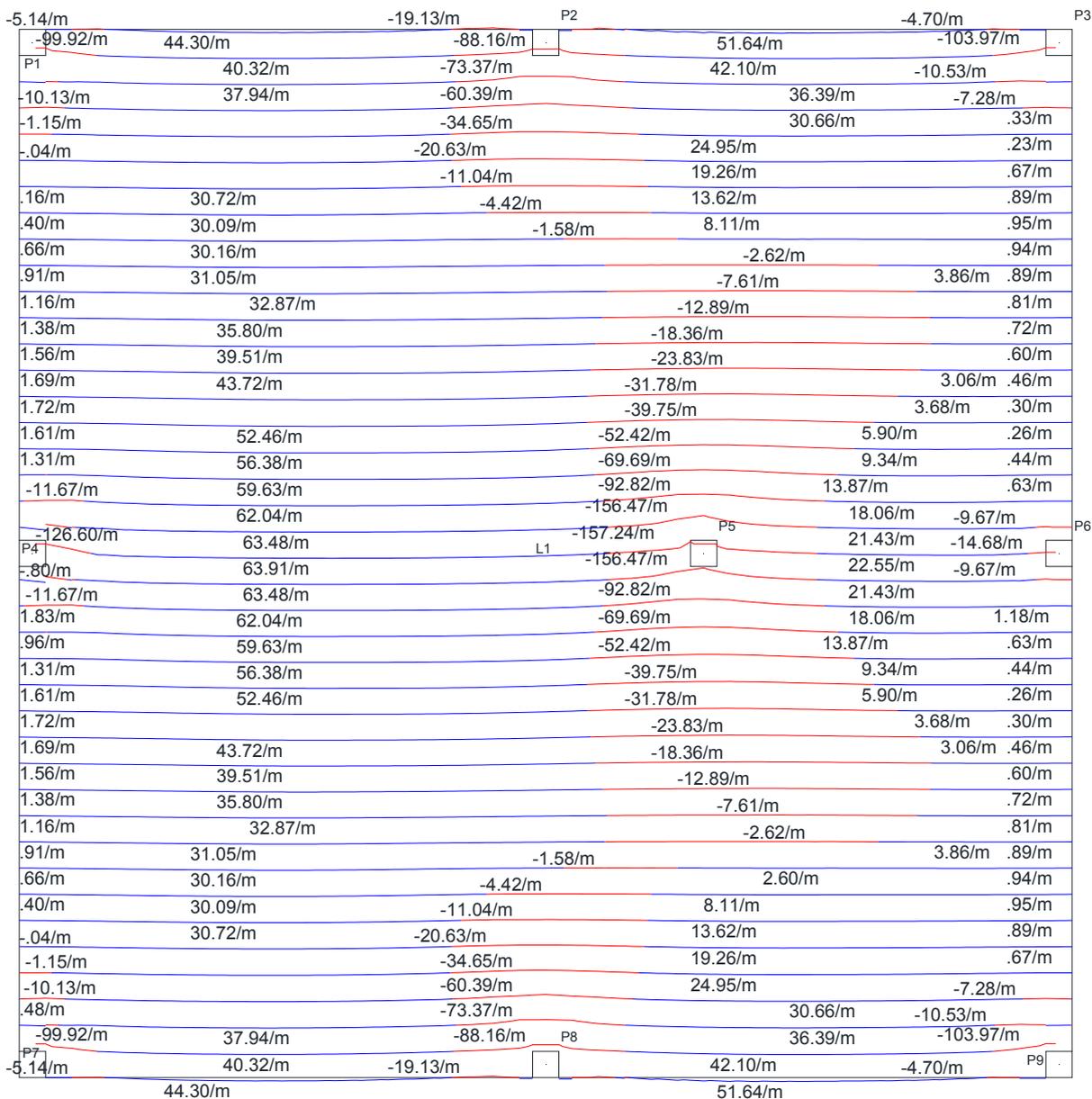
Fonte: Autor

Como a laje é simétrica em uma das direções, os esforços positivos em Y são iguais.

### **MODELO 6 UTILIZANDO O MÉTODO DE GRELHAS**

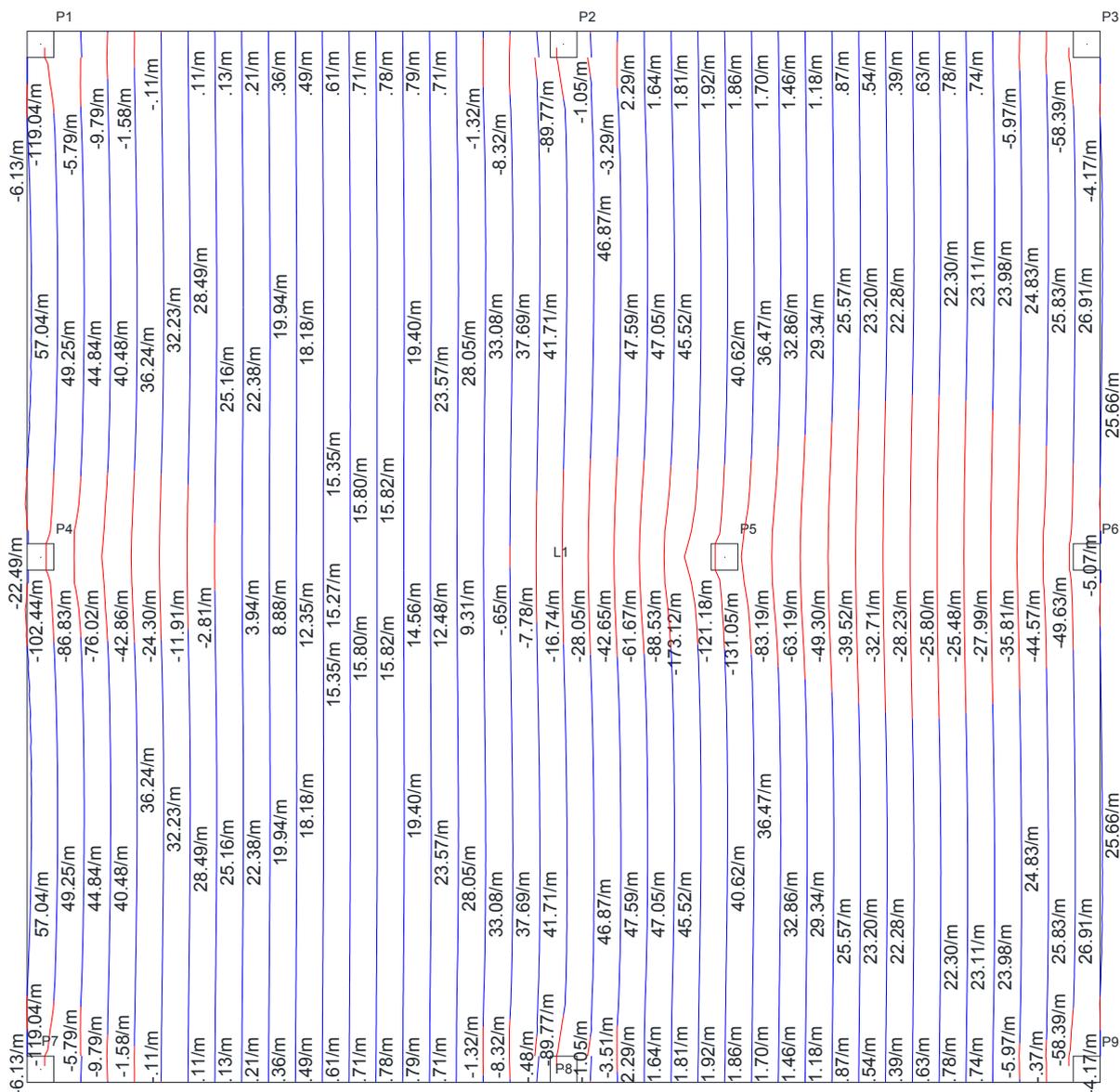
Os esforços de momentos em “X” e “Y” estão apresentados nas Figuras 214 e 215, respectivamente.

Figura 214: Esforços de momento em X do modelo 6 utilizando o método de grelhas



Fonte: Autor

Figura 215: Esforços de momento em Y do modelo 6 utilizando o método de grelhas

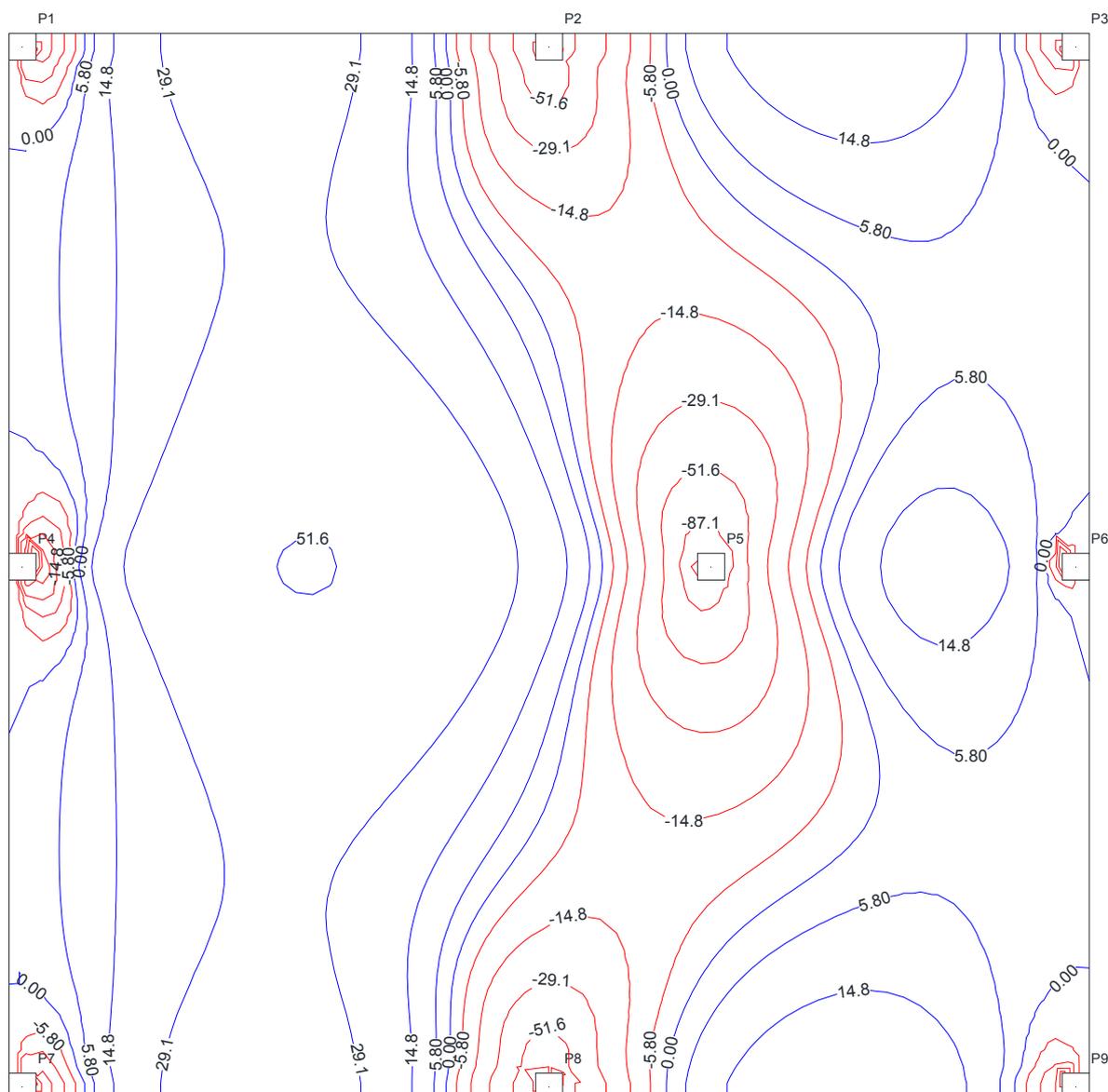


Fonte: Autor

## MODELO 6 UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

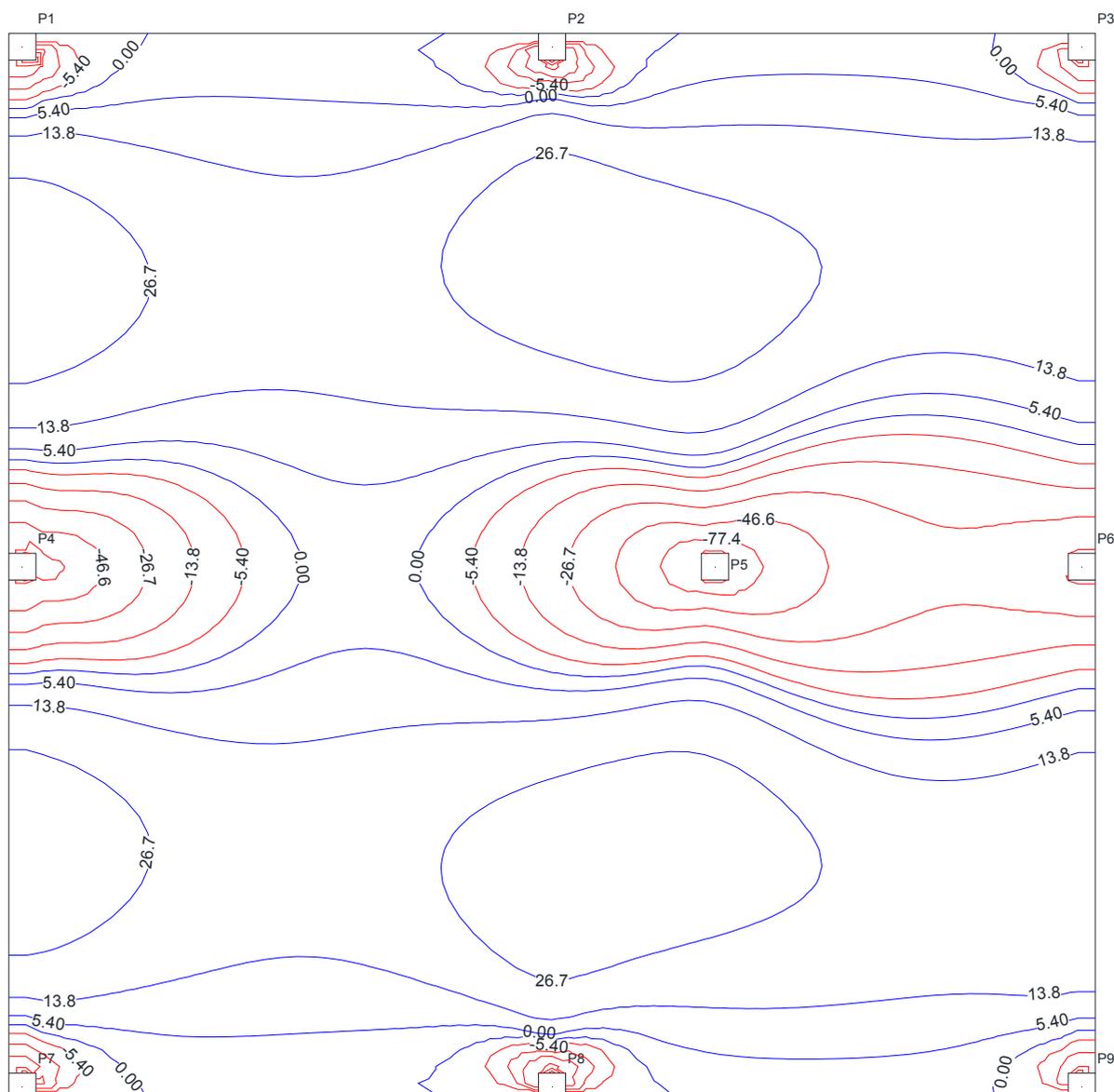
Os esforços obtidos através do *Software* CypeCAD em “X” e “Y” estão apresentados nas Figuras 216 e 217, respectivamente.

Figura 216: Esforços de momento em X do modelo 6 utilizando o MEF



Fonte: Autor

**Figura 217: Esforços de momento em Y do modelo 6 utilizando o MEF**



Fonte: Autor

### COMPARAÇÃO DE ESFORÇOS DO MODELO 6

Na Tabela 26 são apresentados os esforços de momento máximos e mínimos em cada faixa de tributária para cada um dos métodos de cálculo trabalhados. Os esforços de grelha apresentados foram uma média feita pelos valores contidos em cada faixa, e os esforços no MEF foram colocados baseados no ponto central de cada faixa.

**Tabela 26: Comparação de esforços no Modelo 6 entre o MPE, Grelhas e MEF**

Modelo 6							
Tributárias	Modelos	1° Vão		Apoio Central		2° Vão	
		Faixa Externa	Faixa Interna	Faixa Externa	Faixa Interna	Faixa Externa	Faixa Interna
1	MPE	34,70	28,40	-84,00	-28,00	34,70	28,40
	Grelhas	37,57	31,55	-55,46	-7,97	34,18	8,50
	MEF	35,50	30,20	-47,90	-12,80	19,30	4,90
Diferença %	MPE x Grelhas	8,3%	11,1%	34,0%	71,5%	1,5%	234,1%
	MPE x MEF	2,3%	6,3%	43,0%	54,3%	79,8%	479,6%
	Grelhas x MEF	5,8%	4,5%	13,6%	37,8%	77,1%	73,5%
2	MPE	59,70	48,90	-106,60	-35,60	4,40	3,60
	Grelhas	59,65	42,08	-94,73	-22,38	15,20	3,87
	MEF	48,55	36,90	-63,10	-20,60	11,50	-1,10
Diferença %	MPE x Grelhas	0,1%	16,2%	11,1%	37,1%	245,5%	7,4%
	MPE x MEF	23,0%	32,5%	40,8%	42,1%	161,4%	427,3%
	Grelhas x MEF	22,9%	14,0%	33,4%	8,0%	32,2%	451,5%
3	MPE	34,70	28,40	-84,00	-28,00	34,70	28,40
	Grelhas	37,57	31,55	-55,46	-7,97	34,18	8,50
	MEF	35,50	30,20	-47,90	-12,80	19,30	4,90
Diferença %	MPE x Grelhas	8,3%	11,1%	34,0%	71,5%	1,5%	234,1%
	MPE x MEF	2,3%	6,3%	43,0%	54,3%	79,8%	479,6%
	Grelhas x MEF	5,8%	4,5%	13,6%	37,8%	77,1%	73,5%
4	MPE	39,10	32,00	-97,00	-32,40	39,10	32,00
	Grelhas	41,20	21,73	-57,38	7,01	41,20	21,73
	MEF	31,40	20,60	-52,00	-1,60	31,40	20,60
Diferença %	MPE x Grelhas	5,4%	47,3%	40,8%	121,6%	5,4%	47,3%
	MPE x MEF	24,5%	55,3%	46,4%	95,1%	24,5%	55,3%
	Grelhas x MEF	31,2%	5,5%	9,4%	538,3%	31,2%	5,5%
5	MPE	36,20	29,60	-91,60	-30,60	36,20	29,60
	Grelhas	42,00	26,80	-78,07	-9,08	42,00	26,80
	MEF	34,30	25,00	-65,90	-21,00	34,30	25,00
Diferença %	MPE x Grelhas	16,0%	10,4%	14,8%	70,3%	16,0%	10,4%
	MPE x MEF	5,5%	18,4%	28,1%	31,4%	5,5%	18,4%
	Grelhas x MEF	22,4%	7,2%	15,6%	56,8%	22,4%	7,2%
6	MPE	30,40	24,90	-70,60	-23,60	30,40	24,90
	Grelhas	25,05	22,64	-43,33	-26,88	25,05	22,64
	MEF	22,80	20,90	-41,00	-29,80	22,80	20,90
Diferença %	MPE x Grelhas	21,4%	10,0%	38,6%	12,2%	21,4%	10,0%
	MPE x MEF	33,3%	19,1%	41,9%	20,8%	33,3%	19,1%
	Grelhas x MEF	9,9%	8,3%	5,4%	9,8%	9,9%	8,3%

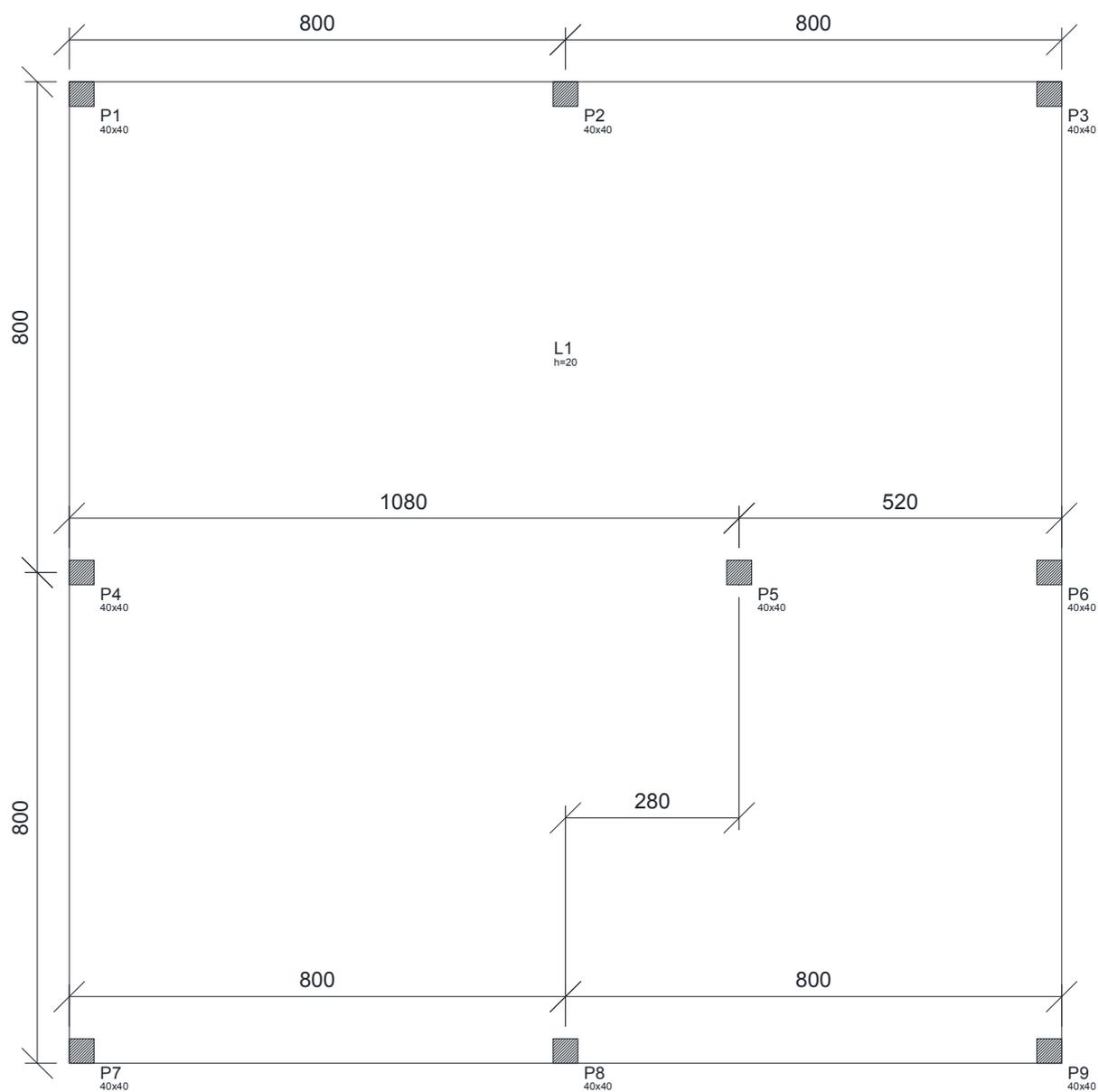
Fonte: Autor

Os valores de Momento positivo no segundo vão das tributárias 1, 2 e 3 aumentaram entre o MPE e os outros dois métodos.

## MODELO 7 – PILARES COM 35% DE DESALINHAMENTO

Neste exemplo será apresentada uma forma com os pilares com 35% de desalinhamento. A Figura 218 representa a forma deste exemplo.

**Figura 218: Forma da laje do modelo 7 para cálculo de esforços**

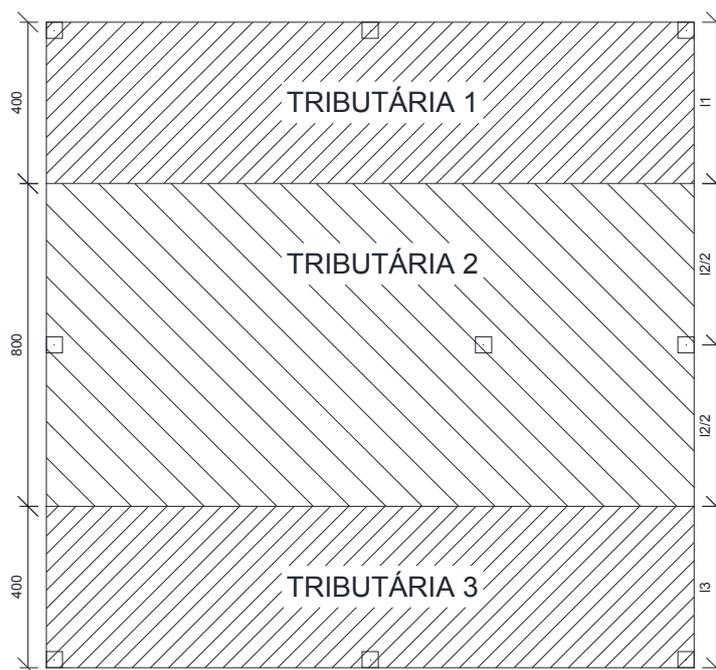


Fonte: Autor

## MODELO7 UTILIZANDO O MPE

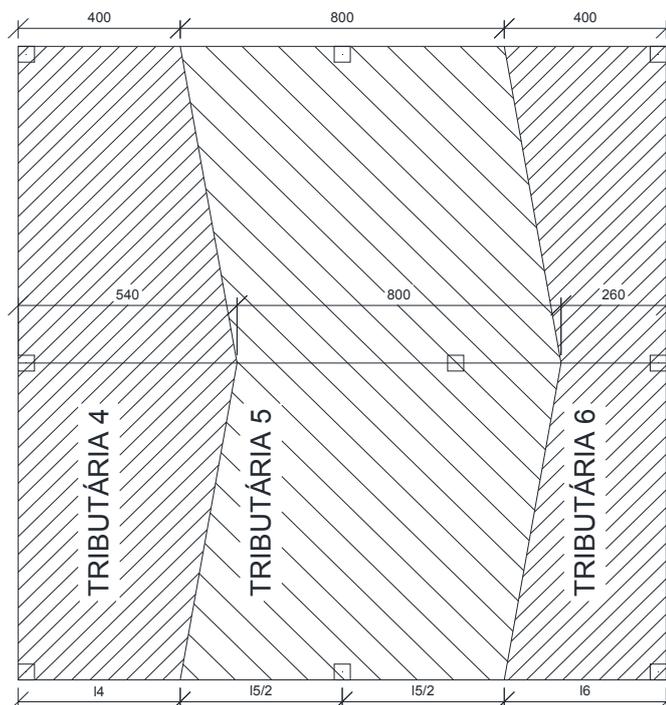
Nas Figuras 219 e 220 são apresentadas as tributárias para o dimensionamento da laje.

**Figura 219: Faixas horizontais para cálculo de esforços do Modelo 7**



Fonte: Autor

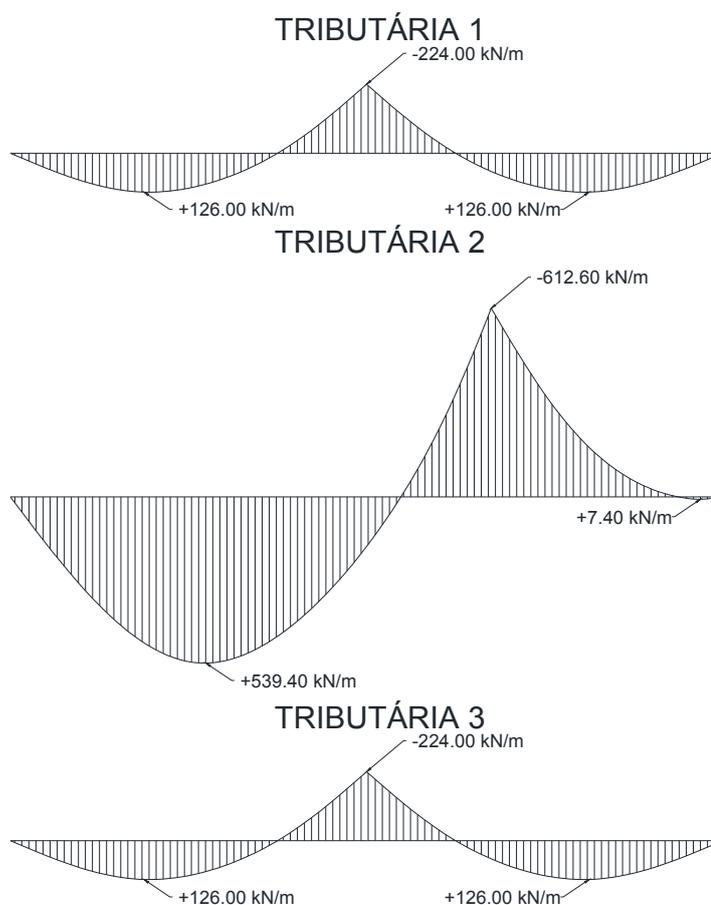
**Figura 220: Faixas verticais para cálculo de esforços do Modelo 7**



Fonte: Autor

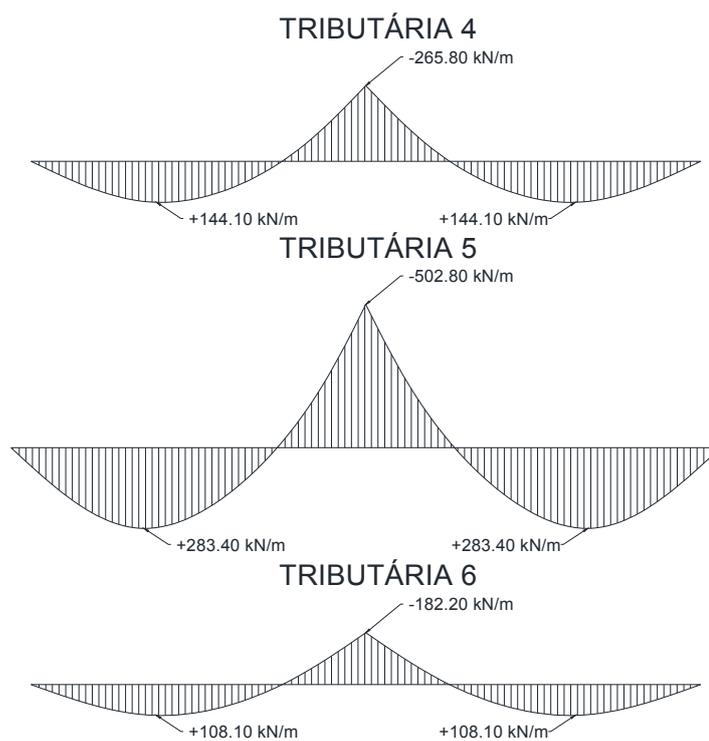
Os esforços máximos de momento nas direções “X” e “Y” das tributárias da laje são descritos nas Figuras 221 e 222, respectivamente.

**Figura 221: Diagrama de momentos máximos em X do modelo 7**



Fonte: Autor

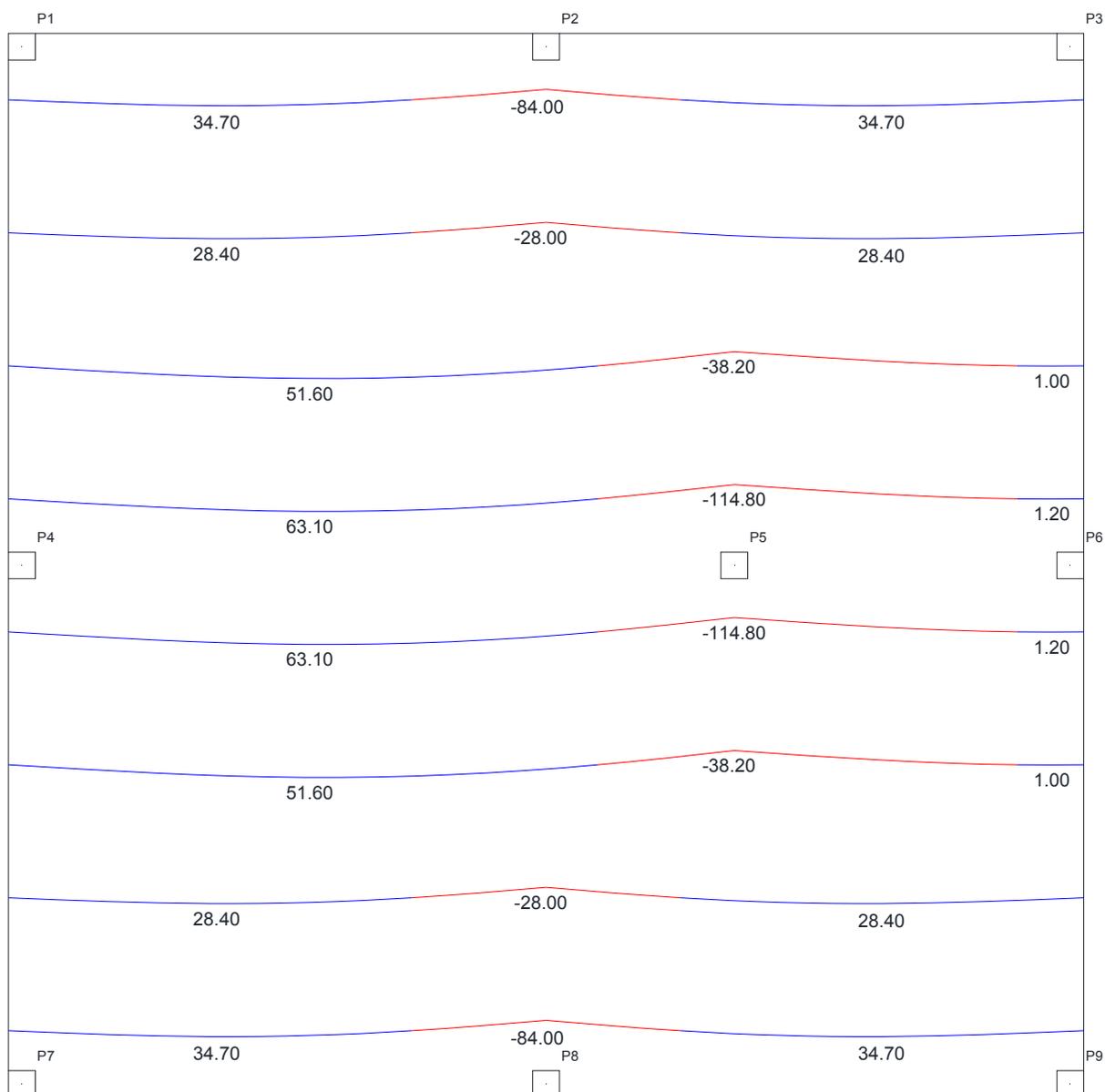
**Figura 222: Diagrama de momentos máximos em Y do modelo 7**



Fonte: Autor

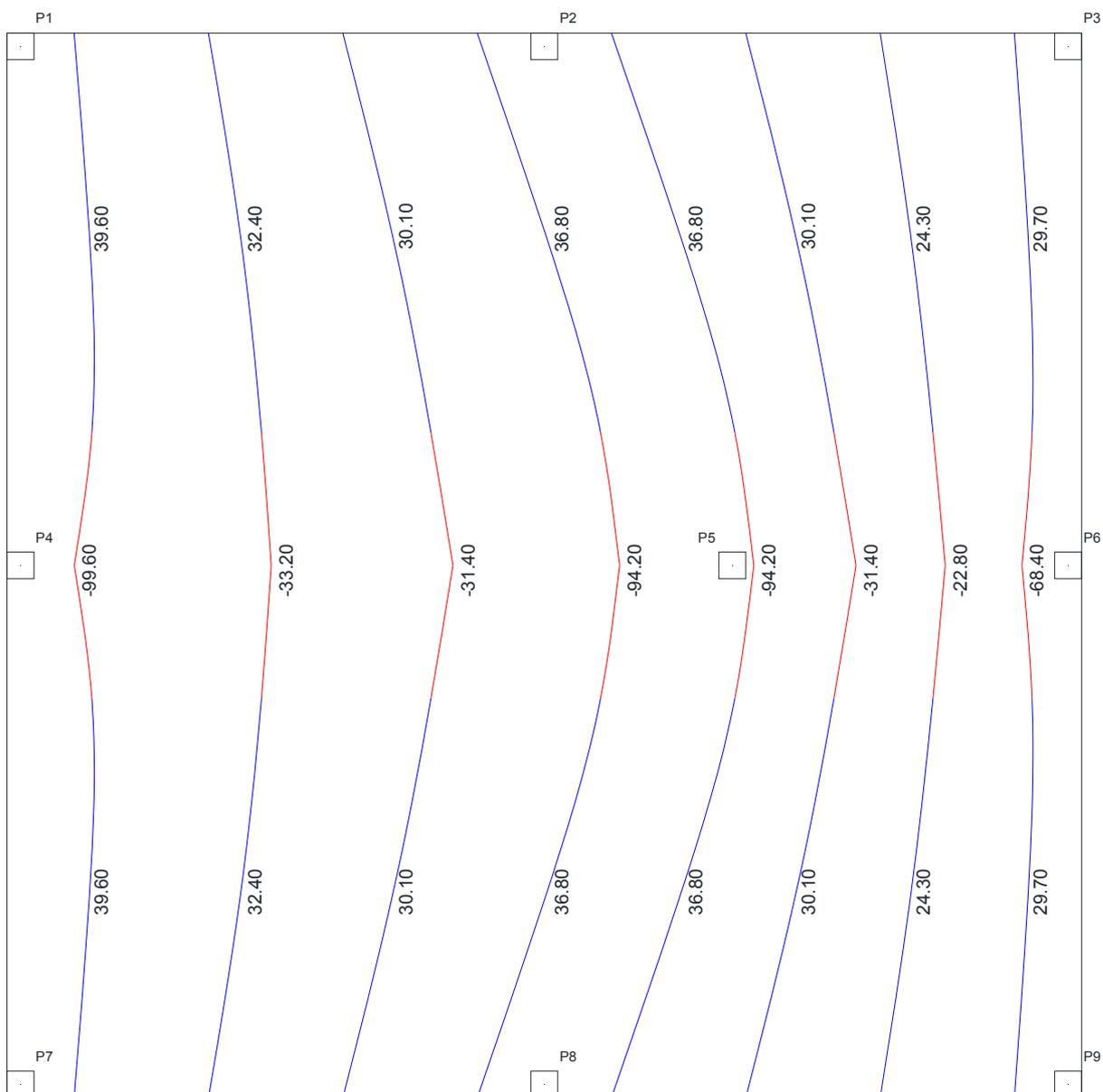
Nota-se que os valores dos dois momentos positivos em Y são iguais. Isso se deve pelo fato de que a laje continua simétrica em uma das direções. Nas Figuras 223 e 224 são apresentados os esforços de momento em X e Y, respectivamente.

**Figura 223: Esforços de momento em X do modelo 7 utilizando o MPE**



Fonte: Autor

**Figura 224: Esforços de momento em Y do modelo 7 utilizando o MPE**



Fonte: Autor

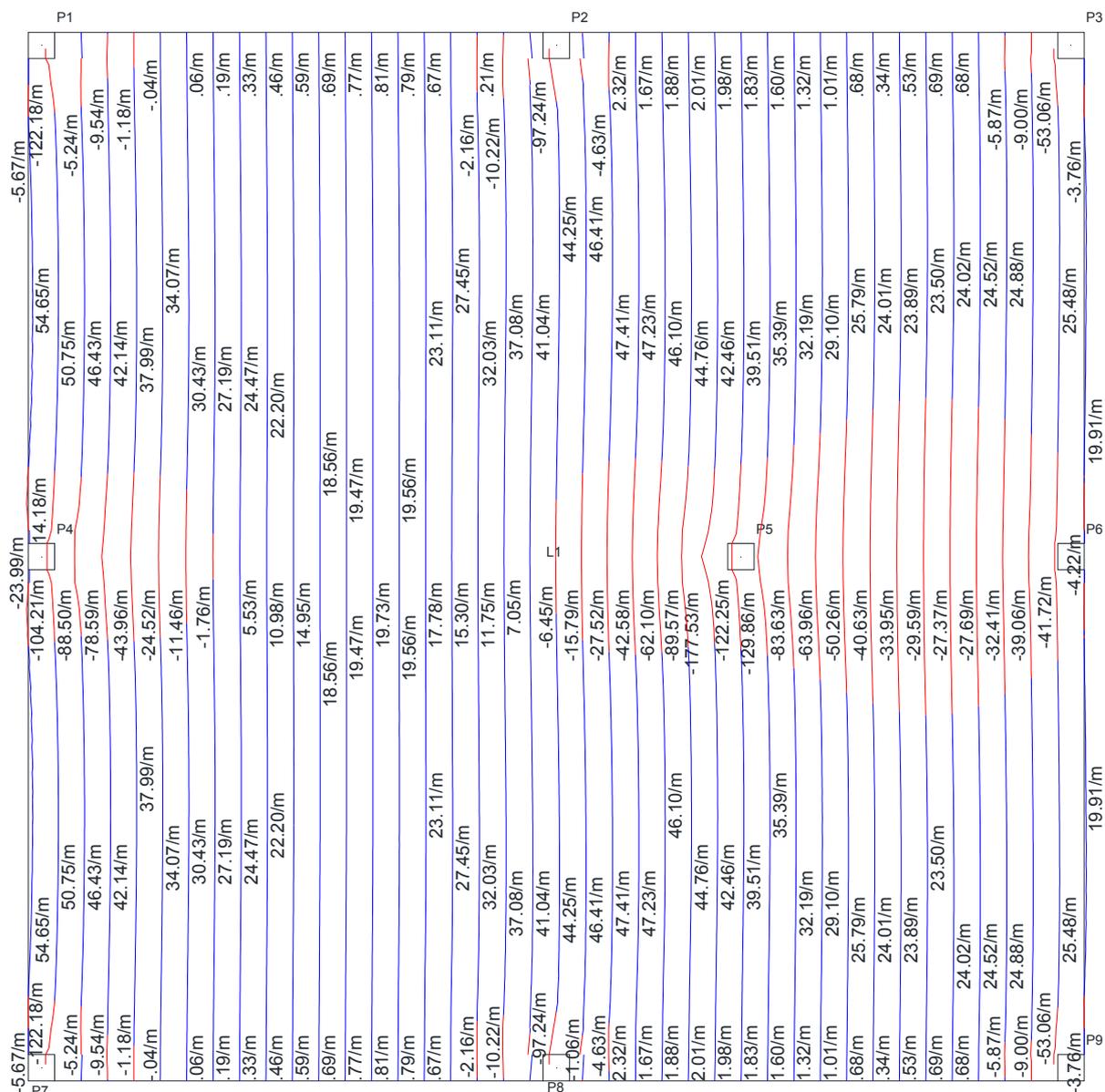
Como a laje é simétrica em uma das direções, os esforços positivos em Y são iguais.

### **MODELO 7 UTILIZANDO O MÉTODO DE GRELHAS**

Os esforços de momentos em "X" e "Y" estão apresentados nas Figuras 225 e 226, respectivamente.



Figura 226: Esforços de momento em Y do modelo 7 utilizando o método de grelhas

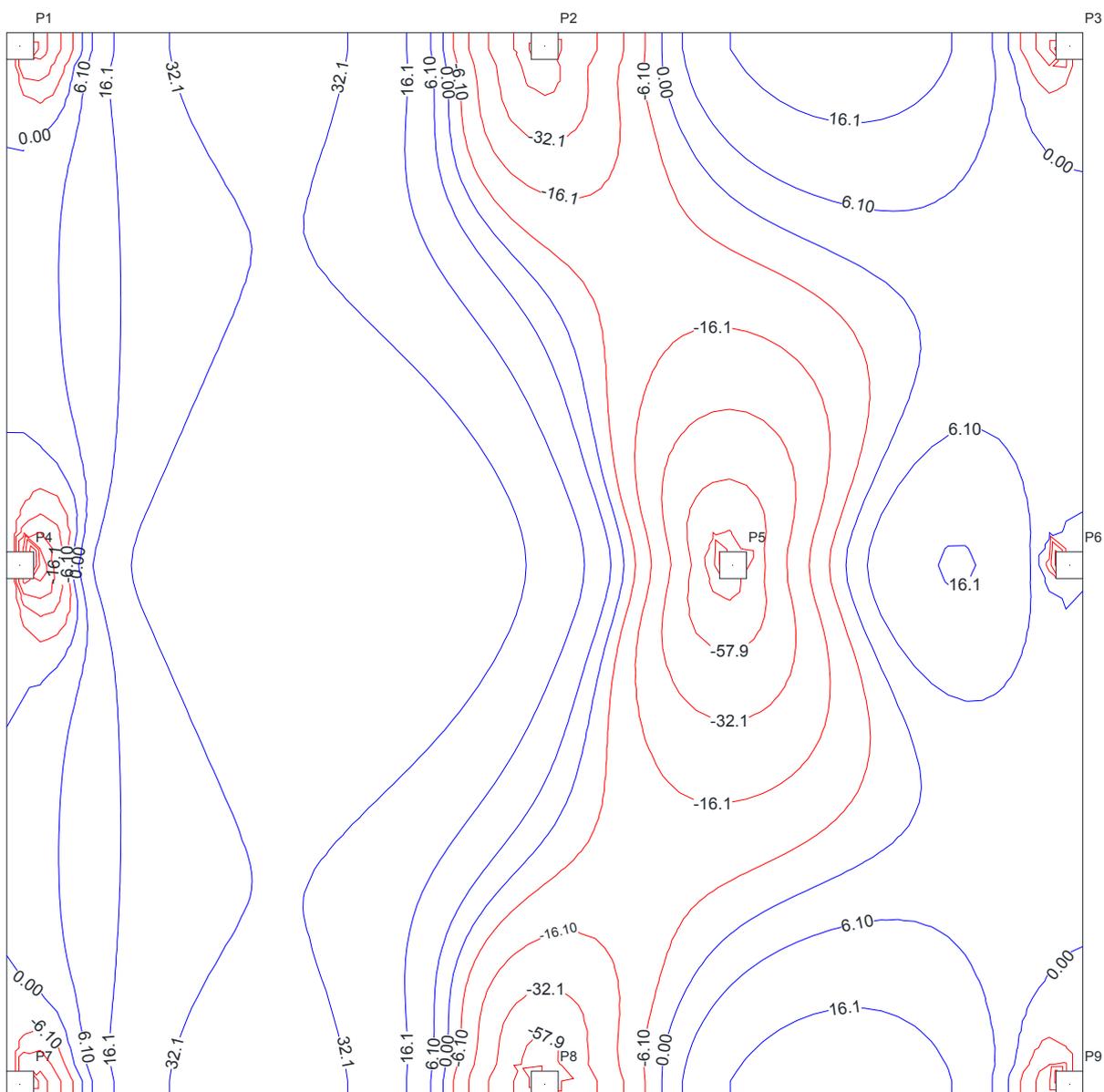


Fonte: Autor

## MODELO 7 UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

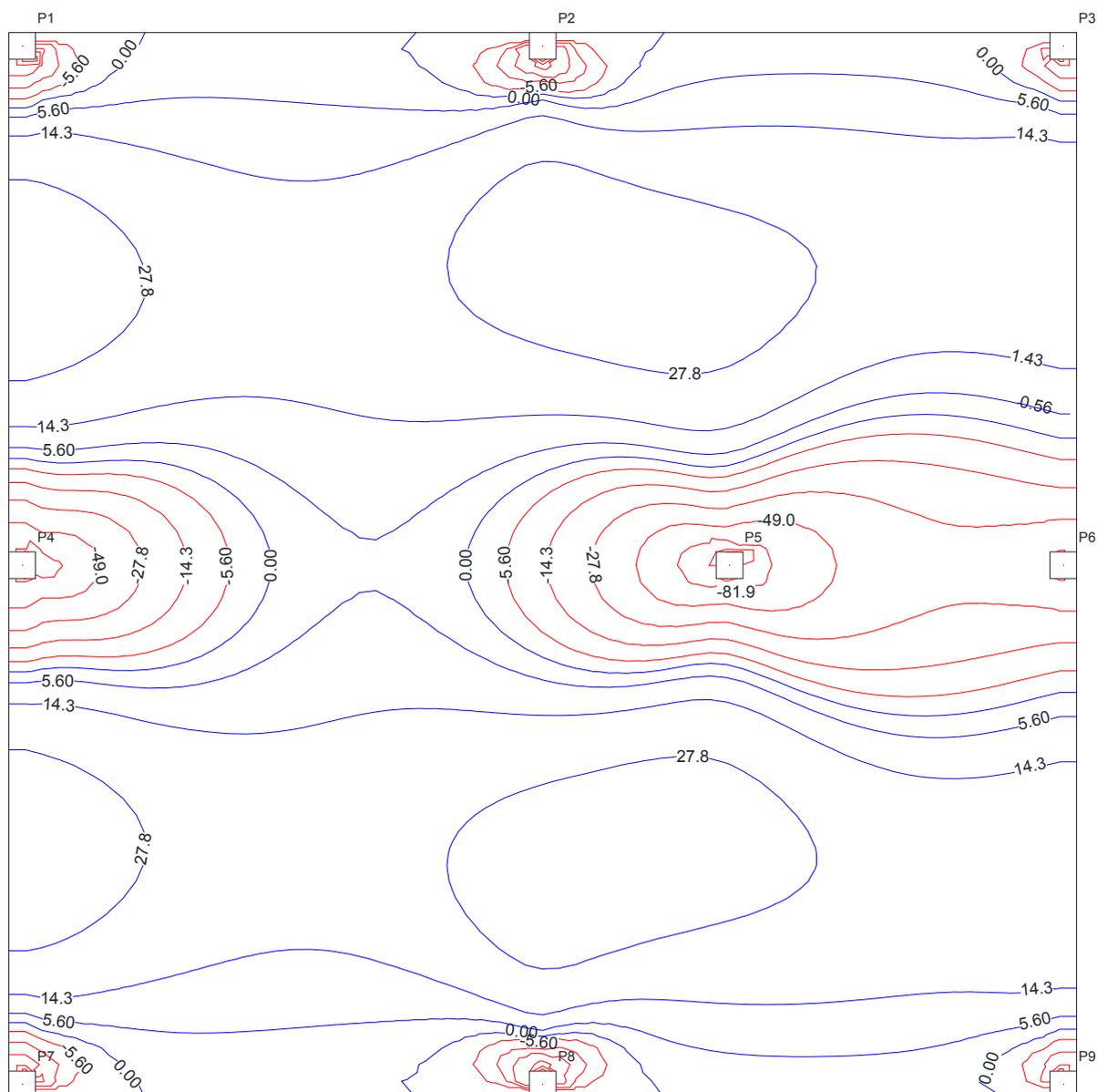
Os esforços obtidos através do *Software* CypeCAD em “X” e “Y” estão apresentados nas Figuras 227 e 228, respectivamente.

Figura 227: Esforços de momento em X do modelo 7 utilizando o MEF



Fonte: Autor

**Figura 228: Esforços de momento em Y do modelo 7 utilizando o MEF**



Fonte: Autor

### COMPARAÇÃO DE ESFORÇOS DO MODELO 7

Na Tabela 27 são apresentados os esforços de momento máximos e mínimos em cada faixa de tributária para cada um dos métodos de cálculo trabalhados. Os esforços de grelha apresentados foram uma média feita pelos valores contidos em cada faixa, e os esforços no MEF foram colocados baseados no ponto central de cada faixa.

Tabela 27: Comparação de esforços no Modelo 7 entre o MPE, Grelhas e MEF

Modelo 7							
Tributárias	Modelos	1° Vão		Apoio Central		2° Vão	
		Faixa Externa	Faixa Interna	Faixa Externa	Faixa Interna	Faixa Externa	Faixa Interna
1	MPE	34,70	28,40	-84,00	-28,00	34,70	28,40
	Grelhas	39,03	33,52	-55,82	-7,43	34,87	8,58
	MEF	36,80	31,90	-48,60	-11,20	18,70	2,90
Diferença %	MPE x Grelhas	12,5%	18,0%	33,5%	73,5%	0,5%	230,9%
	MPE x MEF	6,1%	12,3%	42,1%	60,0%	85,6%	879,3%
	Grelhas x MEF	6,0%	5,1%	12,9%	33,6%	86,5%	196,0%
2	MPE	63,10	51,60	-114,80	-38,20	1,20	1,00
	Grelhas	62,35	45,05	-98,22	-23,95	11,37	2,89
	MEF	50,30	38,80	-67,30	-17,10	7,60	-6,50
Diferença %	MPE x Grelhas	1,2%	14,5%	14,4%	37,3%	847,2%	189,2%
	MPE x MEF	25,4%	33,0%	41,4%	55,2%	533,3%	115,4%
	Grelhas x MEF	24,0%	16,1%	31,5%	28,6%	49,6%	144,5%
3	MPE	34,70	28,40	-84,00	-28,00	34,70	28,40
	Grelhas	39,03	33,52	-55,82	-7,43	34,87	8,58
	MEF	36,80	31,90	-48,60	-11,20	18,70	2,90
Diferença %	MPE x Grelhas	12,5%	18,0%	33,5%	73,5%	0,5%	230,9%
	MPE x MEF	6,1%	12,3%	42,1%	60,0%	85,6%	879,3%
	Grelhas x MEF	6,0%	5,1%	12,9%	33,6%	86,5%	196,0%
4	MPE	39,60	32,40	-99,60	-33,20	39,60	32,40
	Grelhas	42,34	24,61	-50,44	12,30	42,34	24,61
	MEF	32,40	21,40	-53,40	0,50	32,40	21,40
Diferença %	MPE x Grelhas	6,9%	31,7%	49,4%	137,0%	6,9%	31,7%
	MPE x MEF	22,2%	51,4%	46,4%	101,5%	22,2%	51,4%
	Grelhas x MEF	30,7%	15,0%	5,5%	2360,0%	30,7%	15,0%
5	MPE	36,80	30,10	-94,20	-31,40	36,80	30,10
	Grelhas	42,56	28,40	-74,65	-8,58	42,56	28,40
	MEF	34,30	26,70	-66,00	-20,80	34,30	26,70
Diferença %	MPE x Grelhas	15,7%	6,0%	20,7%	72,7%	15,7%	6,0%
	MPE x MEF	7,3%	12,7%	29,9%	33,8%	7,3%	12,7%
	Grelhas x MEF	24,1%	6,4%	11,6%	58,8%	24,1%	6,4%
6	MPE	29,70	24,30	-68,40	-22,80	29,70	24,30
	Grelhas	24,00	24,24	-37,73	-29,28	24,00	24,24
	MEF	22,30	22,20	-37,80	-31,70	22,30	22,20
Diferença %	MPE x Grelhas	23,8%	0,2%	44,8%	22,1%	23,8%	0,2%
	MPE x MEF	33,2%	9,5%	44,7%	28,1%	33,2%	9,5%
	Grelhas x MEF	7,6%	9,2%	0,2%	7,6%	7,6%	9,2%

Fonte: Autor

Os valores de Momento positivo no segundo vão das tributárias 1, 2 e 3 aumentaram entre o MPE e os outros dois métodos, sendo que entre os métodos de Grelhas e MEF também aumentaram expressivamente.