

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS
MATEMÁTICA

DEIVID GERALDO GIMENES

CONSTRUÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM SITUAÇÕES-
PROBLEMA ENVOLVENDO MATEMÁTICA FINANCEIRA

SÃO CARLOS
2016

Universidade Federal de São Carlos
Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas
Matemática

Deivid Geraldo Gimenes

Construção de uma Sequência Didática com Situações-Problema
envolvendo Matemática Financeira

Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática apresentada ao PPGECE – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas – Matemática, mantido pela UFSCar, Universidade Federal de São Carlos, como requisito parcial para a obtenção do título de mestre.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Antônio Silvani Caetano.

São Carlos
2016

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da Biblioteca Comunitária UFSCar
Processamento Técnico
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

G491c Gimenes, Deivid Geraldo
 Construção de uma sequência didática com situações-
 problema envolvendo matemática financeira / Deivid
 Geraldo Gimenes. -- São Carlos : UFSCar, 2016.
 106 p.

 Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de
 São Carlos, 2016.

 1. Matemática financeira. 2. Análise de
 investimentos. 3. Engenharia didática. 4.
 Planejamento familiar. I. Título.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

Folha de Aprovação

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Deivid Geraldo Gimenes, realizada em 19/03/2016:

Prof. Dr. Paulo Antonio Silvani Caetano
UFSCar

Prof. Dr. Tiago Henrique Picon
FFCLRP/USP

Prof. Dr. Roberto Ribeiro Paterlini
UFSCar

Dedico esse trabalho ao meu filho Otávio e aos alunos da Etec Professora Anna de Oliveira Ferraz de Araraquara que em cada dia meu de trabalho se constituem em fonte de inspiração e renovação de forças para continuar nessa caminhada escolhida com amor.

AGRADECIMENTOS

A meu orientador Prof. Dr. Paulo Antônio Silvani Caetano, pelo incentivo, simpatia e presteza no auxílio às atividades e discussões sobre o andamento e normatização dessa Dissertação de Mestrado.

Ao professor Carlos Henrique Bocanegra e ao professor Manoel Martins da Silva por proporcionarem importantes conversas sobre o encaminhamento desse trabalho.

Aos meus colegas de sala André, Bruno, Fabrício e Gilberto que muito contribuíram para minha formação como professor.

A minha esposa Patrícia e meu filho Otávio, por se constituírem diferentes enquanto parte da família, unidade formadora da verdadeira sociedade, íntegra e justa para com o semelhante. Família essa, bela e admirável em essência, que nesse período de estudos se tornaram estímulos que me impulsionaram a buscar vida nova a cada dia. Meus agradecimentos por terem aceitado se privar de minha companhia pelos estudos, concedendo a oportunidade de me realizar ainda mais.

Aos meus pais Geraldo e Terezinha e aos meus irmãos Tânia, Silvio e Silvia que em muitas vezes, desde os tempos de menino, se privaram de vontades próprias em favor dos meus estudos.

E finalmente a DEUS pela oportunidade e privilégio que me foram dados em compartilhar tamanha experiência ao frequentar esse curso.

“Comece fazendo o que é necessário, depois o que é possível e repentinamente você estará fazendo o impossível.”

São Francisco de Assis

RESUMO

Esse trabalho tratou da elaboração, estruturação e aplicação de uma sequência didática que ensinou Matemática Financeira a alunos do ensino médio por meio da reprodução de ambientes capazes de proporcionar aos mesmos a oportunidade de serem protagonistas na tomada de decisões. Articulada com a metodologia francesa de educação matemática conhecida como Engenharia Didática, essa proposta pedagógica foi concebida com o propósito de contribuir para que o jovem participe ativamente do planejamento financeiro familiar. A primeira atividade da sequência teve como foco a inserção do corpo discente em contextos financeiros onde foram simuladas situações propícias ao aprendizado e incorporação de conteúdos fundamentais da Matemática Financeira. Já a segunda, favoreceu a aplicação do conhecimento adquirido, em cenários onde a Análise de Investimentos é imprescindível para o provimento de êxito financeiro. Os resultados obtidos atestam que houve aprendizado significativo capaz de conferir aos alunos capacidade plena de aplicar os conceitos abordados em situações reais, contribuindo para que eles desenvolvam um novo olhar sobre esse importante ramo da matemática.

Palavras Chave: Matemática Financeira, Análise de Investimentos, Engenharia Didática, Planejamento Familiar.

ABSTRACT

This work deals with developing, structuring and implementation of a didactic sequence taught Financial Mathematics to high school students through reproduction environments able to provide them the opportunity to be protagonists in decision-making. Articulated with the French methodology of mathematics education known as Didactic Engineering, this pedagogical proposal has been designed with the aim of contributing to the youth actively participate in family financial planning. The first activity of the sequence focused on the inclusion of the student body in financial contexts in which situations were simulated conducive to learning and incorporating fundamental contents of Financial Mathematics. The second, favored the application of knowledge acquired, in scenarios where the Investment Analysis is essential for the provision of financial success. The results show that there was a significant learning capable of conferring the full potential students to apply the concepts covered in real situations, helping them to develop a new perspective on this important branch of mathematics.

Keywords: Mathematical Finance, Investment Analysis, Teaching Engineering, Family Planning.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Foto 1: Alunos em Grupo	29
Foto 2: Resolvendo a Atividade 1.....	30
Foto 3: Resolvendo Exercícios.....	31
Foto 4: Laboratório de Informática	32
Foto 5: Projeção da Atividade 1	32
Figura 1: Tábua com o Sistema de Escrita dos Sumérios.....	47

SUMÁRIO

Introdução	10
Capítulo 1 - Alunos, Carreira e Escola	13
1.1 - Alunos	13
1.2 - Carreira	15
1.3 - Escola	16
Capítulo 2 - Teoria das Situações Didáticas, Engenharia Didática e Aula Inédita.....	19
2.1 - Teoria das Situações Didáticas	19
2.2 - Engenharia Didática	20
2.3 - Aula Inédita	21
Capítulo 3 - Estratégia Pedagógica	23
3.1 - Planejamento da Aula Inédita	23
3.1.1 - Análise Prévia - Retomando os Propósitos	23
3.1.2 - Construção das Situações e Análise à Priori - Cronograma	25
3.1.2.1 - Propaganda - Criação de um Folder	25
3.1.2.2 - Pesquisa de Opinião 1	25
3.1.2.3 - Atividade 1 - Analisando Situações Cotidianas	26
3.1.2.4 - Atividade 2 - Retomando as Situações Cotidianas	28
3.1.2.5 - Pesquisa de Opinião 2	29
3.2 - Aplicação da Aula Inédita	29
3.3 - Correção das Atividades	33
3.3.1 - Atividade 1	33
3.3.2 - Atividade 2	41
Capítulo 4 - Definições, Teorias e Demonstrações	46
4.1 - Notas Históricas da Matemática Financeira	46
4.2 - Princípio de Indução Matemática	48
4.3 - Sequências e Progressões	49
4.3.1 - Demonstração da Fórmula do Termo Geral de uma P.A	49
4.3.2 - Demonstração da Fórmula do Termo Geral de uma P.G.....	50
4.3.3 - Demonstração da Fórmula da Soma dos n Primeiros Termos de uma P.G... 51	
4.4 - Definição dos Principais Conceitos da Matemática Financeira	52
Capítulo 5 - Análise dos Dados Coletados	54
5.1 - Práticas Habituais	54
5.2 - Pesquisa de Opinião à Priori.....	57
5.3 - Pesquisa de Opinião à Posteriori	58
5.4 - Pesquisa de Opinião à Priori e à Posteriori - Comparação	59
5.5 - Correção da Atividade 1.....	60
6.6 - Pesquisa de Opinião - Leia e Responda - Atividade 2	70
6.7 - Correção da Atividade 2.....	73
5.8 - Comparação - Atividade 2 - Pesquisa de Opinião versus Correção	75
Conclusão	77
Referências	81
Anexo A.....	82
Anexo B.....	83
Anexo C	85
Anexo D	99
Anexo E.....	104

Introdução

A presente Dissertação de Mestrado versará sobre as etapas da produção e execução de uma atividade didática que transmitirá conhecimentos básicos em Matemática Financeira a alunos do Ensino Médio.

Estudos e reportagens, como a exibida pelo programa Globo Repórter no dia 07/09/13, revelam que a população brasileira, especialmente a camada menos favorecida, não detém tal conhecimento e também não dispõe de orientação financeira adequada para realizar uma análise satisfatória sobre seus investimentos. Nessas circunstâncias, muitos são levados ao endividamento financeiro e posterior privação de recursos essenciais à manutenção das atividades familiares. Concomitante a esse diagnóstico está a constante defasagem no ensino sobre esse tema dentro das salas de aula de nosso país. Em resposta a esse quadro temos como proposta qualificar nossos jovens para atuar no planejamento financeiro familiar auxiliando a família na tomada de decisões.

Com a finalidade de estudar os principais aspectos de nossa proposta de ensino, implementar na trajetória desse autor como docente algo inovador em relação aos métodos tradicionais de construção de conhecimento e tornar o aluno protagonista na obtenção de conhecimento, adotaremos a Engenharia Didática como metodologia e a Análise de Investimentos como suporte ao desenvolvimento desse processo ensino-aprendizagem. A Engenharia Didática foi categoricamente estruturada e sistematizada por Brousseau e Artigue, seus principais interlocutores, e serve de modelo de ensino até os dias de hoje. Essa metodologia está de acordo com o ponto de vista adotado por alguns autores da escola francesa de educação matemática e é notadamente conhecida por fornecer indicadores de aprendizado, tornando mais fácil a tarefa de medir o grau de conhecimento adquirido pelos aprendizes. Com a Análise de Investimentos pretendemos evidenciar situações cotidianas que exijam certo grau de entendimento de Matemática Financeira inserindo nossos discentes em contextos que simulem as tomadas de decisões como forma de obtenção e fixação de conteúdos. Do ponto de vista pedagógico essas duas ferramentas cumprem com a tarefa primordial de transmitir esses nobres saberes e eleger importantes aspectos indicadores de aprendizagem que serão

pormenorizados na conclusão dessa dissertação. No que diz respeito aos valores incorporados à carreira desse professor, os mesmos serão relatados ao longo de todas as etapas dessa dissertação na medida em que surgir a análise das inovações pedagógicas adquiridas durante a participação desse programa de mestrado profissional mantido pela Universidade Federal de São Carlos. Por outro lado, a aquisição de conhecimento por parte dos discentes nesse processo de ensino-aprendizagem será catalogada de acordo com métodos qualitativos e/ou quantitativos de obtenção de resultados.

As atividades utilizadas serão escolhidas de modo a priorizar a contextualização e/ou multidisciplinaridade, conforme orientações encontradas na Proposta Pedagógica do Estado de São Paulo para o Ensino de Matemática a alunos do ensino médio. Elas seguirão a sequência que esse autor entende ser a mais adequada para o nível de aprendizado pretendido nessa ocasião.

O fruto desse trabalho, junto com a vasta e excelente bibliografia disponível nos dias de hoje, poderá futuramente viabilizar a elaboração de um simples material didático, uma espécie de apostila, ou até mesmo uma variedade de jogo lúdico de tabuleiro com dados e cartões de perguntas e respostas.

As ideias contidas nesse texto podem e devem ser utilizadas pelo amigo leitor, em geral professores de matemática, para a melhoria do seu trabalho como docente ou para outros fins que culminem de alguma forma em ações que beneficiem o desenvolvimento educacional e cultural da população brasileira.

Posto isso, apresentaremos no Capítulo 1 algumas das principais questões atuais sobre o ensino de Matemática. Questões essas que motivaram a estruturação da referida sequência inédita que busca a constante diminuição das dificuldades de nossos alunos no aprendizado dessa importante disciplina. Faremos também um breve relato da trajetória desse autor como professor e das características do corpo discente e da escola onde será aplicada a aula.

No Capítulo 2 realizaremos uma síntese de dois métodos contemporâneos de pesquisa do processo ensino-aprendizagem: A Teoria das Situações Didáticas, também com origens na França e a já citada Engenharia Didática, além de esclarecermos o que se entende por sequência didática inédita.

No Capítulo 3 relataremos o planejamento e aplicação da sequência didática e apresentaremos a metodologia e estratégias que serão utilizadas para ensinar os conceitos fundamentais da Matemática Financeira. Nessa fase também

apresentaremos as atividades que foram planejadas e os acessórios, como planilhas eletrônicas e sites relacionados com a Matemática Financeira, que servirão de apoio à realização das mesmas.

No Capítulo 4 escreveremos a fundamentação teórica da sequência didática, ou seja, apresentaremos e/ou demonstraremos os conceitos fundamentais da Matemática Financeira e da Análise de Investimentos.

No Capítulo 5 apresentaremos a coleta, tabulação e análise dos dados, uma vez que a Engenharia Didática nos fornece as ferramentas necessárias para comparação desses dados à priori e à posteriori. Também elaboraremos um breve resumo das dificuldades encontradas na aplicação da referida sequência e de tudo aquilo que pode ser melhorado, diante das expectativas criadas pelos alunos.

Ao final, realizaremos o estudo dos principais aspectos ocorridos em todas as etapas desse trabalho permitindo a elaboração de uma conclusão sobre tudo o que foi exposto, com as possíveis ressalvas, caso seja necessário.

Capítulo 1

ALUNOS, CARREIRA E ESCOLA.

1.1 – Alunos

“Em sua experiência como professor, você certamente encontra estudantes com falta de interesse ou muita dificuldade para aprender Matemática. Muitos até desistem das aulas por esse motivo. E isto não é um fato isolado”¹.

Entre as principais discussões sobre que caminhos a educação deve seguir e quais métodos o professor deve adotar para ter êxito na construção do conhecimento matemático está o trecho inicial que foi retirado do livro base para o terceiro módulo do curso Matem@tica na Pr@tica oferecido pelo MEC em parceria com a CAPES e o DM-UFSCAR, entre outros, cujo título curiosamente nos revela a essência da atual relação juventude-sociedade-educação quando da substituição da letra “a” pelo símbolo “@”, que é um importante caractere das novas tecnologias.

Os jovens de hoje possuem peculiaridades sociais como ilimitado acesso a informação e interações sociais dinâmicas oriundas das novas tecnologias, entre elas a Internet e a comunicação Wi-Fi, que nos obriga a repensar constantemente nossas ações enquanto professores de Matemática. Isso porque esses novos mecanismos afetam a sociedade e suas relações, das mais variadas formas possíveis. Por esse motivo, encaramos o desafio de fazer algo inédito na carreira docente como forma de encontrar novos caminhos que realizem o desejo de melhorar a qualidade do ensino em matemática e o conhecimento de nossos alunos.

Durante mais de treze anos como professor, trabalhei em uma dezena de escolas das mais variadas clientelas possíveis. Escolas tradicionais, escolas de bairro, escolas de periferia; e a questão abordada no início desse capítulo se fez presente em todas elas. Nas conversas de corredor, entre uma aula e outra, encontrei colegas com opiniões distintas sobre o atual ensino em Matemática.

Alguns professores, em geral aqueles formados anteriormente a disseminação dos computadores e seus derivados, não se sentem a vontade com o

¹ Trecho retirado de Matem@tica na Pr@tica – Curso de especialização para professores do ensino médio de matemática – Módulo III – Trabalho de Conclusão de Curso – página 12, Capítulo 2, Parágrafo 1, Vários Autores, ISBN: 978-85-88696-95-2).

uso das novas tecnologias. Eles geralmente defendem que giz, lousa e saliva são suficientes para aplicar uma boa aula; que ser aluno, por si só, implica interesse, motivação e vontade de aprender; e que o corolário disso tudo é um jovem que fará o que for necessário para acompanhar sua explicação mesmo que ela seja a mais tradicional possível.

Na outra ponta da discussão estão os professores que são adeptos do uso das novas tecnologias. Alguns deles acreditam que a tecnologia basta para garantir o aprendizado e sanar todos os problemas de aprendizado que o aluno possa apresentar e que o contato entre professor e aluno não é tão importante uma vez que o segundo fará o possível e o impossível para sanar suas dúvidas tendo em vista o acesso a qualquer informação do mundo a apenas um clique.

Nesse aspecto, creio que o bom senso é o melhor caminho. Não podemos esperar que o aluno faça o impossível para acompanhar uma explicação tradicional apenas porque acreditamos que a obtenção de conhecimento é por si só a mãe de todas as motivações e também não podemos confiar que o aluno tenha a responsabilidade de se auto conduzir nos estudos apenas com um computador.

“Muitos professores reportam que a falta de motivação dos estudantes é uma das maiores dificuldades em suas atividades de docência”²

Aliado ao trecho acima está a fala de alguns profissionais de ensino. Vejo frequentemente diretores, gestores e coordenadores dizendo que o professor tem que vender uma ideia, que o professor tem que fazer propaganda do seu produto, que o professor tem que ter postura de pai, de irmão, de motivador, de psicólogo e outras tantas profissões para garantir a permanência do aluno na sala, permitindo que ele possa viver bem em sociedade e alcance a tão sonhada motivação que o fará aprender. Penso que existe aí um equivoco, pois acredito que a evasão escolar e a falta de motivação dos nossos alunos para os estudos são problemas sócio-culturais e não educacional. Comparado a alunos de outros países, uma grande parcela de nossos jovens valoriza menos os estudos inclusive ostentam isso com atitudes indevidas, e frente a isso a experiência desses anos na educação nos revela que o professor pode muito pouco fazer.

Em todo esse tempo de sala de aula venho seguindo a linha de raciocínio dos meus professores de matemática do Ensino Médio que é basicamente

² Trecho retirado de Matem@tica na Pr@tica – Curso de especialização para professores do ensino médio de matemática – Módulo III – Trabalho de Conclusão de Curso – página 11, Capítulo 1, Parágrafo 7, Vários Autores, ISBN: 978-85-88696-95-2.

uma aula expositiva, com explicações técnicas sobre termos matemáticos, seguida de uma bateria de exercícios de fixação de conteúdo, posterior correção dos mesmos e eventuais atendimentos de dúvidas.

Portanto, analisando os pontos de vista expostos anteriormente e minha postura como professor durante esses anos, cheguei a conclusão de que uma sequência didática inédita em minha carreira como professor seria pautada em três aspectos fundamentais. Primeiro: o aluno deve ser protagonista, participando ativamente da obtenção de conhecimento; Segundo: a aula deve ter um meio termo entre as posturas dos dois professores citadas anteriormente, ou seja, devo utilizar mais recursos computacionais, por exemplo; Terceiro: pretendo encontrar mecanismos que atendam a aparente necessidade que os jovens têm de algo que os motive, que chame sua atenção e que desperte nele curiosidade e vontade de obter conhecimento. Esses três aspectos combinados serão os pilares da transição de uma aula tradicional expositiva para uma aula mais dinâmica onde o aluno tomará a iniciativa no processo de ensino e aprendizagem.

1.2 – Carreira

Escolhi ser professor no ano de 2.000 por influência de minhas irmãs, que nessa época já exerciam essa bela profissão. A carreira em Matemática se deu pela afinidade com as exatas, com a informática e com o trabalho no comércio, que já faz parte de minha vida desde os nove anos de idade. Em 2002, ainda como aluno de graduação, ministrava aulas como professor substituto na E.E Abdalla Miguel em Tabatinga, minha cidade natal. Nessa escola também passei todos os anos de minha educação básica. Em 2003, já formado, e nos anos seguintes, fui professor do Colégio Objetivo e do Colégio Duque de Caxias, ambos em Araraquara. Essas escolas me proporcionaram um enorme aprendizado e evolução profissional até o ano de 2008, quando me desliguei das mesmas para ingressar na rede estadual de educação através da efetivação em concurso público para dois cargos que exerço até os dias de hoje: o de professor do Centro Paula Souza ministrando aulas na Etec Professora Anna de Oliveira Ferraz e o de professor da Secretária de Educação do Estado de São Paulo. Pela Secretaria da Educação tive passagem em

várias escolas em diversas cidades até chegar a E.E João Manoel do Amaral em Araraquara, lugar em que resido desde 2003.

Durante esses mais de trezes anos de docência sempre procurei aprender com os mais experientes participando das discussões sobre os rumos da educação, principalmente ouvindo os relatos de experiências vividas pelos colegas professores para poder aplicar esse aprendizado em minhas aulas. O fruto dessas experiências são questões que nos permitem realizar uma auto avaliação sobre o trabalho como docente e sobre os rumos que escolhi na educação. Hoje me sinto realizado, pois essa postura de aprender com os colegas professores aliada ao aprendizado adquirido nesse curso de mestrado me renderam as ideias para estruturar uma sequência didática inédita, como visto anteriormente.

1.3 – Escola

A Etec Prof^a Anna de Oliveira Ferraz foi criada em 23 de fevereiro de 1948 pela Lei Estadual no. 77, chamada na época, Escola Industrial, a qual extinguiu o Núcleo de Ensino Profissional que vinha funcionando desde 1934 e encampando a Escola Profissional Feminina Municipal, que funcionava juntamente com o Núcleo de Ensino Profissional. Da junção destas duas escolas, nasceu a Escola Industrial funcionando somente com classes femininas. Em 1950 ingressa a primeira turma masculina e instala-se o curso de Mecânica de Máquinas. A equiparação da Escola Industrial às demais escolas secundárias foi efetivada pelo Decreto Estadual no. 32.107, de 21 de janeiro de 1953. A Lei Estadual no. 3.904, de 18 de junho de 1957, atribui como Patrona da Escola, a Profa. Anna de Oliveira Ferraz (1883-1932), de temperamento dócil, rigor de caráter e de repassada bondade, consagrou toda a sua vida ao ensino primário, numa época em que tudo era difícil e os recursos os mais parcos imagináveis.

A preocupação de ensinar já lhe era natural e instala uma Escola para Alfabetização dos Operários das Cerâmicas de Santa Gertrudes. Por essa razão a Escola Industrial de Araraquara homenageou e reconheceu o seu trabalho destacado e desenvolvido em prol do ensino, instituindo-a como Patrono da Escola. Vale destacar que a professora Anna de Oliveira Ferraz era mãe do eminente Ministro José Romeu Ferraz, figura representativa na época, que procurou fornecer

todo apoio ao desenvolvimento da nossa escola. Em 1965, através do Decreto Estadual no. 44.533, de 18/02, passou a denominar-se "Ginásio Industrial". Em 1976, muda o nome para Centro Estadual Interescolar "Profa. Anna de Oliveira Ferraz". Em 1980, volta a denominar-se Escola, mas "Escola Estadual de 2o. grau Profa. Anna de Oliveira Ferraz", por dedicar-se a formação de técnicos e profissionais para atuarem em Araraquara e região. Em 1994 passou a ser administrada pelo Centro Paula Souza, procurando galgar posições como líder de formação profissional. A ETEC "Professora Anna de Oliveira Ferraz" – 029 – Araraquara está subordinada a Administração do Centro Paula Souza – CEETEPS – autarquia Estadual de regime especial, vinculado à Secretaria de Desenvolvimento do Governo do Estado de São Paulo.

O Centro Paula Souza constitui-se, hoje, numa das principais Instituições Públicas de Educação Profissional do País, pela diversidade das áreas de formação e regiões atendidas e pela quantidade de vagas oferecidas. A ETEC de Araraquara está hoje inserida neste grande contexto, oferecendo 13 (treze) Habilitações Técnicas, além do desenvolvimento de 11 (onze) turmas do Ensino Médio e uma do Ensino Médio Integrado ao Técnico, o que se torna o principal desafio desta estrutura, precisando ser adotadas novas formas de atuação, no tocante ao atendimento, acompanhamento, assistência, orientação sobre a necessidade de adequação de oferta de cursos nos diversos processos produtivos, na organização do trabalho e nos perfis dos profissionais das habilitações a que se propõem desenvolver no ano de 2015.

A Etec possui várias salas de aulas equipadas com TV, DVD, data show e sistema de som, além de vários laboratórios para as aulas práticas dos seus cursos técnicos. Tem também uma videoteca e uma biblioteca informatizada com acesso à internet e um acervo aproximado de 2,5 mil livros. A localização privilegiada da escola, no Centro de Araraquara, facilita o bom relacionamento com todos da comunidade. Uma prova disso é o alto público frequentador, da cidade e da região, das já tradicionais festas organizadas pela APM da escola, "Festa Junina" e "Festa da Primavera". Nos últimos três anos a escola foi premiada pelo IBTA, devido ao desempenho do ensino médio nos exames do ENEM. Sempre buscando manter-se como referência na formação técnica e profissional, a Etec vem, constantemente, criando novos cursos e atualizando seu conteúdo didático-pedagógico procurando suprir as necessidades do mercado regional.

Alinhado com os objetivos e metas do Centro Paula Souza, a ETEC de Araraquara busca o desenvolvimento do aluno que atenda às expectativas da comunidade onde se insere, voltado ao desenvolvimento tecnológico, econômico, social e cultural da sociedade paulista, tendo como missão a formação de profissionais de nível técnico para o parque industrial das várias áreas e serviços de ensino, contribuindo com a geração de empregos e com o progresso econômico, social, cultural e tecnológico do Estado de São Paulo.

Capítulo 2

TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS, ENGENHARIA DIDÁTICA E AULA INÉDITA.

No primeiro capítulo relatamos que a autenticidade de uma aula inédita na carreira desse professor passaria pela transição de uma aula tradicional expositiva para outra mais dinâmica, que valorizasse o protagonismo do aluno. Para tanto, elencamos três aspectos fundamentais que nos permitirão alcançar esse objetivo, e de acordo com eles entendemos que os métodos que serão apresentados abaixo satisfazem plenamente nossas expectativas.

2.1 – Teoria das Situações Didáticas

“A teoria das situações didáticas foi proposta pelo francês Guy Brousseau, no intuito de compreender as relações existentes entre alunos, professores e o meio onde acontece o aprendizado (sala de aula). Brousseau alega que cada conhecimento está ligado a um tipo de situação, através da interação entre duas ou mais pessoas. Nessa teoria, o aluno é tratado como um pesquisador, pois formula hipóteses, constrói modelos, conceitos, estabelece teorias, faz comparações e o principal, participa ativamente no processo de aprendizagem”³.

Como vimos no trecho acima, seguir as orientações da Teoria das Situações Didáticas nos permite colocar o aluno na situação de protagonista, que justamente é um dos aspectos que objetivamos com nossa aula inédita.

Para Brousseau, “... devemos criar situações didáticas que façam funcionar o saber, a partir dos saberes definido culturalmente nos programas escolares.” (GALVEZ, 1996, p. 32).

Com essa proposta, Brousseau pretende recriar artificialmente os ambientes e as condições em que surgiram os saberes. Nesse contexto, o aluno faz o papel do pesquisador e coloca a mão na massa observando e catalogando padrões, criando e testando conjecturas, entre outros, ou seja, inserimos o aluno na situação didática propícia para desenvolvermos determinado assunto, contribuindo novamente para o protagonismo juvenil.

³ Trecho retirado do site: <http://educador.brasilecola.com/estrategias-ensino/a-teoria-das-situacoes-didaticas.htm>, Parágrafo 3, as 15:00 h do dia 10/08/2013 Autor: Marcos Noé.

Dentre as relações existentes entre aluno, professor e sala de aula, está uma espécie de contrato realizado entre as partes (professor e aluno) onde cada qual fica responsável por executar suas tarefas e essas bem postas no início da relação. Essa transparência também contribui para o aprendizado, segundo o próprio Brousseau, e será utilizada por esse autor na elaboração da estratégia da aula inédita e em todo o trabalho na sala de aula.

Almouloud (2007) indica como objetivo primordial da Didática da Matemática a caracterização de um processo de aprendizagem por meio de uma série de situações reprodutíveis, denominadas de situações didáticas, que estabelecem os fatores determinantes para a evolução do comportamento dos alunos. Assim, “[...] o objeto central de estudo nessa teoria não é o sujeito cognitivo, mas a situação didática, na qual são identificadas as interações entre professor, aluno e saber” (ALMOULOUD, 2007, p. 32), (apud POMMER, 2013, p.12).

Portanto, no terceiro capítulo também trataremos sobre quais situações didáticas devemos investir para que a matemática financeira fique bem posta em nossa sequência didática. Com essa postura, fica evidente que tecnologias como planilhas eletrônicas e sites direcionados à Análise de Investimentos contribuem para o aprendizado e também para nossa proposta já que o uso dessas ferramentas transcende a características de uma aula expositiva.

2.2 – Engenharia Didática

A Engenharia Didática foi estruturada por Artigue (1996), de acordo com os pressupostos idealizados por Brousseau. Posteriormente tornou-se um método de pesquisa e interpretação de informações, oriundas da análise de algumas tentativas de aprimorar o trabalho em sala de aula. Nesse contexto a Engenharia Didática possibilita a concepção de situações de aprendizagem que depois de aplicadas produzem subsídios que permitirão a análise da eficiência de aprendizado. Portanto a Engenharia Didática contribui tanto na criação de sequências didáticas quanto na verificação da eficácia das mesmas.

Por essa característica fundamental de possibilitar a criação de situações de aprendizagem e posteriormente verificá-las temos na Engenharia Didática uma nobre ferramenta que nos permite analisar com maior criticidade nosso

próprio trabalho pedagógico, amadurecido ao longo dos anos através da nossa bagagem teórica e metodologia, bem como refletir sobre as intenções didáticas e epistemológicas percebidas nos livros didáticos que adotamos. Juntas, essas concepções tornam-se um norte que nos confiam maior segurança na preparação de um material que possa ampliar o campo de ação docente.

Segundo Artigue (apud ALMOULOU, 2007), a engenharia didática é composta de quatro fases: a) Análises prévias; b) Construção das situações e análise a priori; c) Experimentação; d) Análise a posteriori e validação. Portanto, a interação entre as análises a priori e a posteriori nos fornece os comparativos necessários para a verificação de aprendizado.

Sendo assim, os pressupostos pedagógicos até aqui discutidos nos permitem a criação de mecanismos que irão suprir os dois últimos aspectos pautadores da nossa aula inédita, visto que temos a possibilidade de aproximar os relatos dos professores citados no primeiro capítulo e também criar um material que trabalhe em nossos alunos a curiosidade de aprender.

Portanto, com os elementos da Teoria das Situações Didáticas e da Engenharia Didática seremos capazes não só de traçar a estratégia pedagógica da aula inédita, pautada nos três aspectos chaves, mas também analisar, através da coleta de dados, o grau de eficiência da aplicação desta.

2.3 – Aula Inédita

“A ideia de uma aula inédita deve ser uma novidade para você e também para muitos estudantes que estão acostumados com aulas tradicionais.

Mas o que vem a ser uma aula inédita?

Em nossa concepção, a aula inédita significa uma aula que você nunca aplicou antes. Dizemos isso principalmente do ponto de vista da estratégia pedagógica, pois do ponto de vista do conteúdo talvez você já tenha esgotado, em anos anteriores, todos os assuntos que fazem parte do planejamento anual de sua escola”⁴.

De acordo com a introdução acima, uma aula inédita deve ser composta de ações inovadoras. Devemos aplicar os conteúdos matemáticos e utilizar o que sabemos sobre eles de uma forma planejada e sistematizada de maneira a proporcionar algo diferente ao aluno.

⁴ Trecho retirado de Matem@tica na Pr@tica – Curso de especialização para professores do ensino médio de matemática – Módulo III – Trabalho de Conclusão de Curso – página 12, Capítulo 2, Parágrafos 3,4 e 5, Vários Autores, ISBN: 978-85-88696-95-2).

Na aplicação dessa aula inédita, devemos ter alguns cuidados para garantir o sucesso dessa iniciativa. Entre eles está a garantia de possibilidade de avaliação dos resultados e o compartilhamento dos mecanismos inovadores encontrados na construção da estratégia com os colegas de profissão.

Capítulo 3

ESTRATÉGIA PEDAGÓGICA

3.1 – Planejamento da Aula Inédita.

Nessa seção apresentaremos a metodologia e as estratégias que serão utilizadas no ensino sobre conceitos fundamentais em Matemática Financeira.

3.1.1 – Análise Prévia: Retomando os Propósitos.

1) Escolha do Tema: Escolhemos ensinar Matemática Financeira por conta da grande contribuição que esse ramo da matemática traz para a vida das pessoas, principalmente dos mais humildes, uma vez que vivemos em uma sociedade capitalista e consumista, onde estão presentes grandes armadilhas, como altos juros de financiamentos, de empréstimos, de cheque especial e principalmente dos cartões de crédito que punem com rigor os desavisados. Esse fato pôde ser notado no programa Globo Repórter que foi ao ar no dia 30/08/2013, cuja notícia principal era o mau planejamento familiar praticado pela maioria das famílias brasileiras. Nesse sentido, entendemos que aprender pelo menos as definições elementares da matemática financeira contribui para que nossos jovens tenham condições de realizar um bom planejamento financeiro pessoal e familiar. Outra motivação para essa escolha é a percepção, durante esses anos todos como professor, de que nossos alunos não têm uma educação financeira satisfatória. Percebe-se uma enorme dificuldade inclusive nos cálculos básicos da matemática financeira, entre eles a porcentagem. Secundariamente, temos na escolha desse tema uma grande oportunidade de revisar conteúdos importantes, como progressões geométricas, funções exponenciais e funções logarítmicas, que também são utilizados em outras disciplinas, como Química, Física e Biologia, além de favorecer a criação de ambientes para a leitura e escrita, contribuindo com a disciplina de Português e também, de certo modo, oferecer apoio às disciplinas de

História e Geografia, quando às mesmas se referem a assuntos como Economia e Política, trabalhando assim a interdisciplinaridade, que é elemento chave na proposta pedagógica da Secretária da Educação do Estado de São Paulo.

2) O Papel da Análise de Investimentos: Escolhemos ensinar matemática financeira através da Análise de Investimentos por entender que esse tema trabalha em várias frentes da nossa estratégia. Como visto anteriormente, um dos pontos chaves da nossa aula inédita é fazer algo de maneira diferente que motive o aluno para o aprendizado. Desse ponto de vista, termos como Aplicações Financeiras, Lucro, Otimização de Resultados e Investimentos, por exemplo, aguçam a curiosidade do aluno e servirão como propaganda quando do convite para a participação da aula inédita. Sob outra ótica, vimos através da leitura das ideias de Brousseau e outros, que também será necessário criarmos cenários e situações didáticas que permita ao aluno buscar conhecimento alicerçando-se nas suas experiências escolares. Isso também será feito a partir de ideias encontradas na Análise de Investimentos.

3) Conhecimentos Básicos: Seguindo as perspectivas da Engenharia Didática, levaremos o aluno a aprender matemática financeira a partir dos seus conhecimentos prévios e de um cenário proporcionado pela Análise de Investimentos. Aqui, temos como conhecimento prévio aqueles que foram adquiridos nos anos escolares anteriores, principalmente os pré-requisitos para a matemática financeira, ou seja, porcentagem, razão e proporção, regra de três, função e equação exponencial e logarítmica, progressões geométricas, entre outros.

4) Matemática Financeira: Tanto a matemática financeira quanto a Análise de Investimentos são dotadas de tópicos que podem ser abordados em vários níveis de aprofundamento. Posto isso e considerando nosso público alvo, entendemos que devemos trabalhar em nossa aula inédita os conceitos de Juros Simples, Juros Compostos, Equivalência de Taxas e Deslocamento de Quantias no Tempo. Porém, nada impede que a estratégia aqui utilizada possa ser aplicada a assuntos mais abrangentes da Matemática Financeira, entre eles as Séries de Pagamentos Uniformes, Perpetuidades, os Sistemas SAC e PRICE de amortização e as Planilhas de Financiamento.

5) Construção dos Cenários e Atividades: Para recriar os ambientes propícios para o aprendizado da matemática financeira levando em conta que o aluno deve ser protagonista, entendemos que as atividades devem ser compostas

por perguntas contextualizadas, que levem os alunos a encontrar a modelagem matemática adequada para cada tópico ou atividades montadas na forma de jogos, que simulem situações da vida real onde os alunos serão os gestores do dinheiro frente às opções de compra, ou seja, situações em que uma análise de investimento através da matemática financeira será crucial para a correta tomada de decisões. Por alguns motivos, dentre eles o escasso tempo e a época da semana de provas do colégio, utilizaremos textos contextualizados ao invés de jogos, deixando esses para turmas futuras seguindo as características do famoso jogo “Banco Imobiliário” e utilizando os princípios regidos pelo programa “Superação Jovem” mantido pelo Instituto Ayrton Senna.

3.1.2 – Construção das Situações e Análise a Priori – Cronograma

3.1.2.1 – Propaganda - Criação de um Folder.

O primeiro passo para a aplicação de nossa sequência didática inédita será a criação e distribuição de um Folder, que tem a finalidade de medir o interesse dos alunos pela aula e pelo tema. Essa é a única função desse folder, que pode ser encontrado no Anexo A, já que a aula inédita será aplicada a todos os alunos do Terceiro Ano B da Etec Professora Anna de Oliveira Ferraz matriculados no ano 2015. Através dele contabilizaremos quantos alunos, dentre os quarenta da turma, participariam da aula espontaneamente.

3.1.2.2 – Pesquisa de Opinião 1.

Antes da realização das atividades e com a finalidade de quantificar o conhecimento prévio sobre matemática financeira para posterior comparação de resultados, nossos alunos responderão duas pesquisas de opinião. Uma delas será sobre as práticas habituais desse professor ao longo de todo o Ensino Médio. Nela serão abordadas questões sobre aula expositiva e aula tradicional e o uso de tecnologias durante as aulas. A outra tratará de assuntos sobre a quantificação de saberes financeiros, tanto dos alunos quanto de seus familiares e do aprendizado de

matemática financeira em anos anteriores. Ambas as pesquisas podem ser encontradas no anexo B.

3.1.2.3 – Atividade 1 – Analisando Situações Cotidianas.

Essa primeira atividade tem como um de seus objetivos principais apresentar situações cotidianas que simule a tomada de decisões através da Análise de Investimentos e conseqüentemente através da Matemática Financeira, além de possibilitar o estudo dos quatro temas que pretendemos ensinar. Para uma maior familiaridade do leitor com nosso trabalho informarmos que essas situações cotidianas serão destacadas em vermelho no layout da Atividade 1, que pode ser encontrada no anexo C. De início, as referidas contextualizações promovidas por essas situações cotidianas não serão resolvidas pelo corpo discente, isso será feito na Atividade 2 como forma de verificação de aprendizado. O segundo objetivo da Atividade 1 é fazer com que o aluno interaja com as ferramentas matemáticas necessárias para o desenvolvimento da Atividade 2. Posto isso, destacamos que logo abaixo de cada uma das situações cotidianas mencionadas anteriormente faremos uma série de intervenções e questionamentos, inclusive com muitos exercícios, que serão capazes de fornecer aos alunos os meios de discussão necessários a resolução das mesmas. Esses questionamentos também serão capazes de evidenciar graves equívocos cometidos pelos menos educados financeiramente, principalmente erros de raciocínio sobre os referidos assuntos, dando destaque a confusão feita com as taxas nominal, proporcionais e efetivas; a diferença entre os regimes de juros simples e juros compostos, salientando que os menos experientes acreditam que o primeiro parece ser o mais natural a ser usado no dia-a-dia; além das confusões que são próprias da necessidade de tomadas de decisões.

Metodologia: Os alunos serão divididos em dez grupos de quatro integrantes, de maneira a favorecer o diálogo e promover discussões de opiniões. Cada grupo receberá as atividades e um tempo para respondê-las, sem a interferência do professor. Terminada essa fase, o professor fará os devidos esclarecimentos sobre as atividades tirando eventuais dúvidas, inclusive relacionadas aos pré-requisitos.

É esperado que o corpo discente questione e se surpreenda com o gabarito da atividade, uma vez que propositalmente queremos destacar os erros de raciocínio frente aos elementos da matemática financeira. Esperamos também que, terminada essa primeira atividade e os devidos esclarecimentos, o aluno tenha adquirido conhecimentos relevantes, sobretudo do significado de capitalização mensal, taxas nominais e efetivas, além de dominar plenamente o uso das fórmulas de equivalência de capitais e de montante para juros compostos. Também esperamos alguma habilidade no deslocamento de quantias no tempo, porém com menos intensidade em relação à observada nos aprendizados anteriores.

Acreditamos que serão necessários de quatro a seis aulas para aplicação e esclarecimentos sobre a Atividade 1, que por sinal serão feitos com uso de computador e projetor eletrônico como forma de destacar o uso das tecnologias em benefício do aprendizado.

Gostaríamos de salientar que o leitor interessado em aplicar essa aula em uma de suas turmas pode e deve adaptá-la aumentando, diminuindo ou até mesmo substituindo as questões por outras, de acordo com as necessidades e características dos alunos.

Com a intenção de elencar fatos que permitam uma análise à priori da real situação dos alunos, dividimos nossa atividade em cinco partes. A primeira é dedicada ao aprendizado dos termos básicos como juro, taxa de juro, capital inicial, montante, entre outros. Para realizar essa atividade recorreremos a vídeo aulas disponibilizadas pelo IMPA (Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada), a textos de alguns autores e a exercícios básicos de fixação de conteúdo encontrados principalmente no livro *A Matemática do Ensino Médio – Volume 2* produzido pela Sociedade Brasileira de Matemática.

Na segunda parte, além de textos, faremos uso de planilhas de cálculo e de exercícios mais elaborados com a intenção de levar o aluno a descobrir, por exemplo, que juros de 2% ao bimestre não são iguais a juros de 1% ao mês, aplicados durante dois meses, além de preparar o aluno para os conteúdos da etapa posterior.

A terceira etapa é praticamente o ápice da atividade, pois é nela que se dá a conjectura da fórmula fundamental do regime de juros compostos; a diferença entre os regimes de juros simples e juros compostos; e a apresentação da fórmula

de equivalência de capitais, que é essencial para a análise de investimentos pelo fato de nos tornar capazes de deslocar quantias no tempo.

Uma vez bem ambientados os conceitos citados a pouco, somos capazes de trabalhar com taxas nominais, proporcionais e efetivas. Isso será feito na quarta etapa, destacando que as instituições financeiras podem se beneficiar dos menos avisados sobre o real valor de uma dívida.

E por último, na quinta etapa, exemplos de como podemos usar o conceito de juros simples através do cálculo de multa e juros de mora serão elucidados pelo professor com auxílio do quadro negro.

3.1.2.4 – Atividade 2 – Retomando as Situações Cotidianas.

A Atividade 2 tem por objetivo verificar, através da resolução de situações problemas, se o aluno assimilou o conteúdo ensinado nas atividades anteriores. Essas situações problemas são as mesmas que foram destacadas em vermelho na Atividade 1.

Metodologia: Novamente os alunos se organizarão em dez grupos de quatro integrantes, preferencialmente formando os mesmos grupos da Atividade 1, para a resolução dos exercícios. Para a execução dessas atividades acreditamos que uma ou duas aulas serão suficientes e após o término da atividade o professor fará as considerações necessárias através do quadro negro.

É esperada alguma dificuldade por parte dos alunos na resolução dos exercícios sobre deslocamento de quantias no tempo por conta da pouca familiarização com esse tipo de abordagem da matemática financeira. Nesse sentido, o uso de planilhas eletrônicas e até mesmo de calculadoras científicas serão permitidos para a execução das atividades.

É importante esclarecer que existem exercícios de matemática financeira, sobretudo os utilizados em apostilas para concursos públicos, cujos enunciados possuem termos que não são devidamente elucidados. Espera-se que, após essas atividades, o aluno seja capaz de identificar nos textos financeiros, mesmo aqueles mal formulados, a real situação ofertada pelo credor. Por exemplo, ao ler que a taxa de juros será de 4% a.m o aluno já terá em mente que a capitalização é mensal e que o regime utilizado é o de juro composto.

Portanto, a Atividade 2, que pode ser encontrada no anexo D, é uma espécie de análise à posteriori por ter a característica de confirmar se houve ou não aprendizado significativo dos conteúdos.

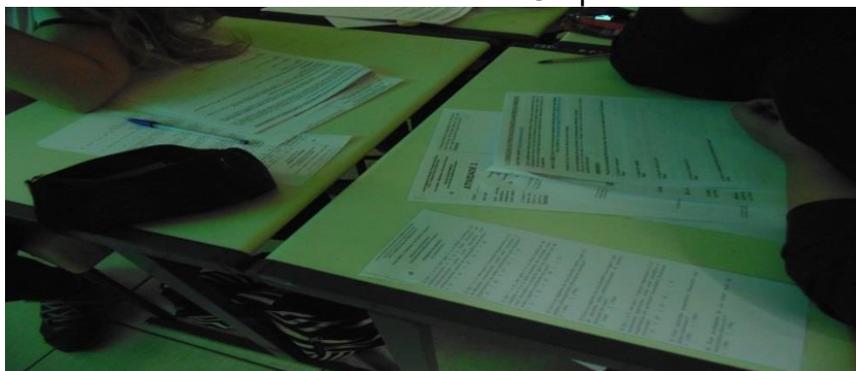
3.1.2.5 – Pesquisa de Opinião 2.

Após a realização das atividades os alunos responderão a três pesquisas de opinião que podem ser encontradas no anexo E. A primeira delas trata da avaliação pessoal sobre o curso onde os alunos terão a oportunidade de tecer comentários sobre a iniciativa do professor em montar essa sequência didática, sobre os benefícios que esse aprendizado traz para a sua vida estudantil, entre outros. A segunda aborda as diferenças entre uma aula tradicional e uma aula mais tecnológica catalogando as impressões que os alunos tiveram sobre a diferença de abordagem dos tópicos. E a terceira nada mais é do que a repetição de algumas questões de pesquisas anteriores para comparação à priori e à posteriori.

3.2 – Aplicação da Aula Inédita.

No dia 23 de setembro de 2015, sete horas da manhã, iniciamos a aplicação da nossa aula sobre matemática financeira. Nesse dia ficamos toda a manhã única e exclusivamente para esse fim, graças a um acordo feito com os colegas professores que gentilmente cederam suas aulas para que a atividade acontecesse.

Foto 1: Alunos em Grupo

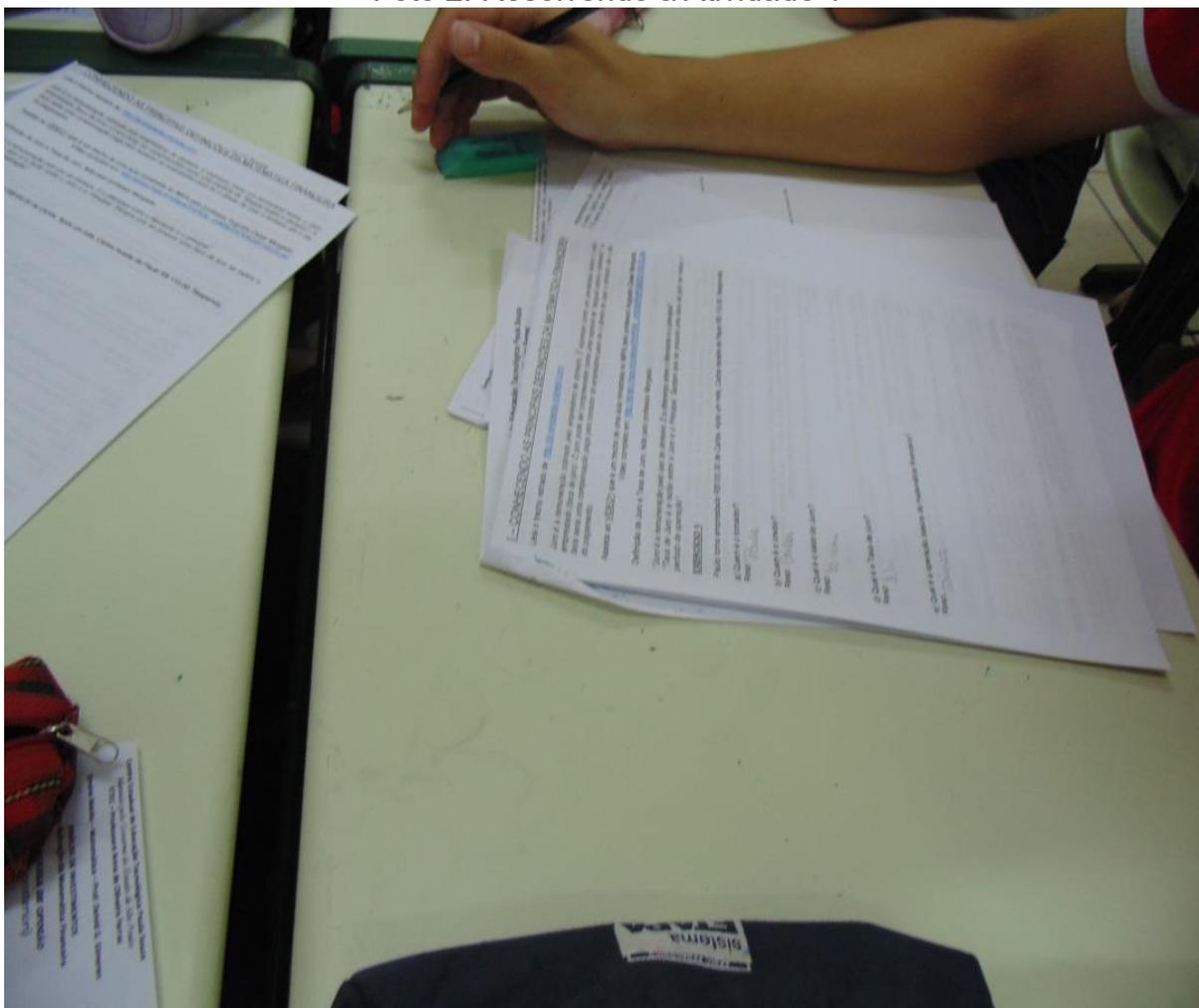


Fonte: Próprio autor

Inicialmente, escolhemos uma sala de aula equipada com multimídia e os alunos foram divididos em grupos de quatro pessoas. Dos quarenta alunos

matriculados nessa classe apenas um faltou. Em seguida foram distribuídas aos alunos as pesquisas de opinião individual apresentadas no item 3.1.2.2 – Pesquisa de Opinião 1 sobre as práticas habituais desse autor como professor durante os últimos anos letivos e sobre os conhecimentos de matemática financeira que cada um adquiriu durante sua educação básica, que foram respondidas e recolhidas prontamente. Logo depois foi distribuída a Atividade 1 que se iniciou com as boas vindas, seção Leia e Responda e o vídeo exibido pelo Globo Repórter. Os alunos fizeram em grupo as atividades relativas a esses e os demais tópicos e em seguida partimos para o item I – Conhecendo as principais definições da matemática financeira. Nesse item assistimos o Vídeo 1 e respondemos as atividades relativas a esse tópico, com destaque para o exercício 1.

Foto 2: Resolvendo a Atividade 1



Fonte: Próprio autor

No item II, fizemos a seção Leia e Responda, as situações cotidianas e os exercícios. Um dos pilares dessa aula é o protagonismo dos alunos e a menor

intervenção possível por parte do professor. Porém, nesse momento foi necessária a intervenção do professor para fixar a ideia de período e a ideia de capitalização mensal. Foi elucidado aos alunos que período é o tempo combinado entre as partes para que ocorra a capitalização dos juros, e que a quantidade de períodos em um empréstimo pode variar de acordo com as possibilidades do tomador do empréstimo. Nesse sentido, surge a ideia de montante que nada mais é do que o capital do início do período somado aos juros gerados nesse mesmo período e que o montante gerado ao final de um período será o capital inicial do período seguinte.

Foto 3: Resolvendo Exercícios



Fonte: Próprio autor

No item III – Descobrimos uma fórmula mágica, fizemos a dedução da fórmula fundamental do regime de juros compostos e a relacionamos com deslocamento de quantias no tempo. Nessa fase os alunos foram levados a um dos laboratórios de informática que a escola dispõe para ter contato com o uso de planilhas eletrônicas e efetuarem os cálculos de juros.

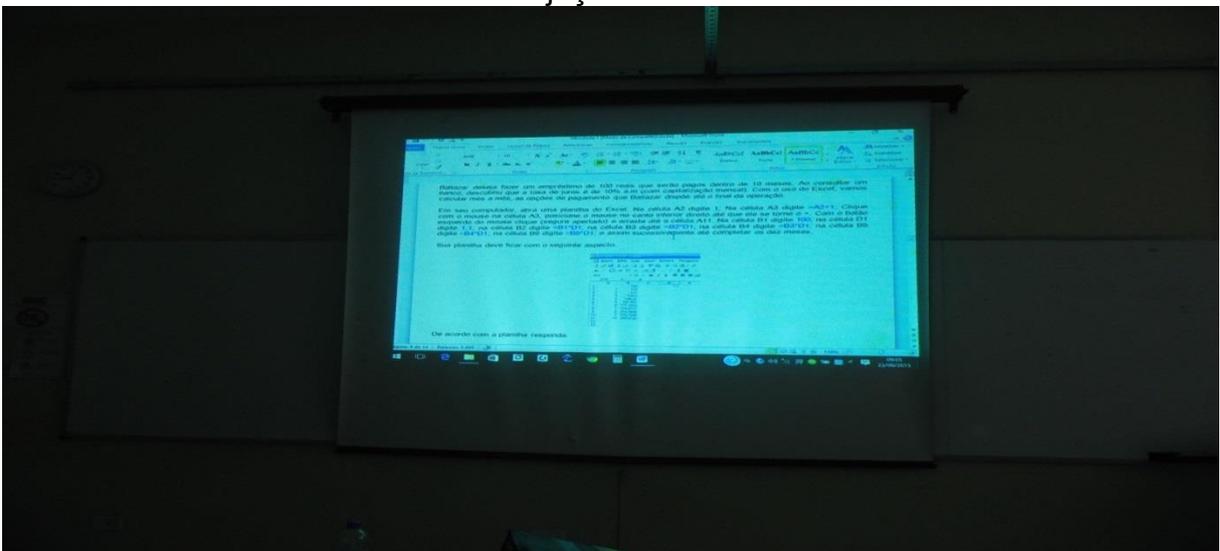
Foto 4: Laboratório de Informática



Fonte: Próprio autor

No item IV – Nem tudo que reluz é ouro, os alunos resolveram os exercícios, em especial aqueles que mostravam a diferença entre taxa nominal e taxa efetiva, sempre relacionada a ideia de taxas equivalentes. E no item V – A função do regime de juros simples no sistema monetário brasileiro os alunos assistiram um vídeo sobre a opinião do professor Morgado a respeito desse regime, e logo em seguida fizemos, como exemplo da aplicação de juros simples no sistema monetário brasileiro, o cálculo de multa de juros de mora de uma duplicata bancária. Em seguida, para finalizar, mostramos a relação entre o número de Euler e a caderneta de poupança, baseada em uma atividade do material matemática na prática já citado anteriormente.

Foto 5: Projeção da Atividade 1



Fonte: Próprio autor

No dia 24 de Setembro de 2015, nas duas primeiras aulas da manhã, os alunos novamente se reuniram em grupo para resolver os exercícios da Atividade 2. Estiveram presentes trinta e quatro alunos. Nessa aula o professor tirou algumas dúvidas sobre a matéria e o uso de equipamentos como celular com calculadora científica fizeram parte da resolução dos exercícios. No final fizemos uma breve correção dos exercícios e os alunos responderam duas pesquisas de opinião sobre suas impressões acerca da aula e uma contendo quatro questões utilizadas em pesquisas anteriores que podem ser encontradas no anexo E dessa dissertação de mestrado.

3.3 – Resolução (Gabarito) das Atividades.

Abaixo apresentaremos a resolução das Atividades 1 e 2 e para efeito de tabulação de dados esperamos que o corpo discente tenha respondido as questões de maneira semelhante as respostas encontrada nesse seção.

3.3.1 – Atividade 1

EXERCÍCIO 1: Paulo toma emprestado R\$100,00 de Carlos. Após um mês, Carlos recebe de Paulo R\$ 110,00. Responda:

a) Quem é o tomador?

Resposta: O tomador do empréstimo é Paulo.

b) Quem é o credor?

Resposta: O credor é Carlos.

c) Qual é o valor do Juro?

Resposta: Sabendo que $M = C + J \Rightarrow J = M - C \Rightarrow J = R\$110,00 - R\$100,00 \Rightarrow J = R\$10,00$, temos, portanto, que o valor do juro é R\$10,00.

d) Qual é a Taxa de juro?

Resposta: Sabendo que $i = \frac{J}{C} \Rightarrow i = \frac{10,00}{100,00} \Rightarrow i = \frac{1}{10} \Rightarrow i = 0,1 \Rightarrow i = 10\% \text{ a.m.}$, temos,

portanto, que a taxa de juro é 10% ao mês.

e) Qual é a operação básica da matemática financeira?

Resposta: A operação básica da matemática financeira é a operação de empréstimo.

Situação 1: Fábio e Tomas tomaram emprestados a mesma quantia. O primeiro contratou a uma taxa de juro de 2% ao mês enquanto que o segundo contratou a uma taxa de juro de 4% ao bimestre. Sabendo que os dois quitaram os respectivos empréstimos após dois meses da contratação, responda:

a) Ao responder o item (d) do exercício 1 você atentou para o fato de que a taxa e o período “caminham sempre juntas”?

Resposta: Sim, atentei.

b) Qual é o período da operação feita por Fábio?

Resposta: O período da operação feita por Fábio é um mês, já que a taxa contratada por ele mostra uma capitalização mensal.

c) Qual é a taxa de juro contratada por Fábio?

Resposta: A taxa de juro contratada por Fábio é 2% a.m.

d) Qual é o período da operação feita por Tomas?

Resposta: O período da operação feita por Tomas é de dois meses, já que a taxa contratada por ele mostra uma capitalização bimestral.

e) Qual é a taxa de juro contratada por Tomas?

Resposta: A taxa de juro contratada por Tomas é 4% ao bimestre.

f) Quantos períodos existem na operação de Fábio?

Resposta: Na operação de Fábio existem dois períodos de um mês.

g) Quantos períodos existem na operação de Tomas?

Resposta: Na operação de Tomas existe um período de dois meses.

h) Escreva resumidamente o que seria um período.

Resposta: Período é o espaço de tempo necessário para que ocorra a capitalização dos juros sobre o valor de uma dívida. Gostaríamos ainda de salientar que os juros são cobrados, conforme é natural sobre a dívida do início do período.

EXERCÍCIO 2: Em relação a situação de Fábio e Tomas abordada no exercício anterior, é correto dizer que:

a) () Ambos pagarão, ao final da operação, a mesma quantia.

b) () Fábio pagará, ao final da operação, menos do que Tomas.

c) (X) Fábio pagará, ao final da operação, mais do que Tomas.

Resolução: Supondo que a quantia emprestada seja de x reais temos que Fábio pagará daqui a um mês $x \cdot 1,02$ e daqui a dois meses $(x \cdot 1,02) \cdot 1,02 = 1,0404 \cdot x$ já que

a capitalização dos juros nessa operação é mensal a uma taxa de 2% ao mês enquanto que Tomas pagará daqui a dois meses $\times 1,04$ já que a capitalização dos juros nessa operação é bimestral a uma taxa de 4% ao bimestre. Portanto, Fábio pagará mais do que Tomas conforme pudemos observar.

EXERCÍCIO 3: Observe as seguintes situações e responda:

a) José tomou emprestado R\$100,00, a uma taxa de juro de 2% ao bimestre. Quanto pagará após dois meses? Quanto pagaria após dois meses se a taxa fosse de 1% a.m?

Resposta: O pagamento após dois meses com uma taxa de 2% ao bimestre é $100 \cdot 1,02 = 102$ reais enquanto que o pagamento após dois meses com uma taxa de 1% ao mês é $100 \cdot (1,01) \cdot (1,01) = 102,01$. (Nota: Veremos mais adiante que juros de 1% ao mês são proporcionais a juros de 2% ao bimestre e são equivalentes a juros de 2,01% em dois meses. Em operações bancárias temos que 1% ao mês é a taxa nominal e 2,01% é a taxa efetiva).

b) Jorge tomou emprestado R\$100,00, a uma taxa de juro de 4% ao bimestre. Quanto pagará após dois meses? Quanto pagaria após dois meses se a taxa fosse de 2% a.m?

Resposta: O pagamento após dois meses com uma taxa de 4% ao bimestre é $100 \cdot 1,04 = 104$ reais enquanto que o pagamento após dois meses com uma taxa de 2% ao mês é $100 \cdot (1,02) \cdot (1,02) = 104,04$. (Nota: Veremos mais adiante que juros de 2% ao mês são proporcionais a juros de 4% ao bimestre e são equivalentes a juros de 4,04% em dois meses. Em operações bancárias temos que 2% ao mês é a taxa nominal e 4,04% é a taxa efetiva).

c) Lucas tomou emprestado R\$100,00, a uma taxa de juro de 3% ao trimestre. Quanto pagaria após três meses? Quanto pagaria após três meses se a taxa fosse de 1% a.m?

Resposta: O pagamento após três meses com uma taxa de 3% ao trimestre é $100 \cdot 1,03 = 103$ reais enquanto que o pagamento após três meses com uma taxa de 1% ao mês é $100 \cdot (1,01) \cdot (1,01) \cdot (1,01) = 103,03$. (Nota: Veremos mais adiante que juros de 1% ao mês são proporcionais a juros de 3% ao trimestre e são equivalentes a juros de 3,03% em três meses. Em operações bancárias temos que 1% ao mês é a taxa nominal e 3,03% é a taxa efetiva).

EXERCÍCIO 4: Observe abaixo as duas resoluções da segunda parte do item (c) do exercício anterior e assinale aquela que mais se assemelha a sua resolução.

a) () 1% de 100 é 1. Como se passaram 3 meses, temos $3 \times 1 = 3$ reais de juros, logo Lucas pagaria após três meses 103 reais.

b) (X) 1% de 100 é 1. Logo, após 1 mês temos 101 reais. 1% de 101 é 1,01. Logo, após 2 meses temos $101 + 1,01 = 102,01$ reais. 1% de 102,01 é 1,0201. Portanto, Lucas pagará após três meses $102,01 + 1,0201 = 103,0301$ (103,03 reais aproximadamente).

Resolução: A primeira opção não é correta, pois fere a definição de capitalização mensal que exige que a taxa de juros seja aplicada, conforme é natural, ao valor da dívida no início do período e não ao valor da dívida em um passado recente.

EXERCÍCIO 5: Resposta pessoal.

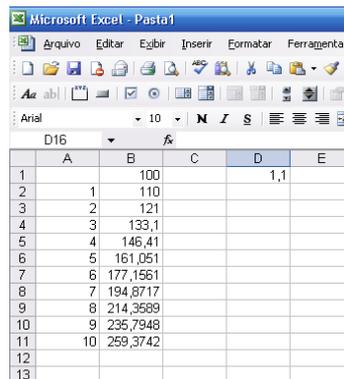
EXERCÍCIO 6: De acordo com o aprendido no VÍDEO 2, analise o exercício 4 e responda qual é o único caminho a ser seguido, do ponto de vista da matemática financeira.

() Caminho seguido em (a) (x) Caminho seguido em (b)

Resolução: Feita no exercício 4.

Situação 2: Baltazar deseja fazer um empréstimo de 100 reais que serão pagos dentro de 10 meses. Ao consultar um banco, descobriu que a taxa de juros é de 10% a.m (com capitalização mensal). Com o uso do Excel, vamos calcular mês a mês, as opções de pagamento que Baltazar dispõe até o final da operação.

Sua planilha deve ficar com o seguinte aspecto.



	A	B	C	D	E
1		100		1,1	
2	1	110			
3	2	121			
4	3	133,1			
5	4	146,41			
6	5	161,051			
7	6	177,1561			
8	7	194,8717			
9	8	214,3589			
10	9	235,7948			
11	10	259,3742			
12					
13					

De acordo com a planilha responda.

a) Quanto Baltazar pagaria se resolvesse quitar a dívida após um mês da data de contratação do empréstimo?

Resposta: Baltazar pagaria, após um mês da data de contratação do empréstimo, R\$110,00.

b) Quanto Baltazar pagaria se resolvesse quitar a dívida após dois meses da data de contratação do empréstimo? Você concorda com esse valor?

Resposta: Baltazar pagaria, após dois meses da data de contratação do empréstimo, R\$121,00. Concordo, pois estou de acordo com o aprendizado das atividades anteriores que esclarecem o conceito de capitalização.

c) Ao analisar a tabela, Baltazar teve a seguinte dúvida:

“Como são juros de 10% a.m, em dois meses terei que pagar 20% de juros, logo tenho que pagar ao banco $100 \cdot 1,2 = 120$ reais e não 121 reais”.

Você concorda com a opinião de Baltazar? () Sim (x) Não.

Comente: Já vimos em atividades anteriores que os juros devem ser cobrados sobre a dívida do início do período.

d) Qual é a principal característica do Regime de Juros Compostos?

Resposta: A principal característica dos juros compostos é que os mesmos são cobrados, conforme é natural, sobre a dívida do início do período. (Nota: Algumas pessoas mais antigas dizem que o regime de juros compostos é aquele que cobra “juro sobre juros”. Essa visão é totalmente inadequada uma vez que sabemos a definição rigorosa de período e de capitalização).

EXERCÍCIO 7: Joãozinho fez o seguinte acordo com seu pai: Por cada média 10 recebida em seu boletim escolar ele ganharia um prêmio extra de 10% do valor de sua mesada. Sabendo que a mesada de Joãozinho é de R\$100,00 e que esse mês ele conseguiu média 10 apenas em matemática, calcule quanto ele receberá de seu pai.

Resolução: De acordo com o enunciado temos: $100,00 \cdot 1,1 = \text{R\$ } 110,00$, ou seja, ele receberá R\$110,00.

Situação 3: Após a entrega do boletim é chegada a hora do acerto entre Joãozinho e seu pai. Analise abaixo os métodos de resolução aplicados por eles e responda:

(*) Joãozinho

Inicialmente constatou que $10\% = \frac{10}{100} = 0,1$.

Em seguida fez $100 \cdot 0,1 = 10$.

E finalmente efetuou $100 + 10 = 110$.

() Seu pai**

Inicialmente fez $100\% + 10\% = 110\% = \frac{110}{100} = 1,1$.

Em seguida fez $100 \cdot 1,1 = 110,00$.

Qual dos métodos acima mais se assemelha ao usado por você para responder o exercício 7?

(*) () (**) (x)

Resolução: Espera-se que os alunos dominem o segundo método de resolução.

Situação 4:

$$M_2 = M_1 \cdot 1,1 \Rightarrow M_2 = 100 \cdot 1,1 \cdot 1,1 \Rightarrow M_2 = 100 \cdot (1,1)^2$$

Usando esse mesmo raciocínio, preencha os parênteses.

$$M_3 = M_{(2)} \cdot 1,1 \Rightarrow M_3 = (100 \cdot (1,1)^2) \cdot 1,1 \Rightarrow M_3 = 100 \cdot (1,1)^3$$

$$M_4 = M_{(3)} \cdot 1,1 \Rightarrow M_4 = (100 \cdot (1,1)^3) \cdot 1,1 \Rightarrow M_4 = 100 \cdot (1,1)^4$$

$$M_5 = M_{(4)} \cdot 1,1 \Rightarrow M_5 = (100 \cdot (1,1)^4) \cdot 1,1 \Rightarrow M_5 = 100 \cdot (1,1)^5$$

Como seria a expressão para M_6 ? E para M_{10} ? E para M_n onde n é uma quantidade de períodos qualquer?

Resposta: De acordo com o raciocínio anterior, temos: $M_6 = 100 \cdot (1,1)^6$;

$$M_{10} = 100 \cdot (1,1)^{10} \text{ e } M_n = 100 \cdot (1,1)^n.$$

Situação 5: Observe a planilha do Excel usada no exercício 4.

	A	B	C	D	E
1		100		1,1	
2	1	110			
3	2	121			
4	3	133,1			
5	4	146,41			
6	5	161,051			
7	6	177,1561			
8	7	194,6717			
9	8	214,3669			
10	9	236,7946			
11	10	259,3742			
12					
13					

a) Dívida o valor da célula B2 por 1,1. Que resultado encontrou?

Resposta: Encontrei como resultado o valor 100.

b) Dívida o valor da célula B1 por 1,1. Que resultado encontrou?

Resposta: Encontrei como resultado o valor 90,90.

c) Sabendo que $(1,1)^2 = 1,21$, dívida o valor da célula B2 por $(1,1)^2$. Que resultado encontrou?

Resposta: Encontrei como resultado o valor 90,90.

d) Multiplique o valor da célula B1 por 1,1. Que resultado encontrou?

Resposta: Encontrei como resultado o valor 110.

e) Multiplique o valor da célula B2 por 1,1. Que resultado encontrou?

Resposta: Encontrei como resultado o valor 121.

f) O que devo fazer para saber o valor do meu dinheiro daqui a dois meses, sabendo que ele me rende 10% ao mês? E daqui a três meses? E daqui a quatro meses?

Resposta: Devemos multiplicar o dinheiro por $(1,1)^2$; $(1,1)^3$ e $(1,1)^4$, respectivamente.

g) O que devo fazer para saber quanto valia meu dinheiro dois meses atrás, sabendo que ele me rende 10% ao mês? E a três meses atrás? E a quatro meses atrás?

Resposta: Devemos dividir o dinheiro por $(1,1)^2$; $(1,1)^3$ e $(1,1)^4$, respectivamente.

EXERCÍCIO 8: Juros de 10% ao mês darão em dois meses juros de:

a) 20% b) 21% c) 120%

Resolução: Alternativa b, pois devemos fazer $(1,1) \cdot (1,1) = 1,21$ que significa 121%, ou seja, um aumento de 21% em relação ao valor inicial.

EXERCÍCIO 9:



Senhor Carlos encontrou o panfleto rasgado acima.

Nos dizeres aparece a seguinte frase incompleta: “*Juros de 10% ao mês, ou seja, juros que em dois meses darão _____*”. É sabido que o senhor Carlos tem bons conhecimentos de matemática financeira, portanto, ele escolheria qual das três opções abaixo para completar a frase do panfleto?

a) Juros de 20% b) Juros de 21% c) Juros de 120%

Resposta: Alternativa b, de acordo com o exposto no exercício anterior.

Situação 6: Pedro recebe o seguinte e-mail do gerente de sua conta bancária.

Boa tarde senhor Pedro!

Conforme solicitado e de acordo com o seu perfil de cliente, gostaria de informar que a taxa de juros para o senhor será de 4% ao mês.

Atenciosamente!

Gerente

Admitindo que Pedro faça o empréstimo nas condições impostas pelo gerente e que seja possível pagar a dívida após três meses da contratação, calcule quanto ele pagará de juros por essa operação.

- a) 12% a.t b) 4% a.m c) 12,48% a.t d) 112%a.t

Resolução: Basta fazer $(1,04)^3 = 1,124864$ que significa 112,48% aproximadamente, ou seja, 12,48% de juros.

EXERCÍCIO 10: Salim deseja fazer um empréstimo e pesquisou a taxa de juro em dois sites de instituições financeiras diferentes. Segue abaixo as informações colhidas pelo senhor Salim.

Banco A	Banco B
CDC – Crédito Direto ao Consumidor	CDC – Crédito Direto ao Consumidor
Data do contrato: __/__/__	Data do contrato: __/__/__
Ag./Conta Débito:	Ag./Conta Débito:
Taxa de Juros: 2,54% a.m 35,12% a.a	Taxa de Juros: 2,54% a.m 30,48% a.a
Qtde de prestações:	Qtde de prestações:
Dia do Débito:	Dia do Débito:
Valor Solicitado:	Valor Solicitado:
.	.
.	.

Salim observou que a taxa de Juro mensal é a mesma (2,54%), porém, a taxa de Juro anual é menor no banco B.

- a) Qual Banco tem a melhor opção para a aquisição do empréstimo?

Resposta: Os dois bancos tem a mesma opção, já que a capitalização é mensal e os dois possuem mesma taxa de juros ao mês.

- b) O que representa a Taxa Anual do Banco A e o que representa a Taxa anual do Banco B?

Resposta: A taxa anual do Banco A representa os juros que efetivamente serão cobrados dentro de um ano enquanto que a taxa anual do Banco B representa a taxa proporcional aos juros mensais.

- c) Qual é a intenção do Banco B ao apresentar essa taxa?

Resposta: A intenção é atrair maior numero de clientes com a falsa ideia de que sua opção é melhor que a do banco concorrente.

EXERCÍCIO 11: Destacamos algumas situações do dia-a-dia das pessoas para uma melhor análise. Leia atentamente cada uma delas! Para responder as questões 1, 2 e 3, suponha que você deseja pagar uma conta de R\$100,00 em uma loja e admita que seu dinheiro lhe renda 10% ao mês.

- 1) A loja lhe oferece duas opções para que escolha apenas uma.

(a) () Pagar R\$100,00 agora ou;

(b) () Pagar R\$ 110,00 daqui a um mês.

Resolução: Pagar 100 reais agora ou pagar 110 reais daqui a um mês é indiferente, pois se deslocarmos as quantias de modo que fiquem na mesma época os valores serão iguais.

2) A loja lhe oferece duas opções para que escolha apenas uma.

(a) () Pagar R\$100,00 agora ou;

(b) (x) Pagar R\$ 105,00 daqui a um mês.

Resolução: Pagar 100 reais agora ou pagar 110 reais daqui a um mês é indiferente, pois se deslocarmos as quantias de modo que fiquem na mesma época os valores serão iguais. Portanto, devemos escolher pagar menos (105 reais) daqui a um mês.

3) A loja lhe oferece duas opções para que escolha apenas uma.

(a) (x) Pagar R\$100,00 agora ou;

(b) () Pagar R\$ 120,00 daqui a um mês.

Resolução: Pagar 100 reais agora ou pagar 110 reais daqui a um mês é indiferente, pois se deslocarmos as quantias de modo que fiquem na mesma época os valores serão iguais. Portanto, devemos escolher pagar menos (100 reais) hoje.

EXERCÍCIO 12: Qual é a intenção do professor Morgado ao explicar Juros Simples com a anedota do “Conto de Fadas”?

Resposta: Pessoal.

3.3.2 – Atividade 2

1) Lúcia tomou um empréstimo de 100 reais, dois meses após pagou 140 reais. Quanto é o Juro? Qual é a Taxa de Juro? Qual é o Capital Inicial? Qual é o Montante?

Resolução:

De acordo com as definições vistas durante a aula temos:

(i) $J = M - C = 140 - 100 = 40$, ou seja, os juros são de 40 reais.

(ii) $I = \frac{J}{C} = \frac{40}{100} = 40\%$, ou seja, 40% ao bimestre.

(iii) O capital inicial é o valor sobre o qual recaem os juros, ou seja, 100 reais.

(iv) $M = C + J = 100 + 40 = 140$, ou seja, o montante é de 140 reais.

2) Manoel tomou um empréstimo de 100 reais, a juros de taxa 10% ao mês. Após um mês, qual será o valor da dívida? E após dois meses?

Resolução:

De acordo com as definições vistas durante a aula temos:

(i) $M = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow M = 100 \cdot (1+0,10)^1 \Rightarrow M = 100 \cdot (1,10)^1 \Rightarrow M = 110$, ou seja, 110 reais.

(ii) $M = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow M = 100 \cdot (1+0,10)^2 \Rightarrow M = 100 \cdot (1,10)^2 \Rightarrow M = 100 \cdot 1,21 \Rightarrow M = 121$, ou seja, 121 reais.

3) Pedro investe 150 reais a juros de 12% ao mês. Qual será o montante de Pedro três meses depois?

Resolução:

De acordo com as definições vistas durante a aula temos:

$M = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow M = 150 \cdot (1+0,12)^3 \Rightarrow M = 150 \cdot (1,12)^3 \Rightarrow M = 150 \cdot 1,404928 \Rightarrow M = 210,74$, ou seja, o montante será de 210,74 reais.

4) Pedro tem duas opções de pagamento na compra de um televisor.

i) três prestações mensais de 160 cada.

ii) sete prestações mensais de 70 cada.

Em ambos os casos, a primeira prestação é paga no ato da compra. Se o dinheiro vale 2% ao mês para Pedro, qual a melhor opção que Pedro possui?

Resolução:

Quando o texto afirma que o dinheiro vale para Pedro 2% ao mês, está querendo salientar que a taxa de juros é 2%, assim, temos os seguintes esquemas de pagamento:

(i) $\begin{matrix} 0 & 1 & 2 \\ 160 & 160 & 160 \end{matrix}$

(ii) $\begin{matrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 70 & 70 & 70 & 70 & 70 & 70 & 70 \end{matrix}$

Comparando os dois esquemas de pagamento em uma mesma data qualquer (data focal), digamos na data 0, temos:

(i) $160 + \frac{160}{1,02} + \frac{160}{1,02^2} = 160 + 156,86 + 153,78 = 470,64$

(ii) $70 + \frac{70}{1,02} + \frac{70}{1,02^2} + \frac{70}{1,02^3} + \frac{70}{1,02^4} + \frac{70}{1,02^5} + \frac{70}{1,02^6} = 70 + 68,62 + 67,28 + 65,96 + 64,66 + 63,40 + 62,15 = 462,07$

Note que na mesma data (data focal) o esquema (ii) é mais vantajoso, pois custa menos que o esquema (i).

5) Pedro tem três opções de pagamento na compra de vestuário.

i) A vista, com 30% de desconto.

ii) Em duas prestações mensais e iguais, sem desconto, vencendo a primeira um mês após a compra.

iii) Em três prestações mensais iguais, sem desconto, vencendo a primeira no ato da compra.

Qual é a melhor opção para Pedro, se o dinheiro vale, para ele, 25% ao mês?

Resolução:

Sem perda de generalidade, podemos fixar o valor da dívida em 30 reais. Assim, temos os seguintes esquemas de pagamento:

$$(i) \quad 21^0$$

$$(ii) \quad 15^0 \quad 15^1 \quad 15^2$$

$$(iii) \quad 10^0 \quad 10^1 \quad 10^2$$

Comparando os três esquemas de pagamento em uma mesma data qualquer (data focal), digamos na data 0, temos:

$$(i) \quad 21$$

$$(ii) \quad \frac{15}{1,25} + \frac{15}{1,25^2} = 12 + 9,60 = 21,60$$

$$(iii) \quad 10 + \frac{10}{1,25} + \frac{10}{1,25^2} = 10 + 8 + 6,40 = 24,40$$

Note que na mesma data o esquema (i) é mais vantajoso, pois custa menos que os outros dois esquemas.

6) Uma loja oferece duas opções de pagamento:

i) a vista, com 30% de desconto.

ii) em duas prestações mensais iguais, sem desconto, a primeira prestação sendo paga no ato da compra.

Qual a taxa mensal dos juros embutidos nas vendas a prazo?

Resolução:

Sem perda de generalidade, podemos fixar o valor da dívida em 10 reais. Assim, temos os seguintes esquemas de pagamento:

(i) 7^0

(ii) $5^0 \cdot 5^1$

Comparando os dois esquemas de pagamento em uma mesma data qualquer (data focal), digamos na data 0, temos:

(i) 7

(ii) $5 + \frac{5}{(1+i)^1}$

$$\text{Daí: } 7 = 5 + \frac{5}{(1+i)^1} \Rightarrow 7 \cdot (1+i)^1 = 5 \cdot (1+i)^1 + (1+i)^1 \cdot \frac{5}{(1+i)^1} \Rightarrow 7 + 7i = 5 + 5i + 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7i - 5i = 5 - 7 + 5 \Rightarrow 2i = 3 \Rightarrow i = \frac{3}{2} \Rightarrow i = 1,5. \text{ Portanto, os juros embutidos são de}$$

150%.

7) Investindo seu capital a juros mensais de 8%, em quanto tempo você dobrará seu capital inicial?

Resolução:

De acordo com o enunciado temos $C = 2 \cdot C_0$.

$$\text{Daí: } C = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow 2C_0 = C_0 \cdot (1+0,08)^n \Rightarrow 2C_0 = C_0 \cdot (1,08)^n \Rightarrow 2 = (1,08)^n \Rightarrow \log 2 = \log(1,08)^n \Rightarrow$$

$$\log 2 = \log(1,08)^n \Rightarrow \log 2 = n \cdot \log(1,08) \Rightarrow n = \frac{\log 2}{\log(1,08)} \Rightarrow n = \frac{0,3010}{0,0334} \Rightarrow n \cong 9, \text{ portanto,}$$

após 9 meses.

8) Qual é a taxa anual de juros equivalente a 12% ao mês?

Resolução:

De acordo com as definições vistas durante a aula temos:

$$1 + I = (1+i)^n \Rightarrow 1 + I = (1+0,12)^{12} \Rightarrow 1 + I = (1,12)^{12} \Rightarrow 1 + I = 3,8959 \Rightarrow I = 3,8959 - 1 \Rightarrow$$

$$I = 2,8959 \Rightarrow I \cong 289\%$$

9) Verônica investe seu dinheiro a juros de 6% ao ano com capitalização mensal. Qual a taxa anual de juros a qual está investido o capital de Verônica?

Resolução:

Juros de 6% ao ano, com capitalização mensal, são proporcionais a juros de 6% : 12 = 0,5% ao mês e são equivalentes a:

$1 + I = (1 + 0,005)^{12} \Rightarrow 1 + I = (1,005)^{12} \Rightarrow 1 + I = 1,06167 \Rightarrow I = 1,06167 - 1 \Rightarrow I = 0,06167$, portanto, juros de 6% ao ano são proporcionais a juros de 0,5% ao mês e são equivalentes a juros efetivos de 6,16% ao ano.

10) Qual é a taxa efetiva semestral correspondente a 24% ao semestre com capitalização mensal?

Resolução:

Juros de 24% ao semestre, com capitalização mensal, são proporcionais a juros de $24\% : 6 = 4\%$ ao mês e são equivalentes a:

$1 + I = (1 + 0,04)^6 \Rightarrow 1 + I = (1,04)^6 \Rightarrow 1 + I = 1,2653 \Rightarrow I = 1,2653 - 1 \Rightarrow I = 0,2653$, portanto, juros de 24% ao semestre são proporcionais a juros de 4% ao mês e são equivalentes a juros efetivos de 26,53% ao semestre.

Capítulo 4

DEFINIÇÕES, TEORIAS E DEMONSTRAÇÕES.

Nesse capítulo apresentaremos as bases teóricas utilizadas na elaboração das atividades utilizadas nessa dissertação.

Como em tudo há sempre um ponto de partida, o nosso será o de admitir que o leitor esteja familiarizado com alguns conceitos básicos da matemática, principalmente o conceito de função e toda a matemática dos conjuntos numéricos necessárias para o entendimento deste.

4.1 – Notas Históricas da Matemática Financeira.

Obviamente não existe uma data correta para o surgimento da Matemática Financeira. O que existe é uma infinidade de fatores que contribuíram ao longo de milhares de anos para a formação desse conceito que aqui estudamos com certo grau de profundidade. Portanto nosso objetivo aqui não é montar um curso completo de história da Matemática Financeira e sim apenas fazer um breve relato de alguns fatos interessantes que não necessariamente estarão listados cronologicamente.

Assim, o que sabemos é que os conceitos, principalmente o de juro, são bem conhecidos, divulgados e utilizados a tempos. Acredita-se que a ideia de juro surgiu naturalmente quando o homem percebeu a estreita relação entre o dinheiro e o tempo. A descoberta de antigas tábuas de cálculos, baseadas no sistema sexagesimal posicional dão conta de que os antigos Sumérios já utilizavam conceitos como empréstimos, juros simples, juros compostos, nota promissória, entre outros, na distribuição e comercialização de produtos agrícolas.

Outros indícios de que a humanidade já dominava o conceito de juro surgiram em textos babilônios antigos. Por volta de 2.000 a.C já existiam relações comerciais baseadas nos juros que usavam sementes e outros bens como forma de pagamento.

Registros históricos dão conta de que também na Babilônia, por volta de 575 a.C já existia uma firma de banqueiros internacionais que cobravam juros pelo empréstimo de dinheiro para o financiamento do comércio.

Existem hoje expostas à visitação do público, tábuas contendo problemas antigos sobre juros. Algumas delas podem ser vistas nas coleções de Berlin, de Yale, de Istambul e do Louvre. Em uma tábua do museu do Louvre, de cerca de 1700 a.C há o seguinte problema: *“Por quanto tempo deve-se aplicar uma certa quantia de dinheiro a juros compostos anuais de 20% para que ela dobre?”*

Figura 1:Tábua com o Sistema Escrita dos Sumérios



Fonte: <http://www.brasilecola.com/matematica/matematica-financeira.htm>

Com o desenvolvimento do artesanato e da cultura dos diferentes povos antigos houve maior comunicação possibilitando o surgimento de alguma relação de comércio, entre elas o escambo, que se caracterizava pela troca direta de mercadorias. Com o passar dos anos tivemos a intensificação das transações comerciais e a troca direta de mercadorias evoluiu para um sistema relativamente estável de avaliações e equivalências tornando possível estimar o valor de um bem. Um exemplo disso é o fato de que a primeira unidade de escambo admitida na Grécia Pré-Helênica (VI – IV a.C.) foi o boi. Em alguns lugares apareceram como unidade o colar de pérolas e em outros o tecido.

Mais adiante na história, essa unidade de escambo passou a ser desempenhada cada vez mais por metais, surgindo assim a moeda como forma de pagamento nas relações comerciais. Acredita-se que essa tradição originou-se no Egito faraônico (3150 a.C.) devido as mercadorias serem frequentemente pagas em metal (cobre, bronze, ouro ou prata) que eram conhecidos como pepita ou palheta.

Já no Renascimento (XIV – XVI d.C.), o interesse pelo conhecimento proporcionou um grande desenvolvimento da matemática financeira através da

criação de obras literárias sobre esse assunto. A mais antiga delas é a Aritmética de Treviso, publicada em 1478 d.C. na cidade que leva seu nome e que até hoje é de desconhecido autor. Ela continha uma série de ensinamentos sobre as relações e cálculos comerciais da época.

Outro fato importante é que durante as guerras de conquista, surgiu com maior ênfase, o comércio de dinheiro. Alguns comerciantes conhecedores das regras de cambio da época passaram a acumular moedas de diversos países a fim de negociá-las com viajantes que iam e vinham do exterior. Muitos desses comerciantes de dinheiro deixaram suas antigas tarefas para se dedicarem somente a essa atividade. As pessoas que possuíam somas altíssimas em moedas, por questões de segurança, procuravam esses comerciantes para que eles lhes tomassem conta do dinheiro em troca de algum lucro, dando origem ao que chamamos hoje de bancos ou instituições financeiras. A palavra banco surgiu por conta de que o comerciante de dinheiro, o cambista, exercia sua profissão sentado em um banco de madeira em algum lugar do mercado.

Portanto, com esses breves relatos concluímos que milhares de anos de atividades práticas onde o homem aprendeu a estimar, avaliar, medir, multiplicar, somar, subtrair, dividir, registrar, entre outros, proporcionaram a álgebra, a chance de estruturar de forma mais abstrata o que hoje conhecemos como Matemática Financeira.

4.2 – Princípio de Indução Matemática.

O último dos quatro axiomas de Peano, conhecido como O Princípio de Indução Matemática, é uma nobre ferramenta de demonstração da validade de sentenças abertas no conjunto dos números Naturais \mathbb{N} . Tudo o que se sabe sobre o conjunto dos números Naturais pode ser demonstrado como consequência desses axiomas criados por Giuseppe Peano (1858 – 1932), matemático italiano que no limiar do século 20 fez essa notável síntese. Em linhas gerais, o quarto axioma nos diz que dado um subconjunto S do conjunto dos números naturais \mathbb{N} , tal que 1 pertence a S e sempre que um número n pertence a S , o número $n + 1$ também pertence a S , tem-se que $S = \mathbb{N}$. Com essa propriedade, prova-se o seguinte

teorema: (Princípio de Indução Matemática). Seja $P(n)$ uma sentença aberta sobre \mathbb{N} . Suponha que:

(i) $P(1)$ é verdadeira, e;

(ii) Qualquer que seja $n \in \mathbb{N}$, sempre que $P(n)$ é verdadeira, segue que $P(n + 1)$ é verdadeira.

Então, $P(n)$ é verdadeira para todo $n \in \mathbb{N}$.

Posto isso, seremos capazes de demonstrar importantes fórmulas na teoria das progressões aritmética e geométrica, que serão estudadas nos próximos itens.

4.3 – Sequências e Progressões.

Uma sequência é uma função cujo domínio é o conjunto \mathbb{N} dos números Naturais e aqui consideramos apenas as sequências de números Reais, isto é, funções de \mathbb{N} em \mathbb{R} . Sua notação usual é $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots)$ que significa que a sequência dada é a função $1 \mapsto x_1, 2 \mapsto x_2, \dots, n \mapsto x_n, \dots$, que a cada número natural n faz corresponder o número real x_n , chamado de *n-ésimo* termo da sequência.

4.3.1 – Demonstração da Fórmula do Termo Geral de uma P.A.

Uma Progressão Aritmética (P.A) é uma sequência $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots)$ em que cada termo, a partir do segundo, é igual ao seu antecessor somado a uma razão constante r .

De acordo com a definição de P.A temos:

$$x_2 = x_1 + r$$

$$x_3 = x_2 + r \Rightarrow x_3 = x_1 + r + r \Rightarrow x_3 = x_1 + 2.r$$

$$x_4 = x_3 + r \Rightarrow x_4 = x_1 + 2.r + r \Rightarrow x_4 = x_1 + 3.r$$

$$x_5 = x_4 + r \Rightarrow x_5 = x_1 + 3.r + r \Rightarrow x_5 = x_1 + 4.r$$

.

.

.

$$x_n = x_{n-1} + r \Rightarrow x_n = x_1 + (n-2).r + r \Rightarrow x_n = x_1 + (n-1).r$$

Vamos demonstrar a validade da fórmula $x_n = x_1 + (n-1).r$ por indução sobre n. Assim, pelo Princípio de Indução Matemática temos:

(i) A fórmula é verdadeira para $n = 1$, pois $x_n = x_1 + (n-1).r \Rightarrow x_1 = x_1 + (1-1).r \Rightarrow x_1 = x_1 + 0.r \Rightarrow x_1 = x_1$.

(ii) A validade da fórmula para $n \in \mathbb{N}$ implica a validade da fórmula para $n + 1 \in \mathbb{N}$.

De fato:

$$x_n = x_1 + (n-1).r \text{ (Somando } r \text{ a ambos os lados da igualdade temos)}$$

$$x_n + r = x_1 + (n-1).r + r \Rightarrow x_{n+1} = x_1 + (n-1).r + r \Rightarrow x_{n+1} = x_1 + (n-1+1).r \Rightarrow x_{n+1} = x_1 + [(n+1)-1].r$$

Portanto, pelo Princípio de Indução Matemática temos que $x_n = x_1 + (n-1).r$ é verdadeira para todo $n \in \mathbb{N}$. \square

4.3.2 – Demonstração da Fórmula do Termo Geral de uma P.G.

Uma Progressão Geométrica (P.G) é uma sequência $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots)$ em que cada termo, a partir do segundo, é igual ao seu antecessor multiplicado por uma razão constante q.

De acordo com a definição de P.G temos:

$$x_2 = x_1 \cdot q$$

$$x_3 = x_2 \cdot q \Rightarrow x_3 = x_1 \cdot q \cdot q \Rightarrow x_3 = x_1 \cdot q^2$$

$$x_4 = x_3 \cdot q \Rightarrow x_4 = x_1 \cdot q^2 \cdot q \Rightarrow x_4 = x_1 \cdot q^3$$

$$x_5 = x_4 \cdot q \Rightarrow x_5 = x_1 \cdot q^3 \cdot q \Rightarrow x_5 = x_1 \cdot q^4$$

.
.
.

$$x_n = x_{n-1} \cdot q \Rightarrow x_n = x_1 \cdot q^{n-2} \cdot q \Rightarrow x_n = x_1 \cdot q^{n-1}$$

Em muitos casos é mais natural numerar os termos a partir de zero. Nesse caso, $x_n = x_0 \cdot q^n$, pois avançamos n termos ao passar de x_0 para x_n .

Vamos demonstrar a validade da fórmula $x_n = x_1 \cdot q^{n-1}$ por indução sobre n. Assim, pelo Princípio de Indução Matemática temos:

(i) A fórmula é verdadeira para $n = 1$, pois $x_n = x_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow x_1 = x_1 \cdot q^{1-1} \Rightarrow x_1 = x_1 \cdot q^0 \Rightarrow x_1 = x_1 \cdot 1 \Rightarrow x_1 = x_1$.

(ii) A validade da fórmula para $n \in \mathbb{N}$ implica a validade da fórmula para $n + 1 \in \mathbb{N}$.

De fato:

$x_n = x_1 \cdot q^{n-1}$ (Multiplicando ambos os lados da igualdade por q temos)

$$x_n = x_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow x_n \cdot q = x_1 \cdot q^{n-1} \cdot q \Rightarrow x_{n+1} = x_1 \cdot q^{n-1+1} \Rightarrow x_{n+1} = x_1 \cdot q^{(n+1)-1}$$

Portanto, pelo Princípio de Indução Matemática temos que $x_n = x_1 \cdot q^{n-1}$ é

verdadeira para todo $n \in \mathbb{N}$.

□

4.3.3 – Demonstração da Fórmula da Soma dos n Primeiros Termos de uma P.G.

Dada a P.G. $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots)$ denotando por S_n a soma nos n primeiros termos temos:

(I) $S_n = x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{n-1} + x_n$ (multiplicando ambos os membros da igualdade pela razão q , $q \neq 0$) temos:

$$q \cdot S_n = q \cdot (x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{n-1} + x_n)$$

$$q \cdot S_n = x_1 \cdot q + x_2 \cdot q + x_3 \cdot q + \dots + x_{n-1} \cdot q + x_n \cdot q$$

(II) $q \cdot S_n = x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_n + x_n \cdot q$

Fazendo (II) – (I) temos:

$$q \cdot S_n - S_n = (x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_n + x_n \cdot q) - (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_n)$$

$$S_n(q - 1) = (x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_n + x_n \cdot q) - (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_n)$$

$$S_n(q - 1) = x_n \cdot q - x_1$$

$$S_n = \frac{x_n \cdot q - x_1}{q - 1} \Rightarrow S_n = \frac{x_1 \cdot q^{n-1} \cdot q - x_1}{q - 1} \Rightarrow S_n = \frac{x_1 \cdot q^n - x_1}{q - 1} \Rightarrow S_n = x_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Observe que se a razão q for igual a 1 a fórmula acima não pode ser utilizada. Porém, isso não nos causa muito transtorno, pois se q é igual a 1 então a nossa P.G. possui n termos iguais e para descobrir a soma desses n valores basta fazer n vezes x_1 .

Vamos demonstrar a validade da fórmula $S_n = x_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$ por indução

sobre n . Assim, pelo Princípio de Indução Matemática temos:

(i) A fórmula é verdadeira para $n = 1$, pois $S_n = x_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \Rightarrow S_1 = x_1 \cdot \frac{q^1 - 1}{q - 1} \Rightarrow S_1 = x_1$.

(ii) A validade da fórmula para $n \in \mathbb{N}$ implica a validade da fórmula para $n + 1 \in \mathbb{N}$.

De fato:

$S_n = x_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$ (Somando x_{n+1} a ambos os lados da igualdade temos)

$$S_n = x_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \Rightarrow S_n + x_{n+1} = x_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} + x_{n+1} \Rightarrow S_{n+1} = x_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} + x_1 \cdot q^n \Rightarrow S_{n+1} = x_1 \cdot \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} + q^n \right) \Rightarrow$$

$$S_{n+1} = x_1 \cdot \left(\frac{q^n - 1 + q^n \cdot (q - 1)}{q - 1} \right) \Rightarrow S_{n+1} = x_1 \cdot \left(\frac{q^n - 1 + q^n \cdot q - q^n}{(q - 1)} \right) \Rightarrow S_{n+1} = x_1 \cdot \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$$

Portanto, pelo Princípio de Indução Matemática temos que

$S_n = x_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$ é verdadeira para todo $n \in \mathbb{N}$.

□

4.4 – Definição dos Principais Conceitos da Matemática Financeira.

Os conceitos e definições listados abaixo foram retirados de compêndios devidamente registrados nas Referências contidas no final dessa dissertação de mestrado ou de vídeo aulas produzidas pelo IMPA – Instituto de matemática Pura e Aplicada.

1) “Uma das importantes aplicações de progressões geométricas é a Matemática Financeira.” – Augusto Cesar Morgado, Impa.

2) “A operação básica da matemática financeira é a operação de empréstimo.” – Augusto Cesar Morgado, Impa.

3) “Alguém (credor) que dispõe de um capital C (chamado de principal), empresta-o a outrem (tomador) por um certo período de tempo, e após esse período, recebe o seu capital C de volta, acrescido de uma remuneração J pelo empréstimo. Essa remuneração é chamada de juro. A soma $C+J$ é chamada de montante e será representada por M . A razão $i = \frac{J}{C}$ que é a taxa de crescimento do

capital, será sempre referida ao período da operação e chamada de taxa de juros.” – Augusto Cesar Morgado, Impa.

4) “No regime de juros compostos, os juros em cada período são calculados, conforme é natural, sobre a dívida do início desse período.” – Augusto Cesar Morgado, Impa.

5) “A Análise de Investimentos tem por objetivo o apoio à tomada de decisão por parte dos diversos agentes econômicos, no processo de alocação de recursos financeiros escassos entre as inúmeras alternativas oferecidas pelo mercado.” – Alexandre L Almeida, UERJ.

Teorema 1: No regime de juros compostos de taxa i , um principal C_0 transforma-se, depois de n períodos de tempo, em um montante $C_n = C_0(1+i)^n$.

Demonstração:

Basta observar que os valores do capital crescem a uma taxa constante i e, portanto, formam uma progressão geométrica de razão $1 + i$. Substituindo corretamente os termos na fórmula $x_n = x_0 \cdot q^n$ teremos que $C_n = C_0(1+i)^n$. \square

Teorema 2: Se I é a taxa de crescimento de uma grandeza relativamente ao período de tempo T e se i é a taxa de crescimento relativamente ao período de tempo t , e se $T = n \cdot t$, então $1 + I = (1 + i)^n$.

Demonstração:

Considere G_0 como sendo o valor inicial de uma grandeza. Após um período de tempo T , temos de acordo com o teorema 1, que o valor dessa grandeza passará a ser $G_0(1+I)^1$. Temos, também de acordo com o teorema 1, que após n períodos de tempo t , essa grandeza passará a ser $G_0(1+i)^n$. Como um período de tempo T equivale a n períodos de tempo iguais a t , temos que os dois cálculos se encontram à mesma época, portanto $G_0(1+I)^1 = G_0(1+i)^n$. Logo, $(1+I)^1 = (1+i)^n$ e daí $1+I = (1+i)^n$. \square

O teorema 1 também é conhecido como fórmula fundamental da equivalência de capitais uma vez que para descobrir um valor futuro basta multiplicar o valor atual por $(1+i)^n$ enquanto que para obter o valor atual basta dividir o valor futuro por $(1+i)^n$.

Capítulo 5

ANÁLISE DOS DADOS COLETADOS.

Nesse capítulo apresentaremos a tabulação dos dados relativos às pesquisas de opinião; correções das atividades 1 e 2 e eventuais comparações entre elementos à priori e à posteriori. Gostaríamos de ressaltar que na realização da Atividade 2 seis alunos estiveram ausentes, e por esse motivo consideraremos que o total obtido com a soma das frequências absolutas de cada variável será trinta e quatro.

Com a intenção de tornar mais dinâmica a leitura das informações, reproduziremos na íntegra o dado a ser analisado e imediatamente abaixo dele apresentaremos através de uma tabela simples a distribuição da frequência absoluta seguida da respectiva porcentagem.

Quando for necessário, faremos os devidos comentários acerca das correções e/ou apresentação de outras formas de abordagem do tema das questões que não produzirem resultados satisfatórios.

No que diz respeito à distribuição do folder de propaganda, cem por cento dos alunos manifestaram interesse em participar da aula ao recebê-lo. Portanto, acreditamos que a iniciativa de distribuí-lo cumpriu com o seu papel de divulgação e motivação para a participação da referida aula.

Como veremos mais adiante através da reprodução de três comentários feitos por nossos alunos, também obtivemos cem por cento de aceitação nas avaliações pessoais abordadas no item 3.1.2.5 - Pesquisa de Opinião 2, inclusive com felicitações, palavras de agradecimentos e mensagens de incentivo a continuar com trabalhos dessa natureza, o que de certa maneira, nos torna mais confiantes no acerto da escolha do tema e metodologias para aplicação dessa aula sobre matemática financeira.

5.1 Práticas Habituais.

1) Com relação à metodologia, como você classificaria as aulas lecionadas por seu professor durante o ano letivo.

Aula expositiva dialogada: Essa estratégia caracteriza-se pela exposição de conteúdos com a participação ativa dos estudantes, considerando o conhecimento prévio dos mesmos, sendo o professor o mediador para que os alunos questionem, interpretem e discutam o objeto de estudo.

Aula expositiva: Caracteriza-se pela exposição oral/escrita do conteúdo pelo professor, sem levar em conta conhecimento prévio dos estudantes, e espaço para questionamentos. Nesta estratégia o foco é o professor, e o aluno é agente passivo, que recebe as informações transmitidas pelo professor.

Aula Expositiva Dialogada	Aula Expositiva
27 (79%)	7 (20%)

2) Com relação à tecnologia, como você classificaria as aulas lecionadas por seu professor durante o ano letivo.

Aula Tradicional: O professor expõe determinado assunto dando participação aos alunos, perguntando, respondendo, analisando, discutindo e no momento propício da aula pode até projetar um vídeo curto ilustrando, contextualizando ou até mesmo relacionando sua disciplina com outras. Em seguida propõe aos alunos exercícios de aplicação, alguns contextualizados e outros interdisciplinares.

Aula Tecnológica: Nesta aula os alunos estão equipados com tablets ou são levados ao laboratório de informática da escola. Inicialmente, o professor cita o assunto da aula e dá alguns minutos para os alunos o estudarem em um vídeo com o tablet. A seguir, discute o assunto com os alunos, responde às dúvidas e estes passam a resolver os exercícios propostos no tablet, terminando essa tarefa em casa.

Aula Tradicional	Aula Tecnológica
34 (100%)	0 (0%)

Comentário: Esses percentuais confirmam a necessidade de mudança de uma aula tradicional para outra inédita, baseada nos três pilares citados no início dessa dissertação de mestrado.

3) Existe um argumento contra a Aula Tradicional citada na pergunta anterior que diz que os jovens de hoje, totalmente inseridos no mundo digital não aturam mais discursos, giz e lousa. Você concorda?

Sim Não

Sim	Não
5 (14%)	29 (85%)

4) Existe um argumento a favor da Aula Tradicional citada na pergunta 2 que diz que o aluno sai da sala com tudo o que precisa sobre o tema uma vez que o professor fez todas as explicações necessárias. Você concorda?

Sim Não

Sim	Não
14 (41%)	20 (58%)

5) Existe um argumento a favor da Aula Tecnológica citada na pergunta 2 que diz que o aluno se motiva manejando o tablet e está sendo encaminhado rumo ao autodidatismo. Você concorda?

Sim Não

Sim	Não
9 (26%)	25 (73%)

6) Em relação aos tipos de aulas citados anteriormente, qual você escolheria para que seja utilizado diariamente nas aulas de matemática.

- Aula expositiva dialogada.
 Aula expositiva.
 Aula tradicional.
 Aula tecnológica.
 Um meio termo entre os quatro anteriores.

Aula Exp. Dial.	Aula Exp.	Aula Trad.	Aula Tecn.	Meio Termo	Em Branco
13 (38%)	2 (6%)	1 (3%)	0 (0%)	17 (50%)	1 (3%)

Comentário: Os percentuais obtidos nas quatro questões anteriores confirmam que o bom senso entre as várias abordagens possíveis de se ocorrer em uma aula é o caminho mais adequado a ser seguido.

7) Com que frequência seu professor utiliza equipamentos tecnológicos (laboratório de informática, Datashow, tablet, etc.) para a aplicação de suas aulas?

Nunca Raramente Frequentemente Sempre

Nunca	Raramente	Frequentemente	Sempre	Em Branco
1 (3%)	28 (82%)	3 (9%)	0 (0%)	2 (6%)

Comentário: Esses percentuais confirmam que é real a necessidade de um maior uso das tecnologias no dia-a-dia desse autor como professor.

5.2 – Pesquisa de Opinião à Priori.

Questão 1: De 1 a 5, em que 1 é a total ausência de conhecimentos e 5 é o total domínio de conhecimentos, como você classifica seu conhecimento atual em matemática financeira?

() 1 () 2 () 3 4() () 5

1	2	3	4	5
3 (9%)	11 (32%)	14 (41%)	6 (18%)	0 (0%)

Comentário: Esses percentuais confirmam que a maioria do corpo discente não se considera capaz de resolver problemas de matemática financeira o que torna válida a iniciativa de aplicação dessa aula temática.

Questão 2: De 1 a 5, em que 1 é pouco importante e 5 é muitíssimo importante, como você classifica a importância em saber administrar seu dinheiro?

() 1 () 2 () 3 4() () 5

1	2	3	4	5
0 (0%)	1 (3%)	0 (0%)	5 (14%)	28 (83%)

Comentário: Esses percentuais confirmam que a escolha do tema Matemática Financeira foi de grande relevância para os alunos.

Questão 3: De 1 a 5, em que 1 é a total ausência de controle e 5 é o total domínio de controle, como você classifica o controle que sua família tem de onde é gasto o dinheiro de casa?

() 1 () 2 () 3 4() () 5

1	2	3	4	5
3 (9%)	3 (9%)	10 (30%)	8 (22%)	10 (30%)

Comentário: Esses percentuais confirmam que por volta de 47% das famílias não tem controle sobre seus gastos mensais o que torna válida a iniciativa de aplicação dessa aula temática.

Questão 4: Você ou alguém da sua família sabe o que é e pratica planejamento financeiro familiar?

() Sim () Não

Sim	Não
20 (60%)	14 (40%)

Questão 5: Você ou alguém da sua família usa algum tipo de planilha para anotar/planejar os gastos mensais da casa?

Sim Não

Sim	Não
19 (54%)	15 (46%)

Questão 6: De 1 a 5, em que 1 é pouco importante e 5 é muitíssimo importante, como você classifica a importância em aprender matemática financeira na escola?

1 2 3 4 5

1	2	3	4	5	Em Branco
0 (0%)	0 (0%)	2 (6%)	5 (15%)	25 (73%)	2 (6%)

Questão 7: Você aprendeu matemática financeira nas séries anteriores?

Sim Não

Sim	Não
4 (12%)	30 (88%)

Comentário: Esses percentuais confirmam que lamentavelmente nossos alunos não são preparados para trabalhar com dinheiro ou planejamento financeiro familiar. Isso contribui para que, na vida adulta, o aluno seja presa fácil das ciladas proporcionadas por empréstimos abusivos. Portanto, a escolha do tema matemática financeira foi de grande valia para a formação pessoal de nossos alunos.

Questão 8: Você participaria de um curso pago de matemática financeira?

Sim Não

Sim	Não
25 (73%)	9 (27%)

5.3 – Pesquisa de Opinião à Posteriori.

Questão 1: De 1 a 5, em que 1 é a total ausência de conhecimentos e 5 é o total domínio de conhecimentos, como você classifica seu conhecimento atual em matemática financeira?

1 2 3 4 5

1	2	3	4	5
0 (0%)	0 (0%)	4 (12%)	26 (76%)	4 (12%)

Comentário: Esses percentuais confirmam que houve progresso em relação a segurança do corpo discente em resolver problemas de matemática financeira o que demonstra possível aprendizado significativo do assunto dessa aula temática.

Questão 2: De 1 a 5, em que 1 é pouco importante e 5 é muitíssimo importante, como você classifica a importância em saber administrar seu dinheiro?

()1 ()2 ()3 4() ()5

1	2	3	4	5
0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)	1 (3%)	33 (97%)

Questão 3: De 1 a 5, em que 1 é a total ausência de controle e 5 é o total domínio de controle, como você classifica o controle que sua família tem de onde é gasto o dinheiro de casa?

()1 ()2 ()3 4() ()5

1	2	3	4	5
2 (6%)	2 (6%)	12 (36%)	11 (33%)	7 (21%)

Questão 6: De 1 a 5, em que 1 é pouco importante e 5 é muitíssimo importante, como você classifica a importância em aprender matemática financeira na escola?

()1 ()2 ()3 4() ()5

1	2	3	4	5
0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)	6 (18%)	28 (82%)

5.4 – Pesquisa de Opinião à Priori e a Posteriori - Comparação.

Questão 1: De 1 a 5, em que 1 é a total ausência de conhecimentos e 5 é o total domínio de conhecimentos, como você classifica seu conhecimento atual em matemática financeira?

()1 ()2 ()3 4() ()5

Manteve	Melhorou	Piorou
28 (82%)	6 (18%)	0 (0%)

Questão 2: De 1 a 5, em que 1 é pouco importante e 5 é muitíssimo importante, como você classifica a importância em saber administrar seu dinheiro?

()1 ()2 ()3 4() ()5

Manteve	Melhorou	Piorou
6 (18%)	27 (79%)	1 (3%)

Comentário: Comparando as respostas pessoais de cada aluno antes e depois da aplicação da aula concluímos que a grande maioria manteve ou melhorou seu conceito sobre a importância de aprender matemática financeira o que valida o processo de ensino e aprendizagem proposto para essa aula temática.

Questão 3: De 1 a 5, em que 1 é a total ausência de controle e 5 é o total domínio de controle, como você classifica o controle que sua família tem de onde é gasto o dinheiro de casa?

()1 ()2 ()3 4() ()5

Manteve	Melhorou	Piorou
9 (27%)	22 (64%)	3 (9%)

Comentário: Comparando as respostas pessoais de cada aluno antes e depois da aplicação da aula concluímos que a grande maioria manteve ou melhorou o controle financeiro doméstico. Isso significa que os alunos estão usando o que aprenderam em sala de aula, o que valida o processo de ensino e aprendizagem proposto para essa aula temática.

Questão 6: De 1 a 5, em que 1 é pouco importante e 5 é muitíssimo importante, como você classifica a importância em aprender matemática financeira na escola?

()1 ()2 ()3 4() ()5

Manteve	Melhorou	Piorou
7 (21%)	24 (70%)	3 (9%)

Comentário: Comparando as respostas pessoais de cada aluno antes e depois da aplicação da aula concluímos que a grande maioria manteve ou melhorou seus conceitos sobre a importância em aprender matemática financeira na escola, o que valida o processo de ensino e aprendizagem proposto para essa aula temática.

5.5 – Correção da Atividade 1.

Nesse momento apresentaremos os resultados da correção da Atividade 1. É importante mencionar que os critérios de correção são aqueles habituais do cotidiano de um professor de ensino médio, ou seja, que leva em

consideração não só a exatidão da questão, mas também a intenção do aluno com sua resposta.

EXERCÍCIO 1: Paulo toma emprestado R\$100,00 de Carlos. Após um mês, Carlos recebe de Paulo R\$ 110,00. Responda:

a) Quem é o tomador?

Certo	Errado
34 (100%)	0 (0%)

b) Quem é o credor?

Certo	Errado
34 (100%)	0 (0%)

c) Qual é o valor do Juro?

Certo	Errado
34 (100%)	0 (0%)

d) Qual é a Taxa de juro?

Certo	Errado
33 (97%)	1 (3%)

Comentário: Os poucos erros observados nessa questão estão relacionados a erros no cálculo de porcentagem. Por exemplo, um cálculo que tem como resposta 0,10 foi traduzido erroneamente como 1% ao invés da resposta correta que é 10%.

e) Qual é a operação básica da matemática financeira?

Certo	Errado	Em Branco
0 (0%)	29 (85%)	5 (15%)

Comentário: A grande maioria das respostas erradas contem termos como “soma”, “multiplicação”, “porcentagem”, “divisão”, entre outros. Portanto, ficou evidenciado que os alunos não compreenderam o significado da pergunta, já que a grande maioria das respostas erradas confunde o termo “operação básica” da matemática financeira com as quatro operações fundamentais da matemática. Ficou claro também que os alunos aprenderam o conteúdo já que as respostas dos itens anteriores foram satisfatórias. Portanto chegamos a conclusão que o melhor a se fazer é reformular o enunciado da questão para dirimir essa dúvida fundamental em aplicações futuras desse material.

Situação 1: Fábio e Tomas tomaram emprestados a mesma quantia. O primeiro contratou a uma taxa de juro de 2% ao mês enquanto que o segundo

contratou a uma taxa de juro de 4% ao bimestre. Sabendo que os dois quitaram os respectivos empréstimos após dois meses da contratação, responda:

a) Ao responder o item (d) do exercício 1 você atentou para o fato de que a taxa e o período “caminham sempre juntas”?

Certo	Errado	Em Branco
29 (85%)	4 (12%)	1 (3%)

b) Qual é o período da operação feita por Fábio?

Certo	Errado
28 (82%)	6 (18%)

Comentário: A grande maioria das respostas erradas apresentou como período o tempo total de duração da operação e não o tempo necessário para ocorrer a capitalização.

c) Qual é a taxa de juro contratada por Fábio?

Certo	Errado
33 (97%)	1 (3%)

d) Qual é o período da operação feita por Tomas?

Certo	Errado
31 (91%)	3 (9%)

Comentário: A grande maioria das respostas erradas apresentou como período o tempo total de duração da operação e não o tempo necessário para ocorrer a capitalização.

e) Qual é a taxa de juro contratada por Tomas?

Certo	Errado
34 (100%)	0 (0%)

f) Quantos períodos existem na operação de Fábio?

Certo	Errado
33 (97%)	1 (3%)

g) Quantos períodos existem na operação de Tomas?

Certo	Errado
32 (94%)	2 (6%)

h) Escreva resumidamente o que seria um período.

Certo	Errado	Em Branco
3 (9%)	25 (73%)	6 (18%)

Comentário: A grande maioria das respostas erradas fez alusão ao tempo total de contratação do empréstimo ao invés de explicar que período é o espaço de tempo necessário para que ocorra a cobrança de juros (capitalização) sobre o valor da dívida. Portanto, ficou evidenciado que os alunos não compreenderam o significado de período o que implica a necessidade de uma maior intervenção do professor em aplicações futuras desse material para que ocorra aprendizado significativo dessa questão uma vez que ela aborda uma das principais definições do regime de juros compostos.

EXERCÍCIO 2: Em relação a situação de Fábio e Tomas abordada no exercício anterior, é correto dizer que:

- a) () Ambos pagarão, ao final da operação, a mesma quantia.
 b) () Fábio pagará, ao final da operação, menos do que Tomas.
 c) () Fábio pagará, ao final da operação, mais do que Tomas.

A	B	C
5 (15%)	0 (0%)	29 (85%)

EXERCÍCIO 3: Observe as seguintes situações e responda:

- a) José tomou emprestado R\$100,00, a uma taxa de juro de 2% ao bimestre. Quanto pagará após dois meses? Quanto pagaria após dois meses se a taxa fosse de 1% a.m?

Certo	Errado
26 (76%)	8 (24%)

- b) Jorge tomou emprestado R\$100,00, a uma taxa de juro de 4% ao bimestre. Quanto pagará após dois meses? Quanto pagaria após dois meses se a taxa fosse de 2% a.m?

Certo	Errado
27 (79%)	7 (21%)

- c) Lucas tomou emprestado R\$100,00, a uma taxa de juro de 3% ao trimestre. Quanto pagaria após três meses? Quanto pagaria após três meses se a taxa fosse de 1% a.m?

Certo	Errado
26 (76%)	8 (24%)

EXERCÍCIO 4: Observe abaixo as duas resoluções da segunda parte do item (c) do exercício anterior e assinale aquela que mais se assemelha a sua resolução.

a) () 1% de 100 é 1. Como se passaram 3 meses, temos $3 \times 1 = 3$ reais de juros, logo Lucas pagaria após três meses 103 reais.

b) () 1% de 100 é 1. Logo, após 1 mês temos 101 reais. 1% de 101 é 1,01. Logo, após 2 meses temos $101 + 1,01 = 102,01$ reais. 1% de 102,01 é 1,0201. Portanto, Lucas pagará após três meses $102,01 + 1,0201 = 103,0301$ (103,03 reais aproximadamente).

A	B
5 (15%)	29 (85%)

Comentário: Os percentuais encontrados nos três últimos exercícios confirmam que houve aprendizado significativo do conceito de capitalização e conseqüentemente de cálculo de juros no Regime de Juros Compostos. A grande maioria das questões erradas apresentou como resposta a já esperada confusão entre o Regime de Juros Compostos e o Regime de Juros Simples.

EXERCÍCIO 5: Resposta pessoal.

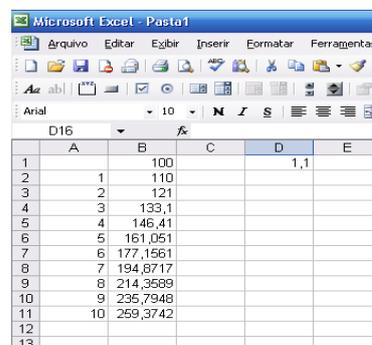
EXERCÍCIO 6: De acordo com o aprendido no VÍDEO 2, analise o exercício 4 e responda qual é o único caminho a ser seguido, do ponto de vista da matemática financeira.

() Caminho seguido em (a) () Caminho seguido em (b)

A	B	Em Branco
2 (6%)	31 (91%)	1 (3%)

Situação 2: Baltazar deseja fazer um empréstimo de 100 reais que serão pagos dentro de 10 meses. Ao consultar um banco, descobriu que a taxa de juros é de 10% a.m (com capitalização mensal). Com o uso do Excel, vamos calcular mês a mês, as opções de pagamento que Baltazar dispõe até o final da operação.

Sua planilha deve ficar com o seguinte aspecto.



	A	B	C	D	E
1		100			1,1
2	1	110			
3	2	121			
4	3	133,1			
5	4	146,41			
6	5	161,051			
7	6	177,1561			
8	7	194,8717			
9	8	214,3589			
10	9	235,7948			
11	10	259,3742			
12					
13					

De acordo com a planilha responda.

a) Quanto Baltazar pagaria se resolvesse quitar a dívida após um mês da data de contratação do empréstimo?

Certo	Errado
34 (100%)	0 (0%)

b) Quanto Baltazar pagaria se resolvesse quitar a dívida após dois meses da data de contratação do empréstimo? Você concorda com esse valor?

Certo	Errado
34 (100%)	0 (0%)

c) Ao analisar a tabela, Baltazar teve a seguinte dúvida:

“Como são juros de 10% a.m, em dois meses terei que pagar 20% de juros, logo tenho que pagar ao banco $100 \cdot 1,2 = 120$ reais e não 121 reais”.

Você concorda com a opinião de Baltazar? () Sim () Não.

Sim	Não	Em Branco
0 (0%)	33 (97%)	1 (3%)

d) Qual é a principal característica do Regime de Juros Compostos?

Certo	Errado	Em Branco
24 (70%)	9 (27%)	1 (3%)

Comentário: Após a correção das atividades notou-se que um aprofundamento maior sobre o Regime de Juros Simples forneceria um referencial de comparação que contribuiria para a diminuição desses mais de 25% de respostas erradas.

EXERCÍCIO 7: Joãozinho fez o seguinte acordo com seu pai: Por cada média 10 recebida em seu boletim escolar ele ganharia um prêmio extra de 10% do valor de sua mesada. Sabendo que a mesada de Joãozinho é de R\$100,00 e que esse mês ele conseguiu média 10 apenas em matemática, calcule quanto ele receberá de seu pai.

Certo	Errado
33 (97%)	1 (3%)

Situação 3: Após a entrega do boletim é chegada a hora do acerto entre Joãozinho e seu pai. Analise abaixo os métodos de resolução aplicados por eles e responda:

(*) Joãozinho

Inicialmente constatou que $10\% = \frac{10}{100} = 0,1$.

Em seguida fez $100 \cdot 0,1 = 10$.

E finalmente efetuou $100 + 10 = 110$.

() Seu pai**

Inicialmente fez $100\% + 10\% = 110\% = \frac{110}{100} = 1,1$.

Em seguida fez $100 \cdot 1,1 = 110,00$.

Qual dos métodos acima mais se assemelha ao usado por você para responder o exercício 7?

(*) () (**) ()

1	2	Em Branco
31 (91%)	1 (3%)	2 (6%)

Comentário: Esses percentuais confirmam que existe a necessidade de revisar com os alunos termos como aumento e decréscimo percentuais para um maior aprendizado da fórmula fundamental do Regime de Juros Compostos tendo em vista que a mesma se caracteriza por destacar a taxa i de juros.

Situação 4:

$$M_2 = M_1 \cdot 1,1 \Rightarrow M_2 = 100 \cdot 1,1 \cdot 1,1 \Rightarrow M_2 = 100 \cdot (1,1)^2$$

Usando esse mesmo raciocínio, preencha os parênteses.

$$M_3 = M_{()} \cdot 1,1 \Rightarrow M_3 = (\text{_____}) \cdot 1,1 \Rightarrow M_3 = 100 \cdot (1,1)^{()}$$

$$M_4 = M_{()} \cdot 1,1 \Rightarrow M_4 = (\text{_____}) \cdot 1,1 \Rightarrow M_4 = 100 \cdot (1,1)^{()}$$

$$M_5 = M_{()} \cdot 1,1 \Rightarrow M_5 = (\text{_____}) \cdot 1,1 \Rightarrow M_5 = 100 \cdot (1,1)^{()}$$

Como seria a expressão para M_6 ? E para M_{10} ? E para M_n onde n é uma quantidade de períodos qualquer?

Certo	Errado
23 (67%)	11 (33%)

Comentário: Esses percentuais confirmam que existe a necessidade de revisar com os alunos assuntos relacionados ao tema progressão geométrica com o intuito de se obter um maior entendimento sobre a dinâmica da fórmula fundamental do Regime de Juros Compostos.

Situação 5: Observe a planilha do Excel usada no exercício 4.

	A	B	C	D	E
1		100			1,1
2		110			
3		121			
4		133,1			
5		146,41			
6		161,051			
7		177,1561			
8		194,8717			
9		214,3689			
10		235,7948			
11		259,3742			
12					
13					

a) Dívida o valor da célula B2 por 1,1. Que resultado encontrou?

Certo	Errado	Em Branco
32 (94%)	1 (3%)	1 (3%)

b) Dívida o valor da célula B1 por 1,1. Que resultado encontrou?

Certo	Errado	Em Branco
32 (94%)	0 (0%)	2 (6%)

c) Sabendo que $(1,1)^2 = 1,21$, dívida o valor da célula B2 por $(1,1)^2$. Que resultado encontrou?

Certo	Errado	Em Branco
31 (91%)	2 (6%)	1 (3%)

d) Multiplique o valor da célula B1 por 1,1. Que resultado encontrou?

Certo	Errado	Em Branco
31 (91%)	2 (6%)	1 (3%)

e) Multiplique o valor da célula B2 por 1,1. Que resultado encontrou?

Certo	Errado	Em Branco
28 (82%)	5 (15%)	1 (3%)

Comentário: Os erros encontrados nessa questão se resumem a pequenos erros de cálculos.

f) O que devo fazer para saber o valor do meu dinheiro daqui a dois meses, sabendo que ele me rende 10% ao mês? E daqui a três meses? E daqui a quatro meses?

Certo	Errado	Em Branco
26 (76%)	5 (15%)	3 (9%)

Comentário: Os erros encontrados nessa questão se resumem a pequenos erros de confusão com os termos da fórmula fundamental do Regime de Juros Compostos.

g) O que devo fazer para saber quanto valia meu dinheiro a dois meses atrás, sabendo que ele me rende 10% ao mês? E a três meses atrás? E a quatro meses atrás?

Certo	Errado	Em Branco
24 (70%)	6 (18%)	4 (12%)

Comentário: Os erros encontrados nessa questão se resumem a pequenos erros de confusão com os termos da fórmula fundamental do Regime de Juros Compostos.

EXERCÍCIO 8: Juros de 10% ao mês darão em dois meses juros de:

- a) 20% b) 21% c) 120%

A	B	C	Em Branco
1 (3%)	32 (94%)	0 (0%)	1 (3%)

EXERCÍCIO 9:

Borracharia 

Condições de Pagamento!

Na compra de dois pneus novos, cheque para 60 dias!!!

Obs: Juros de 10% ao mês, ou seja, juros que em dois meses darão _____

Senhor Carlos encontrou o panfleto rasgado acima.

Nos dizeres aparece a seguinte frase incompleta: “*Juros de 10% ao mês, ou seja, juros que em dois meses darão _____*”. É sabido que o senhor Carlos tem bons conhecimentos de matemática financeira, portanto, ele escolheria qual das três opções abaixo para completar a frase do panfleto?

- a) Juros de 20% b) Juros de 21% c) Juros de 120%

A	B	C
0 (0%)	34 (100%)	0 (0%)

Situação 6: Pedro recebe o seguinte e-mail do gerente de sua conta bancária.

Boa tarde senhor Pedro!

Conforme solicitado e de acordo com o seu perfil de cliente, gostaria de informar que a taxa de juros para o senhor será de 4% ao mês.

Atenciosamente!

Gerente

Admitindo que Pedro faça o empréstimo nas condições impostas pelo gerente e que seja possível pagar a dívida após três meses da contratação, calcule quanto ele pagará de juros por essa operação.

- a) 12% a.t b) 4% a.m c) 12,48% a.t d) 112%a.t

A	B	C	D
1 (3%)	4 (12%)	25 (75%)	4 (12%)

Comentário: Os erros encontrados nessa questão se resumem a pequenos erros de confusão com os termos da fórmula fundamental do Regime de Juros Compostos.

EXERCÍCIO 10: Salim deseja fazer um empréstimo e pesquisou a taxa de juro em dois sites de instituições financeiras diferentes. Segue abaixo as informações colhidas pelo senhor Salim.

Banco A	Banco B
CDC – Crédito Direto ao Consumidor Data do contrato: _/ _/ _ Ag./Conta Débito: Taxa de Juros: 2,54% a.m 35,12% a.a Qtde de prestações: Dia do Débito: Valor Solicitado: .	CDC – Crédito Direto ao Consumidor Data do contrato: _/ _/ _ Ag./Conta Débito: Taxa de Juros: 2,54% a.m 30,48% a.a Qtde de prestações: Dia do Débito: Valor Solicitado: .

Salim observou que a taxa de Juro mensal é a mesma (2,54%), porém, a taxa de Juro anual é menor no banco B.

- a) Qual Banco tem a melhor opção para a aquisição do empréstimo?

Certo	Errado	Em Branco
5 (15%)	27 (79%)	2 (6%)

Comentário: Os erros encontrados nessa questão se resumem a confusão imposta pela apresentação da taxa anual diferente em cada banco.

- b) O que representa a Taxa Anual do Banco A e o que representa a Taxa anual do Banco B?

Certo	Errado	Em Branco
5 (15%)	25 (73%)	4 (12%)

- c) Qual é a intenção do Banco B ao apresentar essa taxa?

Certo	Errado	Em Branco
22 (64%)	7 (21%)	5 (15%)

EXERCÍCIO 11: Destacamos algumas situações do dia-a-dia das pessoas para uma melhor análise. Leia atentamente cada uma delas! Para

responder as questões 1, 2 e 3, suponha que você deseja pagar uma conta de R\$100,00 em uma loja e admita que seu dinheiro lhe renda 10% ao mês.

1) A loja lhe oferece duas opções para que escolha apenas uma.

(a) () Pagar R\$100,00 agora ou;

(b) () Pagar R\$ 110,00 daqui a um mês.

A	B	Em Branco
28 (82%)	3 (9%)	3 (9%)

Comentário: Como as duas opções são equivalentes evidencia-se a necessidade do campo “(c) A duas opções se equivalem” a fim de termos a certeza da existência de aprendizado significativo. Sugere-se, nas próximas aplicações, a inserção dessa opção no exercício.

2) A loja lhe oferece duas opções para que escolha apenas uma.

(a) () Pagar R\$100,00 agora ou;

(b) () Pagar R\$ 105,00 daqui a um mês.

A	B	Em Branco
16 (49%)	16 (49%)	2 (6%)

Comentário: Os erros encontrados nas duas últimas questões evidenciam a não compreensão por parte dos alunos da diferença entre taxa nominal e taxa efetiva e da diferença entre taxas proporcionais e taxas equivalentes. Nas próximas aplicações dessa aula temática sugere-se um maior destaque no ensino da fórmula $1 + I = (1 + i)^n$.

3) A loja lhe oferece duas opções para que escolha apenas uma.

(a) () Pagar R\$100,00 agora ou;

(b) () Pagar R\$ 120,00 daqui a um mês.

A	B	Em Branco
32 (94%)	0 (0%)	2 (6%)

EXERCÍCIO 12: Resposta pessoal.

5.6 – Pesquisa de Opinião – Leia e Responda - Atividade 2.

1) Lúcia tomou um empréstimo de 100 reais e dois meses após, pagou 140 reais. Quanto é o Juro? Qual é a Taxa de Juro? Qual é o Capital Inicial? Qual é o Montante?

Você seria capaz de responder essa pergunta?

- () Sim, totalmente.
 () Sim, parcialmente.
 () Não seria capaz.

Totalmente	Parcialmente	Não	Branco
8 (23%)	20 (59%)	5 (15%)	1 (3%)

2) Manoel tomou um empréstimo de 100 reais, a juros de taxa 10% ao mês. Após um mês, qual será o valor da dívida? E após dois meses?

Você seria capaz de responder essa pergunta?

- () Sim, totalmente.
 () Sim, parcialmente.
 () Não seria capaz.

Totalmente	Parcialmente	Não	Branco
25 (73%)	7 (21%)	0 (0%)	2 (6%)

3) Pedro investe 150 reais a juros de 12% ao mês. Qual será o montante de Pedro três meses depois?

Você seria capaz de responder essa pergunta?

- () Sim, totalmente.
 () Sim, parcialmente.
 () Não seria capaz.

Totalmente	Parcialmente	Não	Branco
28 (82%)	4 (12%)	1 (3%)	1 (3%)

4) Pedro tem duas opções de pagamento na compra de um televisor.

i) três prestações mensais de 160 cada.

ii) sete prestações mensais de 70 cada.

Em ambos os casos, a primeira prestação é paga no ato da compra. Se o dinheiro vale 2% ao mês para Pedro, qual a melhor opção que Pedro possui?

Você seria capaz de responder essas perguntas?

- () Sim, totalmente. () Sim, parcialmente. () Não seria capaz.

Totalmente	Parcialmente	Não	Branco
8 (24%)	23 (67%)	0 (0%)	3 (9%)

5) Pedro tem três opções de pagamento na compra de vestuário.

i) A vista, com 30% de desconto.

ii) Em duas prestações mensais e iguais, sem desconto, vencendo a primeira um mês após a compra.

iii) Em três prestações mensais iguais, sem desconto, vencendo a primeira no ato da compra.

Qual é a melhor opção para Pedro, se o dinheiro vale, para ele, 25% ao mês?

Você seria capaz de responder essas perguntas?

Sim, totalmente. Sim, parcialmente. Não seria capaz.

Totalmente	Parcialmente	Não	Branco
8 (24%)	23 (67%)	0 (0%)	3 (9%)

6) Uma loja oferece duas opções de pagamento:

i) a vista, com 30% de desconto.

ii) em duas prestações mensais iguais, sem desconto, a primeira prestação sendo paga no ato da compra.

Qual a taxa mensal dos juros embutidos nas vendas a prazo?

Você seria capaz de responder essas perguntas?

Sim, totalmente. Sim, parcialmente. Não seria capaz.

Totalmente	Parcialmente	Não	Branco
8 (24%)	23 (67%)	0 (0%)	3 (9%)

7) Investindo seu capital a juros mensais de 8%, em quanto tempo você dobrará seu capital inicial?

Você seria capaz de responder essas perguntas?

Sim, totalmente. Sim, parcialmente. Não seria capaz.

Totalmente	Parcialmente	Não	Branco
8 (24%)	23 (67%)	0 (0%)	3 (9%)

8) Qual é a taxa anual de juros equivalente a 12% ao mês?

Você seria capaz de responder essas perguntas?

Sim, totalmente. Sim, parcialmente. Não seria capaz.

Totalmente	Parcialmente	Não	Branco
8 (24%)	23 (67%)	0 (0%)	3 (9%)

9) Verônica investe seu dinheiro a juros de 6% ao ano com capitalização mensal. Qual a taxa anual de juros a qual está investido o capital de Verônica?

Você seria capaz de responder essas perguntas?

Sim, totalmente. Sim, parcialmente. Não seria capaz.

Totalmente	Parcialmente	Não	Branco
8 (24%)	23 (67%)	0 (0%)	3 (9%)

10 Qual é a taxa efetiva semestral correspondente a 24% ao semestre com capitalização mensal?

Você seria capaz de responder essas perguntas?

() Sim, totalmente. () Sim, parcialmente. () Não seria capaz.

Totalmente	Parcialmente	Não	Branco
8 (24%)	23 (67%)	0 (0%)	3 (9%)

Comentário: Nota-se que a maioria dos alunos teria dificuldades em responder corretamente essas questões, o que evidencia êxito na escolha dessa proposta de ensino e aprendizagem através da matemática financeira.

5.7 – Correção da Atividade 2.

1) Lúcia tomou um empréstimo de 100 reais e dois meses após, pagou 140 reais. Quanto é o Juro? Qual é a Taxa de Juro? Qual é o Capital Inicial? Qual é o Montante?

Totalmente certa	Parcialmente certa	Errada	Branco
26 (76%)	8 (24%)	0 (0%)	0 (0%)

2) Manoel tomou um empréstimo de 100 reais, a juros de taxa 10% ao mês. Após um mês, qual será o valor da dívida? E após dois meses?

Totalmente certa	Parcialmente certa	Errada	Branco
34 (100%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)

3) Pedro investe 150 reais a juros de 12% ao mês. Qual será o montante de Pedro três meses depois?

Totalmente certa	Parcialmente certa	Errada	Branco
31 (91%)	1 (3%)	2 (6%)	0 (0%)

4) Pedro tem duas opções de pagamento na compra de um televisor.

i) três prestações mensais de 160 cada.

ii) sete prestações mensais de 70 cada.

Em ambos os casos, a primeira prestação é paga no ato da compra. Se o dinheiro vale 2% ao mês para Pedro, qual a melhor opção que Pedro possui?

Totalmente certa	Parcialmente certa	Errada	Branco
21 (61%)	7 (21%)	5 (15%)	1 (3%)

5) Pedro tem três opções de pagamento na compra de vestuário.

i) A vista, com 30% de desconto.

ii) Em duas prestações mensais e iguais, sem desconto, vencendo a primeira um mês após a compra.

iii) Em três prestações mensais iguais, sem desconto, vencendo a primeira no ato da compra.

Qual é a melhor opção para Pedro, se o dinheiro vale, para ele, 25% ao mês?

Totalmente certa	Parcialmente certa	Errada	Branco
16 (46%)	11 (33%)	7 (21%)	0 (0%)

6) Uma loja oferece duas opções de pagamento:

i) a vista, com 30% de desconto.

ii) em duas prestações mensais iguais, sem desconto, a primeira prestação sendo paga no ato da compra.

Qual a taxa mensal dos juros embutidos nas vendas a prazo?

Totalmente certa	Parcialmente certa	Errada	Branco
16 (47%)	2 (6%)	14 (41%)	2 (6%)

7) Investindo seu capital a juros mensais de 8%, em quanto tempo você dobrará seu capital inicial?

Totalmente certa	Parcialmente certa	Errada	Branco
18 (52%)	11 (33%)	4 (12%)	1 (3%)

8) Qual é a taxa anual de juros equivalente a 12% ao mês?

Totalmente certa	Parcialmente certa	Errada	Branco
15 (44%)	17 (50%)	2 (6%)	0 (0%)

9) Verônica investe seu dinheiro a juros de 6% ao ano com capitalização mensal. Qual a taxa anual de juros a qual está investido o capital de Verônica?

Totalmente certa	Parcialmente certa	Errada	Branco
2 (6%)	3 (9%)	26 (76%)	3 (9%)

10) Qual é a taxa efetiva semestral correspondente a 24% ao semestre com capitalização mensal?

Totalmente	Parcialmente	Não	Branco
2 (6%)	3 (9%)	27 (79%)	2 (6%)

Comentário: Nota-se que a maioria dos alunos respondeu as questões corretamente ou a resolveram parcialmente, o que mostra a validação do processo de ensino e

aprendizagem. A maioria dos acertos parciais demonstra bom domínio das técnicas e alguns erros de cálculo que não permitiram acertar a questão totalmente. A maioria das questões erradas se justifica pela dificuldade própria do exercício em deslocar quantias no tempo. Como visto anteriormente, detectamos e corrigimos uma falha no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo abordado pelas questões 9 e 10. O alto índice de erros detectados, conforme tabulações de dados acima, confirma a sugestão de encaminhamento feita em sessões anteriores, necessária a reestruturação da metodologia utilizada nas referidas questões.

5.8 – Comparação – Atividade 2 - Pesquisa de Opinião versus Correção

1) Lúcia tomou um empréstimo de 100 reais e dois meses após, pagou 140 reais. Quanto é o Juro? Qual é a Taxa de Juro? Qual é o Capital Inicial? Qual é o Montante?

Manteve	Melhorou	Piorou
13 (37%)	20 (60%)	1 (3%)

2) Manoel tomou um empréstimo de 100 reais, a juros de taxa 10% ao mês. Após um mês, qual será o valor da dívida? E após dois meses?

Manteve	Melhorou	Piorou
25 (73%)	9 (27%)	0 (0%)

3) Pedro investe 150 reais a juros de 12% ao mês. Qual será o montante de Pedro três meses depois?

Manteve	Melhorou	Piorou
25 (73%)	6 (18%)	3 (9%)

4) Pedro tem duas opções de pagamento na compra de um televisor.

i) três prestações mensais de 160 cada.

ii) sete prestações mensais de 70 cada.

Em ambos os casos, a primeira prestação é paga no ato da compra. Se o dinheiro vale 2% ao mês para Pedro, qual a melhor opção que Pedro possui?

Manteve	Melhorou	Piorou
14 (41%)	14 (41%)	6 (18%)

5) Pedro tem três opções de pagamento na compra de vestuário.

i) A vista, com 30% de desconto.

ii) Em duas prestações mensais e iguais, sem desconto, vencendo a primeira um mês após a compra.

iii) Em três prestações mensais iguais, sem desconto, vencendo a primeira no ato da compra.

Qual é a melhor opção para Pedro, se o dinheiro vale, para ele, 25% ao mês?

Manteve	Melhorou	Piorou
13 (38%)	13 (38%)	8 (24%)

6) Uma loja oferece duas opções de pagamento:

i) a vista, com 30% de desconto.

ii) em duas prestações mensais iguais, sem desconto, a primeira prestação sendo paga no ato da compra.

Qual a taxa mensal dos juros embutidos nas vendas a prazo?

Manteve	Melhorou	Piorou
6 (18%)	13 (38%)	15 (44%)

7) Investindo seu capital a juros mensais de 8%, em quanto tempo você dobrará seu capital inicial?

Manteve	Melhorou	Piorou
15 (44%)	13 (38%)	6 (18%)

8) Qual é a taxa anual de juros equivalente a 12% ao mês?

Manteve	Melhorou	Piorou
17 (50%)	12 (35%)	5 (15%)

9) Verônica investe seu dinheiro a juros de 6% ao ano com capitalização mensal. Qual a taxa anual de juros a qual está investido o capital de Verônica?

Manteve	Melhorou	Piorou
3 (9%)	3 (9%)	28 (82%)

10) Qual é a taxa efetiva semestral correspondente a 24% ao semestre com capitalização mensal?

Manteve	Melhorou	Piorou
3 (9%)	3 (9%)	28 (82%)

Comentário: Nota-se que a maioria dos alunos manteve ou melhorou seus índices, o que mostra a validação do processo de ensino e aprendizagem. Nota-se também que a já esperada dificuldade em deslocar quantias no tempo se fez presente em algumas questões, conforme tabulação dos dados acima.

Conclusão

Como vimos anteriormente, essa Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática assumiu como objetivo principal estudar importantes aspectos da elaboração, estruturação e aplicação de uma sequência didática sobre Matemática Financeira. Passaremos a analisar esses aspectos em busca de conclusões sobre a eficácia das técnicas pedagógicas escolhidas para a construção da referida aula. Assim:

Aspecto 1 – Elaboração e estruturação de uma aula inédita e os benefícios que a aplicação da mesma agrega tanto ao docente quanto a seus alunos: de acordo com o pressuposto apresentado no Capítulo 2 sobre o que seria uma aula inédita para esse autor como professor; com os percentuais e considerações encontrados no Capítulo 5 por meio da pesquisa sobre práticas habituais, principalmente nas Questões 1, 2, 6 e 7 e da pesquisa de opinião à priori, concluímos, com base nos desenvolvimentos relatados no Capítulo 3, principalmente aqueles que evidenciam o uso de tecnologias como projetor de vídeos, planilhas eletrônicas, calculadoras, computadores, entre outros, que os resultados atingidos contemplaram plena e satisfatoriamente os objetivos traçados para esse tópico.

Aspecto 2 – O aluno como protagonista no processo ensino-aprendizagem: de acordo com o pressuposto apresentado no Capítulo 2 sobre Engenharia Didática; com os percentuais e considerações encontrados no Capítulo 5 por meio da pesquisa de opinião à priori, principalmente nas Questões 1, 6 e 7; do encaminhamento e correção das atividades 1 e 2 visto nos desenvolvimentos relatados no Capítulo 3, concluímos que os resultados atingidos contemplaram plena e satisfatoriamente os objetivos traçados para esse tópico.

Aspecto 3 – Situações cotidianas e inserção do corpo discente em contextos que simulem as tomadas de decisões como forma de obtenção e fixação do conteúdo: de acordo com o pressuposto apresentado no Capítulo 2 sobre Engenharia Didática; com os exercícios escolhidos para compor as atividades 1 e 2; com os percentuais e considerações encontrados no Capítulo 5 por meio das

correções das referidas atividades; com as devidas sugestões e correções de atividades que não se mostraram muito eficazes, concluímos que os resultados atingidos contemplaram satisfatoriamente os objetivos traçados para esse tópico.

Aspecto 4 – Planejamento financeiro familiar: de acordo com os percentuais e considerações encontrados no capítulo 5, principalmente nas Questões 2, 3, 4 e 5 das pesquisas de opinião à priori e à posteriori; com as correções das atividades 1 e 2, concluímos que os resultados atingidos contemplaram plena e satisfatoriamente os objetivos traçados para esse tópico.

Aspecto 5 – Obtenção de indicadores de aprendizado: A engenharia Didática supriu satisfatoriamente os objetivos traçados para esse tópico.

Aspecto 6 – Dificuldades, ressalvas e necessidades de melhorias encontradas na aplicação da aula: Conforme visto no Capítulo 5, houve falhas no processo ensino-aprendizagem com relação às definições de taxas de juros equivalentes e proporcionais, bem como no manuseio da fórmula $1 + I = (1 + i)^n$. Como sugestão de correção da referida falha, acrescentamos que em uma eventual reaplicação dessa aula deve existir uma maior intervenção do professor no sentido de resolver mais exercícios com os alunos sobre esse tema para dirimir todas as dúvidas possíveis. Outra necessidade de melhoria foi detectada na formulação da questão 11, item 1 da Atividade 1. Verificou-se a necessidade de inserção de outra opção para que a questão tenha condições de validar o aprendizado proposto pela mesma.

Aspecto 7 – O bom senso entre a transição de uma aula tradicional para uma mais tecnológica: Como visto no Capítulo 5, Questão 6 do item práticas habituais, verificou-se que o bom senso entre a transição de uma aula tradicional para uma mais tecnológica é o melhor caminho a se seguir. Verificou-se também que isso foi feito durante o desenvolvimento dessa aula, o que valida o processo de ensino e aprendizagem.

Aspecto 8 – Motivando os jovens para a obtenção de conhecimento: Todos os alunos que responderam as pesquisas de opinião deixaram bem claro que se sentiram motivados a aprender e também aprofundar o tema Matemática Financeira. Mostraremos isso através de 3 comentários feitos por eles na pesquisa de opinião 2 – avaliação pessoal.

“A iniciativa do professor em dar essas aulas sobre matemática financeira foi muito importante para o desenvolvimento pessoal dos alunos. O conteúdo aprendido terá utilidade para

toda a vida, e será de extrema importância para entender o sistema financeiro e não adquirir problema em finanças como os testemunhos do vídeo apresentado na aula. Seria muito importante mais aulas como essas, a ideia de ter o aluno como protagonista e o professor como orientador quebra a monomania das aulas comuns.”

Comentário 1

“Bem legal a iniciativa do professor. Eu entendi bem o que é a matemática financeira, sendo isso uma coisa que vou levar por toda a vida, afinal vivemos em um mundo capitalista. Gostei muito de saber sobre os juros, algo que se tem em todos os lugares hoje. Não entendi muito sobre a capitalização, mas já irei procurar algo para entender melhor. Precisamos de mais aulas como essa.”

Comentário 2

“Em primeiro lugar, quero parabenizar o professor Deivid pela iniciativa em trazer um minicurso sobre matemática financeira e transmitir seu conhecimento para os alunos e consequentemente para os familiares e amigos. É fato que hoje em dia a grande maioria dos brasileiros tem dívidas para pagar e dentro dessa estatística muitos não sabem lidar com essa situação e com o dinheiro que ganha. Os benefícios do aprendizado da matemática financeira são singulares, pois permitem um upgrade na resolução de cálculos e aplicações de formulas; desenvolvimento de raciocínio lógico e do trabalho em equipe e compartilhamento de conhecimento com todos. Quero destacar os cálculos sobre juros compostos e juros simples como pontos principais da atividade. Além disso, agradecer pela oportunidade de poder trabalhar com a matemática financeira. Obrigado professor, sucesso na conclusão do mestrado e em seus caminhos! Grande abraço!”

Comentário 3

Portanto, concluímos que os resultados atingidos contemplaram plena e satisfatoriamente os objetivos traçados para esse tópico.

Aspecto 9 – Metodologia e Estratégia Pedagógica: A utilização de métodos como a Teoria das Situações Didáticas e a utilização de tecnologias no ensino do conteúdo contribuiu fundamentalmente para que se alcançasse o objetivo de tornar o aluno um agente ativo no processo ensino/aprendizagem, portanto, concluímos que os resultados atingidos contemplaram satisfatoriamente os objetivos traçados para esse tópico.

Aspecto 10 – Resgate de Pré-requisitos: A Matemática Financeira concentra um grande número de pré-requisitos em torno de seu desenvolvimento. Ao se fazer Matemática Financeira, estamos resgatando temas como proporcionalidade direta, equações exponenciais e logarítmicas e obviamente, progressões geométricas. Nesse sentido, concluímos que os resultados atingidos contemplaram plena e satisfatoriamente os objetivos traçados para esse tópico.

Aspecto 11 – Análise de Investimentos através da Matemática Financeira: A Teoria das Situações Didáticas proporcionou a criação de cenários para inserção do aluno como centro das atividades. Esses cenários foram satisfatoriamente criados pela Análise de Investimentos. Vê-se pelos exercícios escolhidos que a Análise de Investimentos esteve presente constantemente, contribuindo para a obtenção de um aprendizado de qualidade. Portanto, concluímos que os resultados atingidos contemplaram plena e satisfatoriamente os objetivos traçados para esse tópico.

Aspecto 12 – Temas da Matemática Financeira ensinados: Escolhemos cinco temas centrais para o desenvolvimento de nossa aula sobre Matemática Financeira. Analisando os resultados encontrados nas pesquisas de opinião, na correção das atividades 1 e 2 e nas porcentagens encontradas no capítulo 5 com relação aos Temas I – Conhecendo as principais definições da Matemática Financeira, II – O segredo de tudo é o período, III – Descobrimos uma fórmula mágica e V – A Função do regime de juros simples no sistema monetário brasileiro, concluímos que os resultados atingidos contemplaram plena e satisfatoriamente os objetivos traçados para esse tópico. Com relação ao tema IV – Cuidado!!! Nem tudo que reluz é ouro, observou-se a necessidade de uma abordagem diferente, pois verificamos através da tabulação dos dados um déficit muito grande nos resultados de aprendizagem. Acreditamos que a sugestão de correção da metodologia feita no Capítulo 5, sanará essa deficiência em aplicações futuras desse material sobre Matemática Financeira.

Por fim, diante de todo o exposto e da análise detalhada dos resultados, concluímos que essa dissertação de Mestrado Profissional em Matemática alcançou seus objetivos em criar uma sequência didática inédita que seja capaz de despertar no aluno a motivação em aprender cada dia mais e também cumpriu com seu papel de apoiar e incentivar o aprendizado de Matemática em nosso país, contribuindo para que nossa sociedade, principalmente a camada de pessoas mais carentes tenha condições de elaborar um planejamento financeiro familiar mais condizente com sua capacidade de compra.

Referências

A Matemática do Ensino Médio – Volume 1, E. L. Lima, P.C.P. Carvalho, E. Wagner, A.C. Morgado, 9ª edição, Rio de Janeiro, SBM, 2006.

A Matemática do Ensino Médio – Volume 2, E. L. Lima, P.C.P. Carvalho, E. Wagner, A.C. Morgado, 9ª edição, Rio de Janeiro, SBM, 2006.

Análise de Projetos de Investimento, P. H. S. Costa, E. V. Attie, 3ª edição, Rio de Janeiro, Editora da Fundação Getúlio Vargas, 1990.

Recursos Computacionais no Ensino de Matemática, V. Giraldo, P. A. S. Caetano, F. R. P. Mattos, 1ª Edição, Rio de Janeiro, SBM, 2012.

Matem@tica na Pr@tica – Curso de especialização para professores do ensino médio de matemática, Módulo III – Trabalho de Conclusão de Curso, Vários Autores, ISBN: 978-85-88696-95-2.

Análise de Investimentos, Nelson Casarotto Filho, Bruno Hartmut Kopittke, 11ª Edição, Editora Atlas, 2010.

Introdução à Teoria dos Números, J.C.V. Sampaio e P.A.S. Caetano, 2ª edição, São Carlos, EduFSCar, 2009.

A Origem do Dinheiro, J. Robert, Global Editora, 1982.

História Universal dos Algarismos, G. Ifrah, Editora Nova Fronteira, 1997.

A Teoria das Situações Didáticas, S. A. Almouloud, São Paulo, Puc-SP, 2004.

Engenharia Didática, M. Artigue, In *Didática das Matemáticas*, J. Brun, Tradução de Maria José Figueiredo, Lisboa, Instituto Piaget, 1996.

A Teoria das Situações Didáticas e a Formação do Professor, G. Brousseau, Palestra, São Paulo, Puc, 2006.

A Didática da Matemática, G.Gálvez, In *Didática da Matemática*, C. Parra, I. Saiz, Tradução de Juan Acuña Llorens, Porto Alegre, ArtMed, 1996.

<http://g1.globo.com/index.html>

<http://www.institutoayrtonsenna.org.br>

<http://www.sbm.org.br>

<http://www.dm.ufscar.br>

<http://www.impa.br>

<http://www.rededosaber.sp.gov.br>

ANEXO A – FOLDER DE PROPAGANDA

Você administra bem o seu dinheiro?

Você gostaria de aplicar bem algum capital, mas não sabe como?

Você consegue escolher, entre duas opções, qual é a mais vantajosa?

**PARTICIPE DE UMA AULA TEMÁTICA
SOBRE ANÁLISE DE INVESTIMENTOS
E TESTE SEUS CONHECIMENTOS
FINANCEIROS**



Aqui você aprenderá a:

- Identificar taxas equivalentes, aparentes e efetivas.
- Calcular juros simples
- Calcular juros compostos
- Deslocar quantias no tempo
- Saber identificar vantagens financeiras.

Fale com seu professor!

Aulas no mesmo período de estudos. Não é preciso voltar para a escola à tarde.

Vagas limitadas.

Início das aulas somente depois da semana de provas.

Totalmente grátis!

Iniciativa: Prof. Deivid G Gimenes

Orientação: Prof Dr. Paulo A. S. Caetano (DM – UFSCar)

Colaboração:



ANEXO B – PESQUISA DE OPINIÃO 1

Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza
Mantido pelo Governo do Estado de São Paulo
ETEC – Professora Anna de Oliveira Ferraz

Ensino Médio – Matemática – Prof: Deivid G. Gimenes

ANÁLISE DE INVESTIMENTOS
Uma Aplicação da Matemática Financeira

PESQUISA DE OPINIÃO

I – PRÁTICAS HABITUAIS

1) Com relação à metodologia, como você classificaria as aulas lecionadas por seu professor durante o ano letivo.

() Aula expositiva dialogada: Essa estratégia caracteriza-se pela exposição de conteúdos com a participação ativa dos estudantes, considerando o conhecimento prévio dos mesmos, sendo o professor o mediador para que os alunos questionem, interpretem e discutam o objeto de estudo.

() Aula expositiva: Caracteriza-se pela exposição oral/escrita do conteúdo pelo professor, sem levar em conta conhecimento prévio dos estudantes, e espaço para questionamentos. Nesta estratégia o foco é o professor, e o aluno é agente passivo, que recebe as informações transmitidas pelo professor.

2) Com relação à tecnologia, como você classificaria as aulas lecionadas por seu professor durante o ano letivo.

() Aula Tradicional: O professor expõe determinado assunto dando participação aos alunos, perguntando, respondendo, analisando, discutindo e no momento propício da aula pode até projetar um vídeo curto ilustrando, contextualizando ou até mesmo relacionando sua disciplina com outras. Em seguida propõe aos alunos exercícios de aplicação, alguns contextualizados e outros interdisciplinares.

() Aula Tecnológica: Nesta aula os alunos estão equipados com tablets ou são levados ao laboratório de informática da escola. Inicialmente, o professor cita o assunto da aula e dá alguns minutos para os alunos estudarem em um vídeo com o tablet. A seguir, discute o assunto com os alunos, responde às dúvidas e estes passam a resolver os exercícios propostos no tablet, terminando essa tarefa em casa.

3) Existe um argumento contra a Aula Tradicional citada na pergunta anterior que diz que os jovens de hoje, totalmente inseridos no mundo digital não aturam mais discursos, giz e lousa. Você concorda?

() Sim () Não

4) Existe um argumento a favor da Aula Tradicional citada na pergunta 2 que diz que o aluno sai da sala com tudo o que precisa sobre o tema uma vez que o professor fez todas as explicações necessárias. Você concorda?

() Sim () Não

5) Existe um argumento a favor da Aula Tecnológica citada na pergunta 2 que diz que o aluno se motiva manejando o tablet e está sendo encaminhado rumo ao autodidatismo. Você concorda?

() Sim () Não

6) Em relação aos tipos de aulas citados anteriormente, qual você escolheria para que seja utilizado diariamente nas aulas de matemática.

() Aula expositiva dialogada.

() Aula expositiva.

() Aula tradicional.

() Aula tecnológica.

() Um meio termo entre os quatro anteriores.

7) Com que frequência seu professor utiliza equipamentos tecnológicos (laboratório de informática, Datashow, tablet, etc.) para a aplicação de suas aulas?

() Nunca () Raramente () Frequentemente () Sempre

Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza
 Mantido pelo Governo do Estado de São Paulo
 ETEC – Professora Anna de Oliveira Ferraz

Ensino Médio – Matemática – Prof: Deivid G. Gimenes

ANÁLISE DE INVESTIMENTOS
 Uma Aplicação da Matemática Financeira

PESQUISA DE OPINIÃO
 (à priori)

1) De 1 a 5, em que 1 é a total ausência de conhecimentos e 5 é o total domínio de conhecimentos, como você classifica seu conhecimento atual em matemática financeira?

()1 ()2 ()3 4() ()5

2) De 1 a 5, em que 1 é pouco importante e 5 é muitíssimo importante, como você classifica a importância em saber administrar seu dinheiro?

()1 ()2 ()3 4() ()5

3) De 1 a 5, em que 1 é a total ausência de controle e 5 é o total domínio de controle, como você classifica o controle que sua família tem de onde é gasto o dinheiro de casa?

()1 ()2 ()3 4() ()5

4) Você ou alguém da sua família sabe o que é e pratica planejamento financeiro familiar?

() Sim () Não

5) Você ou alguém da sua família usa algum tipo de planilha para anotar/planejar os gastos mensais da casa?

() Sim () Não

6) De 1 a 5, em que 1 é pouco importante e 5 é muitíssimo importante, como você classifica a importância em aprender matemática financeira na escola?

()1 ()2 ()3 4() ()5

7) Você aprendeu matemática financeira nas séries anteriores?

() Sim () Não

8) Você participaria de um curso pago de matemática financeira?

() Sim () Não

ANEXO C – ATIVIDADE 1

Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza
ETEC – Professora Anna de Oliveira Ferraz
Ensino Médio – Matemática – Prof: Deivid G. Gimenes

ANÁLISE DE INVESTIMENTOS

Uma Aplicação da Matemática Financeira

ATIVIDADE 1

Grupo: _____

Bom dia!

Começa agora nossa aula de Matemática Financeira sob o ponto de vista da Análise de Investimentos.

Nessa atividade estabeleceremos um ponto de partida para nosso estudo que culminará na incorporação de técnicas que nos farão capazes de escolher entre duas ou mais opções, a melhor, do ponto de vista financeiro.

Bom trabalho!

I – CONHECENDO AS PRINCIPAIS DEFINIÇÕES DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

Leia o trecho retirado de <http://pt.wikipedia.org/wiki/Juro>:

Juro é a remuneração cobrada pelo empréstimo de dinheiro. É expresso como um percentual sobre o valor emprestado (taxa de juro). O juro pode ser compreendido como uma espécie de "aluguel sobre o dinheiro". A taxa seria uma compensação paga pelo tomador do empréstimo para ter o direito de usar o dinheiro até o dia do pagamento.

Assista o VÍDEO1 que é um trecho de uma aula ministrada no IMPA pelo professor Augusto Cesar Morgado. Vídeo completo em: http://strato.impa.br/videos/PAPEM_JAN08/PAPEM300108-02.avi

Definição de Juro e Taxa de Juro, feita pelo professor Morgado.

“Juro é a remuneração pelo uso do dinheiro. É a diferença entre o Montante e o principal”.

“Taxa de Juro é a razão entre o Juro e o Principal. Sempre que se procura uma taxa de juro se indica o período da operação”.

EXERCÍCIO 1:

Paulo toma emprestado R\$100,00 de Carlos. Após um mês, Carlos recebe de Paulo R\$ 110,00. Responda:

a) Quem é o tomador?

Resp:

b) Quem é o credor?

Resp:

c) Qual é o valor do Juro?

Resp:

d) Qual é a Taxa de juro?

Resp:

e) Qual é a operação básica da matemática financeira?

Resp:

Leia e Responda:

Manoel tomou um empréstimo de 100 reais, a juros de taxa 10% ao mês. Após um mês, qual será o valor da dívida? E após dois meses?

Você seria capaz de responder essa pergunta?

() Sim, totalmente.

() Sim, parcialmente.

() Não seria capaz.

II – O SEGREDO DE TUDO É O “PERÍODO”

Na definição de Taxa de Juro dada pelo professor Morgado ele destaca que essa taxa sempre está atrelada a um período. Esse conceito está muito bem destacado no trecho abaixo, escrito pelo professor Dutra.

... A observação de uma regra básica da matemática financeira pode nos ajudar muito... Essa regra, de validade universal, que repito exaustivamente em todos os cursos que ministro é a seguinte: Se as prestações forem mensais, a taxa de juros utilizada tem que ser mensal; se as prestações forem trimestrais, a taxa de juros utilizada tem que ser trimestral...

Texto completo em:

<http://www.professordutra.com.br/blog/taxas-uma-questao-de-estudos/>

Analise a seguinte situação:

Situação 1:

Fábio e Tomas tomaram emprestados a mesma quantia. O primeiro contratou a uma taxa de juro de 2% ao mês enquanto que o segundo contratou a uma taxa de juro de 4% ao bimestre. Sabendo que os dois quitaram os respectivos empréstimos após dois meses da contratação, responda:

a) Ao responder o item (d) do exercício 1 você atentou para o fato de que a taxa e o período “caminham sempre juntas”?
Resp:

b) Qual é o período da operação feita por Fábio?
Resp:

c) Qual é a taxa de juro contratada por Fábio?
Resp:

d) Qual é o período da operação feita por Tomas?
Resp:

e) Qual é a taxa de juro contratada por Tomas?
Resp:

f) Quantos períodos existem na operação de Fábio?
Resp:

g) Quantos períodos existem na operação de Tomas?
Resp:

h) Escreva resumidamente o que seria um período.
Resp:

EXERCÍCIO 2:

Em relação a situação de Fábio e Tomas abordada no exercício anterior, é correto dizer que:

- a) () Ambos pagarão, ao final da operação, a mesma quantia.
 b) () Fábio pagará, ao final da operação, menos do que Tomas.
 c) () Fábio pagará, ao final da operação, mais do que Tomas.

EXERCÍCIO 3:

Observe as seguintes situações e responda:

a) José tomou emprestado R\$100,00, a uma taxa de juro de 2% ao bimestre. Quanto pagará após dois meses? Quanto pagaria após dois meses se a taxa fosse de 1% a.m?

Resp:

b) Jorge tomou emprestado R\$100,00, a uma taxa de juro de 4% ao bimestre. Quanto pagará após dois meses? Quanto pagaria após dois meses se a taxa fosse de 2% a.m?

Resp:

c) Lucas tomou emprestado R\$100,0, a uma taxa de juro de 3% ao trimestre. Quanto pagaria após três meses? Quanto pagaria após três meses se a taxa fosse de 1% a.m?

Resp:

EXERCÍCIO 4:

Observe abaixo as duas resoluções da segunda parte do item (c) do exercício anterior e assinale aquela que mais se assemelha a sua resolução.

a) () 1% de 100 é 1. Como se passaram 3 meses, temos $3 \times 1 = 3$ reais de juros, logo Lucas pagaria após três meses 103 reais.

b) () 1% de 100 é 1. Logo, após 1 mês temos 101 reais. 1% de 101 é 1,01. Logo, após 2 meses temos $101 + 1,01 = 102,01$ reais. 1% de 102,01 é 1,0201. Portanto, Lucas pagará após três meses $102,01 + 1,0201 = 103,0301$ (103,03 reais aproximadamente).

EXERCÍCIO 5:

Assista o VÍDEO 2 que é outro trecho da aula do professor Morgado.

De acordo com o exposto nesse trecho da aula ficou claro que os juros são cobrados, conforme é natural, sobre a dívida do início do período. Outro fato importante observado é que os períodos são sucessivos e que o montante gerado no fim de um período será a dívida no início do período posterior. Isso é conhecido como "capitalização". Analisando o item (a) do exercício 3, temos na primeira parte do exercício uma capitalização bimestral enquanto que na segunda a capitalização é mensal. Sendo assim, complemente sua definição de período feita no item II(g), caso julgue necessário.

EXERCÍCIO 6:

De acordo com o aprendido no VÍDEO 2, analise o exercício 4 e responda qual é o único caminho a ser seguido, do ponto de vista da matemática financeira.

- () Caminho seguido em (a) () Caminho seguido em (b)

Leia e Responda:

Pedro investe 150 reais a juros de 12% ao mês. Qual será o montante de Pedro três meses depois?

Você seria capaz de responder essa pergunta?

() Sim, totalmente.

() Sim, parcialmente.

() Não seria capaz.

III – DESCOBRINDO UMA FÓRMULA MÁGICA

Os exercícios anteriores deixaram bem claro que uma operação financeira tem um início e um fim. É isso que estabelece a relação entre a taxa e o período. Portanto, quando dizemos que uma operação financeira tem capitalização mensal estamos querendo dizer que a cada trinta dias (mês comercial) termina um ciclo e começa outro, caso a quantidade de períodos seja maior do que ou igual a dois. Esse procedimento continua até o final dos períodos combinados entre as partes.

Analise a seguinte situação

Situação 2:

Baltazar deseja fazer um empréstimo de 100 reais que serão pagos dentro de 10 meses. Ao consultar um banco, descobriu que a taxa de juros é de 10% a.m (com capitalização mensal). Com o uso do Excel, vamos calcular mês a mês, as opções de pagamento que Baltazar dispõe até o final da operação.

Em seu computador, abra uma planilha do Excel. Na célula A2 digite 1; Na célula A3 digite =A2+1; Clique com o mouse na célula A3, posicione o mouse no canto inferior direito até que ele se torne o +. Com o botão esquerdo do mouse clique (segure apertado) e arraste até a célula A11. Na célula B1 digite 100; na célula D1 digite 1,1; na célula B2 digite =B1*D1; na célula B3 digite =B2*D1; na célula B4 digite =B3*D1; na célula B5 digite =B4*D1; na célula B6 digite =B5*D1; e assim sucessivamente até completar os dez meses.

Sua planilha deve ficar com o seguinte aspecto.

	A	B	C	D	E
1		100		1,1	
2	1	110			
3	2	121			
4	3	133,1			
5	4	146,41			
6	5	161,051			
7	6	177,1561			
8	7	194,8717			
9	8	214,3589			
10	9	235,7948			
11	10	259,3742			
12					
13					

De acordo com a planilha responda.

a) Quanto Baltazar pagaria se resolvesse quitar a dívida após um mês da data de contratação do empréstimo?

Resp:

b) Quanto Baltazar pagaria se resolvesse quitar a dívida após dois meses da data de contratação do empréstimo? Você concorda com esse valor?

Resp:

c) Ao analisar a tabela, Baltazar teve a seguinte dúvida:

“Como são juros de 10% a.m, em dois meses terei que pagar 20% de juros, logo tenho que pagar ao banco $100 \cdot 1,2 = 120$ reais e não 121 reais”.

Você concorda com a opinião de Baltazar? () Sim () Não.

Comente:

d) Qual é a principal característica do Regime de Juros Compostos?

Resp:

Raciocínios como os encontrados nos exercícios 4, item (a) e 6, item (c) são utilizados no Regime de Juros Simples e não se aplicam ao cálculo de empréstimos em nosso país.

EXERCÍCIO 7:

Joãozinho fez o seguinte acordo com seu pai: Por cada média 10 recebida em seu boletim escolar ele ganharia um prêmio extra de 10% do valor de sua mesada. Sabendo que a mesada de Joãozinho é de R\$100,00 e que esse mês ele conseguiu média 10 apenas em matemática, calcule quanto ele receberá de seu pai.

Resolução

Situação 3:

Após a entrega do boletim é chegada a hora do acerto entre Joãozinho e seu pai. Analise abaixo os métodos de resolução aplicados por eles e responda:

(*) Joãozinho

Inicialmente constatou que $10\% = \frac{10}{100} = 0,1$.

Em seguida fez $100 \cdot 0,1 = 10$.

E finalmente efetuou $100 + 10 = 110$.

() Seu pai**

Inicialmente fez $100\% + 10\% = 110\% = \frac{110}{100} = 1,1$.

Em seguida fez $100 \cdot 1,1 = 110,00$.

Qual dos métodos acima mais se assemelha ao usado por você para responder o exercício 7?

(*) () (**) ()

Nota: O método usado pelo pai de Joãozinho serve para evidenciar (destacar) a taxa de juro nas operações.

Analisando a situação de Baltazar enunciada anteriormente percebemos que cada Montante mensal é calculado multiplicando o anterior por 1,1. Ora, isso nada mais é do que uma progressão geométrica de razão $q = 1,1$ certo?

Chamando o montante do 1º mês de M_1 , do 2º mês de M_2 , e assim sucessivamente temos:

$$M_1 = 100 \cdot 1,1$$

$$M_2 = M_1 \cdot 1,1$$

$$M_3 = M_2 \cdot 1,1$$

$$M_4 = M_3 \cdot 1,1 \text{ e assim por diante.}$$

Perceba que na 2ª linha do raciocínio acima aparece M_1 . Mas sabemos da 1ª linha que $M_1 = 100 \cdot 1,1$. Portanto, fazendo a substituição temos:

Situação 4:

$$M_2 = M_1 \cdot 1,1 \Rightarrow M_2 = 100 \cdot 1,1 \cdot 1,1 \Rightarrow M_2 = 100 \cdot (1,1)^2$$

Usando esse mesmo raciocínio, preencha os parênteses.

$$M_3 = M_{(\quad)} \cdot 1,1 \Rightarrow M_3 = (\quad) \cdot 1,1 \Rightarrow M_3 = 100 \cdot (1,1)^{(\quad)}$$

$$M_4 = M_{(\quad)} \cdot 1,1 \Rightarrow M_4 = (\quad) \cdot 1,1 \Rightarrow M_4 = 100 \cdot (1,1)^{(\quad)}$$

$$M_5 = M_{(\quad)} \cdot 1,1 \Rightarrow M_5 = (\quad) \cdot 1,1 \Rightarrow M_5 = 100 \cdot (1,1)^{(\quad)}$$

Como seria a expressão para M_6 ? E para M_{10} ? E para M_n onde n é uma quantidade de períodos qualquer?

Resp:

Escrevendo a razão 1,1 como $(1 + 0,1)$ evidenciamos a taxa i de 10%. Logo nossa expressão para n períodos ficaria $M_n = 100 \cdot (1 + 0,1)^n$.

Note que esse raciocínio vale para qualquer capital inicial C_0 e para qualquer taxa de juros i (já na forma decimal). Portanto, para calcularmos de maneira mais direta o valor de um montante, não precisamos fazer período por período, basta apenas usar a fórmula

$$M_n = C_0 \cdot (1 + i)^n$$

que é a fórmula fundamental do regime de juros compostos.

Outra maneira de entender a fórmula anterior é perceber que uma quantia que hoje vale C_0 , transformar-se-á, depois de n períodos de tempo, em uma quantia igual a $C_0 \cdot (1 + i)^n$. Ou seja, através dela podemos calcular uma equivalência de capitais.

Exemplo:

Hoje tenho 100 reais que vou investir a uma taxa de juro de 10% ao mês. Qual é o capital equivalente a esses 100 reais daqui a dois meses?

Resolução:

Basta fazer $C_0 \cdot (1 + i)^n$, ou seja, $100 \cdot (1,1)^2$ que vale 121. Portanto, nessas condições, 100 reais hoje é equivalente a 121 reais daqui a dois meses.

Mas e se fosse ao contrário? Suponha que hoje tenho x reais que vou investir a uma taxa de juro de 10% ao mês. Quanto deve ser esses x reais para que daqui a dois meses eu tenha 121 reais?

Resolução:

Já sabemos que a resposta é 100 reais, mas como chegar a essa conclusão? Basta fazer a operação inversa. Quando temos o valor atual e queremos saber o valor futuro, multiplicamos o valor atual por $(1 + i)^n$ e quando temos o valor futuro e queremos saber o valor atual, basta dividir o valor futuro por $(1 + i)^n$. Daí: $121 \div (1,1)^2 = 100$.

Como vimos anteriormente, a operação básica da matemática financeira é a operação de empréstimo. Mais precisamente, é a operação de empréstimo no regime de Juros Compostos de taxa i , que transforma depois de n períodos de tempo, um capital inicial C_0 em um montante $M_n = C_0 \cdot (1+i)^n$.

Situação 5:

Observe a planilha do Excel usada no exercício 4.

	A	B	C	D	E
1	1	100		1,1	
2	2	110			
3	3	121			
4	4	133,1			
5	5	146,41			
6	6	161,051			
7	7	177,6561			
8	8	194,0717			
9	9	211,3669			
10	10	229,5940			
11	11	249,7942			
12					
13					

a) Divida o valor da célula B2 por 1,1. Que resultado encontrou?

Resp:

b) Divida o valor da célula B1 por 1,1. Que resultado encontrou?

Resp:

c) Sabendo que $(1,1)^2 = 1,21$, divida o valor da célula B2 por $(1,1)^2$. Que resultado encontrou?

Resp:

d) Multiplique o valor da célula B1 por 1,1. Que resultado encontrou?

Resp:

e) Multiplique o valor da célula B2 por 1,1. Que resultado encontrou?

Resp:

f) O que devo fazer para saber o valor do meu dinheiro daqui a dois meses, sabendo que ele me rende 10% ao mês? E daqui a três meses? E daqui a quatro meses?

Resp:

g) O que devo fazer para saber quanto valia meu dinheiro a dois meses atrás, sabendo que ele me rende 10% ao mês? E a três meses atrás? E a quatro meses atrás?

Resp:

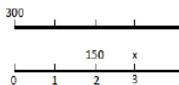
Dentro do observado até agora, percebemos que somente conseguiremos comparar duas opções financeiras se elas estiverem na mesma época, ou seja, na mesma posição em uma linha do tempo imaginária. Como visto anteriormente, isso pode ser feito com auxílio da fórmula de equivalência de capitais que desloca quantias no tempo. Com essas informações temos em mãos a ferramenta necessária para decidir entre duas ou mais opções a melhor, do ponto de vista financeiro.

Exemplo:

Pedro tomou um empréstimo de 300 reais, a juros de 15% ao mês. Dois meses após, Pedro pagou 150 reais e, um mês após esse pagamento, Pedro liquidou seu débito. Qual é o valor desse último pagamento?

Resolução:

Observe a linha do tempo escrita de acordo com o enunciado. Na primeira linha está o valor que Pedro tomou como empréstimo e na segunda linha estão os pagamentos combinados com ele e seu credor.



Note que na data 0 temos os 300 reais que Pedro recebeu; na data 2, os 150 que ele pagou e na data 3 os x reais que ele quer calcular. Note também que 0,1,2,... representa a quantidade de meses passadas após a data 0 que é a data da contratação do empréstimo. Isso porque, de acordo com o enunciado, as capitalizações são mensais.

Devemos escolher uma data (data focal), digamos a data 0, para fazer a comparação das quantias. Assim:

1ª linha: Na data 0, os 300 reais equivalem a 300 reais, pois ele está nessa data.

2ª linha: Na data 0, os 150 reais equivalem a $\frac{150}{(1+0,15)^2}$ reais, pois teremos que deslocá-lo dois períodos do futuro para o presente a uma taxa de 15%.

Na data 0, os x reais equivalem a $\frac{x}{(1+0,15)^3}$ reais, pois teremos que deslocá-lo três períodos do futuro para o presente a uma taxa de 15%. Por fim, temos que, na data 0, $300 = \frac{150}{(1,15)^2} + \frac{x}{(1,15)^3}$

Fazendo os cálculos temos:

$$300 = \frac{150}{(1,15)^2} + \frac{x}{(1,15)^3} \Rightarrow$$

$$(1,15)^3 \cdot 300 = (1,15)^3 \cdot \frac{150}{(1,15)^2} + (1,15)^3 \cdot \frac{x}{(1,15)^3} \Rightarrow \text{(Multiplicar a expressão membro a membro por } (1,15)^3 \text{)}$$

$$(1,15)^3 \cdot 300 = (1,15) \cdot 150 + x \Rightarrow$$

$$(1,520875) \cdot 300 = 172,5 + x \Rightarrow$$

$$456,2625 - 172,5 = x \Rightarrow x = 283,76$$

Portanto, o valor do último pagamento de Pedro será de 283,76 reais.

Leia e Responda:

(1) Pedro tem duas opções de pagamento na compra de um televisor.

i) três prestações mensais de 160 cada.

ii) sete prestações mensais de 70 cada.

Em ambos os casos, a primeira prestação é paga no ato da compra. Se o dinheiro vale 2% ao mês para Pedro, qual a melhor opção que Pedro possui?

(2) Pedro tem três opções de pagamento na compra de vestuário.

i) A vista, com 30% de desconto.

ii) Em duas prestações mensais e iguais, sem desconto, vencendo a primeira um mês após a compra.

iii) Em três prestações mensais iguais, sem desconto, vencendo a primeira no ato da compra.

Qual é a melhor opção para Pedro, se o dinheiro vale, para ele, 25% ao mês?

(3) Uma loja oferece duas opções de pagamento:

i) a vista, com 30% de desconto.

ii) em duas prestações mensais iguais, sem desconto, a primeira prestação sendo paga no ato da compra.

Qual a taxa mensal dos juros embutidos nas vendas a prazo?

(4) Investindo seu capital a juros mensais de 8%, em quanto tempo você dobrará seu capital inicial?

(5) Qual é a taxa anual de juros equivalente a 12% ao mês?

(6) Verônica investe seu dinheiro a juros de 6% ao ano com capitalização mensal. Qual a taxa anual de juros a qual está investido o capital de Verônica?

(7) Qual é a taxa efetiva semestral correspondente a 24% ao semestre com capitalização mensal?

Você seria capaz de responder essas perguntas?

() Sim, totalmente. () Sim, parcialmente. () Não seria capaz.

IV – CUIDADO!!! NEM TUDO QUE RELUZ É OURO

É costume, devido a valores históricos, as entidades financeiras anunciarem as taxas de juros em períodos anuais. Veja a opinião do professor Dutra sobre esse assunto, em outro trecho de seu texto.

... O processo de adaptação das taxas anuais para períodos inferiores a um ano foi extremamente simples: dividia-se a taxa anual por 2 para se obter a taxa semestral e por 4 para se obter a trimestral...

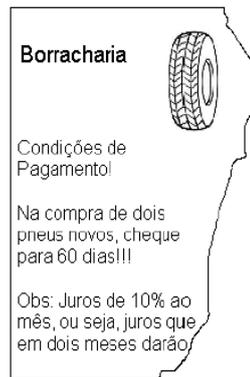
A estreita relação entre taxa e tempo, aliada a esse resquício histórico contribui para que os menos avisados façam uma leitura equivocada de alguns anúncios de empréstimos.

EXERCÍCIO 8:

Juros de 10% ao mês darão em dois meses juros de:

a) 20% b) 21% c) 120%

Resolução:

EXERCÍCIO 9:

Senhor Carlos encontrou o panfleto rasgado acima.

Nos dizeres aparece a seguinte frase incompleta: “*Juros de 10% ao mês, ou seja, juros que em dois meses darão _____*”. É sabido que o senhor Carlos tem bons conhecimentos de matemática financeira, portanto, ele escolheria qual das três opções abaixo para completar a frase do panfleto?

- a) Juros de 20% b) Juros de 21% c) Juros de 120%

Resp:

Em um momento da reportagem exibida pelo Globo Repórter a especialista do PROCON alerta para o fato das pessoas não conhecerem os custos efetivos dos contratos. Verifique na prática.

Analise a seguinte situação:

Situação 6:

Pedro recebe o seguinte e-mail do gerente de sua conta bancária.

Boa tarde senhor Pedro!

Conforme solicitado e de acordo com o seu perfil de cliente, gostaria de informar que a taxa de juros para o senhor será de 4% ao mês.

Atenciosamente!
Gerente

Admitindo que Pedro faça o empréstimo nas condições impostas pelo gerente e que seja possível pagar a dívida após três meses da contratação, calcule quanto ele pagará de juros por essa operação.

- a) 12% a.t b) 4% a.m c) 12,48% a.t d) 112%a.t

Resolução:

EXERCÍCIO 10:

Salim deseja fazer um empréstimo e pesquisou a taxa de juro em dois sites de instituições financeiras diferentes. Segue abaixo as informações colhidas pelo senhor Salim.

Banco A	Banco B
CDC – Crédito Direto ao Consumidor	CDC – Crédito Direto ao Consumidor
Data do contrato: __/__/__	Data do contrato: __/__/__
Ag./Conta Débito: _____	Ag./Conta Débito: _____
Taxa de Juros: 2,54% a.m 35,12% a.a	Taxa de Juros: 2,54% a.m 30,48% a.a
Qtde de prestações:	Qtde de prestações:
Dia do Débito:	Dia do Débito:
Valor Solicitado:	Valor Solicitado:
.	.
.	.

Salim observou que a taxa de Juro mensal é a mesma (2,54%), porém, a taxa de Juro anual é menor no banco B.

a) Qual Banco tem a melhor opção para a aquisição do empréstimo?

Resp:

b) O que representa a Taxa Anual do Banco A e o que representa a Taxa anual do Banco B?

Resp:

c) Qual é a intenção do Banco B ao apresentar essa taxa?

Resp:

Nota: O que acabamos de ver é uma tentativa comum de iludir o cliente apresentando na propaganda do empréstimo a taxa nominal de juros ao invés da taxa efetiva de juros. Se I é a taxa de crescimento de uma grandeza relativamente ao período de tempo T e i é a taxa de crescimento relativamente ao período de tempo t , e se $T = n.t$, então $1 + I = (1 + i)^n$.

Use a fórmula acima para certificar-se de que juros de 12% ao mês são proporcionais a juros de 144% ao ano, mas são EQUIVALENTES a juros de 290% ao ano.

EXERCÍCIO 11:

Destacamos algumas situações do dia-a-dia das pessoas para uma melhor análise. Leia atentamente cada uma delas!

Para responder as questões 1, 2 e 3, suponha que você deseja pagar uma conta de R\$100,00 em uma loja e admita que seu dinheiro lhe renda 10% ao mês.

1) A loja lhe oferece duas opções para que escolha apenas uma.

(a) () Pagar R\$100,00 agora ou;

(b) () Pagar R\$ 110,00 daqui a um mês.

2) A loja lhe oferece duas opções para que escolha apenas uma.

(a) () Pagar R\$100,00 agora ou;

(b) () Pagar R\$ 105,00 daqui a um mês.

3) A loja lhe oferece duas opções para que escolha apenas uma.

(a) () Pagar R\$100,00 agora ou;

(b) () Pagar R\$ 120,00 daqui a um mês.

V – A FUNÇÃO DO REGIME DE JUROS SIMPLES NO SISTEMA MONETÁRIO BRASILEIRO

Assista o VÍDEO 3 que é outro trecho da aula do professor Morgado.

EXERCÍCIO 12:

Qual é a intenção do professor Morgado ao explicar Juros Simples com a anedota do “Conto de Fadas”?

Resposta:

Nota: Existem países cujos indicadores econômicos tornam o Regime de Juros Simples mais adequado tanto as pretensões governamentais quanto as necessidades da população. Esse, obviamente não é o caso do Brasil. Assim, a função desse regime em nosso país se reduz a poucos casos a exemplo do cálculo de juros de mora.

FIM

ANEXO D – ATIVIDADE 2

Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza
ETEC – Professora Anna de Oliveira Ferraz

Ensino Médio – Matemática – Prof: Deivid G. Gimenes

ANÁLISE DE INVESTIMENTOS
Uma Aplicação da Matemática Financeira

ATIVIDADE 2

Grupo: _____

Bom dia!

Após estudarmos alguns tópicos básicos da matemática financeira é chegada a hora de analisarmos alguns investimentos. Reúna seu grupo e bom trabalho!

1) *Lúcia tomou um empréstimo de 100 reais, dois meses após pagou 140 reais. Quanto é o Juro? Qual é a Taxa de Juro? Qual é o Capital Inicial? Qual é o Montante?*

Resolução:

2) *Manoel tomou um empréstimo de 100 reais, a juros de taxa 10% ao mês. Após um mês, qual será o valor da dívida? E após dois meses?*

Resolução:

3) Pedro investe 150 reais a juros de 12% ao mês. Qual será o montante de Pedro três meses depois?

Resolução:

4) Pedro tem duas opções de pagamento na compra de um televisor.

i) três prestações mensais de 160 cada.

ii) sete prestações mensais de 70 cada.

Em ambos os casos, a primeira prestação é paga no ato da compra. Se o dinheiro vale 2% ao mês para Pedro, qual a melhor opção que Pedro possui?

Resolução:

5) Pedro tem três opções de pagamento na compra de vestuário.

i) A vista, com 30% de desconto.

ii) Em duas prestações mensais e iguais, sem desconto, vencendo a primeira um mês após a compra.

iii) Em três prestações mensais iguais, sem desconto, vencendo a primeira no ato da compra.

Qual é a melhor opção para Pedro, se o dinheiro vale, para ele, 25% ao mês?

Resolução:

6) Uma loja oferece duas opções de pagamento:

i) a vista, com 30% de desconto

ii) em duas prestações mensais iguais, sem desconto, a primeira prestação sendo paga no ato da compra.

Qual a taxa mensal dos juros embutidos nas vendas a prazo?

Resolução:

7) Investindo seu capital a juros mensais de 8%, em quanto tempo você dobrará seu capital inicial?

Resolução:

8) Qual é a taxa anual de juros equivalente a 12% ao mês?

Resolução:

9) Verônica investe seu dinheiro a juros de 6% ao ano com capitalização mensal. Qual a taxa anual de juros a qual está investido o capital de Verônica?

Resolução:

10) Qual é a taxa efetiva semestral correspondente a 24% ao semestre com capitalização mensal?

ANEXO E – PESQUISA DE OPINIAO 2

Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza
Mantido pelo Governo do Estado de São Paulo
ETEC – Professora Anna de Oliveira Ferraz

Ensino Médio – Matemática – Prof: Deivid G. Gimenes

ANÁLISE DE INVESTIMENTOS
Uma Aplicação da Matemática Financeira

Avaliação Pessoal

Faça uma avaliação pessoal da aula sobre matemática financeira. Comente o que achou da aula e da iniciativa do professor. Comente sobre os benefícios que esse aprendizado trouxe para sua vida. Faça um comentário dos itens que você mais gostou e também daqueles que você entende que precisam melhorar. Faça críticas e dê sugestões se julgar necessário.

*Muito obrigado por participar da aula.
Um grande abraço!
Professor Deivid*

Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza
Mantido pelo Governo do Estado de São Paulo
ETEC – Professora Anna de Oliveira Ferraz

Ensino Médio – Matemática – Prof.: Deivid G. Gimenes

ANÁLISE DE INVESTIMENTOS
Uma Aplicação da Matemática Financeira

PESQUISA DE OPINIÃO

II – AULA TEMÁTICA

1) O que você notou de diferente na aplicação dessa aula de matemática?

2) Você deve ter notado que nesse tipo de aula o aluno é o protagonista e o professor é o orientador. Você gostou dessa maneira de aprender? Por quê?

3) Quais recursos tecnológicos foram utilizados na aula?

4) Dentre os temas que você estudou nessa aula, qual aprendizado financeiro você achou mais relevante? Por quê?

5) Você tinha ideia de que era possível analisar os investimentos da forma que fizemos nessa aula? Você pretende utilizar esse aprendizado nas suas próximas compras?

6) Você pretende discutir o conhecimento adquirido nessa aula com seus familiares?

7) O que você achou da iniciativa de seu professor em aplicar uma aula dessas?

8) Faça um comentário sobre a experiência que você vivenciou hoje.

Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza
Mantido pelo Governo do Estado de São Paulo
ETEC – Professora Anna de Oliveira Ferraz

Ensino Médio – Matemática – Prof: Deivid G. Gimenes

ANÁLISE DE INVESTIMENTOS
Uma Aplicação da Matemática Financeira

PESQUISA DE OPINIÃO
(à posteriori)

1) De 1 a 5, em que 1 é a total ausência de conhecimentos e 5 é o total domínio de conhecimentos, como você classifica seu conhecimento atual em matemática financeira?

()1 ()2 ()3 4() ()5

2) De 1 a 5, em que 1 é pouco importante e 5 é muitíssimo importante, como você classifica a importância em saber administrar seu dinheiro?

()1 ()2 ()3 4() ()5

3) De 1 a 5, em que 1 é a total ausência de controle e 5 é o total domínio de controle, como você classifica o controle que sua família tem de onde é gasto o dinheiro de casa?

()1 ()2 ()3 4() ()5

6) De 1 a 5, em que 1 é pouco importante e 5 é muitíssimo importante, como você classifica a importância em aprender matemática financeira na escola?

()1 ()2 ()3 4() ()5