

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS**

**UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE PORCENTAGEM E  
TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO UTILIZANDO PROBLEMAS DAS  
OBMEP**

**MARIA LÚCIA BELTRAMI FAXINA**

**SÃO CARLOS**

**2016**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS**

**UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE PORCENTAGEM E  
TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO UTILIZANDO PROBLEMAS DAS  
OBMEP**

**MARIA LÚCIA BELTRAMI FAXINA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado  
ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de  
Ciências Exatas – PPGECE, como parte dos  
requisitos para obtenção do título de Mestre.

Prof. Dr. Paulo Antonio Silvani Caetano

**SÃO CARLOS**

**2016**

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da Biblioteca Comunitária UFSCar  
Processamento Técnico  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

F281s Faxina, Maria Lúcia Beltrami  
Uma sequência didática sobre porcentagem e  
tratamento da informação utilizando problemas das  
OBMEP / Maria Lúcia Beltrami Faxina. -- São Carlos :  
UFSCar, 2016.  
139 p.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de  
São Carlos, 2016.

1. Resolução de problemas. 2. Tratamento da  
informação. 3. Porcentagem. 4. Fração. 5. Gráficos. I.  
Título.



---

**Folha de Aprovação**

---

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado da candidata Maria Lúcia Beltrami Faxina, realizada em 18/11/2016:

---

Prof. Dr. Paulo Antonio Silvani Caetano  
UFSCar

---

Prof. Dr. Érica Regina Filletti Nascimento  
UNESP

---

Prof. Dr. João Carlos Vieira Sampaio  
UFSCar

Para meus familiares, Paulo, Paula e Caio, e para minha mãe, que a todo tempo me motivaram e mostraram que é possível realizar um sonho.

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente a Deus, que me conduziu nessa caminhada dando força para superar as dificuldades.

Aos meus familiares e amigos de estudo, que sempre me incentivaram a seguir em frente.

Aos professores da Escola Municipal de Ensino Fundamental “Oziel Alves Pereira”, por sempre me apoiarem com muita paciência e companheirismo.

Aos meus professores do Mestrado, que me motivaram mostrando os caminhos para superar meus limites.

Ao professor e orientador Paulo Caetano, que, com muita paciência, dedicação e confiança, me motivou e mostrou ser possível realizar este trabalho.

Aos meus alunos, que se empenharam na realização das atividades e sem os quais não seria possível realizar este trabalho.

A mente que se abre a uma nova ideia jamais  
voltará ao seu tamanho original.

Albert Einstein

## RESUMO

Este trabalho apresenta uma sequência didática, em treze folhas de atividades, com problemas sobre porcentagem e tratamento da informação da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), idealizada para uma aprendizagem diferente da tradicional exposição da teoria seguida de exemplos e exercícios. O trabalho foi desenvolvido com as turmas do 8º ano de uma escola municipal da cidade de Campinas no ano de 2015. As atividades foram elaboradas com objetivo de dar autonomia ao aluno para resolver problemas em situações cotidianas nas diversas áreas do conhecimento, sempre resgatando conteúdos para fazer a conexão entre o novo e o velho conhecimento. Na dinâmica de aplicação procuramos diversificar as formas de apresentação do conteúdo através de atividades lúdicas. A avaliação foi realizada em múltiplos momentos e consideramos que os resultados apresentados podem contribuir de forma significativa para a melhoria e o aprimoramento educação básica, especialmente nas formas de abordagem de novos conteúdos no ensino da Matemática.

**Palavras-chave:** resolução de problemas, tratamento da informação, porcentagem, fração, gráficos.

## **ABSTRACT**

This work presents a didactic sequence, in thirteen activity pages, with problems on percentage and information processing of the Brazilian Mathematics Olympiad of Public Schools (OBMEP), idealized for different learning from the traditional exposition of theory followed by examples and exercises. The work was developed with the 8th grade classes of a municipal school in the city of Campinas in the year 2015. The activities were designed with the objective of giving the students autonomy to solve problems in everyday situations in the various areas of knowledge, always rescuing contents to make the connection between the new and the old knowledge. In application dynamics, we tried to diversify the presentation of content through play activities. The evaluation was carried out in multiple moments' and we consider that the presented results can contribute significantly to the improvement of basic education especially in the ways of approaching new contents in the teaching of Mathematics.

**Keywords:** problem solving, information processing, percentage, fraction, graphs.



## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1. FACHADA DA EMEF/EJA “OZIEL ALVES PEREIRA”.....	16
FIGURA 2. VISTA AÉREA DO PARQUE OZIEL.....	16
FIGURA 3. PROBLEMA PROPOSTO NA INTRODUÇÃO.....	34
FIGURA 4. RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1 DA FICHA DE INTRODUÇÃO.....	35
FIGURA 5. RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2 DA FICHA DE INTRODUÇÃO.....	35
FIGURA 6. RESOLUÇÃO ATIVIDADE 2 DA FICHA DE INTRODUÇÃO.....	36
FIGURA 7. PROBLEMA RESOLVIDO DA ATIVIDADE FINAL DA FICHA DE INTRODUÇÃO.....	36
FIGURA 8. PROBLEMA PROPOSTO NA FICHA 01. ....	37
FIGURA 9. RESOLUÇÃO DA FICHA 01. ....	39
FIGURA 10. EXERCÍCIO 1 PROPOSTO NA FICHA 02.....	40
FIGURA 11. RESOLUÇÃO DO PROBLEMA 01 DA FICHA 02.....	41
FIGURA 12. RESOLUÇÃO 2 DO PROBLEMA 01 DA FICHA 02.....	42
FIGURA 13. PROBLEMA 02 PROPOSTO NA FICHA 02. ....	43
FIGURA 14. RESOLUÇÃO APRESENTADA DO PROBLEMA 2 – FICHA 02.....	45
FIGURA 15. PROBLEMA 01 PROPOSTO NA FICHA 03. ....	46
FIGURA 16. PROBLEMA 2 PROPOSTO NA FICHA 03. ....	47
FIGURA 17. RESOLUÇÃO DO PROBLEMA 02 - ATIVIDADE COMPLEMENTAR. ....	49
FIGURA 18. PROBLEMA 01 PROPOSTO NA FICHA 04. ....	50
FIGURA 19. RESOLUÇÃO DO PROBLEMA 01 DA FICHA 04.....	51
FIGURA 20. RESOLUÇÃO 2 DO PROBLEMA 01 DA FICHA 04.....	52
FIGURA 21. PROBLEMA 02 PROPOSTO NA FICHA 04. ....	52
FIGURA 22. RESOLUÇÃO DO PROBLEMA 2 DA FICHA 04.....	54
FIGURA 23. PROBLEMA PROPOSTO NA FICHA 05. ....	55
FIGURA 24. PROBLEMA PROPOSTO NA FICHA 06. ....	57
FIGURA 25. FOTO 02 – OFICINA 06.....	58
FIGURA 26. FOTO 01 – OFICINA 06.....	58
FIGURA 27. RESOLUÇÃO DA FICHA 06. ....	59
FIGURA 28. RESOLUÇÃO 2 DA FICHA 06. ....	59
FIGURA 29. RESOLUÇÃO 3 DA FICHA 06. ....	59
FIGURA 30. EXERCÍCIO PROPOSTO NA FICHA 07.....	60
FIGURA 31. RESOLUÇÃO 1 DA FICHA 07. ....	61

FIGURA 32. PROBLEMA 01 PROPOSTO NA FICHA 08. ....	62
FIGURA 33. PROBLEMA 02 PROPOSTO NA FICHA 08. ....	63
FIGURA 34. EXERCÍCIO PROPOSTO NA FICHA 09. ....	64
FIGURA 35. RESOLUÇÃO DA FICHA 09. ....	66
FIGURA 36. PROBLEMA PROPOSTO NA FICHA 10. ....	67
FIGURA 37. RESOLUÇÃO 2 DA FICHA 10. ....	68
FIGURA 38. EXERCÍCIO PROPOSTO PARA A FICHA 11. ....	69
FIGURA 39. RESOLUÇÃO DA FICHA 11. ....	70
FIGURA 40. PROBLEMA PROPOSTO NA FICHA 12. ....	71
FIGURA 41. RESOLUÇÃO 1 DA FICHA 12. ....	72
FIGURA 42. OFICINA 1 – FICHA 12. ....	72
FIGURA 43. OFICINA 2 – FICHA 12. ....	73
FIGURA 44. OFICINA 3 – FICHA12. ....	<b>ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.</b>
FIGURA 45. OFICINA 4 – FICHA12. ....	<b>ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.</b>
FIGURA 46. SOBREPOSIÇÃO DE DISCOS – FICHA 12. ....	74
FIGURA 47. RESOLUÇÃO – FICHA 12. ....	74
FIGURA 48. EXERCÍCIO PROPOSTO NA FICHA 13. ....	75
FIGURA 49. OFICINA 1 – FICHA 13. ....	76
FIGURA 50. OFICINA 3 – FICHA 13. ....	76
FIGURA 51. RESOLUÇÃO 1 – FICHA 13. ....	77
FIGURA 52. RESOLUÇÃO 2 – FICHA 13. ....	77
FIGURA 53. RESOLUÇÃO 3 – FICHA 1. ....	78
FIGURA 54. AUTOAVALIAÇÃO. ....	79
FIGURA 55. AUTOAVALIAÇÃO – FICHA 02. ....	79
FIGURA 56. AUTOAVALIAÇÃO – FICHA 13. ....	79
FIGURA 57. EXERCÍCIO PROPOSTO – AVALIAÇÃO DO BLOCO 01. ....	80
FIGURA 58. RESOLUÇÃO DA AVALIAÇÃO DO BLOCO 1. ....	81
FIGURA 59. PROBLEMA PROPOSTO – AVALIAÇÃO DO BLOCO 02. ....	81
FIGURA 60. ROTEIRO DE RESOLUÇÃO CRIADO POR ALUNO. ....	82
FIGURA 61. PROBLEMA PROPOSTO PARA A AVALIAÇÃO 4. ....	84
FIGURA 62. RESOLUÇÃO DA AVALIAÇÃO DO BLOCO 03. ....	84
FIGURA 63. PROBLEMA PROPOSTO PARA A AVALIAÇÃO DO BLOCO 04. ....	85
FIGURA 64. RESOLUÇÃO DO ITEM (A) – AVALIAÇÃO DO BLOCO 04. ....	86
FIGURA 65. RESOLUÇÃO DO ITEM (B) – AVALIAÇÃO DO BLOCO 04. ....	86

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1. DESEMPENHO NA OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DE ESCOLAS PÚBLICAS DE 2014.....	87
TABELA 2. DESEMPENHO NA OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DE ESCOLAS PÚBLICAS DE 2015.....	87
TABELA 3. DESEMPENHO DE ALUNOS DO 8º ANO NA OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DE ESCOLAS PÚBLICAS DE 2015.....	87

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>14</b>
<b>1. O CONTEXTO DESTE TRABALHO .....</b>	<b>15</b>
<b>2. REFERENCIAL PARA ESTE TRABALHO.....</b>	<b>18</b>
2.1. Como ocorre o aprendizado – <i>National Research Council</i> .....	18
2.2. Tratamento da informação .....	20
2.3. Resolução de problemas.....	21
2.4. Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas.....	25
2.5. Metodologia – Engenharia Didática .....	26
<b>3. ORGANIZAÇÃO DAS ATIVIDADES .....</b>	<b>29</b>
3.1. Atividade introdutória .....	29
3.2. Elaboração das fichas, aplicação e agrupamentos das questões .....	30
<b>4. OBJETIVOS, ANÁLISES E RESULTADOS DAS ATIVIDADES .....</b>	<b>33</b>
4.1. Atividade introdutória .....	33
4.2. Análise do Bloco 01.....	36
4.2.1. Análise da Ficha 01 .....	37
4.2.2. Análise da Ficha 02.....	39
4.2.2.1. Análise da primeira questão da Ficha 02 .....	40
4.2.2.2. Análise da segunda questão da Ficha 02.....	43
4.2.3. Análise da Ficha 03 .....	45
4.2.3.1. Análise da primeira questão da Ficha 03 .....	46
4.2.3.2. Análise da segunda questão da Ficha 03.....	47
4.3. Análise do Bloco 02.....	49
4.3.1. Análise da Ficha 04 .....	50
4.3.1.1. Análise da primeira questão da Ficha 04 .....	50
4.3.1.2. Análise da segunda questão da Ficha 04.....	52

4.3.2. Análise da Ficha 05 .....	55
4.3.3. Análise da Ficha 06 .....	57
4.4. Análise do Bloco 03 .....	59
4.4.1. Análise da Ficha 07 .....	60
4.4.2. Análise da Ficha 08 .....	61
4.4.2.1. Análise da primeira questão da Ficha 08 .....	62
4.4.2.2. Análise da segunda questão da Ficha 08.....	63
4.4.3. Análise da Ficha 09 .....	64
4.5. Análise do Bloco 04.....	66
4.5.1. Análise da Ficha 10 .....	67
4.5.2. Análise da Ficha 11 .....	69
4.5.3. Análise da Ficha 12.....	71
4.5.4. Análise da Ficha 13 .....	75
4.6. Análise das atividades avaliativas .....	78
4.6.1. Primeiro momento de avaliação – análise das fichas de autoavaliação ...	78
4.6.2. Segundo momento de avaliação – questões .....	80
4.6.2.1. Avaliação do Bloco 1.....	80
4.6.2.2. Avaliação do Bloco 2.....	81
4.6.2.3. Avaliação do Bloco 3.....	83
4.6.2.4. Avaliação do Bloco 4.....	85
4.6.3. Terceiro momento de avaliação – resultado na Olimpíada Brasileira de Matemática de Escolas Públicas de 2015.....	86
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	89
BIBLIOGRAFIA .....	92
APÊNDICES: FICHAS DE ATIVIDADES .....	94

## INTRODUÇÃO

A resolução de problemas está presente em todas as situações cotidianas. Historicamente, a necessidade de se resolver problemas foi a mola propulsora para o desenvolvimento da Matemática. Por essa razão, a abordagem do conteúdo por meio da resolução de problemas deveria estar presente nas práticas de sala de aula. Porém, essa abordagem ainda é pouco utilizada pelos professores, que, tradicionalmente, focam suas aulas na aplicação de regras, fórmulas e problemas distantes da realidade dos alunos. Conseqüentemente, os alunos não desenvolvem a criatividade nem a autonomia, situação que ocasiona um aprendizado deficitário. Isso fica evidente nos números apontados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), em avaliação realizada no ano de 2013, em que apenas 11% dos alunos do 9º ano do ensino fundamental apresentaram um nível adequado na aprendizagem em Matemática no Brasil. No contexto mundial, a situação é mais agravante. Segundo dados do ano de 2012 do *Programme for International Student Assessment* (PISA), o aprendizado em Matemática no Brasil está classificado em 58º lugar em um grupo de 65 países. Os dados do Relatório Nacional PISAM/2012 ainda apontam que 60% dos brasileiros com 15 anos de idade não atingiram o nível de proficiência em Matemática necessário para exercerem plenamente sua cidadania.

Este trabalho constitui-se em uma forma diferenciada de se abordar o tratamento da informação por meio da resolução de problemas, tendo como base fichas de atividades envolvendo questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). O objetivo é apresentar novas possibilidades na inserção de conteúdos, visando uma mudança na postura tanto dos professores quanto dos alunos, de forma a tornar a aprendizagem mais significativa. A escolha de se utilizar o banco de questões da OBMEP, disponível na internet, fundamenta-se no fato de serem questões bem formuladas, desafiadoras e contextualizadas, que exigem várias competências e habilidades para resolvê-las. Também é uma forma de mostrar novas possibilidades para utilização do banco de questões da OBMEP em sala de aula, visto que, na maioria das vezes, a escola utiliza-se desse material somente na aplicação das provas.

A apresentação deste trabalho dá-se em capítulos. O primeiro capítulo refere-se ao contexto, ao cenário e à realidade escolar onde o trabalho foi desenvolvido, apresentando um

breve histórico da escola e da comunidade em questão, bem como o perfil dos alunos que participaram das atividades. O segundo capítulo traz uma descrição da organização do trabalho. O terceiro capítulo apresenta uma revisão do referencial teórico e da metodologia adotada para a construção das fichas de atividades. O quarto capítulo traz uma análise detalhada dessas fichas, com os objetivos propostos antes da aplicação, as mudanças necessárias durante a aplicação e a verificação dos resultados após a aplicação. No quinto e último capítulo são feitas as considerações finais.

## **1. O CONTEXTO DESTES TRABALHOS**

A autora trabalha há 25 anos na rede pública de ensino. Concluiu o ensino fundamental e médio em escolas públicas e passou por várias universidades particulares para conseguir se licenciar em Matemática e chegar ao mestrado. Durante sua trajetória, constatou que as práticas pedagógicas e as formas de abordagem dos conteúdos são determinantes para a qualidade do aprendizado e para a forma como os alunos enfrentarão suas dificuldades, erros e desafios envolvidos no processo da construção do conhecimento matemático. Ao longo dos anos, sempre teve como meta buscar estratégias que tornassem o aprendizado mais significativo, interessante e prazeroso para os alunos. Também buscou conquistar os alunos para que desenvolvessem o interesse pela Matemática, matéria que, historicamente, sempre gerou rejeição nos educandos, principalmente nas séries finais do ensino fundamental. Nessa perspectiva, este trabalho aponta para um ensino no qual os alunos sejam capazes de enfrentar, com criatividade e determinação, as mais diversas situações conflitantes e desafiantes, tanto em sala de aula como nas práticas do dia a dia, valendo-se, para isso, de conhecimentos matemáticos previamente adquiridos.

O público-alvo do trabalho foi os alunos do 8º ano da “Escola Municipal de Ensino Fundamental/Educação de Jovens e Adultos Oziel Alves Pereira”, localizada no Bairro Parque Oziel, na periferia da cidade de Campinas, São Paulo. Oriundo de uma ocupação no ano de 1996, o Parque Oziel tem um largo histórico de violência, desemprego e analfabetismo. Nesse cenário, surge, em 1997, a unidade escolar “EMEF/EJA Oziel Alves Pereira”, que hoje já conta com uma geração nascida na comunidade e atende a um perfil de grande diversidade de origens, em um ambiente multicultural.

**Figura 1.** Fachada da EMEF/EJA  
“Oziel Alves Pereira”.



Foto: Sérgio Laranjeira.

**Figura 2.** Vista aérea do Parque Oziel.



Foto: Gustavo Magnusson/AAN/AE.

Quanto aos espaços físicos, a escola possui 16 salas de aulas, sendo 8 com telas para projeção para utilização de multimídias, 1 sala de informática e 1 biblioteca amplamente utilizada pelos alunos. A unidade escolar atende a comunidade com o ensino fundamental I e II e da EJA. Em 2015, foram efetivadas 1.300 matrículas, e há uma longa lista de espera, denotando um déficit de vagas na região.

Quanto ao nível de aprendizado dos alunos, a escola teve um leve aumento no Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) nos anos de 2011 e 2013, passando de 2,6 para 2,9 pontos. Contudo, esse índice se mantém muito abaixo da meta proposta pelo governo federal. O IDEB é calculado a partir de dois componentes: taxa de rendimento escolar (aprovação) e média de desempenho nos exames padronizados e aplicados pelo INEP. Como a escola é uma Unidade Municipal, a prova de desempenho utilizada é a <sup>1</sup>Prova Brasil. Assim, para os cálculos referentes aos alunos que cursavam o 9º ano, ciclo IV, em 2013, que abrange o público de nosso trabalho, o aprendizado foi avaliado com nota 4,35 e a aprovação, com 0,67 pontos. O produto dessas duas avaliações gera o IDEB de 2,9 pontos. Isso nos mostra um baixo índice de aprendizado e uma taxa de reprovação muito alta. O acompanhamento interno, feito pela Comissão Permanente de Avaliação (CPA), indica que os principais motivos para o elevado índice de reprovação (33 reprovados em cada 100 alunos) são a evasão escolar e a assiduidade insuficiente por parte dos alunos.

<sup>1</sup> A Prova Brasil e o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb) são avaliações para diagnóstico, em larga escala, desenvolvidas pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep/MEC)

Quanto ao aprendizado de Matemática, 28 dos 125 alunos do 5º ano que realizaram a prova em 2013 alcançaram nível adequado<sup>2</sup>. Já no 9º ano somente 4 dos 133 alunos que realizaram a prova atingiram nível adequado. Esses dados evidenciam as dificuldades que os alunos apresentam na disciplina de Matemática, especialmente os do ciclo IV (8º e 9º anos), justificando, assim, a proposta deste projeto.

Os alunos selecionados para desenvolvimento do projeto eram das turmas do 8º ano C e D, do período vespertino. No 8º ano C tem-se um total de 29 alunos matriculados, dos quais 11 são do sexo masculino e 18 do sexo feminino, sendo 4 não frequentes. No 8º ano D tem-se 27 alunos matriculados, 16 do sexo masculino e 11 do sexo feminino, sendo 5 não frequentes. Levantamento diário realizado pela CPA comprova que as turmas apresentam um público flutuante. Em média, são registradas 10 faltas diárias por turma, o que interfere diretamente no interesse e no aprendizado dos alunos.

Verificamos que, nos dois grupos analisados, existe uma defasagem significativa de idade/ano (idade/série). De um total de 46 alunos, 20 estão acima da faixa etária adequada para o 8º ano. Isso se deve ao perfil flutuante da comunidade, onde muitos deixam de frequentar a escola por conta de mudança de bairro, ocasionando a perda do ano letivo. Outro fato importante a ser considerado é a defasagem dos conteúdos básicos. Na avaliação diagnóstica, realizada no início do ano pela CPA, juntamente com os professores, observa-se que esse grupo apresenta uma defasagem de dois anos, se nos basearmos na Proposta Curricular da cidade de Campinas. Desse modo, os conteúdos a serem trabalhados devem ser referentes ao 6º ano, adaptando-os de modo que os alunos evoluam com qualidade na aprendizagem e atinjam um nível adequado para ano de estudo, isto é, 8º ano. Logo, a escolha do tema “resolução de problemas e tratamento de informação” tem como objetivo resgatar conteúdos e auxiliar os alunos no processo autônomo da construção do conhecimento, possibilitando um enquadramento do ano/conteúdo.

---

<sup>2</sup> Na Prova Brasil, o resultado do aluno é apresentado em pontos numa escala (Escala SAEB). Discussões promovidas pelo comitê científico do movimento Todos Pela Educação, composto por diversos especialistas em educação, indicaram qual a pontuação a partir da qual pode-se considerar que o aluno demonstrou o domínio da competência avaliada. Decidiu-se que, de acordo com o número de pontos obtidos na Prova Brasil, os alunos são distribuídos em 4 níveis em uma escala de proficiência: Insuficiente, Básico, Proficiente e Avançado. No QEdU, consideramos que alunos com **aprendizado adequado** são aqueles que estão nos níveis **proficiente e avançado**.

## 2. REFERENCIAL PARA ESTE TRABALHO

Neste capítulo, apresentamos em cinco etapas o referencial teórico, base para a elaboração e a avaliação deste trabalho. Na primeira etapa procuramos compreender como ocorre o aprendizado baseado no livro *How People Learn: Brain, Mind, Experience, and School*, do *National Research Council* (2000). Na segunda etapa, pesquisamos a importância do tratamento da informação, bem como sua aplicação nas diversas áreas do conhecimento nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Na terceira etapa, analisamos o processo da resolução de problemas segundo Polya (2006). Na quarta etapa, a história e a importância da OBMEP no aprendizado da Matemática. Finalmente, na quinta etapa a metodologia adotada para este trabalho.

### 2.1. Como ocorre o aprendizado – *National Research Council*

Buscando uma compreensão de como ocorre o aprendizado, de quais seriam os elementos facilitadores e de como o professor pode auxiliar nesse processo, fizemos um estudo dos quatro primeiros capítulos do livro *How People Learn: Brain, Mind, Experience, and School*, do *National Research Council* (2000). Nesse livro, o autor compara a organização do pensamento de pessoas com maior carga de conhecimento em determinada área com pessoas com menos conhecimentos sobre determinado assunto. Ao mesmo tempo, faz um estudo confrontando o grau de aprendizado apresentado pelos alunos com as atividades propostas em sala de aula e a forma de abordagem dessas atividades.

Segundo o *National Research Council*, é o conhecimento adquirido que facilita representar, organizar, raciocinar e resolver problemas. Conseqüentemente, as pessoas que têm uma maior carga de conhecimentos resolvem problemas de uma forma mais eficiente, pois o seu pensamento é feito em grandes blocos; elas conseguem fazer uma análise antes de iniciar a resolução do problema, acionando os conhecimentos adquiridos necessários para a resolução. Já as pessoas com uma menor carga de conhecimentos organizam suas ideias em seqüências, o que dificulta a transferência e a mobilização desses conhecimentos para a resolução de um problema.

O responsável por esse estudo, *National Research Council*, sugere que, para a superação dessa dificuldade, os conteúdos devem ser tratados com maior profundidade e tempo, a fim de que ocorra a assimilação e a organização do conhecimento, já que os alunos necessitam de tempo para fazer conexões entre os temas estudados e as novas situações. De acordo com o Conselho, os alunos que só aprenderam por memorização não têm base para organizar o conhecimento e, assim, as transferências são deficitárias. Conseqüentemente, aprender superficialmente ou vários conteúdos ao mesmo tempo pode dificultar a assimilação, do mesmo modo que conteúdos isolados sem significado não propiciam a compreensão e prejudicam a transferência desse conhecimento para outras situações propostas, não ocorrendo o aprendizado adequado.

Portanto, o papel do professor é de grande importância, visto que ele será o condutor do processo de aprendizagem, assimilação e organização do conhecimento, verificando as particularidades de cada aluno e de cada turma, bem como a melhor forma de abordagem dos novos conteúdos, pois esse aprendizado inicial interferirá no grau de qualidade da transferência de conhecimento.

Estudos mostraram que os alunos ficam mais motivados quando veem a importância e a aplicação do que estão aprendendo, dedicando mais tempo e empenho para o aprendizado. Essa motivação influenciará diretamente no seu nível de conhecimento e resultado, de modo que o educador deve promover situações contextualizadas que requeiram reorganização do conhecimento, acrescentando novos elementos e diferentes dificuldades a situações e tarefas. Cabe ao professor, também, fazer pontes entre os conteúdos de forma significativa para os alunos, por meio de exercícios que desenvolvam a flexibilidade nos educandos, isto é, a capacidade deles se adaptarem aos novos conteúdos.

Dentro desse processo é extremamente importante que os alunos tenham consciência de sua aprendizagem e de seus progressos, de forma que se conheçam e possam escolher os caminhos e os elementos facilitadores para sua própria aprendizagem. Cabe ao professor capacitar os alunos promovendo devolutivas sobre seu desenvolvimento, corrigindo rota, fortalecendo pontos fracos, estimulando a autoavaliação para dar autonomia ao aluno na verificação do seu grau de compreensão e comprometimento com o aprendizado.

O *National Research Council* ressalta três questões que podem influenciar o aprendizado: o conhecimento prévio, que pode facilitar ou não a conexão com novas

situações; as formas de transferências de conhecimento, em que aluno pode realizar conexões equivocadas entre o velho e o novo conhecimento; a escola dissociada e conflitante das práticas cotidianas, suas vivências e sua cultura.

A escolha do tema “tratamento da informação” para compor este trabalho buscou contemplar as três questões descritas acima. Em relação ao conhecimento prévio, buscamos fornecer aos alunos uma revisão inicial dos conteúdos necessários para o desenvolvimento das atividades propostas. Em relação às formas de transferência de conhecimento, buscamos desenvolver atividades em espiral, em que os conteúdos são retomados e aprofundados por intermédio dos problemas propostos pela OBMEP, e as resoluções são encaminhadas de modo que o aluno reconstrua seu conhecimento e consiga verificar e associar as diferenças entre o antigo e o novo. Em relação à escola dissociada e conflitante das práticas cotidianas, o tema “tratamento da informação” é uma ferramenta matemática aplicada em todas as ciências e nas práticas cotidianas dos alunos.

## **2.2. Tratamento da informação**

A tomada de decisões rápidas, a capacidade de analisar e interpretar informações, principalmente vinculadas aos meios de comunicação, é vista como uma vantagem para as pessoas na sociedade contemporânea. Isso sugere que elas devam saber ler, analisar e interpretar dados, conseguir organizar ideias para resolver problemas e, assim, promover mudanças em suas vidas e na comunidade. Segundo Imenes & Lellis (2009), tratamento da informação tornou-se uma ferramenta indispensável para qualquer cidadão que necessita analisar dados do cotidiano em suas tomadas de decisões diárias.

Os PCN propõem o tratamento da informação como um bloco de conteúdo específico, muito por conta de sua importância e aplicabilidade na sociedade, pois seria possível incorporar esse tema em todos os outros blocos de conteúdos destacados nesses parâmetros, já que ele permeia todos eles. Os PCN sugerem, ainda, que a organização dos conteúdos seja realizada de modo a integrar os blocos e disciplinas a situações cotidianas e significativas para os alunos.

[...] ao planejar suas atividades, o professor procurará articular múltiplos aspectos dos diferentes blocos, visando possibilitar a compreensão mais fundamental que o aluno possa atingir a respeito dos princípios/métodos básicos do corpo de conhecimentos matemáticos [...]  
(BRASIL, 1998a, p. 53)

De acordo com os PCN, o trabalho com o tratamento da informação visa desenvolver o espírito de investigação, estabelecer conexões e construir justificativas. Buscamos isso nas questões da OBMEP, pois elas relacionam de forma clara e precisa as situações do cotidiano com os conteúdos matemáticos e permitem a validação de erros e acertos por meio da análise e interpretação dos dados fornecidos.

Ainda segundo os PCN, o propósito de se trabalhar com o tratamento da informação é levar os alunos para além da simples leitura e interpretação de um gráfico, para que sejam capazes de ler e interpretar situações cotidianas valendo-se de conhecimentos matemáticos. Portanto, o trabalho com esse tema deve ir para além da sala de aula, da resolução simples de exercícios e de aplicações de fórmulas e regras.

[...] Esse estudo também favorece o desenvolvimento de certas atitudes, como posicionar-se criticamente, fazer previsões e tomar decisões ante as informações veiculadas pela mídia, livros e outras fontes. (BRASIL, 1998a, p. 134)

Desse modo, a abordagem do conteúdo trabalhado deve levar os alunos a construir uma visão criteriosa dos dados apresentados. Assim, os alunos terão condições reais de analisar cada situação proposta e explorar todas as possibilidades de interpretação e resolução do problema. Também, pelo conhecimento sobre os elementos da estatística, os alunos terão a oportunidade de percorrer diversos caminhos para resolução de um mesmo problema e, assim, analisar qual é o mais interessante e viável para a situação.

### **2.3. Resolução de problemas**

Como exemplificado abaixo, resolver um problema vai além de buscar um resultado. As estratégias e os pensamentos utilizados no processo de resolução de um problema

colaboram o aprendizado efetivo do ser humano, independentemente da disciplina ou dos conteúdos abordados. Por intermédio da resolução de problemas somos levados a mobilizar conhecimentos e fazer conjecturas sobre os possíveis caminhos para encontrar uma solução.

### **Alunos do SENAI se unem para criar soluções para problemas urbanos**

1º colocado

Água

*Agrowater*: o sistema instala sensores para medida de umidade, temperatura, PH, pressão nas plantações. A partir das informações fornecidas para um sistema em tempo real, é possível fazer a melhor gestão da água para irrigação. Atualmente, as análises são feitas com frequência semanal. Realizado por um estudante de administração, dois de logística e um de informática para internet do SENAI de Maceió (AL), o projeto levou em conta que 70% da água potável do mundo é utilizada para irrigação

Lucas de Omena Ramos, 17 anos, que integra a equipe, destaca o fato de que um bilhão de pessoas sofrerão com a falta de água até 2050, segundo a Organização das Nações Unidas (ONU). “Analisando esses dois dados, nossa expectativa é que, além da economia de água, seja possível também reduzir o preço dos alimentos”, revela.

Fonte: <<http://www.portaldaindustria.com.br/cni/imprensa/2015/09/1,72098/alunos-do-senai-se-unem-para-criar-solucoes-para-problemas-urbanos.html>>. Acesso em: 01 nov. 2015.

Segundo o Ministério da Educação (MEC), no livro *Por-Letramento Matemático*, a resolução de problemas modifica não somente a Matemática, mas também aquele que resolve os problemas, pois é por esse processo que o conhecimento é ampliado, sendo possível, a cada passo, inserir situações mais complexas.

Ainda de acordo com o livro *Pro-Letramento Matemático*, existem duas perspectivas diferentes na resolução de problemas: a primeira, como obtenção de uma mera solução após a aplicação de uma teoria; a segunda, que norteará o desenvolvimento desse projeto como uma “mola propulsora”, momento em que os alunos devem mobilizar os conhecimentos adquiridos, associar a novas situações e buscar atribuir significados às situações vivenciadas.

Com esse propósito, os conteúdos serão abordados a partir de cada exercício e serão novamente incorporados a outros, procurando realizar associações com situações desafiadoras que motivem os alunos, encorajando-os na resolução dos problemas em um processo criativo e reflexivo.

De acordo com Polya (2006), existem metodologias e técnicas específicas para se trabalhar as competências e habilidades necessárias à resolução de problemas com os alunos. Esse autor pontua que tal processo deve passar por quatro etapas: compreensão do problema; estabelecimento de um plano; execução do plano; retrospecto.

a) Compreensão do problema

O autor coloca que é um despropósito responder a um problema que não tenha sido compreendido plenamente, ressaltando que é papel do professor auxiliar e encorajar os alunos a entender plenamente o que se quer resolver. Segundo Polya, algumas perguntas podem auxiliar na compreensão do problema.

- *Qual é a incógnita?*
- *Quais são os dados?*
- *Qual é a condicionante?*

Essas perguntas, feitas repetidas vezes, vão criar o hábito para que os alunos as façam em outras situações.

Somente depois de compreender totalmente o problema pode-se passar para segunda etapa: buscar uma solução.

b) Estabelecimento de um plano

Após a compreensão do problema, o aluno deve estabelecer uma estratégia de resolução. De acordo com Polya (2006), cabe ao professor, de forma sutil, oferecer “ideias geniais” para seus alunos. O professor deve levar os alunos a pensarem em problemas já resolvidos, em situações parecidas, e ajudá-los a descobrir se existem outras informações que podem ser utilizadas. Caso não tenha sucesso nessa direção, o professor deve propor a reformulação do problema na tentativa de construir problemas auxiliares que encaminhem sua solução.

Polya também ressalta que ter uma referência ou algo que já foi trabalhado dá segurança e embasamento para que os alunos busquem uma solução para o novo problema.

Após alguma experiência com problemas semelhantes, um estudante inteligente poderá perceber as ideias básicas gerais: a utilização de dados relevantes, a variação de dados, a simetria, a analogia. Se adquirir o hábito de dirigir sua atenção para estes pontos, a sua capacidade de resolver poderá definitivamente beneficiar-se. (POLYA, 2006, p. 14)

#### c) Execução do plano

Para Polya, a execução do plano de resolução de um problema deve ser um momento de relativa tranquilidade para o professor, isso se o aluno realmente tiver compreendido o problema. O professor deve insistir sempre para que o aluno verifique os passos utilizados na estratégia de resolução e, assim, ter a certeza de que o aluno sabe o que está fazendo.

#### d) Retrospecto

O retrospecto é uma etapa de grande importância, uma vez que nesse momento o aluno vai verificar se atingiu o objetivo. Desse modo, o aluno deverá fazer uma revisão de todos os passos, reconsiderando e reexaminando o resultado final. O aprendizado se concretiza nesse momento, em que o aluno vai realmente assimilar o conteúdo desenvolvido bem como elaborar estratégias para resolução de outros problemas correlatos.

De acordo com Polya, “um bom professor deve transmitir a seus alunos o conceito de que problema algum fica completamente esgotado, resta sempre alguma coisa a fazer” (POLYA, 2006, p. 12).

A resolução de um problema pode ser sempre aperfeiçoada. Se o caminho percorrido for muito longo, existe a possibilidade de traçar um plano mais claro, que leve à solução de forma mais rápida e tranquila. “É preferível, naturalmente, um argumento curto e intuitivo do que um longo e trabalhoso” (POLYA, 2006, p. 12)

Os passos para que o aluno revise a solução de um problema podem ser resumidos nas quatro etapas abaixo:

- examine a solução;
- verifique o resultado;

- verifique se é possível obter a solução de outra maneira;
- por fim, verifique qual a essência do problema e do método de resolução empregado.

É importante que o professor desempenhe um papel perspicaz nesse momento, conduzindo os alunos a pensarem em possíveis conjecturas, caminhos e soluções alternativas.

No processo de resolução de problemas também devemos dar especial atenção à avaliação. A avaliação é um momento de reflexão sobre o ensino e a aprendizagem. Nesse momento o professor deve avaliar todas as ações envolvidas no processo. Não é possível restringir a avaliação apenas às ações desenvolvidas em uma única aula. Para que esse momento seja realmente de reflexão, é necessário que o professor tenha registros de todo o desenvolvimento do processo. Por meio da avaliação, o professor vai validar suas práticas e direcionar as retomadas dos conteúdos não assimilados, de modo a garantir o aprendizado dos alunos.

#### **2.4. Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas**

A OBMEP é um projeto criado para estimular o estudo da Matemática entre alunos e professores de todo o País. Promovida pelo Ministério da Ciência e Tecnologia (MCT) e pelo MEC, é realizada pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) com o apoio da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM).

Direcionada para professores e estudantes da rede pública, a OBMEP tem como compromisso contribuir para a boa qualidade do ensino de Matemática nas escolas públicas e aproximar essas escolas das universidades.

A OBMEP, por meio de suas atividades, vem alcançando resultados significativos, demonstrando a importância de incentivar os alunos no estudo da Matemática. Segundo pesquisa publicada na *Avaliação do Impacto das Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas* (2011), o resultado da participação dos alunos nas provas tem sido positivo: 60% dos professores afirmam que os alunos passaram a estudar mais após a participação nas provas e 26% dos gestores acreditam que houve melhora no desempenho dos alunos. A pesquisa ainda sinalizou para mudanças nas práticas pedagógicas dos professores de

Matemática: 64% dos professores dizem que, após a participação na OBMEP, começaram a participar de grupos de formação sobre o tema fora da unidade escolar e 40% utilizam o material em sala de aula.

A OBMEP está direcionada aos alunos de 6º a 9º ano do ensino fundamental e aos alunos do ensino médio das escolas públicas municipais, estaduais e federais, sendo a premiação um reconhecimento e um estímulo ao desenvolvimento dos alunos, aproximando-os das universidades e reconhecendo talentos para a Matemática.

A primeira edição da OBMEP aconteceu em 2005, com a participação de mais de 10 milhões de alunos. A Olimpíada se popularizou no País e vem crescendo em volume de participantes e importância desde então, chegando ao número de 17.970.745 alunos no ano de 2015.

## **2.5. Metodologia – Engenharia Didática**

Engenharia Didática é um termo que foi criado na França pela educadora Michèle Artigue (década de 1980), constituindo-se em uma metodologia de pesquisa para educadores e profissionais do ensino inspirada na atividade do engenheiro. A relação entre as atividades de um educador e as de um engenheiro é estabelecida quando são feitas ponderações sobre:

I) o sólido conhecimento que é exigido nas produções do engenheiro e que também se faz necessário para o educador;

II) os problemas de caráter prático a serem enfrentados e que não são facilmente resolvidos com teoria prévia. Não havendo uma teoria na qual buscar solução, é necessário criar uma teoria, reinventar ou ampliar alguma já existente. O mesmo acontece no trabalho do educador, que busca soluções e/ou aprimoramentos para dificuldades que percebe em seu trabalho.

A Engenharia Didática é uma metodologia de pesquisa fundamentada em experiências de sala de aula.

Na junção do conhecimento teórico com o prático, são construídos novos produtos didáticos que são o referencial da Engenharia Didática. A valorização da prática do professor aparece como conscientização de que teorias que não são desenvolvidas em sala de aula são insuficientes para as transformações buscadas nos sistemas de ensino mais tradicionais.

Segundo Artigue (1996), uma Engenharia Didática compreende quatro fases:

- 1) análises prévias;
- 2) concepção e análise *a priori* de experiências didático-pedagógicas a serem desenvolvidas na sala de aula de Matemática;
- 3) implementação da experiência;
- 4) análise *a posteriori* e validação da experiência.

No desenvolvimento deste trabalho contemplamos essas quatro fases.

As análises prévias foram pautadas no referencial teórico, isto é: em como ocorre o aprendizado baseado no livro *How People Learn: Brain, Mind, Experience, and School*, do *National Research Council*; na importância do tratamento da informação na sociedade atual; nas concepções da resolução de problemas segundo Polya (2006); nas pontuações do IDEB da unidade escolar nos últimos anos.

Para as análises *a priori*, consideramos: o perfil do grupo selecionado para o trabalho, a escolha das questões da OBMEP, de modo a contemplar as necessidades desse grupo e a elaboração das fichas, bem como suas metas e conteúdo a serem desenvolvidos, considerando as competências e habilidades apontadas pela Prova Brasil e pela SARESP<sup>3</sup>.

A terceira etapa, implementação da experiência, ocorreu num prazo de aproximadamente 20 aulas de 50 minutos. As atividades foram desenvolvidas na EMEF “Oziel Alves Pereira”, em duas salas do 8º ano, totalizando 56 alunos.

---

<sup>3</sup>O Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP) é aplicado pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo com a finalidade de produzir um diagnóstico da situação da escolaridade básica paulista.

Finalmente, o processo de validação e análise *a posteriori* ocorreu em quatro momentos: autoavaliação feita pelos alunos ao término de cada atividade, avaliação individual, em que se verificou a aprendizagem e evolução dos alunos, análise dos resultados na OBMEP de 2015, momento no qual se pretendeu confrontar o resultado das turmas envolvidas na pesquisa com turmas do mesmo ano que não participaram do desenvolvimento do projeto, e, por último, as mudanças de atitude promovidas com a abordagem dos conteúdos por meio de problemas com o professor com os alunos.

### **3. ORGANIZAÇÃO DAS ATIVIDADES**

O trabalho em sala de aula foi desenvolvido por meio de fichas de atividades.

Inicialmente, foi idealizado um conjunto de atividades introdutórias com a finalidade de trazer informações mínimas necessárias para o desenvolvimento dos temas propostos. Posteriormente, foram esquematizadas 13 fichas com problemas da OBMEP sobre os temas “fração”, “porcentagem”, “medidas de tendência central” e “interpretação gráfica”. Essas foram dispostas em quatro blocos para facilitar a aplicação e a avaliação do processo. Ao final de cada ficha, foi realizada uma autoavaliação e, ao final de cada bloco, propôs-se a resolução de um problema complementar abordando os conteúdos desenvolvidos.

Os conteúdos foram desenvolvidos nos blocos de forma concatenada e progressiva com o objetivo de garantir uma sequência didática que favorecesse o aprendizado, sempre resgatando, em cada nova ficha, os conteúdos trabalhados nas fichas anteriores.

Os problemas selecionados foram, em sua maioria, questões de múltipla escolha da 1ª fase da OBMEP, níveis I, II e III. As fichas foram elaboradas de forma a conduzir os alunos a analisarem todas as alternativas, compreendendo o que está correto e incorreto em cada item. Buscamos, com isso, facilitar a interiorização dos conteúdos e a escolha da resposta de forma não aleatória, por meio da compreensão do problema. Para estimular o desenvolvimento das atividades, durante a correção foram analisados os caminhos traçados pelos alunos na resolução das questões, valorizando os procedimentos e a aprendizagem em detrimento ao resultado.

#### **3.1. Atividade introdutória**

A atividade introdutória foi necessária para consolidar os conhecimentos imprescindíveis para o bom desenvolvimento das fichas subsequentes.

Iniciamos essa atividade abordando frações: suas representações, leitura, simplificação e frações equivalentes. Nos exercícios seguintes, procuramos relacionar a porcentagem com as frações de denominador 100.

Nessa atividade, os alunos tiveram o primeiro contato com a estrutura das fichas e com a proposta de apresentação das informações, e dicas complementares foram dadas, de forma lúdica, por meio de ilustrações.

Buscamos, aqui, trabalhar conteúdos desenvolvidos em anos anteriores, procurando, além da revisão, dar segurança aos alunos e remover obstáculos psicológicos, evitando que se sentissem desmotivados, inaptos e incapazes de desenvolver as atividades seguintes.

### **3.2. Elaboração das fichas, aplicação e agrupamentos das questões**

A elaboração das fichas foi baseada nas competências e habilidades indicadas pela Proposta Curricular do Estado de São Paulo: capacidade de expressão; capacidade de compreensão; capacidade de argumentação; capacidade propositiva; capacidade de contextualizar; capacidade de abstrair. Segundo a Proposta Curricular, essas competências devem propiciar aos alunos as ferramentas necessárias para a resolução de problemas escolares e cotidianos e também auxiliar na construção de uma ponte que ligue os conteúdos a competências pessoais.

No processo de construção das fichas buscamos contemplar o desenvolvimento de tais capacidades, oferecendo um embasamento teórico que permitisse aos educandos desenvolver pensamentos matemáticos que possibilitassem a resolução de problemas por meio de conexões entre conteúdos — o velho e o novo (NATIONAL RESEARCH COUNCIL, 2000). Buscamos, ainda, a construção dos novos conceitos pela contextualização. A elaboração de objetivos, competências e habilidades de cada problema proposto também se embasou nas Matrizes de Referência da Prova Brasil e do SARESP.

Na escolha das questões a serem utilizadas durante o processo, procuramos problemas que abrangessem as diversas formas de resolução, como: aplicação direta do conteúdo, utilização de materiais concretos, raciocínio lógico, leitura e interpretação de textos e análise de alternativas. Dessa maneira, buscamos favorecer o desenvolvimento das habilidades e competências necessárias para o avanço nos estudos e realçamos a capacidade de resolver problemas, isto é, evitando a aplicação de fórmulas e memorização de procedimento em

detrimento de práticas que busquem o desenvolvimento do raciocínio e a análise das situações.

O caminho proposto para a resolução dos problemas contempla somente o uso de aritmética, desenhos e figuras. A escolha da não utilização de técnicas algébricas se deve ao fato de os alunos não terem familiaridade com tal linguagem e as operações básicas ainda não estarem totalmente interiorizadas.

Em algumas fichas foram utilizados materiais diversificados, tais como peças de madeira, compasso, transferidor e recortes. Buscamos, com a utilização de materiais concretos, facilitar a assimilação e a compreensão dos conteúdos, estimular a percepção e dar um maior dinamismo às atividades, propiciando a efetiva participação dos alunos.

Outra estratégia empregada na elaboração das fichas foi a ausência de numeração ou itens para elencar as perguntas. Procuramos, assim, proporcionar uma maior compreensão do problema, não o fragmentado em cada item ou pergunta.

Ainda nas atividades foram propostas interações entre os colegas. Acreditamos que muitas dificuldades possam ser sanadas, uma vez que essas trocas, de experiências e saberes entre os alunos, propiciam uma nova concepção de aprendizagem integral, onde a cooperação, o espírito de equipe, o respeito às diversidades e os tempos de aprendizagem são valorizados.

Quanto ao agrupamento e à aplicação das fichas de atividades, optamos por fazê-los em quatro blocos, três deles contendo três fichas de resolução e um bloco contendo quatro fichas de resolução. A opção de formar blocos tem como objetivo auxiliar no processo de retomadas e revisão dos conteúdos, uma vez que é proposta uma autoavaliação referente a cada ficha de atividade e, ao final de cada bloco, à resolução em forma de avaliação individual de uma questão da OBMEP que contemple conteúdos desenvolvidos.

A avaliação foi proposta em dois momentos. Em uma primeira situação, temos as fichas de autoavaliação sendo aplicadas ao final de cada atividade, em que buscamos acompanhar o desenvolvimento, o interesse dos alunos e a eficácia do material, isto é, o grau de assimilação do conteúdo e a estimulação que as fichas de atividades propostas geraram nos alunos.

No segundo momento, ao final do bloco, é proposto um exercício que contemple os conteúdos desenvolvidos nas fichas. Entendemos que, ao longo dos ensinamentos fundamental e médio, os alunos terão inúmeras oportunidades para lidar com tais conceitos e aprimorar seus conhecimentos; portanto, nesse momento valorizamos os procedimentos adotados para a resolução do problema, e não somente o resultado final. Para isso, propomos que o aluno explique as estratégias utilizadas para a resolução, criando roteiros de resolução e registrando, passo a passo, seus procedimentos.

Para avaliação do projeto, além do desenvolvimento das atividades em sala de aula, também foram considerados o desempenho e o interesse dos alunos na realização da OBMEP de 2015, enfatizando que não foi levado em consideração somente erros e acertos. Verificamos o empenho em realizar a prova, o tempo de permanência dos alunos na sala e o registro dos cálculos no caderno de questões, já que em anos anteriores muitos dos alunos realizavam a avaliação somente com escolhas aleatórias das alternativas, deixando a sala de aula no tempo mínimo exigido de permanência.

## 4. OBJETIVOS, ANÁLISES E RESULTADOS DAS ATIVIDADES

Esta seção é dedicada à análise das fichas, dos objetivos propostos e dos resultados atingidos durante a aplicação. Vamos apontar também as retomadas necessárias para garantir o aprendizado e as mudanças metodológicas que foram imprescindíveis durante o processo para atingir os objetivos propostos.

### 4.1. Atividade introdutória

Na atividade de introdução (vide apêndice pág. 92) buscamos trabalhar os conteúdos mínimos exigidos para a resolução dos problemas propostos, além de solicitar a leitura e a escrita, muitas vezes abandonadas no estudo de Matemática. O objetivo é que o aluno compreenda o conceito de fração, reconheça seus elementos, simplifique e trabalhe com frações equivalentes. No segundo momento, nossa pretensão é que os alunos compreendam que a porcentagem é uma representação de frações com denominador 100 e, finalmente, por meio das frações equivalentes, realizem os cálculos de porcentagem propostos. Foram necessárias 3 aulas de 50 minutos para a aplicação dessa atividade introdutória.

Iniciamos o trabalho com a leitura de um texto que mostra a importância histórica da utilização da fração. Apesar de o conteúdo já ter sido contemplado nas séries/anos anteriores, os alunos apresentaram algumas lacunas na compreensão e na aplicação da fração. Desse modo, nas primeiras atividades foi necessário acrescentar exercícios complementares aos propostos na introdução. Outro fator que dificultou a realização das atividades foi a ausência do hábito de leitura em Matemática. A maioria dos alunos vê a Matemática como uma disciplina que realiza somente “contas”, e em vários momentos eles perguntaram: “Que conta que faz?”, “Não tem conta?” e “É só para ler?”. As interferências nesse momento foram mínimas, porém os tópicos em que os alunos apresentaram maior dificuldade ou erros conceituais foram retomados.

Segue o primeiro exercício:

**Figura 3.** Problema proposto na introdução.

1) Vitamina “*Tudo de bom*”

- meio litro de leite
- três quartos de uma maçã
- uma banana
- um terço de uma xícara de açúcar.

Bata todos os ingredientes no liquidificador.

Escreva as quantidades indicadas usando algarismos, em seguida pinte nas figuras a parte correspondente cada fração. |

- meio litro de leite \_\_\_\_\_

A fração um meio significa que o inteiro foi dividido em quantas partes? Quantas partes foram pegas?

R:

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**Atenção**

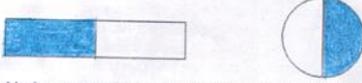
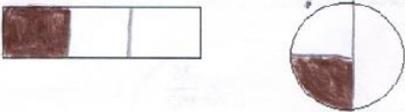
O Inteiro deve ser dividido em partes **iguais**



Dificuldades apresentadas pelos alunos na primeira atividade:

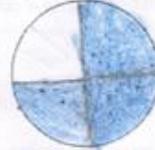
- representação de  $\frac{1}{2}$ : alguns alunos ainda não associavam a leitura da palavra meio à escrita do número 2;
- representação de 1 inteiro — Figura 03, que fica clara na fala do aluno — “Professora, em quantas partes devo dividir para pegar um inteiro?”.
- na fração  $\frac{1}{3}$  — Figura 4. Os alunos não apresentaram dificuldades em representar essa fração no retângulo, porém muitos não conseguiram na circunferência, dividindo em três partes de tamanhos diferentes. Acreditamos que os alunos apresentam facilidade para representação no retângulo por ser uma figura muito conhecida e amplamente utilizada pelos professores, o que traz dificuldade de assimilação e compreensão da representação em outras figuras geométricas. Isso comprova a necessidade de proporcionar outras formas de representação para os alunos.

**Figura 4.** Resolução da Atividade 1 da Ficha de Introdução.

<p>- meio litro de leite <u>500</u></p>  <p>A fração um meio significa que o inteiro foi dividido em quantas partes? Quantas partes foram pegas?</p> <p>R: <u>Foram dividida em duas partes e foi pega uma</u></p>	<p>- três quartos de uma maçã <math>\frac{3}{4} = 75</math></p>  <p>A fração três quartos significa que o inteiro foi dividido em quantas partes? Quantas partes foram pegas?</p> <p>R: <u>Foram divididas em quatro partes e foi pega três</u></p>
<p>- uma banana <u>1</u></p>  <p>A fração um inteiro significa que o inteiro foi dividido em quantas partes? Quantas partes foram pegas?</p> <p>R: <u>Foram pegos um inteiro</u></p>	<p>- um terço de uma xícara de açúcar <math>\frac{1}{3}</math></p>  <p>A fração um terço significa que o inteiro foi dividido em quantas partes? Quantas partes foram tomadas?</p>

Na atividade 2 (Figura 5), os alunos não apresentaram dificuldades para resolverem as questões propostas. Nota-se que as indicações proporcionadas pelas figuras de apoio foram suficientes para que os alunos tivessem autonomia na resolução dos problemas. Não houve necessidade de interferência, mesmo quando solicitado aos alunos que registrassem o significado de cada fração, associado à porcentagem.

**Figura 5.** Resolução da Atividade 2 da Ficha de Introdução.

Fração com Denominador 100	$\frac{25}{100}$	$\frac{50}{100}$	$\frac{75}{100}$	$\frac{100}{100}$
Fração simplificada	$\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$	$\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$	$\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$	$\frac{100}{100} = 1$
Porcentagem %	25%	50%	75%	100%
				

Na ficha de introdução foi proposta também a resolução de problemas de porcentagem por meio do uso de frações equivalentes (Figura 6). Na realização dessa atividade foram feitas interferências acerca da leitura e interpretação dos problemas, assim como a utilização do conceito e da simplificação de fração. Porém, essas dificuldades apresentadas e até mesmo essas interferências não são motivo de preocupação, já que os tópicos serão retomados em fichas posteriores.

**Figura 6.** Resolução Atividade 2 da Ficha de Introdução.

Qual é a fração simplificada que representa 75%? O que podemos concluir?

$$\frac{75}{100} = \frac{75 \div 5}{100 \div 5} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} \text{ Podemos concluir}$$

que 75% equivale a  $\frac{3}{4}$

**Figura 7.** Problema resolvido da Atividade Final da Ficha de Introdução.

b) Na Loja de Dona Hello está tudo em liquidação, uma camisa de 75 reais está com desconto de 12 reais.

$$\frac{12}{75} \Rightarrow \frac{4 \times 4}{25 \times 3} = \frac{16}{75}$$

Para uma camisa de 75 reais temos 12 reais de desconto, se a camisa custar 300 teremos 56% de desconto.

#### 4.2. Análise do Bloco 01

O Bloco 01 é composto cinco problemas distribuídos em três fichas. Para a realização das atividades desse bloco, foram utilizadas 5 aulas de 50 minutos, sendo que algumas atividades foram resolvidas em grupo.

A seguir fazemos uma análise de cada ficha, apresentando inicialmente a(s) questão(ões) trabalhada(s) juntamente com uma tabela indicando os conteúdos desenvolvidos,

as suas competências e habilidades, objetivos e descrição da elaboração das atividades. Isso também irá se repetir nos demais blocos.

#### 4.2.1. Análise da Ficha 01

**Figura 8.** Problema proposto na Ficha 01.

**Prova 1ª Fase 2005 - Nível 1 - Questão 7**

7. A capacidade do tanque de gasolina do carro de João é de 50 litros. As figuras mostram o medidor de gasolina do carro no momento de partida e no momento de chegada de uma viagem feita por João. Quantos litros de gasolina João gastou nesta viagem?

- (A) 10
- (B) 15
- (C) 18
- (D) 25
- (E) 30



FICHA 01	Prova 1ª Fase 2005 – Nível 1 – Questão 07
Conteúdos desenvolvidos/competências e habilidades	Aritmética, tratamento da informação, representação e operações com fração. Estabelecer relações entre o conceito e a linguagem de frações, leitura e interpretação de texto.
Objetivo/elaboração da atividade	Compreensão da representação de números fracionários.  Mesmo havendo a possibilidade de resolver o problema por meio de uma operação básica com números fracionários, a atividade foi elaborada propondo aos alunos a representação de frações por meio de figuras e cálculos, de modo a levá-los a interpretar o texto e a exercitar a compreensão do conceito de fração (todo para a parte). A operação de subtração de fração foi proposta na correção do exercício como um segundo caminho para resolução.

Optamos por iniciar a sequência didática com esse problema pelo fato de ele abordar o conceito de fração, trabalhado na ficha de introdução. Podemos verificar a

assimilação dos alunos quanto aos conceitos iniciais propostos e fazer, se necessário, algumas retomadas de conteúdo.

A atividade foi encaminhada de forma que os alunos lessem e compreendessem os exercícios antes de executar os passos sugeridos, de forma a construir uma base para elaborar seus próprios caminhos e, assim, resolver problemas análogos. Inicialmente, foi propiciado aos alunos um momento de leitura individual. Em seguida, foram feitas algumas perguntas para auxiliar a compreensão do enunciado e dos termos utilizados:

- O que representa  $\frac{3}{4}$ ?
- O que representa  $\frac{1}{4}$ ?
- É possível saber quanto de gasolina havia no carro no momento da partida?
- É possível saber quanto sobrou de gasolina no tanque do carro no momento da chegada?
- O que o problema quer que calculemos?

Essas perguntas foram feitas para se ter certeza da compreensão da atividade por parte dos alunos, que ficou evidenciada pelo interesse dos alunos em resolver a questão bem como pelos resultados apresentados por eles. Contudo, especial atenção foi dada à divisão; apesar de serem alunos do 8º ano, eles apresentaram dificuldades em realizar a divisão de 50 litros em 4 partes. Notamos que muitos conseguem resolver mentalmente, principalmente quando associam o valor a dinheiro (50 reais para 4 pessoas), mas apresentam muitas dificuldades em sistematizar o algoritmo da divisão.

Destacamos que vários alunos, apesar de representarem a fração no círculo como solicitado na atividade, sentiram a necessidade de refazer a representação da fração em retângulos. Mais uma vez, fica clara a necessidade de se variar as formas e as situações apresentadas, a fim de que os alunos compreendam plenamente o conceito de fração.

**Figura 9.** Resolução da Ficha 01.

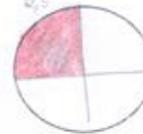
Represente nas figuras abaixo a quantidade de gasolina no tanque do carro no momento da partida e no momento da chegada da viagem feita por João.



Partida  $\frac{3}{4}$



Chegada  $\frac{1}{4}$



Sabemos que o tanque do carro do João tem capacidade para 50 litros. Calcule a quantidade de gasolina que havia no tanque:

**No momento da Partida**  
Resolução

50 L  
 $\frac{3}{4} \times 50 = 37,5$

$$\begin{array}{r} 50 \\ - 10 \\ \hline 40 \\ - 2 \\ \hline 38 \\ \hline 37,5 \end{array}$$

**No momento da Chegada.**  
Resolução

50 L  
 $\frac{1}{4} \times 50 = 12,5$

$$\begin{array}{r} 50 \\ - 10 \\ \hline 40 \\ - 2 \\ \hline 38 \\ \hline 37,5 \end{array}$$



Para calcular  $\frac{3}{4}$  do tanque devo dividir 50 litros por 4 e pegar 3 partes

Baseado nos cálculos você é capaz de responder nossa pergunta.  
**OBMEP- Quantos Litros de gasolina João gastou nesta viagem?**

Ele gastou vinte e cinco litros de gasolina

Desafio: Que fração do tanque João gastou nessa viagem?

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

#### 4.2.2. Análise da Ficha 02

Essa ficha é composta de duas questões.

#### 4.2.2.1. Análise da primeira questão da Ficha 02

**Figura 10.** Exercício 1 proposto na Ficha 02.

**Prova 2ª Fase 2010 - Nível 2 - Questão 1**

1. A escola de Paraqui organizou uma Olimpíada de Matemática para seus 250 alunos e premiou com medalhas os 8% que obtiveram as notas mais altas. Quantas medalhas foram distribuídas?

A) 8  
B) 11  
C) 14  
D) 17  
E) 20

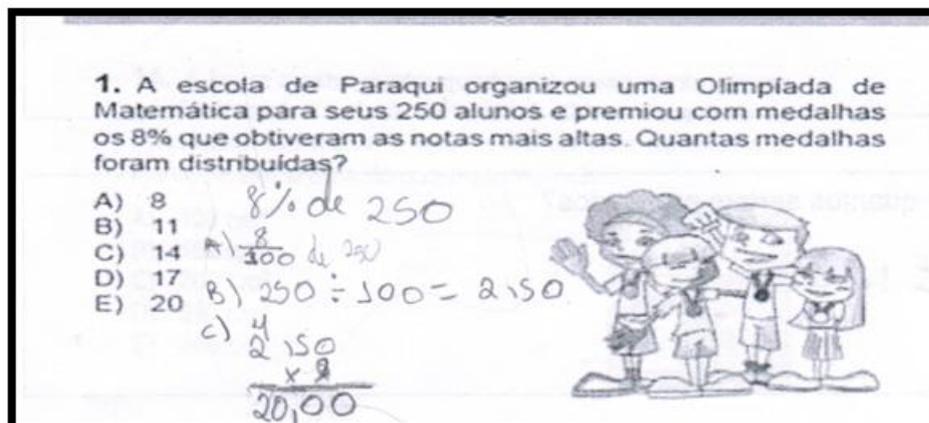


<b>FICHA 02</b>	<b>Prova 1ª Fase 2010 – Nível 2 – Questão 01</b>
Conteúdos desenvolvidos/competências e habilidades	Aritmética, porcentagem – simplificação de fração. Resolver problema que envolva o cálculo de porcentagem.
Objetivos/elaboração da atividade	A ficha foi elaborada com o objetivo de consolidar o conceito de porcentagem, fazendo com que o aluno associe a porcentagem a uma fração de denominador 100.  Para fixação do conceito de porcentagem, foi proposta a representação de 8% em uma malha quadriculada 10 x 10, com descrição do significado dessa representação para exercitar a capacidade de expressão escrita. Também foi proposto um diálogo para se trabalhar a capacidade argumentativa e facilitar a assimilação dos conceitos envolvidos. O cálculo da porcentagem foi solicitado por meio de deduções para exercitar o raciocínio lógico e o cálculo mental.

O problema foi escolhido para aprofundar o estudo do conceito de porcentagem e explorar a leitura, a interpretação, a capacidade de elaborar estratégias e o cálculo mental. Em um primeiro momento, deixamos o cálculo a livre escolha. Alguns alunos já demonstram

compreensão do conceito de porcentagem e sua aplicação em situações problemas, como observado na Figura 11 abaixo.

**Figura 11.** Resolução do Problema 01 da Ficha 02.



Porém, a maioria dos alunos não dominava uma técnica para o cálculo de porcentagem. Para esses alunos foi necessário ler em voz alta as perguntas da atividade (descritas a seguir), para ter certeza de que eles tinham compreendido o enunciado.

- Quantos alunos há na Escola Paraqui?
- Qual a porcentagem de alunos que foram premiados?
- O que você entende por porcentagem?
- Você pode dar algum exemplo de onde aparece porcentagem?
- Você já teve alguma situação que necessitou do cálculo de porcentagem fora da escola? Foi possível resolvê-la?

Respondidas as perguntas, os alunos seguiram o roteiro para registrar suas respostas. Para evidenciar o grau de compreensão do problema, foi solicitado aos alunos que fizessem diversas formas de registros. Buscamos, com isso, desenvolver nos alunos a capacidade de expressar seus conhecimentos com clareza e precisão. No entanto, muitos estudantes tiveram dificuldades e até se recusaram a escrever sobre como compreendiam o conceito de porcentagem, achando suficiente apenas apresentar as contas. Essa dificuldade ou recusa é um grande obstáculo para a compreensão efetiva dos enunciados.

Nesse exercício, o ponto em destaque foi o cálculo mental. Depois de compreendido o processo, os alunos resolveram rapidamente a sequência didática, o que nos possibilitou “brincar” com situações semelhantes, propondo desafios e cálculos de porcentagem que poderiam ser resolvidos mentalmente.

Destacamos a resolução apresentada abaixo. Nessa resolução, os alunos demonstraram compreender o uso de frações equivalentes e associaram a sua aplicação à resolução do problema.

**Figura 12.** Resolução 2 do Problema 01 da Ficha 02.

E em uma turma 50 alunos, quantos seriam premiados?

$$\frac{8\%}{100} = \frac{4}{50}$$

R= 4 seriam premiados.

E com 150 alunos, quantos seriam premiados?

$$\frac{4}{50} = \frac{12}{150}$$

12 seriam premiados

OBMEP: Vamos voltar ao nosso problema.  
A escolar Paraqui organizou uma olimpíada para seus 250 alunos, 8% receberam medalhas  
Quantas medalhas foram distribuídas?

$$\begin{array}{r} 100 - 8 \\ 10 - 8 \\ 50 \frac{4}{10} \end{array}$$

foram distribuídas 20 medalhas.

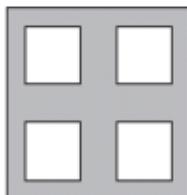
#### 4.2.2.2. Análise da segunda questão da Ficha 02

**Figura 13.** Problema 02 proposto na Ficha 02.

**Prova 2ª Fase 2010 - Nível 1 - Questão 14**

**14.** A figura mostra quatro quadrados iguais dentro de um quadrado maior. A área em cinza é  $128 \text{ cm}^2$  e a área de cada quadrado menor é igual a 9% da área do quadrado maior. Qual é a área do quadrado maior?

- A)  $128 \text{ cm}^2$
- B)  $162 \text{ cm}^2$
- C)  $200 \text{ cm}^2$
- D)  $210 \text{ cm}^2$
- E)  $240 \text{ cm}^2$



<b>FICHA 02</b>	Prova 2ª Fase 2010 – Nível 1 – Questão 14
<b>Exercício 02</b>	
Conteúdos desenvolvidos/competências e habilidades	Aritmética, porcentagem, geometria plana – cálculo de área.  Resolver a situação-problema com a aplicação de conhecimentos de área, leitura e interpretação, associados a cálculos de porcentagem.
Objetivo/elaboração da atividade	O objetivo desta questão foi verificar a assimilação do conceito de porcentagem e associar os cálculos de porcentagem a novos conceitos (cálculo de área).  A sequência foi proposta com a finalidade de diferenciar os cálculos de porcentagem (valor relativo) dos cálculos de áreas (valor absoluto) e, ao mesmo tempo, relacionar os dois conceitos para se chegar à conclusão do exercício.  A representação no papel quadriculado tem o objetivo de facilitar a visualização e consolidar o conceito de porcentagem.

Os alunos apresentaram dificuldades na realização dessa atividade. Muitos não conseguiram separar o cálculo da área (valor absoluto) do cálculo de porcentagem (valor relativo). Foi necessário, então, apresentar vários outros exemplos e ler em voz alta as perguntas da atividade.

- A “figura toda” representa qual percentual?
- Qual a área representada pela parte cinza? Essa parte representa qual porcentagem?
- Qual percentual representa a parte branca?

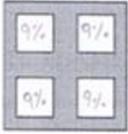
Mesmo após essa intervenção, muitos alunos apresentaram dificuldades de interpretar os dados do problema, não conseguindo dar prosseguimento à resolução da questão. Para superar essas dificuldades, a atividade foi concluída em grupos, com a utilização de alunos “monitores”, que já haviam compreendido o processo de resolução. Esse artifício colaborou para o aprendizado: os alunos se sentiram mais seguros com a explicação de um colega e o aluno monitor consolidou seu conhecimento durante a explicação.

Destacamos a seguir uma resolução na qual o objetivo proposto foi atingido com o entendimento da diferença entre os valores relativo e absoluto da área.

Figura 14. Resolução apresentada do Problema 2 – Ficha 02.

14. A figura mostra quatro quadrados iguais dentro de um quadrado maior. A área em cinza é  $128 \text{ cm}^2$  e a área de cada quadrado menor é igual a 9% da área do quadrado maior. Qual é a área do quadrado maior?

A)  $128 \text{ cm}^2$   
 B)  $162 \text{ cm}^2$   
 C)  $200 \text{ cm}^2$   
 D)  $210 \text{ cm}^2$   
 E)  $240 \text{ cm}^2$



Roteiro de resolução

A área de um quadrado menor é 9% da área do quadrado maior. Qual porcentagem representa a parte branca da figura, isto é, os 4 quadrados menores?  $\downarrow$

$\frac{9}{100} \times 4 = \frac{36}{100} = 36\%$

Qual a porcentagem representa a parte cinza? Justifique sua resposta.

$100 - 36 = 64$

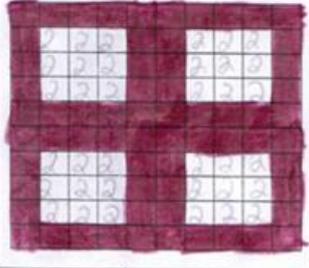
O quadrado maior representa 100% da figura

Pinte no quadro a porcentagem que representa a parte cinza da figura.

A parte que você coloriu corresponde a área cinza, isto é,  $128 \text{ cm}^2$

Calcule qual é o valor correspondente a cada quadradinho, isto é,  $1/100$  (1%)? Justifique sua resposta deixando os cálculos.

$128/64 = 2$



#### 4.2.3. Análise da Ficha 03

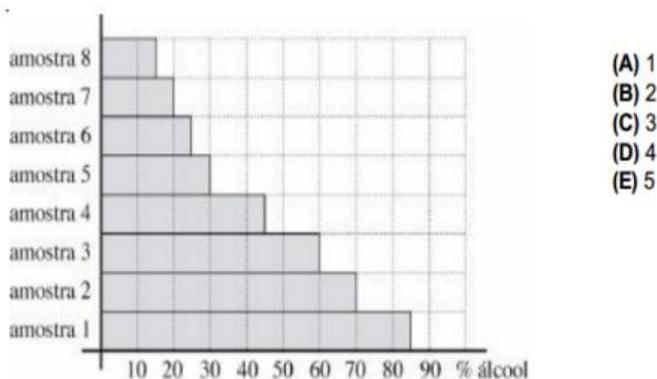
Essa ficha é composta de duas questões.

## 4.2.3.1. Análise da primeira questão da Ficha 03

Figura 15. Problema 01 proposto na Ficha 03.

## Prova 1ª Fase 2005 - Nível 1 - Questão 19

19. Para testar a qualidade de um combustível composto apenas de gasolina e álcool, uma empresa recolheu oito amostras em vários postos de gasolina. Para cada amostra foi determinado o percentual de álcool e o resultado é mostrado no gráfico abaixo. Em quantas dessas amostras o percentual de álcool é maior que o percentual de gasolina?



<b>FICHA 03</b>	PROBLEMA 1 – Prova 1ª Fase 2005 – Nível 1 – Questão 19
Conteúdos desenvolvidos/competências e habilidades	Leitura e interpretação de gráficos de barras horizontais. Interpretar as informações nos gráficos de barras horizontais. Fazer a análise dos dados e elaborar estratégias de resolução.
Objetivos/elaboração da atividade	Para a resolução do problema, foram propostas diversas perguntas que levassem os alunos a analisar o gráfico de forma simples é direta. Como a leitura referente às amostras de gasolina deixa dúvidas, foi necessário inserir uma ilustração exemplificando essa leitura para uma das amostras. Na resolução, os alunos devem ter atenção para

	identificar corretamente os dados variáveis e estabelecer as relações entre as informações dadas.
--	---

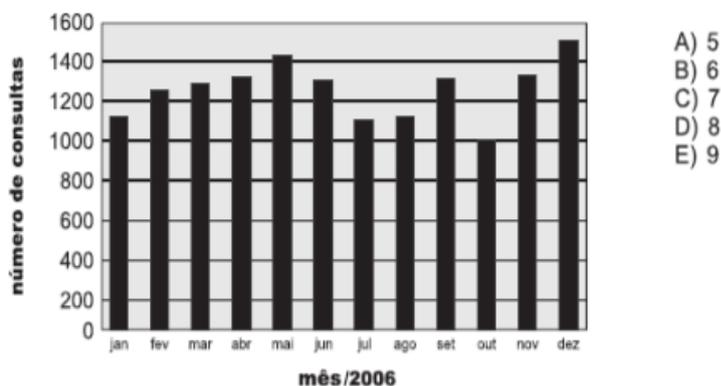
Iniciamos a resolução do problema com a leitura em voz alta. Nesse momento, os alunos foram incentivados a elaborar perguntas sobre os problemas, as quais foram discutidas de forma coletiva, o que facilitou, significativamente, a compreensão dos enunciados e o registro das respostas. A maioria dos alunos obteve êxito na resolução.

#### 4.2.3.2. Análise da segunda questão da Ficha 03

**Figura 16.** Problema 2 proposto na Ficha 03.

**Prova 1ª Fase 2007 - Nível 1 - Questão 4**

4. O número de consultas mensais realizadas em 2006 por um posto de saúde está representado no gráfico abaixo. Em quantos meses foram realizadas mais de 1200 consultas?



<b>FICHA 03</b>	PROBLEMA 2 – Prova 1ª Fase 2007 – Nível 1 – Questão 04
Conteúdos desenvolvidos/competências e habilidades	Leitura e interpretação de gráficos de colunas.  Ler e interpretar dados apresentados por meio de gráfico de colunas. Calcular porcentagem e média aritmética por meio de informações expressas em gráficos.
Objetivos/elaboração da	Seguindo a proposta do Problema 01, foram elaboradas

atividade	<p>perguntas para auxiliar na leitura e interpretação do gráfico.</p> <p>Nessa atividade inserimos duas perguntas complementares: na primeira, foi proposto o cálculo da porcentagem de consultas realizadas no mês de dezembro, e para a resolução foram sugeridos os cálculos com simplificação de fração; na segunda, demos início ao trabalho dos cálculos com medidas de tendência central, inserindo figuras para levar informações complementares aos alunos, objetivando facilitar o cálculo da média aritmética com base nas informações oferecidas, mesmo para aqueles alunos não familiarizados com esse tipo de cálculo.</p>
-----------	--

Os alunos não apresentaram dificuldades na resolução da questão original. Seguindo a resolução da atividade, na primeira pergunta complementar os alunos deveriam calcular a porcentagem do mês de dezembro em relação ao total de consulta. Nesse momento observamos que a maioria dos alunos não dominava uma estratégia de resolução. Foi sugerido então aos alunos que revisassem a atividade final da ficha de introdução, momento em que cálculos semelhantes foram realizados. Foi necessário resolver outros exemplos para compreensão do cálculo e conclusão da atividade. Dando continuidade a essa atividade, os alunos deveriam calcular a média mensal de consultas realizada no ano de 2006 no Posto de Saúde. Para melhor compreensão, alguns exemplos foram utilizados, como: média de idade, média de gols de um time de futebol, média de notas de uma classe em uma determinada disciplina. Ainda, foi discutida a aplicação das médias nas pesquisas e no dia a dia. No encaminhamento da atividade observamos que as informações contidas na ficha foram suficientes para que os alunos resolvessem corretamente a questão.

Abaixo destacamos a resolução das atividades complementares do Exercício 02 da Ficha 03, em que o aluno demonstra compreensão dos conceitos solicitados.

Figura 17. Resolução do Problema 02 - Atividade Complementar.

No ano de 2006 foram realizadas 15 000 consultas. Qual porcentagem dessas consultas foi realizada no mês de dezembro?

Vamos lá!!!

Quantas pessoas foram atendidas no mês de dezembro? 1500  
Qual a fração que representa as pessoas consultadas no mês de dezembro em relação ao total de pessoas atendidas no ano de 2006.  $\frac{1500}{15000}$

Agora simplifique essa fração até encontrar a que tenha o numerador 100.

$\frac{1500}{15000} = \frac{15}{150} = \frac{5}{50} = \frac{10}{100} = 10\%$

Para simplificarmos uma fração devemos dividir o numerador e o denominador pelo mesmo número.

Por exemplo

$$\frac{800}{1000} = \frac{800:10}{1000:10} = \frac{80}{100} = 80\%$$

A fração simplificada que você encontrou é a representação fracionária da porcentagem de consultas no mês de dezembro.

---

Como no ano de 2006 foram atendidas 15000 mil pessoas, qual foi a **média** de consulta mensal nesse posto de Saúde?

**Cálculo:**

$$\frac{1150 + 1240 + 1250 + 1340 + 1445 + 1300 + 1100 + 1120 + 1310 + 1000 + 1255 + 1500}{12} = \frac{15000}{12} = 1250$$

Como determinar a média aritmética.

Exemplo

Determinar a média dos números 3, 12, 23, 15, 2

$$M.A. = \frac{3+12+23+15+2}{5} = \frac{55}{5} = 11$$


#### 4.3. Análise do Bloco 02

O Bloco 02 é composto por quatro problemas distribuídos em três fichas. Para aplicação dessa atividade, foram utilizadas 3 aulas de 50 minutos.

### 4.3.1. Análise da Ficha 04

Essa ficha é composta de duas questões.

#### 4.3.1.1. Análise da primeira questão da Ficha 04

Figura 18. Problema 01 proposto na Ficha 04.

**Prova 1ª Fase 2008 - Nível 1 - Questão 5**

5. Veja na tabela o resultado da pesquisa feita em um bairro de uma grande cidade sobre os modos de ir ao trabalho

ônibus		
Carro		
a pé		
bicicleta		
 = 500 entrevistados		

Com base nessa tabela, qual é a alternativa correta?

(A) Metade dos entrevistados vai a pé ao trabalho.  
 (B) O meio de transporte mais utilizado pelos entrevistados para ir ao trabalho é a bicicleta  
 (C) 50% dos entrevistados vão ao trabalho de ônibus.  
 (D) A maioria dos entrevistados vai ao trabalho de carro o ônibus.  
 (E) 15% dos entrevistados vão ao trabalho de carro.

<b>FICHA 04</b>	PROBLEMA 1 – Prova 1ª Fase 2008 – Nível 1 – Questão 05
Conteúdos desenvolvidos/competências e habilidades	Identificar informações fornecidas por intermédio de gráficos pictóricos. Leitura e interpretação de texto (análise das alternativas) e lógica.  Associar a representação da fração com denominador 100 à representação da porcentagem. Calcular a porcentagem por meio da simplificação de fração e compreender o conceito de fração equivalente.
Objetivo/elaboração da atividade	O objetivo da questão foi apresentar aos alunos os diversos tipos de gráficos bem como sua adequada utilização.  O pictograma é um tipo de representação muito frequente

tanto em livros didáticos como jornais, revistas, *shoppings*, portanto estão presentes no cotidiano do aluno. Eles são importantes para a comunicação, pois transmitem informações de forma rápida e simples. Isso não significa que os alunos compreendam quando tal representação está associada a dados matemáticos: os gráficos pictóricos. Apesar de serem atraentes, muitas vezes causam confusões na interpretação.

Na sequência didática apresentada na ficha, buscamos levar os alunos a compreenderem plenamente o problema. Para isso, foi proposto aos alunos que analisassem e classificassem cada alternativa em verdadeiro (V) ou falso (F), justificando por escrito a escolha, ampliando, assim, a capacidade de expressão e a análise dos cálculos realizados. O cálculo da porcentagem foi proposto por meio das frações equivalentes.

Os alunos não apresentaram dificuldades para resolver o problema. A maioria compreendeu o processo e realizou os cálculos rapidamente. Nesse momento, os alunos apresentaram maior interesse em registrar por escrito os resultados. Também demonstraram maior compreensão e assimilação do conteúdo, como podemos verificar na solução apresentada nas Figuras 19 e 20.

**Figura 19.** Resolução do Problema 01 da Ficha 04.

Quantas pessoas vão ao trabalho a pé? 4.000  
 Represente na forma de fração a quantidade de pessoas que vão pé em relação ao total de entrevistados.  $\frac{4.000}{10.000}$

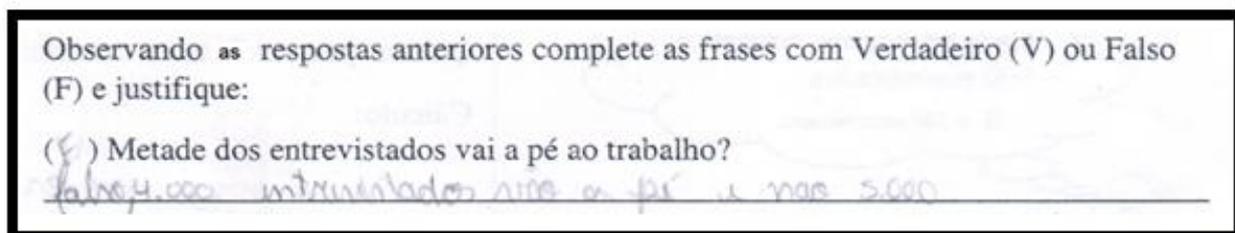
$$\begin{array}{r} 500 \\ \times 8 \\ \hline 4000 \end{array}$$

Qual porcentagem de pessoas vão ao trabalho a pé?

Lembre-se!!! Porcentagem é a representação de uma fração decimal com denominador 100.  
*exemplo:*  $\frac{50}{1000} = \frac{50:10}{1000:10} = \frac{5}{100} = 5\%$

$$\frac{4.000}{10.000} = \frac{40}{100} = 40\%$$

**Figura 20.** Resolução 2 do Problema 01 da Ficha 04.



#### 4.3.1.2. Análise da segunda questão da Ficha 04

**Figura 21.** Problema 02 proposto na Ficha 04.

**Prova 1ª Fase 2008 - Nível 2 - Questão 7**

7. O gráfico mostra o resultado de uma pesquisa sobre como os moradores de um bairro de uma grande cidade vão ao trabalho. Entre os entrevistados que não vão ao trabalho a pé, qual é o percentual dos que vão de carro?

- (A) 20%
- (B) 25%
- (C) 30%
- (D) 35%
- (E) 40%



<b>FICHA 04</b>	PROBLEMA 2 – Prova 1ª Fase 2008 – Nível 2 – Questão 07
Conteúdos desenvolvidos/competências e habilidades	Identificar informações fornecidas por meio de gráficos setores.  Associar a representação fracionária à representação da porcentagem. Calcular a porcentagem por meio da simplificação de fração. Compreender o conceito de fração

	equivalente.
Objetivo/elaboração da atividade	<p>O objetivo da questão foi apresentar aos alunos os diversos tipos de gráficos e suas aplicações.</p> <p>Para resolução do problema, temos dois caminhos de resolução sugeridos pelo <i>site</i> da OBMEP. No primeiro caminho os alunos podem escolher um número qualquer de entrevistado e, assim, realizar os cálculos. No segundo caminho, que escolhemos para a resolução do problema, os alunos realizam os cálculos por meio de frações equivalentes. Pretendemos, com isso, fazer com que os alunos verifiquem que o resultado não depende do número de moradores. Finalizando a atividade, foi proposto aos alunos que pesquisassem em revistas e jornais os diversos tipos de gráficos.</p>

Na resolução desse problema observamos dificuldades na interpretação do enunciado e na realização dos cálculos. A maioria dos alunos não concluiu o processo de resolução, necessitando de ajuda para visualizar a solução e concluir o processo.

Verificamos, na resolução apresentada abaixo (Figura 22), que, mesmo compreendendo a questão do ponto de vista absoluto, há muita dificuldade em se passar para o ponto de vista relativo, pois foi feita a correspondência de 45/150 com 45%. Na tentativa de superar essa dificuldade, exemplos similares foram utilizados complementando a atividade.

Figura 22. Resolução do Problema 2 da Ficha 04.

Segundo o gráfico qual o percentual de pessoas que **não** vão a pé para o trabalho?  $+ \frac{22,5}{75,0}$   
 30%

De acordo com o gráfico as pessoas que vão de carro em relação à quantidade de pessoas que vão a pé pode ser representada por  $\frac{22,5}{75}$ . O que significa a fração  $\frac{22,5}{75}$ . De acordo com a fração, se 150 pessoas não forem ao trabalho a pé, quantos iriam de carro?  
 $\frac{22,5}{75} = \frac{45}{150}$  iriam 45 das pessoas

Agora vamos achar uma fração decimal com denominador 100, equivalente a  $\frac{22,5}{75}$ .

 **Dica!**

Antes de realizar a atividade reveja:  
 O que é fração equivalente? quando o resultado é igual  
 Como simplificamos frações? dividimos o numerador e o denominador pelo mesmo número

$$\frac{22,5}{75} = \frac{22,5 \div 3}{75 \div 3} = \frac{7,5}{25} = \frac{7,5 \times 4}{25 \times 4} = \frac{30}{100}$$

Volte ao início e responda à pergunta de nosso problema.

Entre os entrevistados que não vão ao trabalho a pé, qual o percentual que vão de carro?

$$\frac{22,5}{75} = \frac{7,5}{25} = \frac{30}{100} = 30\%$$

## 4.3.2. Análise da Ficha 05

Figura 23. Problema proposto na Ficha 05.

## Prova 1ª Fase 2006 - Nível 1 - Questão 15

15. Um fabricante de chocolate cobrava R\$ 5,00 por uma barra de 250 gramas. Recentemente o peso da barra foi reduzido para 200 gramas, mas seu preço continuou R\$ 5,00. Qual foi o aumento percentual do preço do chocolate desse fabricante?

- (A) 10%
- (B) 15%
- (C) 20%
- (D) 25%
- (E) 30%



<b>FICHA 05</b>	Prova 1ª Fase 2006 – Nível 1 – Questão 15 Prova 1ª Fase 2006 – Nível 2 – Questão 11
Conteúdos desenvolvidos/competências e habilidades	Cálculo de porcentagem, proporcionalidade, unidade de medidas. Aplicar o conceito de porcentagem em situações diversificadas. Compreender o significado de proporcionalidade.
Objetivo/elaboração da atividade	O objetivo da questão foi trabalhar situações próximas da realidade dos alunos. Nessa questão trabalhamos com unidades de medida de massa (o quilograma e o grama). Essas unidades de medida, mesmo presentes no cotidiano dos alunos, ainda são motivo de grandes dificuldades na resolução de problemas. O ponto instigante da questão está na visualização de que não houve alteração no preço, e sim uma alteração no peso da barra de chocolate, sendo muito importante, nesse caso, uma leitura mais atenta. No primeiro passo, propusemos calcular o preço do quilo do

	<p>chocolate nas duas situações, antes e depois do aumento. Em seguida, os alunos foram motivados a pensar na proporcionalidade do aumento por meio da representação fracionária, levando-os a comparar o aumento percentual por meio da representação de frações com denominador 100. Novamente, as informações complementares foram fornecidas por figuras que procuraram dialogar com os alunos de uma forma simples e didática, estimulando a autonomia e a autoconfiança.</p>
--	--

No desenvolvimento dessa atividade os alunos trabalharam em grupos de, no máximo, três alunos. Para auxiliar a compreensão do enunciado, iniciamos a atividade com um debate em que situações cotidianas similares foram apresentadas, sendo possível observar as diferentes opiniões e interpretações dos alunos. Durante a resolução do problema ficou evidente que, embora o grupo seja do 8º ano, os alunos ainda apresentam dificuldades nas operações básicas, principalmente multiplicação e divisão. Para minimizar essa dificuldade e auxiliar no desenvolvimento da atividade, os alunos com domínio nas quatro operações básicas foram usados como monitores. Muitos alunos chegaram ao resultado final correto sem compreender o processo de resolução, sendo necessária a aplicação de outros problemas com os mesmos objetivos para esclarecer as dúvidas.

### 4.3.3. Análise da Ficha 06

**Figura 24.** Problema proposto na Ficha 06.

**Prova 1ª Fase 2014 - Nível 2 - Questão 7**

7. Rodrigo comprou três cadernos iguais em uma promoção na qual o segundo e o terceiro cadernos eram vendidos, respectivamente, com 20% e 40% de desconto sobre o preço do primeiro. No dia seguinte, terminada a promoção, Gustavo comprou três cadernos iguais aos de Rodrigo, todos sem desconto. Percentualmente, quanto Rodrigo pagou a menos que Gustavo?

- A) 20%
- B) 22%
- C) 25%
- D) 28%
- E) 30%

<b>FICHA 06</b>	Prova 1ª Fase 2006 – Nível 1 – Questão 15 Prova 1ª Fase 2014 – Nível 2 – Questão 07
Competências e habilidades	Resolver problemas que envolvam proporcionalidade, porcentagem, desconto percentual e análise de dados.
Elaboração da atividade/objetivo	<p>O objetivo proposto na Ficha 06 foi fixar os conceitos de proporcionalidade, valor relativo e valor absoluto iniciados na Ficha 05. Na atividade foi proposta a utilização de fichas de madeira para a representação das frações. Com a utilização do material concreto, buscamos facilitar a visualização e a compreensão da situação proposta pelo problema. Procuramos deixar claro para os alunos que a solução do problema não depende do valor dos cadernos.</p> <p>No primeiro momento, o problema foi desmembrado em perguntas dispostas em quadros. Em seguida, propusemos um quadro chamado “organizando ideias” no qual foi proposta uma releitura dos quadros anteriores e verificação dos cálculos. Buscamos, com isso, proporcionar a compreensão global do</p>

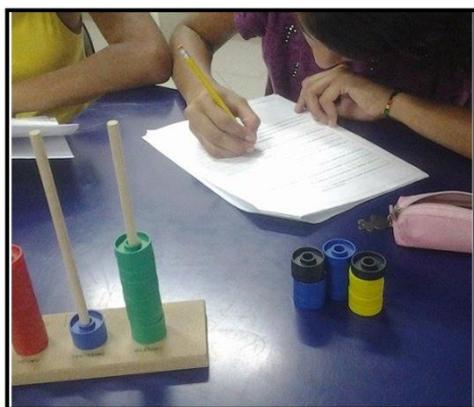
exercício, facilitando a interpretação dos resultados. O cálculo de porcentagem foi solicitado pela proporcionalidade e por frações equivalentes com denominador 100.
---

Essa atividade se desenvolveu sem dificuldades, causando surpresa, pois na elaboração da sequência didática houve dúvidas sobre quais elementos deveriam ser fornecidos aos alunos. No encaminhamento, os alunos separaram as fichas representando o desconto e o valor a pagar, como podemos verificar nas Figuras 25 e 26. Em seguida, fizeram o registro por meio de desenhos. Ao resolver os exercícios com a utilização das fichas, os alunos mostraram interesse, concentração e envolvimento, chegando às conclusões de forma mais eficiente.

A utilização de um material lúdico também facilitou no momento da realização do registro e motivou os alunos a buscarem argumentos matemáticos que justificassem a escrita. Os alunos perceberam a necessidade de registros claros, já que ao final do trabalho as “torres de fichas” foram desfeitas.

A utilização das fichas foi avaliada como extremamente positiva, pois, durante a aplicação da atividade, foi possível variar o exercício criando diferentes valores para as fichas e, assim, comparar os resultados e verificar que o valor do caderno não interfere no resultado final.

**Figura 25.** Foto 02 – Oficina 06.



**Figura 26.** Foto 01 – Oficina 06.



Fonte: Fotos de própria autoria em oficina.

Destacamos abaixo a resolução da Ficha 6, em que o aluno demonstra compreensão dos conceitos solicitados.

**Figura 27.** Resolução da Ficha 06.

SEGUNDO CADERNO

Qual a porcentagem do caderno que Rodrigo pagou: 80%

Qual fração reduzida que representa essa porcentagem:  $\frac{4}{5}$

Usando as mesmas fichas, quantas fichas foram necessárias para pagar o segundo caderno? 4

Quantas fichas representam o desconto? 1

---

TERCEIRO CADERNO

Qual a porcentagem do caderno que Rodrigo pagou: 60%

Qual fração reduzida que representa essa porcentagem:  $\frac{3}{5}$

Quantas fichas foram necessárias para pagar o terceiro caderno? 3

Quantas fichas são necessárias para representar o desconto? 2

---

**Organizando ideias**

No total quantas fichas usadas por Rodrigo para pagar os 3 cadernos? 12

QUANTAS FICHAS RODRIGO TEVE DE DESCONTO? 3

Observando as fichas, faça uma figura que represente o desconto e o total pago por Rodrigo.



Desconto      Valor Pago

Porcentagem-leitura e interpretação de texto-análise de dados

**Figura 28.** Resolução 2 da Ficha 06.

DICA: Vamos comparar o número de fichas economizadas por Rodrigo com o número de fichas gastas por Gustavo.

$$\frac{3}{15} = \frac{3}{3} = \frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 20\%$$

**Figura 29.** Resolução 3 da Ficha 06.

Gustavo não teve a mesma sorte que Rodrigo, e comprou os cadernos sem desconto.

Quantas fichas Gustavo usou para pagar os cadernos? 15

Observando as fichas, faça uma figura que represente o total pago por Gustavo.



Quantidade Pago

#### 4.4. Análise do Bloco 03

O Bloco 03 é composto de três fichas, contemplando a resolução de quatro problemas. Foram necessárias 4 aulas de 50 minutos para sua aplicação.

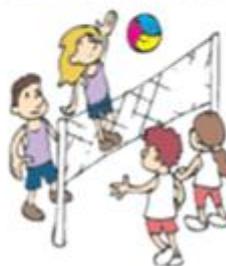
## 4.4.1. Análise da Ficha 07

Figura 30. Exercício Proposto na Ficha 07.

## Prova 1ª Fase 2011 - Nível 1 - Questão 15

15. Em 2009 uma escola tinha 320 alunos esportistas, dos quais 45% jogavam vôlei. Em 2010 essa porcentagem diminuiu para 25%, mas o número de jogadores de vôlei não se alterou. Qual era o número de alunos esportistas em 2010?

- A) 480
- B) 524
- C) 560
- D) 576
- E) 580



FICHA 07	Prova 1ª Fase 2011 – Nível 1 – Questão 15
Conteúdo/competências e habilidades	Aritmética, porcentagem, leitura e interpretação de enunciados. Capacidade de organizar informações, cálculo mental e raciocínio lógico.
Objetivo/elaboração da atividade	<p>O objetivo desse problema foi desenvolver a capacidade leitura e interpretação de textos matemáticos. No roteiro de resolução, foi priorizado o cálculo mental da porcentagem. Para facilitar a compreensão do exercício e estimular o cálculo mental, foi proposta inicialmente a representação de 10 e 5% em um círculo, facilitando a dedução dos 45% solicitados no exercício.</p> <p>No quadro “organizando ideias”, buscamos fazer com que os alunos voltassem ao enunciado e não perdessem o foco da resolução, ao mesmo tempo em que exercitavam uma forma organizada de registrar as informações.</p> <p>Na segunda parte do roteiro, foi proposto aos alunos associarem a representação fracionária à porcentagem. Buscamos concretizar o conceito de porcentagem por meio da representação de figuras e frações equivalentes.</p>

No desenvolvimento dessa ficha os alunos apresentaram dificuldades para interpretar o enunciado, necessitando de vários exemplos complementares. Todavia, os cálculos foram realizados com maior facilidade. Os alunos apresentaram compreensão na representação do conceito de fração, fração equivalente e porcentagem, porém não demonstraram iniciativa nem segurança, demandando algumas intervenções simplesmente para terem confiança na solução apresentada.

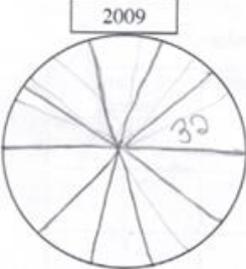
Destacamos abaixo, na Figura 31, os registros para concluir o cálculo de 45%.

**Figura 31.** Resolução 1 da Ficha 07.

**Exercício Demonstrado 25**

 **Dica!** Use o círculo abaixo para desenhar os 10 grupos.

2009



- Quantos alunos têm em cada grupo? 32 alunos
- Cada grupo representa que percentual dos 320 alunos?  
10%
- Observando a figura, calcule 5% de 320. Justifique.  
5% é 16 e não dividir  
320 por 2
- Agora, com os dados acima, vamos calcular 45% dos 320 alunos esportistas. Justifique seu raciocínio.

#### 4.4.2. Análise da Ficha 08

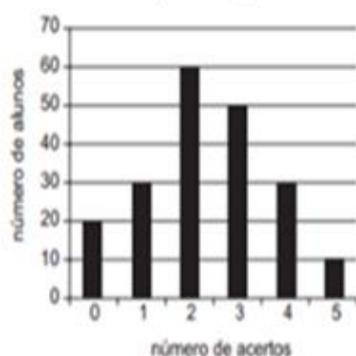
A Ficha 08 é composta de duas questões.

#### 4.4.2.1. Análise da primeira questão da Ficha 08

Figura 32. Problema 01 proposto na Ficha 08.

##### Prova 1ª Fase 2009 - Nível 1 - Questão 16

16. Os alunos do sexto ano da Escola Municipal de Quixajuba fizeram uma prova com 5 questões. O gráfico mostra quantos alunos acertaram o mesmo número de questões; por exemplo, 30 alunos acertaram exatamente 4 questões. Qual das afirmações a seguir é verdadeira?



- A) Apenas 10% do total de alunos acertaram toda as questões.  
 B) A maioria dos alunos acertou mais de 2 questões.  
 C) Menos de 200 alunos fizeram a prova.  
 D) 40 alunos acertaram pelo menos 4 questões.  
 E) Exatamente 20% do total de alunos não resolveram nenhuma questão.



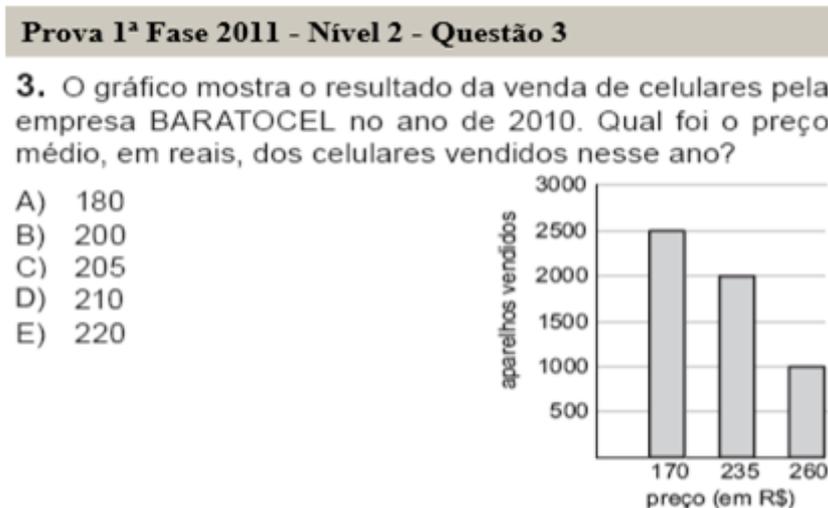
FICHA 8	Prova 1ª Fase 2009 – Nível 1 – Questão 16
Conteúdos desenvolvidos/competências e habilidades	Tratamento da informação, ler e interpretar dados expressos por intermédio de um gráfico de colunas, usar o raciocínio lógico dedutivo para resolver problemas, calcular porcentagem, simplificar fração, interpretar o significado de média ponderada.
Elaboração da atividade/objetivo	<p>O objetivo dessa questão foi leitura e interpretação de gráficos de colunas bem como resolução de questões objetivas por meio da análise das alternativas.</p> <p>Para a resolução da questão, foi proposto que calculassem a porcentagem de alunos que cada coluna representa, isto é, “a porcentagem que a parte representa do todo” usando para isso a representação fracionária (parte/todo). Em seguida, os alunos devem analisar cada alternativa, justificando por escrito sua resposta e assim concluindo qual é a alternativa correta. Novamente a capacidade argumentativa relacionada a textos matemáticos foi trabalhada.</p>

	A seguir foi proposta uma questão complementar na qual os alunos devem calcular a média de acertos da classe.
--	---

Na resolução da primeira parte do exercício os alunos não apresentaram dificuldades, chegando ao resultado correto com facilidade. Justificaram suas respostas por meio de cálculos e registros escritos. Para o cálculo da nota média da classe, iniciamos a atividade com um diálogo com os alunos sobre os dois tipos de média: aritmética e ponderada. Também retomamos a atividade proposta na Ficha 03, na qual demos início ao cálculo de média aritmética. Os alunos participaram dando exemplos de médias, comparando média aritmética com média ponderada, como observamos na colocação de um aluno do 8º C: “É como trabalho e prova, né, professora? A prova vale mais”. Nessa atividade os alunos estavam mais seguros e concluíram a segunda etapa corretamente.

#### 4.4.2.2. Análise da segunda questão da Ficha 08

**Figura 33.** Problema 02 proposto na Ficha 08.



<b>FICHA 08</b>	Prova 1ª Fase 2011 – Nível 2 – Questão 03
Conteúdos desenvolvidos/competências e habilidades	Tratamento da informação, ler e interpretar dados expressos através de um gráfico de colunas, usar o raciocínio lógico dedutivo para resolver problemas, calcular porcentagem, simplificar fração, interpretar o

		significado de média ponderada.
Elaboração da atividade/objetivo	da	<p>O objetivo da atividade foi leitura e interpretação de gráficos de colunas.</p> <p>O encaminhamento da ficha foi proposto com o objetivo de facilitar a interpretação do problema e estimular a leitura.</p>

Iniciamos a atividade propondo uma leitura silenciosa. O objetivo foi verificar o desenvolvimento individual dos alunos, já que muitas das atividades foram realizadas em grupo ou iniciaram com a leitura e comentários feitos pela professora. Podemos observar que os alunos resolveram a atividade sem maiores dificuldades e compreenderam o conceito de média ponderada.

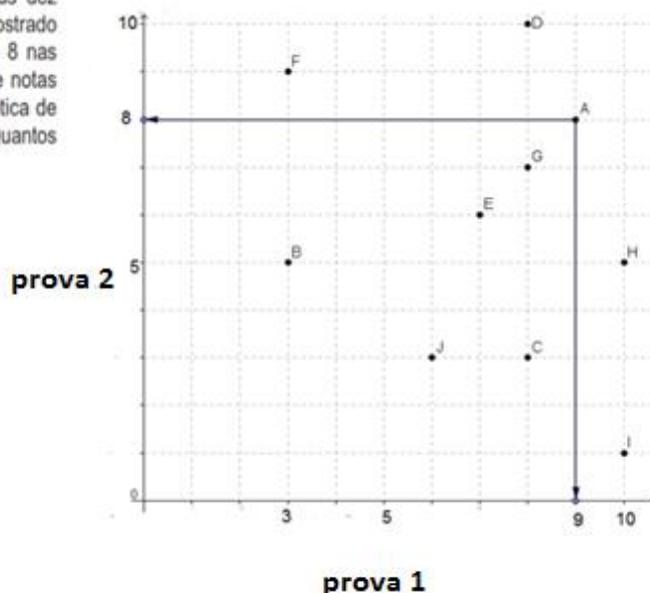
#### 4.4.3. Análise da Ficha 09

**Figura 34.** Exercício proposto na Ficha 09.

**Prova 1ª Fase 2014 - Nível 2 - Questão 8**

8. O professor Michel aplicou duas provas a seus dez alunos e divulgou as notas por meio do gráfico mostrado abaixo. Por exemplo, o aluno A obteve notas 9 e 8 nas provas 1 e 2, respectivamente; já o aluno B obteve notas 3 e 5. Para um aluno ser aprovado, a média aritmética de suas notas deve ser igual a 6 ou maior do que 6. Quantos alunos foram aprovados?

- A) 6
- B) 7
- C) 8
- D) 9
- E) 10



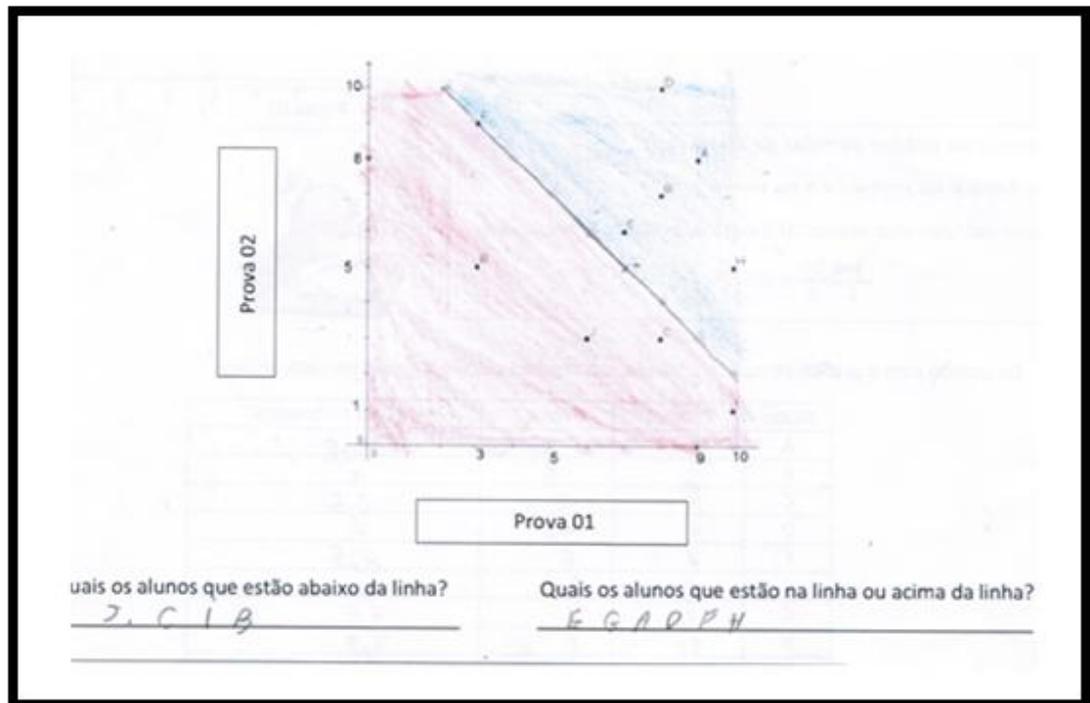
<b>FICHA 09</b>	Prova 1ª Fase 2014 – Nível 2 – Questão 08
Conteúdos desenvolvidos/competências e habilidades	Tratamento da informação, cálculo de médias, comparação de números.  Interpretar graficamente a solução de um problema.
Elaboração da atividade/objetivo	Nessa ficha foi retomado o conceito de média aritmética. Para a resolução do problema foi proposto dois roteiros. Buscamos, com isso, fazer com que os alunos compreendessem que em um mesmo problema pode haver mais de um procedimento para encontrar a solução. No primeiro roteiro proposto foi o cálculo da média aritmética de cada aluno. Para auxiliar na leitura e interpretação do gráfico, o aluno A é destacado por meio de uma linha de apoio, que foi acrescentada ao exercício original. Após preencher a tabela com a média de todos os alunos, foi proposta a comparação dos números para concluir quais alunos foram aprovados. No segundo roteiro foi proposta uma atividade com a linha de aprovação possibilitando uma visão geral do resultado e permitindo o levantamento de hipóteses sobre as notas necessárias para a aprovação. Ao final, foi sugerido que os alunos comparassem as duas resoluções para a validação das respostas.

No desenvolvimento da Ficha 09, a primeira dificuldade ocorreu na interpretação do gráfico. Os alunos não compreenderam a relação dos pontos do plano cartesiano com as notas das provas, causando, assim, uma desmotivação na tentativa da resolução do problema. Para minimizar tal situação, usamos o exemplo do jogo Batalha Naval, utilizado por eles nas aulas de Educação Física, em que o sistema de coordenadas é utilizado para representar as figuras. Passado o primeiro momento de compreensão do problema, o cálculo da média, bem como a interpretação dos resultados, foi realizado tranquilamente.

No segundo roteiro de resolução os alunos dividiram o plano em dois semiplanos, como podemos observar na Figura 35, sendo um semiplano com o grupo de alunos aprovados e outro com o grupo de alunos reprovados. Para auxiliar a compreensão e visualização do resultado, os alunos coloriram as regiões de azul e vermelho. Em seguida, várias outras possibilidades de notas foram propostas e os alunos localizaram no plano e fizeram a classificação: aprovado ou reprovado.

O encaminhamento dessa atividade foi surpreendente, principalmente na segunda etapa, pois os alunos não conheciam esse modelo de representação gráfica. Foi possível verificar o interesse dos alunos em resolver o problema e propor novas situações, mostrando que compreenderam a situação apresentada.

### 35. Resolução da Ficha 09.

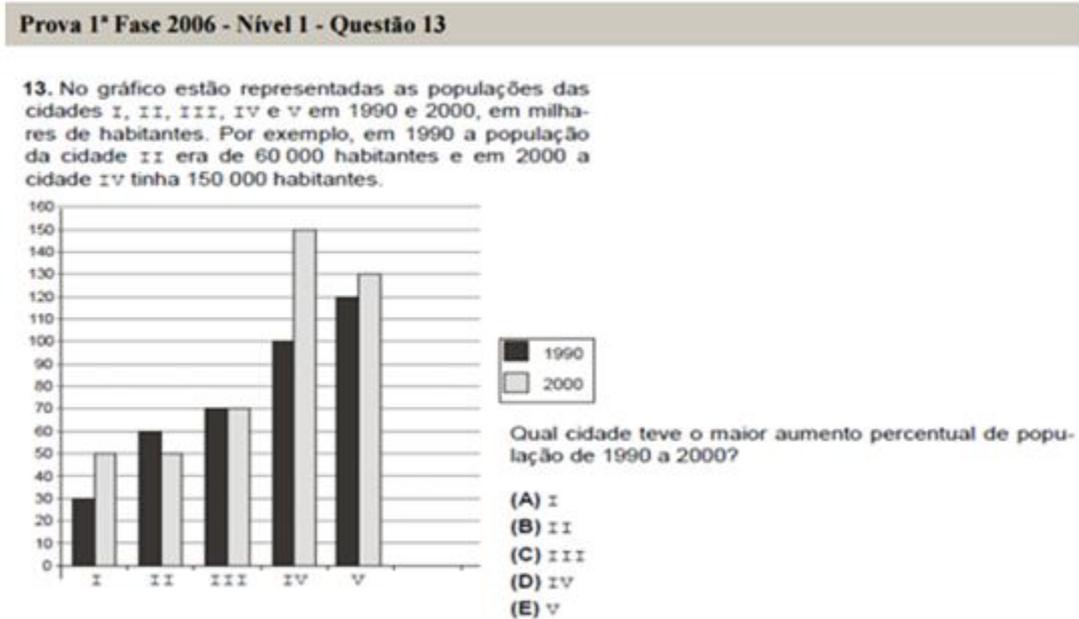


### 4.5. Análise do Bloco 04

O Bloco 04 é composto de quatro fichas, contemplando quatro problemas da OBMEP. Foram utilizadas para a aplicação das fichas 5 aulas de 50 minutos cada.

## 4.5.1. Análise da Ficha 10

Figura 36. Problema proposto na Ficha 10.



FICHA 10	Prova 1ª Fase 2006 – Nível 1 – Questão 13
Conteúdos desenvolvidos/competências e habilidades	Tratamento da informação, gráficos de dupla entrada, simplificação de fração, proporcionalidade, comparação de fração.  Comparar as frações com denominadores diferentes usando, para isso, as representações em figuras.
Elaboração da atividade/objetivo	O objetivo da atividade foi consolidar o conceito de valor absoluto e valor relativo. No início da atividade foi solicitado aos alunos que calculassem o valor do aumento absoluto por meio da análise dos dados apresentados no gráfico. Em seguida, foi proposta a representação desse aumento na forma de uma fração reduzida. Essa representação tem como objetivo facilitar a comparação das frações. Optamos por fazer a comparação das frações por intermédio de desenhos possibilitando que os alunos verificassem qual fração representa o maior valor, chegando, assim, ao maior aumento relativo.

Iniciamos a aplicação da Ficha 10 com um debate sobre aumento relativo e aumento absoluto. Indicamos a análise com pequenos valores para facilitar a compreensão, como, por exemplo: para o valor “um”, se aumentar “um”, aumentamos somente uma unidade, porém temos um aumento de 100%; para o valor “dois”, se aumentar “um”, o aumento permanecerá de uma unidade, mas temos um aumento de 50%. Seguimos o debate com vários valores.

Nesse momento surgiram questionamentos importantes, como o aumento do salário. Quem ganha mais com 10% de aumento? É justo um aumento percentual igual para todas as pessoas? Percebemos um grande interesse por parte dos alunos, principalmente quando levamos a discussão para situações reais.

A resolução da questão ocorreu de forma tranquila e com a participação efetiva dos alunos. Abaixo, na Figura 37, observamos a comparação das frações realizada por intermédio de figuras, em que os alunos verificaram em qual cidade o aumento populacional foi maior.

**Figura 37.** Resolução 2 da Ficha 10.

Complete a tabela abaixo com os dados das cidades em que houve aumento da população.

Cidade	Aumento proporcional Fração simplificada	Pinte nos retângulos a representação do aumento proporcional Fração simplificada
I	$\frac{30}{20} = \frac{3}{2}$	
IV	$\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$	
V	$\frac{10}{120} = \frac{1}{12}$	

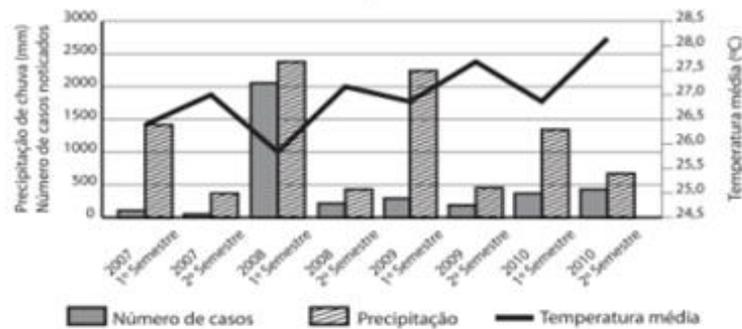
Na aplicação dessa ficha, observamos novamente o maior interesse nos alunos em realizar as atividades que possuem um encaminhamento lúdico, como desenhos, pinturas e uso de materiais diversificados. Notamos também que a compreensão do exercício com o uso desses artificios é mais significativa.

## 4.5.2. Análise da Ficha 11

Figura 38. Exercício proposto para a Ficha 11.

## Prova 1ª Fase 2013 - Nível 1 - Questão 11

11. O gráfico mostra o número de casos notificados de dengue, a precipitação de chuva e a temperatura média, por semestre, dos anos de 2007 a 2010 em uma cidade brasileira. Podemos afirmar que:



- Fonte: adaptado de <http://sic2011.com/sic/arq/81903267457118190326745.pdf>
- A) O período de maior precipitação foi o de maior temperatura média e com o maior número de casos de dengue notificados.
- B) O período com menor número de casos de dengue notificados também foi o de maior temperatura média.
- C) O período de maior temperatura média foi também o de maior precipitação.
- D) O período de maior precipitação não foi o de maior temperatura média e teve o maior número de casos de dengue notificados.
- E) Quanto maior a precipitação em um período, maior o número de casos de dengue notificados.

FICHA 11	Prova 1ª Fase 2013 – Nível 1 – Questão 11
Conteúdos desenvolvidos/competências e habilidades	Tratamento da informação, leitura e interpretação de gráficos de combinação, barras de dupla entrada e gráficos de linhas.
Elaboração da atividade/objetivo	O objetivo dessa questão foi leitura e interpretação de gráficos de diferentes tipos. Também pretendemos fortalecer o trabalho da resolução de problemas por meio da análise das alternativas. Para iniciar a sequência didática foi proposto aos alunos que fizessem uma breve descrição

identificando cada um dos gráficos da questão. Em seguida propomos a análise das alternativas por meio de perguntas que facilitassem a compreensão da veracidade ou não de cada item. Nessa atividade, novamente, foi solicitado registros no intuito de exercitar o hábito da escrita matemática e da boa organização das ideias, facilitando, assim, a compreensão da resolução e a validação da resposta.

Avaliamos positivamente o encaminhamento da resolução da questão. Os alunos realizaram os registros, chegando à conclusão da resposta correta com tranquilidade, sem a participação da professora. Percebemos uma evolução e mais maturidade na resolução dos problemas.

Abaixo destacamos uma resolução da Ficha 11 na qual o aluno demonstra compreensão dos conceitos solicitados, realizando os registros com clareza e organização.

**Figura 39.** Resolução da Ficha 11.

a)  O período de maior precipitação foi o de maior temperatura média e com maior número de casos de dengue notificados.  
Justifique:

Período de maior precipitação: 2008 1º semestre  
 Período de maior temperatura média: 2010 2º semestre  
 Período com maior número de casos de dengue: 2010 2º semestre

b)  O período com menor casos de dengue notificados também foi o de maior temperatura média.  
Justifique:

Período de menor casos de dengue: 2007 2º semestre  
Período de maior temperatura média: 2008 1º semestre

c)  O período de maior temperatura média foi também o de maior precipitação.  
Período de maior temperatura média: 2010 2º semestre  
Período de maior precipitação: 2008 1º semestre

d)  O período de maior precipitação não foi o de maior temperatura média e teve o maior número de casos de Dengue.  
período de maior precipitação: 2008 1º semestre  
período de maior temperatura média: 2010 2º semestre  
período de maior casos de dengue: 2008 1º semestre

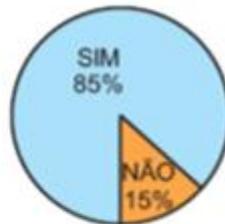
## 4.5.3. Análise da Ficha 12

Figura 40. Problema proposto na Ficha 12.

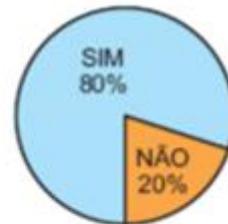
## Prova 1ª Fase 2011 - Nível 2 - Questão 7

7. A figura mostra o resultado de uma pesquisa sobre a aquisição de eletrodomésticos da qual participaram 1000 pessoas. Com base nesses dados, pode-se afirmar que o número de pessoas que possuem os dois eletrodomésticos é, no mínimo:

- A) 500
- B) 550
- C) 650
- D) 700
- E) 800



Possui televisão?



Possui geladeira?

FICHA 12	Prova 1ª Fase 2011 – Nível 1 – Questão 07
Conteúdos desenvolvidos/competências e habilidades	Gráfico de setores, tratamento da informação, porcentagem. Leitura e interpretação de gráficos.
Elaboração da atividade/objetivo	<p>Em um primeiro momento houve dúvida se essa ficha deveria ou não fazer parte da sequência de atividades por causa do grau de dificuldade do entendimento do enunciado, por isso ela ficou para o final.</p> <p>Optamos por fazer oficinas, já que muito poderia ser explorado nessa questão, principalmente as relações existentes entre porcentagem e construção de ângulos presentes nesse tipo de gráfico.</p> <p>No primeiro momento foi proposta a construção dos gráficos apresentados no enunciado. Para a construção foi necessário o cálculo dos ângulos e o uso de régua, compasso e transferidor, materiais poucos utilizados pelos alunos. A proposta de compreensão do problema foi feita</p>

	por meio da sobreposição dos discos construídos pelos alunos. Pretendemos, com isso, facilitar a visualização e a interpretação dos resultados.
--	---

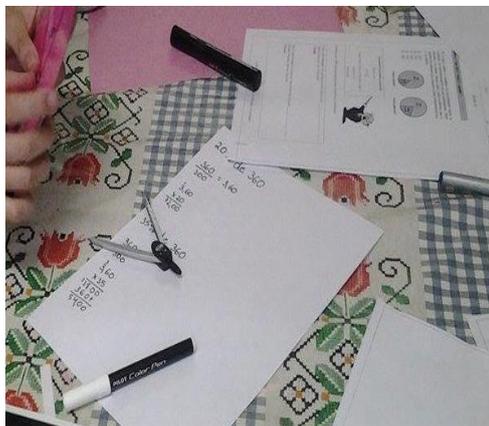
Iniciamos o desenvolvimento da questão apresentando os materiais a serem utilizados: régua, transferidor e compasso. Em seguida, os alunos deram encaminhamento aos cálculos necessários para a construção dos ângulos com o uso do transferidor. Nesse momento, como podemos observar na Figura 41, os alunos demonstraram dominar o cálculo de porcentagem e conseguiram aplicar a situação proposta. Durante os cálculos e a construção, retomamos o conceito de valor absoluto e valor relativo, e alguns valores, como 25, 50 e 75%, foram usados como referência. Esses valores foram escolhidos por serem de fácil visualização na circunferência e pela facilidade no cálculo mental dessas porcentagens.

**Figura 41.** Resolução 1 da Ficha 12.

Handwritten calculations in blue ink on a white background, enclosed in a black rectangular border. The calculations are as follows:

$$\begin{array}{l} 20\% \text{ de } 360 \\ \frac{360}{100} = 3,60 \\ 360 \\ \times 20 \\ \hline 72,00 \end{array}$$

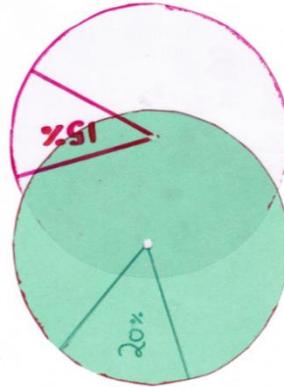
Nas figuras abaixo podemos observar o processo de construção dos discos que auxiliaram na interpretação e resolução do problema.

**Figura 42.** Oficina 2 –ficha 12**Figura 43.** Oficina 2 – Ficha 12.**Figura 44.** Oficina 2 -**Figura 45.** Oficina 2 – Ficha12

Fonte: autoria própria (Oficina, Ficha 12)

Após a construção, os alunos deram encaminhamento à resolução da questão com a utilização dos discos. Muitos chegaram à solução do problema sem usar a sobreposição dos dois discos, ou seja, usando o raciocínio lógico e a dedução a partir das figuras. Porém, quando a sobreposição (Figura 46) foi apresentada aos alunos, a resposta tornou-se mais significativa e os alunos retornaram as perguntas com a compreensão efetiva do enunciado.

**Figura 46.** Sobreposição de discos – Ficha 12.



Esse problema apresentou um resultado surpreendente, pois a avaliação *a priori* da questão deixava dúvidas sobre sua aplicação e se ela acrescentaria ou desmotivaria os alunos, devido ao grau de dificuldade. Novamente, o encaminhamento da resolução com a utilização de matérias concretas mostrou-se mais efetivo, gerando maior concentração e interesse, o que facilitou a assimilação e a compreensão do conteúdo.

Abaixo apresentamos uma resolução em que o aluno mostra a compreensão do problema e o domínio do conteúdo abordado.

**Figura 47.** Resolução – Ficha 12.

Qual a porcentagem de pessoas tem televisão em casa?	<u>85%</u>
Quantas pessoas tem Televisão?	85% de 1000
Cálculo	$\frac{1000}{100} = 1000 = 10$
	$\begin{array}{r} 85 \\ \times 10 \\ \hline 850 \end{array}$
Qual a porcentagem de pessoas não tem televisão em casa?	<u>15%</u>
Quantas Pessoas não tem televisão	15% de 1000
Cálculo	$\frac{1000}{100} = 1000 = 10$
	$\begin{array}{r} 15 \\ \times 10 \\ \hline 150 \end{array}$

## 4.5.4. Análise da Ficha 13

Figura 48. Exercício Proposto na Ficha 13.

**Prova 2ª Fase 2005 - Nível 2 - Questão 5**

**QUESTÃO 5.** Em uma festa o número de mulheres era quatro vezes o número de homens. Após a chegada de cinco casais, a porcentagem de homens na festa passou a ser 26%.

- A) Qual era o percentual de homens na festa antes da chegada dos casais?  
 B) Quantos homens e quantas mulheres haviam na festa depois da chegada dos casais?

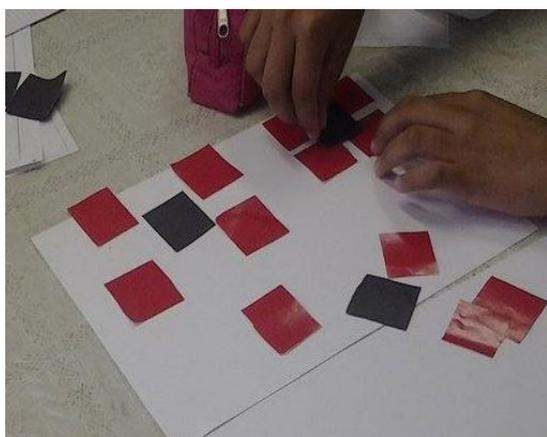
<b>FICHA 13</b>	Prova 2ª Fase 2009 – Nível 2 – Questão 5
Conteúdos Desenvolvidos/competências habilidades	Aritmética, leitura e interpretação de texto, representação de fração, cálculo de porcentagem, simplificação de fração, raciocínio lógico e organização de ideias.
Elaboração da atividade/objetivo	<p>Para a resolução do problema, propusemos uma segunda oficina, com o objetivo relacionar teoria e prática. Para isso, direcionamos a atividade com questões que alternavam o uso de material concreto e de raciocínio lógico e a aplicação direta do conteúdo (teoria).</p> <p>Para o encaminhamento da questão, foi proposto o uso de recortes (quadrinhos de papel vermelho e preto), papel quadriculado e uma sequência de perguntas para auxiliar na interpretação do problema. Os papéis coloridos foram utilizados com o objetivo de representar os grupos de pessoas indicados no enunciado de problemas, de maneira que os alunos pudessem manipular os grupos formados e visualizassem suas repostas.</p> <p>Ao final da primeira etapa, foi proposto um desafio em que os alunos deveriam verificar outras possibilidades de resolução.</p> <p>Com o objetivo de verificar se realmente houve a compreensão do conteúdo e do processo de resolução, foi proposta uma pergunta complementar na qual os alunos deveriam responder sem o apoio da sequência didática</p>

	e/ou utilização de material de apoio (quadrinhos de papel colorido). Nessa pergunta solicitamos aos alunos que realizassem os cálculos anteriores com um número diferente de pessoas.
--	---

Na resolução da Ficha 13 observamos que os alunos já estavam familiarizados com os processos de registro, leitura e interpretação. Mostraram autonomia e resolveram os problemas sem solicitar com tanta frequência a presença da professora. Outro fato importante foi a confiança na busca de uma solução. No início da aplicação das fichas, os alunos se mostravam inseguros quanto ao processo e muitos desistiam, aparentemente por se acharem incapazes. Nesse momento, observamos também que os alunos demonstraram maior interesse no desenvolvimento das atividades e não somente no resultado final, retomando com mais tranquilidade os procedimentos quando esses apresentavam erros.

Como observado nas experiências anteriores, a utilização de matérias concretas (Figuras 49 e 50) gerou um maior interesse e facilitou a compreensão e a assimilação dos conteúdos. Porém observamos a necessidade de uma atenção especial para que os alunos não perdessem o foco do problema em detrimento do uso desses materiais. Assim, durante a aplicação da atividade foi muito importante relembrar as perguntas propostas nas fichas. Para isso, era frequentemente solicitado aos alunos que justificassem, oralmente ou por meio de registros escritos, seus procedimentos e analisassem os resultados.

**Figura 49.** Oficina 1 – Ficha 13.



**Figura 50.** Oficina 3 – Ficha 13.



Nas Figuras 51, 52 e 53 temos os registros feitos pelos alunos durante as atividades de resolução da Ficha 13.



**Desafio:** Seria possível responder ao item A da questão a partir do momento que formarmos o primeiro grupo de pessoas?

**Justifique**  $1 \times 20 = 20 = 20\%$   $4 \times 20 = 80$   
 $2 \times 20 = 40$   $5 \times 20 = 100$

Figura 51. Resolução 1 – Ficha 13.

Figura 52. Resolução 2 – Ficha 13.

Após a chegada dos casais a porcentagem de homens na festa passou a ser 26%.

Se após a chegada dos casais temos 100 pessoas, quantas são os homens? E as mulheres?

$26$  são homens e  $74$  são mulheres

Qual a razão do número de homens para o total de pessoas na festa?

$\frac{26}{100} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

Resolução das perguntas complementares da Ficha 13.

**Figura 53.** Resolução 3 – Ficha 1.

Qual seria a porcentagem de homens na festa, se tivessem chegado 30 casais?

Cálculos

8 - Homens	$\frac{32}{62}$	+	$\frac{8}{30}$	+	$\frac{38}{100} = 38\%$
32 - mulheres	$\frac{30}{62}$		$\frac{30}{38}$		$\frac{68}{100} = 68\%$

#### 4.6. Análise das atividades avaliativas

A avaliação foi realizada em três momentos: no primeiro, os alunos puderam avaliar a estrutura das fichas e se autoavaliar quanto à compreensão do conteúdo e ao envolvimento na realização das atividades; no segundo, utilizamos uma avaliação individual aplicada ao final de cada bloco com problemas da OBMEP; no terceiro, avaliamos o desempenho dos alunos na OBMEP do ano de 2015.

##### 4.6.1. Primeiro momento de avaliação – análise das fichas de autoavaliação

As fichas de autoavaliação foram elaboradas com o intuito de averiguar o processo de assimilação e compreensão dos conteúdos abordados e, assim, propiciar possíveis retomadas ou mudanças de estratégias.

Essas fichas apresentam os seguintes pontos: “O que você achou da atividade?”, “A forma como foi proposto o exercício auxiliou na resolução?”, “O que você mais gostou?”, “O que você menos gostou?”. Os alunos deveriam marcar como se sentiam quanto ao desenvolvimento da atividade, conforme Figura 54.

**Figura 54.** Autoavaliação.

1) O que você achou das atividades?






*difícil*      *consegui realizar parte das atividades*      *tive alguma dificuldade*      *fácil*

2) A forma como o exercício foi proposto auxiliou na resolução?



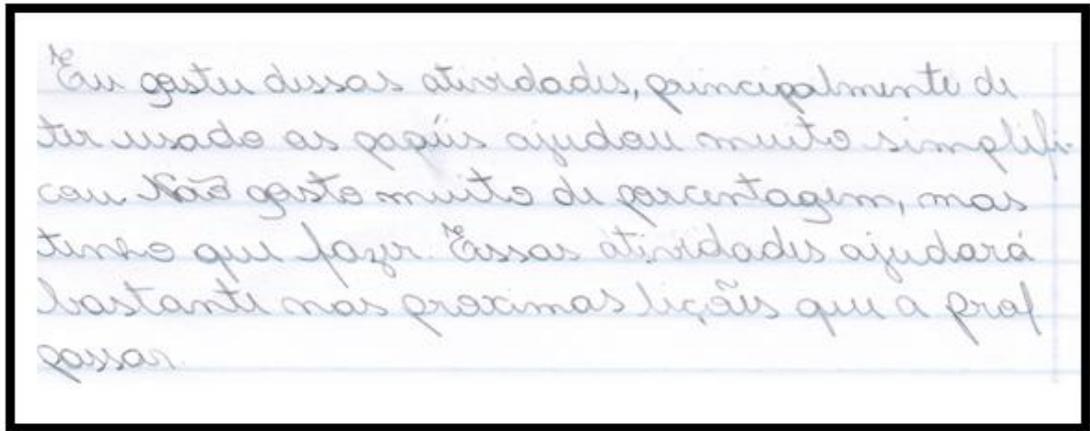


As autoavaliações foram discutidas com os alunos. Nesses momentos eles tiveram a oportunidade de compartilhar com os colegas as dificuldades e apontar os pontos positivos e negativos das atividades. O processo privilegiou o ponto de vista do aluno, como podemos observar nas anotações dos alunos apresentadas nas Figuras 55 e 56.

**Figura 55.** Autoavaliação – Ficha 02.

Na minha opinião sei que da pra aprender, por que  
 é tão difícil assim.  
 A porcentagem não é tão ruim, eu gostei bastante  
 dessa atividade, pra mim ainda é meio difícil de fazer  
 mas eu fiz um pouco.

**Figura 56.** Autoavaliação – Ficha 13.



Muitas das dificuldades puderam ser sanadas com a avaliação em processo e após a autoavaliação, em que pudemos verificar alguns pontos do conteúdo que necessitavam de retomada, bem como ajustes nas fichas para aplicações posteriores.

#### 4.6.2. Segundo momento de avaliação – questões

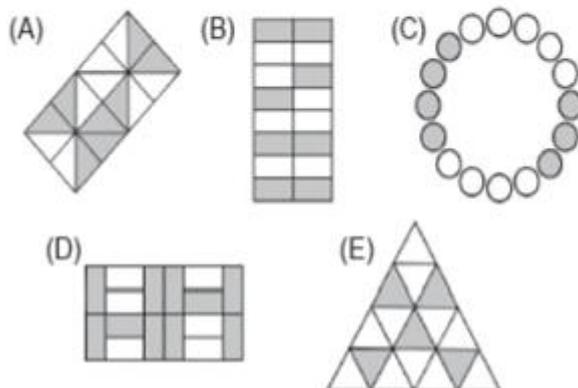
Nesse momento vamos nos ater as avaliações individuais realizadas ao final da aplicação de cada bloco de atividades.

##### 4.6.2.1. Avaliação do Bloco 1

**Figura 57.** Exercício proposto – Avaliação do Bloco 01.

**Prova 1ª Fase 2008 - Nível 1 - Questão 2**

2. Cada uma das figuras está dividida em 16 partes iguais.  
Em qual delas a parte cinza corresponde a  $\frac{5}{8}$  da área total?



O objetivo da questão foi verificar a compreensão do conceito de fração proposto pela ficha introdutória. Os alunos demonstraram, por meio da resolução, que compreenderam de forma satisfatória o conteúdo, pois apresentaram dois caminhos para a resolução. No primeiro caminho, os alunos determinaram a fração equivalente a  $\frac{5}{8}$ , com denominador 16; em seguida, analisaram as alternativas e chegaram à alternativa correta. No segundo caminho (Figura 58), os alunos partiram da análise das alternativas e fizeram a representação fracionária das figuras, realizando em seguida a simplificação e chegando ao resultado. Os alunos que não conseguiram desenvolver um processo de resolução foram estimulados pelos colegas que já haviam resolvido.

**Figura 58.** Resolução da Avaliação do Bloco 1.

d) Qual a fração representada na figura 10? Simplifique!

$$\frac{50}{160} = \frac{5}{8}$$

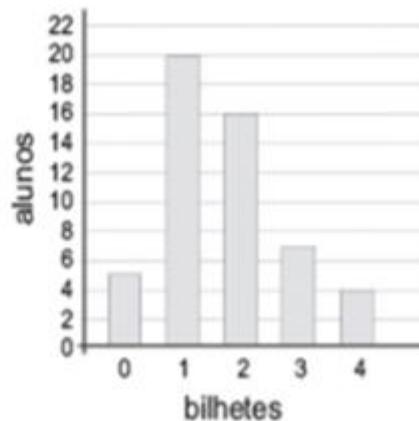
#### 4.6.2.2. Avaliação do Bloco 2

**Figura 59.** Problema proposto – Avaliação do Bloco 02.

**Prova 2ª Fase 2010 - Nível 2 - Questão 3**

3. A turma do Carlos organizou uma rifa. O gráfico mostra quantos alunos compraram um mesmo número de bilhetes; por exemplo, sete alunos compraram três bilhetes cada um. Quantos bilhetes foram comprados?

- A) 56
- B) 68
- C) 71
- D) 89
- E) 100



O objetivo da questão foi verificar a capacidade de análise e interpretação de dados apresentados em gráficos de colunas. Foi solicitado aos alunos que, após encontrarem a resposta correta, desenvolvessem um roteiro de resolução. Esse roteiro seria utilizado pelos alunos com dificuldades e validado desde que estes conseguissem chegar ao resultado.

Essa proposta de avaliação apresentou um excelente resultado. Pudemos notar o empenho de alguns alunos em auxiliar os colegas com maior dificuldade, propiciando uma melhor compreensão do exercício.

Abaixo apresentamos o roteiro de resolução desenvolvido por uma aluna para auxiliar as colegas.

**Figura 60.** Roteiro de resolução criado por aluno.

1) Multiplique o número de peixes pelo número de bilhetes. Exemplo:  $\begin{array}{r} 20 \\ \times 1 \\ \hline 20 \end{array}$

$\begin{array}{r} 5 \quad 20 \quad 16 \quad 7 \quad 4 \\ \times 0 \quad \times 1 \quad \times 2 \quad \times 3 \quad \times 4 \\ \hline 0 \quad 20 \quad 32 \quad 21 \quad 16 \end{array}$

2) Agora some todos os resultados de suas contas acima!

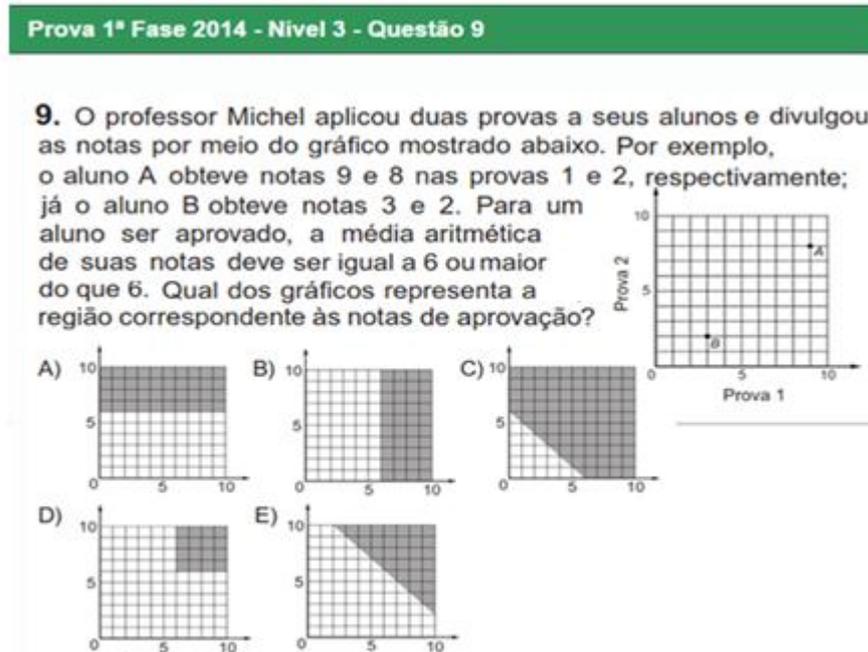
$$\begin{array}{r} 0 \\ 20 \\ 32 \\ 21 \\ \underline{16} \\ 89 \end{array}$$

Agora você já tem a resposta!

A resposta é 89.

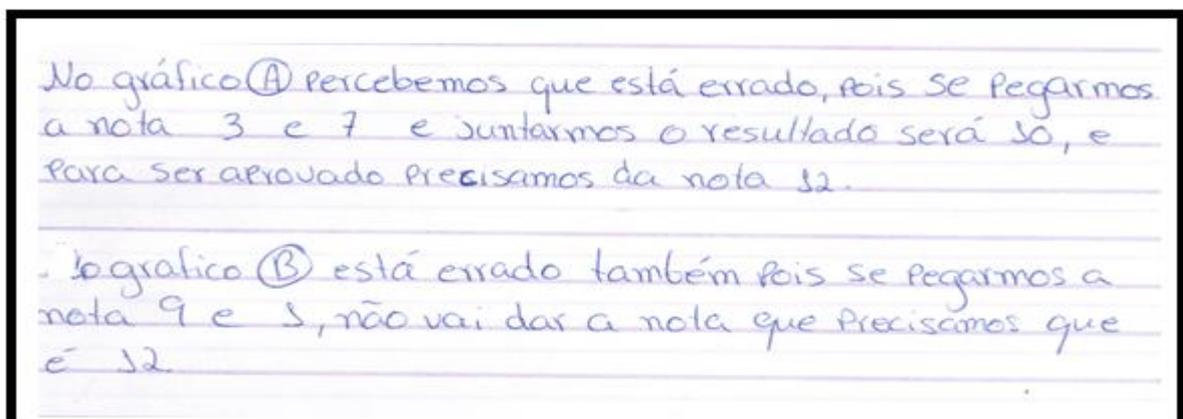
#### 4.6.2.3. Avaliação do Bloco 3

**Figura 61.** Problema proposto para a Avaliação 4.



O objeto da questão foi verificar a análise e interpretação de dados a partir de diferentes tipos de gráficos. Os alunos não apresentaram dificuldades na resolução da questão, e indicaram dois caminhos para resolver o problema. No primeiro caminho (Figura 62), os alunos encontraram pares de notas que eliminavam as alternativas e optaram pela alternativa em que não conseguiram achar “erro”. No segundo caminho, os alunos optaram por fazer a linha de aprovação criando pares de notas em que os alunos estariam no “limite da aprovação” (soma 12) proposto na Ficha 09.

**Figura 62.** Resolução da Avaliação do Bloco 03.



#### 4.6.2.4. Avaliação do Bloco 4

**Figura 63.** Problema proposto para a Avaliação do Bloco 04.

**Prova 2ª Fase 2006 - Nível 1 - Questão 2**

(2) Os alunos do professor Augusto Matraga fizeram quatro provas bimestrais no ano. O professor pede a cada aluno que escolha três dessas provas e depois calcula a média anual, até a primeira casa depois da vírgula, pela fórmula

$$\text{média anual} = \frac{10 \times (\text{total de questões respondidas corretamente nas três provas escolhidas})}{\text{total de questões das três provas escolhidas}}$$

Veja os resultados do aluno Quim durante o ano:

Resultados do Quim				
Bimestre	1º	2º	3º	4º
Questões respondidas corretamente	20	6	32	40
Número de questões da prova	20	10	40	40

(a) Qual será a média anual do Quim se ele escolher as provas dos três primeiros bimestres? E se ele escolher as provas dos três últimos?

(b) Complete a tabela abaixo com a porcentagem de acertos do Quim em cada prova.

(c) Quim acha que sua média anual será a mais alta possível se escolher as três provas com as maiores porcentagens de acerto. Ele está certo? Por quê?

A questão foi escolhida para fechar o trabalho, pois exige várias competências e habilidades trabalhadas durante a aplicação das fichas. O item (a) demanda dos alunos as capacidades de leitura, de interpretação de dados expressos na tabela e de compreensão da linguagem matemática, uma vez que a fórmula para a resolução é dada. No item (b) o aluno deveria fazer os cálculos da porcentagem. No item (c) o aluno deveria levantar hipóteses e fazer as averiguações dos possíveis resultados.

No item (a) a maioria dos alunos chegou ao resultado com relativa facilidade, porém diversos deles necessitaram de um auxílio para visualizar que a fórmula para a resolução estava no enunciado do problema apresentado, portanto, dificuldades na leitura e interpretação do problema (Figura 64). No item (b) os alunos apresentaram duas propostas de resolução; alguns buscaram a representação na forma da fração com denominador 100 (Figura 65) e outros preferiram fazer a representação na forma decimal. Porém, nesse caso, só conseguiram concluir o processo de resolução com o uso de calculadora, demonstrando dificuldades em trabalhar com as operações básicas, já apresentadas em questões anteriores. No item (c),

apesar de realizarem o cálculo de algumas médias possíveis, a maioria dos alunos não chegou à conclusão correta, faltando analisar todas as possibilidades.

Avaliamos o resultado como positivo não somente pelas resoluções apresentadas pelos alunos, mas principalmente pelo interesse em buscar caminhos e pela satisfação em resolver a questão.

**Figura 64.** Resolução do item (a) – Avaliação do Bloco 04.

Handwritten calculations for item (a):

$$MA = \frac{10 \times (20 + 6 + 32)}{20 + 10 + 40} = \frac{10 \cdot 58}{70} = 8,28$$

$$MA = \frac{10 \times (6 + 32 + 40)}{10 + 40 + 40} = \frac{10 \cdot 78}{90} = 8,66$$

Vertical calculations on the right side of the image show the division steps:  $580 \overline{) 70} = 8,28$  and  $780 \overline{) 90} = 8,66$ .

**Figura 65.** Resolução do item (b) – Avaliação do Bloco 04.

Handwritten calculations for item (b):

$$\frac{6 \times 30}{30 \times 30} = \frac{60}{300} = 60\%$$

$$\frac{32 \div 4}{40 \div 4} = \frac{8 \times 30}{30 \times 30} = \frac{80}{300} = 80\%$$

#### 4.6.3. Terceiro momento de avaliação – resultado na Olimpíada Brasileira de Matemática de Escolas Públicas de 2015

A OBMEP 2015 foi utilizada para analisar a evolução dos alunos no desenvolvimento do projeto. A aplicação da prova ocorreu durante a resolução das atividades. Os alunos haviam desenvolvido somente dois grupos de fichas, pois o trabalho foi interrompido devido a uma greve de professores. Mesmo assim, optamos por verificar os resultados e avaliar a postura dos alunos diante da resolução da prova da OBMEP de 2015. Para essa análise vamos nos restringir somente ao Nível 2 de 2014 e 2015 e ao desempenho do grupo eleito para o

trabalho (8° C e D) em relação ao grupo de alunos que trabalharam o conteúdo de forma tradicional (8° A e B).

Abaixo apresentamos o desempenho dos alunos classificados na OBMEP nos anos de 2014 e 2015 – Nível 2:

**Tabela 1.** Desempenho na Olimpíada Brasileira de Matemática de Escolas Públicas de 2014.

Número de acertos \ Ano	6	7	8	9	10	Total
8°	0	5	1	0	0	6
9°	0	0	2	3	0	5

**Tabela 2.** Desempenho na Olimpíada Brasileira de Matemática de Escolas Públicas de 2015.

Número de acertos \ Ano	6	7	8	9	10	Total
8°	1	2	1	3	1	8
9°	0	2	1	1	0	5

Verificando o desempenho dos alunos nos anos de 2014 e 2015 na OBMEP, observa-se uma pequena evolução no resultado dos alunos do 8° ano. No ano de 2014, o máximo de acertos foi de oito questões, enquanto em 2015 esse número subiu para dez questões.

**Tabela 3.** Desempenho de alunos do 8° ano na Olimpíada Brasileira de Matemática de Escolas Públicas de 2015.

Número de acertos \ Ano/turma	6	7	8	9	10	Total
8° C e D	1	1	1	2	1	6
8° A e B	X	1	X	1	X	2

Comparando o desempenho das salas envolvidas no projeto com as outras salas do mesmo ano que não desenvolveram as atividades, observamos um melhor desempenho dos alunos que participaram das atividades (seis alunos selecionados contra um grupo de dois que não participaram do projeto). Também podemos verificar um maior interesse, pois 90% dos alunos do 8º C e D compareceram na realização da prova e permaneceram na sala o tempo todo, enquanto nas demais salas a maioria dos alunos saiu antes do término da prova. Além do resultado, analisamos os registros realizados nas folhas de avaliação. A maioria dos alunos envolvidos no projeto apresentou rascunhos, isto é, tentativas de resolução, mostrando, assim, um empenho durante a realização da prova. Os estudantes também demonstraram interesse nos dias seguintes à aplicação, procurando a professora para saber o resultado, realizando perguntas e tirando dúvidas sobre as questões.

Dessa forma, avaliamos como positivo o desempenho dos alunos. Muito ainda precisa ser feito para que os alunos atinjam o nível ideal, porém acreditamos que uma mudança de hábito de professores e alunos quanto à abordagem e ao estudo de Matemática vai levar, em breve, a melhores resultados.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste trabalho foi utilizar a resolução de problemas como uma estratégia pedagógica na inserção de novos conteúdos. A resolução de problemas capacita os alunos a fazer conjecturas, elaborar estratégias e compreender conceitos matemáticos e suas aplicações, tanto em situações propostas dentro da escola como em situações do dia a dia.

Para o desenvolvimento das folhas de atividades selecionamos problemas com o objetivo de potencializar o aprendizado, já que o público envolvido foi, em sua maioria, composto por alunos do 8º ano com idade avançada, dificuldades na aprendizagem e defasagem de conteúdo.

A aplicação das atividades seguiu um método dinâmico de interpretação e resolução de problemas, sendo necessária muita dedicação e persistência para alcançar os resultados almejados. Também exigiu do professor, além do preparo adequado, flexibilidade e sensibilidade para conduzir as atividades, fatores que foram determinantes para o efetivo aprendizado dos alunos.

No início das atividades, os alunos demonstravam pouco interesse em buscar as soluções para os problemas. Tinham dificuldades na leitura e interpretação, assim como apresentavam dificuldades nos cálculos com as quatro operações básicas e cálculo simples de porcentagem. Quanto à autonomia, os alunos, em sua maioria, eram dependentes da explicação e dos encaminhamentos da professora.

Ao final da aplicação do primeiro bloco de atividades, algumas dificuldades já haviam sido sanadas. Apesar de ainda apresentarem dificuldades na leitura e interpretação dos problemas, os alunos já demonstravam mais autonomia na resolução. Podemos observar, também, que os registros escritos, solicitados na maioria das fichas de atividades, eram realizados com maior naturalidade. Os alunos, a partir do segundo bloco, já conseguiam transferir a linguagem matemática para a escrita e, assim, consolidar o seu conhecimento.

Nos dois últimos blocos alguns pontos foram superados, como autonomia, confiança, cálculos básicos, interpretação de gráficos. Apesar de alguns problemas, os alunos ainda necessitarem da ajuda da professora, ou até mesmo não concluírem a resolução, notamos uma

evolução significativa quanto ao aprendizado, pois o propósito do trabalho não era somente chegar ao resultado dos problemas, mas principalmente criar uma base, fornecendo conhecimentos teóricos e criando hábitos para a resolução de problemas, através dos passos sugeridos por Polya (2006), *Compreensão do Problema, o estabelecimento de um plano, execução e retrospecto*, tendo como o objetivo que os alunos apliquem nas diversas disciplinas e nas situações do dia a dia.

Durante o processo de aplicação também pudemos constatar mudanças no comportamento dos alunos acerca de seu próprio aprendizado e da forma com que enfrentam as dificuldades na disciplina de Matemática. Também foi possível observar uma conscientização da professora em relação às práticas e às concepções pedagógicas apresentadas neste projeto, pois para muitos pode ser difícil aceitar ou admitir uma abordagem menos tradicional, visto que muitas vezes relutamos em utilizar técnicas e materiais diversificados, seja por conservadorismo, seja por avaliar como perda de tempo, mas, notadamente, por um enraizamento à formação docente tradicional.

Este trabalho mostrou que a utilização de materiais diversificados e uma abordagem lúdica e diferenciada auxiliam na compreensão, assimilação e fixação dos conteúdos, revelando-se mais eficazes do que a abordagem tradicional. O trabalho também mostrou que é de suma importância que se faça a ligação entre o concreto e o abstrato para que os alunos possam interiorizar o conceito e para que sejam capazes de fazer as conexões necessárias para a aplicação do conteúdo em situações diversas. Também nos fez refletir sobre a importância de valorizar os alunos e acreditar em suas potencialidades, estimulando e explorando o máximo de cada estudante, dado que em alguns problemas propostos, apesar do considerável grau de complexidade, os alunos tiveram bom desempenho. Para tanto, é imprescindível que o professor conheça seus alunos e seja capaz de propor caminhos que valorizem o tempo de aprendizagem de cada um.

Levando em consideração os resultados obtidos, concluímos que a abordagem do tratamento da informação por meio da resolução de problemas da OBMEP motivou os alunos, despertando o seu interesse pela Matemática, e proporcionando uma melhor compreensão dos conceitos. Avaliamos a aplicação das atividades de forma positiva, contudo acreditamos que para obter sucesso por meio da resolução de problemas é necessário que essa prática seja

incorporada sistematicamente às atividades diárias, a fim de se obter melhores resultados e, sobretudo, uma mais elevada aprendizagem dos alunos em todos os níveis da educação básica.

Projetos pontuais auxiliam na conscientização da necessidade de mudanças e se constituem num ponto de partida, servindo como referência, porém não podem configurar um fim em si mesmo. Para que resultados expressivos sejam alcançados deve haver continuidade. Isso só será possível por intermédio de programas que contemplem toda a rede ensino, desde o ensino básico até o superior, dando melhores condições de ensino para alunos e professores.

## BIBLIOGRAFIA

- ARTIGUE, M. Ingénierie didactique: Recherches em Didactique des Mathématiques, vol. 9, n° 3, pp. 281-307. La Pensée Sauvage, 1990.
- BARROSO, J. M. **Araribá Matemática Guia e Recursos Didáticos**. São Paulo: Moderna, 2010.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/DEF, 1998a.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília: MEC/DEF, 1998b.
- DANTAS, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 7ª ed. São Paulo: Ática, 2010.
- IMENES, L. M. & LELLIS, M. **Matemática para todos**. 1ª ed. São Paulo: Moderna, 2009.
- MARIM, V. & DE OLIVEIRA, C. C. **Educação Matemática: contextos e práticas docentes**. 2ª ed. Campinas: Alínea, 2014.
- MANTISUTTI, M. A. & ONAGA, D. S. **Matemática e Fatos do Cotidiano y. II: Livro do Estudante**. São Paulo: Ação Educativa Assessoria, Pesquisa e Informação, 2004.
- MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Secretaria de Educação Básica. **Explorando o ensino da Matemática: atividades – vol. 2**. Brasília: MEC, 2004.
- MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Secretaria de Educação Básica. **Pró-Letramento: Programa de Formação continuada de Professores dos anos/Séries iniciais do Ensino Fundamental: Matemática**. Brasília: MEC, 2007.
- NATIONAL RESEARCH COUNCIL. *How People Learn: Brain, Mind, Experience, and School: Expanded Edition*. Washington, DC: The National Academies Press, 2000.
- POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.
- SÃO PAULO. Secretaria de Educação. **Proposta Curricular Matemática – Ensino Fundamental – Ciclo II e Ensino Médio**. São Paulo: SEE/SP, 2008.

SÃO PAULO. Secretaria de Educação. Coordenadoria de Estudos Normas Pedagógicas. **Proposta Curricular para o ensino de Matemática:** ensino fundamental. 5ª ed. São Paulo: SE/CENP, 1997.

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO. **Caderno do professor:** Matemática, Ensino Médio – 3ª série, vol. 1. São Paulo: SEE/SP, 2009.

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO. **Caderno do professor:** Matemática, Ensino Médio – 3ª série, vol. 4. São Paulo: SEE/SP, 2009.

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO. **Caderno do professor:** Matemática, Ensino Fundamental – 6ª série, vol. 1. São Paulo: SEE/SP, 2009.

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO. **Caderno do professor:** Matemática, Ensino Fundamental – 6ª série, vol. 3. São Paulo: SEE/SP, 2009.

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO. **Caderno do professor:** Matemática, Ensino Fundamental – 5ª série, vol. 2. São Paulo: SEE/SP 2009.

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO. **Caderno do professor:** Matemática, Ensino Fundamental – 5ª série, vol. 4. São Paulo: SEE/SP, 2009.

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO. **Matriz de referência para avaliação:** Matemática/Secretaria da Educação. São Paulo: SEE/SP, 2009.

**APÊNDICES: FICHAS DE ATIVIDADES**



## EMEF/EJA OZIEL ALVES PEREIRA

Nome: \_\_\_\_\_ nº \_\_\_\_\_ data \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

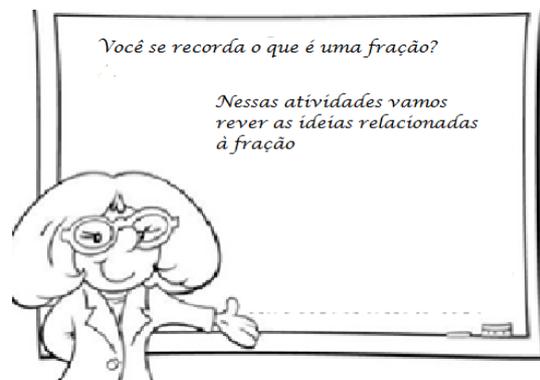


A história das frações remonta o Antigo Egito (3.000 a.C.) e traduz a necessidade e a importância para o ser humano acerca dos números fracionários. Naquele tempo, os matemáticos marcavam suas terras para delimitá-las. Com isso, nas épocas chuvosas, o rio passava do limite e inundava muitas terras e, conseqüentemente, as marcações. Diante disso, os matemáticos resolveram demarcá-las com cordas a fim de resolver o problema inicial das enchentes.

Contudo, notaram que muitos terrenos não eram compostos somente por números inteiros, havia os terrenos que mediam partes daquele total. Foi a partir disso, que os geômetras dos faraós do Egito, começaram a utilizar os números fracionários.

<http://espacocriativodamatemtica.blogspot.com.br/2012/05/hq-turma-da-monica-fracoes-egipcias.html>

<http://www.todamateria.com.br/fracoes/>



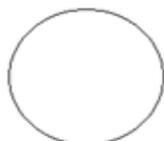
A fração  $\frac{2}{3}$  indica que a unidade foi dividida em 3 partes iguais e foram “tomadas” duas.

### 1) Vitamina “Tudo de bom”

- meio litro de leite
  - três quartos de uma maçã
  - uma banana
  - um terço de uma xícara de açúcar.
- Bata todos os ingredientes no liquidificador.

Escreva as quantidades indicadas usando algarismos, em seguida pinte nas figuras a parte correspondente cada fração.

- meio litro de leite \_\_\_\_\_



A fração um meio significa que o inteiro foi dividido em quantas partes? Quantas partes foram pegas?

R:

---



---



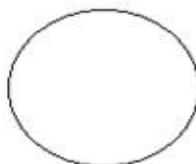
---

### Atenção

O Inteiro deve ser dividido em partes iguais



-três quartos de uma maçã \_\_\_\_\_



A fração três quartos significa que o inteiro foi dividido em quantas partes? Quantas partes foram pegas?

---

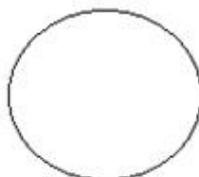


---



---

- uma banana \_\_\_\_\_



A fração um inteiro significa que o inteiro foi dividido em quantas partes? Quantas partes foram pegas?

---

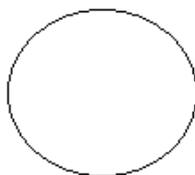


---



---

-um terço de uma xícara de açúcar \_\_\_\_\_



A fração um terço significa que o inteiro foi dividido em quantas partes? Quantas partes foram tomadas?

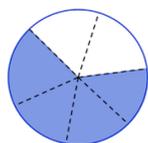
---



---



---



4

-

6

 Numerador

 Denominador

Agora que já sabemos reconhecer os elementos de uma fração, vamos associar a primeira coluna com a segunda coluna, de modo que torne a sentença verdadeira.

( 1 ) O denominador de uma fração...

( ) a parte considerada de um todo que foi dividido em partes iguais.

( 2 ) Fração é....

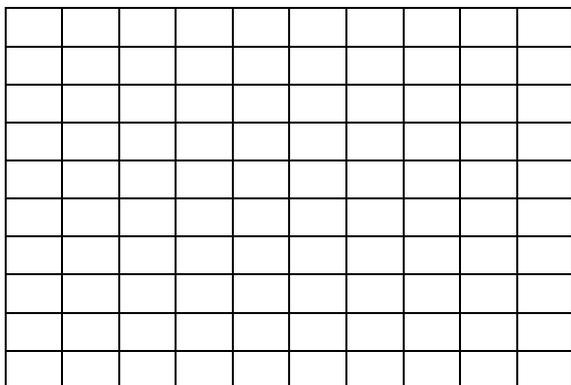
( ) indica o número de partes pintadas

( 3 ) O numerador de uma fração...

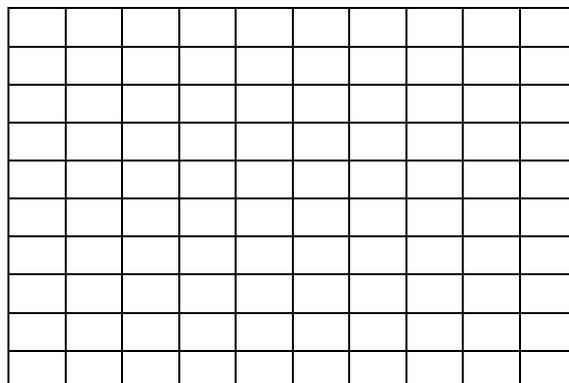
( ) indica em quantas partes iguais o todo (ou a unidade) foi dividido.

2) Uma fração muito especial - Frações com denominador 100  
Pinte as representações das frações abaixo

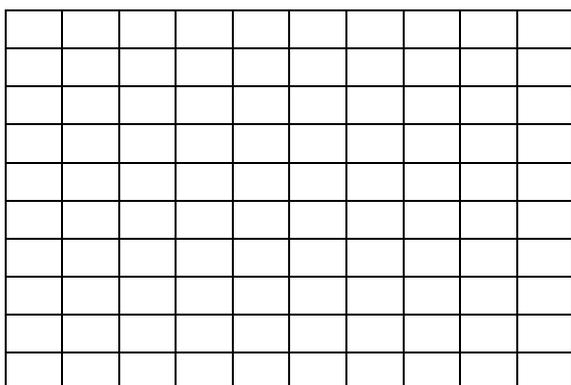
$$\frac{25}{100}$$



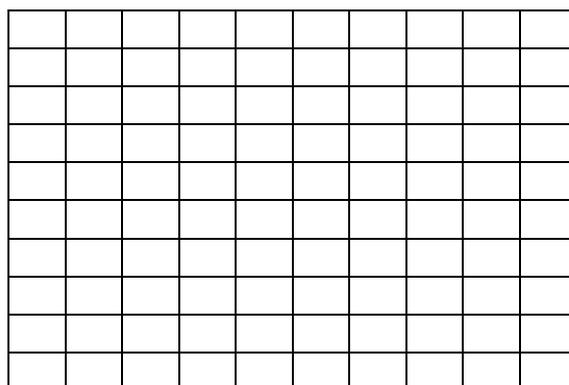
$$\frac{75}{100}$$



$$\frac{50}{100}$$



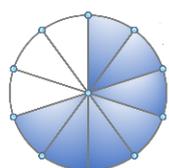
$$\frac{100}{100}$$



*As frações com denominador 100, ou equivalentes a elas podem ser escritas na forma de porcentagem.*



Exemplo:  $\frac{70}{100}$  ou 70%



Para representar 70%, dividimos o círculo em 10 partes e pegamos 07.

Represente na forma de porcentagem as frações abaixo,  
em seguida pinte nos círculos as partes correspondentes.

*Em quantas partes devo dividir 100 para representar 20%?*



*Você deve simplificar a Fração para facilitar a representação.*

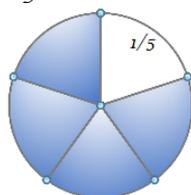
$$\frac{20}{100} = \frac{20:20}{100:20} = \frac{1}{5}$$

Para simplificarmos uma fração vamos dividir o numerador e o denominador pelo mesmo número.



$$\frac{20}{100} = \frac{1}{5} = 20\%$$

*Então 20% de um número é o mesmo que  $\frac{1}{5}$ , assim para calcular 20% podemos dividir o "todo referência" em 5 partes iguais e tomar uma.*



Fração com Denominador 100	$\frac{25}{100}$	$\frac{50}{100}$	$\frac{75}{100}$	$\frac{100}{100}$
Fração simplificada				
Porcentagem %				

Converse com seus colegas

Qual é a fração simplificada que representa 25%? O que podemos concluir?

---

---

---

Qual é a fração simplificada que representa 50%? O que podemos concluir?

---

---

---

Qual é a fração simplificada que representa 75%? O que podemos concluir?

---

---

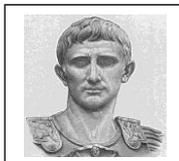
---

Qual é a fração reduzida que representa 100%? O que podemos concluir?

---

---

---



A utilização da porcentagem vem desde a época do [Império Romano](#) (27 d.C. a 476 d.C.). O [imperador Augusto](#) (27 a.C a 14 d.C.) colocava uma taxa de  $\frac{1}{100}$  sobre os negócios realizados em leilão. O símbolo de porcentagem (% Lê-se por cento) só apareceu muito mais tarde no séc. XV, os escribas italianos começaram a abreviar a expressão "por cento". Algumas das abreviações foram: P100; p cento e pcº, até chegar ao símbolo conhecido até hoje %.

### Exemplo

20% das mulheres brasileiras fumam durante a gravidez  $20\% = \frac{20}{100} = 0,20$



**Dica!** Simplificação de fração e frações equivalentes

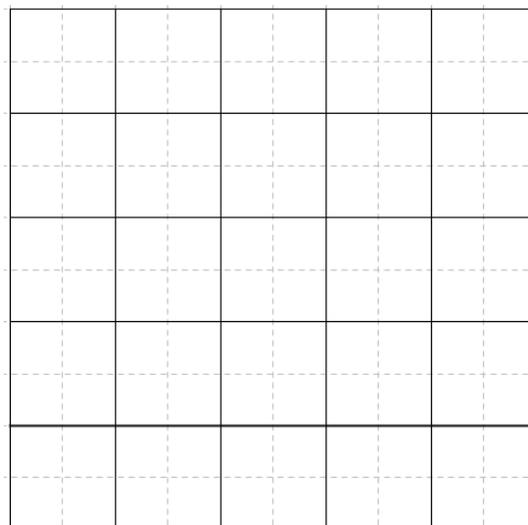
$$\frac{20}{100} = \frac{20:2}{100:2} = \frac{10}{50} = \frac{10:2}{50:2} = \frac{5}{25} = \frac{5:5}{25:5} = \frac{1}{5}$$

Represente as frações  $\frac{20}{100}$ ,  $\frac{10}{50}$ ,  $\frac{5}{25}$ ,  $\frac{1}{5}$  nas de figuras abaixo, e verifique que elas correspondem a mesma parte do todo.

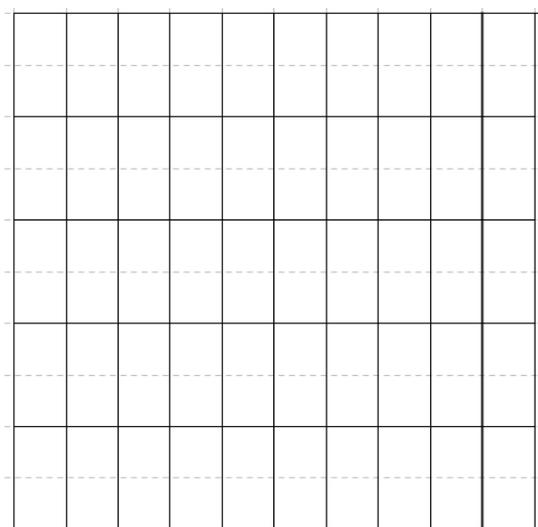
$$\frac{20}{100}$$



$$\frac{5}{25}$$



$$\frac{10}{50}$$



$$\frac{1}{5}$$



Escreva as frações correspondentes com denominador 100.

### Exemplo 1

Paguei uma prestação de 600 reais com 10 dias de atraso, me cobraram 180 reais de juros.

$$\frac{180}{600} = \frac{180:6}{600:6} = \frac{30}{100} = 30\%$$

Isto significa que a cada 100 reais paguei 30 reais de juros

### Exemplo 2

No 8º ano temos 25 alunos, desses 15 são meninas. Qual a porcentagem de meninas?

$$\frac{15}{25} = \frac{15 \times 4}{25 \times 4} = \frac{60}{100} = 60\%$$

Resposta: 60% são meninas

- a) Em uma classe do 8ª ano temos 1 menino para cada 5 meninas.

$$\frac{1}{5} = \frac{1x}{5x} = \frac{\quad}{\quad}$$

Para 5 meninas temos 1 menino, se tivéssemos 100 meninas teríamos \_\_\_\_\_meninos.

- b) Na Loja de Dona Hello está tudo em liquidação, uma camisa de 75 reais está com desconto de 12 reais.

$$\frac{12}{75} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

Para uma camisa de 75 reais temos 12 reais de desconto, se a camisa custar \_\_\_\_\_ teremos \_\_\_\_\_ de desconto.

- c) Comprei um presente de 125 reais, como paguei a vista ganhei um desconto de 20 reais.

$$\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

Para um presente de 125 reais ganhei um desconto de 20, se o presente custasse \_\_\_\_\_, teria um desconto de \_\_\_\_\_

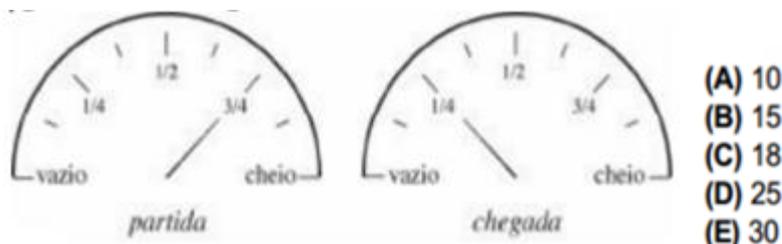
EMEF/EJA 'OZIEL ALVES PEREIRA'

NOME \_\_\_\_\_ Nº \_\_\_\_\_ 8º ANO \_\_\_\_\_

FICHA 01

**Prova 1ª Fase 2005 – Nível 1 – Questão 7**

A Capacidade do tanque de gasolina do carro de João é de 50 litros. As Figuras mostram o medidor de gasolina do carro no momento de partida e no momento de chegada de uma viagem feita por João. Quantos litros de gasolina João gastou nesta viagem?



Represente nas figuras abaixo a quantidade de gasolina no tanque do carro no momento da partida e no momento da chegada da viagem feita por João.

Partida  $\frac{3}{4}$ Chegada  $\frac{1}{4}$ 

Sabemos que o tanque do carro do João tem capacidade para 50 litros. Calcule a quantidade de gasolina que havia no tanque:

No momento da Partida  
Resolução

No momento da Chegada.  
Resolução

Para calcular  $\frac{3}{4}$  do tanque  
devo dividir 50 litros por 4 e  
pegar 3 partes



Baseado nos cálculos você é capaz de responder nossa pergunta.

**OBMEP- Quantos Litros de gasolina João gastou nesta viagem?**

Desafio: Que fração do tanque João gastou nessa viagem?

EMEF/EJA 'OZIEL ALVES PEREIRA'

NOME \_\_\_\_\_ Nº \_\_\_\_\_ 8º ANO \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_ FICHA 02

**Prova 2ª fase 2010 – Nível 2 – Questão 1**

A escola de Paraqui organizou uma Olimpíada de Matemática para seus 250 alunos e premiou com medalhas os 8% que obtiveram as notas mais altas. Quantas medalhas foram distribuídas?

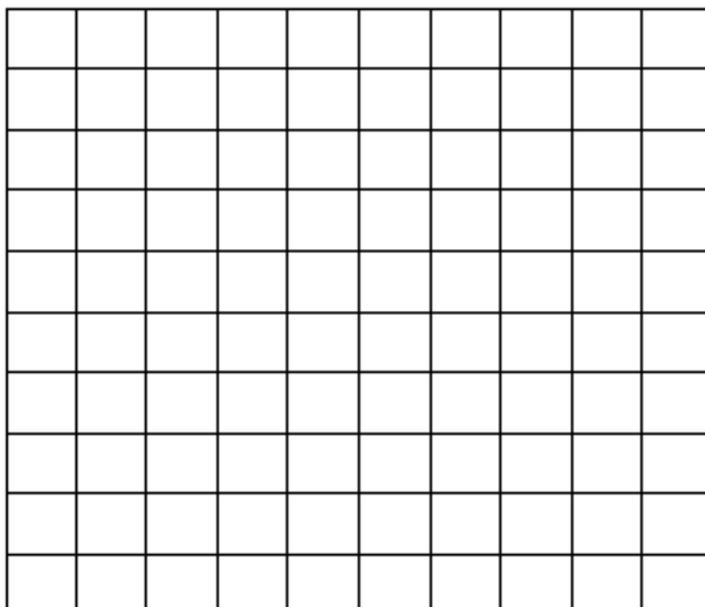


- a) 8
- b) 11
- c) 14
- d) 17
- e) 20

Roteiro de resolução:

Na escola Paraqui os 8% dos alunos que obtiveram notas mais altas foram premiados com medalhas.

- Qual a fração decimal, com denominador 100, representa 8%?
  
- Converse com seus colegas o que significa 8%. Em seguida represente 8% na figura abaixo.



Se nesta escola tivéssemos 100 alunos, quantos seriam premiados?

E em uma turma 50 alunos, quantos seriam premiados?

E com 150 alunos, quantos seriam premiados?

OBMEP: Vamos voltar ao nosso problema.

A escolar Paraqui organizou uma olimpíada para seus 250 alunos, 8% receberam medalhas

**Quantas medalhas foram distribuídas?**



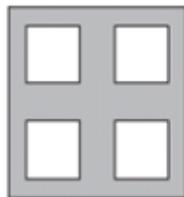
EMEF/EJA 'OZIEL ALVES PEREIRA'

NOME \_\_\_\_\_ Nº \_\_\_\_\_ 8º ANO \_\_\_\_\_

**Prova 2ª fase de 2010- Nivel 1- Questão 14**

A figura mostra quatro quadrados iguais dentro de um quadrado maior. A área em cinza é de  $128\text{cm}^2$  e a área de cada quadrado menor é igual a 9% da área do quadrado maior. Qual a área do quadrado maior?

- a)  $128\text{ cm}^2$   
 b)  $162\text{ cm}^2$   
 c)  $200\text{ cm}^2$   
 d)  $210\text{ cm}^2$   
 e)  $240\text{ cm}^2$



Roteiro de resolução

A área de **um** quadrado menor é 9% da área do quadrado maior. Qual porcentagem representa a parte branca da figura, isto é, os 4 quadrados menores? \_\_\_\_\_

Qual a porcentagem representa a parte cinza? Justifique sua resposta.

\_\_\_\_\_

O quadrado maior representa 100%

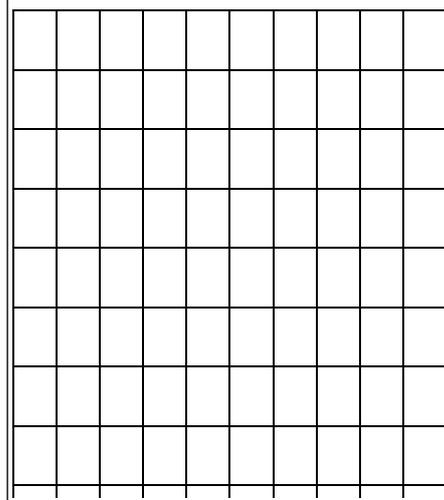
Pinte no quadro a porcentagem que representa a parte cinza da figura.

*A parte que você coloriu corresponde a área cinza, isto é,  $128\text{ cm}^2$*

Calcule qual é o valor correspondente a cada quadradinho, isto é,  $1/100$  (1%)?

Justifique sua resposta deixando os cálculos.

O quadro abaixo representa a área total, ou seja, a área do quadrado maior.



*A parte que você **não** coloriu corresponde aos 4 quadrados menores da nossa figura.*

Calcule a área correspondente a essa parte (os 4 quadrados brancos)  
Cálculos

***OBMEP- Volte ao enunciado de nosso problema e responda. Qual é a área do quadrado maior?***

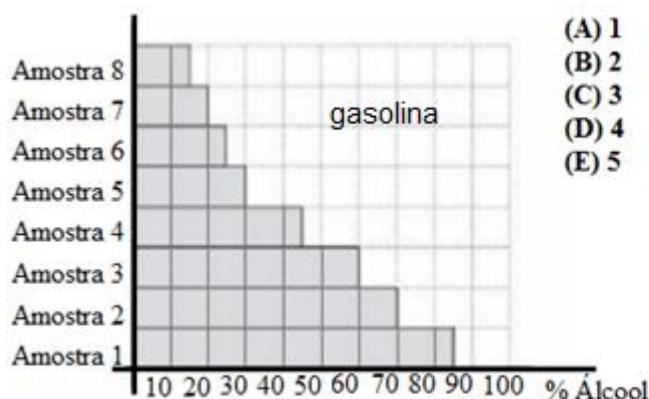
EMEF/EJA 'OZIEL ALVES PEREIRA'

NOME \_\_\_\_\_ Nº \_\_\_\_\_ 8º ANO \_\_\_\_\_

FICHA 03

**Prova 1ª Fase – Nível 1- Questão 19**

Para testar a qualidade de um combustível composto apenas por gasolina e álcool, uma empresa recolheu oito amostras em vários postos de gasolina. Para cada amostra foi determinado o percentual de álcool e o resultado é mostrado no gráfico abaixo. Em quantas dessas amostras o percentual de álcool é maior que o percentual de gasolina?



- (A) 1  
(B) 2  
(C) 3  
(D) 4  
(E) 5

Na amostra 7 temos  
20% de álcool e 80 %  
de gasolina.

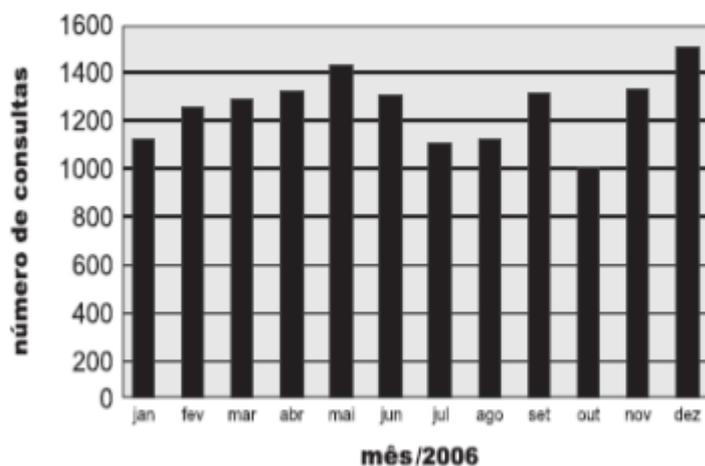


Roteiro de Resolução:

- a) Qual a porcentagem de álcool na amostra 5? \_\_\_\_\_
- b) Qual a porcentagem de gasolina na amostra 5? \_\_\_\_\_
- c) Qual a porcentagem de álcool na amostra 1? \_\_\_\_\_
- d) Qual a porcentagem de gasolina na amostra 1? \_\_\_\_\_
- e) **OBMEP:** Em quantas dessas amostras o percentual de álcool é maior que o percentual de gasolina?  
\_\_\_\_\_

**Prova 1ª Fase 2007 – Nível 1 – Questão 4**

O número de consultas mensais realizadas em 2006 por um posto de saúde está representado no gráfico. Em quantos meses foram realizados mais de 1200 consultas?



- A) 5
- B) 6
- C) 7
- D) 8
- E) 9

Observe o gráfico e responda:

Qual o mês ocorreu um maior número de consultas?

---



---

Qual o mês ocorreu o menor número de consultas?

---



---

Em quais meses ocorreram mais de 1200 consultas?

---



---



---

**OBMEP:** Em quantos meses foram realizadas mais de 1200 consultas?

---



---

No ano de 2006 foram realizadas 15 000 consultas. Qual porcentagem dessas consultas foi realizada no mês de dezembro?

Vamos lá!!!

Quantas pessoas foram atendidas no mês de dezembro?

\_\_\_\_\_

Qual a fração que representa as pessoas consultadas no mês de dezembro em relação ao total de pessoas atendidas no ano de 2006.

Agora simplifique essa fração até encontrar a que tenha o numerador 100.

Para simplificarmos uma fração devemos dividir o numerador e o denominador pelo mesmo número. Por exemplo

$$\frac{800:10}{1000:10} = \frac{80}{100} = 80\%$$



A fração simplificada que você encontrou é a representação fracionária da porcentagem de consultas no mês de dezembro.

No ano de 2006 foram atendidas 15000 mil pessoas, qual foi a **média** de consulta mensal nesse posto de Saúde?

**Cálculo:**

*Como determinar a média aritmética.*

*Exemplo*

*Determinar a média dos números 3, 12, 23, 15, 2*

$$MA = \frac{3+12+23+15+2}{5} = \frac{55}{5} = 11$$

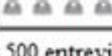


EMEF/EJA 'OZIEL ALVES PEREIRA'

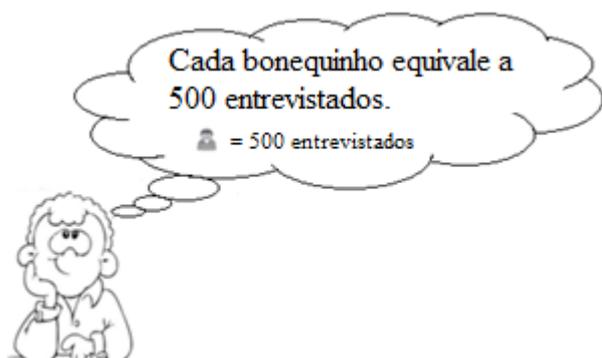
NOME \_\_\_\_\_ Nº \_\_\_\_\_ 8º ANO \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_ FICHA 04**Prova 1ª fase 2008 – Nível 1 – Questão 5**

Veja na tabela o resultado da pesquisa feita em um bairro de uma grande cidade sobre os modos de ir ao trabalho.

Com base nessa tabela, qual a alternativa correta?

ônibus		
Carro		
a pé		
bicicleta		
 = 500 entrevistados		

- Metade dos entrevistados vai a pé ao trabalho.
- O meio de transporte mais utilizado pelos entrevistados para ir ao trabalho é a bicicleta.
- 50% dos entrevistados vão ao trabalho de ônibus.
- A maioria dos entrevistados vai ao trabalho de carro ou de ônibus.
- 15% dos entrevistados vão ao trabalho de carro.

**Roteiro de resolução**

Quantas pessoas foram entrevistadas?

**Cálculo:**

Quantas pessoas vão ao trabalho a pé?

\_\_\_\_\_

Represente na forma de fração a quantidade de pessoas que vão a pé em relação ao total de entrevistados.

\_\_\_\_\_

Lembre-se!!! Porcentagem é a representação de uma fração decimal com denominador 100.

*exemplo:*

$$\frac{50}{1000} = \frac{50:10}{1000:10} = \frac{5}{100} = 5\%$$

Qual porcentagem de pessoas vão ao trabalho a pé?



Quantas pessoas vão ao trabalho de bicicleta?

\_\_\_\_\_

Lógica, leitura e interpretação, simplificação de fração, porcentagem, tratamento da informação

Qual porcentagem dos entrevistados vão de bicicleta?

**Cálculo:**

**Resposta:** \_\_\_\_\_

Quantas pessoas vão ao trabalho de ônibus? \_\_\_\_\_

Qual porcentagem dos entrevistados vão ao trabalho de ônibus?

**Cálculo**

**Resposta:** \_\_\_\_\_

Observando as respostas anteriores complete as frases com Verdadeiro (V) ou Falso (F) e justifique:

( ) Metade dos entrevistados vai a pé ao trabalho?  
\_\_\_\_\_

( ) O meio de transporte mais utilizados pelos entrevistados para ir ao trabalho é a bicicleta?  
\_\_\_\_\_

( ) 50% dos entrevistados vão ao trabalho de ônibus?  
\_\_\_\_\_

( ) A maioria dos entrevista vai ao trabalho de carro ou de ônibus?  
\_\_\_\_\_

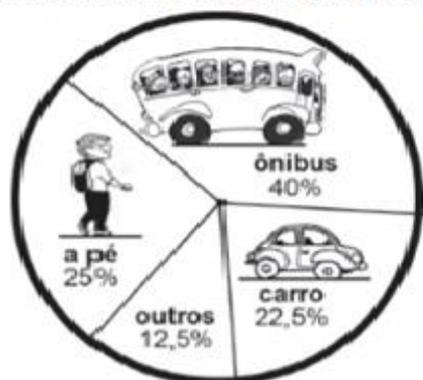
( ) 15% dos entrevistados vão ao trabalho de carros?  
\_\_\_\_\_

**Depois de analisar as alternativas uma a uma, volte ao enunciado marque a resposta correta.**

**Prova 1ª Fase 2008 - Nível 2 - Questão 7**

7. O gráfico mostra o resultado de uma pesquisa sobre como os moradores de um bairro de uma grande cidade vão ao trabalho. Entre os entrevistados que não vão ao trabalho a pé, qual é o percentual dos que vão de carro?

- (A) 20%  
 (B) 25%  
 (C) 30%  
 (D) 35%  
 (E) 40%


**Roteiro de resolução**

Segundo o gráfico qual o percentual de pessoas que **não** vão a pé para o trabalho?

---

De acordo com o gráfico, as pessoas que vão de carro em relação à quantidade de pessoas que **não** vão a pé pode ser representa por  $\frac{22,5}{75}$ .

Qual o significado da fração  $\frac{22,5}{75}$ .

---

De acordo com os dados do gráfico, se tivéssemos um grupo 150 pessoas que **não** fossem ao trabalho a pé, quantos iriam de carro?

---

E para um grupo de 300 pessoas? \_\_\_\_\_

Agora vamos achar uma fração decimal com denominador 100, equivalente a  $\frac{22,5}{75}$ , isto é pensar em um grupo de 100 pessoas.



Antes de realizar a atividade reveja na atividade 2.

O que é fração equivalente?

Como simplificamos frações?

$$\frac{22,5}{75} = \frac{\quad}{25} = \frac{\quad}{100}$$

Volte ao início e responda à pergunta de nosso problema.

**Entre os entrevistados que não vão ao trabalho a pé, qual o percentual que vão de carro?**

**Prova 1ª Fase 2006 – Nível 2 – Questão 11**

Um fabricante de chocolate cobrava R\$ 5,00 por uma barra de 250 gramas. Recentemente o peso da barra foi reduzido para 200 gramas, mas seu preço continuou R\$ 5,00. Qual foi o aumento percentual do preço do chocolate desse fabricante?

- a) 10%  
b) 15%  
c) 20%  
d) 25%  
e) 30%



*Em um quilo  
temos 1000  
gramas.*

Roteiro de resolução:

- a) Qual o preço do quilo de chocolate antes do aumento? \_\_\_\_\_

E depois do aumento? \_\_\_\_\_

- b) De quanto foi o aumento por quilo? \_\_\_\_\_  
c) Escreva uma fração que compare o

valor do aumento em relação ao preço antigo.

\_\_\_\_\_

- d) Escreva a fração acima na forma de uma fração decimal com o denominador 100.

\_\_\_\_\_

- e) OBMEP- Agora já podemos responder a pergunta.

**Qual foi o aumento percentual do preço do chocolate desse fabricante?**

\_\_\_\_\_

**Exemplo**

**Promoção**

*Sapatos de 50 reais por 45 reais à vista*

Valor do desconto:  $50 - 45 = 5$  reais

Fração que compara o preço do desconto em relação ao preço antigo.

$$\frac{5}{50} = \frac{5:5}{50:5} = \frac{1}{10}$$

A fração  $\frac{1}{10}$  pode ser escrita com denominador 100.

$$\frac{1}{10} = \frac{1 \times 10}{10 \times 10} = \frac{10}{100} = 10\%$$

Concluímos que o desconto foi de 10%

EMEF/EJA 'OZIEL ALVES PEREIRA'

NOME \_\_\_\_\_ Nº \_\_\_\_\_ 8º ANO \_\_\_\_\_

FICHA 06

**Prova 1ª Fase 2014- Nível 2 Questão 7**

Rodrigo comprou três cadernos iguais em uma promoção na qual o segundo e o terceiro cadernos eram vendidos, respectivamente, com 20% e 40% de desconto sobre o preço do primeiro. No dia seguinte, terminada a promoção, Gustavo comprou três cadernos iguais aos de Rodrigo, todos sem desconto. Percentualmente, quanto Rodrigo pagou a menos que Gustavo?

- a) 20 %
- b) 22 %
- c) 25 %
- d) 28%
- e) 30%

*Se você tem um desconto de 10%, irá pagar 90% do produto.*

$$90\% = \frac{90}{100} = \frac{90:10}{100:10} = \frac{9}{10}$$


*Você pagará 9 partes do valor e uma parte será o desconto*



Roteiro de resolução-Material de apoio- fichas de madeira (moedas)

Rodrigo comprou três cadernos, no primeiro caderno Rodrigo não teve desconto, no segundo um desconto de 20% e no terceiro um desconto de 40%.

Com o auxílio das fichas complete os quadros abaixo:

**PRIMEIRO CADERNO**

Qual a porcentagem do caderno que Rodrigo pagou:

Qual

fração reduzida que representa essa porcentagem:

Vamos supor que foram necessárias 5 fichas iguais para pagar o primeiro caderno.

Separe as fichas utilizadas para pagar o primeiro caderno.

**SEGUNDO CADERNO**

Qual a porcentagem do caderno que Rodrigo pagou:

---

Qual fração reduzida que representa essa porcentagem:

---

Usando as mesmas fichas, quantas fichas foram necessárias para pagar o segundo caderno?

---

Quantas fichas representam o desconto? \_\_\_\_\_

**TERCEIRO CADERNO**

Qual a porcentagem do caderno que Rodrigo pagou:

---

Qual fração reduzida que representa essa porcentagem:

---

Quantas fichas foram necessárias para pagar o terceiro caderno?

---

Quantas fichas são necessárias para representar o desconto? \_\_\_\_\_

**Organizando ideias**

No total quantas fichas usadas por Rodrigo para pagar os 3 cadernos?

---

**QUANTAS FICHAS RODRIGO TEVE DE DESCONTO?**

---

Observando as fichas, faça uma figura que represente o desconto e o total pago por Rodrigo.

*Gustavo não teve a mesma sorte que Rodrigo, e comprou os cadernos sem desconto.*

Quantas fichas Gustavo usou para pagar os cadernos? \_\_\_\_\_

Observando as fichas, faça uma figura que represente o total pago por Gustavo.

**OBMEP- Percentualmente, quanto Rodrigo pagou a menos que Gustavo?**

Atenção!!!!!!!!!!



$$\frac{8}{32} \quad \frac{8:8}{32:8} \quad \frac{1}{4}$$

$$\frac{1 \times 25}{4 \times 25} = \frac{25}{100} =$$

**DICA:** Vamos comparar o número de fichas economizadas por Rodrigo com o número de fichas gastas por Gustavo.

EMEF/EJA 'OZIEL ALVES PEREIRA'

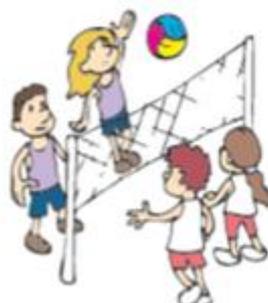
NOME \_\_\_\_\_ Nº \_\_\_\_\_ 8º ANO \_\_\_\_\_

FICHA 07

**Prova 1ª fase 2011 – Nível 1 – Questão 15**

Em 2009 uma escola tinha 320 alunos esportistas, dos quais 45% jogavam vôlei. Em 2010 essa porcentagem diminuiu para 25%, mas o número de jogadores de vôlei não se alterou. Qual era o número de alunos esportistas em 2010?

- a) 480
- b) 524
- c) 560
- d) 576
- e) 580

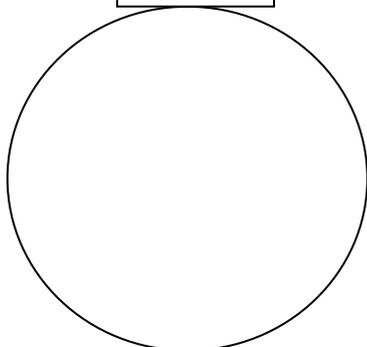
**Roteiro de Resolução**

Vamos formar 10 grupos com os alunos esportista de 2009, isto é, os 320 alunos devem ser distribuídos em 10 grupos.



**Dica!** Use o círculo abaixo para desenhar os 10 grupos.

2009



- Quantos alunos têm em cada grupo? \_\_\_\_\_
- Cada grupo representa que percentual dos 320 alunos?  
\_\_\_\_\_
- Observando a figura, calcule 5% de 320. Justifique.  
\_\_\_\_\_
- Agora, com os dados acima, vamos calcular 45% dos 320 alunos esportistas. Justifique seu raciocínio.

**Organizando Ideias**

Quanto eram os alunos esportistas em 2009? \_\_\_\_\_

Desses quantos jogavam vôlei? \_\_\_\_\_

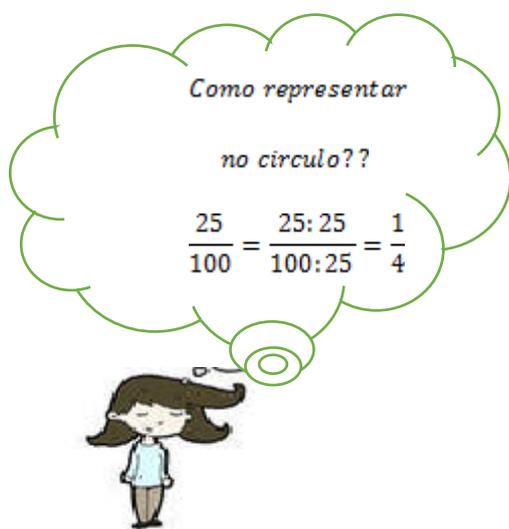
Como o número de jogadores que praticavam vôlei no ano de 2009 para ano 2010 não se alterou, temos que o número de jogares de vôlei do 2009 correspondem aos 25% dos alunos que jogavam vôlei do ano de 2010.



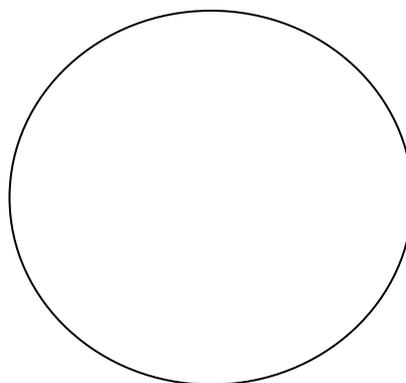
No círculo abaixo, represente 25%. Isto é a porcentagem de jogadores de vôlei no ano de 2010.

Quantos alunos temos representado em cada parte do círculo? \_\_\_\_\_

Quantos alunos temos representado no círculo inteiro? \_\_\_\_\_



2010



Agora já podemos responder nossa pergunta.

**OBMEP:** Qual era o número de alunos esportistas em 2010?

EMEF/EJA 'OZIEL ALVES PEREIRA'

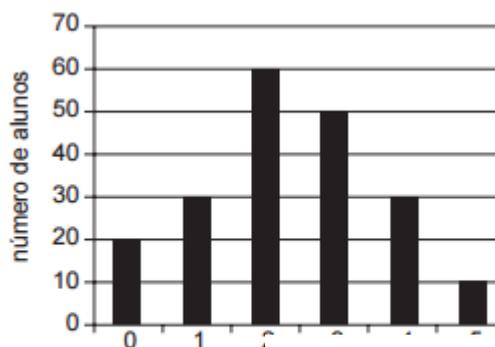
NOME \_\_\_\_\_ Nº \_\_\_\_\_ 8º ANO \_\_\_\_\_

FICHA 08

**Prova 1ª fase 2009- Nível 1- Questão 16**

Os alunos do sexto ano da Escola Municipal de Quixajuba fizeram uma prova com 5 questões. O gráfico mostra quantos alunos acertaram o mesmo número de questões: por exemplo, 30 alunos acertaram exatamente 4 questões. Qual das afirmações a seguir é verdadeira?

- Apenas 10% do total de alunos acertaram todas as questões.
- A maioria dos alunos acertou mais de 2 questões.
- Menos de 200 alunos fizeram a prova.
- 40 alunos acertaram pelo menos 4 questões.
- Exatamente 20% do total de alunos não resolveram nenhuma questão

**Atenção!!!!**

30 alunos acertaram exatamente 4 questões!!



Quantos alunos do sexto ano da Escola Municipal de Quixajuba realizaram a prova?

**Cálculo:**

Complete a tabela abaixo de acordo com os dados do gráfico

Número de acertos	Número de alunos	Representação fracionária	Porcentagem
0			
1	30	$\frac{30}{200}$	$\frac{30}{200} = \frac{30:2}{200:2} = \frac{15}{100} = 15\%$
2			
3			
4			
5			

Vamos analisar agora cada item a partir do gráfico e dos cálculos realizados.

- a) Apenas 10% do total dos alunos acertaram todas as questões.

Justifique: \_\_\_\_\_

- b) A maioria dos alunos acertou mais de 2 questões.

Justifique: \_\_\_\_\_

- c) Menos de 200 alunos fizeram a prova.

Justifique: \_\_\_\_\_

- d) 40 alunos acertaram pelo menos 4 questões.

Justifique: \_\_\_\_\_

- e) Exatamente 20% do total de alunos não resolveram nenhuma questão.

\_\_\_\_\_

*Pelo menos 4  
questões???*  
*Devo contar os  
alunos com 4 e 5  
acertos.*



## Desafio!!

Qual a média de acertos dos alunos do sexto ano da Escola Municipal de Quixajuba?

### EXEMPLO

Uma empresa é constituída de 30 funcionários, sendo os seus salários representados no gráfico a seguir:



Qual o salário médio dos funcionários?

Cálculo

$$10 \times 1\,000 = 10\,000$$

$$13 \times 1\,100 = 14\,300$$

$$7 \times 1\,500 = 10\,500$$

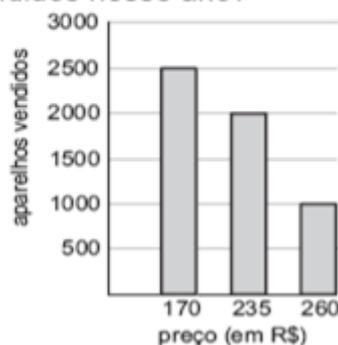
$$\text{Total: } 10\,000 + 14\,300 + 10\,500 = 34\,800$$

$$\text{Média: } 34\,800 : 30 = 1160$$

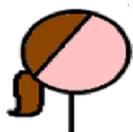
**Prova 1ª Fase 2011 - Nível 2 - Questão 3**

3. O gráfico mostra o resultado da venda de celulares pela empresa BARATOCEL no ano de 2010. Qual foi o preço médio, em reais, dos celulares vendidos nesse ano?

- A) 180
- B) 200
- C) 205
- D) 210
- E) 220



Roteiro de Solução- Média Ponderada



*Observando o gráfico sei que foram vendidos pela Baratocel 2500 celulares a 170 reais.*

Quantos celulares foram vendidos pela empresa Baratocel a 235 reais? \_\_\_\_\_

Quantos celulares foram vendidos pela empresa Baratocel a 260 reais? \_\_\_\_\_

Qual o total de celulares vendidos pela Baratocel no ano de 2010?

Converse com seus colegas e escreva o que vocês entendem como preço Médio?



Para calcular o preço médio devemos achar o total arrecadado pelas vendas da empresa em 2010 e dividir pelo número de celulares vendidos

Vamos fazer uma tabela com as vendas no ano de 2010.

Preço em reais	Total de celulares vendidos	Total em reais arrecadado
Total		

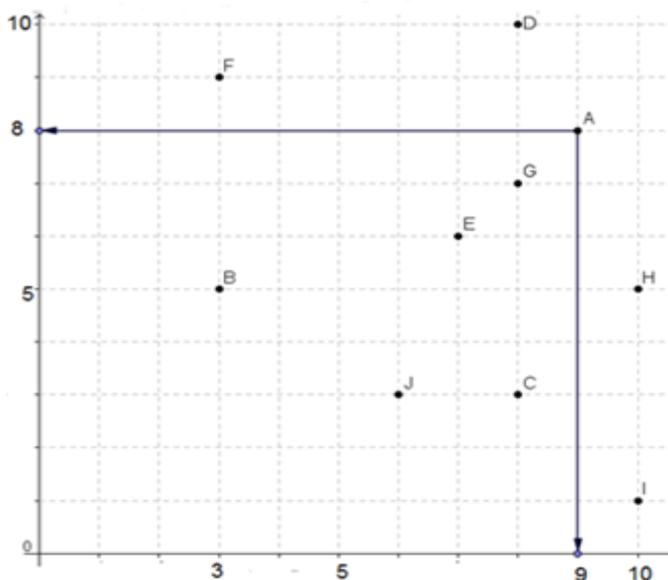
**OBMEP:** Qual foi o preço médio, em reais, dos celulares vendidos nesses anos?

**Prova 1ª Fase 2014 – Nível 2 – Questão 8**

O professor Michel aplicou duas provas a seus dez alunos e divulgou as notas por meio de um gráfico mostrado abaixo. Por exemplo, o aluno A obteve notas 9 e 8 prova 1 e 2, respectivamente; já o aluno B obteve notas 3 e 5. Para um aluno ser aprovado, a média aritmética de suas notas deve ser igual a 6 ou maior do que 6. Quantos alunos foram aprovados?

- a) 6
- b) 7
- c) 8
- d) 9
- e) 10

Prova 02



Prova 01

Observe no gráfico as notas do aluno A.

Ele tirou 9 na prova 1 e 8 na prova 2.

Para calcular sua média Aritmética, pode-se fazer assim:

$$\frac{9+8}{2} = \frac{17}{2} = 8,5$$



De acordo com o gráfico complete a tabela, em seguida calcule a média de cada aluno.

Aluno	Prova 1	Prova 2	Média Aritmética
A			
B			
C			
D			
E			
F			
G			
H			
I			
J			

**OBMEP-Para o aluno ser aprovado, a média aritmética de suas notas deve ser maior ou igual do que 6. Quantos alunos foram aprovados?**

*Para os alunos serem aprovados, devem ter no mínimo média 6.*

*Assim, a nota da prova 1 somada com a prova 2 deve ser igual a 12*

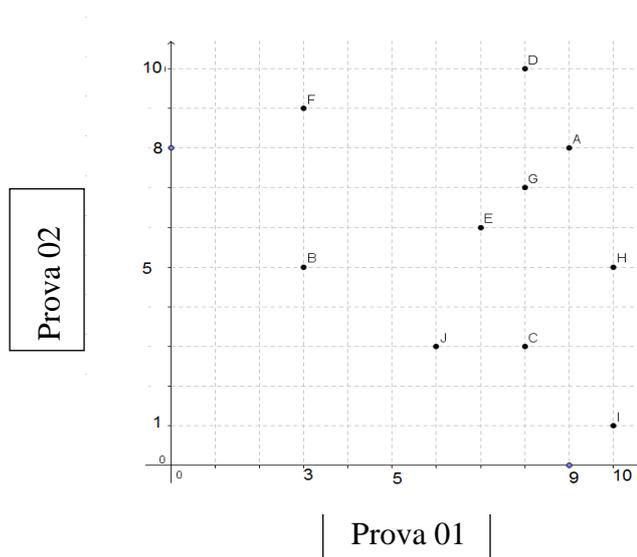
$$\text{Média} = \frac{P_1 + P_2}{2} = 6$$

Complete o quadro abaixo com a menor nota necessária na prova 2, para que o aluno A seja aprovado, caso tenha tirado na Prova 01 as seguintes notas:



Possíveis notas do aluno A									
Prova 1	10	9	8	7	6	5	4	3	2
Prova 2									

Seguindo o mesmo gráfico do Professor Michel, localize as notas da prova 1 e da prova 2 no gráfico abaixo, em seguida ligue os pontos que você anotou formando uma reta.



Pinte de azul a região acima da linha e de vermelho a região abaixo da linha

Quais os alunos que estão abaixo da linha?

Quais os alunos que estão na linha ou acima da linha?

---

Essa linha que você traçou é a **linha de aprovação**, os alunos que estão na linha ou acima dela, estão **na região de aprovação** (azul). E os alunos abaixo da



Confira o que você observou com a resposta dada ao problema.

Qual é a menor nota que os alunos podem tirar na prova 1 para ainda ter chance de atingir a média?

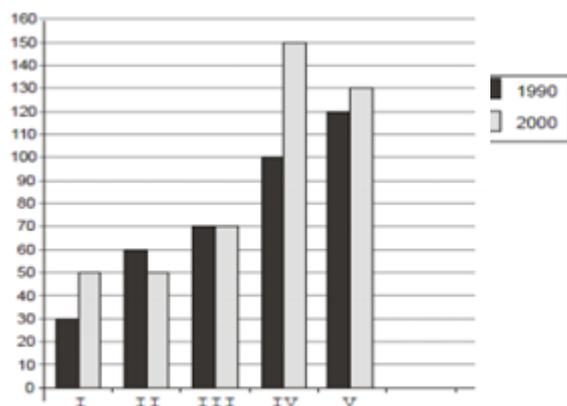
EMEF/EJA OZIEL ALVES PEREIRA

NOME \_\_\_\_\_ Nº \_\_\_\_\_ 8º ano \_\_\_\_\_

FICHA 10

**Prova 1ª fase 2006- Nível 1- Questão 13**

No gráfico estão representados as populações das cidades I, II, III, IV e V em 1990 e 2000, em milhares de habitantes. Por exemplo, em 1990 a população da cidade II era de 60 000 habitantes e em 2000 a população da cidade IV tinha 150 000 habitantes.



Qual cidade teve maior aumento percentual de população de 1990 a 2000

- a) I                      b) II                      c) III                      d) IV                      e) V

A partir dos dados apresentados no gráfico complete a tabela abaixo:

Cidade	População de 1990 (mil habitantes)	População de 2000 (mil habitantes)
I		
II	60.000	
III		
IV		150.000
V		



Como calcular o aumento proporcional em cada cidade?

Cidade I

AUMENTOU DE 30 PARA 50

Aumento  $50-30=20$

Aumento proporcional

$$\frac{20}{30} = \frac{20:10}{30:10} = \frac{2}{3}$$

O resultado encontrado,  $\frac{2}{3}$ , significa que para cada 3 habitantes da cidade em 1990, aumentaram 2 novos habitantes até o ano 2000.

Em quais cidades a população diminuiu?

Tratamento da informação, gráfico de barras, simplificação de fração, proporcionalidade, porcentagem

---

Em quais cidades a população aumentou?

---

Qual é o aumento da população da cidade IV?

Represente o aumento proporcional da população.

Qual é o aumento da população da cidade V?

Represente o aumento proporcional da população.

Complete a tabela abaixo com os dados das cidades em que houve aumento da população.

Cidade	Aumento proporcional Fração simplificada	Pinte nos retângulos a representação do aumento proporcional Fração simplificada
		<input type="text"/>
		<input type="text"/>
		<input type="text"/>



O Maior aumento percentual pode ser representado pela maior fração, isto é, a fração que representa o maior aumento proporcional.

Para saber qual cidade teve maior aumento percentual vamos comparar as frações, observando os retângulos pintados no quadro acima.

Qual é a maior fração?

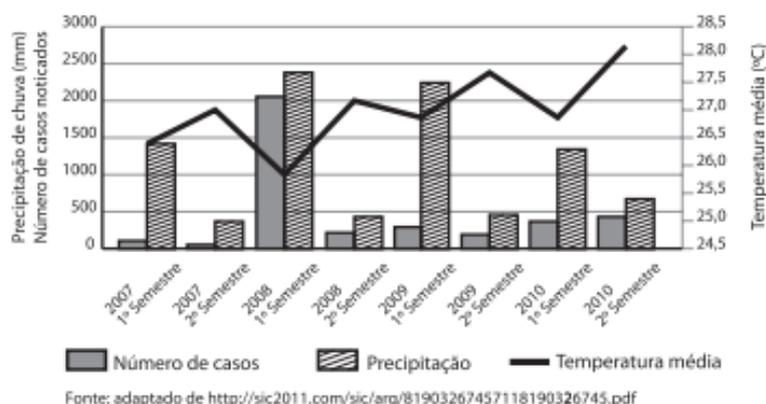
**OBMEP:** Qual cidade teve maior aumento percentual de população de 1990 a 2000?

Descreva com suas palavras o que é um aumento proporcional?

## FICHA 11

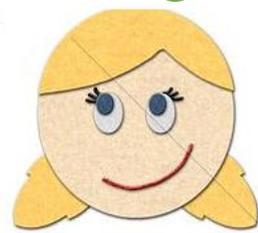
**Prova 1ª fase 2013- Nível 1 – Questão 11**

O gráfico mostra o número de casos notificados de dengue, a precipitação de chuva e a temperatura média, por semestre dos anos de 2007 a 2010 em uma cidade brasileira. Podemos afirmar que:



Nessa questão  
devo analisar com  
cuidado cada  
alternativa....

- O período de maior precipitação foi o de maior temperatura Média e com maior número de casos de dengues notificados.
- O período com menor número de casos de dengue notificados também foi o de maior temperatura média.
- O período de maior temperatura média foi também o de maior precipitação
- O período de maior precipitação não foi o de maior temperatura média e teve o maior número de casos de Dengue
- Quanto maior a precipitação em um período, maior o número de casos de dengue notificado

**Precipitação atmosférica**

É o retorno do vapor d'água presente na atmosfera, no estado líquido ou sólido à superfície da terra.

Formas de precipitação: **chuva, neve, granizo, orvalho e geada**

<http://geohistoriaenvolvente.blogspot.com.br/2013/02/o-que-e-precipitacao-atmosferica.html>

Para analisar o gráfico você deve saber ler a legenda. O que indica?



Vamos começar observando os dados do gráfico.

- Qual o maior período de precipitação?  
\_\_\_\_\_
- Qual o período a temperatura média foi mais alto? \_\_\_\_\_
- Qual foi o período em que houve o maior número de casos de Dengue? \_\_\_\_\_ E o menor? \_\_\_\_\_

*No nosso exercício, período se refere a um semestre .*

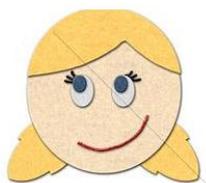
*Exemplo:  
um período  
1º semestre de 2007*



Agora vamos analisar cada alternativa, completando com Verdadeiro (V) ou Falso (F)

- a) ( ) O período de maior precipitação foi o de maior temperatura média e com maior número de casos de dengue notificados.

Justifique:



Período de maior precipitação. \_\_\_\_\_  
Período de maior temperatura média; \_\_\_\_\_  
Período com maior número de casos de dengue \_\_\_\_\_

- b) ( ) O período com menor casos de dengue notificados também foi o de maior temperatura média.

Justifique:

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

- c) ( ) O período de maior temperatura média foi também o de maior precipitação.

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

- d) ( ) O período de maior precipitação não foi o de maior temperatura média e teve o maior número de casos de Dengue.

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

- e) ( ) Quanto maior a precipitação em um período, maior o número de casos de dengue notificado

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Volte ao nosso problema, e marque a alternativa correta.

EMEF/EJA 'OZIEL ALVES PEREIRA'

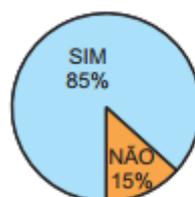
NOME \_\_\_\_\_ Nº \_\_\_\_\_ 8º ANO \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_

## FICHA 12

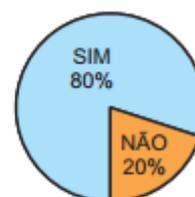
**Prova 1ª fase 2011 – Nível 2- Questão 07**

A figura mostra o resultado de uma pesquisa sobre a aquisição de eletrodomésticos da qual participaram 1000 pessoas. Com base nesses dados, pode-se afirmar que o número de pessoas que possuem os dois eletrodomésticos é, no mínimo:

- a) 500
- b) 550
- c) 650
- d) 700
- e) 800



Possui televisão?



Possui geladeira?

**Uma maneira de calcular porcentagem**

32% de 2500

$$32\% = \frac{32}{100}$$

Vamos dividir 2500 em 100 partes e tomar 32.

$$2500:100 = 25$$



Sabendo que 1000 pessoas participaram da entrevista. Determine:

Qual a porcentagem de pessoas tem televisão em casa? \_\_\_\_\_

Quantas pessoas tem Televisão?

**Cálculo**

Qual a porcentagem de pessoas não tem televisão em casa? \_\_\_\_\_

Quantas Pessoas não tem televisão

**Cálculo**

Qual a porcentagem de pessoas tem geladeira em casa? \_\_\_\_\_

Quantas pessoas tem Geladeira?

**Cálculo**

Qual a porcentagem de pessoas não tem geladeira em casa?

Quantas Pessoas não tem geladeira?

**Cálculo**

Para responder as nossas perguntas vamos usar os discos de apoio (ficha de apoio 2).

- Qual a porcentagem MÁXIMA de pessoas que não tem televisão e não tem geladeira?

Quantas pessoas essa porcentagem representa?

- Qual a porcentagem MÁXIMA de pessoas que possuem apenas **um** dos eletrodomésticos?

Quantas pessoas essa porcentagem representa?

- Qual a porcentagem MÍNIMA de pessoas que não possui somente geladeira?

Quantas pessoas essa porcentagem representa?

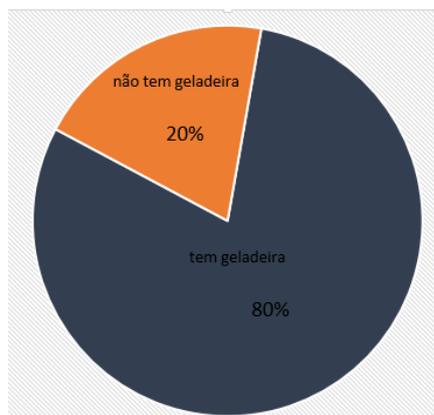
- Qual a porcentagem MÍNIMA de pessoas que tem geladeira e que tem televisão?

**OBMEP:** O número de pessoas que possuem os dois eletrodomésticos é, no mínimo?



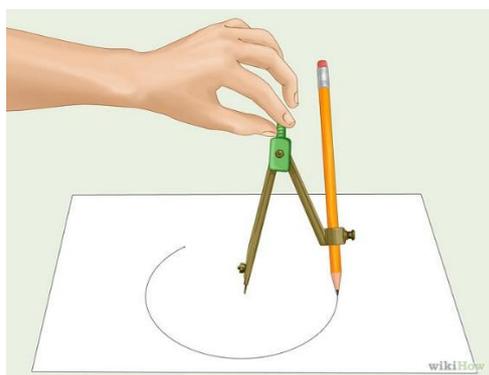
Preciso achar O MENOR número de pessoas que possuam os dois eletrodomésticos, isto é, tem geladeira e tem televisão.

## Ficha de apoio 2

**Construção do disco 1- Papel branco**

Com o compasso abertura de 6 cm construa um círculo.

1)



6 cm de raio

2) Construindo o ângulo.

No gráfico de setores, cada setor corresponde a um ângulo cujo o vértice é o centro do círculo.

Assim, precisamos calcular o ângulo correspondente a cada setor.

O círculo todo tem  $360^\circ$  e corresponde a 100%.

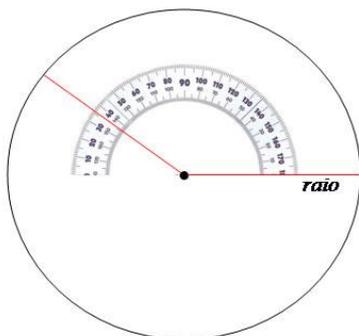
Verifique somando as porcentagens do gráfico ao lado.

*Vontade de Saber Matemática-7ºano-Joamir Souza/Patrícia Moreno Pataro*



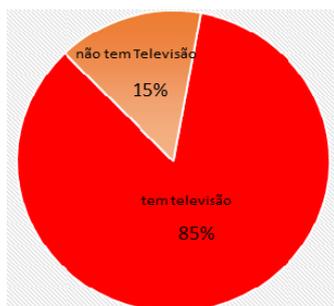
Calcule quantos graus tem 20% do círculo. E 80%?

3) Com o uso do transferidor vamos construir os ângulos encontrados.



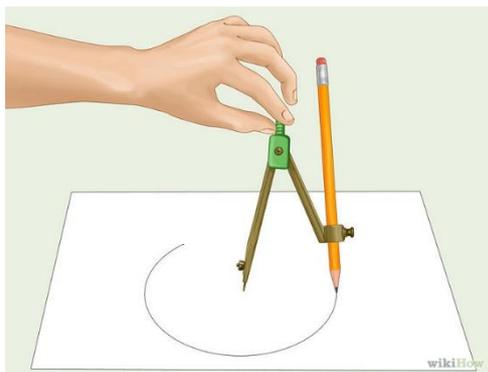
4) Pinte de azul escuro o setor correspondente a 20% e de azul claro o setor correspondente a 80%.

### Construção do disco 2- Plástico de transparência -



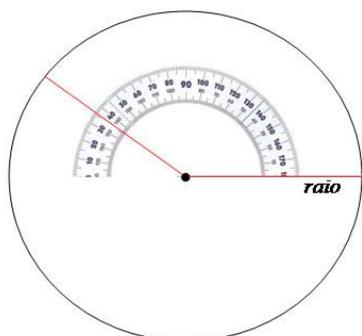
Para essa atividade vamos usar caneta com tinta permanente.

1) Com o compasso abertura de 6 cm construa um círculo.



6 cm de raio

- 1) Construindo o ângulo.  
Vamos calcular quantos graus tem 15% da circunferência. E 85%?
- 2) Com o uso do transferidor vamos construir os ângulos encontrados.
- 3) Pinte de vermelho o setor correspondente a 15% e de rosa o setor correspondente a 85%.



**Monte o disco conforme a figura abaixo**



EMEF/EJA 'OZIEL ALVES PEREIRA'

NOME \_\_\_\_\_ Nº \_\_\_\_\_ 8º ANO \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_

## FICHA 13

**Prova 2ª Fase 2005 – Nível 2 – Questão 5**

Em uma festa o número de mulheres era quatro vezes o números de homens. Após a chegada de cinco casais, a porcentagem de homens na festa passou a ser de 26%.

- a) Qual era o percentual de homens na festa antes da chegada dos casais?  
b) Quantos homens e quantas mulheres haviam na festa depois da chegada dos casais?



O número de mulheres é quatro vezes o de homens!!!



Material de apoio – peças coloridas, papéis coloridos, papel quadriculado

Como temos poucos homens na festa, os organizadores decidiram que nenhuma mesa poderia ter mais de um homem ou ficar somente com mulheres. Como ficaria a distribuição das pessoas antes da chegada dos cinco casais?



Posso formar grupos com qualquer número de pessoas?

Tenho sempre que pensar na proporção 1 homem para 4 mulheres.

Qual o total de pessoas em cada mesa? \_\_\_\_\_

Quantos são homens? \_\_\_\_\_

Quantas são as mulheres? \_\_\_\_\_

Seguindo essa mesma formação, quantas mesas são necessárias para atender 100 pessoas?

\_\_\_\_\_

Dessas 100 pessoas, quantos são os homens?

\_\_\_\_\_

Lembre-se as frações com denominador 100 podem ser escritas na forma de porcentagem

a) Pensando ainda no grupo de 100 pessoas, escreva uma fração decimal, de denominador 100 que represente o número de homens em relação ao total de pessoas? \_\_\_\_\_

Agora você já consegue responder ao item 'A' da questão OBMEP

**Qual era o percentual de homens na festa antes da chegada dos casais**

**DESAFIO**



Lembre-se as frações com denominador 100 podem ser escritas na forma de porcentagem

**Pensando no item B**

Após a chegada dos casais a porcentagem de homens na festa passou a ser 26%.

Se após a chegada dos casais temos 100 pessoas, quantas são os homens? E as mulheres?

---

Qual a razão do número de homens para o total de pessoas na festa?

---



Verifique no papel quadriculado que as frações  $26/100$  e  $13/50$  são equivalentes

Note que para um grupo de 100 pessoas 26 são homens, se o grupo tiver 50 pessoas teremos 13 são homens.

Vamos trabalhar com o grupo de 50 pessoas.

Com os papéis coloridos distribua o grupo de 50 pessoas nas mesas, sempre valendo a regra “em cada mesa devemos colocar 1 homens para cada 4 mulheres”.

Sobraram homens? \_\_\_\_\_ Quantos? \_\_\_\_\_  
Sobraram mulheres? \_\_\_\_\_ Quantas? \_\_\_\_\_

Vamos retirar casais de modo que fique 1 homens para cada 4 mulheres. Quantos casais você retirou?

\_\_\_\_\_

Quantas pessoas restaram? \_\_\_\_\_

Quantas pessoas havia na festa antes da chegada dos cinco casais? \_\_\_\_\_

**Agora podemos pensar na pergunta**

**OBMEP:** Quantas mulheres e quantos homens havia depois da chegada dos casais?



Qual seria a porcentagem de homens na festa, se tivessem chegado 30 casais?

**Cálculos**