Universidade Federal de São Carlos
Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Departamento de Matemática
Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

Introdução ao estudo da Álgebra para alunos do ensino fundamental

Ricardo Kucinskas

Profa. Dra. Grazielle Feliciani Barbosa (Orientadora)

São Carlos
Outubro de 2017

Introdução ao estudo da Álgebra para alunos do ensino fundamental

Ricardo Kucinskas

Profa. Dra. Grazielle Feliciani Barbosa (Orientadora)

Dissertação de mestrado profissional apresentada ao PROFMAT/UFSCar, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, pela Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

São Carlos
Outubro de 2017

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Folha de Aprovação

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Ricardo Kucinskas, realizada em 11/10/2017:

Grazielle F. Barbosa
Profa. Dra. Grazielle Feliciani Barbosa
UFSCar

RMeneghetti
Profa. Dra. Renata Cristina Geromel Meneghetti
USP

Pedro Luiz Malagutti
Prof. Dr. Pedro Luiz Aparecido Malagutti
UFSCar

Simplex sigillum veri

A simplicidade é o segredo da verdade

Agradecimentos

A Deus, toda honra, glória e louvor! Te agradeço, Pai, pelo dom da vida, pois assim conheci estas pessoas, as quais foram muito importantes para que eu chegasse até aqui:

Aos meus pais, Fátima e José Ricardo (em memória), porque ambos me inspiraram a estudar e a me tornar um ser humano responsável e comprometido com Deus, comigo mesmo e principalmente com o próximo. À minha avó Beatriz, sou grato pela preocupação constante e pela vontade de querer sempre dar o melhor de si para toda nossa família.

Aos meus queridos alunos, que continuam me motivando a refletir e a avançar no intenso desafio de promover o ensino e a aprendizagem do conhecimento matemático.

À minha diretora Cristiane Fontes de Oliveira, ao coordenador Júlio Ribeiro e à assistente educacional pedagógica Ada Maria de Almeida, agradeço pela confiança depositada em minha atuação profissional. Não poderia deixar de agradecer também aos demais funcionários da escola que me acolheram no saudoso ano de 2016, dentre os quais se destacaram: *Paula, Gabi, Lili, Lu, Dri e Débora.* Além de me auxiliarem na prática docente, todas foram capazes de proporcionar uma convivência saudável e muito divertida (que saudades!).

À minha orientadora Grazielle F. Barbosa, inesquecível professora tanto de graduação como de pós-graduação, sou grato primeiramente pela disposição em me orientar, bem como pelo companheirismo e compreensão, pelos incentivos e correções para esta dissertação. Desta forma, com seu exemplo e experiências, me inspirou a prosseguir na carreira docente como um profissional que preza pela competência e pela dedicação.

À minha turma ProfMat 2015, com a qual compartilhei momentos de desafios e estudos. Faço ainda um agradecimento especial ao *Mauricio Puppin*, pelos muitos desabafos e pela ajuda mútua. Estudar para os exames nacionais realmente não foi uma tarefa trivial, mas com um amigo ao lado, as tensões se tornaram quase imperceptíveis.

À CAPES, pelo apoio financeiro, fundamental para o desenvolvimento desta pesquisa.

Por fim, lembro dos meus *amigos/irmãos* que acreditaram no meu potencial e estiveram comigo nas situações mais difíceis. Se eu fosse citar o nome de todos, eu teria que – no mínimo – duplicar o espaço dedicado a essas palavras iniciais... Vocês são demais mesmo e estarão sempre no meu coração e nas boas lembranças!

Abstract

This dissertation of professional masters proposes the introduction of the Algebra study for elementary school students. Our main objective was to develop a work outlined in didactic sequence, based on instigating problems that would challenge the independent thinking, essential for the effectiveness of the meaningful learning. For this purpose, a didactic sequence will be presented by three phases: Algebraic Thinking, Algebraic Expressions and First Degree Equations. In order to develop algebraic thinking, students were mobilized to study models and regularities. After that, problems that explored the variation of quantities and the generalization of patterns led them to read and represent some algebraic expressions as well as to calculate its numeric value in various contexts. Finally, our intention was to translate situations through first degree equations, analyzing them, finding their respective roots and validating the results found. As for the development of this research and the data analysis, we were guided by a qualitative approach, since the interactive contact of the researcher as a teacher at a municipal school provided the construction of a reality of students inserted in a particular universe of beliefs, values and several meanings. As the most important result, we realized that 7th grade students initially had only intuitive conceptual notions and had some difficulty in dealing with algebraic calculations. Therefore, problem solving proved to be an effective methodology for students to appropriate Algebra as a meaningful knowledge.

Keywords: Algebraic Thinking. Algebraic Expressions. First Degree Equation. Didactic sequence. Meaningful learning. Problem solving.

Resumo

Esta dissertação de mestrado profissional tem como proposta a introdução do estudo da Álgebra para alunos do ensino fundamental. Nosso maior objetivo foi desenvolver um trabalho delineado em sequência didática, a partir de problemas instigantes que desafiassem o racicíonio independente, imprescindível para a efetivação da aprendizagem significativa. Para isso, será apresentada uma sequência didática composta por três fases: Pensamento Algébrico, Expressões Algébricas e Equações do 1º Grau. A fim de desenvolver o pensamento algébrico, os alunos foram mobilizados a estudar padrões e regularidades. Após isso, problemas que exploravam a variação de grandezas e a generalização de padrões os levaram a ler e representar expressões algébricas bem como calcular seu valor numérico em variados contextos. Por fim, nossa intenção foi traduzir situações por meio de equações de primeiro grau, analisando-as, encontrando suas respectivas raízes e validando os resultados encontrados. Quanto ao desenvolvimento desta pesquisa e à análise dos dados, nos pautamos numa abordagem qualitativa, uma vez que o contato interativo do pesquisador como professor de uma escola municipal proporcionou a construção de uma realidade de alunos inseridos num universo particular de crenças, valores e significados diversos. Como principal resultado, percebemos que os alunos do 7º ano tinham inicialmente apenas noções conceituais intuitivas e apresentavam certa dificuldade para lidar com cálculos algébricos. Diante disso, a resolução de problemas mostrou-se como metodologia eficaz para que os discentes se apropriassem da Álgebra como conhecimento significativo.

Palavras-chave: Pensamento Algébrico. Expressões Algébricas. Equação do 1º Grau. Sequência didática. Aprendizagem significativa. Resolução de problemas.

Sumário

Lista de Figuras

Prefácio

Esta investigação buscou a construção de uma realidade de alunos que estavam inseridos num universo particular de crenças, valores e significados (que variam em contextos diferenciados), por isso optou-se por uma abordagem qualitativa dos dados coletados.
Diante de um universo de fatores que não podem ser reduzidos à quantificação das variáveis, a pesquisa qualitativa visa à construção da realidade, preocupando-se com as ciências sociais em um nível de realidade que não pode ser quantificado:

> *Parte de questões ou focos de interesses amplos, que vão se definindo à medida que o estudo se desenvolve (...) a obtenção de dados descritivos sobre pessoas, lugares e processos interativos pelo contato direto do pesquisador com a situação estudada, procurando compreender os fenômenos segundo a perspectiva dos sujeitos, ou seja, dos participantes da situação em estudo. (GODOY, 1995, p. 58) [2].*

O professor (que é autor desta dissertação) lecionava no ensino fundamental da rede municipal de Araraquara/SP e, de acordo com o material didático adotado por essa rede, o estudo formal da Álgebra tem início no sétimo ano. Por essa razão, para a elaboração dos problemas propostos, foi utilizado o material disponível pelo município – *Orientações didáticas do movimento do aprender: Matemática 7º ano (Sistema SESI-SP)* [10]. **Desta maneira**, os problemas selecionados sofreram adaptações, inclusões e exclusões para que houvesse compatibilidade com o repertório de conhecimento dos aprendizes.

Polya (1995) afirma que:

> *Um professor de Matemática tem, assim, uma grande oportunidade. Se ele preenche o tempo que lhe é concedido a exercitar seus alunos em operações rotineiras, aniquila o interesse e tolhe o desenvolvimento intelectual dos estudantes, desperdiçando, dessa maneira, a sua oportunidade. Mas se ele desafia a curiosidade dos alunos, apresentando-lhes problemas compatíveis com o conhecimento destes e auxiliando-os por meio de indagações estimulantes, poderá incutir-lhes o gosto pelo raciocínio independente e proporcionar-lhes certos meios para alcançar este objetivo. (POLYA, p. v, 1995) [8].*

Por acreditar na Matemática como um campo de conhecimento construído socialmente ao longo da história, procurou-se evitar o exercício de situações rotineiras em detrimento dos problemas instigantes e intrigantes que incentivam os alunos a desenvolver o raciocínio independente, essencial para a efetivação da aprendizagem significativa.

Desta forma, com inspiração teórica e metodológica na *engenharia didática*, na *aprendizagem significativa* e na *resolução de problemas*, com o propósito de se introduzir o estudo da Álgebra para alunos do ensino fundamental, foi elaborada uma sequência didática dividida em três fases: **Pensamento Algébrico, Expressões Algébricas e Equações do 1º Grau**. A seguir, apresentamos uma breve descrição dos objetivos de cada uma dessas fases:

- ♣ **PENSAMENTO ALGÉBRICO:** Cremos que, para que o ensino e a aprendizagem da Álgebra sejam efetivos, é necessário que o aluno adquira *pensamento algébrico*. Assim sendo, formulamos problemas em sequência didática, a fim de que os alunos estudassem regularidades e padrões em situações diversas.

- ♣ **EXPRESSÕES ALGÉBRICAS:** Depois da aquisição de certo pensamento algébrico, faz sentido iniciar o estudo das expressões algébricas. Esperávamos que os alunos fossem capazes de compreender as noções de variável e de incógnita para resolver problemas que exploravam a variação de grandezas e a generalização de padrões. A partir disso, eles estariam aptos a ler e representar expressões algébricas e a calcular seu valor numérico em diferentes contextos.

- ♣ **EQUAÇÕES DO 1º GRAU:** Por fim, seguindo a sequência delineada, a intenção foi a de traduzir situações diversas por meio de equações do primeiro grau e resolvê-las, utilizando as propriedades da igualdade, além de analisar e validar o significado das raízes encontradas em confronto com as circunstâncias estabelecidas.

Nossos quatorze estudantes foram então organizados em quatro grupos: *Racionais, Mente de Einstein, Javalis Lendários* e *Four Stars*, este último composto apenas por meninas. Nas páginas desta dissertação, as identidades foram preservadas, entretanto, optou-se por utilizar os nomes dos grupos escolhidos pelos próprios alunos.

Introdução

No Capítulo 1, temos uma breve descrição da teoria abordada, a qual se baseia em três fundamentos: ***Teoria da Assimilação***, ***Teoria das Situações Didáticas*** e ***Engenharia Didática***.

No Capítulo 2, seguindo os princípios da Engenharia Didática, para cumprir a fase de *análise preliminar*, iniciamos a aplicação da sequência didática recorrendo a uma ***Avaliação Diagnóstica***. Diante da avaliação aplicada, exibimos os principais dados coletados.

No Capítulo 3, partimos para a fase de *análise a priori*, na qual foram previstas as variáveis esperadas pela aplicação da sequência didática, a qual foi formulada sob três eixos: *Pensamento Algébrico*, *Expressões Algébricas* e *Equações do 1º Grau*. Após isso, prosseguiu-se com a fase experimental desta pesquisa. Neste capítulo, apresentamos os dados reunidos pelas Fichas de Atividades que amparavam o eixo do ***Pensamento Algébrico***.

No Capítulo 4, são apresentados os dados encontrados pela aplicação das Fichas de Atividades referentes ao eixo das ***Expressões Algébricas***.

No Capítulo 5, finalizando a sequência didática delineada, apresentam-se dados relativos à aplicação das Fichas de Atividades do eixo das ***Equações do 1º Grau***.

No Capítulo 6, retratamos a fase final da Engenharia Didática, a *análise a posteriori*, em que se objetiva avaliar as informações obtidas em todo o processo de ensino e aprendizagem. Com esse intuito, elaboramos uma ***Avaliação Final***, com dez questões objetivas retiradas de avaliações externas do SARESP (Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo), desenvolvidas para alunos do ensino fundamental.

Ainda concluindo a fase da *análise a posteriori*, no *Capítulo 7*, apresentam-se as ***Considerações Finais*** deste trabalho.

Capítulo 1

Breve descrição teórica

Do ponto de vista teórico, foram estudadas referências bibliográficas referentes à: *Teoria da Assimilação (Aprendizagem Significativa)*; *Teoria das Situações Didáticas*; e *Engenharia Didática*. Quanto à parte prática, realizamos o desenvolvimento e o aperfeiçoamento de uma proposta de atividades concebidas em sequência didática. Assim, avançamos com a aplicação e análise de tal proposta, apoiados na metodologia da resolução de problemas. Este capítulo apresenta uma breve descrição dos principais fundamentos teóricos desta dissertação.

1.1 Teoria da Assimilação

Primeiramente, vamos esclarecer nossa primordial concepção conceitual sobre a aprendizagem. Concordamos com Novak (1981), o qual a entende como uma mudança no comportamento de um organismo correspondente a experiências anteriores [6]. Para Ausubel apud Moreira (1995), tal mudança deve ser significativa, isto é:

> *(...) organização e integração do material na estrutura cognitiva (...) um fator importante aquilo que o aluno já sabe, cabendo ao professor identificar isso e ensinar de acordo, pois novas informações podem ser aprendidas na medida em que conceitos relevantes e inclusivos estejam adequadamente claros e disponíveis na estrutura cognitiva do indivíduo funcionando como âncoras às novas ideias e conceitos a serem aprendidos. (AUSUBEL apud MOREIRA, 1995, p. 152) [5].*

Por outro lado, quando nos referimos ao ensino, pretendemos tornar efetiva a mediação da aprendizagem e, para isso, necessitamos de uma teoria que a torne aplicável. Acreditamos que uma sólida teoria de aprendizagem deve considerar alguns pontos essenciais da Teoria da Assimilação, apontada por Ausubel, devido a duas razões: por ser voltada para a aprendizagem de conceitos e também por sugerir que esta seja significativa.

Tal teoria defende que a aprendizagem de conceitos dá-se quando as ideias partem de um conceito subsunçor (básico ou inicial) e vão se conectando às novas informações, podendo inclusive mudar o conceito primário. O importante é então a conexão dos dados já apreendidos com os novos adquiridos.

Como já comentamos, essa maneira de aprender nos leva a uma aprendizagem significativa, oposta à aprendizagem mecânica:

> *Esta última ocorre quando determinada informação é rapidamente esquecida, devido a uma despreocupação em compreendê-la totalmente porque sequer houve interesse em conectá-la a algum conceito anterior. Em contrapartida, a primeira determina uma aprendizagem mais eficaz e duradoura, a qual prevê ligações com conceitos subsunçores e fica armazenada para consultas posteriores. (KUCINSKAS, 2013, p. 60) [3].*

Durante nossas intervenções, nossa finalidade foi garantir que os pressupostos da aprendizagem significativa fossem considerados. Por isso, buscou-se diagnosticar os conhecimentos prévios dos aprendizes.

1.2 Teoria das Situações Didáticas

Como esta pesquisa sugere propostas didático-pedagógicas, vamos voltar nosso olhar também para a Teoria das Situações Didáticas de Freitas (2008), a qual se refere à maneira de conduzir a aprendizagem de determinado conhecimento matemático mediante à resolução de um problema. Entendemos que essa teoria aborda o "processo de aprendizagem matemática" como um todo, ou seja, esta valoriza tanto o conhecimento do aluno quanto o trabalho do professor:

> *(...) valoriza os conhecimentos mobilizados pelo aluno e seu envolvimento na construção do saber matemático e, por outro, valoriza o trabalho do professor, que consiste, fundamentalmente, em criar condições suficientes para que o aluno se aproprie de conteúdos matemáticos específicos. (FREITAS, 2008, p. 78) [1].*

A "forma didática" pela qual for apresentado o conteúdo matemático terá uma influência importante para o significado que o aluno concretizará quanto ao seu saber matemático. Freitas (2008) afirma que, quando há por parte do professor uma intenção de possibilitar a aprendizagem de um determinado conteúdo, fica caracterizada uma "situação didática":

> *Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição (...). (BROUSSEAU, 1986, p. 8 apud FREITAS, 2008, p. 80) [1].*

Dessa forma, por intermédio da análise dessas situações didáticas, será possível investigar "a problemática da aprendizagem matemática", analisando a maneira do aluno resolver problemas ou elaborar conceitos. É importante ainda distinguir o "matemático pesquisador" do "professor de matemática". Por um lado,

> *(...) o matemático pesquisador (...) realizou inúmeras reflexões, escolhas inadequadas, tentativas erradas e mudanças de percursos (...). Podemos dizer que a linguagem utilizada para divulgá-las é* ***despersonalizada, descontextualizada e destemporalizada****, enfim, compreensível apenas por seus pares. (FREITAS, 2008, p. 82, destaques nossos) [1].*

Por outro lado, nós professores devemos recontextualizar, repersonalizar e temporalizar. Nas palavras de Freitas (2008, p. 83), o desafio do educador será o de "criar condições para que o aluno aprenda em pouco tempo noções que demoraram muito para serem construídas".
Correspondente a essa concepção, enfatizamos que o professor não deve apenas comunicar um conhecimento, mas sim efetuar a "devolução de um bom problema". Em outras palavras, Freitas (2008, p. 83) aponta a problemática que é "agir de tal forma que o aluno aceite o desafio de resolvê-lo, como se o problema fosse seu e não somente porque o professor quer.". A partir dessa devolução, teremos o início do "processo de aprendizagem". Para melhor compreender essas noções, é válido destacar também o conceito de "situação adidática":

> *Uma situação adidática caracteriza-se essencialmente pelo fato de representar determinados momentos do processo de aprendizagem nos quais o aluno trabalha de uma maneira independente, não sofrendo nenhum tipo de controle direto do professor relativamente ao conteúdo matemático em jogo. (FREITAS, 2008, p. 84) [1].*

Nas palavras de Brousseau (1986, p. 49) apud Freitas (2008, p. 84): "Entre o momento em que o aluno aceita o problema como seu e aquele em que produz a resposta, o professor se recusa a intervir, como alguém que propõe os conhecimentos que deseja ver surgir.". Isto não quer dizer que o professor deve se isentar do acompanhamento dos seus aprendizes. Por meio de um equilíbrio, possibilitaremos ao aluno a vivência da situação como um pesquisador.

> *(...) toda vez que for possível caracterizar uma intenção, por parte do professor, de orientação de um aluno para a aprendizagem de um determinado conteúdo específico, fica caracterizada a existência de uma situação didática, portanto, toda situação adidática é um tipo de situação didática. (FREITAS, 2008, p. 85) [1].*

Para a elaboração das atividades, nos pautamos também nos pressupostos de sequência didática, a qual se relaciona à parte efetivamente experimental da pesquisa. De acordo com Pais (2001, p. 102), uma "sequência didática é formada por um certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos (...)".

No decorrer da prática pedagógica, procuramos trabalhar com a apresentação e com a devolução de problemas. Analisando os resultados obtidos, verificamos se o aluno conseguia uma boa resolução do problema, "caso contrário, é sinal de que ele precisa evoluir para atender às expectativas do contexto" (FREITAS, 2008, p. 90). Freitas (2008, p. 90) entende que o aluno deve ser estimulado a superar "certas passagens que conduzem o raciocínio de sua aprendizagem". Desta forma, o aluno será levado a construir seu próprio conhecimento, por isso admitimos ser "necessária uma fase de institucionalização do saber, que deve ser conduzida pelo professor (...) no sentido de descartar possíveis aspectos não valorizados na perspectiva do saber socialmente formalizado" (Ibid., p. 93). Sendo assim, a situação deixa de ser caracterizada como adidática, "pois o controle sobre o saber volta para o professor", no qual é estabelecido o "caráter da objetividade e de universalidade do conhecimento." (Ibid., p. 101).

O esquema a seguir representa as etapas didáticas, no que diz respeito à Teoria das Situações Didáticas. Primeiro **(1)**, o professor detém os "momentos de contextualização e devolução", com o intuito de motivar os alunos pelo problema apresentado. Depois disso, **(2)** surgirão as situações adidáticas, nas quais os alunos se tornam os protagonistas de sua aprendizagem. Por fim **(3)**, o professor e seus alunos partem para o estágio da "institucionalização", com o objetivo de socializar as conclusões levantadas, numa linguagem matemática mais formalizada.

Sobre esse esquema, Freitas (2008, p. 94) reconhece que "uma atividade matemática é tão melhor quanto mais favoreça o aparecimento de situações adidáticas " [1]. Segundo Kucinskas (2013, p. 66): "para que possamos ter sucesso em determinada situação de ensino e aprendizagem, devemos promover oportunidades para que o aluno atue de forma independente, utilizando técnicas, estratégias e raciocínio próprios" [3].

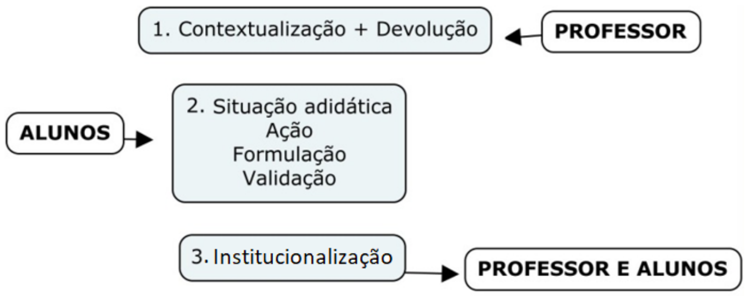


Figura 1.1: Esquema da Teoria das Situações Didáticas (FREITAS, 2008, p. 103) [1]

1.3 Engenharia Didática

Para que o professor promova tais situações de aprendizagem (sejam didáticas ou adidáticas) faz-se necessária uma boa metodologia e assim se destaca a Engenharia Didática, dividida em quatro fases: (i) "análises preliminares"; (ii) "concepção e análise a priori"; (iii) "aplicação da sequência didática" e (iv) "análise a posteriori e avaliação":

i. Na fase da análise preliminar será analisado o objeto de estudo. Para isso, serão levantadas hipóteses, constatações empíricas, concepções dos sujeitos envolvidos e as condições da realidade sobre a qual a experiência será realizada.

ii. Na concepção e análise a priori, serão delimitadas as variáveis didáticas, as quais "interferem na constituição do fenômeno." (PAIS, 2001, p. 101). As análises a priori contemplam uma parte descritiva e outra de previsão. Em outras palavras:

> *A análise a priori objetiva a consideração do aluno sob dois aspectos: o descritivo e o previsivo. Não há nela, tradicionalmente, lugar para o papel do professor, que, quando aparece, é simplesmente no aspecto descritivo. O aluno é considerado o ator principal. (MACHADO et al., 2008, p. 244) [4].*

Ou seja, devem ser descritas as características da situação didática a ser aplicada e previstas as possíveis ações dos alunos.

iii. A aplicação da sequência didática é a parte efetivamente experimental da pesquisa. Nesta fase, aplicam-se os instrumentos de pesquisa e registram-se os dados obtidos. De acordo Pais (2001, p. 102): "Uma sequência didática é formada por um certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na sequência didática."[7].

iv. Na fase da análise a posteriori, serão avaliadas as informações levantadas. Por isso, é importante que os dados estejam devidamente registrados, visto que pretendemos identificar os procedimentos de raciocínio dos alunos. Desse modo, obteremos a validação dos resultados, confrontando "os dados obtidos na análise a priori e a posteriori", verificando também as hipóteses da etapa (i).

Enfim, todas essas discussões teóricas tratam da transição entre o conhecimento e a produção matemática pois, desta maneira, pretendemos incentivar e contribuir com as pesquisas em Educação Matemática.

Capítulo 2

Avaliação Diagnóstica

Acompanhando os princípios da Engenharia Didática, por meio de uma *Avaliação Diagnóstica* (APÊNDICE A, páginas 113-114), iniciamos a aplicação da sequência didática elaborada. Este instrumento foi utilizado sob o intuito de analisar o objeto de estudo, ou seja, levantar hipóteses, adquirir concepções dos sujeitos envolvidos e também identificar as condições da realidade sobre a qual a experiência seria realizada.

A primeira questão apresenta representações geométricas cuja regularidade determina uma sequência numérica. A segunda questão aborda os conhecimentos prévios dos estudantes quanto aos padrões percebidos na natureza. Por fim, a última questão indaga os aprendizes a respeito da existência de símbolos matemáticos além dos números.

Neste capítulo, exibimos os dados obtidos mediante à aplicação dessa avaliação.

GRUPO "RACIONAIS"

1. Vocês observam algum padrão ou regularidade entre essas figuras?

Os alunos perceberam que existem triângulos equiláteros em cada uma das figuras que formavam a sequência. Deixaram de notar, porém, a quantidade de triângulos pretos de cada figura da sequência.

2. Na natureza, vocês reconhecem algum padrão ou regularidade? Onde?

Afirmaram perceber um padrão numa folha de goiaba encontrada na própria escola.

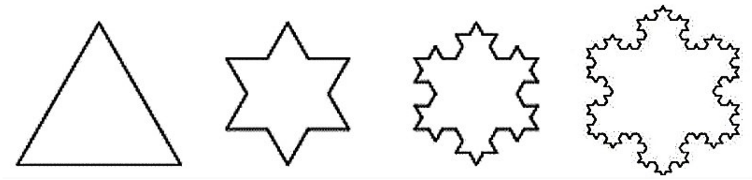
Figura 2.1: Material recolhido pelos alunos

3. Além dos números (naturais, inteiros, racionais etc), vocês conhecem outros símbolos que podemos utilizar em Matemática? Caso conheça, cite-os.

O grupo destacou os "símbolos geométricos", mas não mencionou quais símbolos seriam esses.

GRUPO “JAVALIS LENDÁRIOS”

1. Vocês observam algum padrão ou regularidade entre essas figuras?



Os alunos não perceberam que havia uma regularidade no número de lados das figuras da sequência.

2. Na natureza, vocês reconhecem algum padrão ou regularidade? Onde?

Notaram que em algumas plantas/árvores existem padrões e regularidades, mas não mencionaram que regularidade poderíamos encontrar especificamente.

3. Além dos números (naturais, inteiros, racionais etc), vocês conhecem outros símbolos que podemos utilizar em Matemática? Caso conheça, cite-os.

Os alunos mencionaram a famosa “Relação de Euler” como símbolo da Matemática; porém, não justificaram porque a consideravam dessa forma. Importante destacar que um dos assuntos trabalhados em Geometria, no bimestre anterior à aplicação dessa proposta didático-pedagógica, foi o estudo da Relação de Euler.

GRUPO "MENTE DE EINSTEIN"

1. Vocês observam algum padrão ou regularidade entre essas figuras?

Os alunos perceberam que cada uma das figuras era formada por quadriláteros (quadrados). No entanto, não contaram a quantidade de quadrados pretos de cada figura da sequência dada.

2. Na natureza, vocês reconhecem algum padrão ou regularidade? Onde?

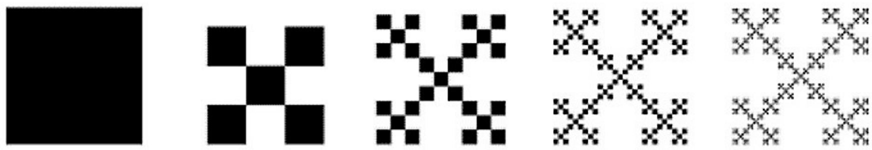
Não mencionaram nenhum padrão relevante.

3. Além dos números (naturais, inteiros, racionais etc), vocês conhecem outros símbolos que podemos utilizar em Matemática? Caso conheça, cite-os.

Este grupo reconheceu a presença da Álgebra na Matemática ao destacar que poderiam encontrar "letras". Nas palavras do grupo, temos "a Relação de Euler porque é feita com letras".

GRUPO "FOUR STARS"

1. Vocês observam algum padrão ou regularidade entre essas figuras?



Os alunos perceberam que cada uma das figuras era formada por quadriláteros (quadrados). Segundo eles, "as figuras são formadas por elementos quadrangulares".

2. Na natureza, vocês reconhecem algum padrão ou regularidade? Onde?

Este grupo também não mencionou nenhum padrão relevante.

3. Além dos números (naturais, inteiros, racionais etc), vocês conhecem outros símbolos que podemos utilizar em Matemática? Caso conheça, cite-os.

Assim como fez o grupo "Mente de Einstein", mais uma vez foi reconhecida a presença da Álgebra ao destacar que as "letras"também são símbolos que podemos utilizar na Matemática.

ANÁLISE GERAL: A análise dos diagnósticos dos grupos nos levou a perceber que, embora tivessem notado relações nas sequências de figuras apresentadas, eles não foram capazes de associá-las a sequências numéricas. Quanto aos padrões e regularidades presentes na natureza, os alunos destacaram como exemplos as plantas e as folhas das árvores, mas não deixaram claro qual tipo de padrão haviam percebido. Por fim, quando os questionamos mais diretamente sobre a utilização de símbolos matemáticos (além dos números), notamos que os alunos tinham noções conceituais intuitivas quanto ao uso de letras na Matemática.

Capítulo 3

Pensamento Algébrico

A partir das *Avaliações Diagnósticas*, concluímos a fase de *análise preliminar* da Engenharia Didática. Nesse estágio inicial, pudemos verificar os conhecimentos prévios (intuitivos e/ou formais) dos aprendizes a respeito de conceitos algébricos. Após isso, partimos para a fase de *análise a priori*, visando descrever as características da situação didática que iríamos aplicar e também prever as possíveis ações dos alunos. Com esse intuito, elaboramos uma sequência didática contituída por três eixos: Pensamento Algébrico, Expressões Algébricas e Equações do 1º Grau. Depois da elaboração dessa sequência, prosseguimos com a parte efetivamente experimental da nossa investigação, na qual foram aplicados os instrumentos de pesquisa e registrados os dados coletados. A fim de se desenvolver o Pensamento Algébrico, procuramos propor problemas modestos, mas que desafiavam a curiosidade, estimulando desta forma as faculdades inventivas dos estudantes, pois:

> *O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade susceptível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter. (POLYA, p. v, 1995) [8].*

As expectativas de ensino e aprendizagem que nortearam o desenvolvimento e a aplicação das situações didáticas propostas foram: [10]

- Reconhecer regularidades tanto em sequências explicitamente numéricas quanto em representações geométricas, identificando suas estruturas e utilizando a linguagem algébrica para generalizar as regularidades observadas;

- Compreender as noções de variável e de incógnita para resolver problemas que exploram a variação de grandezas e a generalização de padrões por meio de tabelas e outros recursos gráficos como as representações geométricas. (SESI-SP, 2016, p. 197).

Neste capítulo, norteados por essas expectativas, apresentamos os dados obtidos através da aplicação das Fichas de Atividades do eixo do *Pensamento Algébrico* (APÊNDICE B, páginas 115-120).

3.1 Pensamento Algébrico – Ficha 01

A situação de aprendizagem elaborada visa à descoberta de padrões e regularidades em sequências numéricas. A seguir, apresentam-se os principais dados coletados por meio da aplicação da Ficha 01, referente ao eixo do *Pensamento Algébrico* (APÊNDICE B, páginas 115-116).

GRUPO "RACIONAIS"

1. Observe a sequência de números a seguir: **2, 5, 2, 5, 2, 5, ...**

   (a) Descubra os cinco próximos termos dessa sequência.

   O grupo conseguiu identificar corretamente os cinco termos.

   (b) Seria possível determinar o 52° termo dessa sequência? Que número teríamos?

   O grupo obteve o número 5, ou seja, responderam corretamente.

   (c) Explique que estratégias foram utilizadas para responder ao item anterior.

   O grupo respondeu que a estratégia utilizada foi "fazendo a sequência". Isto é, parece que continuaram a escrever a sequência até chegar ao 52º termo.

2. Na sequência numérica **0, 1, 2, 3, 4, 5, ..., 100**, cada elemento pode ser escrito por meio de uma expressão numérica que possui certa regularidade ou padrão.

POSIÇÃO NA SEQUÊNCIA	COMO ENCONTRAR (EXPRESSÃO NUMÉRICA)	NÚMERO DA SEQUÊNCIA
1ª	**1** – 1	0
2ª	**2** – 1	1
3ª	**3** – 1	2
4ª	**4** – 1	3
5ª	**5** – 1	4
...		
100ª	**100** – 1	99
101ª	**101** – 1	100

(a) Qual **regularidade** vocês observam nas expressões numéricas de cada linha dessa tabela?

O grupo observou que "cada um vai diminuindo e estão em sequência". Assim, podemos perceber que o grupo percebeu que em cada expressão numérica é sempre diminuída uma unidade e que as expressões numéricas determinam os números da sequência observada.

(b) Nessas expressões também há um número que varia. Por exemplo, na **3ª linha**, temos que: $2 = \mathbf{3} - 1$. O que significa o número **3** nessa expressão?

Segundo o grupo, temos o número 3 nessa expressão "porque é a terceira linha". Portanto, podemos verificar que foi entendido o significado do número 3.

(c) Vocês seriam capazes de escrever uma expressão numérica para a **6ª linha**?

O grupo escreveu corretamente a expressão numérica para a 6ª linha:

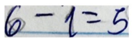


Figura 3.1: Pensamento Algébrico - Ficha 01

(d) Qual o resultado da expressão numérica da **7ª linha**?

O grupo calculou corretamente o 7º termo da sequência, que seria o número 6:

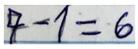


Figura 3.2: Pensamento Algébrico - Ficha 01

Agora, na sequência **5, 10, 15, 20, ...**, encontre o número das posições solicitadas e escreva as expressões numéricas correspondentes.

POSIÇÃO NA SEQUENCIA	COMO ENCONTRAR (EXPRESSÃO NUMÉRICA)	NÚMERO
1ª		5
2ª		10
3ª		15
4ª		20
5ª		
...		**...**
21ª		
56ª		
104ª		

(e) Qual a **regularidade** dessas expressões numéricas?

O grupo não obteve êxito nas questões referentes a esta outra sequência.

(f) Qual o **nome da operação matemática** utilizada nessas expressões?

Esperávamos que os alunos escrevessem uma expressão numérica envolvendo a operação da multiplicação, mas o grupo não foi capaz disso.

GRUPO "JAVALIS LENDÁRIOS"

1. Observe a sequência de números a seguir: **2, 5, 2, 5, 2, 5, ...**

   (a) Descubra os cinco próximos termos dessa sequência.

   O grupo conseguiu identificar corretamente os cinco termos.

   (b) Seria possível determinar o 52° termo dessa sequência? Que número teríamos?

   O grupo continuou a sequência até chegar ao 52º termo e, assim, obteve o número 5.

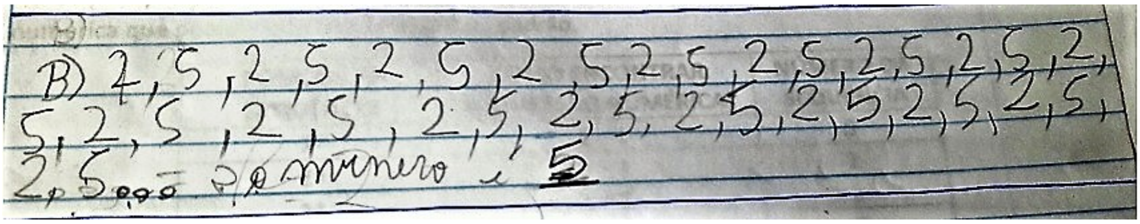


Figura 3.3: Pensamento Algébrico - Ficha 01

   (c) Explique que estratégias foram utilizadas para responder ao item anterior.

   Apesar da resposta dada no item anterior, apresentaram outra estratégia para resolver esse problema: "usando a técnica do ímpar ou par".

2. Na sequência numérica **0, 1, 2, 3, 4, 5, ..., 100**, cada elemento pode ser escrito por meio de uma expressão numérica que possui certa regularidade ou padrão.

POSIÇÃO NA SEQUÊNCIA	COMO ENCONTRAR (EXPRESSÃO NUMÉRICA)	NÚMERO DA SEQUÊNCIA
1ª	**1** – 1	0
2ª	**2** – 1	1
3ª	**3** – 1	2
4ª	**4** – 1	3
5ª	**5** – 1	4
...		
100ª	**100** – 1	99
101ª	**101** – 1	100

   (a) Qual **regularidade** vocês observam nas expressões numéricas de cada linha dessa tabela?

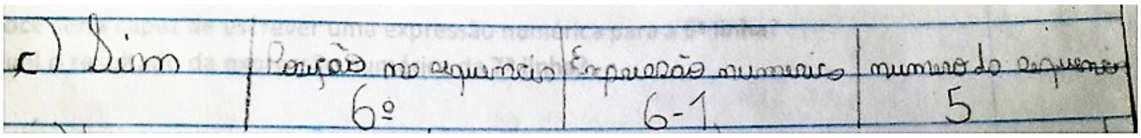
   O grupo observou que nas expressões numéricas de cada linha "tem conta de subtração".

(b) Nessas expressões também há um número que varia. Por exemplo, na **3ª linha**, temos que: $2 = \mathbf{3} - 1$. O que significa o número **3** nessa expressão?

O grupo não respondeu esta questão.

(c) Vocês seriam capazes de escrever uma expressão numérica para a **6ª linha**?

O grupo escreveu corretamente a expressão numérica para a 6ª linha:

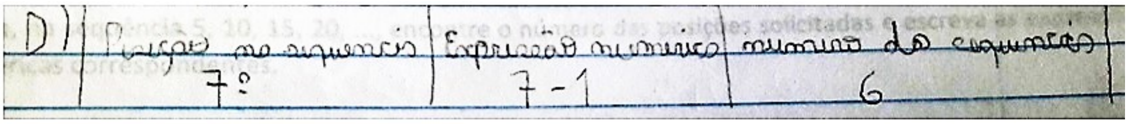


c) Sim	Posição na sequência	Expressão numérica	número da sequência
	6º	6-1	5

Figura 3.4: Pensamento Algébrico - Ficha 01

(d) Qual o resultado da expressão numérica da **7ª linha**?

O grupo calculou corretamente o 7º termo da sequência, que seria o número 6:



D)	Posição na sequência	Expressão numérica	número da sequência
	7º	7-1	6

Agora, na sequência **5, 10, 15, 20, ...**, encontre o número das posições solicitadas e escreva as expressões numéricas correspondentes.

POSIÇÃO NA SEQUENCIA	COMO ENCONTRAR (EXPRESSÃO NUMÉRICA)	NÚMERO
1ª		5
2ª		10
3ª		15
4ª		20
5ª		
...		...
21ª		
56ª		
104ª		

(e) Qual a **regularidade** dessas expressões numéricas?

O grupo observou uma regularidade de recorrência: "cada um vai somando mais 5". No entanto, os alunos não foram capazes de escrever uma expressão numérica que relacionasse a posição do termo na sequência.

(f) Qual o **nome da operação matemática** utilizada nessas expressões?

Como o grupo não conseguiu responder o item anterior, os alunos não foram capazes de perceber a operação de multiplicação.

GRUPO "MENTE DE EINSTEIN"

1. Observe a sequência de números a seguir: **2, 5, 2, 5, 2, 5, ...**

   (a) Descubra os cinco próximos termos dessa sequência.

   O grupo conseguiu identificar corretamente os cinco termos.

   (b) Seria possível determinar o 52° termo dessa sequência? Que número teríamos?

   O grupo obteve o número 5, ou seja, responderam corretamente.

   (c) Explique que estratégias foram utilizadas para responder ao item anterior.

   O grupo não foi capaz de explicar de maneira clara a estratégia utilizada, apesar de ter respondido corretamente ao item anterior.

2. Na sequência numérica **0, 1, 2, 3, 4, 5, ..., 100**, cada elemento pode ser escrito por meio de uma expressão numérica que possui certa regularidade ou padrão.

POSIÇÃO NA SEQUÊNCIA	COMO ENCONTRAR (EXPRESSÃO NUMÉRICA)	NÚMERO DA SEQUÊNCIA
1ª	1 – 1	0
2ª	2 – 1	1
3ª	3 – 1	2
4ª	4 – 1	3
5ª	5 – 1	4
...		
100ª	100 – 1	99
101ª	101 – 1	100

   (a) Qual **regularidade** vocês observam nas expressões numéricas de cada linha dessa tabela?

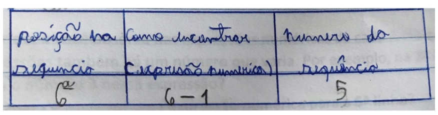
   O grupo observou que nas expressões numéricas de cada linha a regularidade está em subtrair sempre uma unidade: " - 1".

   (b) Nessas expressões também há um número que varia. Por exemplo, na **3ª linha**, temos que: $2 = \mathbf{3} - 1$. O que significa o número **3** nessa expressão?

   O grupo não conseguiu entender o significado do número 3.

   (c) Vocês seriam capazes de escrever uma expressão numérica para a **6ª linha**?

   O grupo escreveu corretamente a expressão numérica para a 6ª linha.

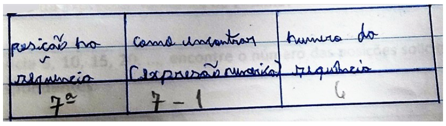


posição na sequência	Como encontrar (expressão numérica)	número da sequência
6ª	6 − 1	5

Figura 3.5: Pensamento Algébrico - Ficha 01

(d) Qual o resultado da expressão numérica da **7ª linha**?

O grupo calculou corretamente o 7º termo da sequência, que seria o número 6.



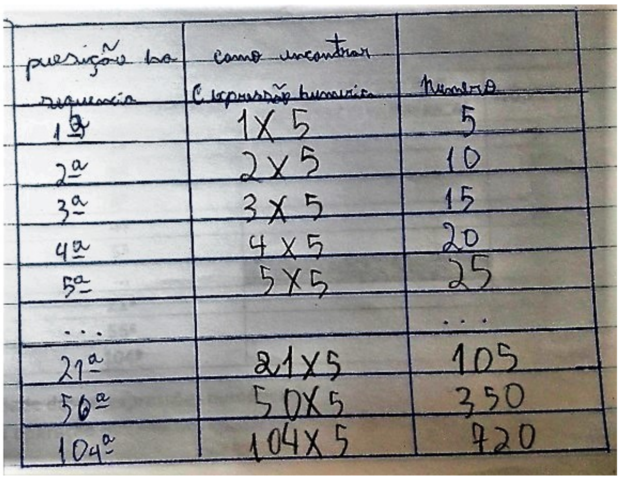
posição na sequência	como encontrar expressão numérica	número da sequência
7ª	7 − 1	6

Figura 3.6: Pensamento Algébrico - Ficha 01

Agora, na sequência **5, 10, 15, 20, ...**, encontre o número das posições solicitadas e escreva as expressões numéricas correspondentes.

(e) Qual a **regularidade** dessas expressões numéricas?

Este foi o único grupo que percebeu a regularidade das expressões numéricas obtidas: "Todas são multiplicadas por 5.".



posição na sequência	como encontrar expressão numérica	número
1ª	1X5	5
2ª	2X5	10
3ª	3X5	15
4ª	4X5	20
5ª	5X5	25
...		...
21ª	21X5	105
50ª	50X5	350
104ª	104X5	420

Figura 3.7: Pensamento Algébrico - Ficha 01

(f) Qual o **nome da operação matemática** utilizada nessas expressões?

Responderam corretamente ao perceber a operação de multiplicação.

GRUPO "FOUR STARS"

1. Observe a sequência de números a seguir: **2, 5, 2, 5, 2, 5, ...**

   (a) Descubra os cinco próximos termos dessa sequência.

   O grupo conseguiu identificar corretamente os cinco termos.

   (b) Seria possível determinar o 52° termo dessa sequência? Que número teríamos?

   O grupo obteve o número 5, ou seja, responderam corretamente.

   (c) Explique que estratégias foram utilizadas para responder ao item anterior.

   A estratégia do grupo foi observar a sequência com um número de termos que divide 50 e anotar então o número que ocupa a 2ª posição, a qual seria equivalente à posição de número 52: "Contamos a sequência de 5 em 5 números".

2. Na sequência numérica **0, 1, 2, 3, 4, 5, ..., 100**, cada elemento pode ser escrito por meio de uma expressão numérica que possui certa regularidade ou padrão.

POSIÇÃO NA SEQUÊNCIA	COMO ENCONTRAR (EXPRESSÃO NUMÉRICA)	NÚMERO DA SEQUÊNCIA
1ª	1 – 1	0
2ª	2 – 1	1
3ª	3 – 1	2
4ª	4 – 1	3
5ª	5 – 1	4
...		
100ª	100 – 1	99
101ª	101 – 1	100

   (a) Qual **regularidade** vocês observam nas expressões numéricas de cada linha dessa tabela?

   O grupo observou que, nas expressões numéricas de cada linha, a regularidade está em subtrair sempre uma unidade: "Observamos que todos os números são subtraídos pelo algarismo 1".

   (b) Nessas expressões também há um número que varia. Por exemplo, na **3ª linha**, temos que: $2 = \mathbf{3} - 1$. O que significa o número **3** nessa expressão?

   O grupo conseguiu compreender o significado do número 3 na expressão: "O número 3 significa o algarismo da linha".

   (c) Vocês seriam capazes de escrever uma expressão numérica para a **6ª linha**?

   O grupo escreveu corretamente a expressão numérica para a 6ª linha.

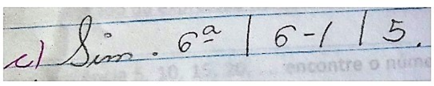


Figura 3.8: Pensamento Algébrico - Ficha 01

(d) Qual o resultado da expressão numérica da **7ª linha**?

O grupo calculou corretamente o 7º termo da sequência, que seria o número 6.

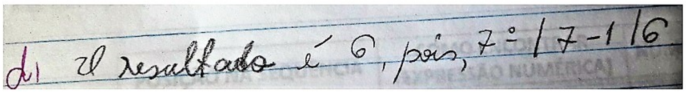


Figura 3.9: Pensamento Algébrico - Ficha 01

Agora, na sequência **5, 10, 15, 20, ...**, encontre o número das posições solicitadas e escreva as expressões numéricas correspondentes.

POSIÇÃO NA SEQUENCIA	COMO ENCONTRAR (EXPRESSÃO NUMÉRICA)	NÚMERO
1ª		5
2ª		10
3ª		15
4ª		20
5ª		
...		**...**
21ª		
56ª		
104ª		

(e) Qual a **regularidade** dessas expressões numéricas?

O grupo não obteve êxito nas questões referentes a esta outra sequência.

(f) Qual o **nome da operação matemática** utilizada nessas expressões?

Esperávamos que os alunos escrevessem uma expressão numérica envolvendo a operação da multiplicação, mas o grupo não foi capaz disso.

ANÁLISE GERAL: Os grupos compreenderam a estrutura da sequência $2, 5, 2, 5, ...$; no entanto, nem todos foram capazes de descrever o padrão observado. Na sequência dos números inteiros consecutivos de 1 a 100, percebemos que os alunos assimilaram o padrão dessa sequência pois realizaram corretamente os cálculos para determinar os termos das 6ª e 7ª posições. Na sequência dos múltiplos de 5, apenas o grupo "Mente de Einstein" conseguiu reconhecer sua regularidade ao relacioná-la com a operação de multiplicação. Os demais grupos não se atentaram a todas as possibilidades de operações que poderiam ser utilizadas para descrever matematicamente a estrutura dos múltiplos de 5.

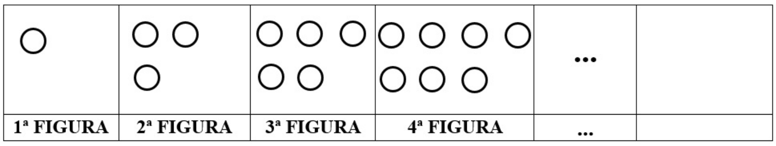
3.2 Pensamento Algébrico – Ficha 02

A situação de aprendizagem elaborada apresenta representações geométricas para a investigação de regularidades na sequência dos números naturais ímpares. A seguir, apresentam-se os principais dados coletados por meio da aplicação da Ficha 02, referente ao eixo do *Pensamento Algébrico* (APÊNDICE B, p. 117).

GRUPO "RACIONAIS"

---

1. Observe esta sequência de bolinhas:



(a) Quantas bolinhas teremos na QUINTA FIGURA? **POR QUÊ**?

O grupo respondeu à questão corretamente: "A 5ª figura terá 5 bolinhas em cima e 4 embaixo." Portanto, concluíram que o número de bolinhas da quinta figura será 9.

(b) Como vocês representariam, por meio de uma **expressão numérica que envolva a posição da figura**, a quantidade de bolinhas da 5ª figura?

O grupo não respondeu a este item.

(c) Reescrevam a expressão numérica do item anterior e **destaquem os dois números que não representam a posição da figura**.

Como o item anterior não foi respondido, o grupo também não resolveu este item.

(d) Quais as operações matemáticas utilizadas?

Os alunos utilizaram a operação de subtração para encontrar o número de bolinhas da 5ª figura:

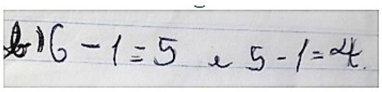


Figura 3.10: Pensamento Algébrico - Ficha 02

(e) A partir dos itens anteriores, concluam: qual será o número de bolinhas da DÉCIMA FIGURA? **JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.**

O grupo não respondeu satisfatoriamente esta questão. Segundo esse grupo, a 10ª figura teria 10 bolinhas em cima: "O número de bolinhas será 10 em cima (...)".

GRUPO "JAVALIS LENDÁRIOS"

1. Observe esta sequência de bolinhas:

○	○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	...	
1ª FIGURA	2ª FIGURA	3ª FIGURA	4ª FIGURA	...	

(a) Quantas bolinhas teremos na QUINTA FIGURA? **POR QUÊ**?

O grupo respondeu corretamente a questão, percebendo a sequência dada como uma recorrência: "9, porque (a sequência) vai aumentando de dois em dois", parênteses dos pesquisadores.

(b) Como vocês representariam, por meio de uma **expressão numérica que envolva a posição da figura**, a quantidade de bolinhas da 5ª figura?

O grupo conseguiu resolver esta questão de duas maneiras diferentes: $\mathbf{1+2+2+2+2}$ e $\mathbf{2+2+2+2+2-1}$. Tais expressões numéricas seriam respectivamente equivalentes a: $1+2\times 4 = 1+2\times(\mathbf{5}-1)$ e $\mathbf{5}\times 2-1$.

(c) Reescrevam a expressão numérica do item anterior e **destaquem os dois números que não representam a posição da figura**.

Pela forma em que foram escritas as expressões numéricas do item anterior, não foi possível indicar o número que representava a posição da figura:

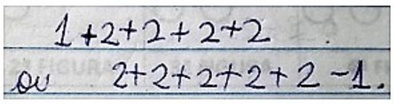


Figura 3.11: Pensamento Algébrico - Ficha 02

(d) Quais as operações matemáticas utilizadas?

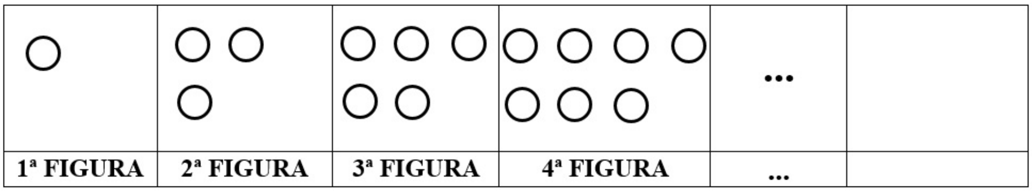
Os alunos utilizaram as operações de adição e subtração.

(e) A partir dos itens anteriores, concluam: qual será o número de bolinhas da DÉCIMA FIGURA? **JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.**

Os alunos resolveram a situação geometricamente e também escrevendo a expressão: $\mathbf{2+2+2+\ldots+2-1=19}$, a qual é equivalente a $2\times\mathbf{10}-1=19$.

GRUPO "MENTE DE EINSTEIN"

1. Observe esta sequência de bolinhas:

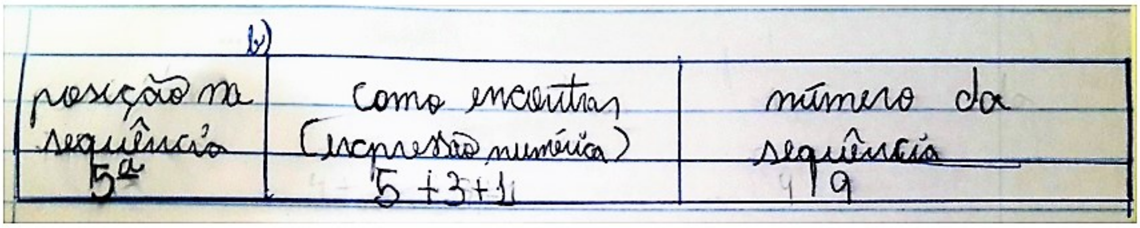


(a) Quantas bolinhas teremos na QUINTA FIGURA? **POR QUÊ**?

Este grupo respondeu corretamente a questão, também percebendo a sequência dada como uma recorrência: "Vai ter nove bolinhas, pois a sequência é de dois em dois.".

(b) Como vocês representariam, por meio de uma **expressão numérica que envolva a posição da figura**, a quantidade de bolinhas da 5ª figura?

O grupo não foi capaz de responder satisfatoriamente essa questão:



b)

posição na sequência	como encontrar (expressão numérica)	número da sequência
5ª	5+3+1	9

Figura 3.12: Pensamento Algébrico - Ficha 02

(c) Reescrevam a expressão numérica do item anterior e **destaquem os dois números que não representam a posição da figura**.

Como o grupo não respondeu satisfatoriamente ao item anterior, também não obteve uma resposta satisfatória para essa outra questão.

(d) Quais as operações matemáticas utilizadas?

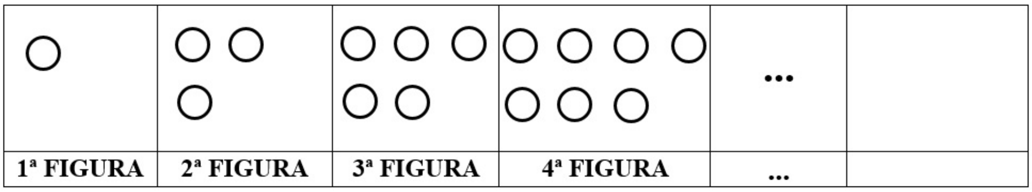
Os alunos utilizaram tão somente a operação de adição.

(e) A partir dos itens anteriores, concluam: qual será o número de bolinhas da DÉCIMA FIGURA? **JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.**

Pela resposta dada, entendemos que a sequência foi escrita então até o seu 10º termo: "Será de 19 bolinhas, fomos aumentando de dois em dois."

GRUPO "FOUR STARS"

1. Observe esta sequência de bolinhas:



(a) Quantas bolinhas teremos na QUINTA FIGURA? **POR QUÊ**?

Este grupo respondeu corretamente: "A 5ª figura terá 5 bolinhas em cima e 4 embaixo.".

(b) Como vocês representariam, por meio de uma **expressão numérica que envolva a posição da figura**, a quantidade de bolinhas da 5ª figura?

O grupo não foi capaz de responder satisfatoriamente essa questão. A expressão escrita foi: $\mathbf{6 - 1 = 5}$ e $\mathbf{5 - 1 = 4}$.

(c) Reescrevam a expressão numérica do item anterior e **destaquem os dois números que não representam a posição da figura**.

Como o grupo não respondeu satisfatoriamente ao item anterior, também não obteve uma resposta satisfatória para essa outra questão.

(d) Quais as operações matemáticas utilizadas?

Os alunos utilizaram a operação de subtração.

(e) A partir dos itens anteriores, concluam: qual será o número de bolinhas da DÉCIMA FIGURA? **JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.**

O grupo resolveu este item de maneira satisfatória, concluindo que o número de bolinhas da 10ª figura seria 19: "10 bolinhas em cima e 9 embaixo, porque a décima figura precisa ser composta pela sua (posição na) sequência e 9 embaixo, pois a parte debaixo é um número a menos que a de cima", parênteses dos pesquisadores. Assim poderíamos expressar a resposta desse grupo da seguinte maneira: $\mathbf{10} + (\mathbf{10} - 1)$.

<u>ANÁLISE GERAL</u>: Os grupos resolveram as situações propostas de formas diversas ao reconhecer diferentemente as regularidades das representações geométricas. Os grupos "Racionais" e "Four Stars" perceberam cada figura como um conjunto de bolinhas dispostas em duas linhas, observando a quantidade de bolinhas de cada linha. O grupo "Javalis Lendários" utilizou as operações de adição e subtração para descrever o padrão examinado. Já o "Mente de Einstein" considerou essa sequência como uma composição de termos que dependiam imediatamente do (termo) anterior.

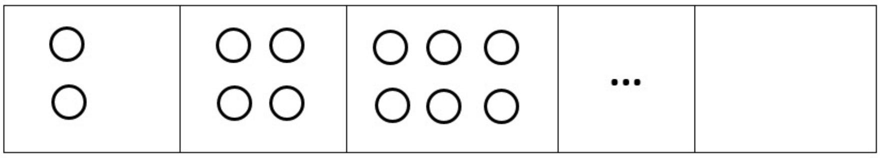
3.3 Pensamento Algébrico – Ficha 03

A situação de aprendizagem elaborada exibe representações geométricas para que sejam investigadas as regularidades da sequência dos números pares naturais. Tal situação se finaliza com uma primeira tentativa de generalização ao sugerir o uso da letra n como símbolo matemático que pode expressar uma variável. A seguir, apresentam-se os principais dados coletados por meio da aplicação da Ficha 03, referente ao eixo do *Pensamento Algébrico* (APÊNDICE B, p. 118).

GRUPO "RACIONAIS"

---

1. Considerem a sequência dos números naturais pares: **2, 4, 6, 8, ...**



(a) Vocês conseguiriam identificar o próximo número da sequência? Que número seria?

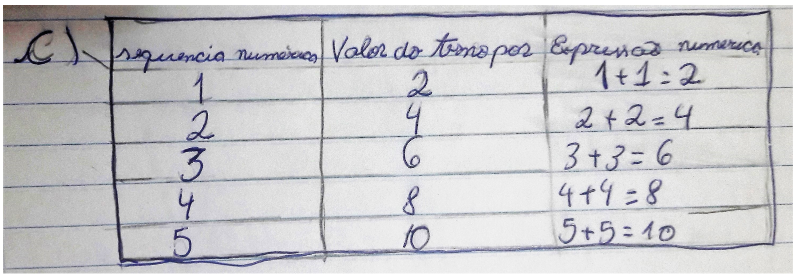
O grupo acertou o próximo número da sequência para a 4ª figura, o qual seria **o número 8**.

(b) Como representar, por meio de uma **expressão numérica que envolva a posição da figura**, o número par 10?

A resposta foi $\mathbf{5 + 5 = 10}$.

(c) Agora, organizem os números dessa sequência na tabela abaixo, indicando **a posição do termo** e **o seu valor**. Em cada linha dessa tabela, escrevam também uma expressão numérica que relacione esses dois números.

O grupo preencheu a tabela de maneira adequada.


c)

sequencia numérica	Valor do termo par	Expressão numérica
1	2	1+1=2
2	4	2+2=4
3	6	3+3=6
4	8	4+4=8
5	10	5+5=10

Figura 3.13: Pensamento Algébrico - Ficha 03

(d) Numa sequência numérica, é comum representarmos a posição de um termo qualquer de uma maneira especial. Utiliza-se, por exemplo, a letra n para indicar a posição do termo. Assim, podemos exibir a seguinte tabela:

POSIÇÃO	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	
VALOR DO TERMO	2	4	6	8	10	...

Que padrão vocês observam entre **o valor de** n e **o valor do termo** da sequência?

O grupo descreveu o padrão observado como: $1+1=2$, $2+2=4$, $3+3=6$, $4+4=8$, $5+5=10$, $6+6=12$, $7+7=14$, $8+8=16$, ...

(e) A partir da sua resposta anterior, conclua: **que EXPRESSÃO você poderia escrever para determinar um termo de posição** n **qualquer**?

O grupo continuou a sequência até o 8º termo, mas não foi capaz de escrever um termo de posição n qualquer:

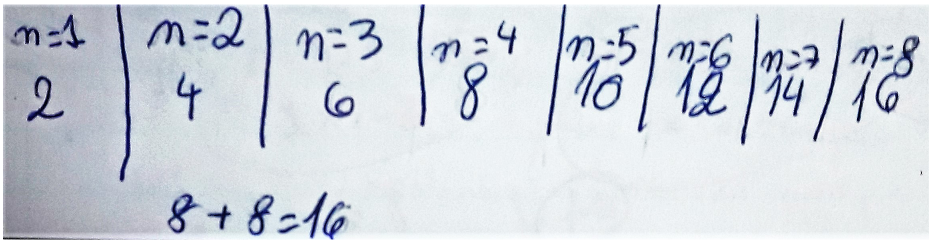
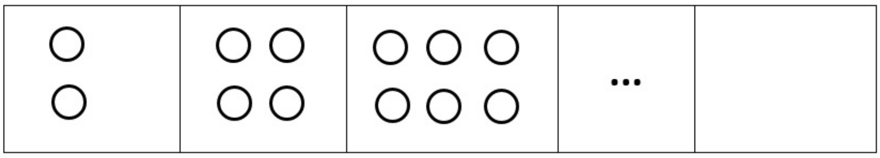


Figura 3.14: Pensamento Algébrico - Ficha 03

GRUPO "JAVALIS LENDÁRIOS"

1. Considerem a sequência dos números naturais pares: **2, 4, 6, 8, ...**



(a) Vocês conseguiriam identificar o próximo número da sequência? Que número seria?

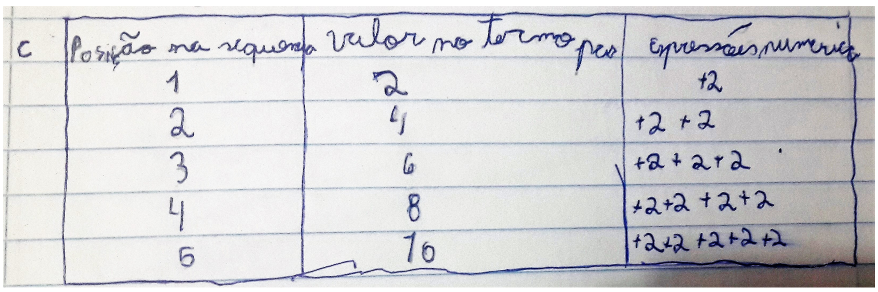
O grupo acertou o próximo número da sequência numérica dada. Segundo eles, seria **o número 10**.

(b) Como representar, por meio de uma **expressão numérica que envolva a posição da figura**, o número par 10?

A resposta foi $\mathbf{5 \times 2 = 10}$.

(c) Agora, organizem os números dessa sequência na tabela abaixo, indicando **a posição do termo** e **o seu valor**. Em cada linha dessa tabela, escrevam também uma expressão numérica que relacione esses dois números.

Apesar de ter utilizado a operação de multiplicação para escrever a expressão numérica do item anterior, o grupo preencheu a tabela com expressões numéricas que envolviam a operação de adição.



c	Posição na sequência	Valor no termo par	Expressões numéricas
	1	2	+2
	2	4	+2 +2
	3	6	+2 + 2 + 2
	4	8	+2+2 +2+2
	5	10	+2+2 +2+2+2

Figura 3.15: Pensamento Algébrico - Ficha 03

(d) Numa sequência numérica, é comum representarmos a posição de um termo qualquer de uma maneira especial. Utiliza-se, por exemplo, a letra n para indicar a posição do termo. Assim, podemos exibir a seguinte tabela:

POSIÇÃO	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	
VALOR DO TERMO	2	4	6	8	10	...

Que padrão vocês observam entre **o valor de** n e **o valor do termo** da sequência?

O grupo percebeu que o valor do termo se obtém ao multiplicar por 2 o valor de n: "Todos números se multiplicam por 2.".

(e) A partir da sua resposta anterior, conclua: **que EXPRESSÃO você poderia escrever para determinar um termo de posição** n **qualquer?**

O grupo apresentou exemplos, mas não soube generalizar a expressão:

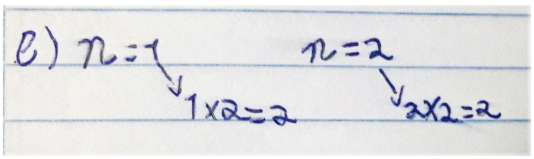
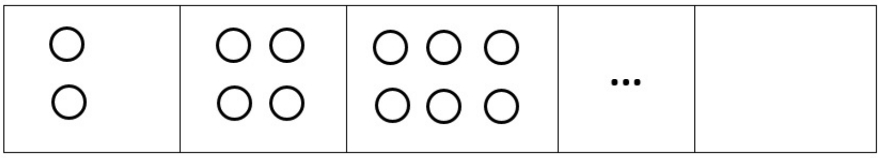


Figura 3.16: Pensamento Algébrico - Ficha 03

GRUPO "MENTE DE EINSTEIN"

1. Considerem a sequência dos números naturais pares: **2, 4, 6, 8, ...**

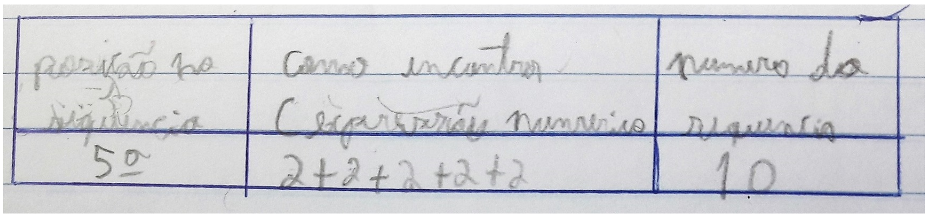


(a) Vocês conseguiriam identificar o próximo número da sequência? Que número seria?

O grupo considerou o próximo número da sequência das figuras, que seria o **8**.

(b) Como representar, por meio de uma **expressão numérica que envolva a posição da figura**, o número par 10?

O grupo escreveu a seguinte expressão **2 + 2 + 2 + 2 + 2**, a qual seria equivalente a **5** $\times$ **2**.

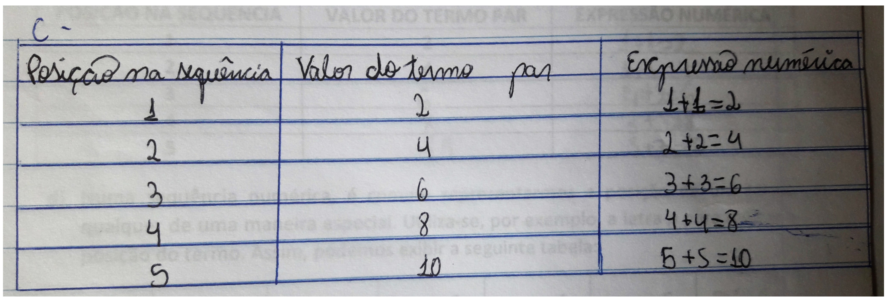


posição na sequência	Como encontrar (expressão numérica)	numero da sequencia
5º	2+2+2+2+2	10

Figura 3.17: Pensamento Algébrico - Ficha 03

(c) Agora, organizem os números dessa sequência na tabela abaixo, indicando **a posição do termo** e **o seu valor**. Em cada linha dessa tabela, escrevam também uma expressão numérica que relacione esses dois números.

O grupo preencheu a tabela adequadamente.



C -

Posição na sequência	Valor do termo par	Expressão numérica
1	2	1+1=2
2	4	2+2=4
3	6	3+3=6
4	8	4+4=8
5	10	5+5=10

Figura 3.18: Pensamento Algébrico - Ficha 03

(d) Numa sequência numérica, é comum representarmos a posição de um termo qualquer de uma maneira especial. Utiliza-se, por exemplo, a letra n para indicar a posição do termo. Assim, podemos exibir a seguinte tabela:

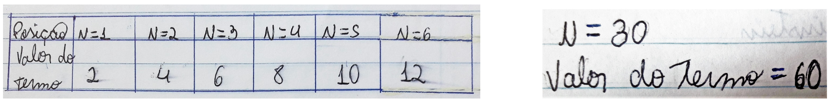
POSIÇÃO	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	
VALOR DO TERMO	2	4	6	8	10	...

Que padrão vocês observam entre **o valor de** n e **o valor do termo** da sequência?

O grupo não relacionou o valor de n com o valor do termo, mas relacionou cada termo da sequência com o imediato termo anterior: "O valor do n é de um em um e o outro valor do termo é de dois em dois.".

(e) A partir da sua resposta anterior, conclua: **que EXPRESSÃO você poderia escrever para determinar um termo de posição** n **qualquer?**

O grupo reescreveu a tabela, preenchendo-a até $n = 6$. Também foi apresentado o valor do termo da posição $n = 30$. No entanto, os alunos não foram capazes de escrever um termo de posição n qualquer.

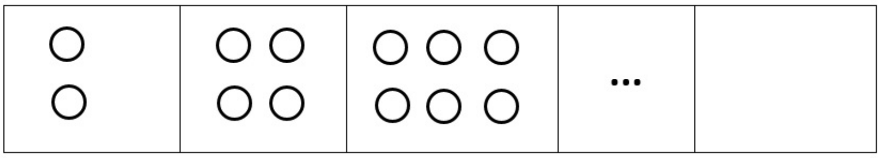


(a) (b)

Figura 3.19: Pensamento Algébrico - Ficha 03

GRUPO "FOUR STARS"

1. Considerem a sequência dos números naturais pares: **2, 4, 6, 8, ...**



(a) Vocês conseguiriam identificar o próximo número da sequência? Que número seria?

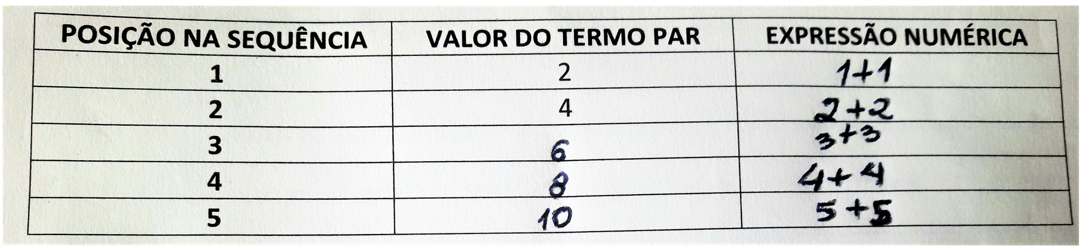
O grupo considerou o próximo número da sequência das figuras, que seria o **8**.

(b) Como representar, por meio de uma **expressão numérica que envolva a posição da figura**, o número par 10?

O grupo não conseguiu apresentar uma expressão numérica. Segundo esses alunos, teríamos "5 em cima e 5 embaixo formando então o número 10".

(c) Agora, organizem os números dessa sequência na tabela abaixo, indicando **a posição do termo** e **o seu valor**. Em cada linha dessa tabela, escrevam também uma expressão numérica que relacione esses dois números.

O grupo preencheu a tabela de maneira adequada.



POSIÇÃO NA SEQUÊNCIA	VALOR DO TERMO PAR	EXPRESSÃO NUMÉRICA
1	2	1+1
2	4	2+2
3	6	3+3
4	8	4+4
5	10	5+5

Figura 3.20: Pensamento Algébrico - Ficha 03

(d) Numa sequência numérica, é comum representarmos a posição de um termo qualquer de uma maneira especial. Utiliza-se, por exemplo, a letra n para indicar a posição do termo. Assim, podemos exibir a seguinte tabela:

POSIÇÃO	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	
VALOR DO TERMO	2	4	6	8	10	...

Que padrão vocês observam entre **o valor de** n e **o valor do termo** da sequência?

O grupo conseguiu perceber o padrão de sequência: "O valor do n multiplicado por dois define o valor do termo.".

(e) A partir da sua resposta anterior, conclua: **que EXPRESSÃO você poderia escrever para determinar um termo de posição n qualquer?**

O grupo apresentou um exemplo: "Para $n = 10$, teremos $\mathbf{10 \times 2 = 20}$.". No entanto, não conseguiram generalizar a expressão:

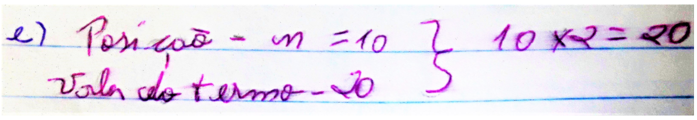


Figura 3.21: Pensamento Algébrico - Ficha 03

<u>ANÁLISE GERAL</u>: Ao identificar padrões e regularidades, as respostas dos alunos nos mostraram que os grupos compreenderam a estrutura da sequência dos números naturais pares. No entanto, como esperávamos, a primeira tentativa de generalização para um termo de posição n não foi bem sucedida, apesar das interessantes tentativas.

3.4 Pensamento Algébrico – Ficha 04

A situação de aprendizagem elaborada sugere a investigação de padrões em figuras fractais, as quais já haviam sido apresentadas na Avaliação Diagnóstica. A seguir, apresentam-se os principais dados coletados por meio da aplicação da Ficha 04, referente ao eixo do *Pensamento Algébrico* (APÊNDICE B, p. 119-120).

GRUPO "RACIONAIS"

---

1. Uma das sequências de figuras da avaliação diagnóstica era formada por triângulos pretos. Para cada uma delas, **CONTEM** a quantidade de triângulos pretos:

(a) Existe algum padrão entre a quantidade de triângulos pretos e a posição da figura na sequência? **Descrevam o padrão observado.**

O grupo percebeu que a quantidade de triângulos pretos "foi aumentando", mas não soube explicar como se deu esse aumento: "Sim. Porque foi aumentando de número em número.".

(b) Se a sequência continuar com o mesmo padrão, quantos triângulos pretos terá a QUARTA FIGURA? **Ilustrem-na.**

Agora, neste item, o grupo explicou o que não informou no item anterior. Ao multiplicar por 3 a quantidade de triângulos pretos da FIGURA 3, obtiveram **o resultado 81**.

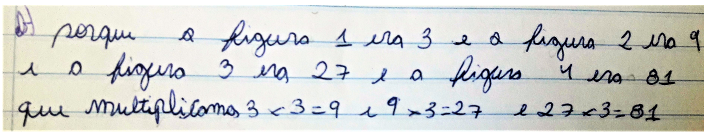

b) porque a figura 1 era 3 e a figura 2 era 9 e a figura 3 era 27 e a figura 4 era 81 que multiplicamos 3 x 3 = 9 e 9 x 3 = 27 e 27 x 3 = 81

Figura 3.22: Pensamento Algébrico - Ficha 04

(c) A seguir, calculem e apresentem o número de triângulos pretos de cada uma das figuras da sequência, utilizando-se de **expressões numéricas**.

Os alunos apresentaram cada uma das expressões como recorrência da anterior.

(d) Imaginem agora uma **FIGURA N**, em que **N** representa um número natural. Qual **expressão** poderíamos escrever para encontrar o número de triângulos pretos?

Não souberam responder.

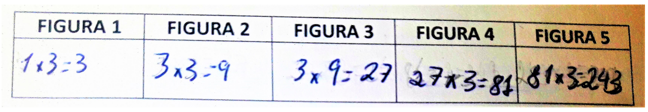


FIGURA 1	FIGURA 2	FIGURA 3	FIGURA 4	FIGURA 5
1x3=3	3x3=9	3x9=27	27x3=81	81x3=243

Figura 3.23: Pensamento Algébrico - Ficha 04

GRUPO "JAVALIS LENDÁRIOS"

1. Uma das sequências de figuras da avaliação diagnóstica era formada por triângulos pretos. Para cada uma delas, **CONTEM** a quantidade de triângulos pretos:

(a) Existe algum padrão entre a quantidade de triângulos pretos e a posição da figura na sequência? **Descrevam o padrão observado**.

O grupo percebeu que cada termo da sequência poderia ser obtido ao multiplicar por 3 o termo imediatamente anterior: "Todos os números são multiplicados por 3.".

(b) Se a sequência continuar com o mesmo padrão, quantos triângulos pretos terá a QUARTA FIGURA? **Ilustrem-na**.

O grupo acertou a quantidade de triângulos da QUARTA FIGURA e ilustrou tal resultado.

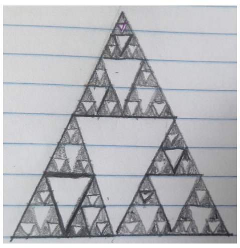


Figura 3.24: Pensamento Algébrico - Ficha 04

(c) A seguir, calculem e apresentem o número de triângulos pretos de cada uma das figuras da sequência, utilizando-se de **expressões numéricas**.

Os alunos apresentaram cada uma das expressões como recorrência da anterior.

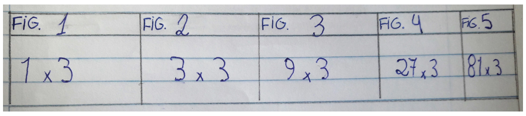


Figura 3.25: Pensamento Algébrico - Ficha 04

(d) Imaginem agora uma **FIGURA N**, em que **N** representa um número natural. Qual **expressão** poderíamos escrever para encontrar o número de triângulos pretos?

A expressão apresentada foi $N \times 3$, onde N seria o número de triângulos pretos da figura anterior, mas não o número da posição da figura:

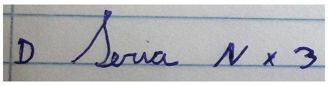


Figura 3.26: Pensamento Algébrico - Ficha 04

GRUPO “MENTE DE EINSTEIN”

1. Uma das sequências de figuras da avaliação diagnóstica era formada por quadrados pretos. **CONTEM** o número de quadrados de cada uma dessas figuras:

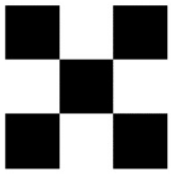
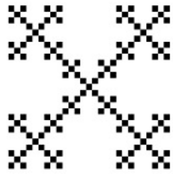
		

FIGURA 1	**FIGURA 2**	**FIGURA 3**
NÚMERO DE QUADRADOS PRETOS: ( )	**NÚMERO DE QUADRADOS PRETOS:** ( )	**NÚMERO DE QUADRADOS PRETOS:** ( )

(a) Existe algum padrão entre a quantidade de quadrados pretos e a posição da figura na sequência? **Descrevam o padrão observado**.

O grupo percebeu que cada termo da sequência poderia ser obtido ao multiplicar por 5 o termo imediatamente anterior: “Sim, está multiplicando de 5 em 5.”.

(b) Se a sequência continuar com o mesmo padrão, quantos quadrados pretos terá a QUARTA FIGURA? **Ilustrem-na**.

Ao multiplicar por 5 a quantidade de quadrados da FIGURA 3, obteve-se **o resultado 625**.

(c) A seguir, calculem e apresentem o número de quadrados pretos de cada uma das figuras da sequência, utilizando-se de **expressões numéricas**.

Os alunos apresentaram cada uma das expressões como recorrência da anterior.

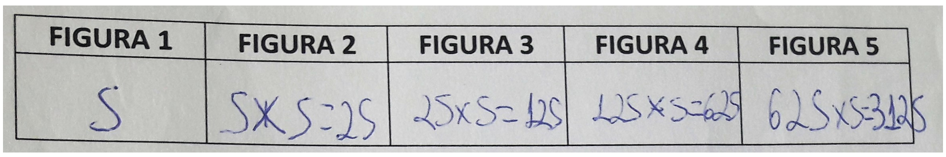


FIGURA 1	FIGURA 2	FIGURA 3	FIGURA 4	FIGURA 5
5	5x5=25	25x5=125	125x5=625	625x5=3125

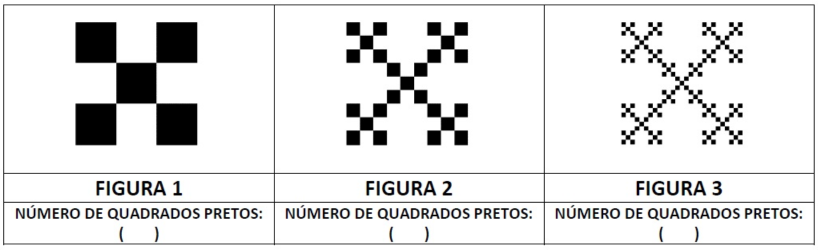
Figura 3.27: Pensamento Algébrico - Ficha 04

(d) Imaginem agora uma **FIGURA N**, em que **N** representa um número natural. Qual **expressão** poderíamos escrever para encontrar o número de quadrados pretos?

Não responderam este item.

GRUPO "FOUR STARS"

1. Uma das sequências de figuras da avaliação diagnóstica era formada por quadrados pretos. **CONTEM** o número de quadrados de cada uma dessas figuras:



(a) Existe algum padrão entre a quantidade de quadrados pretos e a posição da figura na sequência? **Descrevam o padrão observado**.

O grupo percebeu que cada termo da sequência seria o produto de uma multiplicação com fatores todos iguais a 5: "A cada figura se multiplica o algarismo 5 por ele mesmo, obtendo o resultado.".

(b) Se a sequência continuar com o mesmo padrão, quantos quadrados pretos terá a QUARTA FIGURA? **Ilustrem-na**.

O grupo acertou este item, mas não ilustrou tal situação.

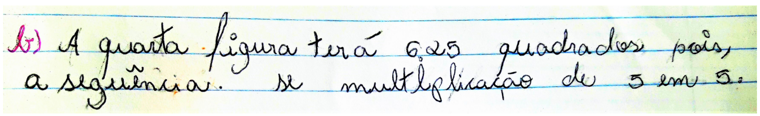


Figura 3.28: Pensamento Algébrico - Ficha 04

(c) A seguir, calculem e apresentem o número de quadrados pretos de cada uma das figuras da sequência, utilizando-se de **expressões numéricas**.

Apesar das respostas anteriores, as expressões apresentadas foram obtidas por recorrência:

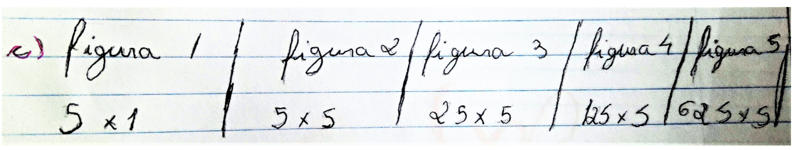


Figura 3.29: Pensamento Algébrico - Ficha 04

(d) Imaginem agora uma **FIGURA N**, em que **N** representa um número natural. Qual **expressão** poderíamos escrever para encontrar o número de quadrados pretos?

Não conseguiram generalizar o resultado.

<u>ANÁLISE GERAL</u>: Neste momento, os grupos puderam analisar melhor as sequências numéricas implícitas nas mesmas representações geométricas apresentadas na fase das Avaliações Diagnósticas. Todavia, apenas o grupo “Javalis Lendários” trouxe uma tentativa adequada para descrever algebricamente o padrão observado.

Capítulo 4

Expressões Algébricas

De acordo com Polya (1995):

> *Equacionar significa expressar por símbolos matemáticos uma condicionante que está formulada por palavras; é a tradução da linguagem corrente para a linguagem das fórmulas matemáticas. As dificuldades que podem surgir no equacionamento são dificuldades de tradução. (POLYA, p. 73, 1995) [8].*

Buscando então familiarizar os alunos com a *linguagem das fórmulas matemáticas*, iniciamos a aplicação das Fichas de Atividades referentes ao eixo das *Expressões Algébricas*. Foram concebidas e aplicadas três Fichas de Atividades para esse eixo (APÊNDICE C, p. 121-124).

A expectativa de ensino e aprendizagem que orientou o desenvolvimento e a aplicação das situações didáticas propostas foi: [10]

- Ler e representar expressões algébricas bem como calcular o valor numérico dessas expressões em diversos contextos (SESI-SP, 2016, p. 231).

Nas páginas a seguir, podemos visualizar os principais dados alcançados.

4.1 Expressões Algébricas – Ficha 01

A situação de aprendizagem elaborada presume que os alunos, ao comparar as respostas dos colegas de outros grupos, percebam regularidades e variações entre as expressões numéricas obtidas. Na finalização dessa situação, se espera que sejam listadas hipóteses para a generalização dessas expressões. A seguir, apresentam-se os principais dados coletados por meio da aplicação da Ficha 01, referente ao eixo das *Expressões Algébricas* (APÊNDICE C, p. 121).

GRUPO "RACIONAIS"

---

1. Pense em um número qualquer e multiplique-o por 2. Agora some 5.

   (a) Qual foi o **valor obtido**?

   O grupo pensou no número **6** e obteve **17** como resultado.

   (b) **Apresente uma expressão numérica** que corresponda ao cálculo efetuado.

   A expressão apresentada foi $\mathbf{6} \times \mathbf{2} + \mathbf{5} = \mathbf{17}$.

   (c) **Compare**, com os colegas, se o valor obtido foi o mesmo que o deles. Por que isso aconteceu?

   Os alunos chegaram à conclusão de que o resultado obtido foi diferente, mas não explicaram o porquê disso.

   (d) Mesmo que vocês não tenham obtido um mesmo resultado, há alguma **regularidade** (semelhança) entre as expressões numéricas escritas? Explique.

   Eles afirmaram perceber regularidade entre as expressões, mas não especificaram qual seria.

   (e) Chame de **a** o único valor diferente encontrado nas expressões. Como essas expressões poderiam ser escritas utilizando a letra **a**?

   Escreveram "$\mathbf{a} \times \mathbf{2} + \mathbf{5} = \mathbf{a}$".

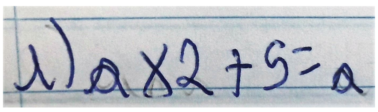


Figura 4.1: Expressões Algébricas - Ficha 01

GRUPO "JAVALIS LENDÁRIOS"

1. Pense em um número qualquer e multiplique-o por 2. Agora some 5.

   (a) Qual foi o **valor obtido**?

   O grupo pensou no número **1** e obteve **7** como resultado.

   (b) **Apresente uma expressão numérica** que corresponda ao cálculo efetuado.

   A expressão apresentada foi $\mathbf{1 \times 2 + 5 = 7}$.

   (c) **Compare**, com os colegas, se o valor obtido foi o mesmo que o deles. Por que isso aconteceu?

   Os alunos chegaram à conclusão de que o resultado obtido foi diferente porque os números escolhidos não foram os mesmos. De acordo com eles: "(...) pois cada número é diferente.".

   (d) Mesmo que vocês não tenham obtido um mesmo resultado, há alguma **regularidade** (semelhança) entre as expressões numéricas escritas? Explique.

   Eles afirmaram perceber regularidade entre as expressões: "A expressão numérica é a mesma, só muda o número chave.". Ou seja, os alunos perceberam que o número escolhido representava a parte variável da expressão escrita.

   (e) Chame de **a** o único valor diferente encontrado nas expressões. Como essas expressões poderiam ser escritas utilizando a letra **a**?

   Escreveram "$\mathbf{a \times 2 + 5 = ?}$".

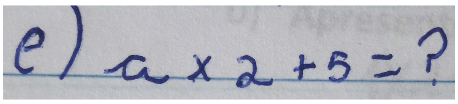


Figura 4.2: Expressões Algébricas - Ficha 01

GRUPO "MENTE DE EINSTEIN "

1. Pense em um número qualquer e multiplique-o por 2. Agora some 5.

   (a) Qual foi o **valor obtido**?

   Este grupo também pensou no número **1** e obteve **7** como resultado.

   (b) **Apresente uma expressão numérica** que corresponda ao cálculo efetuado.

   A expressão apresentada foi $\mathbf{1} \times \mathbf{2} + \mathbf{5} = \mathbf{7}$.

   (c) **Compare**, com os colegas, se o valor obtido foi o mesmo que o deles. Por que isso aconteceu?

   Os alunos chegaram à conclusão de que o resultado obtido foi diferente porque "o número que eles (os colegas de outros grupos) multiplicaram não foi o mesmo que o nosso", parênteses dos pesquisadores.

   (d) Mesmo que vocês não tenham obtido um mesmo resultado, há alguma **regularidade** (semelhança) entre as expressões numéricas escritas? Explique.

   Eles afirmaram perceber regularidade entre as expressões nas operações utilizadas. De acordo com eles, "(...) usaram multiplicação igual ao nosso".

   (e) Chame de **a** o único valor diferente encontrado nas expressões. Como essas expressões poderiam ser escritas utilizando a letra **a**?

   Escreveram $\mathbf{a} \times \mathbf{2} + \mathbf{5}$.

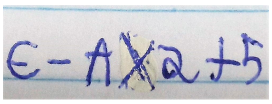


Figura 4.3: Expressões Algébricas - Ficha 01

GRUPO "FOUR STARS"

1. Pense em um número qualquer e multiplique-o por 2. Agora some 5.

   (a) Qual foi o **valor obtido**?

   O grupo pensou no número **10** e obteve **25** como resultado.

   (b) **Apresente uma expressão numérica** que corresponda ao cálculo efetuado.

   A expressão apresentada foi $\mathbf{10} \times \mathbf{2} + \mathbf{5} = \mathbf{25}$.

   (c) **Compare**, com os colegas, se o valor obtido foi o mesmo que o deles. Por que isso aconteceu?

   Os alunos chegaram à conclusão de que o resultado obtido não foi o mesmo porque "(...) cada um dos grupos escolheu um número diferente".

   (d) Mesmo que vocês não tenham obtido um mesmo resultado, há alguma **regularidade** (semelhança) entre as expressões numéricas escritas? Explique.

   Eles afirmaram perceber regularidade nas operações utilizadas. De acordo com a resposta do grupo: "(...) temos os mesmos sinais e estão na mesma ordem".

   (e) Chame de **a** o único valor diferente encontrado nas expressões. Como essas expressões poderiam ser escritas utilizando a letra **a**?

   Escreveram $\mathbf{a} \times \mathbf{2} + \mathbf{5} = \mathbf{25}$, representando então, na verdade, uma equação de primeiro grau para a situação apresentada pelo grupo.

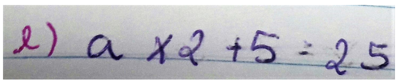


Figura 4.4: Expressões Algébricas - Ficha 01

<u>ANÁLISE GERAL</u>: Após a finalização da aplicação das fichas do "Pensamento Algébrico", verificamos que embora os aprendizes apresentassem raciocínio algébrico, ainda eram nítidas as dificuldades na tradução da linguagem corrente para a respectiva representação com fórmulas matemáticas. Nessa direção, justifica-se o trabalho didático-pedagógico para o eixo das "Expressões Algébricas". Nesta primeira ficha, os alunos expõem que assimilavam o conceito de variável ao resolver o problema proposto e apresentar adequadamente uma expressão algébrica que representava a condicionante definida com palavras. O grupo "Four Stars" inclusive se adiantou e intuitivamente descreveu essa situação pela equação $\mathbf{a} \times \mathbf{2} + \mathbf{5} = \mathbf{25}$.

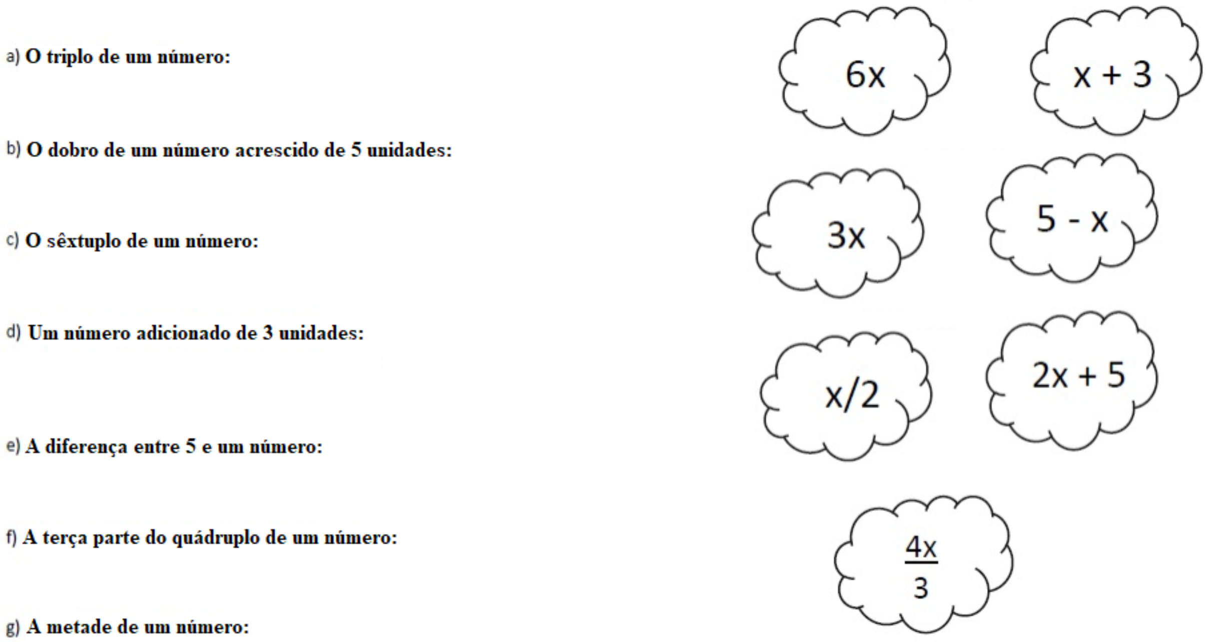
4.2 Expressões Algébricas – Ficha 02

A situação de aprendizagem elaborada explora as relações de algumas expressões da língua materna com a linguagem matemática. Com isso, visamos familiarizar os aprendizes com a linguagem algébrica. A seguir, apresentam-se os principais dados coletados por meio da aplicação da Ficha 02, referente ao eixo das *Expressões Algébricas* (APÊNDICE C, p. 122-123).

GRUPO "RACIONAIS"

---

1. Relacione as expressões algébricas abaixo com as frases correspondentes na língua portuguesa.



a) **O triplo de um número:**

b) **O dobro de um número acrescido de 5 unidades:**

c) **O sêxtuplo de um número:**

d) **Um número adicionado de 3 unidades:**

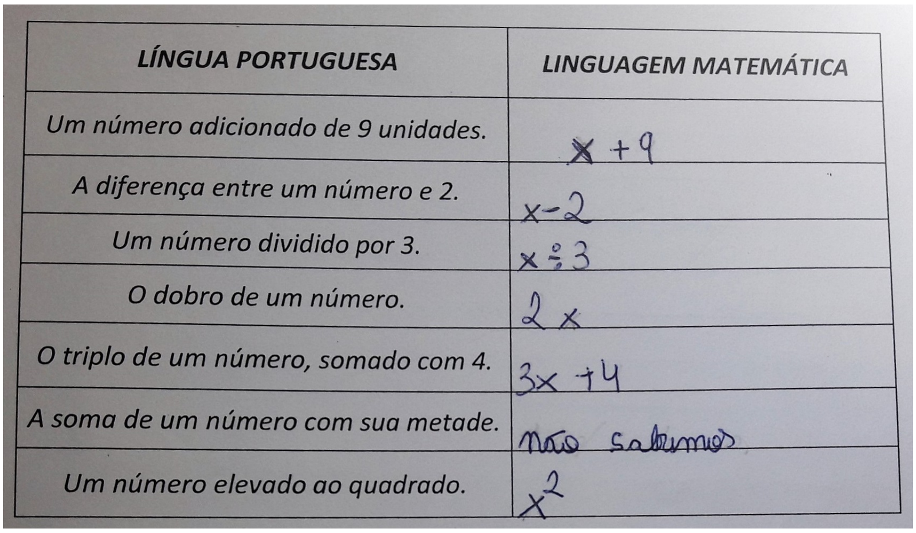
e) **A diferença entre 5 e um número:**

f) **A terça parte do quádruplo de um número:**

g) **A metade de um número:**

O grupo relacionou corretamente todos os itens.

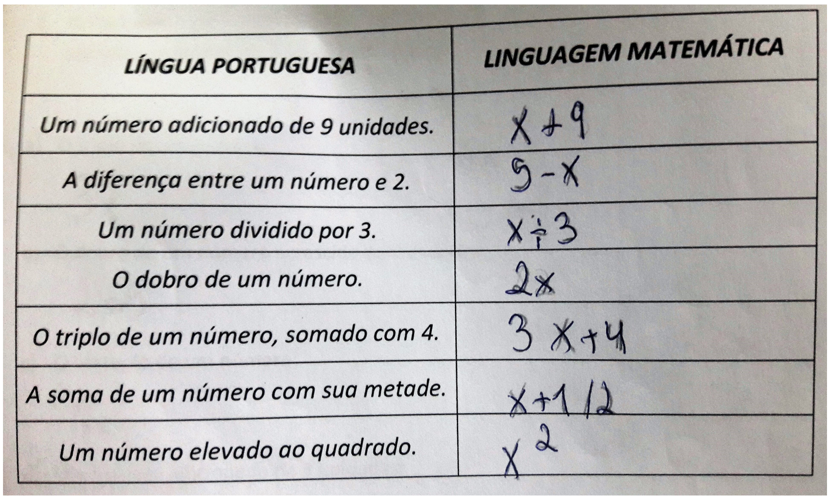
2. Traduza as expressões da língua portuguesa para a linguagem matemática. Utilize a letra **x** para representar um número qualquer.



LÍNGUA PORTUGUESA	LINGUAGEM MATEMÁTICA
Um número adicionado de 9 unidades.	x + 9
A diferença entre um número e 2.	x - 2
Um número dividido por 3.	x ÷ 3
O dobro de um número.	2 x
O triplo de um número, somado com 4.	3x + 4
A soma de um número com sua metade.	não sabemos
Um número elevado ao quadrado.	x^2

Figura 4.5: Expressões Algébricas - Ficha 02

Notemos que os alunos não conseguiram traduzir em linguagem algébrica a expresssão "A soma de um número com sua metade.".



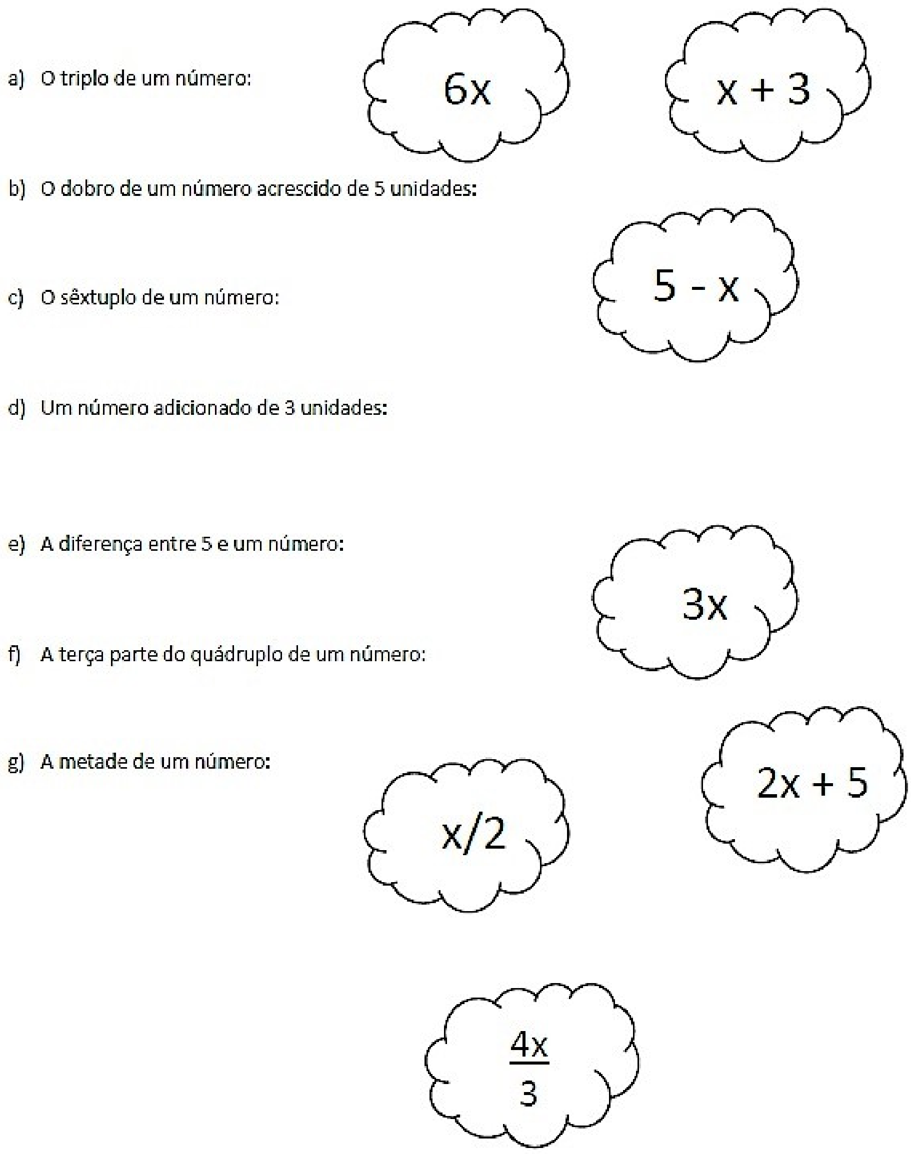
LÍNGUA PORTUGUESA	LINGUAGEM MATEMÁTICA
Um número adicionado de 9 unidades.	x + 9
A diferença entre um número e 2.	9 - x
Um número dividido por 3.	x ÷ 3
O dobro de um número.	2x
O triplo de um número, somado com 4.	3 x + 4
A soma de um número com sua metade.	x + 1/2
Um número elevado ao quadrado.	x^2

Figura 4.6: Expressões Algébricas - Ficha 02

Nesta outra tabela, encontramos uma tentativa (não bem sucedida) para a resposta que não souberam expressar num primeiro momento: $\mathbf{x + \frac{1}{2}}$.

GRUPO "JAVALIS LENDÁRIOS"

1. Relacione as expressões algébricas abaixo com as frases correspondentes na língua portuguesa.



a) O triplo de um número:

b) O dobro de um número acrescido de 5 unidades:

c) O sêxtuplo de um número:

d) Um número adicionado de 3 unidades:

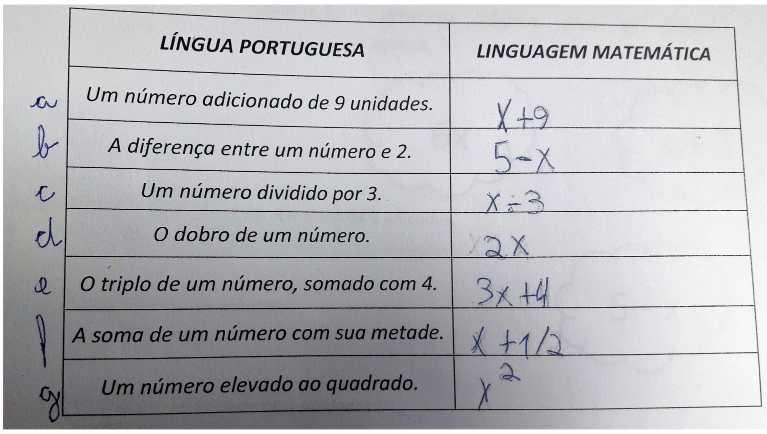
e) A diferença entre 5 e um número:

f) A terça parte do quádruplo de um número:

g) A metade de um número:

O grupo relacionou corretamente todos os itens.

2. Traduza as expressões da língua portuguesa para a linguagem matemática. Utilize a letra **x** para representar um número qualquer.



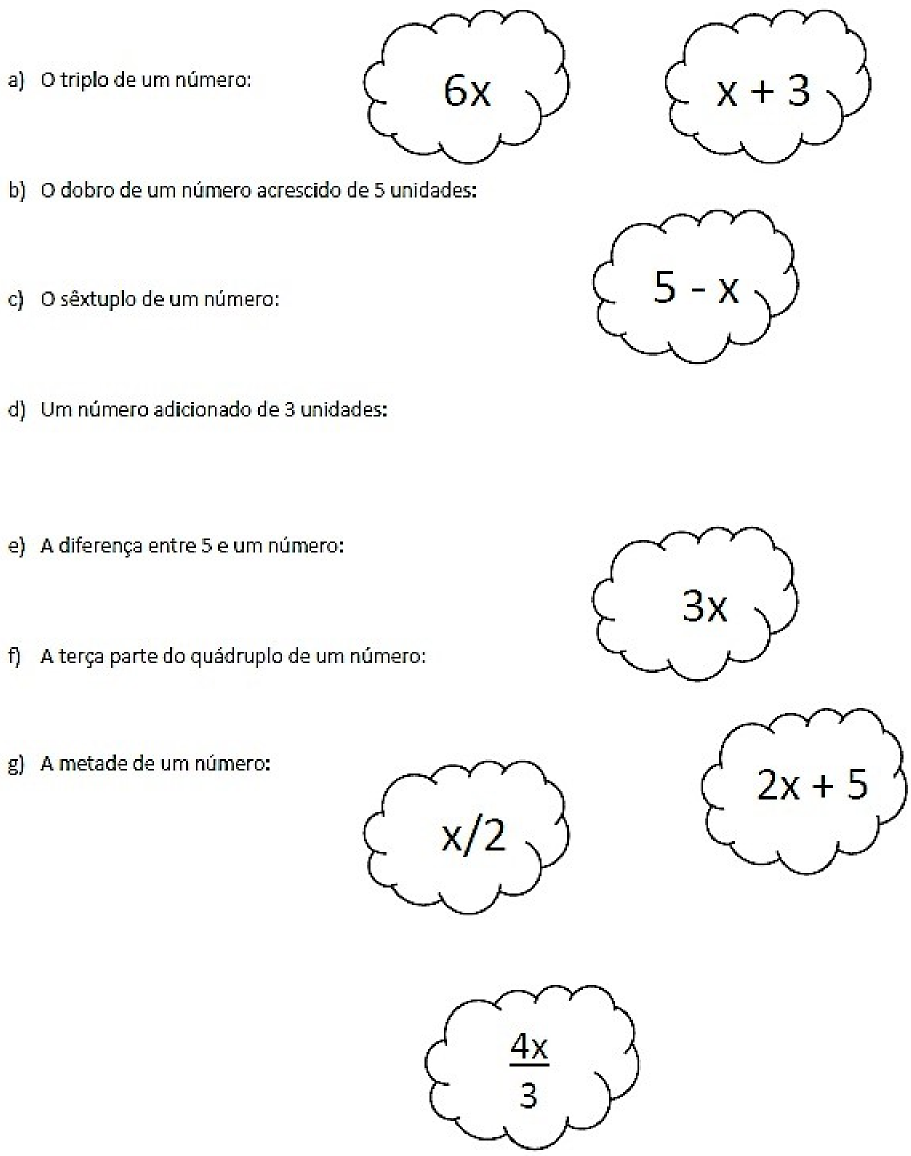
	LÍNGUA PORTUGUESA	LINGUAGEM MATEMÁTICA
a	Um número adicionado de 9 unidades.	$x+9$
b	A diferença entre um número e 2.	$5-x$
c	Um número dividido por 3.	$x \div 3$
d	O dobro de um número.	$2x$
e	O triplo de um número, somado com 4.	$3x+4$
f	A soma de um número com sua metade.	$x+1/2$
g	Um número elevado ao quadrado.	x^2

Figura 4.7: Expressões Algébricas - Ficha 02

Notemos que, no item **(b)**, os alunos escreveram **5 - x** ao invés de **x - 2**. O grupo também não conseguiu traduzir em linguagem algébrica a expresssão "A soma de um número com sua metade.". Assim como o grupo anterior, a resposta apresentada foi $\mathbf{x + \frac{1}{2}}$.

GRUPO "MENTE DE EINSTEIN"

1. Relacione as expressões algébricas abaixo com as frases correspondentes na língua portuguesa.



O grupo relacionou corretamente todos os itens.

2. Traduza as expressões da língua portuguesa para a linguagem matemática. Utilize a letra **x** para representar um número qualquer.

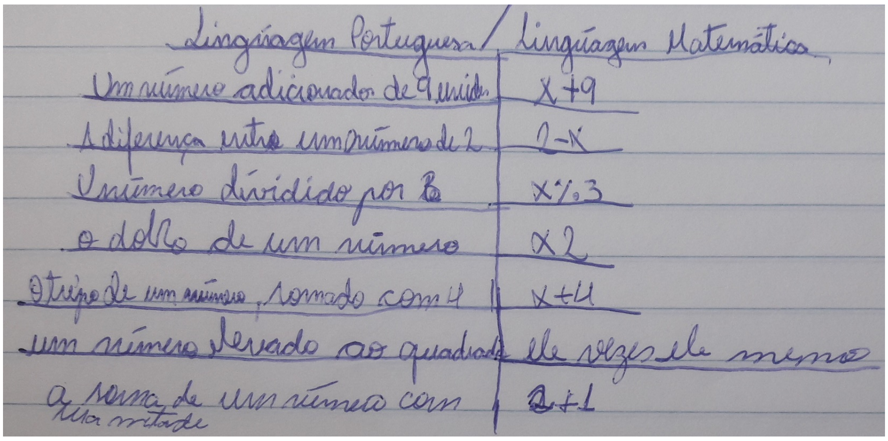


Figura 4.8: Expressões Algébricas - Ficha 02

Na resposta deste grupo, podemos notar alguns pontos de destaque:

- Para a expressão "A diferença entre um número e 2.", o grupo escreveu **2 - x** ao invés de **x - 2**.

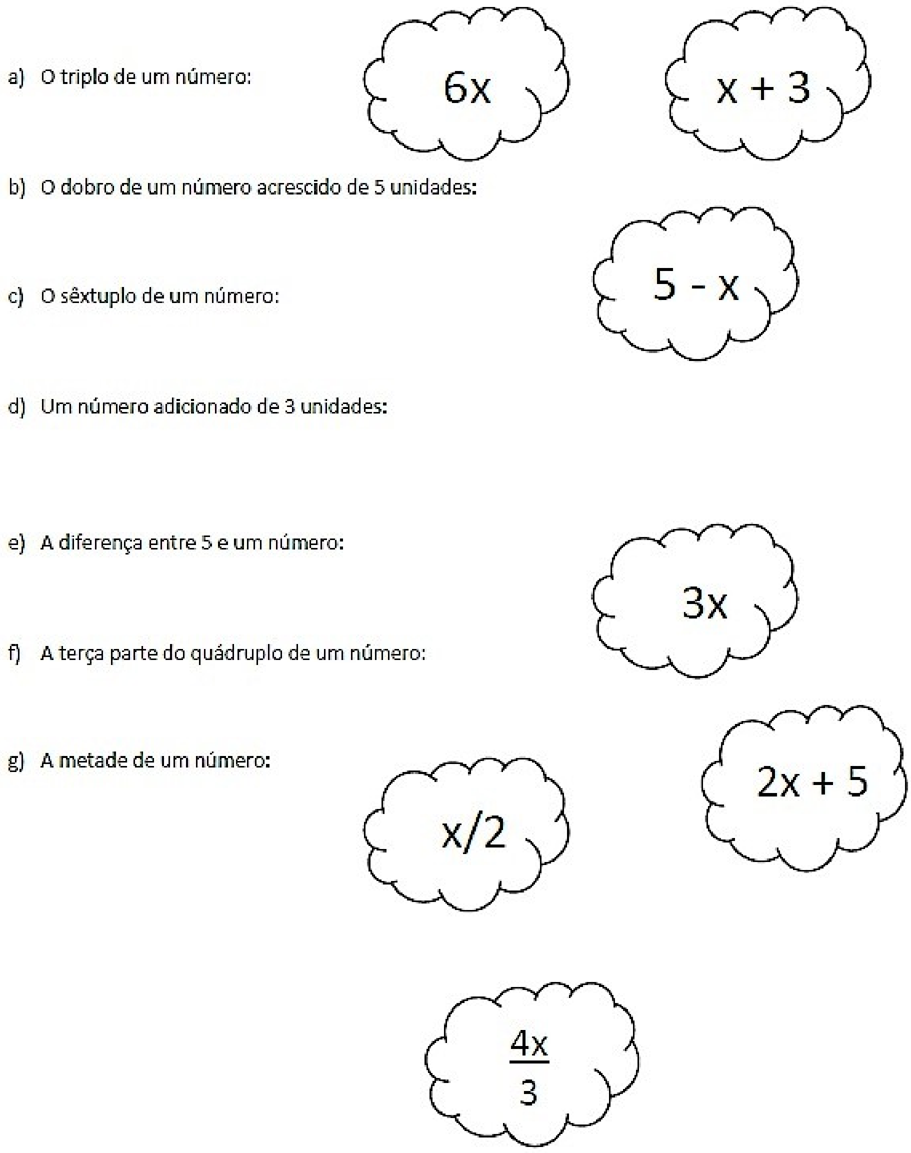
- Na frase "O **triplo** de um número somado com 4.", a expressão **x + 4** desconsidera a palavra **triplo**.

- O grupo traduziu "um número elevado ao quadrado "como "ele vezes ele mesmo", mas não expressou isso algebricamente.

- Na última expressão, para "a soma de um número com sua metade", o grupo apresentou um exemplo. Por terem escolhido **o número 2**, escreveram: **2 + 1**.

GRUPO “FOUR STARS”

1. Relacione as expressões algébricas abaixo com as frases correspondentes na língua portuguesa.



a) O triplo de um número:

b) O dobro de um número acrescido de 5 unidades:

c) O sêxtuplo de um número:

d) Um número adicionado de 3 unidades:

e) A diferença entre 5 e um número:

f) A terça parte do quádruplo de um número:

g) A metade de um número:

$6x$ $x + 3$ $5 - x$ $3x$ $2x + 5$ $x/2$ $\frac{4x}{3}$

O grupo relacionou corretamente todos os itens.

2. Traduza as expressões da língua portuguesa para a linguagem matemática. Utilize a letra **x** para representar um número qualquer.

LÍNGUA PORTUGUESA	LINGUAGEM MATEMÁTICA
Um número adicionado de 9 unidades.	$x + 9$
A diferença entre um número e 2.	$x - 2$
Um número dividido por 3.	$x \div 3$
O dobro de um número.	$2/x$
O triplo de um número, somado com 4.	$3x + 4$
A soma de um número com sua metade.	$x + 1/2$
Um número elevado ao quadrado.	x^2

Figura 4.9: Expressões Algébricas - Ficha 02

Notemos que, para a expressão "O dobro de um número.", os alunos utilizaram a fração $\mathbf{\frac{2}{x}}$ ao invés de utilizar a operação de multiplicação e representar como **2x**. Já para a expressão "A soma de um número com sua metade.", foi cometido o mesmo erro que os demais grupos: a resposta apresentada foi $\mathbf{x + \frac{1}{2}}$.

ANÁLISE GERAL: Esta ficha era composta por duas atividades: na primeira delas, a tradução deveria ocorrer da linguagem algébrica para a língua materna; na segunda, a tradução se daria na ordem inversa. Como afirma Polya (1995) [8], ao expressar com símbolos matemáticos a condicionante que estava descrita com palavras da linguagem corrente, podem surgir dificuldades de tradução. Muitas vezes, percebemos que tais dificuldades representam obstáculos causados pela compreensão e interpretação da própria língua, visto que todos os grupos relacionaram corretamente os itens da primeira atividade, a qual sugeria a tradução da linguagem algébrica para a língua materna.

4.3 Expressões Algébricas – Ficha 03

A situação de aprendizagem elaborada **investiga** a generalização da área e do perímetro do quadrado. A seguir, apresentam-se os principais dados coletados por meio da aplicação da Ficha 03, referente ao eixo das *Expressões Algébricas* (APÊNDICE C, p. 124).

GRUPO "RACIONAIS"

---

1. Complete a tabela com a medida do perímetro e da área dos quadrados cujas medidas dos lados estão indicadas.

MEDIDA DO LADO	PERÍMETRO	ÁREA
1 cm	4	1
2 cm	8	4
3 cm	12	9
4 cm	16	16
5 cm	20	25

Figura 4.10: Expressões Algébricas - Ficha 03

(a) Que **operação matemática** foi utilizada para determinar o PERÍMETRO? Seria a única possível?

O grupo identificou a **adição** como a operação utilizada para o cálculo do perímetro dos quadrados. Indicou também a **multiplicação** como possibilidade.

(b) Qual **expressão algébrica** representa o perímetro de um quadrado de medida l cm? Essa é a única expressão que pode representar o perímetro?

Escreveram $\mathbf{L + L + L + L}$ e também $\mathbf{L \cdot 4}$.

(c) Que **operação matemática** foi utilizada para determinar a ÁREA? Seria a única possível?

O grupo identificou a **multiplicação** como a operação matemática utilizada para o cálculo da área de cada um dos quadrados.

(d) Que **expressão algébrica** representa a área de um quadrado de medida l cm? Essa é a única expressão que pode representar a área?

Escreveram $\mathbf{L \cdot L}$, somente.

GRUPO "JAVALIS LENDÁRIOS"

1. Complete a tabela com a medida do perímetro e da área dos quadrados cujas medidas dos lados estão indicadas.

MEDIDA DO LADO	PERÍMETRO	ÁREA
1 cm	1+1+1+1=4	1x1=1
2 cm	2+2+2+2=8	2x2=4
3 cm	3+3+3+3=12	3x3=9
4 cm	4+4+4+4=16	4x4=16
5 cm	5+5+5+5=20	5x5=25

Figura 4.11: Expressões Algébricas - Ficha 03

(a) Que **operação matemática** foi utilizada para determinar o PERÍMETRO? Seria a única possível?

O grupo identificou a **adição** como a operação utilizada para o cálculo do perímetro dos quadrados.

(b) Qual **expressão algébrica** representa o perímetro de um quadrado de medida l cm? Essa é a única expressão que pode representar o perímetro?

Escreveram $\mathbf{L + L + L + L}$ e também $\mathbf{L \times 4}$.

(c) Que **operação matemática** foi utilizada para determinar a ÁREA? Seria a única possível?

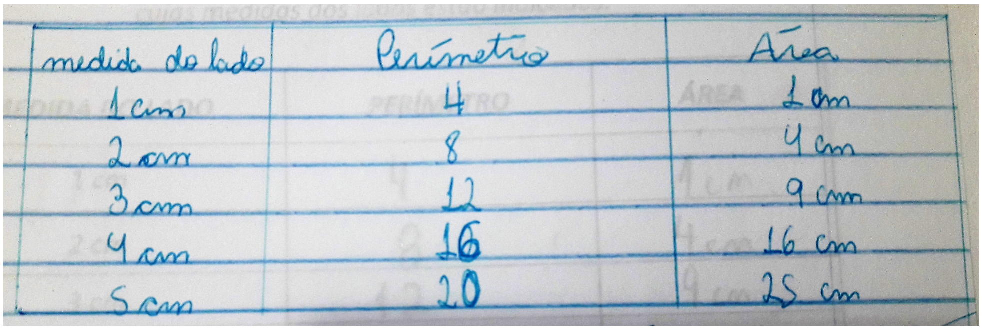
O grupo identificou a **multiplicação** como a operação matemática utilizada para o cálculo da área de cada um dos quadrados. Também lembraram que a operação da multiplicação de dois números quaisquer pode ser representada como uma soma de parcelas iguais, como por exemplo: $\mathbf{2 \times 2 = 2 + 2}$ ou $\mathbf{3 \times 3 = 3 + 3 + 3}$.

(d) Que **expressão algébrica** representa a área de um quadrado de medida l cm? Essa é a única expressão que pode representar a área?

Escreveram $\mathbf{L \cdot L}$ e também $\mathbf{L + L + ... + L}$.

GRUPO "MENTE DE EINSTEIN"

1. Complete a tabela com a medida do perímetro e da área dos quadrados cujas medidas dos lados estão indicadas.



medida do lado	Perímetro	Área
1 cm	4	1 cm
2 cm	8	4 cm
3 cm	12	9 cm
4 cm	16	16 cm
5 cm	20	25 cm

Figura 4.12: Expressões Algébricas - Ficha 03

(a) Que **operação matemática** foi utilizada para determinar o PERÍMETRO? Seria a única possível?

O grupo identificou a **multiplicação** como a operação utilizada para o cálculo do perímetro dos quadrados. Indicou também a **adição** como possibilidade.

(b) Qual **expressão algébrica** representa o perímetro de um quadrado de medida l cm? Essa é a única expressão que pode representar o perímetro?

Escreveram somente $\mathbf{L + L + L + L}$.

(c) Que **operação matemática** foi utilizada para determinar a ÁREA? Seria a única possível?

O grupo identificou a **multiplicação** como a operação matemática utilizada para o cálculo da área de cada um dos quadrados.

(d) Que **expressão algébrica** representa a área de um quadrado de medida l cm? Essa é a única expressão que pode representar a área?

Escreveram $\mathbf{L \cdot L}$, somente.

GRUPO "FOUR STARS"

1. Complete a tabela com a medida do perímetro e da área dos quadrados cujas medidas dos lados estão indicadas.

MEDIDA DO LADO	PERÍMETRO	ÁREA
1 cm	4	1
2 cm	8	4
3 cm	12	9
4 cm	16	16
5 cm	20	25

Figura 4.13: Expressões Algébricas - Ficha 03

(a) Que **operação matemática** foi utilizada para determinar o PERÍMETRO? Seria a única possível?

O grupo identificou a **adição** como a operação utilizada para o cálculo do perímetro dos quadrados. Indicou também a **multiplicação** como possibilidade.

(b) Qual **expressão algébrica** representa o perímetro de um quadrado de medida l cm? Essa é a única expressão que pode representar o perímetro?

Escreveram somente $\mathbf{l \cdot 4}$. Lembraram também que poderiam utilizar a adição para escrever uma expressão algébrica para essa situação, mas não expressaram algebricamente essa ideia.

(c) Que **operação matemática** foi utilizada para determinar a ÁREA? Seria a única possível?

O grupo identificou a **multiplicação** como a operação matemática utilizada para o cálculo da área de cada um dos quadrados.

(d) Que **expressão algébrica** representa a área de um quadrado de medida l cm? Essa é a única expressão que pode representar a área?

Escreveram $\mathbf{l \cdot l}$, somente.

ANÁLISE GERAL: No encerramento das fichas do eixo das "Expressões Algébricas", os aprendizes demonstraram uma melhor familiaridade com a linguagem matemática para ler e representar expressões algébricas bem como calcular seus respectivos valores numéricos.

Capítulo 5

Equações do 1^o Grau

A começar dos conhecimentos já disponíveis aos alunos, por meio da apresentação de problemas que procuravam levá-los a criar próprios procedimentos para atender circunstâncias equivalentes, podemos afirmar que nosso trabalho:

> *(...) baseia-se na apresentação de situações abertas e sugestivas que exijam dos alunos uma atitude ativa ou um esforço para buscar suas próprias respostas, seu próprio conhecimento. O ensino baseado na solução de problemas pressupõe promover nos alunos o domínio de procedimentos, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar resposta a situações variáveis e diferentes. (POZO e ECHEVERRÍA, 1998, p. 9) [9].*

Prosseguindo com esse raciocínio, ainda na etapa experimental desta pesquisa, elaboramos e aplicamos 8 Fichas de Atividades que contemplavam o eixo das *Equações do 1^o Grau* (APÊNDICE D, p. 125-134). Salienta-se que em nenhum momento impusemos alguma técnica para a resolução dessas equações, pois esperávamos que os aprendizes buscassem suas próprias respostas, numa *atitude ativa* diante do conhecimento matemático.

As expectativas de ensino e aprendizagem que subsidiaram o desenvolvimento e a aplicação dassituações didáticas propostas foram: [10]

- Traduzir situações que podem ser descritas por equações do primeiro grau e resolvê-las utilizando as propriedades da igualdade ao recorrer ao princípio da equivalência;
- Analisar e validar o significado das raízes encontradas em confronto com a situação descrita. (SESI-SP, 2016, p. 261).

Neste capítulo, exibimos os principais dados obtidos.

5.1 Equações do 1º Grau – Ficha 01

A situação de aprendizagem elaborada apresenta uma história em quadrinhos na qual se abordam noções a respeito do conceito de incógnita. A seguir, apresentam-se os principais dados coletados por meio da aplicação da Ficha 01, referente ao eixo das *Equações do 1º Grau* (APÊNDICE D, p. 125-126).

GRUPO "RACIONAIS"

---

1. Vejam os quadrinhos abaixo:

(a) Será que a mãe do Menino Maluquinho realmente adivinhou o número em que ele pensou?

Segundo os alunos, a mãe do menino não havia acertado o número pensado por ele.

(b) Como ela fez isso? **Expliquem**.

O grupo desconfiou que a resposta da mãe havia sido aleatória: "(...) ela falou o 4 pra ver se era esse mesmo e ele não sabia e falou que era o 4 (...)". A partir disso, percebemos que os alunos não perceberam a proposta desta ficha.

GRUPO "JAVALIS LENDÁRIOS"

1. Vejam os quadrinhos abaixo:

(a) Será que a mãe do Menino Maluquinho realmente adivinhou o número em que ele pensou?

De acordo com os alunos, a mãe do menino adivinhou o número pensado.

(b) Como ela fez isso? **Expliquem**.

De acordo com o grupo, a mãe "fez toda operação ao contrário".

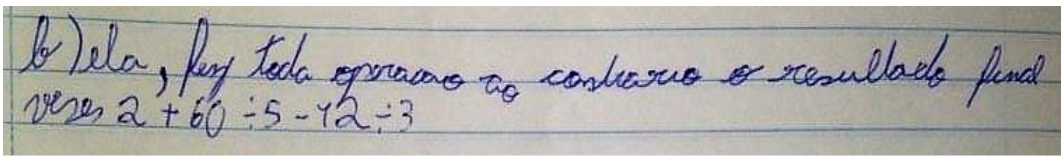
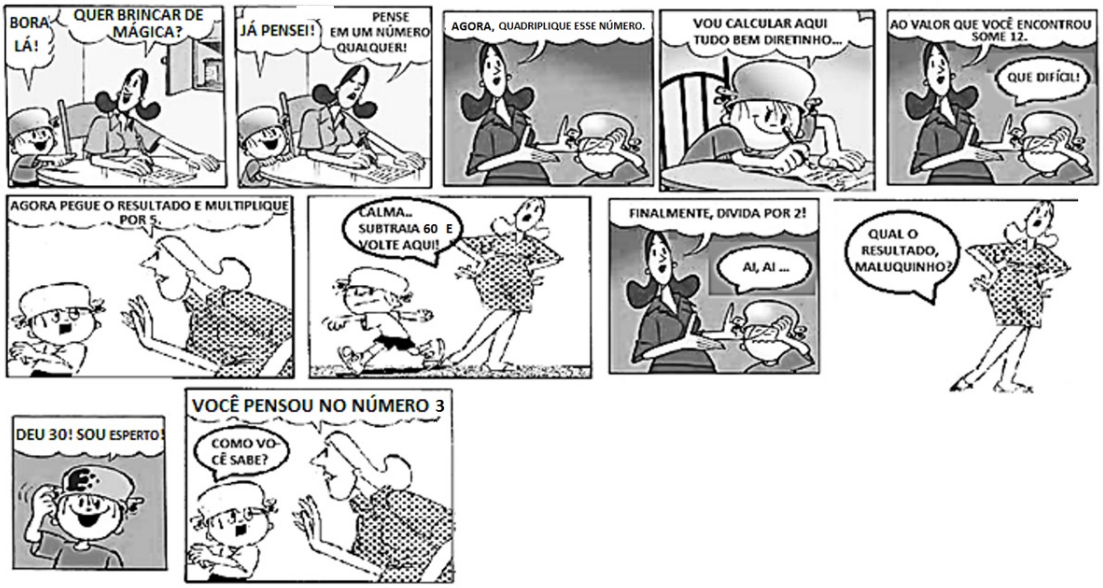

b) ela, fez toda operacao ao contrario o resultado final
vezes 2 + 60 ÷ 5 - 12 ÷ 3

Figura 5.1: Equações do 1º Grau - Ficha 01

GRUPO "MENTE DE EINSTEIN"

1. Vejam os quadrinhos abaixo:



(a) Será que a mãe do Menino Maluquinho realmente adivinhou o número em que ele pensou?

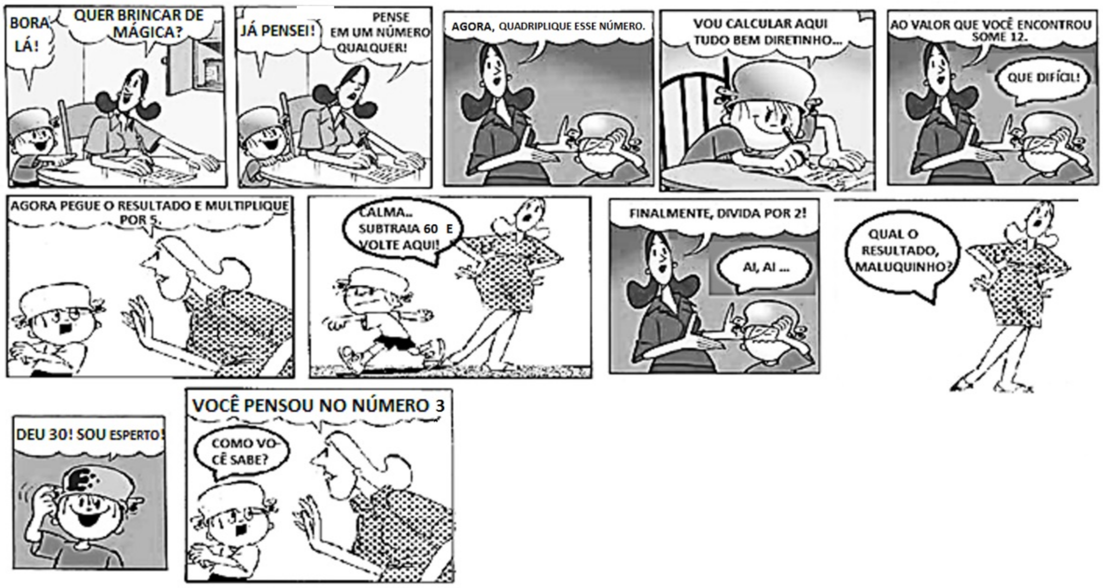
Segundo os alunos, a mãe do menino adivinhou o número pensado.

(b) Como ela fez isso? **Expliquem**.

De acordo com o grupo, a mãe "usou a resposta do Maluquinho para saber o número em que ele pensou". No entanto, não explicitaram de que forma ela fez isso.

GRUPO "FOUR STARS"

1. Vejam os quadrinhos abaixo:



(a) Será que a mãe do Menino Maluquinho realmente adivinhou o número em que ele pensou?

De acordo com os alunos, a mãe do menino não acertou o número pensado.

(b) Como ela fez isso? **Expliquem**.

Apesar da resposta do item anterior, de acordo com o grupo, a mãe "usou a resposta do Maluquinho para saber o número em que ele pensou". No entanto, não explicitaram de que forma ela fez isso.

<u>ANÁLISE GERAL</u>: Inicialmente, os alunos mostraram que não compreendiam adequadamente o conceito de incógnita de uma equação. Os grupos "Mente de Einstein" e "Four Stars" reconheceram que deveria ser utilizada a resposta do Maluquinho para descobrir o número pensado (isto é, determinar a incógnita), contudo, não foi explicitado como isso se faria. O grupo "Javalis Lendários" foi o único que apresentou uma hipótese consistente: "(a mãe) fez toda operação ao contrário", parênteses nossos.

5.2 Equações do 1º Grau – Ficha 02

A partir de conhecimentos prévios quanto à representação de expressões algébricas, a situação de aprendizagem elaborada propõe que equações do primeiro grau sejam resolvidas intuitivamente para solucionar a mesma questão proposta anteriormente. A seguir, apresentam-se os principais dados coletados por meio da aplicação da Ficha 02, referente ao eixo das *Equações do 1º Grau* (APÊNDICE D, p. 127-128).

GRUPO "RACIONAIS"

---

1. Utilize a letra **x** para representar o número em que o Menino Maluquinho pensou.

   (a) É possível representar os passos propostos pela mãe do Menino Maluquinho, ANTES DE CHEGAR AO RESULTADO, por meio de uma **expressão algébrica**? Qual seria essa expressão?

   A fim de representar $\frac{(x \cdot 3+12) \cdot 5-60}{2}$, o grupo escreveu a expressão algébrica da seguinte forma:

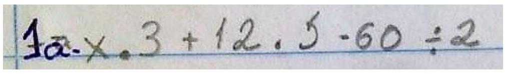


Figura 5.2: Equações do 1º Grau - Ficha 02

   (b) Calcule o valor numérico da expressão algébrica quando **x = 4**.

   O resultado obtido foi **30**.

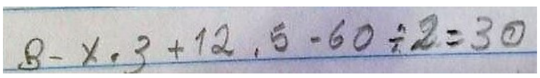


Figura 5.3: Equações do 1º Grau - Ficha 02

   (c) Que **conclusão** é obtida por meio do cálculo realizado no item anterior?

   O grupo afirmou que chegou à conclusão do resultado ser **30** porque **x = 4** foi o número pensado pelo Menino Maluquinho. Ou seja, agora os alunos concordaram que a mãe havia descoberto o número secreto.

   (d) E se o resultado do penúltimo quadrinho tivesse sido 15, vocês seriam capazes de identificar o número pensado? **Expliquem como**.

   Os alunos não foram capazes de identificar o número pensado para que o resultado do penúltimo quadrinho tivesse sido 15.

GRUPO "JAVALIS LENDÁRIOS"

1. Utilize a letra **x** para representar o número em que o Menino Maluquinho pensou.

   (a) É possível representar os passos propostos pela mãe do Menino Maluquinho, ANTES DE CHEGAR AO RESULTADO, por meio de uma **expressão algébrica**? Qual seria essa expressão?

   O grupo também representou a expressão algébrica da seguinte forma:

   $$x \cdot 3 + 12 \cdot 5 - 60 \div 2$$

   ao invés de registrar

   $$\frac{(x \cdot 3 + 12) \cdot 5 - 60}{2}$$

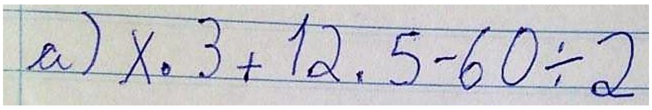


Figura 5.4: Equações do 1^{o} Grau - Ficha 02

   (b) Calcule o valor numérico da expressão algébrica quando $\mathbf{x = 4}$.

   O resultado obtido foi **30**, mas não foi explicitado como o grupo chegou a essa conclusão.

   (c) Que **conclusão** é obtida por meio do cálculo realizado no item anterior?

   A conclusão do grupo foi "que o Maluquinho pensou no número 4".

   (d) E se o resultado do penúltimo quadrinho tivesse sido 15, vocês seriam capazes de identificar o número pensado? **Expliquem como**.

   Os alunos afirmaram corretamente que o número pensado seria o **2**, mas não explicaram como chegaram a esse resultado.

GRUPO "MENTE DE EINSTEIN"

1. Utilize a letra **x** para representar o número em que o Menino Maluquinho pensou.

   (a) É possível representar os passos propostos pela mãe do Menino Maluquinho, ANTES DE CHEGAR AO RESULTADO, por meio de uma **expressão algébrica**? Qual seria essa expressão?

   O grupo representou a expressão algébrica da seguinte forma:

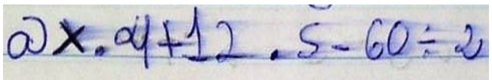


Figura 5.5: Equações do 1º Grau - Ficha 02

   (b) Calcule o valor numérico da expressão algébrica quando **x = 3**.

   O resultado obtido foi **30**.

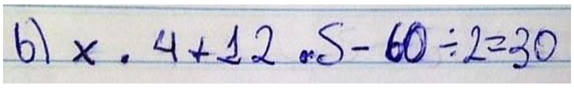


Figura 5.6: Equações do 1º Grau - Ficha 02

   (c) Que **conclusão** é obtida por meio do cálculo realizado no item anterior?

   A conclusão do grupo foi que o menino havia pensado no número 3.

   (d) E se o resultado do penúltimo quadrinho tivesse sido 40, vocês seriam capazes de identificar o número pensado? **Expliquem como**.

   Os alunos afirmaram corretamente que o número pensado seria o **4**, mas não foram capazes de explicar de maneira clara como chegaram a esse resultado.

GRUPO "FOUR STARS"

1. Utilize a letra **x** para representar o número em que o Menino Maluquinho pensou.

   (a) É possível representar os passos propostos pela mãe do Menino Maluquinho, ANTES DE CHEGAR AO RESULTADO, por meio de uma **expressão algébrica**? Qual seria essa expressão?

   O grupo representou a expressão algébrica da seguinte forma:

$$x \cdot 4 + 12 \cdot 5 - 60 \div 2$$

   ao invés de escrever

$$\frac{(x \cdot 4 + 12) \cdot 5 - 60}{2}$$

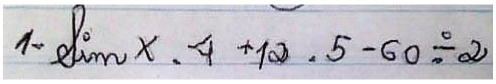


Figura 5.7: Equações do 1º Grau - Ficha 02

   (b) Calcule o valor numérico da expressão algébrica quando $\mathbf{x = 3}$.

   O resultado obtido foi **30**.

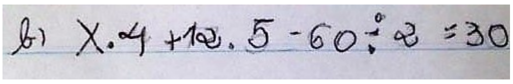


Figura 5.8: Equações do 1º Grau - Ficha 03

   (c) Que **conclusão** é obtida por meio do cálculo realizado no item anterior?

   Os alunos afirmaram que o resultado obtido foi **30** porque o número pensado foi $\mathbf{x = 3}$**:** "o resultado da expressão algébrica é 30, pois o Menino Maluquinho pensou no número 3".

   (d) E se o resultado do penúltimo quadrinho tivesse sido 40, vocês seriam capazes de identificar o número pensado? **Expliquem como**.

   Os alunos disseram que o número pensado seria o **4**, mas não foram capazes de explicar de maneira clara como chegaram a esse resultado.

ANÁLISE GERAL: Apesar de ainda apresentarem alguma dificuldade quanto ao uso de parênteses para representar expressões algébricas, os alunos resolveram corretamente (e intuitivamente) as equações propostas.

5.3 Equações do 1º Grau – Ficha 03

A situação de aprendizagem elaborada supõe que um enigma matemático seja decifrado por intermédio da interpretação da representação algébrica de uma equação do primeiro grau. A seguir, apresentam-se os principais dados coletados por meio da aplicação da Ficha 03, referente ao eixo das *Equações do 1º Grau* (APÊNDICE D, p. 129).

GRUPO "RACIONAIS"

---

1. Marcelinho é um aluno do sétimo ano. Ele pensou em **um número qualquer**; depois MULTIPLICOU esse número por 4 e, ao resultado, ADICIONOU 12. No final das contas OBTEVE 60.

   (a) Escrevam uma **sentença algébrica** para representar a situação descrita, incluindo o resultado obtido ao final das contas. Indiquem por **n** o número em que Marcelinho pensou.

   Apesar de não ter sido realizada nenhuma abordagem teórica sobre equações, o grupo soube representar de maneira adequada a equação necessária para solucionar o problema apresentado:

   $$n \times 4 + 12 = 60$$

   (b) Agora descubram o valor de **n**. **EXPLIQUEM** como encontraram esse valor.

   O resultado obtido foi **12**; os alunos disseram que haviam realizado o cálculo $12 \times 4 + 12 = 60$ para descobrir o valor de **n**. Sendo assim, constatamos que o método utilizado foi o de *tentativa e erro*.

GRUPO "JAVALIS LENDÁRIOS"

1. Marcelinho é um aluno do sétimo ano. Ele pensou em **um número qualquer**; depois MULTIPLICOU esse número por 4 e, ao resultado, ADICIONOU 12. No final das contas OBTEVE 60.

   (a) Escrevam uma **sentença algébrica** para representar a situação descrita, incluindo o resultado obtido ao final das contas. Indiquem por **n** o número em que Marcelinho pensou.

   Esse grupo também soube representar de maneira adequada a equação necessária para solucionar o problema:

   $$N \times 4 + 12 = 60$$

   (b) Agora descubram o valor de **n**. **EXPLIQUEM** como encontraram esse valor.

   Apesar de não ter sido feita nenhuma abordagem teórica sobre equações, os alunos afirmaram que primeiro realizaram a subtração $60 - 12$ cujo resultado foi dividido por 4, ou seja, $48 \div 4$. Assim notamos que a raiz da equação foi obtida corretamente.

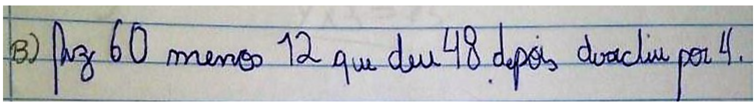


Figura 5.9: Equações do 1º Grau - Ficha 03

GRUPO "MENTE DE EINSTEIN"

1. Marcelinho é um aluno do sétimo ano. Ele pensou em **um número qualquer**; depois MULTIPLICOU esse número por 4 e, ao resultado, ADICIONOU 12. No final das contas OBTEVE 60.

   (a) Escrevam uma **sentença algébrica** para representar a situação descrita, incluindo o resultado obtido ao final das contas. Indiquem por **n** o número em que Marcelinho pensou.

   Esse grupo também soube representar de maneira adequada a equação necessária para solucionar o problema:

   $$N \cdot 4 + 12 = 60$$

   (b) Agora descubram o valor de **n**. **EXPLIQUEM** como encontraram esse valor.

   O resultado obtido foi **12**. Os alunos afirmaram que "para você chegar a esse resultado é só você fazer a operação ao contrário". É importante destacar que essa conclusão foi obtida pela experiência dos próprios alunos, sem intervenção do professor.

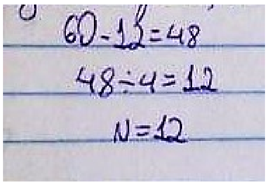


Figura 5.10: Equações do 1º Grau - Ficha 03

GRUPO "FOUR STARS"

1. Marcelinho é um aluno do sétimo ano. Ele pensou em **um número qualquer**; depois MULTIPLICOU esse número por 4 e, ao resultado, ADICIONOU 12. No final das contas OBTEVE 60.

   (a) Escrevam uma **sentença algébrica** para representar a situação descrita, incluindo o resultado obtido ao final das contas. Indiquem por **n** o número em que Marcelinho pensou.

   Assim como os grupos anteriores, os alunos foram capazes de representar adequadamente a equação do problema apresentado:

   $$n \cdot 4 + 12 = 60$$

   (b) Agora descubram o valor de **n**. **EXPLIQUEM** como encontraram esse valor.

   Utilizando-se de tentativas diversas, o resultado obtido foi **12**. De acordo com os alunos: "Procuramos um número qualquer que multiplicado por 4 e somado a 12 obteria o resultado 60.".

ANÁLISE GERAL: Os alunos representaram de maneira adequada o enigma proposto. Diante disso, resolveram corretamente a equação representada por eles. Por fim, o resultado foi analisado e validado ao ser confrontado com a situação descrita. Dessa forma, verificamos que nossas expectativas de ensino e aprendizagem foram atendidas.

5.4 Equações do 1º Grau – Ficha 04

A situação de aprendizagem elaborada explora as relações da língua materna com a linguagem algébrica para que algumas igualdades matemáticas (equações do primeiro grau) sejam representadas e solucionadas. A seguir, apresentam-se os principais dados coletados por meio da aplicação da Ficha 04, referente ao eixo das *Equações do 1º Grau* (APÊNDICE D, p. 130).

GRUPO "RACIONAIS"

---

1. ESCREVAM CADA SENTENÇA como uma **igualdade**.
   Depois, ENCONTREM O VALOR que a torna verdadeira.

   (a) O triplo de um número natural y é igual a 15.

   O grupo escreveu $y + y + y = 15$ e encontrou corretamente o valor para y: **5**.

   (b) Um número natural x somado a 12 resulta em 25.

   O grupo escreveu $x + 12 = 25$ e encontrou corretamente o valor para x: **13**.

   (c) A metade de um número inteiro k é igual a -25.

   O grupo escreveu $-50 \div 2 = -25$ e, assim, percebemos que, apesar da equação não ter sido escrita formalmente, o valor de k foi encontrado corretamente: **-50**.

   (d) A diferença entre um número a e 5 é 23.

   O grupo escreveu $a - 5 = 23$ e encontrou corretamente o valor para a: **28**.

   (e) O dobro de um número n somado a 3 resulta em 47.

   O grupo escreveu $n \cdot 2 + 3 = 47$ e encontrou corretamente o valor para n: **22**.

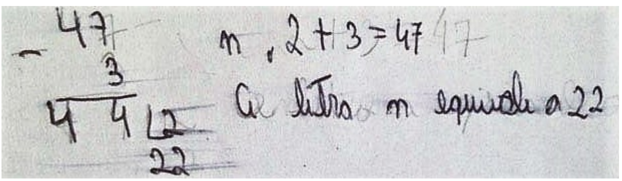


Figura 5.11: Equações do 1º Grau - Ficha 04

GRUPO "JAVALIS LENDÁRIOS"

1. ESCREVAM CADA SENTENÇA como uma **igualdade**.
   Depois, ENCONTREM O VALOR que a torna verdadeira.

   (a) O triplo de um número natural y é igual a 15.

   O grupo escreveu $y \times 3 = 15$ e encontrou corretamente o valor para y: **5**.

   (b) Um número natural x somado a 12 resulta em 25.

   O grupo escreveu $x + 12 = 25$ e encontrou corretamente o valor para x: **13**.

   (c) A metade de um número inteiro k é igual a -25.

   O grupo encontrou corretamente o valor de k: **-50**, mas não escreveu uma equação adequada.

   (d) A diferença entre um número a e 5 é 23.

   O grupo escreveu $a - 5 = 23$ mas não encontrou corretamente o valor para a.

   (e) O dobro de um número n somado a 3 resulta em 47.

   O grupo escreveu $N + 3 = 47$ e encontrou corretamente o valor para $\frac{N}{2}$: **22**.
   Assim, podemos entender que a incógnita N representaria **"o dobro de um número n"**.

GRUPO "MENTE DE EINSTEIN"

1. ESCREVAM CADA SENTENÇA como uma **igualdade**.
   Depois, ENCONTREM O VALOR que a torna verdadeira.

   (a) O triplo de um número natural y é igual a 15.

   O grupo escreveu $y \cdot 3 = 15$ e encontrou corretamente o valor para y: **5**.

   (b) Um número natural x somado a 12 resulta em 25.

   O grupo escreveu $x + 12 = 25$ e encontrou corretamente o valor para x: **13**.

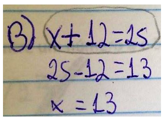


Figura 5.12: Equações do 1º Grau - Ficha 04

   (c) A metade de um número inteiro k é igual a -25.

   O grupo escreveu $k \div 2 = -25$ e encontrou corretamente o valor para k: **-50**.

   (d) A diferença entre um número a e 5 é 23.

   O grupo escreveu $a - 5 = 23$ e encontrou corretamente o valor para a: **28**.

   (e) O dobro de um número n somado a 3 resulta em 47.

   O grupo escreveu $N + 3 = 47$ e encontrou corretamente o valor para N: **44**.
   Sendo assim, a resposta procurada seria $\frac{N}{2} = \frac{44}{2} = 22$, mas o grupo não apontou essa conclusão.

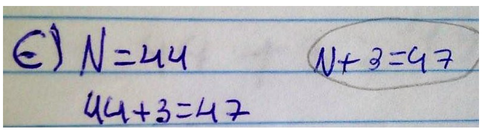


Figura 5.13: Equações do 1º Grau - Ficha 04

GRUPO "FOUR STARS"

1. ESCREVAM CADA SENTENÇA como uma **igualdade**.
   Depois, ENCONTREM O VALOR que a torna verdadeira.

   (a) O triplo de um número natural y é igual a 15.

   O grupo escreveu $y \cdot 3 = 15$ e encontrou corretamente o valor para y: **5**.

   (b) Um número natural x somado a 12 resulta em 25.

   O grupo escreveu $x + 12 = 25$ e encontrou corretamente o valor para x: **13**.

   (c) A metade de um número inteiro k é igual a -25.

   O grupo escreveu $k \div 2 = -25$ e encontrou corretamente o valor para k: **-50**.

   (d) A diferença entre um número a e 5 é 23.

   O grupo escreveu $a - 5 = 23$ e encontrou corretamente o valor para a: **28**.

   (e) O dobro de um número n somado a 3 resulta em 47.

   O grupo escreveu $n \cdot 2 + 3 = 47$ e encontrou corretamente o valor para n: **22**.

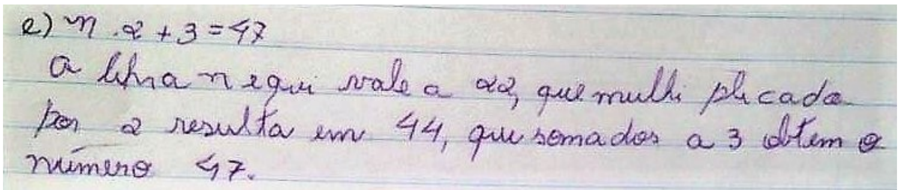


Figura 5.14: Equações do 1º Grau - Ficha 04

<u>ANÁLISE GERAL</u>: O propósito desta ficha foi constatar se os conceitos desenvolvidos até o momento haviam sido bem assimilados. Com base na análise das respostas apresentadas, percebemos que esse intuito foi alcançado.

5.5 Equações do 1º Grau – Ficha 05

A situação de aprendizagem elaborada sugere que os alunos recorram às suas capacidades criativas para interpretar equações de primeiro grau e significar suas respectivas raízes. A seguir, apresentam-se os principais dados coletados por meio da aplicação da Ficha 05, referente ao eixo das *Equações do 1º Grau* (APÊNDICE D, p. 131).

GRUPO "RACIONAIS"

---

1. Para cada equação, ELABOREM UM PROBLEMA que a represente.
   Depois disso, ENCONTREM A SOLUÇÃO.

   (a) $6 + x = 28$

   "Um número natural **x** somado a 6 resulta em 28.". Afirmaram que a solução seria **22**.

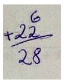


Figura 5.15: Equações do 1º Grau - Ficha 05

   (b) $2x + x = 21$

   "Um número natural **x** somado a **2x** resulta em 21.". Entretanto, não foram capazes de solucionar o problema elaborado.

   (c) $x - 3 = 15$

   "Um número natural **x** retirado de 3 resulta em 15.". Segundo o grupo, a solução seria **18**.

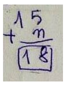


Figura 5.16: Equações do 1º Grau - Ficha 05

   (d) $x + x + 1 = 29$

   "Um número natural **x** somado com **x** e somado com 1 resulta em 29.". Afirmaram que a solução seria **14**.

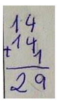


Figura 5.17: Equações do 1º Grau - Ficha 05

(e) $2x + 10 = 3x$

"Um número natural **2x** somado com 10 resulta em **3x**.". No entanto, o grupo não solucionou o problema apresentado.

(f) $\frac{x}{2} + 4 = 8$

"Um número fracionário $\mathbf{\frac{x}{2}}$ somado com 4 resulta em 8.". Segundo o grupo, a solução seria **8**.

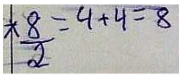


Figura 5.18: Equações do 1º Grau - Ficha 05

GRUPO "JAVALIS LENDÁRIOS"

1. Para cada equação, ELABOREM UM PROBLEMA que a represente.
   Depois disso, ENCONTREM A SOLUÇÃO.

   (a) $6 + x = 28$

   "O número 6 somado a **x** é igual a 28.". Segundo o grupo, a solução seria **22**.

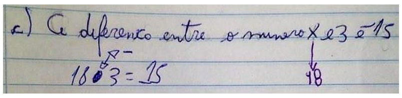


Figura 5.19: Equações do 1º Grau - Ficha 05

   (b) $2x + x = 21$

   "O número **2x** somado a **x** é igual a 21.". Entretanto, não foram capazes de solucionar adequadamente o problema elaborado.

   (c) $x - 3 = 15$

   "A diferença entre o número **x** e 3 é 15.". Escreveram que a solução seria **18**.

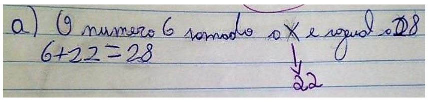


Figura 5.20: Equações do 1º Grau - Ficha 05

   (d) $x + x + 1 = 29$

   "Um número **x** somado com **x** e somado a 1 é igual a 29.". Todavia, não foi apresentada solução adequada.

   (e) $2x + 10 = 3x$

   "O número **2x** somado com 10 é igual a **3x**.". No entanto, apesar de terem utilizado uma solução não usual, podemos entender que o grupo apresentou o número **10** como resposta para o problema elaborado.

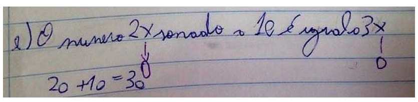


Figura 5.21: Equações do 1º Grau - Ficha 05

   (f) $\frac{x}{2} + 4 = 8$

"A metade de um número **x** somado a 4 é igual a 8.". Segundo o grupo, a solução seria **8**.

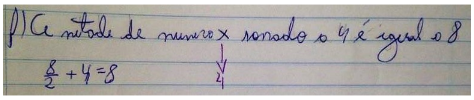


Figura 5.22: Equações do 1º Grau - Ficha 05

GRUPO “MENTE DE EINSTEIN”

1. Para cada equação, ELABOREM UM PROBLEMA que a represente.
   Depois disso, ENCONTREM A SOLUÇÃO.

   (a) $6 + x = 28$

   “Um número natural **x** somada a 6 resulta em 28. Qual o valor do **x**?”. Segundo o grupo, a solução seria **22**.

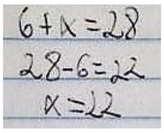


Figura 5.23: Equações do 1º Grau - Ficha 05

   (b) $2x + x = 21$

   “O número natural **2x** somado a **x** resulta em 21. Qual o valor de cada **x**?”. Escreveram que a solução seria **7**.

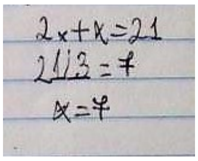


Figura 5.24: Equações do 1º Grau - Ficha 05

   (c) $x - 3 = 15$

   “Um número desconhecido menos 3 resulta em 15. Qual é o valor do número desconhecido?”. Segundo o grupo, a solução seria **18**, mas não foi apresentada uma justificativa para a solução apresentada.

   (d) $x + x + 1 = 29$

   “O número natural **x** somado com ele mesmo adicionado de 1 resulta em 29. Qual o valor do **x**?”. A solução apresentada não foi adequada.

   (e) $2x + 10 = 3x$

   “O número natural **2x** somado a 10 resulta em **3x**. Qual o valor de cada **x**?”. Afirmaram que a solução seria 10, mas não justificaram a solução apresentada.

   (f) $\frac{x}{2} + 4 = 8$

   “O número desconhecido dividido por 2 somado a 4 resulta em 8. Qual é esse número desconhecido?”. Todavia, não foi apresentada solução adequada.

GRUPO "FOUR STARS"

1. Para cada equação, ELABOREM UM PROBLEMA que a represente.
   Depois disso, ENCONTREM A SOLUÇÃO.

   (a) $6 + x = 28$

   "Rodrigo ganhou **x** bolas e, depois, sua amiga Isabela lhe deu mais 6. No final, Rodrigo tinha 28 bolas, qual o valor de **x**?". Segundo o grupo, a solução seria **22**, mas não foi justificada a solução apresentada.

   (b) $2x + x = 21$

   "Lucas tinha **2x** na sua coleção de carrinhos. Sua amiga Eliza lhe deu mais **x** carrinhos. No final, Lucas tinha 21 carrinhos, qual o valor do **x**?". O grupo não apresentou resposta adequada.

   (c) $x - 3 = 15$

   "Adrian comprou **x** bombons; depois, deu 3 para a sua amiga Marcela. No final, Adrian tinha 15 bombons. Quantos bombons Adrian tinha antes de dar três a sua amiga?". Afirmaram que a solução seria **18**, sem justificar a solução apresentada.

   (d) $x + x + 1 = 29$

   "Tainara comprou **x** flores e, depois, ganhou mais **x** flores de seu amigo Alex e mais uma de sua amiga Luciana. No final, Tainara tinha 29 flores. Qual era a quantidade de flores que Tainara tinha e quantas ganhou de seu amigo Alex?". A solução apresentada não foi adequada.

   (e) $2x + 10 = 3x$

   "Beatriz comprou um pacote com **2x** chicletes. No outro dia, seu amigo Matheus lhe deu mais 10. No final, Beatriz tinha **3x** chicletes. Qual o valor do **x**?". O grupo não apresentou solução adequada.

   (f) $\frac{x}{2} + 4 = 8$

   "Kamila e Ellen foram comer uma pizza. Ellen comeu $\mathbf{\frac{x}{2}}$ da pizza e Kamila comeu 4 pedaços. Ao todo, as duas comeram 8 pedaços. Qual era o valor do **x**?". Segundo o grupo, a solução seria **8**, mas não foi apresentada uma justificativa para essa resposta.

ANÁLISE GERAL: A Ficha 05 tinha como propósito inicial a relação da língua materna com a linguagem algébrica. Verificamos que todos os grupos atingiram adequadamente esse objetivo. Após isso, as equações do primeiro grau deveriam ser então solucionadas. Nesse sentido, os alunos apresentaram dificuldades para encontrar as raízes das equações $2x+x = 21$, $x+x+1 = 29$ e $2x+10 = 3x$. Acreditamos que isso aconteceu devido ao fato dessas equações possuírem mais de um termo algébrico, o que seria desenvolvido por meio da próxima ficha.

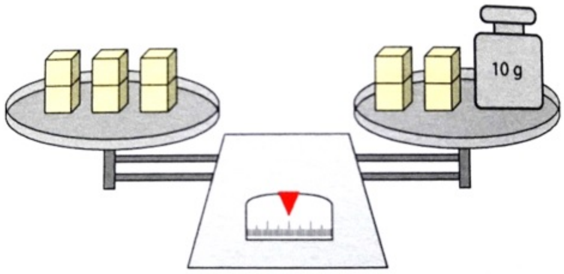
5.6 Equações do 1º Grau – Ficha 06

A situação de aprendizagem elaborada utiliza o método da balança equilibrada e o princípio da equivalência, a fim de dar sentido às operações realizadas para a descoberta das raízes de uma equação do primeiro grau. A seguir, apresentam-se os principais dados coletados por meio da aplicação da Ficha 06, referente ao eixo das *Equações do 1º Grau* (APÊNDICE D, p. 132).

GRUPO "RACIONAIS"

---

1. A balança de dois pratos a seguir encontra-se em **equilíbrio**. Sabe-se que os objetos (prismas) sobre ela são iguais, ou seja, possuem a mesma massa.



   (a) Se representarmos a massa de cada prisma pela letra **m**, como podemos **expressar algebricamente** essa situação?

   Num primeiro momento, o grupo não representou a situação numa única equação. A resposta dada foi: $m + m + m = 30$ e $m + m + 10 = 30$. Notemos que a massa de cada dois blocos havia sido representada pela letra **m**.
   Depois, com a intervenção de outros grupos e do próprio professor, obtivemos:

$$m + m + m + m + m + m = m + m + m + m + 10$$

   (b) Se retirarmos um prisma de cada lado, a balança continuará em equilíbrio? POR QUÊ?

   Segundo o grupo, o equilíbrio permaneceria porque "cada lado da balança tem o mesmo peso".

   (c) Como ficará a **representação algébrica** após a retirada de um objeto de cada lado da balança?

   Primeiro, o grupo escreveu: $m + m = 20$ e $m + 10 = 20$. Depois, procurando representar essa situação em uma única equação, escreveu:

$$m + m + m + m + m = m + m + m + 10$$

(d) Retirem todos os prismas do lado direito da balança. Façam o mesmo do lado esquerdo, para que o equilíbrio não se altere. **ILUSTREM ISSO**.

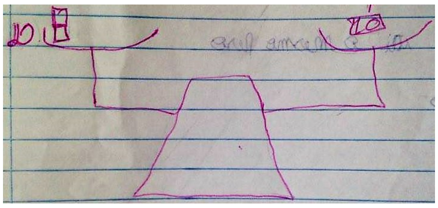


Figura 5.25: Equações do 1º Grau - Ficha 06

(e) Escrevam a **representação algébrica** do item anterior.

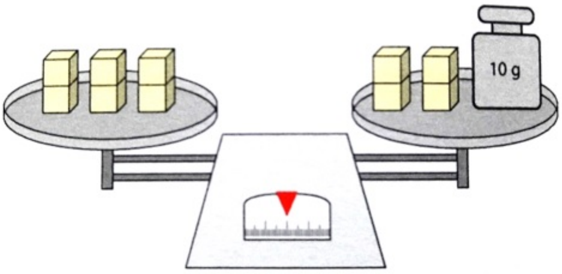
O grupo escreveu: $m + m = 10$.

(f) Agora, CONCLUAM: **qual a massa desse objeto?**

O grupo concluiu que descobriu o resultado, mas não explicitou qual foi a resposta.

GRUPO "JAVALIS LENDÁRIOS"

1. A balança de dois pratos a seguir encontra-se em **equilíbrio**. Sabe-se que os objetos (prismas) sobre ela são iguais, ou seja, possuem a mesma massa.



   (a) Se representarmos a massa de cada prisma pela letra **m**, como podemos **expressar algebricamente** essa situação?

   O grupo escreveu: $m + m + m + m + m + m = m + m + m + m + 10$.

   (b) Se retirarmos um prisma de cada lado, a balança continuará em equilíbrio? POR QUÊ?

   Afirmaram que o equilíbrio permaneceria porque "teriam as mesmas gramas".

   (c) Como ficará a **representação algébrica** após a retirada de um objeto de cada lado da balança?

   A resposta dada foi: $m + m + m + m + m = m + m + m + 10$.

   (d) Retirem todos os prismas do lado direito da balança. Façam o mesmo do lado esquerdo, para que o equilíbrio não se altere. **ILUSTREM ISSO**.

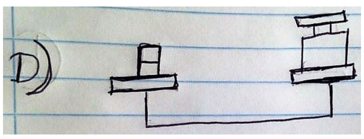


Figura 5.26: Equações do 1º Grau - Ficha 06

   (e) Escrevam a **representação algébrica** do item anterior.

   O grupo escreveu: $m + m = 10$.

   (f) Agora, CONCLUAM: **qual a massa desse objeto?**

   O grupo concluiu que "um quadrado é 5g e dois são 10g".

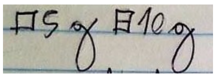
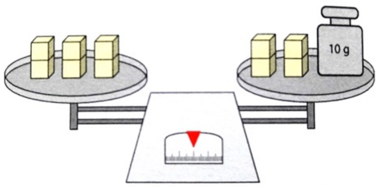


Figura 5.27: Equações do 1º Grau - Ficha 06

GRUPO "MENTE DE EINSTEIN"

1. A balança de dois pratos a seguir encontra-se em **equilíbrio**. Sabe-se que os objetos (prismas) sobre ela são iguais, ou seja, possuem a mesma massa.



   (a) Se representarmos a massa de cada prisma pela letra **m**, como podemos **expressar algebricamente** essa situação?

   Ao considerar apenas um dos pratos da balança, o grupo escreveu: $m + m + m + m + m + m = m$.

   (b) Se retirarmos um prisma de cada lado, a balança continuará em equilíbrio? POR QUÊ?

   De acordo com o grupo, o equilíbrio permaneceria porque "cada prisma tem 5 gramas e, se tirar um prisma de cada lado, vai ficar o mesmo peso (equilibrada)".

   (c) Como ficará a **representação algébrica** após a retirada de um objeto de cada lado da balança?

   Considerando apenas o prato esquerdo, a resposta dada foi: $m+m+m+m+m = m$

   (d) Retirem todos os prismas do lado direito da balança. Façam o mesmo do lado esquerdo, para que o equilíbrio não se altere. **ILUSTREM ISSO**.

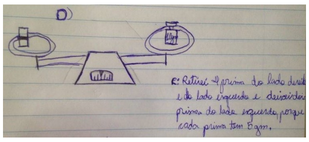
   O grupo fez a retirada de maneira adequada.

   (e) Escrevam a **representação algébrica** do item anterior.

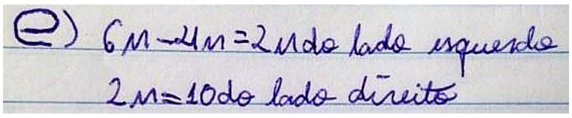
   O grupo afirmou que restariam $2m$ do lado esquerdo e 10 gramas do lado direito.

   (f) Agora, CONCLUAM: **qual a massa desse objeto?**

   O grupo concluiu que "a massa de um objeto é 5g".



(a) Item d



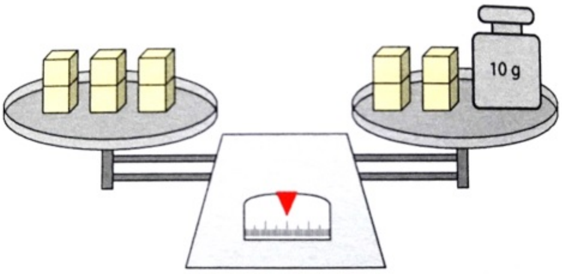
(b) Item e

Figura 5.28: Equações do 1º Grau - Ficha 06

GRUPO “FOUR STARS”

---

1. A balança de dois pratos a seguir encontra-se em **equilíbrio**. Sabe-se que os objetos (prismas) sobre ela são iguais, ou seja, possuem a mesma massa.



   (a) Se representarmos a massa de cada prisma pela letra **m**, como podemos **expressar algebricamente** essa situação?

   O grupo não representou a situação numa única equação. A resposta dada foi: $m+m+m = 30$ e $m+m+10 = 30$. Notemos que a massa de dois blocos amontoados um sobre o outro foi representada pela letra **m**.

   (b) Se retirarmos um prisma de cada lado, a balança continuará em equilíbrio? POR QUÊ?

   Segundo o grupo, o equilíbrio permaneceria porque “cada prisma tem o mesmo peso que os outros”.

   (c) Como ficará a **representação algébrica** após a retirada de um objeto de cada lado da balança?

   Mais uma vez o grupo escreveu duas equações para representar a situação descrita: $m + m = 20$ e $m + 10 = 20$.

   (d) Retirem todos os prismas do lado direito da balança. Façam o mesmo do lado esquerdo, para que o equilíbrio não se altere. **ILUSTREM ISSO**.

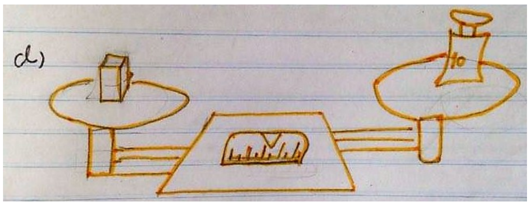


Figura 5.29: Equações do 1º Grau - Ficha 06

(e) Escrevam a **representação algébrica** do item anterior.

O grupo escreveu $m = 10$.

Assim percebemos que o conjunto de dois blocos um sobre o outro foi representado pela incógnita **m**.

(f) Agora, CONCLUAM: **qual a massa desse objeto?**

O grupo concluiu que "o valor do prisma (formado por dois cubos um sobre o outro) é de 10g", parênteses dos pesquisadores.

ANÁLISE GERAL: A análise anterior nos revelou que os resultados poderiam ser melhores caso os aprendizes tivessem utilizado operações (levando em conta o princípio da equivalência) para a descoberta das raízes de uma equação do primeiro grau. Mesmo diante de algumas dificuldades para a representação algébrica de um equação, as respostas apresentadas revelam que as operações efetuadas foram significativas para a busca da solução do problema descrito.

5.7 Equações do 1º Grau – Ficha 07

A situação de aprendizagem elaborada também utiliza o método da balança equilibrada e o princípio da equivalência com o intuito de obter as raízes de uma equação do primeiro grau. A seguir, apresentam-se os principais dados coletados por meio da aplicação da Ficha 07, referente ao eixo das *Equações do 1º Grau* (APÊNDICE D, p. 133).

GRUPO "RACIONAIS"

---

1. Leiam as instruções e façam o que se pede.

   (a) **Ilustrem** uma situação envolvendo uma balança de dois pratos considerando a seguinte equação:

   $$3x + 5 = x + 15$$

   Imaginem que **x** é a massa de uma esfera e os números 5 e 15 são as massas de pesinhos (medidos em kg).

   Os alunos ilustraram adequadamente a situação apresentada.

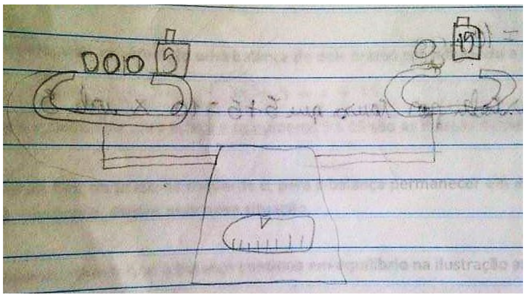


Figura 5.30: Equações do 1º Grau - Ficha 07

   (b) Retirem o peso de 5kg do prato da esquerda e, para a balança permanecer em equilíbrio, retirem também 5kg do prato da direita. **Ilustrem essa nova situação.**

   Segue a ilustração abaixo.

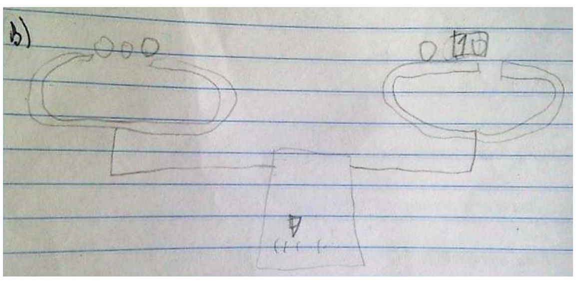


Figura 5.31: Equações do 1º Grau - Ficha 07

   (c) Por que podemos afirmar que **a balança continua em equilíbrio** na ilustração anterior?

Segundo os alunos, a balança continua em equilíbrio porque "na primeira balança (isto é, no primeiro prato da balança) tinha 5kg em bloco e retiramos e na segunda balança (no segundo prato) tinha 10kg a mais e retiramos cinco e ficou igual", parênteses dos pesquisadores.

(d) Agora, entendendo a retirada de pesos da balança como uma subtração, **escrevam uma equação** para representar essa situação.

O grupo escreveu $x - 5 = 10$, embora essa não tenha sido uma representação adequada.

(e) Retirem uma esfera do prato da esquerda e, para a balança permanecer em equilíbrio, retirem também uma esfera do prato da direita. **Ilustrem essa nova situação.**

A ilustração foi bem sucedida:

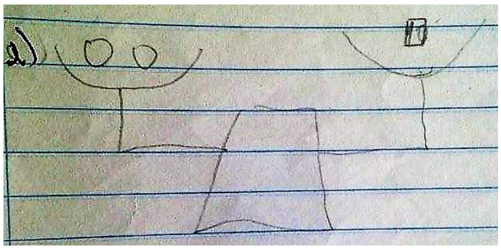


Figura 5.32: Equações do 1º Grau - Ficha 07

(f) Registrem a ilustração anterior como uma **equação**.

Desta vez, o registro se deu de maneira adequada: $x + x = 10$.

(g) Na equação obtida, que estratégia vocês utilizariam para encontrar o valor de **x**? **Descrevam-na**.

O grupo conclui que, como $5 + 5 = 10$, então devemos ter $x = 5$.

GRUPO "JAVALIS LENDÁRIOS"

1. Leiam as instruções e façam o que se pede.

   (a) **Ilustrem** uma situação envolvendo uma balança de dois pratos considerando a seguinte equação:

   $$3x + 5 = x + 15$$

   Imaginem que **x** é a massa de uma esfera e os números 5 e 15 são as massas de pesinhos (medidos em kg).

   Os alunos ilustraram adequadamente a situação apresentada, utilizando pequenos quadrados para representar a incógnita.

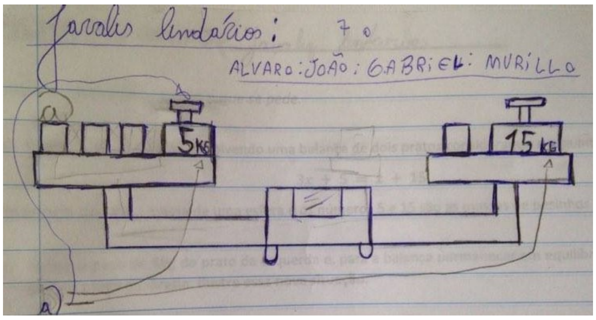


Figura 5.33: Equações do 1º Grau - Ficha 07

   (b) Retirem o peso de 5kg do prato da esquerda e, para a balança permanecer em equilíbrio, retirem também 5kg do prato da direita. **Ilustrem essa nova situação.**

   Segue a ilustração abaixo.

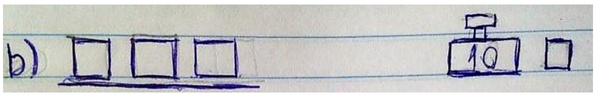


Figura 5.34: Equações do 1º Grau - Ficha 07

   (c) Por que podemos afirmar que **a balança continua em equilíbrio** na ilustração anterior?

   Segundo os alunos, a balança continua em equilíbrio porque "x pesa 5kg". Dessa forma, vemos que previamente solucionaram o problema apresentado.

   (d) Agora, entendendo a retirada de pesos da balança como uma subtração, **escrevam uma equação** para representar essa situação.

   O grupo escreveu $3x = 10 + x$.

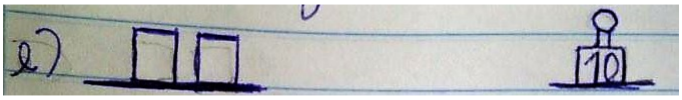


Figura 5.35: Equações do 1º Grau - Ficha 07

(e) Retirem uma esfera do prato da esquerda e, para a balança permanecer em equilíbrio, retirem também uma esfera do prato da direita. **Ilustrem essa nova situação.**

A ilustração foi bem sucedida:

(f) Registrem a ilustração anterior como uma **equação**.

O registro se deu de maneira adequada: $2x = 10$.

(g) Na equação obtida, que estratégia vocês utilizariam para encontrar o valor de **x**? **Descrevam-na**.

O grupo concluiu que $x = 5$, pois $10 \div 2 = 5$.

GRUPO “MENTE DE EINSTEIN”

1. Leiam as instruções e façam o que se pede.

   (a) **Ilustrem** uma situação envolvendo uma balança de dois pratos considerando a seguinte equação:

   $$3x + 5 = x + 15$$

   Imaginem que **x** é a massa de uma esfera e os números 5 e 15 são as massas de pesinhos (medidos em kg).

   Os alunos ilustraram adequadamente a situação apresentada.

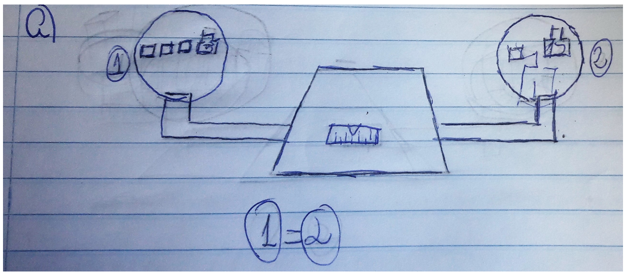


Figura 5.36: Equações do 1º Grau - Ficha 07

   (b) Retirem o peso de 5kg do prato da esquerda e, para a balança permanecer em equilíbrio, retirem também 5kg do prato da direita. **Ilustrem essa nova situação.**

   Segue a ilustração abaixo.

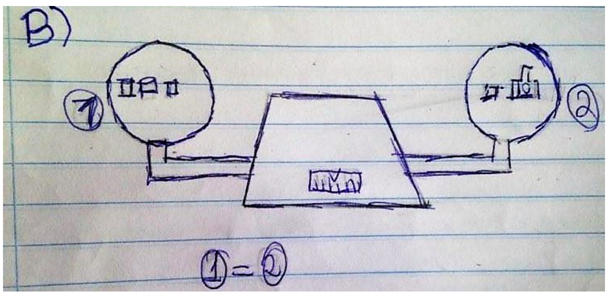


Figura 5.37: Equações do 1º Grau - Ficha 07

   (c) Por que podemos afirmar que **a balança continua em equilíbrio** na ilustração anterior?

   Segundo os alunos, a balança continua em equilíbrio porque “x tem 5kg e cada lado (prato da balança) tinha exatamente 20kg e tirou 5kg de cada lado e ficou exatamente 15kg para cada lado”, parênteses dos pesquisadores. Dessa forma, vemos que este grupo também solucionou o problema previamente.

   (d) Agora, entendendo a retirada de pesos da balança como uma subtração, **escrevam uma equação** para representar essa situação.

O grupo não resolveu este item.

(e) Retirem uma esfera do prato da esquerda e, para a balança permanecer em equilíbrio, retirem também uma esfera do prato da direita. **Ilustrem essa nova situação.**

O grupo não resolveu este item.

(f) Registrem a ilustração anterior como uma **equação**.

O grupo não resolveu este item.

(g) Na equação obtida, que estratégia vocês utilizariam para encontrar o valor de **x**? **Descrevam-na**.

O grupo não resolveu este item.

GRUPO "FOUR STARS"

1. Leiam as instruções e façam o que se pede.

   (a) **Ilustrem** uma situação envolvendo uma balança de dois pratos considerando a seguinte equação:

   $$3x + 5 = x + 15$$

   Imaginem que **x** é a massa de uma esfera e os números 5 e 15 são as massas de pesinhos (medidos em kg).

   Os alunos ilustraram adequadamente a situação apresentada.

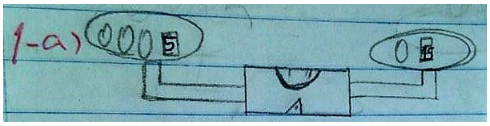


Figura 5.38: Equações do 1º Grau - Ficha 07

   (b) Retirem o peso de 5kg do prato da esquerda e, para a balança permanecer em equilíbrio, retirem também 5kg do prato da direita. **Ilustrem essa nova situação.**

   Segue a ilustração abaixo.

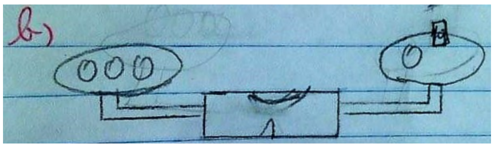


Figura 5.39: Equações do 1º Grau - Ficha 07

   (c) Por que podemos afirmar que **a balança continua em equilíbrio** na ilustração anterior?

   Segundo os alunos, a balança continua em equilíbrio porque "tiramos a mesma quantidade de kg dos dois pratos".

   (d) Agora, entendendo a retirada de pesos da balança como uma subtração, **escrevam uma equação** para representar essa situação.

   O grupo escreveu $x + x + x = x + 10$.

   (e) Retirem uma esfera do prato da esquerda e, para a balança permanecer em equilíbrio, retirem também uma esfera do prato da direita. **Ilustrem essa nova situação.**

   A ilustração foi bem sucedida:

   (f) Registrem a ilustração anterior como uma **equação**.

   O registro se deu da seguinte forma: $x + x = 10$.

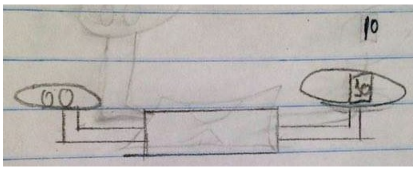


Figura 5.40: Equações do 1º Grau - Ficha 07

(g) Na equação obtida, que estratégia vocês utilizariam para encontrar o valor de **x**? **Descrevam-na**.

O grupo concluiu que x é 5, pois $5 + 5 = 10$.

<u>ANÁLISE GERAL</u>: A Ficha 07 tem o mesmo objetivo da anterior ao sugerir operações baseadas no princípio da equivalência para equacionar e resolver o problema apresentado. Desta vez, com exceção do grupo "Mente de Einstein" que não finalizou esta ficha, os alunos representaram melhor as equações e encontraram a raiz correta que soluciona a situação proposta.

5.8 Equações do 1º Grau – Ficha 08

A situação de aprendizagem elaborada retoma conceitos geométricos referentes às medidas dos lados e dos ângulos de um triângulo. A intenção é resolver dois problemas recorrendo-se a equações do primeiro grau; isto é, no desenvolvimento desta última ficha, os alunos deveriam se mostrar capazes de modelar estes problemas ao formular hipóteses, encontrar as raízes e validar os respectivos resultados. A seguir, apresentam-se os principais dados coletados por meio da aplicação da Ficha 08, referente ao eixo das *Equações do 1º Grau* (APÊNDICE D, p. 134).

GRUPO "RACIONAIS"

---

1. Um **triângulo isósceles** possui 55 m de PERÍMETRO. Sabe-se que o lado de medida diferente tem 5 m a menos que o dobro da medida de um dos lados congruentes.

   (a) Considerem **l** a medida de cada um dos lados congruentes. **Ilustrem** essa situação, indicando a medida algébrica dos lados desse triângulo.

   Os alunos ilustraram a situação dada de maneira adequada:

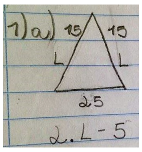


Figura 5.41: Equações do 1º Grau - Ficha 08

   (b) Como se calcula **o perímetro de um triângulo** qualquer?

   Afirmaram que "para calcular o perímetro de um triângulo devemos somar todos os lados".

   (c) A partir da resposta do item anterior, **determinem a medida dos lados congruentes desse triângulo**. JUSTIFIQUEM A RESPOSTA.

   O grupo concluiu que a medida do lado congruente seria 15. Para chegar a esse resultado, a seguinte equação foi resolvida:

$$L + L + 2 \cdot L - 5 = 55$$

$$4L - 5 = 55$$

$$4L = 60$$

   (d) Determinem também a medida do lado que **não é congruente a nenhum outro** neste triângulo.

   Os alunos afirmaram que a medida do lado não congruente seria 25, pois $15+15+25 = 55$ que é a medida do perímetro do triângulo.

2. Os três ângulos de um triângulo têm suas medidas expressas algebricamente por $x + 40^o$, $2x + 30^o$ e $x + 10^o$.

   (a) Qual o valor da **soma dos ângulos internos de um triângulo**?

   Segundo o grupo, "o valor da soma dos ângulos internos de um triângulo é 180".

   (b) A partir da resposta do item anterior, encontrem uma estratégia para **determinar o valor de** x.

   A estratégia elaborada foi bem sucedida. Primeiro somaram os valores $40+30+10 = 80$. Depois disso, como sabiam que o total deveria ser 180, dividiram 100 por 4 (pois $180 - 80 = 100$), concluindo então que $x = 25$.

   (c) Agora, concluam: qual a medida do **menor ângulo** desse triângulo? JUSTIFIQUEM A RESPOSTA.

   Segundo o grupo, o menor ângulo é $x+10$. No entanto, não foi apresentada a medida numérica.

   (d) Por fim, determinem as medidas dos **outros dois ângulos** desse triângulo? ILUSTREM A SITUAÇÃO.

   Segundo o grupo, as medidas dos outros ângulos são $x+40$ e $2x+30$; mas, novamente, os alunos não apresentaram a medida numérica nem ilustraram a situação.

GRUPO “JAVALIS LENDÁRIOS”

1. Um **triângulo isósceles** possui 55 m de PERÍMETRO. Sabe-se que o lado de medida diferente tem 5 m a menos que o dobro da medida de um dos lados congruentes.

   (a) Considerem **l** a medida de cada um dos lados congruentes. **Ilustrem** essa situação, indicando a medida algébrica dos lados desse triângulo.

   Apesar do triângulo ilustrado apresentar ser retângulo (o que não é verdadeiro), os alunos representaram algebricamente os lados do triângulo de maneira adequada.

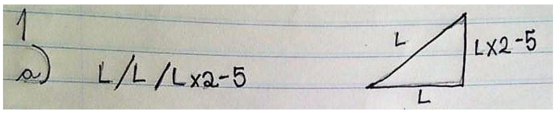


Figura 5.42: Equações do 1º Grau - Ficha 08

   (b) Como se calcula **o perímetro de um triângulo** qualquer?

   Segundo o grupo, o perímetro de um triângulo qualquer é dado pela “soma dos 3 lados”. Por isso, para a situação descrita, foi apresentada a seguinte equação:

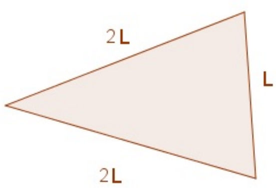
$$L + L + L \times 2 - 5 = 55$$

   (c) A partir da resposta do item anterior, **determinem a medida dos lados congruentes desse triângulo**. JUSTIFIQUEM A RESPOSTA.

   O grupo concluiu que a medida do lado congruente seria 22, a qual não é uma resposta válida.

   (d) Determinem também a medida do lado que **não é congruente a nenhum outro** neste triângulo.

   Percebemos que o grupo confundiu-se ao interpretar a situação apresentada ao ter afirmado que a medida do lado não congruente seria 11. Neste caso, o perímetro seria 55 se o triângulo dado tivesse as seguintes medidas:



2. Os três ângulos de um triângulo têm suas medidas expressas algebricamente por $x + 40^o$, $2x + 30^o$ e $x + 10^o$.

   (a) Qual o valor da **soma dos ângulos internos de um triângulo**?

   Segundo o grupo, o valor dessa soma é de 180^o.

   (b) A partir da resposta do item anterior, encontrem uma estratégia para **determinar o valor de** x.

   A estratégia descrita foi: "Dividimos 100^o por 4, pois a soma dos números dá 80^o e precisamos de 180^o".

   (c) Agora, concluam: qual a medida do **menor ângulo** desse triângulo? JUSTIFIQUEM A RESPOSTA.

   Segundo o grupo, a medida do menor ângulo é dada pela soma $25^o + 10^o = 35^o$.

   (d) Por fim, determinem as medidas dos **outros dois ângulos** desse triângulo? ILUSTREM A SITUAÇÃO.

   O grupo concluiu que as medidas dos outros ângulos são de $40+25 = 75^o$ e $2 \cdot 25+30 = 80^o$. Percebemos então que foi cometido um pequeno erro na soma $40 + 25$ resulta em 65 e não 75.

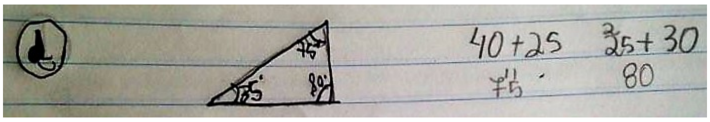


Figura 5.43: Equações do 1º Grau - Ficha 08

GRUPO "MENTE DE EINSTEIN"

1. Um **triângulo isósceles** possui 55 m de PERÍMETRO. Sabe-se que o lado de medida diferente tem 5 m a menos que o dobro da medida de um dos lados congruentes.

   (a) Considerem **l** a medida de cada um dos lados congruentes. **Ilustrem** essa situação, indicando a medida algébrica dos lados desse triângulo.

   Os alunos ilustraram a situação exibindo adequadamente as expressões algébricas para os lados do triângulo.

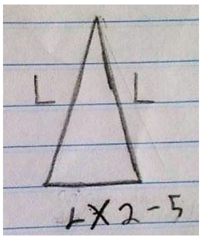


Figura 5.44: Equações do 1º Grau - Ficha 08

   (b) Como se calcula **o perímetro de um triângulo** qualquer?

   Segundo o grupo, o perímetro se calcula "somando todos os lados".

   (c) A partir da resposta do item anterior, **determinem a medida dos lados congruentes desse triângulo**. JUSTIFIQUEM A RESPOSTA.

   Neste item, o grupo escreveu a seguinte equação:

$$L \times 2 - 5 + 2L = 55$$

   (d) Determinem também a medida do lado que **não é congruente a nenhum outro** neste triângulo.

   Afirmaram que "cada L vale 15".

2. Os três ângulos de um triângulo têm suas medidas expressas algebricamente por $x + 40^o$, $2x + 30^o$ e $x + 10^o$.

    (a) Qual o valor da **soma dos ângulos internos de um triângulo**?

    Segundo o grupo, "o valor é 180".

    (b) A partir da resposta do item anterior, encontrem uma estratégia para **determinar o valor de** x.

    A estratégia descrita foi semelhante à elaborada pelo grupo "Racionais". Primeiro somaram os valores 40, 30 e 10, cujo resultado é 80. Depois disso, como sabiam que a soma dos ângulos internos deveria ser 180, dividiram 100 por 4, concluindo assim que $x = 25$.

    (c) Agora, concluam: qual a medida do **menor ângulo** desse triângulo? JUSTIFIQUEM A RESPOSTA.

    Segundo o grupo, o menor ângulo é $x+10$. No entanto, não foi apresentada a medida numérica.

    (d) Por fim, determinem as medidas dos **outros dois ângulos** desse triângulo? ILUSTREM A SITUAÇÃO.

    Segundo o grupo, as medidas dos outros ângulos são $x+40$ e $2x+30$; mas novamente os alunos não apresentaram a medida numérica.

GRUPO "FOUR STARS"

1. Um **triângulo isósceles** possui 55 m de PERÍMETRO. Sabe-se que o lado de medida diferente tem 5 m a menos que o dobro da medida de um dos lados congruentes.

   (a) Considerem **l** a medida de cada um dos lados congruentes. **Ilustrem** essa situação, indicando a medida algébrica dos lados desse triângulo.

   Os alunos ilustraram a situação dada de maneira adequada:

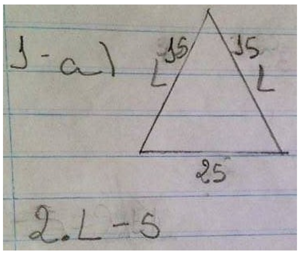


Figura 5.45: Equações do 1º Grau - Ficha 08

   (b) Como se calcula **o perímetro de um triângulo** qualquer?

   Segundo o grupo, "para calcular o perímetro de um triângulo devemos somar todos os lados".

   (c) A partir da resposta do item anterior, **determinem a medida dos lados congruentes desse triângulo**. JUSTIFIQUEM A RESPOSTA.

   Assim como o grupo "Racionais", este grupo também concluiu que a medida do lado congruente seria 15, pois $15 \cdot 4 = 60$. Para chegar a esse resultado, a seguinte equação foi resolvida:

$$L + L + 2 \cdot L - 5 = 55$$

$$4L - 5 = 55$$

$$4L = 60$$

   (d) Determinem também a medida do lado que **não é congruente a nenhum outro** neste triângulo.

   Os alunos descobriram que a medida do lado não congruente seria 25, pelo fato da soma $15 + 15 + 25$ resultar em 55 que é o perímetro do triângulo.

2. Os três ângulos de um triângulo têm suas medidas expressas algebricamente por $x + 40^o$, $2x + 30^o$ e $x + 10^o$.

   (a) Qual o valor da **soma dos ângulos internos de um triângulo**?

   Segundo o grupo, "o valor da soma dos ângulos internos de um triângulo é 180^o".

   (b) A partir da resposta do item anterior, encontrem uma estratégia para **determinar o valor de** x.

   A estratégia elaborada foi obtida a partir da equação $4x + 80 = 180$.

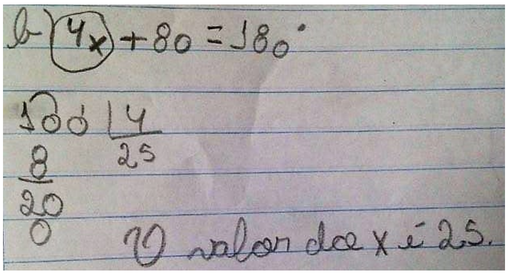


Figura 5.46: Equações do 1º Grau - Ficha 08

   Assim o grupo concluiu que "o valor do x é 25".

   (c) Agora, concluam: qual a medida do **menor ângulo** desse triângulo? JUSTIFIQUEM A RESPOSTA.

   Segundo o grupo, o menor ângulo tem medida de 35^o porque $25 + 10 = 35$.

   (d) Por fim, determinem as medidas dos **outros dois ângulos** desse triângulo? ILUSTREM A SITUAÇÃO.

   Segundo o grupo, as medidas dos outros ângulos são 65^o e 55^o, pois $25 + 40 = 65$ e $25 + 30 = 55$. Notemos que $35 + 65 + 55 = 155 \neq 180$. Assim, percebemos que cometeram um erro na segunda soma, pois deveríamos ter na verdade $\mathbf{2} \cdot 25 + 30 = 80$.

ANÁLISE GERAL: Na primeira questão, aprenas o grupo "Javalis Lendários" não conseguiu interpretar apropriadamente o problema. Os demais formularam hipóteses, representaram algebricamente a situação proposta, encontraram a raiz procurada e validaram o resultado obtido. Na segunda questão, todos os grupos equacionaram adequadamente o problema, mas algumas vezes a raiz encontrada estava incorreta. Isso nos mostra que, desta vez, as raízes não foram validadas.

Capítulo 6

Avaliação Final

A Engenharia Didática prevê a fase de *análise a posteriori*, buscando avaliar as informações obtidas. Diante disso, com os dados devidamente registrados, procuramos identificar os procedimentos de raciocínio de cada um dos nossos 14 alunos.

Após isso, a partir da aplicação de uma Avaliação Final – composta por 10 questões objetivas provenientes de avaliações externas do SARESP (Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo) – os resultados foram validados, confrontando-se os dados da fase análise a priori com os da análise a posteriori.

As questões selecionadas contemplam as seguintes expectativas de ensino e aprendizagem:

1. Reconhecer regularidades tanto em sequências explicitamente numéricas quanto em representações geométricas, identificando suas estruturas e utilizando a linguagem algébrica para generalizar as regularidades observadas (SESI-SP, 2016, p. 197) [10];

2. Compreender as noções de variável e de incógnita para resolver problemas que exploram a variação de grandezas e a generalização de padrões por meio de tabelas e outros recursos gráficos como as representações geométricas (SESI-SP, 2016, p. 197) [10];

3. Ler e representar expressões algébricas bem como calcular o valor numérico dessas expressões em diversos contextos (SESI-SP, 2016, p. 231) [10];

4. Traduzir situações que podem ser descritas por equações do primeiro grau e resolvê-las utilizando as propriedades da igualdade ao recorrer ao princípio da equivalência (SESI-SP, 2016, p. 261) [10];

5. Analisar e validar o significado das raízes encontradas em confronto com a situação descrita (SESI-SP, 2016, p. 261) [10].

Análise das questões

6.1 Questão 01

(APÊNDICE E, p. 135)

A expressão $x + \frac{x}{4}$ pode ser escrita como:

(A) A soma de um número com o seu quádruplo: 4 ALUNOS.

(B) A soma de um número com o seu dobro: 0 ALUNOS.

(C) A soma de um número com a sua quarta parte: **8 ALUNOS.**

(D) A soma de um número com a sua metade: 2 ALUNOS.

Este problema foi contemplado pelo eixo das "Expressões Algébricas"(expectativa 3). Como resultado, a maioria dos alunos (**aproximadamente 57%**) assinalou a alternativa correta.

6.2 Questão 02

(APÊNDICE E, p. 135)

A expressão $2x - \frac{x}{2} = 6$ descreve a situação:

(A) O dobro de um número mais a sua metade é igual a 6: 1 ALUNO.

(B) A diferença entre um número e a sua metade é igual a 6: 5 ALUNOS.

(C) A diferença entre o dobro de um número e a sua metade é igual a 6: **7 ALUNOS.**

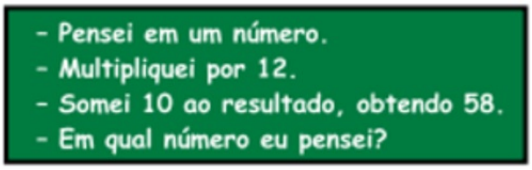
(D) O dobro de seis menos a sua metade é igual a x: 1 ALUNO.

Sob a expectativa 4, a maioria dos alunos assinalou a alternativa correta, num total de **50%**. Outra grande parte dos alunos (aproximadamente 36%) deixou de considerar a expressão $2x$ como o "dobro de um número". Sendo assim, podemos perceber que 12 alunos acertaram ou se aproximaram da resposta correta.

6.3 Questão 03

(APÊNDICE E, p. 135)

A professora colocou o seguinte desafio.



Júlia resolveu corretamente o desafio proposto, obtendo o número:

(A) 1: 0 ALUNOS.

(B) 2: 0 ALUNOS.

(C) 3: 3 ALUNOS.

(D) 4: **11 ALUNOS.**

Por se tratar de um problema semelhante à situação de aprendizagem proposta nas Fichas 01 e 02 do eixo das “Equações de Primeiro Grau” (expectativas 4 e 5), verificamos que a maioria dos alunos assinalou a alternativa correta, **aproximadamente 78%**.

6.4 Questão 04

(APÊNDICE E, p. 136)

Se adicionarmos 3 ao dobro da idade de Ana, vamos obter a minha idade, ou seja, 37 anos. Quantos anos Ana tem?

(A) 17 anos: **8 ALUNOS.**

(B) 34 anos: 3 ALUNOS.

(C) 40 anos: 1 ALUNO.

(D) 77 anos: 2 ALUNOS.

Esta questão se trata de um problema contextualizado para as expectativas 4 e 5, por isso, percebemos que a maioria dos alunos assinalou a alternativa correta, num total de **aproximadamente 57%**.

6.5 Questão 05

(APÊNDICE E, p. 136)

Ivone dividiu 12 metros de tecido em duas partes. O comprimento de uma das partes é três vezes o comprimento da outra. Qual o comprimento da parte maior?

(A) 9 metros: **10 ALUNOS.**

(B) 6 metros: 2 ALUNOS.

(C) 3 metros: 1 ALUNO.

(D) 2 metros: 1 ALUNO.

Mais uma vez sob as expecativas 4 e 5, esta questão apresenta uma incógnita para ser identificada (o comprimento da parte maior), ou seja, temos uma equação de 1º grau a ser resolvida que está ilustrada por um problema que envolve medidas. Devido a isso, notamos que a maioria dos alunos assinalou a alternativa correta, isto é, **aproximadamente 71%**.

6.6 Questão 06

(APÊNDICE E, p. 136)

A média do 1º bimestre dos alunos do colégio "Aprender" foi calculada da seguinte forma: $\frac{(2P+T)}{3}$, onde P é a nota da prova e T a nota do trabalho. João tirou $7,0$ na prova e $8,5$ no trabalho, assim sua média no primeiro bimestre foi:

(A) $5,0$: 2 ALUNOS.

(B) $7,5$: **10 ALUNOS.**

(C) $7,8$: 2 ALUNOS.

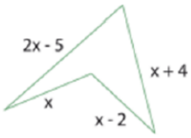
(D) $8,0$: 0 ALUNOS.

Este problema foi amparado pelo eixo das "Expressões Algébricas"(expectativa 3). Diante então de uma abordagem significativa para a aprendizagem, constatamos que a maioria dos alunos assinalou a alternativa correta, num total de **aproximadamente 71%**.

6.7 Questão 07

(APÊNDICE E, p. 136)

Observe a figura.



A expressão que representa o perímetro da figura é:

(A) $5x + 3$: 2 ALUNOS.

(B) $5x + 1$: 6 ALUNOS.

(C) $2x$: 1 ALUNO.

(D) $5x - 3$: **5 ALUNOS.**

Diante da expectativa 3, desta vez, a maioria dos alunos não assinalou a alternativa correta. O percentual de acerto para esta questão foi de **aproximadamente 36%** (alternativa d). A partir das respostas, verifica-se que 13 alunos somaram corretamente os termos algébricos, todavia, constatamos dificuldades para somar números inteiros positivos e negativos.

6.8 Questão 08

(APÊNDICE E, p. 137)

O número de faces de um prisma, em que a base é um polígono de n lados é:

(A) $n - 1$: 3 ALUNOS.

(B) n: 2 ALUNOS.

(C) $n + 2$: **2 ALUNOS.**

(D) $2n + 1$: 6 ALUNOS.

NÃO RESPONDEU: 1 ALUNO.

A maioria dos alunos não assinalou a alternativa correta. O percentual de acerto foi de **aproximadamente 14%** (alternativa c). Este resultado revela que os aprendizes não conseguiram significar a visão espacial de um prisma para interpretar algebricamente (expectativa 3) o número de suas faces.

6.9 Questão 09

(APÊNDICE E, p. 137)

As variáveis x e n assumem valores conforme a tabela abaixo.

x	2	4	6	8	10
n	4	8	12	16	20

A relação entre x e n é dada pela expressão:

(A) $n = x + 2$: 5 ALUNOS.

(B) $n = 2x$: **2 ALUNOS.**

(C) $n = 2x + 2$: 4 ALUNOS.

(D) $n = x + 4$: 3 ALUNOS.

Apesar das fichas didáticas abordarem interpretações algébricas e associações em sequências numéricas (contempladas pelas expectativas 1 e 2), constata-se que a maioria dos alunos não assinalou a alternativa correta. O percentual de acerto foi de **aproximadamente 14%** (alternativa b).

6.10 Questão 10

(APÊNDICE E, p. 137)

Veja a quantidade de doces que Rose produziu:

Segunda-feira (a)	**Terça-feira** (b)	**Quarta-feira** (c)
1	2	3

A expressão que representa a sua produção de doces nesses dias é:

(A) $c = a + b$: **9 ALUNOS.**

(B) $c = a - b$: 1 ALUNO.

(C) $c = a \cdot b$: 1 ALUNO.

(D) $c = a \div b$: 3 ALUNOS.

Dentro das expectativas 1 e 2, em constrante com a questão anterior, observamos que a maioria dos alunos (**aproximadamente 64%**) foi capaz de interpretar algebricamente a situação proposta, associando algebricamente os valores apresentados na tabela.

Capítulo 7

Considerações Finais

Ao elaborar e analisar um trabalho como este, reforçamos o fato de que ser professor é realmente um desafio, pois o dever mais importante da nossa atuação profissional é o de auxiliar os alunos, o que "exige tempo, prática, dedicação e princípios firmes" (POLYA, p. 1, 1995). Para que esse auxílio fosse efetivo, sobretudo quando nos deparamos com uma pesquisa qualitativa baseada em realidades distintas e necessidades muito particulares dentro de uma mesma sala de aula, houve a necessidade de uma metodologia diferenciada. Sob a perspectiva da aprendizagem significativa e da resolução de problemas, o foco principal foi o desenvolvimento do raciocínio independente porque acreditamos que assim serão desenvolvidas atitudes importantes para a tomada de decisão diante de questões políticas e sociais:

> *O estudante deve adquirir tanta experiência pelo trabalho independente quanto lhe for possível. Mas se ele for deixado sozinho, sem ajuda ou com auxílio insuficiente, é possível que não experimente qualquer progresso. Se o professor ajudar demais, nada restará para o aluno fazer. O professor deve auxiliar, nem demais nem de menos, mas de tal modo que ao estudante caiba uma parcela razoável do trabalho. (POLYA, p. 1, 1995) [8].*

Frente a esse cenário, não trouxemos respostas prontas para a prática pedagógica. Em contraste a isso, durante a aplicação das Fichas de Atividades, a fim de respeitar os saberes provenientes do grupo sociocultural de cada aluno, levantou-se uma quantidade de perguntas capazes de o estimular na busca do próprio conhecimento, para que pudesse resolver os problemas da sequência didática:

> *O melhor é, porém, ajudar o estudante com naturalidade. O professor deve colocar-se no lugar do aluno, perceber o ponto de vista deste, procurar compreender o que se passa em sua cabeça e fazer uma pergunta ou indicar um passo que poderia ter ocorrido ao próprio estudante. (POLYA, p. 1, 1995) [8].*

Trabalhando dessa forma, sabemos que o estudante não esquecerá a Matemática facilmente e que "(...) haverá, então, uma boa probabilidade de que ela se torne alguma coisa mais: um hobby, um instrumento profissional, a própria profissão ou uma grande ambição." (POLYA, p. v, 1995).

Em estágio diagnóstico, descobrimos que os alunos do 7º ano tinham apenas noções conceituais intuitivas sobre a Álgebra e apresentavam dificuldades para lidar com ela. Diante disso, a partir da sequência didática desenvolvida, os resultados dessa pesquisa evidenciam a resolução de problemas como uma metodologia eficaz para que os discentes pudessem apropriar-se da Álgebra como conhecimento significativo.

Apêndice A

AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Foram elaborados três modelos diferentes para a Avaliação Diagnóstica. As questões desta avaliação foram inspiradas na seção “Roda de Conversa” das *Orientações didáticas do Movimento do aprender: Matemática 7º ano*, página 199 [10].

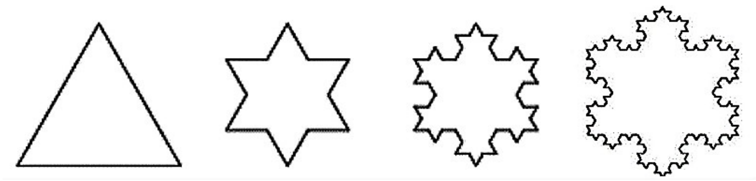
NOME DO GRUPO:

1. Vocês observam algum padrão ou regularidade entre essas figuras?

2. Na natureza, vocês reconhecem algum padrão ou regularidade? Onde?
3. Além dos números (naturais, inteiros, racionais etc), vocês conhecem outros símbolos que podemos utilizar em Matemática? Caso conheça, cite-os.

NOME DO GRUPO:

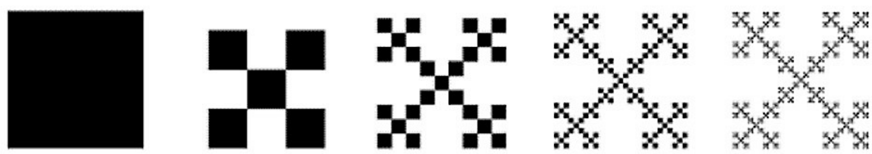
1. Vocês observam algum padrão ou regularidade entre essas figuras?



2. Na natureza, vocês reconhecem algum padrão ou regularidade? Onde?
3. Além dos números (naturais, inteiros, racionais etc), vocês conhecem outros símbolos que podemos utilizar em Matemática? Caso conheça, cite-os.

NOME DO GRUPO:

1. Vocês observam algum padrão ou regularidade entre essas figuras?



2. Na natureza, vocês reconhecem algum padrão ou regularidade? Onde?
3. Além dos números (naturais, inteiros, racionais etc), vocês conhecem outros símbolos que podemos utilizar em Matemática? Caso conheça, cite-os.

Apêndice B

PENSAMENTO ALGÉBRICO

Para a sequência didática do eixo "Pensamento Algébrico", foram elaboradas quatro Fichas de Atividades. As questões da Ficha 01 tiveram influência dos Problemas 1 e 2 das *Orientações didáticas do Movimento do aprender: Matemática 7º ano*, Unidade 6 – Regularidades e padrões: pensamento algébrico, páginas 200 e 201 [10].

FICHA 01 – GRUPO:

1. Observe a sequência de números a seguir: **2, 5, 2, 5, 2, 5, ...**

   (a) Descubra os cinco próximos termos dessa sequência.

   (b) Seria possível determinar o 52° termo dessa sequência? Que número teríamos?

   (c) Explique que estratégias foram utilizadas para responder ao item anterior.

2. Na sequência numérica **0, 1, 2, 3, 4, 5, ..., 100**, cada elemento pode ser escrito por meio de uma expressão numérica que possui certa regularidade ou padrão.

POSIÇÃO NA SEQUÊNCIA	COMO ENCONTRAR (EXPRESSÃO NUMÉRICA)	NÚMERO DA SEQUÊNCIA
1ª	**1** − 1	0
2ª	**2** − 1	1
3ª	**3** − 1	2
4ª	**4** − 1	3
5ª	**5** − 1	4
...		
100ª	**100** − 1	99
101ª	**101** − 1	100

   (a) Qual **regularidade** vocês observam nas expressões numéricas de cada linha dessa tabela?

   (b) Nessas expressões também há um número que varia. Por exemplo, na **3ª linha**, temos que: $2 = \mathbf{3} - 1$. O que significa o número **3** nessa expressão?

(c) Vocês seriam capazes de escrever uma expressão numérica para a **6ª linha**?

(d) Qual o resultado da expressão numérica da **7ª linha**?

Agora, na sequência **5, 10, 15, 20, ...**, encontre o número das posições solicitadas e escreva as expressões numéricas correspondentes.

POSIÇÃO NA SEQUENCIA	COMO ENCONTRAR (EXPRESSÃO NUMÉRICA)	NÚMERO
1ª		5
2ª		10
3ª		15
4ª		20
5ª		
...		**...**
21ª		
56ª		
104ª		

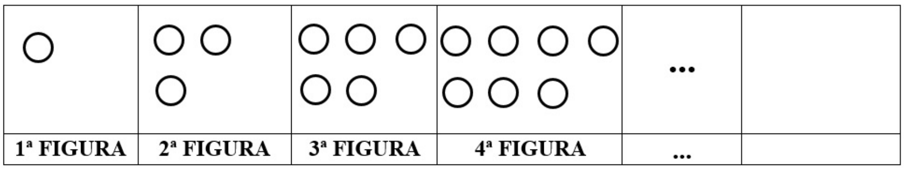
(e) Qual a **regularidade** dessas expressões numéricas?

(f) Qual o **nome da operação matemática** utilizada nessas expressões?

As questões da Ficha 02 tiveram inspiração no Problema 3 das *Orientações didáticas do Movimento do aprender: Matemática 7º ano*, Unidade 6 – Regularidades e padrões: pensamento algébrico, páginas 201 e 202 [10].

FICHA 02 – GRUPO:

1. Observe esta sequência de bolinhas:



   (a) Quantas bolinhas teremos na QUINTA FIGURA? **POR QUÊ**?

   (b) Como vocês representariam, por meio de uma **expressão numérica que envolva a posição da figura**, a quantidade de bolinhas da 5ª figura?

   (c) Reescrevam a expressão numérica do item anterior e **destaquem os dois números que não representam a posição da figura**.

   (d) Quais as operações matemáticas utilizadas?

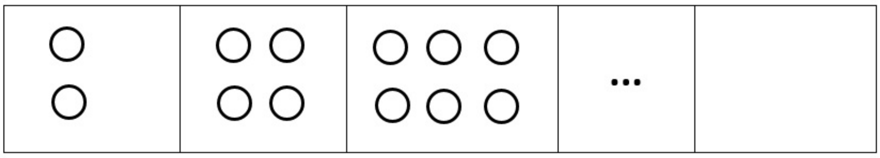
   (e) A partir dos itens anteriores, concluam: qual será o número de bolinhas da DÉCIMA FIGURA? **JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.**

As questões da Ficha 03 tiveram inspiração no Problema 4 das *Orientações didáticas do Movimento do aprender: Matemática 7º ano*, Unidade 6 – Regularidades e padrões: pensamento algébrico, páginas 202 e 203 [10].

FICHA 03 – GRUPO:

---

1. Considerem a sequência dos números naturais pares: **2, 4, 6, 8, ...**



   (a) Como representar, por meio de uma **expressão numérica que envolva a posição da figura**, o número par 10?

   (b) Agora, organizem os números dessa sequência na tabela abaixo, indicando **a posição do termo** e **o seu valor**. Em cada linha dessa tabela, escrevam também uma expressão numérica que relacione esses dois números.

POSIÇÃO NA SEQUÊNCIA	VALOR DO TERMO PAR	EXPRESSÃO NUMÉRICA
1	2	
2	4	
3		
4		
5		

   (c) Numa sequência numérica, é comum representarmos a posição de um termo qualquer de uma maneira especial. Utiliza-se, por exemplo, a letra n para indicar a posição do termo. Assim, podemos exibir a seguinte tabela:

POSIÇÃO	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	
VALOR DO TERMO	2	4	6	8	10	...

   Que padrão vocês observam entre **o valor de n** e **o valor do termo** da sequência?

   (d) A partir da sua resposta anterior, conclua: **que EXPRESSÃO você poderia escrever para determinar um termo de posição n qualquer**?

As questões da Ficha 04 tiveram inspiração nos Problemas 8 e 10 das *Orientações didáticas do Movimento do aprender: Matemática 7º ano*, Unidade 6 – Regularidades e padrões: pensamento algébrico, páginas 208-210, 211-213 [10].

FICHA 04 – GRUPO:

1. Uma das sequências de figuras da avaliação diagnóstica era formada por triângulos pretos. Para cada uma delas, **CONTEM** a quantidade de triângulos pretos:

		
FIGURA 1	**FIGURA 2**	**FIGURA 3**
NÚMERO DE TRIÂNGULOS PRETOS: ( )	**NÚMERO DE TRIÂNGULOS PRETOS: ( )**	**NÚMERO DE TRIÂNGULOS PRETOS: ( )**

(a) Existe algum padrão entre a quantidade de triângulos pretos e a posição da figura na sequência? **Descrevam o padrão observado**.

(b) Se a sequência continuar com o mesmo padrão, quantos triângulos pretos terá a QUARTA FIGURA? **Ilustrem-na**.

(c) A seguir, calculem e apresentem o número de triângulos pretos de cada uma das figuras da sequência, utilizando-se de **expressões numéricas**.

(d) Imaginem agora uma **FIGURA N**, em que **N** representa um número natural. Qual **expressão** poderíamos escrever para encontrar o número de triângulos pretos?

FICHA 04 - NOME DO GRUPO:

1. Uma das sequências de figuras da avaliação diagnóstica era formada por triângulos pretos. Para cada uma delas, **CONTEM** a quantidade de triângulos pretos:

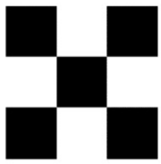
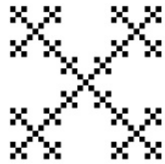
		

FIGURA 1	**FIGURA 2**	**FIGURA 3**
NÚMERO DE QUADRADOS PRETOS: ( )	**NÚMERO DE QUADRADOS PRETOS:** ( )	**NÚMERO DE QUADRADOS PRETOS:** ( )

   (a) Existe algum padrão entre a quantidade de triângulos pretos e a posição da figura na sequência? **Descrevam o padrão observado**.

   (b) Se a sequência continuar com o mesmo padrão, quantos triângulos pretos terá a QUARTA FIGURA? **Ilustrem-na**.

   (c) A seguir, calculem e apresentem o número de triângulos pretos de cada uma das figuras da sequência, utilizando-se de **expressões numéricas**.

   (d) Imaginem agora uma **FIGURA N**, em que **N** representa um número natural. Qual **expressão** poderíamos escrever para encontrar o número de triângulos pretos?

Apêndice C

EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

Para a sequência didática do eixo das "Expressões Algébricas", foram elaboradas três Fichas de Atividades. As questões da Ficha 01 foram influenciadas pelo Problema 1 das *Orientações didáticas do Movimento do aprender: Matemática 7º ano*, Unidade 7 – Expressões algébricas, página 234 [10].

FICHA 01 – GRUPO:

---

1. Pense em um número qualquer e multiplique-o por 2. Agora some 5.

    (a) Qual foi o **valor obtido**?

    (b) **Apresente uma expressão numérica** que corresponda ao cálculo efetuado.

    (c) **Compare**, com os colegas, se o valor obtido foi o mesmo que o deles. Por que isso aconteceu?

    (d) Mesmo que vocês não tenham obtido um mesmo resultado, há alguma **regularidade** (semelhança) entre as expressões numéricas escritas? Explique.

    (e) Chame de a o único valor diferente encontrado nas expressões. Como essas expressões poderiam ser escritas utilizando a letra a?

As questões da Ficha 02 tiveram inspiração nos Problemas 2 e 3 das *Orientações didáticas do Movimento do aprender: Matemática 7º ano*, Unidade 7 – Expressões algébricas, páginas 235 e 236 [10].

FICHA 02 – GRUPO:

1. Relacione as expressões algébricas abaixo com as frases correspondentes na língua portuguesa.

a) **O triplo de um número:**

b) **O dobro de um número acrescido de 5 unidades:**

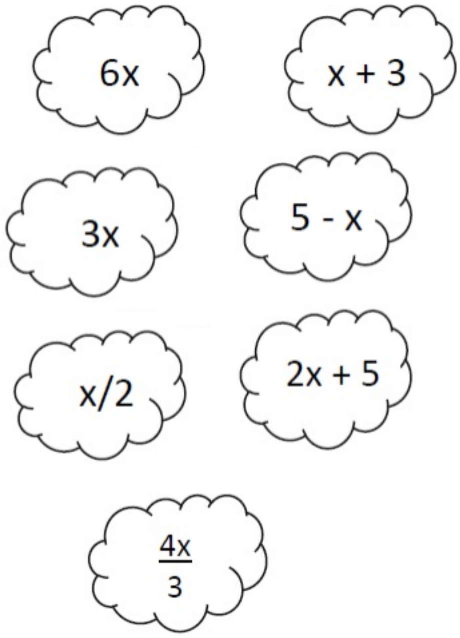
c) **O sêxtuplo de um número:**

d) **Um número adicionado de 3 unidades:**

e) **A diferença entre 5 e um número:**

f) **A terça parte do quádruplo de um número:**

g) **A metade de um número:**



2. Traduza as expressões da língua portuguesa para a linguagem matemática. Utilize a letra **x** para representar um número qualquer.

LÍNGUA PORTUGUESA	***LINGUAGEM MATEMÁTICA***
Um número adicionado de 9 unidades.	
A diferença entre um número e 2.	
Um número dividido por 3.	
O dobro de um número.	
O triplo de um número, somado com 4.	
A soma de um número com sua metade.	
Um número elevado ao quadrado.	

As questões da Ficha 03 tiveram inspiração no Problema 4 das *Orientações didáticas do Movimento do aprender: Matemática 7º ano*, Unidade 7 – Expressões algébricas, páginas 236 e 237 [10].

FICHA 03 – GRUPO:

1. Complete a tabela com a medida do perímetro e da área dos quadrados cujas medidas dos lados estão indicadas.

MEDIDA DO LADO	PERÍMETRO	ÁREA
1 cm		
2 cm		
3 cm		
4 cm		
5 cm		

(a) Que **operação matemática** foi utilizada para determinar o PERÍMETRO? Seria a única possível?

(b) Qual **expressão algébrica** representa o perímetro de um quadrado com lado de medida L cm? Essa é a única expressão que pode representar o perímetro?

(c) Que **operação matemática** foi utilizada para determinar a ÁREA? Seria a única possível?

(d) Que **expressão algébrica** representa a área de um quadrado com lado de medida L cm? Essa é a única expressão que pode representar a área?

Apêndice D

EQUAÇÕES DO 1º GRAU

Para a sequência didática do eixo das "Equações do 1º Grau", foram elaboradas oito Fichas de Atividades. As questões da Ficha 01 tiveram inspiração na seção "Roda de Conversa", das *Orientações didáticas do Movimento do aprender: Matemática 7º ano*, Unidade 8 – Equações do 1º grau, páginas 262 e 263 [10].

FICHA 01 – GRUPO:

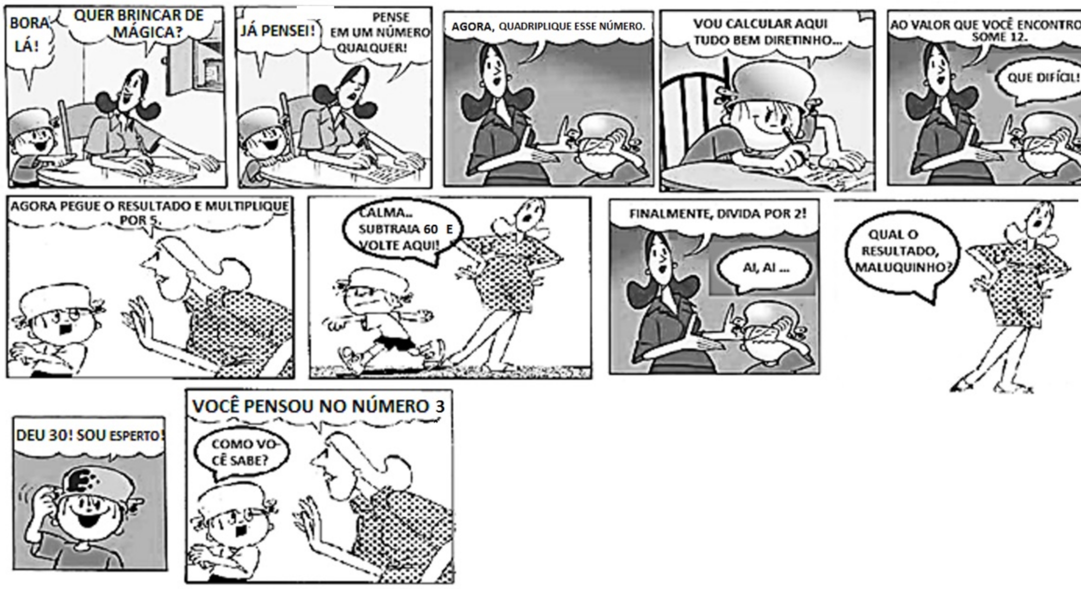
1. Vejam os quadrinhos abaixo:

   (a) Será que a mãe do Menino Maluquinho realmente adivinhou o número em que ele pensou?

   (b) Como ela fez isso? **Expliquem**.

FICHA 01 – GRUPO:

1. Vejam os quadrinhos abaixo:



(a) Será que a mãe do Menino Maluquinho realmente adivinhou o número em que ele pensou?

(b) Como ela fez isso? **Expliquem**.

As questões da Ficha 02 tiveram inspiração no Problema 1 das *Orientações didáticas do Movimento do aprender: Matemática 7º ano*, Unidade 8 – Equações do 1º grau, página 264 [10].

FICHA 02 – GRUPO:

1. Utilize a letra **x** para representar o número em que o Menino Maluquinho pensou.

   (a) É possível representar os passos propostos pela mãe do Menino Maluquinho, ANTES DE CHEGAR AO RESULTADO, por meio de uma **expressão algébrica**? Qual seria essa expressão?

   (b) Calcule o valor numérico da expressão algébrica quando $\mathbf{x = 4}$.

   (c) Que **conclusão** é obtida por meio do cálculo realizado no item anterior?

   (d) E se o resultado do penúltimo quadrinho tivesse sido 15, vocês seriam capazes de identificar o número pensado? **Expliquem como**.

FICHA 02 – GRUPO:

1. Utilize a letra **x** para representar o número em que o Menino Maluquinho pensou.

   (a) É possível representar os passos propostos pela mãe do Menino Maluquinho, ANTES DE CHEGAR AO RESULTADO, por meio de uma **expressão algébrica**? Qual seria essa expressão?

   (b) Calcule o valor numérico da expressão algébrica quando $\mathbf{x = 3}$.

   (c) Que **conclusão** é obtida por meio do cálculo realizado no item anterior?

   (d) E se o resultado do penúltimo quadrinho tivesse sido 40, vocês seriam capazes de identificar o número pensado? **Expliquem como**.

As questões da Ficha 03 tiveram inspiração no Problema 2 das *Orientações didáticas do Movimento do aprender: Matemática 7º ano*, Unidade 8 – Equações do 1º grau, página 265 [10].

FICHA 03 – GRUPO:

1. Marcelinho é um aluno do sétimo ano. Ele pensou em **um número qualquer**; depois MULTIPLICOU esse número por 4 e, ao resultado, ADICIONOU 12. No final das contas OBTEVE 60.

   (a) Escrevam uma **sentença algébrica** para representar a situação descrita, incluindo o resultado obtido ao final das contas. Indiquem por **n** o número em que Marcelinho pensou.

   (b) Agora descubram o valor de **n**. **EXPLIQUEM** como encontraram esse valor.

As questões da Ficha 04 tiveram inspiração no Problema 4 das *Orientações didáticas do Movimento do aprender: Matemática 7º ano*, Sistema SESI-SP, Unidade 8 – Equações do 1º grau, página 266 [10].

FICHA 04 – GRUPO:

---

1. ESCREVAM CADA SENTENÇA como uma **igualdade**.
   Depois, ENCONTREM O VALOR que a torna verdadeira.

   (a) O triplo de um número natural y é igual a 15.

   (b) Um número natural x somado a 12 resulta em 25.

   (c) A metade de um número inteiro k é igual a -25.

   (d) A diferença entre um número a e 5 é 23.

   (e) O dobro de um número n somado a 3 resulta em 47.

As questões da Ficha 05 tiveram inspiração no Problema 8 das *Orientações didáticas do Movimento do aprender: Matemática 7º ano*, Unidade 8 – Equações do 1º grau, página 268 a 270 [10].

FICHA 05 – GRUPO:

1. Para cada equação, ELABOREM UM PROBLEMA que a represente.
   Depois disso, ENCONTREM A SOLUÇÃO.

   (a) $6 + x = 28$

   (b) $2x + x = 21$

   (c) $x - 3 = 15$

   (d) $x + x + 1 = 29$

   (e) $2x + 10 = 3x$

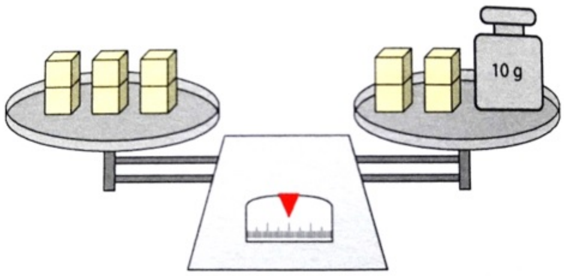
   (f) $\frac{x}{2} + 4 = 8$

As questões da Ficha 06 tiveram inspiração no Problema 12 das *Orientações didáticas do Movimento do aprender: Matemática 7º ano*, Unidade 8 – Equações do 1º grau, páginas 272 e 273 [10].

FICHA 06 – GRUPO:

---

1. A balança de dois pratos a seguir encontra-se em **equilíbrio**. Sabe-se que os objetos (prismas) sobre ela são iguais, ou seja, possuem a mesma massa.



   (a) Se representarmos a massa de cada prisma pela letra **m**, como podemos **expressar algebricamente** essa situação?

   (b) Se retirarmos um prisma de cada lado, a balança continuará em equilíbrio? POR QUÊ?

   (c) Como ficará a **representação algébrica** após a retirada de um objeto de cada lado da balança?

   (d) Retirem todos os prismas do lado direito da balança. Façam o mesmo do lado esquerdo, para que o equilíbrio não se altere. **ILUSTREM ISSO**.

   (e) Escrevam a **representação algébrica** do item anterior.

   (f) Agora, CONCLUAM: **qual a massa desse objeto?**

As questões da Ficha 07 tiveram inspiração no Problema 16 das *Orientações didáticas do Movimento do aprender: Matemática 7º ano*, Unidade 8 – Equações do 1º grau, páginas 278 a 281 [10].

FICHA 07 – GRUPO:

1. Leiam as instruções e façam o que se pede.

   (a) **Ilustrem** uma situação envolvendo uma balança de dois pratos considerando a seguinte equação:

   $$3x + 5 = x + 15$$

   Imaginem que **x** é a massa de uma esfera e os números 5 e 15 são as massas de pesinhos (medidos em kg).

   (b) Retirem o peso de 5kg do prato da esquerda e, para a balança permanecer em equilíbrio, retirem também 5kg do prato da direita. **Ilustrem essa nova situação.**

   (c) Por que podemos afirmar que **a balança continua em equilíbrio** na ilustração anterior?

   (d) Agora, entendendo a retirada de pesos da balança como uma subtração, **escrevam uma equação** para representar essa situação.

   (e) Retirem uma esfera do prato da esquerda e, para a balança permanecer em equilíbrio, retirem também uma esfera do prato da direita. **Ilustrem essa nova situação.**

   (f) Registrem a ilustração anterior como uma **equação**.

   (g) Na equação obtida, que estratégia vocês utilizariam para encontrar o valor de **x**? **Descrevam-na**.

As questões da Ficha 08 tiveram inspiração nos Problemas 22 e 23 das *Orientações didáticas do Movimento do aprender: Matemática 7º ano*, Unidade 8 – Equações do 1º grau, página 294 [10].

FICHA 08 – GRUPO:

---

1. Um **triângulo isósceles** possui 55 m de PERÍMETRO. Sabe-se que o lado de medida diferente tem 5 m a menos que o dobro da medida de um dos lados congruentes.

   (a) Considerem **l** a medida de cada um dos lados congruentes. **Ilustrem** essa situação, indicando a medida algébrica dos lados desse triângulo.

   (b) Como se calcula **o perímetro de um triângulo** qualquer?

   (c) A partir da resposta do item anterior, **determinem a medida dos lados congruentes desse triângulo**. JUSTIFIQUEM A RESPOSTA.

   (d) Determinem também a medida do lado que **não é congruente a nenhum outro** neste triângulo.

2. Os três ângulos de um triângulo têm suas medidas expressas algebricamente por $x + 40^o$, $2x + 30^o$ e $x + 10^o$.

   (a) Qual o valor da **soma dos ângulos internos de um triângulo**?

   (b) A partir da resposta do item anterior, encontrem uma estratégia para **determinar o valor de** x.

   (c) Agora, concluam: qual a medida do **menor ângulo** desse triângulo? JUSTIFIQUEM A RESPOSTA.

   (d) Por fim, determinem as medidas dos **outros dois ângulos** desse triângulo? ILUSTREM A SITUAÇÃO.

Apêndice E

AVALIAÇÃO FINAL

NOME DO ALUNO:

1. (SARESP) A expressão $x + \frac{x}{4}$ pode ser escrita como:

   (a) A soma de um número com o seu quádruplo.

   (b) A soma de um número com o seu dobro.

   (c) **A soma de um número com a sua quarta parte.**

   (d) A soma de um número com a sua metade.

2. (SARESP) A expressão $2x - \frac{x}{2} = 6$ descreve a situação:

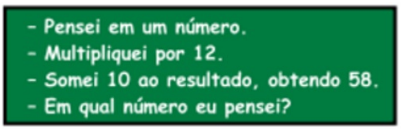
   (a) o dobro de um número mais a sua metade é igual a 6.

   (b) A diferença entre um número e a sua metade é igual a 6.

   (c) **a diferença entre o dobro de um número e a sua metade é igual a 6.**

   (d) o dobro de seis menos a sua metade é igual a x.

3. (SARESP 2015) A professora colocou o seguinte desafio.



   Júlia resolveu corretamente o desafio proposto, obtendo o número:

   (a) 1

   (b) 2

   (c) 3

   (d) **4**

4. (SARESP 2015) Se adicionarmos 3 ao dobro da idade de Ana, vamos obter a minha idade, ou seja, 37 anos. Quantos anos Ana tem?

   (a) **17 anos**.
   (b) 34 anos.
   (c) 40 anos.
   (d) 77 anos.

---

5. (SARESP 2011) Ivone dividiu 12 metros de tecido em duas partes. O comprimento de uma das partes é três vezes o comprimento da outra. Qual o comprimento da parte maior?

   (a) **9 metros**.
   (b) 6 metros.
   (c) 3 metros.
   (d) 2 metros.

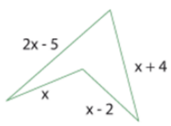
---

6. (SARESP 2005) A média do 1º bimestre dos alunos do colégio "Aprender" foi calculada da seguinte forma: $\frac{(2P+T)}{3}$, onde P é a nota da prova e T a nota do trabalho. João tirou $7,0$ na prova e $8,5$ no trabalho, assim sua média no primeiro bimestre foi:

   (a) 5,0
   (b) **7,5**
   (c) 7,8
   (d) 8,0

---

7. (SARESP 2011) Observe esta figura. A expressão que representa o perímetro da figura é:



   (a) $5x + 3$
   (b) $5x + 1$
   (c) $2x$
   (d) **5x - 3**

---

8. (SARESP) O número de faces de um prisma, em que a base é um polígono de n lados é:

   (a) $n - 1$

   (b) n

   (c) $\mathbf{n + 2}$

   (d) $2n + 1$

9. (SARESP 2015) As variáveis x e n assumem valores conforme a tabela abaixo.

x	2	4	6	8	10
n	4	8	12	16	20

   A relação entre x e n é dada pela expressão:

   (a) $n = x + 2$

   (b) $\mathbf{n = 2x}$

   (c) $n = 2x + 2$

   (d) $n = x + 4$

10. (SARESP 2007) Veja a quantidade de doces que Rose produziu:

Segunda-feira (a)	**Terça-feira** (b)	**Quarta-feira** (c)
1	2	3

   A expressão que representa a sua produção de doces nesses dias é:

   (a) $\mathbf{c = a + b}$

   (b) $c = a - b$

   (c) $c = a \cdot b$

   (d) $c = a \div b$

Referências Bibliográficas

[1] FREITAS, José Luiz Magalhães de. Teoria das situações didáticas. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. (Org.). *Educação Matemática:* uma (nova) introdução. São Paulo: EDUC, 2008. p. 77-111.

[2] GODOY, Arilda Schmidt. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. *Revista de Administração de Empresas,* São Paulo, v. 35, n. 2, p. 57-63, mar./abr. 1995.

[3] KUCINSKAS, Ricardo. *A Matemática e o seu contexto cultural:* desenvolvimento de atividades junto à Marcenaria do Assentamento Rural Pirituba II – em Itapeva – SP (Segunda Fase). São Paulo: FAPESP, 2013. 80 p. (Relatório final de iniciação científica).

[4] MACHADO, Silvia Dias Alcântara. *Educação Matemática:* uma (nova) introdução. São Paulo: EDUC, 2008. 250 p.

[5] MOREIRA, Marco Antonio. A teoria da aprendizagem significativa de Ausubel. In: MOREIRA, Marco Antonio. (Org). *Teorias de Aprendizagem.* São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1995.

[6] NOVAK, Joseph Donald. *Uma Teoria de Educação.* São Paulo: Livraria Moreira Editora, 1981.

[7] PAIS, Luiz Carlos. *Didática da Matemática:* uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

[8] POLYA, George. *A arte de resolver problemas:* um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

[9] POZO, Juan Ignacio; ECHEVERRÍA, María Del Puy Pérez. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, Juan Ignacio. (Org.). *A solução de problemas.* Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

[10] SERVIÇO SOCIAL DA INDÚSTRIA (SESI-SP). *Orientações didáticas do movimento do aprender:* Matemática 7º ano. São Paulo: SESI-SP Editora, 2016.