

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA

JONAS THAFAREL RODRIGUES HERNANDES BELUCO

**METODOLOGIAS ATIVAS NO ENSINO DE
ÂNGULOS**

SÃO CARLOS - SP
FEVEREIRO DE 2025

Jonas Thafarel Rodrigues Hernandes Beluco

Metodologias Ativas no Ensino de Ângulos

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Mestrado em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, sob orientação da Professora Profa. Dra. Grazielle Feliciani Barbosa.

Universidade Federal de São Carlos
Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia

Orientadora: Profa. Dra. Grazielle Feliciani Barbosa

São Carlos - SP
Fevereiro de 2025

Jonas Thafarel Rodrigues Hernandes Beluco
Metodologias Ativas no Ensino de Ângulos/ Jonas Thafarel Rodrigues Hernandes
Beluco. – São Carlos - SP, Fevereiro de 2025-
104p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientadora: Profa. Dra. Grazielle Feliciani Barbosa

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de São Carlos
Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia , Fevereiro de 2025.

1. TDIC. 2. Metodologias Ativas, Gamificação, Matific 2. Ângulos, Avaliação. I.
Orientador. II. Universidade xxx. III. Faculdade de xxx. IV. Título

Jonas Thafarel Rodrigues Hernandes Beluco

Metodologias Ativas no Ensino de Ângulos

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Mestrado em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, sob orientação da Professora Profa. Dra. Grazielle Feliciani Barbosa.

Trabalho aprovado. São Carlos - SP, 21 de fevereiro de 2025:

**Profa. Dra. Grazielle Feliciani
Barbosa**
Orientadora

**Profa. Dra. Luciene Nogueira
Bertoncello**
UFSCar

Profa. Dra. Miriam da Silva Pereira
UFPB

São Carlos - SP
Fevereiro de 2025

Dedico este trabalho à memória do meu pai Manoel Sanches Hernandes (1949-2016), homem simples, temente a Deus e que deixou um grande legado como pai, amigo e companheiro. Sua vida foi amar e servir ao próximo.

Agradecimentos

Quero agradecer primeiramente a Deus que por graça e misericórdia tem cuidado de mim e da minha família, agradeço em especial a minha esposa Regiane amiga, companheira e confiante de todas as horas, sempre com muito amor e paciência, aos meus avós pela memória viva e presente até os dias de hoje, à meus pais Manoel(in memória) e Lúcia por todos os ensinamentos, cuidados e carinho, à minhas tias e tios avós, aos irmãos do meu saudoso pai Manoel, Valdomiro, Dorival, Aparecido, José(in memória), Cristino, Aparecida, Izabel(in memória), Maria Helena, Mariza (in memória) e seus respectivos familiares. Aos irmãos de minha querida mãe Lúcia: Neuza, Maria Julia, Francisco, Balbino, Juarez, Isabel(in memória), Anália, Gildete e seus respectivos familiares, pois graças a Deus todos de alguma forma ajudaram a minha formação, tenho eles como exemplos de vida e superação. À meu irmão Jônatas Rafael e minha cunhada Rebeca Rodrigues e seus filhos Manoel e Melissa, sobrinhos e alegrias de nossas vidas. Aos meus cunhados Gibson, Anderson e Fabiana, à meus sogros Sônia e Dilson Beluco pelo apoio e cafés antes das aulas, meus primos, primas e suas respectivas famílias, em especial Aline pela ajuda no inglês, enfim a toda minha família Rodrigues, Hernandez e Beluco da qual estamos ligados pelo sangue e pela amizade e à quem desejo toda sorte de bençãos. Agradecer aos amigos por tantas coisas vividas e inúmeras pessoas maravilhosas, à Dona Maria e todos os vizinhos, aos amigos do tempo de infância Richard e família, Joelma e Marcos, do tempo da faculdade, Paulo e Keila e família, Willian, Holiver, Damares, Karla enfim todos. Da igreja A.D. Belém Planalto do Sol - SBO, aos cuidados do Pr. Antônio Gonçalves, onde busco e creio em suas orações, aos colegas Ufscar turma PROFMAT e PPGECE em especial Adriana, Aparecido e Daiane D. por todo apoio e muitos exercícios resolvidos juntos, as minhas professoras(es) desde o fundamental um, como por exemplo Maria Dourado e Renni, do fundamental dois, a querida professora de matemática Nice da escola EE Eduardo Silva localizada em Santa Bárbara d'Oeste e à tantos excelentes professores que ministraram aulas durante os anos de 1999 a 2002, do ensino médio aos professores da EE Alcheste de Godoy Andia durante o período de 2002 à 2005, em especial a professora Conceição que me ensinou Progressões Aritméticas e lembro até hoje. Aos professores da Graduação na Faculdade FAM de Americana, do período de 2006 à 2010, em especial Prof^o Aloísio Geometria e Prof^o Marcelo Cunha de Cálculo, aos professores do Curso PROFMAT-UFSCar, todos sem exceção, com quem tive a honra de conhecer e conviver durante este período de 2022 à 2025 e hoje se tornaram minhas inspirações na busca em desenvolver competência ao longo desta jornada chamada magistério, também agradecer à Univesp - Universidade Virtual do Estado de São Paulo, pela bolsa concedida durante este período. A minha querida professora e orientadora Grazielle Feliciani Barbosa,

chamada carinhosamente por todos da turma de Gra pelas muitas horas de conversa, palavras de sabedoria e encorajamento, enfim agradecer a todos os que semearam em meu coração o desejo de praticar e disseminar a matemática. Agradecer, aos colegas de profissão, professores, gestores, funcionários enfim todos, com quem já aprendi muito e peço à Deus graça para continuar aprendendo. A Diretora da escola EE Maria Judita Savioli de Oliveira, Karina de Andrade Antunes, onde foi realizada a presente pesquisa, ao Vice- Diretor escolar Holiver e ao Coordenador Pedagógico Álvaro, aos agentes de organização escolar, pessoal da limpeza e em especial a Patrícia Gerente de Organização Escolar- GOE dessa Escola, pois me deram todo o apoio necessário, inclusive escaneando atividades. E por fim agradecer principalmente aos alunos, o principal motivo e a fonte para nossa dedicação. Novamente a todos sem exceção, ainda que não tenha colocado seu nome, muito obrigado. Em João 15.5 Jesus disse: "Eu sou a videira; vós sois as varas. Aquele que permanece em mim e no qual eu permaneço dá muito fruto, pois sem mim nada podereis fazer".

"Mas se algum de vós necessita de sabedoria, peça-a Deus, que dá a todos liberalmente e não impropéria, e ser-lhe-á dada."(Tg 1.5)

"Toda boa dádiva e todo dom perfeito vêm lá de cima, descendo do Pai das luzes, no qual não pode haver mudança nem sombra de variação."(Tg 1.17)

Resumo

Em uma geração de estudantes pós-pandemia e imersa em Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação - TDIC, os professores, principalmente de matemática, são desafiados a empreender esforços para conseguir, associando as Metodologias Ativas, que aconteça a aprendizagem significativa. Esta pesquisa foi realizada com foco no objeto de conhecimento ângulos, para uma turma de sétimo ano do ensino fundamental II. Um primeiro momento, realizamos uma análise dos dados gerados pela prova paulista, onde foi possível identificar uma defasagem muito significativa no descritor "Resolver situações-problemas envolvendo medidas de ângulos". Partimos então, para uma avaliação diagnóstica, com o objetivo de decidir as próximas ações e intervenções com a turma. As questões foram previamente selecionadas e organizadas para avaliar o objeto do conhecimento ângulo em diferentes contextos. Após a aplicação, foi realizada a correção de cada uma das questões e tabulação dos resultados. Consideramos importante apresentar aos alunos, os ângulos associados a giros de $\frac{1}{4}$ volta, $\frac{1}{2}$ volta, $\frac{3}{4}$ volta e uma volta, com atividades de sensibilização, contextualizadas com o esporte, mão na massa, relógios, direção de veículos, casa dos ângulos (material do geogebra), sem falar nas questões conceituais do material digital. Além disso, foi trabalhado com bastante intensidade a gamificação usando a plataforma Matific, essas atividades serão descritas e evidenciadas neste trabalho. Após todas as tarefas propostas aos estudantes, elaboramos uma avaliação final com algumas questões inéditas e outras já avaliadas com o objetivo de confrontar os dados iniciais e analisar a evolução da aprendizagem dos estudantes.

Palavras-chave: Aprendizagem, TDIC, Metodologias Ativas, Ângulos, Avaliações, Gamificação, Matific.

Abstract

In a generation of post-pandemic students immersed in Digital Information and Communication Technologies (TDIC), teachers, especially in mathematics, are challenged to ensure that meaningful learning occurs, associating Active Methodologies. This research was carried out with a focus on the knowledge of object of angles, for a seventh-grade class in the second stage of elementary education. At first, we analyzed the data generated by the São Paulo state test, where it was possible to identify a significant gap in the descriptor "Solve problem situations involving angle measurements." Then, we conducted a diagnostic assessment to decide the next steps and interventions with the class. The questions were pre-selected and organized to assess the knowledge object of angles in different contexts. After the application, each question was corrected, and the results were tabulated. We considered it important to present the angles associated with $\frac{1}{4}$ turn, $\frac{1}{2}$ turn, $\frac{3}{4}$ turn, and a full turn to the students, with activities for awareness, contextualized with sports, hands-on activities, clocks, vehicle directions, and the house of angles (GeoGebra material), not to mention the conceptual questions from digital material. Furthermore, we worked intensively on gamification using the Matific platform, and these activities will be described and highlighted in this work. After all the tasks proposed to the students, we designed a final assessment with some new questions and others already assessed, with the aim of comparing the initial data and analyzing the students' learning progress.

Keywords: Learning, TDIC, Active Methodologies, Angles, Assessments, Gamification, Matific.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	12
2	CURRÍCULO PAULISTA	14
2.1	Discussões e registros históricos sobre o Currículo Paulista	14
2.2	Implementação do Currículo	16
2.3	Caderno Aprender Sempre e Material Digital	16
3	UM POUCO DE HISTÓRIA	19
3.1	Contexto Histórico	19
3.1.1	O sistema sexagesimal da antiga Babilônia	20
4	CONCEITOS GEOMÉTRICOS BÁSICOS	24
4.1	Conceitos iniciais	24
4.2	Ângulos	30
4.2.1	Qual a importância dos ângulos?	30
4.2.2	Definições	32
5	CONTEXTO DA PESQUISA	43
5.1	Características da escola	43
5.1.1	Fatos Históricos	43
5.1.2	Comunidade Escolar	43
5.2	Motivação	44
6	RECURSOS DIGITAIS	45
6.1	Business Intelligence	46
6.2	Matific	49
6.2.1	Pedagogia da Matific	49
7	DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES	54
7.1	Avaliação Diagnóstica	54
7.2	Atividade de Sensibilização	56
7.3	Atividades Mão na Massa	57
7.3.1	Relógio dos Ângulos	57
7.3.2	Relógio dos Ângulos II	58
7.4	Atividades Impressas	60
7.4.1	Rosa dos Ventos	60
7.4.2	Giro de 90° em Malha Quadriculada	61

7.5	Exercícios no Caderno	63
7.5.1	Classificação dos ângulos	68
7.6	Jogos Matific	70
7.7	Avaliação Final	74
8	RESULTADOS E DISCUSSÕES	76
8.1	Resultados da Hora da Revisão	77
8.2	Resultados da Avaliação Final	83
9	CONSIDERAÇÕES FINAIS	90
10	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	92
	ANEXO A – AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA	95
	ANEXO B – AVALIAÇÃO FINAL	100
	ANEXO C – ATIVIDADES IMPRESSAS	103

1 Introdução

Na busca por estratégias para melhorar as aulas de matemática, ou ainda, questionando - me sobre qual modelo de ensino devo seguir, sou confrontado pelas seguintes palavras:

o modelo de ensino que possibilita a reconstrução das ideias matemáticas por trás dos algoritmos "desalmados" na maioria das vezes tem um efeito mais significativo e duradouro nas funções psicológicas superiores dos alunos(CABRAL, 2017, p.11)

Entendo que a reconstrução dessas ideias matemáticas passa sem dúvida pelo resgate de conhecimentos prévios dos estudantes, valorizando o que eles realmente trazem consigo em suas bagagens intelectuais e cognitivas. Ou ainda, aprender com significado, corrigindo rotas e priorizando o conceito e não apenas o algoritmo. Ora não é difícil alguém dizer "no meu tempo de escola adorava usar aquelas fórmulas, agora esqueci tudo".

O papel do professor neste processo é oferecer atividades que propiciem aos alunos uma aprendizagem significativa, vejamos:

Nessa perspectiva é preciso que o professor seja incansável na promoção de um discurso dialógico que possibilite aos alunos a reconstrução de conceitos, a identificação de propriedades e o estabelecimento de generalizações ainda que numa dimensão intuitiva. Cabe ao professor em minha concepção a árdua tarefa de propor aos alunos um ensino bem articulado que valorize, sobre tudo a reconstrução dos conceitos num ambiente de reflexão.(CABRAL, 2017, p.11)

É com esse sentimento e preocupação que procuro planejar, aplicar e avaliar minha prática docente. A turma escolhida para o desenvolvimento desta pesquisa foi o sétimo ano A da Escola Estadual Maria Judita Savioli de Oliveira, localizada no bairro Jardim Europa, Santa Barbara d'Oeste - SP; trata - se de uma escola de ensino regular, com funcionamento em três períodos, sendo Ensino Médio no período da manhã e no período noturno e Ensino Fundamental II no período da tarde. A gestão da escola é participativa, procura sempre apoiar os docentes e entende a necessidade do uso metodologias ativas de aprendizagem para os alunos do século XXI. Os estudantes são do próprio bairro, em sua maioria de classe média baixa, alguns em situação de vulnerabilidade social. Foram diversos motivos pelo qual se deu essa escolha. Um deles é o fato de ser uma escola afastada da região central da cidade. Outro motivo é a baixa frequência escolar, pouca participação da comunidade (pais) no acompanhamento da vida escolar dos estudantes e o principal deles é o resultado das avaliações externas aplicadas pelo governo do estado denominadas "Prova Paulista e Saesp - Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São

Paulo" que apresentaram baixos índices e que através de avaliação diagnóstica esses dados foram confirmados. Em síntese, diagnosticamos a defasagem em relação à geometria plana e o conceito de ângulos, assim organizamos esta dissertação nos seguintes capítulos:

No capítulo 2, trataremos da história da elaboração do currículo paulista, desde um pouco antes dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) até a sua implementação após a homologação da BNCC - Base Nacional Comum Curricular. Também neste capítulo, detalhamos como surgiram o Currículo em Ação e Aprender Sempre que mais tarde veio a se tornar o Material Digital. O capítulo 3 vai contar como surgiu os ângulos, mais ainda, trabalhamos aqui uma investigação histórica do sistema de numeração com a base sexagesimal, ou seja, a evolução desse sistema desde seus primeiros registros. O capítulo 4, realiza uma abordagem dos principais conceitos de geometria básica necessários para a realização da pesquisa, destacamos aqui a importância de se comparar definições de ângulos dos professores autores Muniz Neto (2013) e Marques (2012). Diante de inúmeras realidades escolares, no capítulo 5 vamos abordar o contexto em que a pesquisa foi realizada. Onde? Escola estadual Maria Judita Savioli de Oliveira. Pra Quem? Turma regular do sétimo ano A ensino fundamental II. E ainda o Por Quê? Defasagem no objeto do conhecimento ângulos. Vale ressaltar que ainda neste capítulo contamos a história de vida da patrona da escola. No Capítulo 6, é feita a discussão sobre os recursos digitais utilizados, as TDIC - Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação usadas em sala de aula. Além disso, apresentamos a Business Intelligence como ferramenta para auxiliar, analisar e ampliar os resultados da educação e, por fim, a história, os objetivos e o funcionamento do site educacional Matific. No Capítulo 7, descreveremos as atividades ofertadas aos estudantes durante o percurso de aprendizagem. Aqui, serão descritas também as avaliações tanto a de entrada "Hora da Revisão" como a final "Atividade Principal". As demais atividades, além de serem descritas, também são discutidas, sendo elas a atividade de sensibilização, mão na massa, relógio dos ângulos, exercícios no caderno, classificação dos ângulos, atividades impressas, giro de noventa graus em malha quadriculada e, por fim, os jogos do Matific. Em seguida, no Capítulo 8, organizamos a tabulação dos resultados das avaliações bem como socializamos as respostas feitas pelos estudantes. E finalmente nas considerações finais, concluímos que foi possível perceber, ao comparar os resultados das avaliações, um progresso na aprendizagem sobre ângulos em boa parte dos estudantes.

2 Currículo Paulista

2.1 Discussões e registros históricos sobre o Currículo Paulista

As discussões sobre a formulação de um currículo não são de hoje, segundo informações do próprio currículo paulista em agosto de 1971 com a Lei Federal nº5692 "Coube aos estados a formação de propostas curriculares para orientar as escolas públicas e particulares de seu território" onde a principal mudança foi tirar o olhar do ensino e passar o foco das atenções para os estudantes. No início dos anos 1980 os estados buscaram uma revisão de seus currículos, já em 1983, ocorreu a implementação do Ciclo Básico (Decreto nº21.833, de 21/12/1983) que reorganizou o então primeiro grau e também instituiu como prioridade "a redução dos altos índices de repetências e evasão escolar". A partir de 1988 surgiu a necessidade da formação pedagógica para o professor.

Uma grande municipalização de escolas do ensino infantil ocorreu no ano de 1996 e foi peça chave para ocorrer discussões ainda mais profundas sobre o currículo. Em paralelo o "Ministério da Educação (MEC) por intermédio da Secretaria da Educação Básica (SEB), promovia a elaboração dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o Ensino Fundamental e Ensino Médio". Em meados de 2008, a rede estadual paulista de ensino ofertava o então programa "São Paulo Faz Escola". Para David A. e Souza B. D. B. (2018), essa iniciativa se deu devido aos resultados do Sistema de Avaliação da Educação Básica, e do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) 2007, e ainda segundo as autoras "o estado reformulou seu currículo a partir de 2008" por meio da resolução SE - 76 -, de 17 - 11 -2008 com a seguinte proposta:

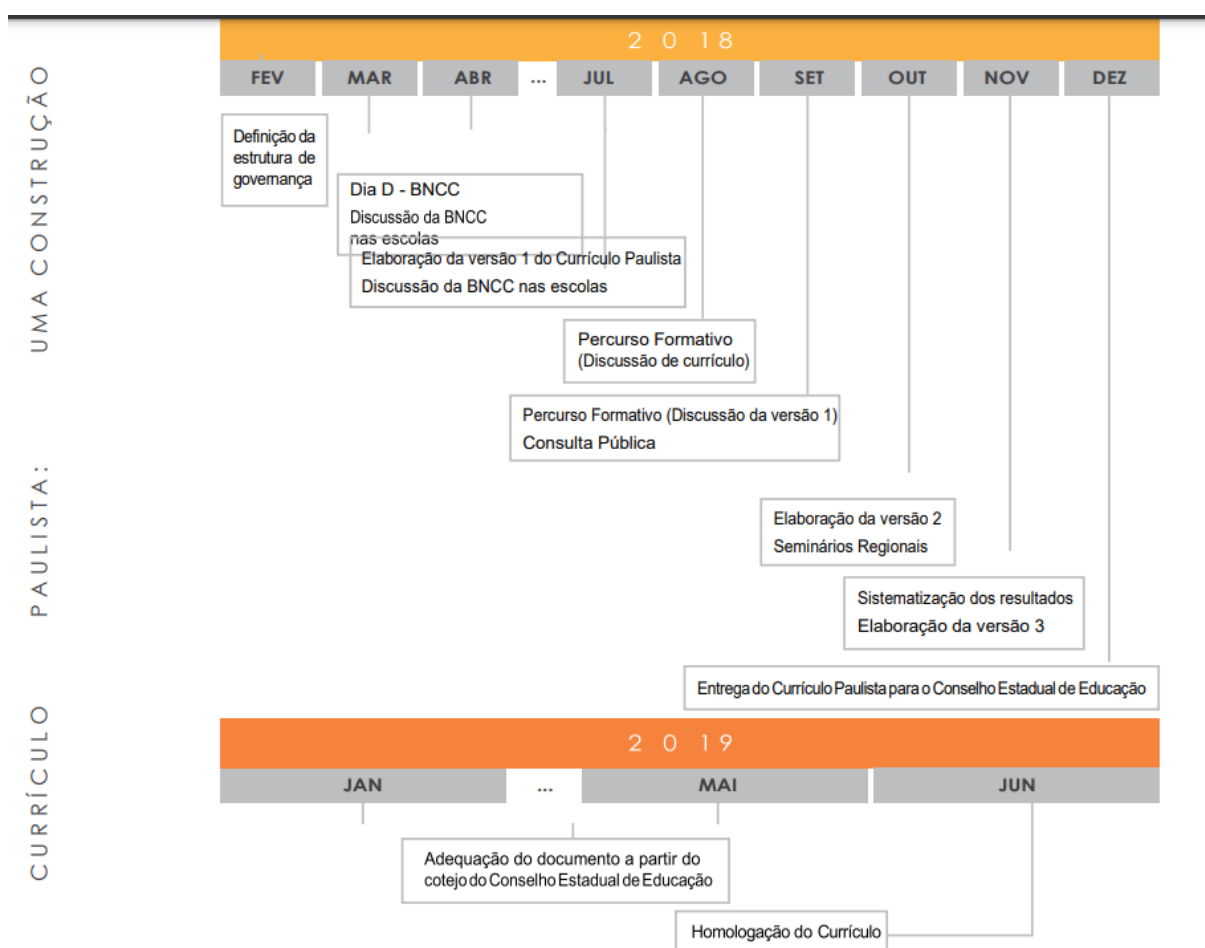
Parágrafo único - A Proposta Curricular que complementa e amplia as Diretrizes e os Parâmetros Curriculares Nacionais incorpora as propostas didáticas vivenciadas pelos professores em suas práticas docentes e visa ao efetivo funcionamento das escolas estaduais em uma rede de ensino (São Paulo, 2008b apud David, A.; Souza, B.D.B., 2018 p.68)

Além disso as disciplinas, bem como matemática, ficaram dispostas em chamados "percursos de aprendizagem":

A Proposta Curricular foi planejada de forma que todos os alunos em idade de escolarização pudessem fazer o mesmo percurso de aprendizagem nas disciplinas básicas: Língua Portuguesa, Matemática, Ciências (Física, Química e Biologia no Ensino Médio), História (mais Filosofia e Sociologia no Ensino Médio), Geografia, Língua Estrangeira Moderna (Inglês), Arte e Educação Física. Para todas essas disciplinas foram descritos os conteúdos, as competências, as habilidades, as estratégias metodológicas e o que se espera dos alunos de cada série/ano (São Paulo, 2008b apud David, A.; Souza, B.D.B., 2018, p.68)

Com a implementação do programa "São Paulo Faz Escola", são elaborados "materiais didáticos para estudantes e orientações didáticas e metodológicas para professores" (Currículo Paulista, 2019 p.14). Depois disso, sempre houve diversas discussões entre redes municipais de ensino e a Secretária da Educação do Estado de São Paulo (SEDUC-SP) "em prol a melhoria da qualidade da educação pública" (Currículo Paulista, 2019 p.14) No final de 2017, após consulta pública, é homologada a Base Nacional Comum Curricular, etapa Ensino Fundamental e no próximo ano, 2018, a etapa Ensino Médio. Após a homologação, o MEC institui pela portaria nº331, de 2018, o "Programa de Apoio à implementação da Base Nacional Comum Curricular (PróBNCC)" é a partir de então, em regime de colaboração, que se inicia as discussões sobre a elaboração do Currículo Paulista tendo um objetivo muito claro "romper as fragmentações das políticas educacionais", e finalmente em primeiro de agosto do ano de 2019 o Currículo Paulista é homologado (Currículo Paulista, 2019, p.18).

Figura 1 – Processo de Construção do Currículo Paulista - Linha do Tempo



Fonte: Currículo Paulista, 2019

2.2 Implementação do Currículo

Praticamente toda a rede estava se movimentando, aos professores houve a orientação para a realização de cursos na plataforma online "EFAPE" (Escola de Formação dos Profissionais de Educação) para a atualização e formação. Finalmente quando as atividades estavam começando a ser desenvolvidas e o "currículo em ação" estava sendo trabalhado nas aulas, veio a pandemia de COVID-19, imediatamente as aulas tiveram que ser interrompidas. A situação requeria muitas adaptações, novas tecnologias e principalmente a flexibilidade do currículo para se obter o mínimo possível de aprendizagem. Naquele momento a Secretária da Educação do Estado de São Paulo (SEDUC - SP), apresentou um programa de recuperação onde havia sequências de atividades que contemplavam as habilidades prioritárias das quais chamou de "habilidades essenciais", vejamos:

Essas habilidades essenciais foram selecionadas a partir de análises do Currículo Paulista do Ensino Fundamental, do Currículo Oficial vigente no Ensino Médio, dos resultados do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP 2019) e da Avaliação Diagnóstica de Entrada (ADE), em um trabalho conjunto entre as equipes curriculares de Língua Portuguesa e Matemática da Coordenadoria Pedagógica (COPED), os Professores Coordenadores do Núcleo Pedagógico (PCNPs) e os professores da rede. Por conta da importância da continuidade do trabalho de recuperação iniciado em 2020 nos anos seguintes, a matriz de habilidades do programa de recuperação foi elaborada considerando um ciclo de progressão das aprendizagens entre 2020 e 2021, chamado agora de Aprender Sempre. (Aprender Sempre, 2020, Apres.)

As habilidades essenciais, foram neste período uma excelente ferramenta para se trabalhar com o estudante que estava passando por aquela realidade e também ao retorno as aulas presenciais, elas continuaram a ser desenvolvidas com ênfase e ajudaram muito na organização das aulas.

2.3 Caderno Aprender Sempre e Material Digital

É nesse contexto que surge o Caderno Aprender Sempre contemplando as disciplinas Língua Portuguesa e Matemática, atendendo a todos os anos séries escolares, possui sequências de atividades com temas bem definidos e interessantes, além disso, existem orientações tanto para o professor como para os alunos. Por fim, em 2023 a SEDUC-SP criou o "Material Digital" por onde as sequências didáticas, antes em forma impressa (Caderno Aprender Sempre), foram agora digitalizadas, transformadas e organizadas em slides. "Resultado de uma construção conjunta com a rede, o Material Digital propõe ao professor um instrumento para a aula, com o objetivo de empoderá-lo e complementar a dinâmica das atividades em sala" (SEDUC - SP) este material fica disponível no site

Repositório CMSP - Centro de Mídias São Paulo, disponível em Material Digital, onde cada professor tem acesso com seu login e senha de acordo com a figura 2:



Figura 2 – Login Centro de Mídias, fonte: CMSP,2024

No repositório CMSP- Centro de Mídias São Paulo Figura 3, as aulas estão pré-estabelecidas por série, disciplina, bimestre e títulos das aulas de acordo o objeto do conhecimento e sua habilidade de referência, neste repositório ficam disponíveis as sequências didáticas para todas as disciplinas por bimestre. Importante destacar a estrutura das aulas em três principais tópicos "1 – Para Começar (contexto); 2 – Foco no Conteúdo (aprofundamento e prática); e 3 – Aplicando (replicação em contextos diferentes)"(SEDUC-SP) assim é possível o docente editar todo o material de acordo com sua realidade, apresentar e propor aos estudante em uma televisão dentro da sala de aula. Apesar disso, observamos que as atividades propostas no Material Digital são apresentadas em um número cada vez mais reduzido. Sendo assim, cabe ao professor buscar atividades que promovam a aprendizagem e a motivação dos estudantes para além do material disponível.

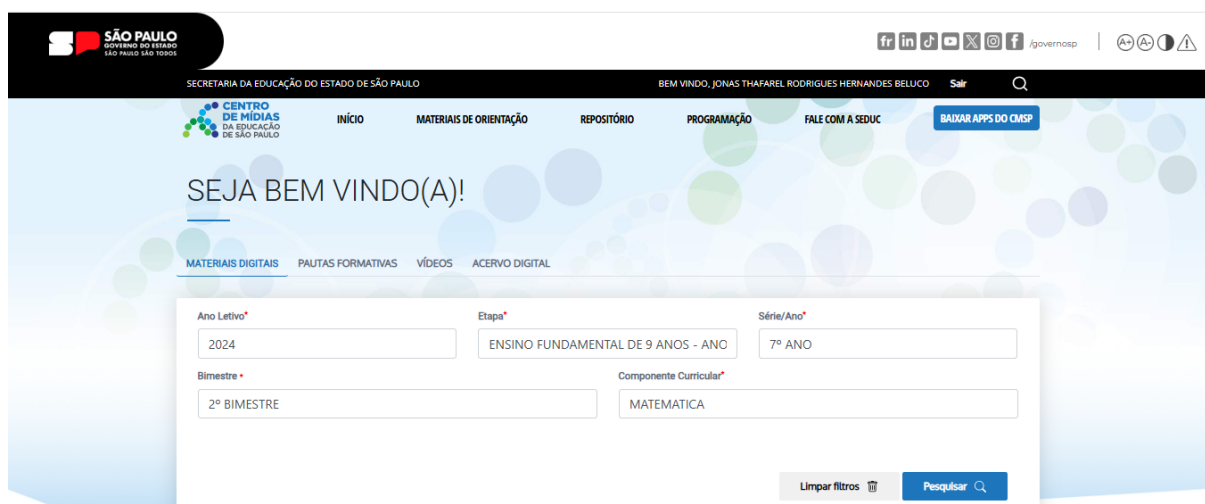


Figura 3 – Filtro CMSP -Repositório, fonte: CMSP, 2024

3 Um pouco de História

3.1 Contexto Histórico

Algum estudante já lhe perguntou, "o professor, quem inventou a Matemática?", ou ainda, "o professor, de onde vem o ângulo?" Sempre que ouvimos essas perguntas, geralmente estamos tão focados com o nosso plano de aula que não enxergamos a possibilidade de dar ao aluno uma resposta interessante. É com o objetivo de buscar explicações a esses questionamentos que vamos recorrer a fundamentação histórica com o livro Tópicos de História da Matemática da coleção PROFMAT. Os autores Roque e Carvalho (2012) são profundos conhecedores do assunto e inspiram pela riqueza dos detalhes, e mais ainda, nos convidam a tempos remotos em uma aventura apaixonante.

Para muitos, o processo de contagem é apresentado com a história de pastores de ovelhas que usavam pedras para contar seu rebanho, segundo Roque e Carvalho (2012) o principal motivo para a criação dos números, não foi somente o controle de rebanhos, mas "sim o registro de quantidade de insumos relacionados a sobrevivência, mas - sobretudo - à organização da sociedade"(ROQUE; CARVALHO, 2012, p.2) para os autores, o principal motivo associados às primeiras formas de escrita é o desenvolvimento das cidades e o aperfeiçoamento das técnicas de administração da vida comum. É nessa fase que trabalham com argilas cortadas em tabletes para registrar as informações administrativas, controle de riquezas e balanço de produtos e contas. Estamos falando de algo em torno do terceiro milênio A.C. "com isso desenvolveu - se a escrita cuneiforme, ou seja, em forma de cunha"(ROQUE; CARVALHO, 2012, p.3), os autores afirmam que "presume - se que o sistema de contagem que agrupava animais, ou objetos discretos, em grupos de 10, 60, 600 e 3600 foi o primeiro a ser traduzido para a representação cuneiforme"(ROQUE; CARVALHO, 2012, p.4). Eles destacam ainda a tese de Denise Schamandt - Besserat que afirma: a forma mais antiga da escrita tem origem em um sistema de contagem. Ela observou em seus estudos que pequenos tokens - objetos em argila tinham diversos formatos como cones, esferas, discos, cilindros etc" Figura 4.



Figura 4 – Exemplos de Tokens Fonte: ROQUE; CARVALHO, 2012, p.3

Os tokens eram armazenados em invólucros de argila, o curioso é o fato de serem feitos marcações identificando os tokens ali guardados. Não demorou para os contadores perceberem que bastava os sinais (marcações), então a substituição destes tokens por sinais foi o primeiro passo da escrita, os autores continuam:

Apesar das evidências não permitirem um conhecimento linear dos registros numéricos, pode-se conjecturar que o sistema evoluiu de um estágio no qual um único contador era impresso várias vezes a uma fase mais econômica, na qual era possível diminuir a quantidade de impressões dos contadores de tamanhos e formas diferentes. Esta é a essência do sistema posicional: um mesmo símbolo serve para representar diferentes números, dependendo da posição que ocupa na escrita. Este é o caso do símbolo em forma de cunha, que serve para 1, 60 e 3600. Uma simplificação análoga é usada em nosso sistema de numeração, no qual o símbolo 1 também serve para representar os números 10 e 100. O sistema sexagesimal posicional, usado no período babilônio, surgiu da padronização deste sistema numérico, antes do final do terceiro milênio. (ROQUE; CARVALHO, 2012, p.4)

3.1.1 O sistema sexagesimal da antiga Babilônia

Os estudantes do ensino fundamental também costumam perguntar, "o professor por que a hora tem sessenta minutos e não cem?" A resposta pode ser dada pelo motivo de as horas pertencerem ao sistema numérico posicional sexagesimal, ou seja, de base sessenta. Assim 1 h 4 min e 23s é igual a $1.60^2 + 4.60^1 + 23 = 6023$ segundos.

Como funcionava esse sistema? Quem os utilizava?

O sistema dos antigos babilônicos usa uma notação posicional de base sessenta. Ou seja, é um sistema sexagesimal. Na verdade, eles usavam

uma combinação de base sessenta e de base dez, pois os símbolos até cinquenta e nove mudam de dez em dez. (ROQUE; CARVALHO, 2012, p.8)

Datado de aproximadamente 2000 a.C à 1600 a.C. e utilizados pelos escribas babilônicos da antiga Mesopotâmia, o sistema funcionava da seguinte forma:

O símbolo para o número "um" pode ser visto na Figura 5, ele era repetido para formar os números maiores do que um, dois, três e assim por diante até chegar a dez, que por sua vez era representado por um símbolo diferente como representado na figura:

∩	1	∩∩	2	∩∩∩	3	∩∩∩∩	4
∩∩∩∩	5	∩∩∩∩∩	6	∩∩∩∩∩∩	7	∩∩∩∩∩∩∩	8
∩∩∩∩∩∩	9	<	10	<∩	11	<∩∩	12
<∩∩∩	13	<∩∩∩∩	14	<∩∩∩∩∩	15	<∩∩∩∩∩∩	16
<∩∩∩∩∩	17	<∩∩∩∩∩∩	18	<∩∩∩∩∩∩∩	19	<<	20
<<<	30	<<∩	40	<<∩∩	50	∩	60

Figura 5 – Sistema Posicional Sexagesimal, Fonte: ROQUE; CARVALHO, 2012, p.8

Bastava adicionar os valores atribuídos à cada símbolo até chegar no número sessenta que repetia o símbolo do número um. Continuando a contar, ao chegar a $60^2 = 3600$, repetia - se o símbolo e assim sucessivamente. É importante lembrar que nosso sistema de numeração também é posicional, usamos símbolos diferentes de 1 à 9 e mudando a posição, obtemos outros números como por exemplo o 10, onde o um esta em nova posição, a dezena. Por esse motivo nosso sistema de numeração é um sistema posicional de base dez.

Um exemplo válido para o nosso sistema é o número 352 onde o algarismo 3 representa 300, o 5 representa 50 e o 2 representa 2. Portanto, podemos escrever $352 = 3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0$, além disso, pode haver uma parte fracionária onde em 352,38 os algarismos 3 e 8 representam $3 \cdot 10^{-1} + 8 \cdot 10^{-2}$.

Generalizando, podemos representar um número racional qualquer, r, na base 10, escrevendo

$$r = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_0 \cdot 10^0 + a_{-1} \cdot 10^{-1} + \dots + a_{-t} \cdot 10^{-t} \text{ com } n, t \in \mathbb{N}$$

Isto significa que $a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_0 \cdot 10^0$ é a parte inteira e $a_{-1} \cdot 10^{-1} + \dots + a_{-t} \cdot 10^{-t}$ é a parte fracionária deste número. Suponhamos agora que queiramos escrever

o número racional r em um sistema posicional cuja base b seja diferente de 1. Para isso escrevemos:

$$r = a_n.b^n + a_{n-1}.b^{n-1} + \dots + a_0.b^0 + a_{-1}.b^{-1} + \dots + a_{-t}.b^{-t} \text{ onde } n,t \in \mathbb{N}$$

Isto significa que $a_n.b^n + a_{n-1}.b^{n-1} + \dots + a_0.b^0$ é a parte inteira e $a_{-1}.b^{-1} + \dots + a_{-t}.b^{-t}$ é a parte fracionária deste número. Logo, o número será escrito, na base b , como $a_n a_{n-1} \dots a_0 a_{-1} \dots a_{-t}$.

A Figura 6, mostra alguns exemplos de números escritos no sistema sexagesimal usado pelos babilônios:



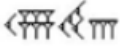
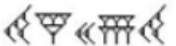

Cuneiforme	Leitura dos símbolos em nosso sistema	Valor decimal
	1;15 = 1x60 + 15	75
	1;40 = 1x60 + 40	100
	16;43 = 16x60 + 43	1003
	44;26;40 = 44x3600 + 26x60 + 40	160000
	1;24;51;10 = 1x216000 + 24x3600 + 51x60 + 10	305470

Figura 6 – Números escritos no sistema sexagesimal, Fonte: (ROQUE; CARVALHO, 2012, p.8)

Note que, é possível ler de maneira simples da direita para à esquerda, porém o sistema possibilita algumas ambiguidades, como por exemplo usando duas cunhas, que representam cada uma delas o número "um", temos o número 2 ou 61 ? Este problema é resolvido para o número dois aproximando bem os símbolos. Mas como diferenciar 1 de 60? Neste último caso, houve uma época em que se usava o símbolo de 1 com tamanho diferente para representar 60.

O leitor deve estar se perguntando onde se encaixa os ângulos em tudo isso discutido até aqui? Essa pergunta é respondida por Marques, (2012) e nos remete a uma conclusão importante:

Para este povo, que utilizavam um sistema de numeração de base 60, foi muito natural dividir o círculo em 360 partes (grau) e cada uma destas partes em 60 (minuto), e repetir o processo para estas sub partes. Assim,

o grau é uma invenção dos babilônios, que entraram para a história da ciência matemática com uma contribuição importante que utilizamos até hoje. (MARQUES, 2012, p.52)

4 Conceitos Geométricos Básicos

4.1 Conceitos iniciais

Ainda em um contexto histórico, as primeiras noções de geometria surgiram da necessidade do homem efetuar medidas, comparar distâncias e a determinar as dimensões dos corpos que o rodeavam. Os povos antigos do Egito, Assíria e Babilônia "já conheciam as principais figuras geométricas e as noções de ângulos que usavam nas medidas de área e na Astronomia" (MARQUES, 2012, p.33). É bem verdade, que o desenvolvimento da geometria não se deu em apenas uma época, mas através de esforços ao longo de muitos séculos, cujo objetivo principal era "construir - se um corpo de doutrina lógica que correlacionasse os dados geométricos obtidos da observação e medida" (MARQUES, 2012, p.33). Além disso, em 300 a.C. lá pelo tempo de Euclides a Geometria estava bem avançada.

A Geometria como apresentada por Euclides em seu livro os "Elementos" foi o primeiro sistema de ideias desenvolvido pelo homem, no qual umas poucas afirmações simples, são admitidas sem demonstração e então utilizadas para provar outra mais complexas. Um tal sistema é chamado dedutivo. A beleza da Geometria, como um sistema dedutivo, inspirou homens, das mais diversas áreas, a organizarem suas ideias da mesma forma. São exemplos disto o "Principia" de Sir Isaac Newton, no qual ele tenta apresentar a Física como um sistema dedutivo, e a Ética do filósofo Spinoza. (MARQUES, 2012, p.33)

É bem provável que os estudantes tenham algum contato com geometria desde os anos iniciais de sua formação. Sem mesmo conhecer o que é um postulado ou axioma, ele certamente já está lidando com geometria plana. As definições a partir de agora, consideradas por milênios como bases do conhecimento, são para sustentar as atividades pesquisadas e nortear os objetivos esperados. As referências bibliográficas são o livro coleção PROFMAT "Geometria" do Professor Antonio Caminha Muniz Neto e o livro "Geometria Euclidiana Plana" de João Lucas Marques Barbosa ambos exemplos de dedicação acadêmica para todos nós.

É importante lembrar que em geral, usa - se letras maiúsculas para denotar pontos e letras minúsculas para as retas, na figura abaixo A e B são pontos distintos e as retas são chamadas de f e g, observe:

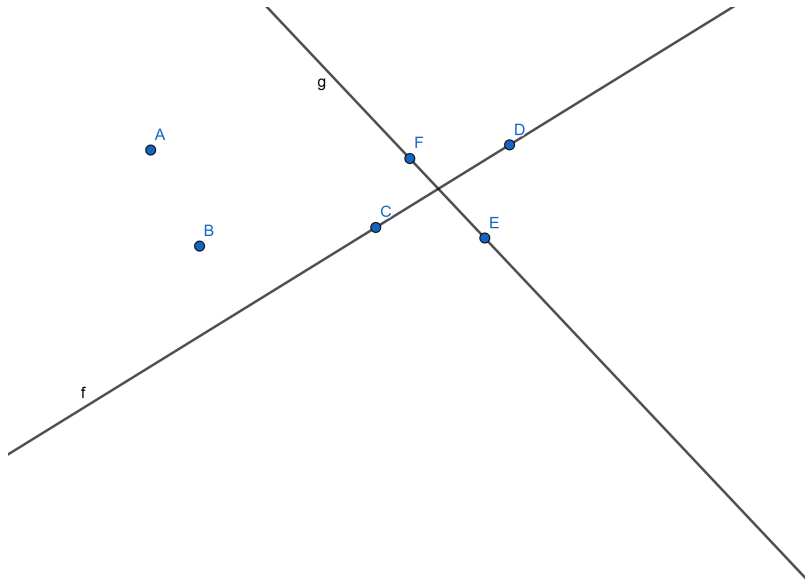


Figura 7 – Pontos e retas no plano, fonte: MUNIZ NETO, 2013, p.3

"A grosso modo, a geometria Euclidiana plana estuda propriedades relativas aos pontos e retas de um plano" (MUNIZ NETO, 2013, p.3), logo dado um ponto e uma reta, temos duas opções ou o Ponto pertence a reta r ou simplesmente não pertence.

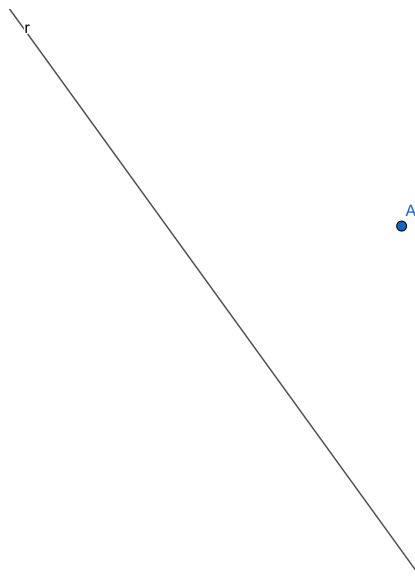


Figura 8 – Posições relativas ponto e reta, fonte: MUNIZ NETO, 2013, p.3

Mais ainda, fica claro que por dois pontos distintos A e B do plano, podemos traçar uma única reta (veja a Figura 9). Nesse caso, sendo r a reta determinada por tais pontos, denotamos, alternativamente, a reta r é igual à \overleftrightarrow{AB} .

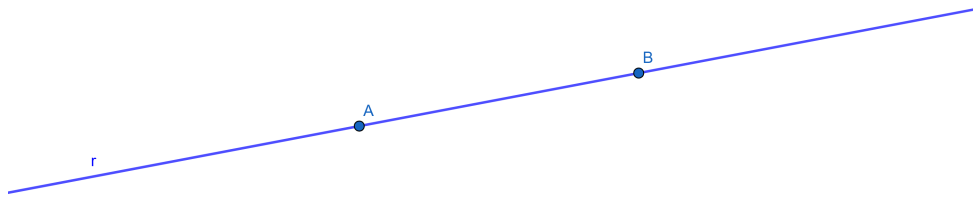


Figura 9 – Dois pontos determinam uma única reta, fonte: MUNIZ NETO, 2013, p.4

Um ponto A, situado sobre uma reta r , a divide em duas partes, quais sejam, as semirretas de origem A. Escolhendo pontos B e C sobre r , um em cada tais partes, podemos denotar as semirretas de origem A por \overrightarrow{AB} e \overrightarrow{AC} na Figura 10, segue a porção da reta r correspondente à semirreta \overrightarrow{AB} (a porção referente a semirreta \overrightarrow{AC} foi apagada.)

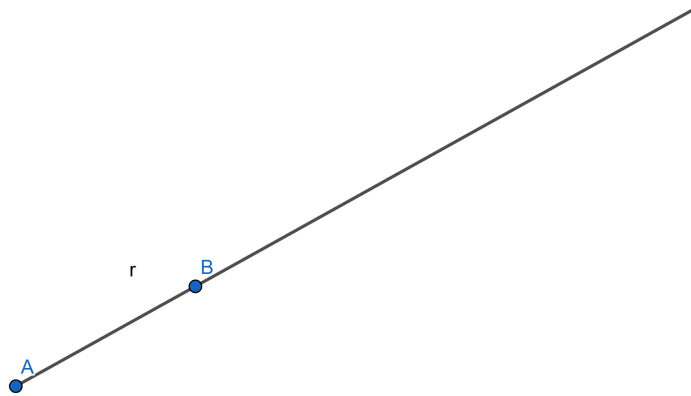


Figura 10 – Semirreta \overrightarrow{AB} de origem A, fonte: MUNIZ NETO, 2013, p.4

Dados dois pontos distintos A e B sobre uma reta r , a divide em duas partes, quais sejam, o segmento AB é a porção da reta r situada de A e B. Escrevemos \overline{AB} para

denotar o comprimento do segmento AB (que, a menos que se diga contrário será medido em centímetros em uma régua graduada).

Além de pontos, retas, semirretas e segmentos, os círculos são objetos de conhecimento importante para nosso estudo de ângulos. Precisamente, dados um ponto O e um real $r > 0$ (que deve ser pensado como o comprimento de um segmento), o **círculo** de **centro** O e **raio** r é o conjunto dos pontos P do plano que estão à distância r de O , isto é, tais que $\overline{OP} = r$:

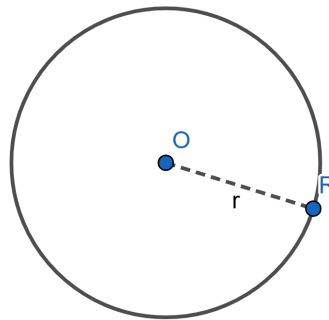


Figura 11 – Círculo de centro O e raio r , fonte: MUNIZ NETO, 2013, p.6

Para Muniz Neto (2013), de maneira mais concreta, o círculo de centro O e raio r é a *curva plana* obtida quando posicionamos a ponta de um compasso no ponto O e fixamos sua abertura como igual ao comprimento r . O complemento de um círculo no plano consiste de duas regiões, uma limitada, que denominamos seu **interior** e a outra *ilimitada*, denominada o **exterior** do círculo. Alternativamente, o interior do círculo de centro O e raio r é o conjunto de pontos P do plano cuja distância ao centro O é *menor* que r , isto é, tais que $\overline{OP} < r$ (próxima figura); analogamente, o exterior do círculo é o conjunto dos pontos P do plano cuja distância ao centro O é *maior* que r , isto é, tais que $\overline{OP} > r$.

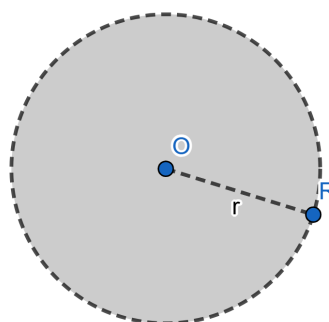


Figura 12 – Interior do círculo de centro O e raio r , fonte: MUNIZ NETO, 2013, p.6

Em geral, usa-se letras gregas maiúsculas para denotar círculos. Dado um círculo Γ (lê-se gama) de centro A e raio r (Figura 13), também denominamos **raio** do mesmo a todo segmento que une o centro A a um de seus pontos; por exemplo, AB , AC , AD são raios do círculo Γ . Uma **corda** de Γ é um segmento que une dois pontos quaisquer do círculo; um **diâmetro** é uma corda que passa por seu centro. Na Figura 13 o segmento EF é corda e o diâmetro é CD . Todo diâmetro de um círculo o divide em duas partes iguais, denominadas **semicírculos**; reciprocamente, se uma corda de um círculo o divide em duas partes iguais, então tal corda deve, necessariamente, ser um diâmetro do círculo.

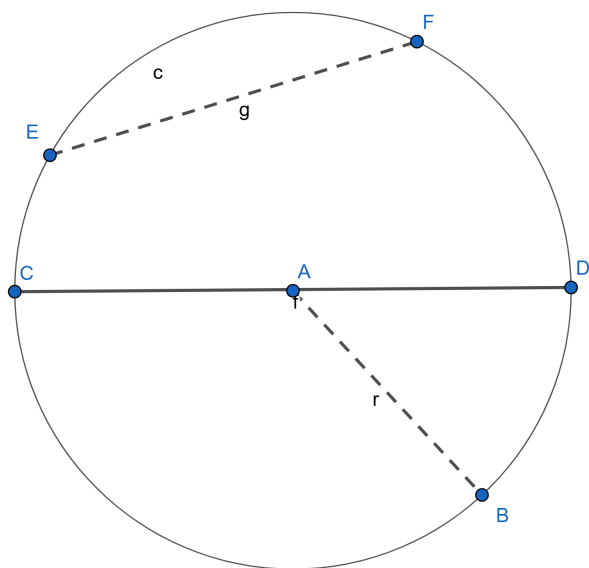


Figura 13 – Elementos de um círculo, fonte: MUNIZ NETO, 2013, p.7

4.2 Ângulos

4.2.1 Qual a importância dos ângulos?

Certa feita houve a necessidade de comprar calhas para o muro de nossa garagem. Com auxílio do pedreiro tiramos as medidas, naquela ocasião usamos alguns arames para simular a inclinação do ângulo pretendido e fomos a empresa que dobra e corta calhas. Bom, lá estava um homem simples com um óculos grosso e muito focado no trabalho, logo nos atendeu e conversando, começou a anotar. Olhando os arames que levamos, com apenas uma régua escrevia o tipo de dobra que deveria ser feita nas calhas. A surpresa foi grande ao perceber a facilidade daquele homem em olhar os arames e transcrever os ângulos para a folha de sulfite, ainda que sem o rigor matemático e na sua simplicidade ele conseguiu interpretar o problema, cortou e dobrou as calhas de modo correto, solucionando o problema para a nossa necessidade. Como é importante o objeto do conhecimento ângulo, seja para um calheiro, ou para um motorista que deseja estacionar seu veículo, entre tantas outras aplicações. Prevista na BNCC desde o ensino fundamental as habilidades que trabalham o objeto do conhecimento estão organizadas da seguinte forma:

(EF06MA25) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas.

(EF06MA26) Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão.

(EF06MA27) Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.

(EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° .

(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° e polígonos regulares.

(EF09MA10) Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal. (BNCC, 2018, p.303 e seg)

Elas permitem ao estudante dar significado para os polígonos, estudar as congruências, verificar a soma dos ângulos internos, entre outros. Ou seja, é um conceito abstrato de certa forma, porém fundamental para a aprendizagem de geometria plana. Esse é o objeto de nosso estudo, priorizando suas aplicações em diversos contextos.

Como surgiu o conceito de ângulo? Uma resposta convincente é:

Não se sabe exatamente quando o homem começou a medir ângulos, mas certamente eles já eram medidos por volta de 2800 a.C. na antiga Mesopotâmia. Conjectura - se que a necessidade de medir ângulos surgiu

na Astronomia, sendo talvez o primeiro estudo a incorporar a aplicação da matemática. Por exemplo se quisesse saber a que distância a Lua estava acima do horizonte utilizavam - se os seguintes métodos:

* Esticava - se o braço e se calculava quantos dedos comportava o espaço entre a Lua e o horizonte ou

* Segurava - se um fio entre as mãos afastadas dos corpos e se media a distância.

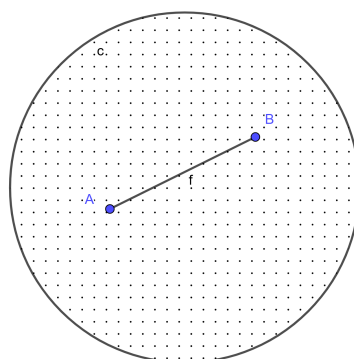
A medida era diferente de um comprimento comum, sendo considerado o primeiro passo para medir ângulo. (GERÔNIMO; FRANCO, 2010, p.46)

São para situações cotidianas fundamentais, quer seja de forma intuitiva ou com mais precisão, ou ainda, acompanhadas de unidades que o medem, capacitam os estudantes a tomarem melhores decisões em um futuro bem próximo.

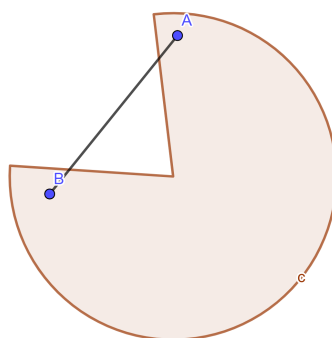
4.2.2 Definições

Uma primeira definição formal, que será útil mais adiante.

Definição 4.1. Uma região \mathbb{R} do plano é **convexa** quando, para todos os pontos $A, B \in \mathbb{R}$, tivermos o segmento $AB \subset \mathbb{R}$. Caso contrário, diremos que \mathbb{R} é uma região **não convexa**.



(a) Regiões convexas



(b) Regiões não convexas

Figura 14 – Regiões convexas e não convexas, fonte: MUNIZ NETO, 2013, p.9

De acordo com a definição 4.1, para uma região \mathbb{R} ser não convexa basta que existam pontos $A, B \in \mathbb{R}$ tais que pelo menos um ponto do segmento AB não pertença a \mathbb{R} .

Uma reta r de um plano o divide em duas regiões convexas, os **semiplanos** delimitados por r . Dados pontos D e E , um em cada um dos semiplanos em que r divide o plano, tem - se sempre $DE \cap r \neq \emptyset$

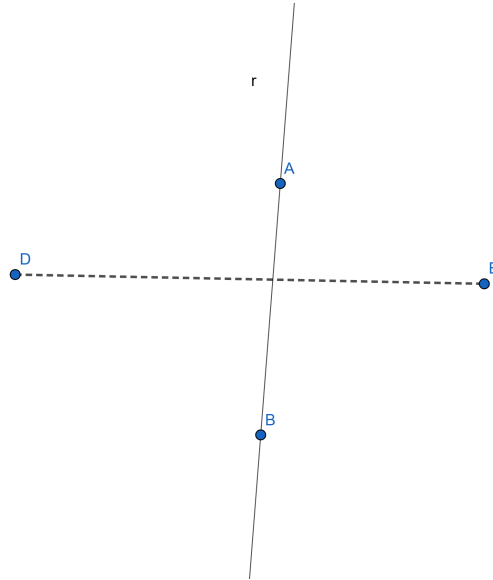


Figura 15 – Semi-planos determinados por uma reta, fonte: MUNIZ NETO, 2013, p.9

Queremos agora comparar as definições de ângulos apresentadas pelos autores Marques (2012) e Muniz Neto (2013), começando com Marques (2012) temos:

Definição 4.2. Chamamos de ângulo a figura formada por duas semirretas com mesma origem.

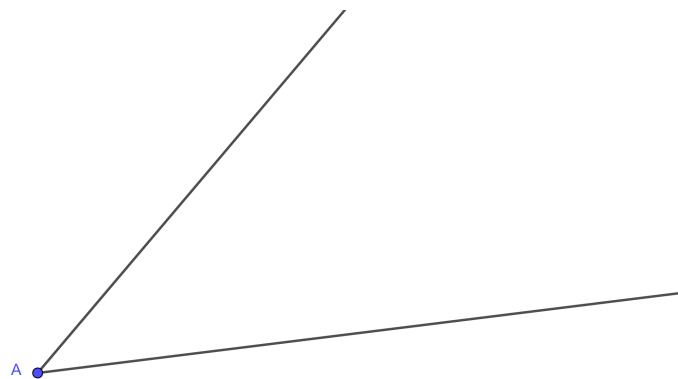


Figura 16 – Definição de ângulo, fonte: MARQUES, 2012, p.35

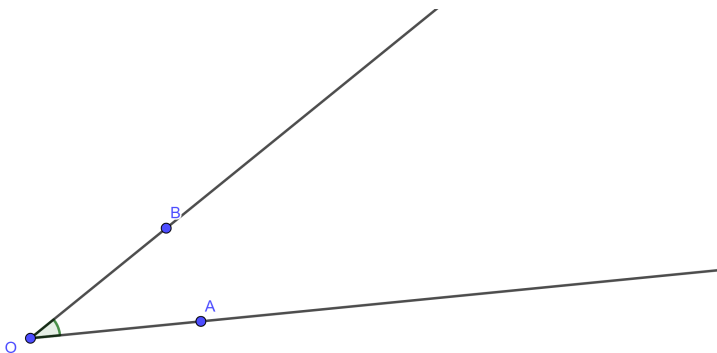
Apesar de uma definição sucinta ele acrescenta "As semirretas são chamadas de *lados* do ângulo e a origem comum, de *vértice* do ângulo. Um ângulo formado por duas semirretas distintas de uma mesma reta é chamado de *ângulo raso*" (MARQUES, 2012, p.35) conforme vemos na Figura 17:



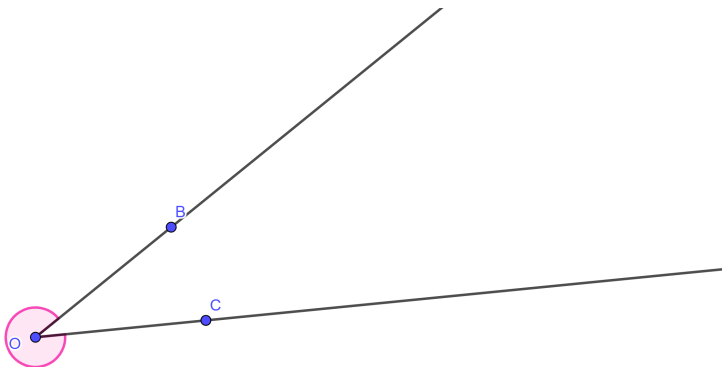
Figura 17 – Ângulo Raso, fonte: MARQUES, 2012, p.36

Para explorar a definição de ângulo abaixo é importante o leitor ter conhecimento da Definição 4.3, (MUNIZ NETO, 2013, p.9):

Definição 4.3. Dadas, no plano duas semirretas \overrightarrow{OA} e \overrightarrow{OB} , um *ângulo* (ou *região angular*) de vértice O e lados \overrightarrow{OA} e \overrightarrow{OB} é uma das duas regiões do plano limitadas pelas semirretas \overrightarrow{OA} e \overrightarrow{OB} .



(a) Regiões angular convexa



(b) Regiões angular não convexa

Figura 18 – Fonte: MUNIZ NETO, 2013, p.10

Na primeira definição, além de ser mais concisa e ainda olhando a Figura 16 observamos que na representação geométrica, o leitor precisa pensar o que é o ângulo, o mesmo ocorre na definição de ângulo raso conforme Figura 17, porém na segunda definição o autor se preocupa em destacar o que é o ângulo, de acordo com a Figura 18, percebemos assim que o segundo autor deixa mais claro tanto na figura como na forma de escrever o que é ângulo. Note ainda, que a segunda definição contém maior riqueza de detalhes, por exemplo, destaca o fato das semirretas delimitar uma região do plano e ainda existir dois ângulos formados pelas semirretas de mesma origem. Retornaremos a essa discussão mais à frente, nas atividades propostas aos estudantes. Outro pequeno detalhe, é quando os

autores usam modos diferentes para a notação de ângulo. Para Marques (2012), existem distintas maneiras de representá-los, por exemplo, na Figura 18, podemos designar $A\hat{O}B$, ou ainda, $B\hat{O}A$, onde a letra indicativa do vértice deve sempre aparecer entre as outras duas, as quais representam pontos da semirretas que formam o ângulo. Já para Muniz Neto (2013), a notação seria $\angle AOB$ ou $\angle BOA$, agora fica a critério do leitor qual notação torna melhor a visualização em uma aula, evidente que a primeira é sem dúvida a mais utilizada no ensino básico.

O objetivo principal "é associar a todo ângulo uma medida da região do plano que ele ocupa" (MUNIZ NETO, 2013, p.10). Divida o círculo da Figura 19, a quem chamaremos de Γ de centro O em 360 arcos iguais e tome pontos A e B , extremos de um desses 360 arcos iguais. Dizemos que a *medida* do ângulo $\angle BOA$ é de 1 **grau**, denotado 1° , escrevemos $B\hat{O}A = 1^\circ$.

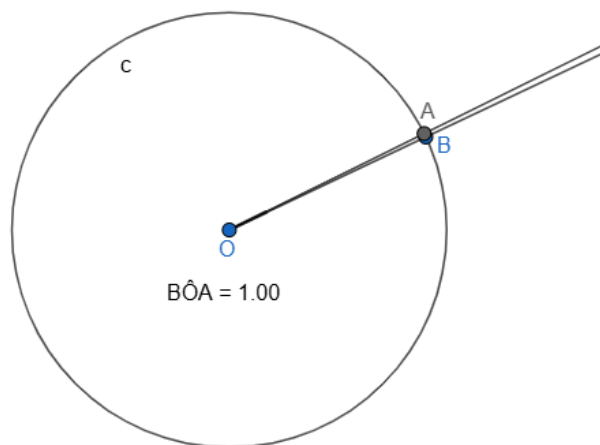


Figura 19 – Grau como unidade de medida de ângulos, fonte: MUNIZ NETO, 2013, p.10

O instrumento mais utilizado para medir graus em um contexto escolar é o transferidor. Marques (2012) em seus comentários explica que os ângulos podem, também, ser medidos utilizando o grado, o radiano ou qualquer outra unidade de medida de ângulos, ou seja, são diferentes maneiras de numerar as semirretas de mesma origem, e a escolha de qualquer uma delas não interfere no desenvolvimento da teoria.

Muniz Neto (2013) retoma a definição de grau dada acima, com o seguinte questionamento: Como podemos saber que ela não depende do círculo escolhido? De outro modo, como podemos saber se, dividindo outro círculo Σ (lê - se *sigma*), de centro O , em 360 partes iguais, obteremos um ângulo $\angle A'OB'$ o qual podemos dizer também medir 1° ? Considere a Figura 20 para respondermos a essa pergunta. Nela, temos dois círculos Γ e Σ , de mesmo centro O , e dois pontos $A, B \in \Sigma$. Sejam A' e B' os pontos de interseção das semirretas \overrightarrow{OA} e \overrightarrow{OB} com Σ . Assumimos como *axioma* que a fração de Γ

que o arco menor \widehat{AB} representa é igual à fração de Σ que o arco menor $\widehat{A'B'}$ representa. Portanto se, na definição de grau, tivéssemos tomado o círculo Σ , de raio diferente do raio de Γ mas com o mesmo centro O , **teríamos um mesmo ângulo representando a medida de 1° .**

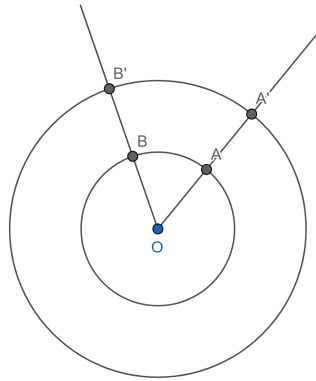


Figura 20 – Boa definição de grau, fonte: MUNIZ NETO, 2013, p.11

Um círculo completo corresponde a 360° , mas e se ocorrer a necessidade de medir um ângulo dado qualquer $\angle AOB$, qual outra maneira podemos fazê-lo? Para responder a essa pergunta faremos a seguinte construção: traçamos um círculo qualquer Γ , de centro O , e marcamos os pontos A' e B' em que Γ intersecta os lados \overrightarrow{OA} e \overrightarrow{OB} de $\angle AOB$ (Figura 21); em seguida, vemos qual fração do comprimento total de Γ o arco $\widehat{A'B'}$ representa. A medida \widehat{AOB} do ângulo $\angle AOB$ será essa fração de 360° . Vejamos, por exemplo, se o comprimento do arco $A'B'$ for $\frac{1}{6}$ do comprimento total de Γ , então a medida de $\angle AOB$ será:

$$\widehat{AOB} = \frac{1}{6} \cdot 360^\circ = 60^\circ$$

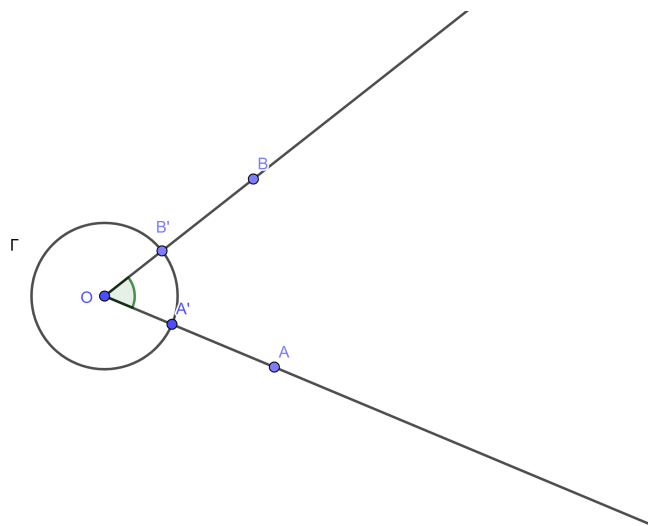
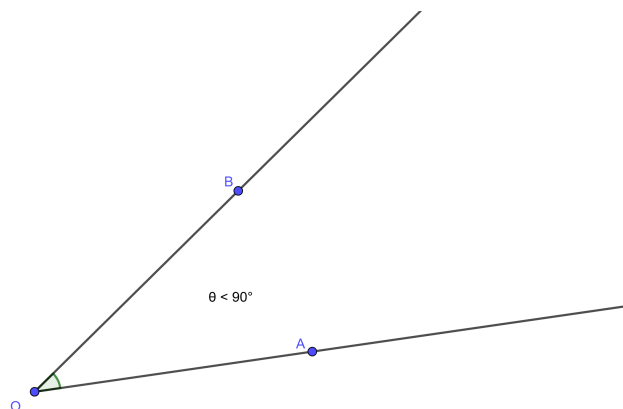


Figura 21 – Medindo o ângulo $\angle AOB$, fonte: MUNIZ NETO, 2013, p.11

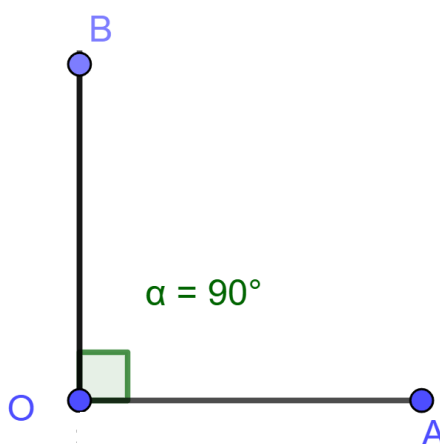
Observação 4.4. i. Diremos que dois ângulos são **iguais** se suas medidas forem iguais

ii. Letras gregas minúsculas são utilizadas para denotar medidas de ângulos; por exemplo, escrevemos $A\hat{O}B = \theta$ (lê - se téta) para significar que a medida do \angle é θ graus. A exceção é a letra π (lê - se pi), pois definimos o número real π como a área de um círculo de raio 1. ($\pi \cong 3,14159$).

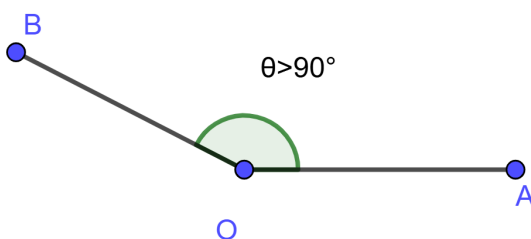
Perceba que poucas vezes usamos ângulos maiores que 180° , o motivo é fato de ao escrever $\angle AOB$ estaremos nos referindo ao ângulo *convexo* $A\hat{O}B$, isto é, ao ângulo \angle tal que $0^\circ < A\hat{O}B \leq 180^\circ$. Diremos (Figura 22) que um ângulo $\angle AOB$ é **agudo** quando $0^\circ < A\hat{O}B < 90^\circ$, **reto** quando $A\hat{O}B = 90^\circ$ e **obtuso** quando $90^\circ < A\hat{O}B < 180^\circ$. Observe, a notação especial utilizada para ângulos retos.



(a) Ângulo Agudo



(b) Ângulo Reto



(c) Ângulo Obtuso

Figura 22 – Fonte: MUNIZ NETO, 2013, p.13

Por vezes, é útil ter um nome especial associado a dois ângulos cuja soma das medidas seja igual a 90° ; diremos, doravante, que dois ângulos com tal propriedade são **complementares**. Assim, se α e β são as medidas de dois ângulos complementares, então $\alpha + \beta = 90^\circ$. Ainda nesse caso diremos que α é o **complemento** de β e vice-versa. Por exemplo, dois ângulos medindo 20° e 70° são complementares, uma vez que $20^\circ + 70^\circ = 90^\circ$, por outro lado, o comprimento de um ângulo de 30° é um ângulo de medida igual a

$$90^\circ - 30^\circ = 60^\circ.$$

Definição 4.5. Dois ângulos são ditos suplementares se a soma de suas medidas é 180° . O suplemento de suas medidas é 180° . O suplemento de um ângulo é o ângulo adjacente ao ângulo dado obtido pelo prolongamento de um de seus lados.

Vejam os exemplos abaixo:

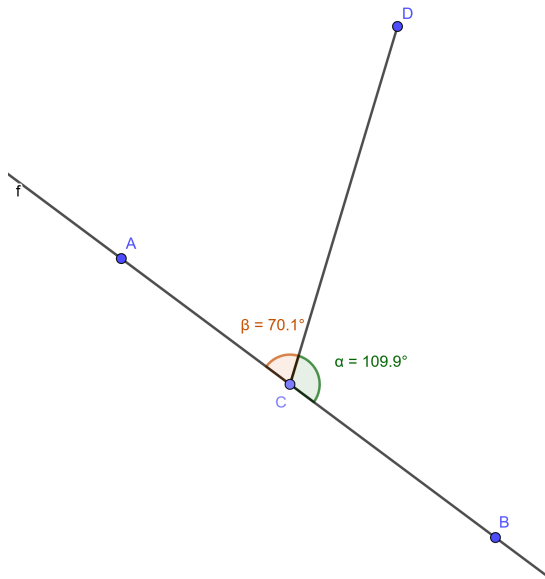


Figura 23 – Ângulos Suplementares, fonte: MARQUES, 2012, p.39

Seja $\widehat{BCD} = \alpha = 109,9^\circ$ e ainda $\widehat{AC'D} = \beta = 70,1^\circ$, fazendo $\alpha + \beta = 109,9^\circ + 70,1^\circ = 180^\circ$, logo α e β são **suplementares**.

Definição 4.6. Dois ângulos $\angle AOB$ e $\angle COD$ (de mesmo vértice O) são **opostos pelo vértice** (abreviamos **O.P.V** se seus lados forem semirretas opostas.)

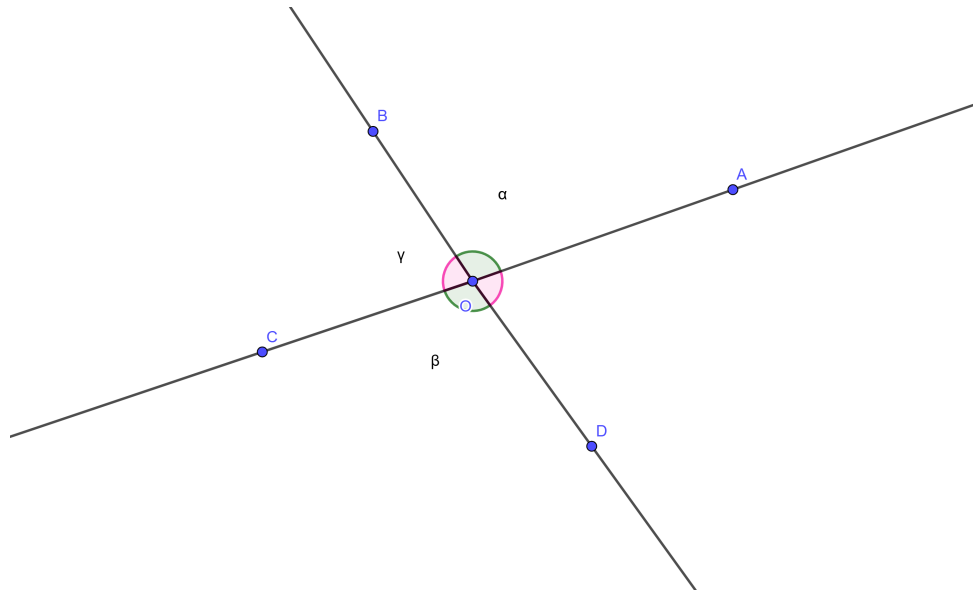


Figura 24 – Ângulos Opostos Pelo Vértice, fonte: MUNIZ NETO, 2013, p.14

Os ângulos $\angle AOB$ e $\angle COD$ da Figura 24, são O.P.V, uma vez que as semirretas \overrightarrow{OA} e \overrightarrow{OC} , bem como as semirretas \overrightarrow{OB} e \overrightarrow{OD} , são respectivamente opostas.

Proposição 4.7. *Ângulos opostos pelo vértice têm a mesma medida.*

Prova: De fato, se $\angle AOB$ e $\angle COD$ são opostos pelo vértice, então, eles tem o mesmo suplemento: $\angle BOC$. Logo,

$$A\hat{O}B + B\hat{O}C = 180^\circ$$

$$C\hat{O}D + B\hat{O}C = 180^\circ$$

$$\text{Portanto, } A\hat{O}B = 180^\circ - B\hat{O}C = C\hat{O}D$$

É evidente que os conceitos de geometria não se esgotam aqui, porém para a nossa pesquisa já temos um embasamento teórico suficiente.

5 Contexto da Pesquisa

5.1 Características da escola

5.1.1 Fatos Históricos

A Escola Estadual Maria Judita Savioli de Oliveira esta localizada na rua Bartolomeu de Gusmão, 162 - no Parque Frezarim, município de Santa Bárbara D'Oeste foi criada pelo Decreto nº26.662 em 26 de Janeiro de 1987, publicado no D.O. de 27/01/1987, sessão I, página 1 como EEPG do Parque Residencial Frezarim, atendendo a demanda da época, pois o bairro estava em expansão. Em 30 de dezembro de 1987, recebeu o nome da patrona EEPG (A) Maria Judita de Oliveira homenageando uma mulher de história e dedicada ao serviço ao próximo. Atualmente denominada EE Maria Judita Savioli de Oliveira atende alunos do próprio bairro e bairros adjacentes.

Segundo o Projeto Político Pedagógico da Escola, Maria Judita Savioli de Oliveira teve por ofício ser inspetora de alunos na escola EE José Gabriel de Oliveira localizada em área central, teve seu ingresso no serviço público em 1934 e exerceu suas atividades até 1964 quando se aposentou. "Ajudava os necessitados costurando por sua bondade e amor ao próximo deram - lhe o nome de "Maria Boa" demonstrando assim gratidão por sua perseverança, dedicação e carinho". Nascida em 1º de maio de 1902 e com falecimento de 12 de dezembro de 1987, aos 85 anos.

A construção do prédio escolar é datada do ano de 1987. Atualmente possui 6 salas de aula, uma pequena biblioteca, uma sala de informática, quadra esportiva sem cobertura, sala de professores, cozinha, sala de direção, secretaria, arquivo morto e uma sala pequena reservada para depósito e produtos de limpeza.

5.1.2 Comunidade Escolar

Como já citado a Escola EE Maria Judita Savioli de Oliveira está localizada em área urbana no bairro Parque Residencial Frezarim em Santa Bárbara d'Oeste, os estudantes são moradores dos próprios bairros e dos bairros vizinhos entre eles Chácara Primavera e Sítio Barroco. Em geral, a comunidade formada pelos responsáveis desses estudantes, possuem uma escolaridade de nível fundamental. Segundo o PPP - Projeto Político Pedagógico da escola, uma grande maioria dos alunos residem com os avós ou outros responsáveis e ainda há um grande número de transferências que ocorrem por motivo de troca de guarda. O perfil profissional desses responsáveis, pode ser resumido em operários, pequenos comerciantes, costureiras, profissionais de beleza, funcionários

públicos, comerciários, autônomos e muitos em situação de desemprego. As mulheres são maioria nas reuniões bimestrais. Sob o aspecto cultural, são crianças com baixo acesso à teatro, cinema e shows. As atividades esportivas são realizadas em praças recém reformadas, espalhadas pelos bairros adjacentes. A questão religiosa é muito eclética, observando - se maioria cristãos de diversas denominações, umbandistas e alguns que a família diz não seguir nenhuma religião. O projeto de vida desses alunos podem ser resumido em jogador de futebol, youtuber e influencer digital. Alguns até citam colégios técnicos para o futuro. Atualmente a escola conta com 109 alunos matriculados no período na manhã, 107 período da tarde e 90 alunos no período noturno.

A pesquisa foi realizada com os estudantes do 7º ano A com aproximadamente 30 alunos matriculados, este é o segundo ano deles na escola, salvo um ou outro que tenha sido matriculado depois. O perfil da sala é bem agitada, como todo sétimo ano. Não se trata de uma sala numerosa, mas os alunos em geral são bem faltosos o que torna uma turma com muitas defasagens de conteúdos, o que nos trouxe um grande desafio de buscar estratégias pedagógicas diversificadas para atender - los. Nessa turma, apesar de muitos desafios existem estudantes curiosos e com vontade de aprender, ou seja, é uma turma muito heterogênea.

5.2 Motivação

A escolha do objeto de conhecimento ângulo, foi devido aos resultados da Prova Paulista, antiga "AAP - Avaliação de Aprendizagem em Processo", trata - se de uma avaliação externa elaborada pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo - SEDUC SP, que abrange as habilidades do currículo que deveriam ser trabalhadas em bimestre anterior. Os resultados dos estudantes são referentes ao 2º Bimestre, lembrando que o ano letivo possui quatro bimestres, esses dados podem ser encontrado/acessado por cada docente em um site recentemente criado pelo governo, para gerir os dados das escolas. Chamado Escola Total, ou ainda B.I. Educação São Paulo foi usado como ponto de partida para a presente pesquisa. A Prova Paulista é aplicada em formato digital, onde os estudantes com tablets fornecido pela escola à realizam em datas pré estabelecidas pela SEDUC-SP. Após análise dos resultados, decidi - se pela elaboração de uma Avaliação Diagnóstica que a chamamos "Hora da revisão", em seguida pesquisamos atividades de apoio a aprendizagem sobre ângulos, inclusive com algumas metodologias ativas, entre elas a Gamificação usando a plataforma Matific e ao final, para verificar a evolução desses estudantes, houve a necessidade de organizar uma "Avaliação Final" para verificar evolução.

6 Recursos Digitais

Queremos neste capítulo descrever as ferramentas digitais utilizadas em nossa pesquisa, para tanto necessitamos recorrer a discussão sobre as "Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação"(TDIC), os conceitos aqui apresentado podem ser encontrados na dissertação de mestrado "Um estudo sobre Objetos Digitais de Aprendizagem no processo de alfabetização e letramento" escrita por Mariana dos Reis Alexandre, 2017. Acredito que todos concordamos no fato de vivermos em uma sociedade da informação e comunicação. Mas informação é conhecimento? Qual nosso maior desafio?

O desafio dessa sociedade é que os indivíduos consigam selecionar e transformar a grande quantidade de informações disponíveis em conhecimento, isso requer pensamento reflexivo e crítico, além da capacidade de analisar a qualidade e a credibilidade dos conteúdos. (ALEXANDRE, 2017, p.26)

Podemos pensar, afinal o que é tecnologia? Dê origem grega, *tekhne* significa técnica, arte, ofício e o *logia* se refere a "estudo", assim podemos dizer que trata-se da invenção de novos instrumentos para melhor qualidade de vida. A autora traz outras definições de termos usados para tecnologia:

(TIC) - Tecnologia da Informação e Comunicação

(NTIC) - Novas Tecnologias da Informação e Comunicação.

(TDIC) - Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação.

Importante destacar que existem diferença entre as nomenclaturas dos termo:

(TECNOLOGIAS): Conceito amplo que aborda todo tipo de tecnologia, como: Utensílios e extensões desde os tempos primitivos até os tempos atuais. Exemplos: Primitivas como a cerâmica, o barro, o ferro. Atuais como fotografia, a gravação em vídeo. Seja dependente ou independente.

(TIC): Mediante interação do homem com a máquina, houve transformações na existência e formas de socialização humana. A facilidade de acesso à informação e possibilidades de diferentes formas de interação e comunicação. Exemplo: a televisão, o jornal e o mimeógrafo.

(NTIC): Aparecimento de novas tecnologias como: jogos eletrônicos; internet; telefones celulares; *smartfones*

(TDIC): Com a rápida mudança e inovações que ocorrem, o termo NTIC foi substituído por TDIC, pois cada dia novidades aparece no mundo digital. Exemplos: computadores, *tablets*, celular, *smartfones*, e qualquer outro dispositivo que permita a navegação na internet.(ALEXANDRE, 2017, p.26)

A autora afirma que ao incluir as TDIC na educação, docentes e discentes são agora agentes muito mais envolvidos e ativos em todo o processo educativo. Um dos importantes

aliados das TDIC são os ODA - objeto (recurso) digital de aprendizagem, a sigla é bem parecida com OA - Objetos de Aprendizagem e com REA - Recursos Educacionais Abertos, existe também os RED's - Recursos Educacionais Digitais que pode ser considerado algum arquivo digital utilizado como ferramenta pedagógica, por isso em seu estudo, ela nos apresenta a diferença:

OA	ODA	REDs	REA
Materiais didáticos, digitais ou não.	Recursos digitais que auxiliam o processo educativo.	Arquivo digital (imagem, vídeo, áudio, audiolivro, documentos, etc.), utilizado como ferramenta de ensino.	Cursos, conteúdos livres para acesso, uso e reuso.

Figura 25 – Definição de OA, ODA, REDs, REA Fonte: ALEXANDRE, 2017, p.33

"Portanto é necessária à ênfase nas TDIC para que os professores sejam capazes de selecionar informações"(ALEXANDRE, 2017, p.34), ou seja, o professor sempre ao planejar suas aulas, deve se inteirar e pesquisar novos conhecimentos para usufruir com sabedoria de todas essas ferramentas disponíveis. Falaremos agora da plataforma Escola total e do Matific, site gamificado para o ensino de matemática, podemos classificá-los como ODA, pois são recurso digitais que melhoram a aprendizagem.

6.1 Business Intelligence

O conceito de Business Intelligence pode ser entendido como uma coleção de abordagens de recolha, tratamento, análise e apresentação dos dados aos utilizadores, para uma melhor visão e para boas tomadas de decisão por parte de uma organização.(ESPINHEIRA, 2019, p.5)

Nem sempre os dados são fidedignos, mas vale ressaltar a importância de usá-los como um parâmetro e a partir daí realizar um bom planejamento. A plataforma "escola total" além de oferecer dados referente à prova paulista, fornece dados sobre Matific, Alunos Presentes, Alura, Redação Paulista, Khan Academy, Leia, Me Salva, entre outras, como mostra a Figura 26:

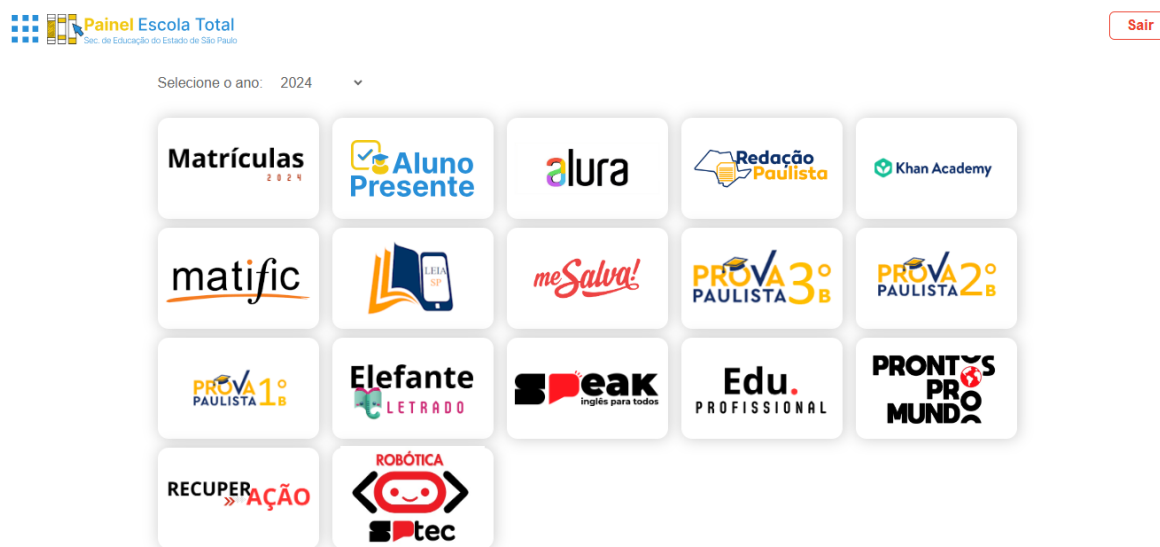


Figura 26 – B.I. Educação, fonte: Painel Escola Total, 2024

Ao clicar no ícone da prova paulista e em seguida escolher a turma, o resultado é apresentado por conteúdos e porcentagem de acerto referente a cada turma, ou ainda, de forma individual, mostrando o aproveitamento de cada estudante.

O site Escola Total (B.I. Educação) oferece ainda uma versão somente para gestores das unidades escolares e recebe o nome de por Super B.I., uma vez que registra a movimentação de toda escola e traz parâmetros de aproveitamentos significativos como por exemplo a *frequência* tanto dos estudantes como dos docentes, uma média de rendimento dos alunos das *plataformas*, porcentagem de *ATPC*-(Aulas de Trabalho Pedagógico Coletivo) assistidos pelos professores no site da EFAPE-Escola de Formação e Aperfeiçoamento de Profissionais de Educação, *Apoio Presencial* onde o trio gestor assistem aulas pré agendadas com os docentes e uma expectativa para o índice do *Saresp*.

Na Figura 27, é possível analisar os dados da prova paulista em relação a outros critérios como a participação em relação ao total de estudantes da turma, a porcentagem de acertos e a evolução, ou seja, quanto a turma melhorou, "evoluiu", em relação a avaliação anterior.

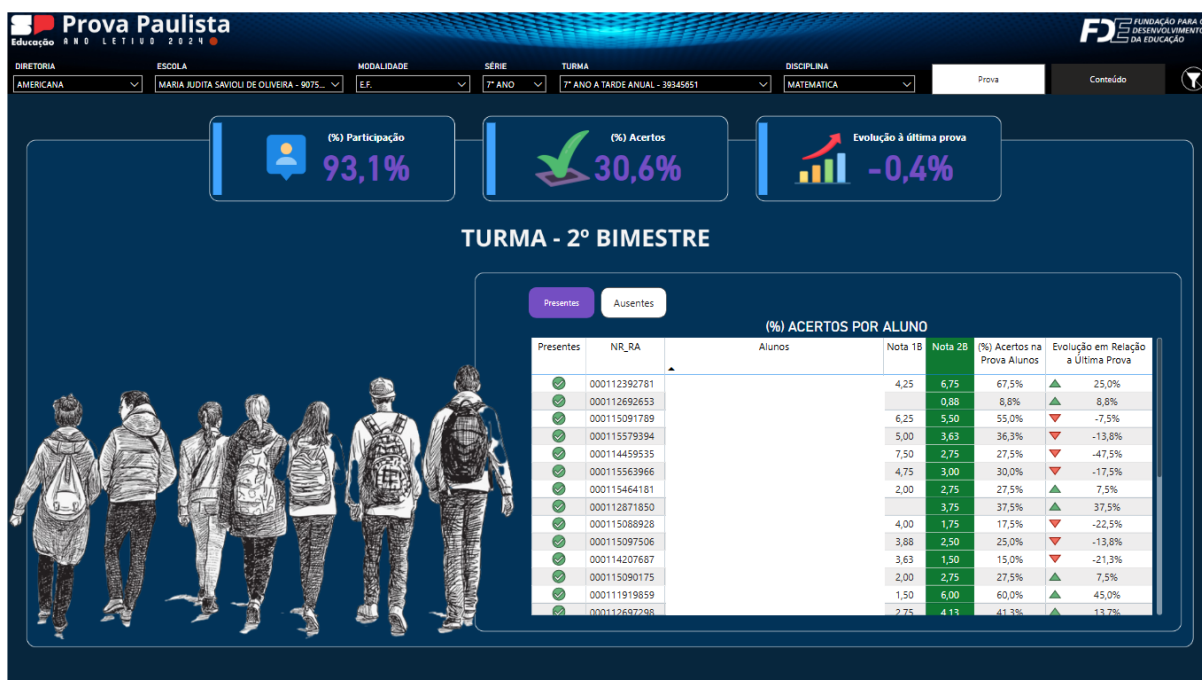


Figura 27 – Prova Paulista Evolução

Fonte: Escola Total, 2024

Como mostra Figura 28, observamos que, o objeto do conhecimento ângulos estava bem abaixo do esperado para uma turma de sétimo ano, dada a sua importância e suas aplicações. Notamos um aproveitamento de apenas 11% para o descritor da habilidade "Resolver situações-problemas envolvendo medidas de ângulos" e 37% para os descritores "Associar as mudanças de direção e os giros, ao uso do ângulo em situações diversas" e "Identificar ângulos associados aos giros e voltas de 90°, 180° e 360°.

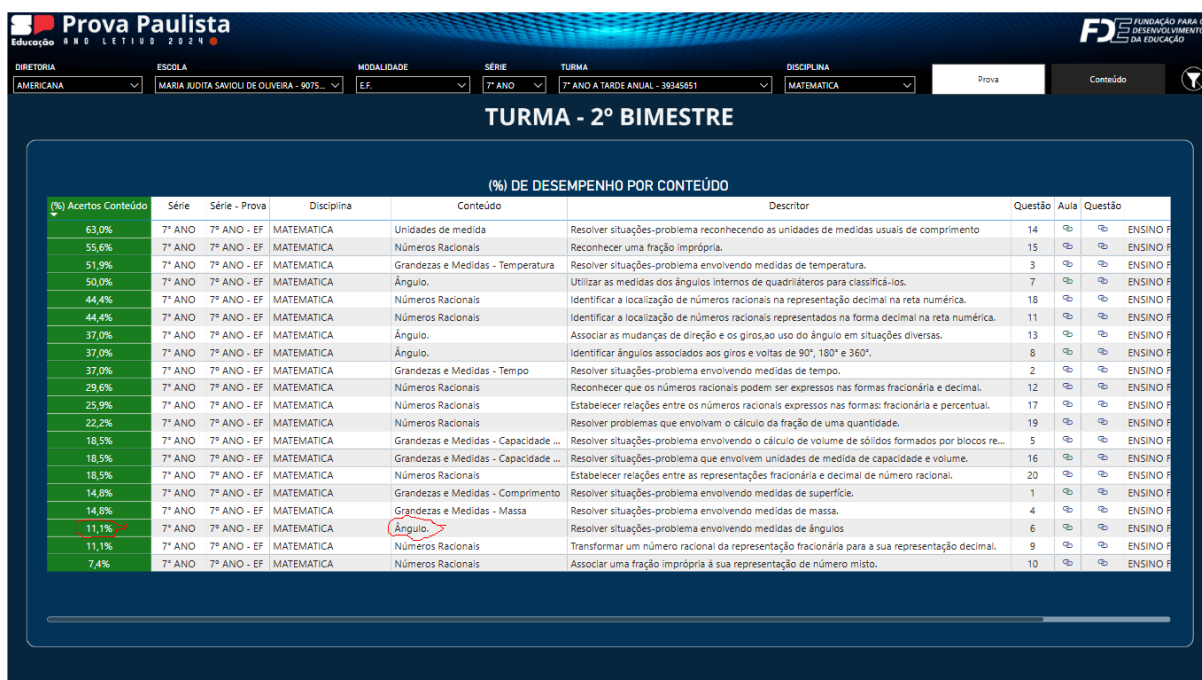


Figura 28 – Resultados prova paulista, fonte: Escola Total, 2024

Sem dúvida, a plataforma facilitou a tomada de decisão, uma necessidade então é identificar detalhes, ou ainda, características dessas lacunas de aprendizagem em uma avaliação mais criteriosa, onde o estudante fosse desafiado a propor soluções em situações que provavelmente não tinha visto ainda. A ideia discutida sob orientação é a elaboração de uma avaliação diagnóstica com questões diversificadas, tanto de múltipla escolha, como questões os alunos pudessem propor a solução.

6.2 Matific

6.2.1 Pedagogia da Matific

Sabemos das dificuldades enfrentadas pelo professor quando o assunto é ensino e aprendizagem de matemática, talvez pela abstração excessiva de um certo problema, ou ainda, pelo interesse demasiado do estudante por querer realizar apenas atividades de nível fácil, sem dúvida a Gamificação é uma ferramenta de apoio no ensino:

De acordo com a definição mais difundida na literatura, gamificação é a tradução do termo inglês “gamification”, que consiste em um processo de aplicação de elementos de jogos em diferentes contextos que visem engajar o consumidor. Nas abordagens iniciais, a gamificação era difundida como estratégia de marketing, pontuando os compradores e trocando os pontos por recompensas (KODAIRA; TANAKA, 2017 apud MENDES, 2024, p.18).

A Matific é uma plataforma gamificada com todos os jogos voltados a aprendizagem de matemática, esta disponível no site Matific| Jogos de Matemática em versões para

professores, responsáveis, líder de escola e aluno, porém ela é não gratuita, ou seja, não é de livre acesso. Chegou como uma conquista para os professores dessa disciplina que atuam na rede estadual de educação de São Paulo. É importante relatar que a plataforma já estava presente na rede estadual de educação do Paraná, desde 2020, de acordo com Ana Caroline Costa Rodrigues na sua dissertação Profmat "Recomposição da Aprendizagem Matemática Pós Pandemia no 6º Ano do Ensino Fundamental: Relato de Experiência do Uso da Plataforma Digital Matific", de onde retiramos algumas informações complementares.

A plataforma tem como missão desenvolver conceitos matemáticos com cinco princípios fundamentais:

- I. O estudante avança do concreto para o abstrato.
- II. A necessidade de Metáforas Múltiplas (Contextualizações).
- III. Aprendizagem em espiral e semeadura em frente.
- IV. Fazendo conexões entre assuntos.
- V. Feedback eficaz e informativo.

Estimular o pensamento crítico através da resolução de problemas, com o objetivo de incentivar- los a vivenciar experiências práticas. Traz ainda contextos significativos, ou seja, situações com histórias adequadas para a idade série do estudante e também desafios interessantes alinhados com o currículo. Um diferencial para o professor é sem dúvida a oportunidade de personalizar o ensino. Por último a participação intrínseca que desperta a perseverança e o amor pela matemática. De acordo com “O melhor recurso de aprendizagem de matemática do mundo para estudantes do ensino fundamental | Matific Matemática”, (2019), ela foi fundada no ano de 2012, quando especialistas de diversas áreas se reuniram para resolver os desafios da educação básica em matemática. Ainda segundo a Matific Matemática (2019), em 2013 conseguiu seu primeiro grande contrato, porém somente em 2019 chegou a trinta idiomas e aproximadamente setenta mil problemas de matemática resolvidos em um mês.

"No Brasil ela iniciou sua jornada em outubro de 2014 e desde sua implementação ela está sob o comando do CEO Dennis Szyller e vem contando com a colaboração de professores do ensino fundamental".(RODRIGUES, 2024, p.31).

Visando especificamente estudantes do Ensino Fundamental. Em 2024 a Matific oferece atividades que atendem o currículo do 7º, 8º 9º anos, agora é possível encontrar atividades para todo o ensino fundamental I e II. O estudante faz o seu Login primeiro no aplicativo Cmsp, em seguida ele é orientado a entrar na plataforma. Um primeiro passo é personalizar seu avatar, ele pode escolher personagens, cores, nomes e etc.

Ao finalizar o Avatar, aparece para o estudante as "Ilhas Matific" Figura 29, ao escolher a "Ilha do Trabalho Atribuído" por exemplo, teremos as seguintes opções: Material Digital, Lição de Casa, Lição de Classe ou Atribuído pelos Pais, nessa ilha ainda temos a opção de jogar ao vivo com toda a turma, o jogo ao vivo aparece na Arena. É na "Ilha da Aventura" onde estão as atividades alinhadas com o Material Digital de acordo com o currículo oficial previsto pela SEDUC-SP, o autor (FERNANDES, 2010 apud ALEXANDRE, 2017) propõe o termo **webcurrículo** onde as TDIC estão integradas com as propostas para a sala de aula, geralmente estas atividades são organizadas pela inteligência artificial. Finalmente temos a "Zona de Treinamento" onde a Seduc - SP destinou as atividades para aula da disciplina orientação de estudos. Em outro momento, usando o perfil "Lição de Classe" o professor tem a opção de escolher e propor uma tarefa que deseja trabalhar, como uma retomada de conteúdo ou ainda um aprofundamento para uma turma mais avançada. Existe também as atividades para casa que podem ser indicadas pelo docente de acordo a sua realidade e ainda a interação dos pais indicando as atividades.

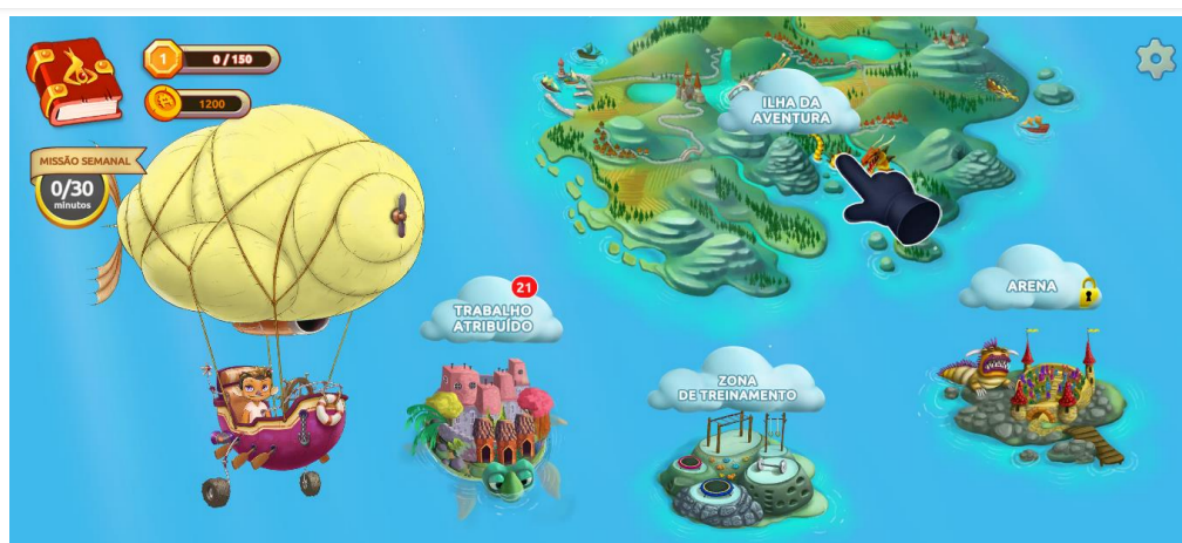


Figura 29 – Ilhas Matific, fonte: RODRIGUES, 2024

As atividades são dispostas em trilhas de aprendizagem usando cadeados e sempre ao finalizar sua tarefa o jogador recebe estrelas como feedback de seu esforço e aproveitamento, melhorando também seu engajamento. Clicando em uma das plaquinhas, inicia - se o jogo.

No que diz respeito ao planejamento do professor, a Matific oferece um Painel Docente, veja Figura 30, onde é possível encontrar atividades, gerenciar as mesmas, monitorar ao vivo, analisar relatórios e gerenciar suas turmas.

Os professores podem avaliar os níveis de habilidade e conhecimento de cada aluno usando usando avaliações e os relatórios da Matific para

colocar os alunos em grupos específicos de aprendizagem. (MATIFIC Apud RODRIGUES,2024 p.33)

Para procurar atividades ele deve clicar na aba "atividades" em seguida "encontrar", depois escolher o recurso das habilidades BNCC e finalmente na atividade desejada. Ao seguir esses passos irá aparecer todos os games relacionados a sua pauta. Também tem a opção de "Busca" no canto superior direito como indica a seta vermelha na figura abaixo:

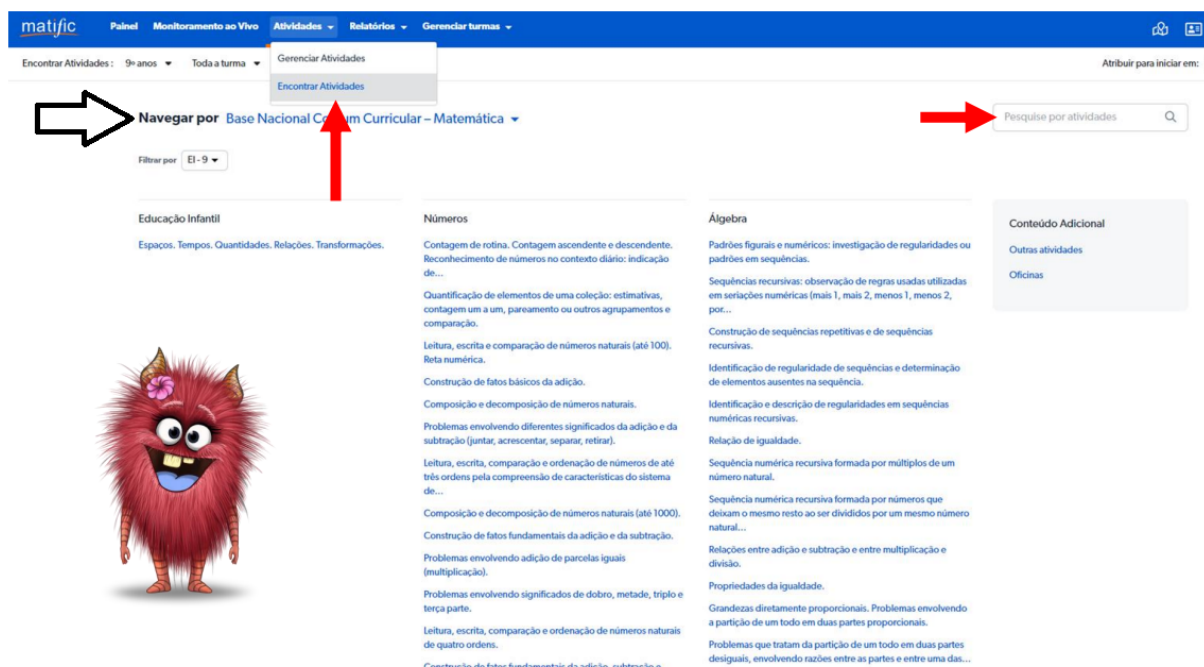


Figura 30 – Painel docente, encontrando atividades. Fonte: MATIFIC MATEMÁTICA, 2019

Na aba das "atividades" também há o recurso de gerenciar, onde os resultados podem ser analisados pelo professor de maneira individual, pelas tarefas atribuídas e pelo placar da escola (em eventos Matific, como por exemplo uma olimpíada). Deve se navegar pela BNCC, onde ele pode escolher a qual tarefa deseja visualizar e o período desejado. Além disso, ele tem o "Relatório de Domínio", referente as atividades atribuídas, onde é apresentado o progresso individual de cada estudante de quantas atividades foram atribuídas e quantas foram concluídas e também uma média de acertos. Existem ainda o "Relatório de Desempenho" com acesso a porcentagem de acertos de maneira individual do estudante. O docente também pode alterar as configurações, escolhendo se a atividade será realizada em classe ou em casa por exemplo, então esses jogos irão aparecer na "Ilha do Trabalho Atribuído" ou tem-se a opção de jogar em tempo real, com toda a turma, como dito anteriormente neste caso aparecerão na "Arena".

Por fim os resultados dos jogos Matific aparecem na plataforma Escola Total e tanto o professor quanto a gestão, podem analisar quais turmas estão se desenvolvendo

melhor, quanto tempo os alunos estiveram realizando as atividades foram iniciadas e quais atividades finalizadas. Este acompanhamento é feito semanalmente e discutido em reunião de trabalho (ATCP).

7 Descrição das Atividades

Como definir Metodologias Ativas? Para Mouran, (2018) as aprendizagens de alguma forma são ativas, mas então, o que nos faz pensar sobre a importância de utilizar métodos que tornem o estudante ativo no processo? Mouran responde com clareza: "Metodologias são grandes diretrizes que orientam os processos de ensino e aprendizagem e que se concretizam em estratégias, abordagens e técnicas concretas, específicas, diferenciadas".(MOURAN, 2018, p.6)

Esse processo ensino e aprendizagem para muitos pode ser prazeroso ou doloroso, por isso, devemos sempre, buscar as melhores estratégias. Note que ele usa o termo "estratégia diferenciada", ou seja, não basta utilizarmos sempre a mesma, mesmo que em algum momento tenhamos obtido resultados positivos, o importante é diversificar, principalmente com relação aos Objetos Digitais de Aprendizagem, "as metodologias ativas num mundo conectado e digital se expressam através de modelos de ensino híbridos, blended, com muitas possíveis combinações"(MOURAN, 2018, p.7), para o docente é fundamental experimentar, criar possibilidades divertidas e interessantes. Mouran,(2018) conclui, o educador precisa entender seu contexto e seu estudante, para escolher os caminhos mais adequados para sua situação e combinar atividades.

Neste Capítulo descreveremos as atividades realizadas em sala de aula, todas elas elaboradas com planejamento e diálogo entre orientadora e orientando após os resultados da avaliação diagnóstica, não estão necessariamente em sequência de aplicação, sempre de maneira híbrida com o objetivo principal de trabalhar os ângulos, além disso apresentaremos algumas soluções dos alunos e alguns comentários quando pertinente.

7.1 Avaliação Diagnóstica

A avaliação pela qual recebeu o nome "Hora da Revisão" teve por critério ser o ponto de partida para esta pesquisa, foi planejada de forma minuciosa e com bastante diálogo entre orientando e orientadora, uma vez que as questões deveriam chamar atenção para um contexto de sétimo ano e considerar o objeto do conhecimento ângulo. O planejamento foi fundamental para a sua elaboração, pois conseguimos estudar questão por questão de modo a levantar pequenos detalhes que fazem toda a diferença na hora do estudante ter que realizar a interpretação da questão, por exemplo, na primeira questão, a atividade original pedia ao estudante, elaborar um trajeto que passa-se por todos os esportes para ser campeão, aqui a ideia foi colocar um exemplo para facilitar a maneira como ele poderia escrever o percurso na qual ele tivesse pensado para ser campeão.

1-(Currículo em ação, Adaptado) Fabio criou um jogo digital com o objetivo de levar o personagem a experimentar atividades esportivas percorrendo o circuito.

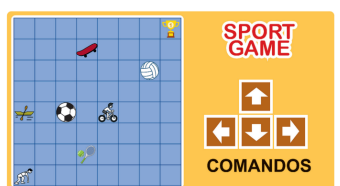


Figura 31 – AÇÃO, 2023, p.19)

Exemplo: Para chegar até o jogo de tênis, ele deve:



Para vencer a partida, o jogador deve movimentar o personagem de acordo com os comandos, e passar por todas as atividades esportivas. Em seguida, ele deve caminhar até o final sinalizado por um troféu. Dê um exemplo de quais devem ser os comandos para o Jogador ser campeão?

Já as questões dois, três, quatro e cinco manteve - se como as originais. Elas foram escolhidas por diversos motivos, entre eles, exigir do estudante alguns conceitos de ângulos, usar uma linguagem de fácil entendimento e principalmente estar contextualizado a idade série do sétimo ano. Na questão seis, fizemos algumas adaptações no enunciado, a preocupação estava em deixar claro apenas uma forma de resposta correta, então optamos em reformular a questão disparadora "como você descreveria o caminho mais curto que um carro na posição representada da casa de Vitor no mapa, deve fazer para chegar até o estacionamento do campo de futebol?" A intensão aqui é trazer o questionamento do caminho mais curto, pois ele é único. Outra adaptação à essa questão foi a marcação na figura dos pontos onde o carro estava parado, em qual sentido ele deveria andar e qual seria o local de chegada, pois a princípio na pergunta original, o carro estava virado para o outro lado o que trazia uma certa confusão.

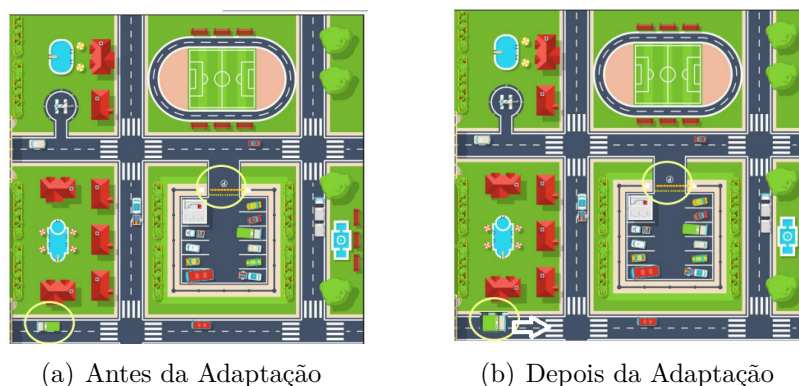
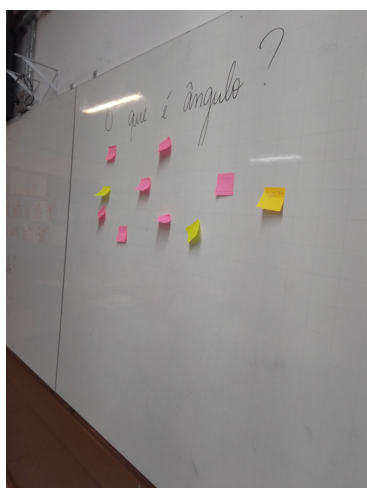


Figura 32 – Fonte: AÇÃO, 2024, aula 17 - S.A 6, Anos finais, 7ºAno, 2ºBim

Na questão sete não houve a necessidade de adaptações. Porém, na questão oito o enunciado perguntava "Um relógio de ponteiros está marcando 15:00, os 2 ângulos formados pelos ponteiros desse relógio, às 15:00, medem:" e lá estava o relógio já desenhado, então considerando ser importante solicitar ao estudante que desenhasse um relógio de ponteiros, primeiro por se tratar de um objeto não tão comum atualmente e em segundo os ponteiros formarem ângulos. Por fim, na última questão, a original pedia a classificação dos triângulos em relação aos ângulos, a adaptação foi fornecer aos alunos as definições do triângulo acutângulo, retângulo e obtusângulo sem identificá-los de forma que ao ler houvesse uma recordação e por fim associar corretamente qual era cada um dos triângulos.

7.2 Atividade de Sensibilização

Estimular e levantar os conhecimentos prévios é sem dúvida um desafio para o professor, a primeira atividade trabalhada após a avaliação "hora da revisão" foi a atividade de sensibilização "O que é ângulo?". Os estudantes receberam individualmente um post-it colorido e foram orientados a responder com suas palavras a pergunta disparadora: O que é Ângulo? Logo em seguida ao finalizarem suas respostas deveriam se levantar e ir um por vez até a lousa socializarem a sua resposta, neste momento era importante a socialização e não avaliar se estava certo ou errado. Para esta atividade se fez necessário uma aula. No geral, notamos que a turma tem uma noção de ângulo e também associam com a unidade de medida grau, mas somente um estudante deu a resposta correta. Ele afirmou "é a figura formada por duas semirretas de mesma origem". A atividade trouxe a oportunidade de ser apresentado aos alunos como vemos e qual a definição de ângulos, esta sensibilização do conteúdo foi dinâmica e todos participaram como mostra a Figura



(a) O que é Ângulo?



(b) Aluno colando resposta

Figura 33 – Atividade sensibilização, fonte: Próprio Autor

7.3 Atividades Mão na Massa

7.3.1 Relógio dos Ângulos

A aula iniciou - se com um desafio para a turma: Qual dos estudantes viria até a frente para representar com os ponteiros do relógio ângulos com $\frac{1}{4}$ de volta, $\frac{2}{4}$ de volta, $\frac{3}{4}$ de volta e uma volta completa, onde eram escolhidos por sorteio. Na Figura 34 o item "a" refere - se a estudante 1, que foi a primeira a participar e saiu no sorteio o ângulo de uma volta. Já para os estudantes a quem chamaremos de 12 e 19, o ângulo sorteado foi $\frac{1}{4}$ de volta, como mostra o item "b".



(a) Ponteiros e ângulo de uma volta



(b) Ponteiros e ângulo de $\frac{1}{4}$ de volta

Figura 34 – Mão na Massa, fonte: Próprio Autor

O tempo gasto nessa atividade foi de aproximadamente vinte minutos.

7.3.2 Relógio dos Ângulos II

Em seguida, após o desafio concluído, os estudantes foram organizados em fileiras de duplas produtivas. O objetivo desta tarefa era identificar os ângulos associados a giros e a voltas, $\frac{1}{4}$ de volta equivalente a 90° , $\frac{2}{4}$ de volta equivalente a 180° , $\frac{3}{4}$ de volta equivalente a 270° e uma volta completa equivalente a 360° usando os ponteiros do relógio. A habilidade: "(EF06MA25B) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas, reconhecendo giros e voltas, de 90° , 180° e 360° ." (Currículo Paulista, p.7). Os materiais utilizados foram: Canudos plásticos, folhas de sulfite, fita colante, canetas coloridas, CD's e lápis de cor. Inicialmente após a distribuição dos materiais foi realizado a leitura do passo a passo:

I) Com o CD desenhe quatro relógios.

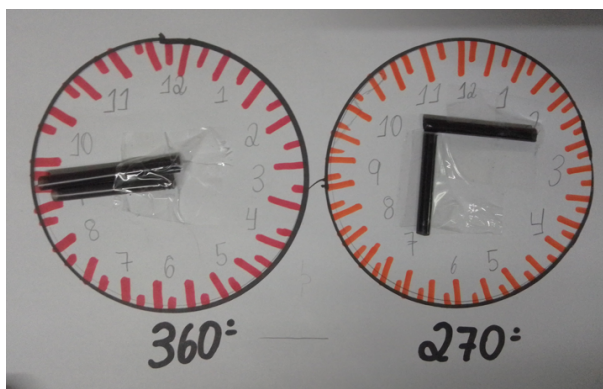
II) Corte os canudinhos para serem os ponteiros (Ponteiro menor = horas e Ponteiro maior = minutos).

III) Usando fita colante cole os canudinhos em diferentes horários e tenham 90° , 180° , 270° e 360° respectivamente.

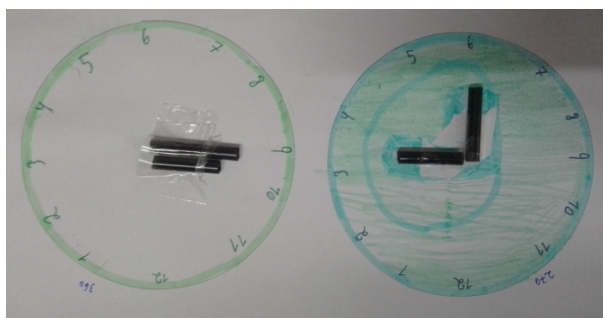
IV) Classifique cada relógio com as frações de uma volta.

A atividade ocorreu dentro da normalidade, apesar de alguns estudantes apresentarem dificuldades por não terem contato com relógios analógicos, houve uma

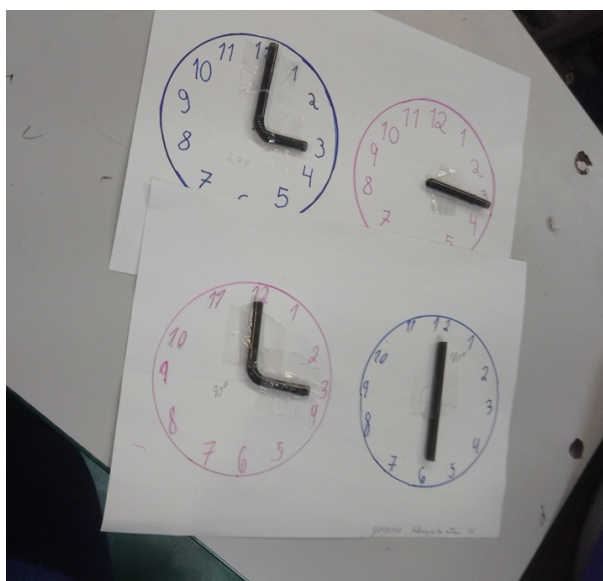
oportunidade para aprender a ver horas, após breve discussão e explicação sobre horas, focamos na elaboração do relógio. Eles apontaram com tranquilidade os ângulos solicitados na atividade, porém a dificuldade apareceu em apresentar a fração correspondente ao ângulo. O tempo necessário para esta atividade foi de aproximadamente duas aulas e meia.



(a) Imagem 1



(b) Imagem 2



(c) Imagem 3

Figura 35 – Mão na massa relógio dos ângulos II, fonte: Próprio Autor

Durante o percurso da atividade, os alunos apresentaram dúvidas com relação

ao tamanho dos ponteiros, alguns canudos foram cortados de tamanho igual como na Figura 35 imagem 1, mas após explicação sobre o ponteiro menor indicar horas e o ponteiro maior minutos, corrigiram e seguiram realizando a atividade. Repare na imagem 3(Figura 35), aparentemente estão todos os ângulos corretos, porém não ficou exposto qual deles representa $\frac{3}{4}$ de volta equivalente a 270° , essa não foi a única dupla com dúvida, assim houve a necessidade de intervenção. A atividade mostrou-se uma oportunidade de novas aprendizagens, visto que os estudantes pouco convivem com os relógios analógicos e despertou a curiosidade sobre o objeto de conhecimento ângulos.

7.4 Atividades Impressas

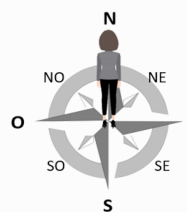
7.4.1 Rosa dos Ventos

A sequência de atividades do material digital, trouxe o tema da aula "Vamos Girar P.1" um dos exercícios propostos foi sobre a Rosa dos Ventos. A Figura 36 mostra o enunciado:

Você sabe o que é a rosa dos ventos?

É uma representação gráfica, na qual estão indicados os pontos cardeais – Norte (N), Sul (S), Leste (L) e Oeste (O) – e os pontos colaterais – Nordeste (NE), Noroeste (NO), Sudeste (SE) e Sudoeste (SO).

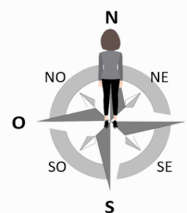
No chão da praça do bairro em que Helena mora, há o desenho de uma rosa dos ventos. Ela se posicionou sobre esse desenho da maneira apresentada ao lado.



(a) Sensibilização

Escreva para qual ponto cardinal Helena vai ficar virada se, a partir da posição anterior, ela girar:

- um quarto de volta para a direita;
- três quartos de volta para a direita;
- meia-volta para a esquerda;
- dois quartos de volta para a direita.



(b) Enunciado

Figura 36 – Fonte: AÇÃO, 2024, Aula 15, S.A. 6, Slide 14,15 e 16, 7º Ano, 2ºBim

Após uma breve leitura dos slides com os estudantes, algumas questões disparadoras sobre se conheciam a Rosa dos Ventos e ainda sobre o que é sentido horário e sentido anti-horário, foi possível iniciar a adaptação. A intervenção se deu através de pedir à toda a turma que ficassem em pé, eles deveriam esticar os braços e girar conforme pedia o exercício, exemplo: O professor falava $1/4$ de volta no sentido horário e todos deveriam fazer, aquele aluno que errasse sentava e os outros permaneciam na brincadeira. E assim

de maneira divertida e enriquecedora eles conseguiram associar giro e ângulo. Notamos o entusiasmo dos estudantes o que facilitou a aprendizagem. Em seguida foram aplicadas as atividades de forma impressas, a qual deveriam responder na própria folha. O tempo aproximado para a brincadeira é de uma aula, mas pode ser adaptado. E duas aulas para as atividades impressas. Uma das respostas podem ser vista na Figura 37:

Você sabe o que é a rosa dos ventos?

É uma representação gráfica, na qual estão indicados os pontos cardeais – Norte (N), Sul (S), Leste (L) e Oeste (O) – e os pontos colaterais – Nordeste (NE), Noroeste (NO), Sudeste (SE) e Sudoeste (SO).

No chão da praça do bairro em que Helena mora, há o desenho de uma rosa dos ventos. Ela se posicionou sobre esse desenho da maneira apresentada ao lado.

1- Escreva para qual ponto cardinal Helena vai ficar virada se, a partir da posição anterior, ela girar:

- um quarto de volta no sentido horário;
Ela vai para o leste.
- três quartos de volta no sentido horário;
Ela vai para o norte.
- meia-volta no sentido anti - horário;
Ela vai para o sul.
- dois quartos de volta .
Ela vai para o oeste.

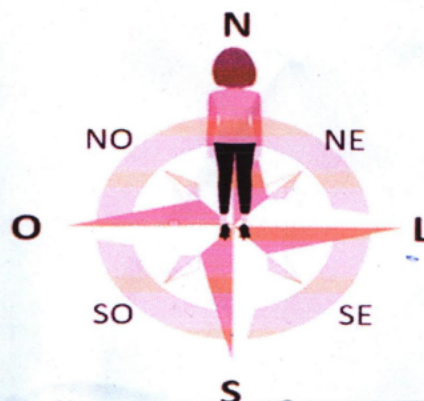
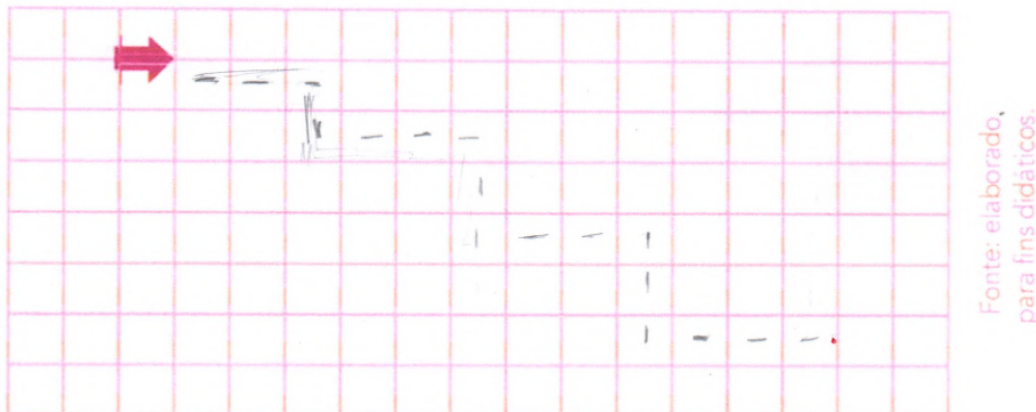


Figura 37 – Resolução da Atividade Impressa, Fonte: Próprio autor

7.4.2 Giro de 90° em Malha Quadriculada

A próxima atividade explora o Giro de 90° em Malha Quadriculada, inicialmente a turma encontrou dificuldade em começar o exercício, eles deveriam marcar o caminho descrito no enunciado, uma vez que pede - se para avançar três quadradinhos à frente, alguns alunos não iam pela lateral do quadradinho, mas sim pelo meio:

- 1- Imagine que o carro está parado na seta vermelha, o objetivo é chegar ao posto de Combustível seguindo os seguintes passos: Avance 3 significa andar três quadradinhos. Os comandos dados para o desenho são estes: Avance 3; Direita 90°; Avance 2; Esquerda 90°; Avance 3; Direita 90°; Avance 2; Esquerda 90°; Avance 3; Direita 90°; Avance 2; Esquerda 90°; Avance 3 (o início está indicado pela seta, então comece o desenho no canto superior esquerdo, avance 3 significa andar três quadradinhos) .



Fonte: elaborado, para fins didáticos.

Figura 38 – Usando o Quadrado para Avançar

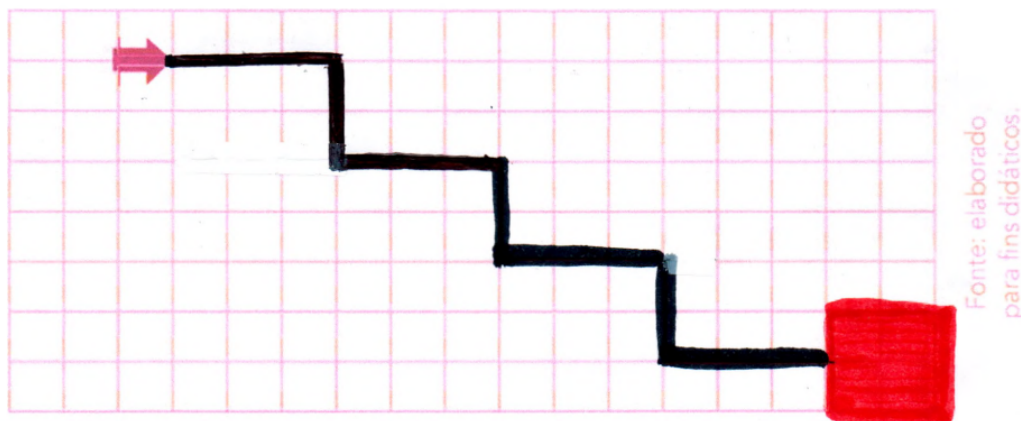
Foi necessário mostrar aos estudantes na lousa o início do percurso, foi então que começaram a progredir, como mostra a Figura 39



Nome

nº série

- 1- Imagine que o carro está parado na seta vermelha, o objetivo é chegar ao posto de Combustível seguindo os seguintes passos: Avance 3 significa andar três quadradinhos. Os comandos dados para o desenho são estes: Avance 3; Direita 90°; Avance 2; Esquerda 90°; Avance 3; Direita 90°; Avance 2; Esquerda 90°; Avance 3; Direita 90°; Avance 2; Esquerda 90°; Avance 3 (o início está indicado pela seta, então comece o desenho no canto superior esquerdo, avance 3 significa andar três quadradinhos) .



Fonte: elaborado, para fins didáticos.

(a) Percurso executado corretamente

Figura 39 – Atividade Giro, fonte: próprio autor

7.5 Exercícios no Caderno

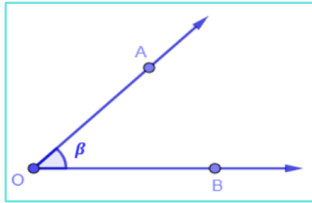
Continuando a habilidade "(EF06MA25B) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas, reconhecendo giros e voltas, de 90° , 180° e 360° " (Currículo Paulista, p.7). Com o tempo estimado de duas aulas. É importante a realização de exercícios interessantes no caderno para fixação do conteúdo, inicialmente nesta aula foram retomados os conceitos básicos, antes já trabalhados, com o apoio dos Slides do Material Digital, como vemos na Figura 40.

Foco no conteúdo

Pressione **Esc** para sair do modo tela cheia

Retomando...

Ângulo é a figura geométrica formada por duas semirretas, a partir de um ponto em comum, cuja unidade de medida mais utilizada é o grau ($^{\circ}$).

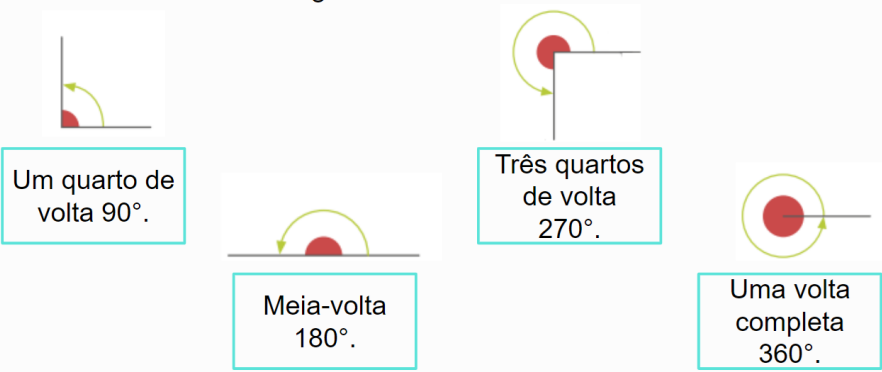


Os dois segmentos de reta têm a mesma origem (que é chamada de vértice). \vec{OA} e \vec{OB} são os lados do ângulo. β indica a medida do ângulo interno formado entre os dois segmentos.

(a) Retomando Conceitos

Foco no conteúdo

Podemos associar ângulo à ideia de giro. Veja alguns tipos de giros, conforme ilustram as imagens:



Um quarto de volta 90° .

Meia-volta 180° .


Três quartos de volta 270° .


Uma volta completa 360° .

(b) Giros

Foco no conteúdo

Mas não basta saber apenas a medida do giro, é preciso saber também para qual lado girar:

Sentido horário (direita): movimento dos ponteiros do relógio. 

Sentido anti-horário (esquerda): sentido oposto ao sentido horário. 

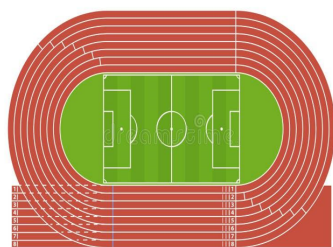
(c) Sentido

A princípio, foi possível contextualizar a ideia de frações de uma volta com o esporte, na ocasião estava ocorrendo os Jogos Olímpicos de Paris 2024. Como o exercício proposto pelo Material Digital era sobre um prova de atletismo, de modo mais específico a corrida, usamos a prova olímpica dos 100m rasos masculino como início de conversa, perguntando aos estudantes quem é o homem mais rápido do mundo? Quem assistiu a final do atletismo? Após interação com os alunos, utilizamos a (ODA- Objeto Digital de Aprendizagem) vídeo: Atletismo 100m Masculino - Final como gatilho para facilitar a resolução dos exercícios propostos. Depois do vídeo a comanda para a realização da atividade foi: não precisa copiar no caderno o enunciado, apenas desenhe e responda. A atividade possui o seguinte enunciado:

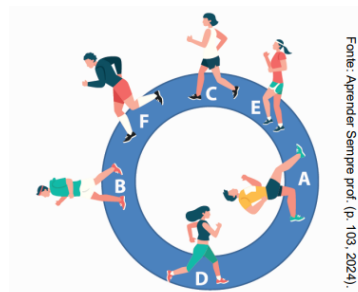
1- (Aprender Sempre, 2024 p.175 - Adaptado).Beto e seus amigos estão caminhando em uma pista circular. Todos partiram do ponto A, e estão andando em sentido anti-horário. Beto foi o que caminhou mais, pois deu uma volta completa na pista. Imagine o deslocamento de cada um, visto de cima e indicado por um ângulo. Escreva a medida, em graus, da abertura de cada ângulo em cada giro dado. Observe, por meio de uma figura, a posição dos amigos.

- a. Amigo A (Beto): Uma volta completa.
- b. Amigo B: $\frac{1}{2}$ de volta
- c. Amigo C: $\frac{1}{4}$ de volta
- d. Amigo D: $\frac{3}{4}$ de volta

Após leitura, mudamos para o slide com as alternativas do problema, inicialmente o slide mostra uma pista de atletismo não circular Figura 41 item a, mas para melhorar e entendimento do problema que queremos solucionar, foi acrescentado uma pista circular com o desenho de Beto e seus amigos e suas respectivas posições Figura 41 item b. A adaptação aqui, foi solicitar os graus relativos apenas a $\frac{1}{2}$ de volta, $\frac{1}{4}$ de volta e $\frac{3}{4}$ de volta, ou seja, os amigos B, C e D.



(a) Pista de atletismo não circular



(b) Pista Circular Adaptada

Figura 41 – Fonte: AÇÃO, 2024, Aula 16, S.A. 6, Slides 8,9 e 10, 7ºAno, 2ºBim

Cada estudante teve a oportunidade de vivenciar o giro em outras situações como no relógio mais uma vez e também na Rosa dos Ventos. Os exercícios foram propostos para serem solucionados no caderno.

2- Observe os relógios abaixo e relacione as duas colunas, considerando os ângulos internos formados pelos ponteiros de cada figura:



- | | |
|-------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> Relógio 1. | <input type="checkbox"/> Meia volta |
| <input type="checkbox"/> Relógio 2. | <input type="checkbox"/> Menos de $\frac{1}{4}$ de volta |
| <input type="checkbox"/> Relógio 3. | <input type="checkbox"/> Menos de $\frac{1}{4}$ de volta |

O exercício dois, foi fundamental para a classificação dos ângulos, uma vez que como associamos o giro de $\frac{1}{4}$ de volta à 90° este é chamado *Reto*, os demais fica simples para o estudante entender, menor que $\frac{1}{4}$ de volta chamamos *Agudo* e por fim maior que $\frac{1}{4}$ de volta chamamos de *Obtuso*.

Por fim, na atividade Rosa dos ventos houve a necessidade de uma breve retomada sobre o giro para a esquerda e para a direita. O enunciado que usamos:

Escreva para qual ponto cardeal a personagem Helena vai ficar virada se, a partir da posição inicial de frente para o ponto cardeal leste, ela girar:

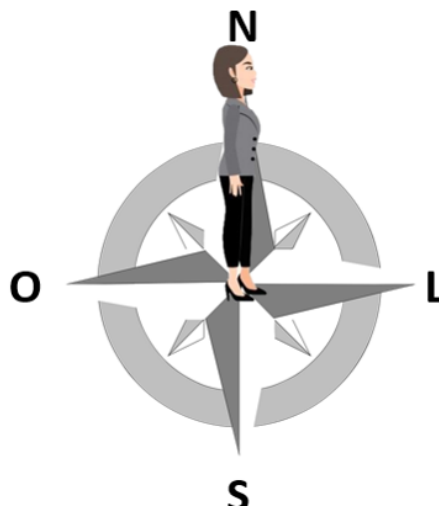


Figura 42 – Fonte: AÇÃO, 2024, Aula 16, S.A. 6, Slide 11, 7ºAno, 2ºBim

- um quarto de volta para a esquerda;
- três quartos de volta para a direita;
- meia-volta para a direita;
- um quarto de volta para a direita.

Ao finalizarem os exercícios com toda a turma, foi realizada a socialização dos mesmos no quadro branco.

7.5.1 Classificação dos ângulos

A seguir descreveremos o conteúdo *Classificação dos ângulos* em agudos, retos, rasos e obtusos. A sequência de atividades dispostas no Material Digital com o tema *Ângulo em Movimento* parte um e parte dois, para uma breve sensibilização realizamos a seguinte atividade:

1- *Escolha alguns espaços na sua escola e faça o registro dos ângulos presentes no ambiente e em objetos, com anotações e desenhos.*

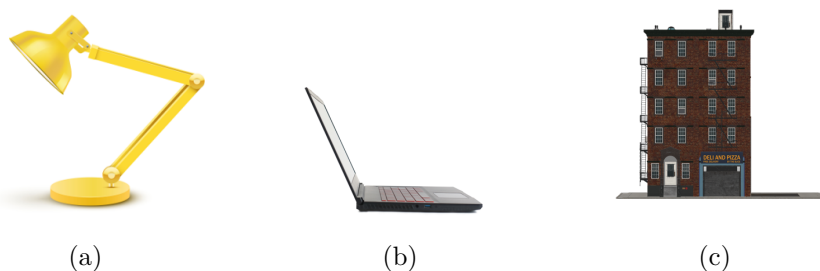



Figura 43 – Fonte: AÇÃO, 2024, Aula 11, S.A. 6, Slide 3, 7ºAno, 2ºBim

Essa atividade é interessante, pois permite andar pela escola com os estudantes, para que eles respondam em quais locais e objetos eles encontram os ângulos. Com o caderno em mãos devem realizar o registro, a depender do tamanho da escola, o tempo estimado pode variar.


Com o apoio do Material Digital desenvolvemos os conceitos de classificação dos ângulos de acordo com a sua medida, vejamos:

Foco no conteúdo

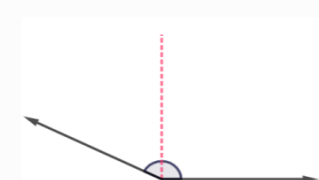
Podemos classificar os ângulos de acordo com a sua medida em:



Ângulo agudo
Medida maior que 0° e menor que 90° .



Ângulo reto
Medida igual a 90° .




Ângulo obtuso
Medida maior que 90° e menor que 180° .

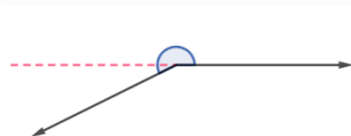
(a) Classificação dos Ângulos

Foco no conteúdo


Temos, também, a classificação de ângulos iguais ou maiores que 180° :



Ângulo raso
Medida igual a 180° .



Ângulo côncavo
Medida maior que 180° e menor que 360° .



Ângulo completo
Medida igual a 360° .

(b) ângulos maiores que 180°

Figura 44 – Fonte: AÇÃO, 2024, Aula 11, S.A. 6, Slide 6, 7ºAno, 2ºBim

Para finalizar, foi projetada na televisão a atividade **Casa dos Ângulos** Figura 45, além disso, como a escola possui tablets e internet, foi emprestado aos estudantes para realizarem a classificação dos ângulos da Casa, o material está disponível no Geogebra criado por Bruno Steinmetz:

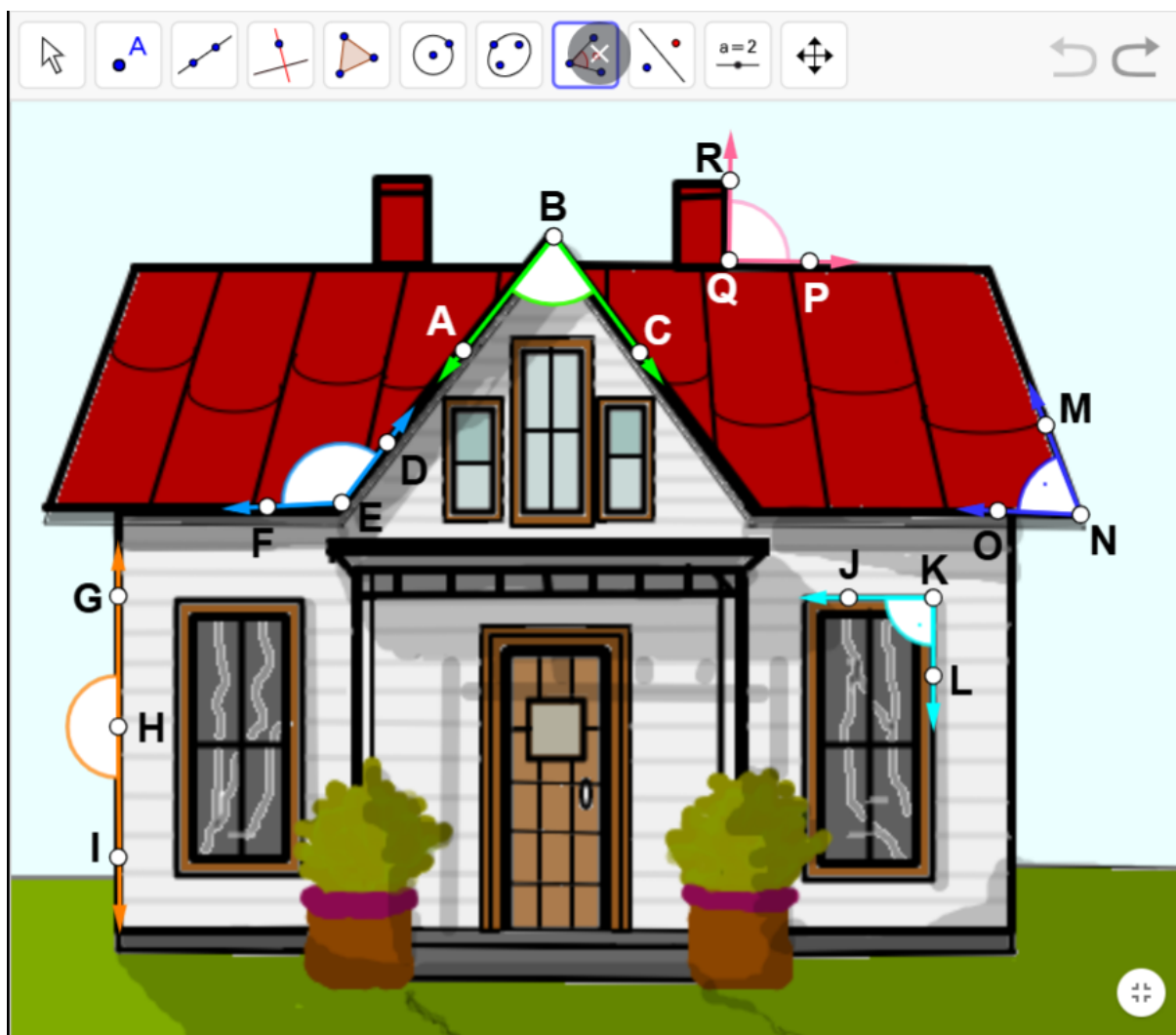


Figura 45 – Medindo e Classificando ângulos, autor Bruno Steinmetz, fonte: Geogebra

Nesta atividade, os estudantes devem clicar na ferramenta ângulos (na barra de ferramentas geogebra), em seguida, clicar nos pontos A, B e C respectivamente, então o geogebra informa a medida do ângulo ABC, ainda como atividade o estudante deveria classificá-lo em agudo, reto ou obtuso.

7.6 Jogos Matific

Inicialmente faz-se necessário destacar o apoio da gestão da escola EE Maria Judita Savioli de Oliveira para a realização das atividades Matific, como sabemos nem tudo são flores, por ser uma plataforma digital gamificada requer uma internet com excelente conexão e boa velocidade. A escola possui aproximadamente quarenta tablets que ficam armazenados em um carrinho, os alunos não podem levar para casa. Existe um professor responsável em colocar os tablets para carregar e pela manutenção básica quando necessário. Outra atitude positiva da gestão que facilitou o trabalho, foi o fato de ter sido organizado um laboratório de informática em uma das salas da escola que não estavam

sendo utilizadas. E por fim, foi elaborado um cronograma de utilização do laboratório, para não haver indisposição entre os colegas professores, então ficou estabelecido que as tardes de quinta feira sempre as duas últimas aulas era para atividades do Matific com o sétimo ano.

A Matific tem um cardápio muito atrativo para o ensino de ângulos, descreveremos aqui apenas três deles, das quais utilizamos bastante, são jogos que atingem realmente o objetivo proposto. Durante a seleção do jogo dentro da habilidade pretendida, é apresentado para o docente o *Tipo de atividade*, *Propósito* da atividade, *Escopo*, a *Quantidade de perguntas* e o *tempo estimado* do jogo para seu planejamento, por exemplo, atribuir apenas uma partida é muito pouco para uma aula de cinquenta minutos, pois vai durar ali no máximo dez minutos. Também no Material Digital é encontrado alguns plano de aula com diversos jogos Matific, entre eles sobre o objeto do conhecimento **ângulos**.

O primeiro a ser comentado é *Meça ou calcule ângulos dentro de triângulos* Figura 46, o objetivo da atividade é medir ângulos internos de alguns triângulos dados, nesse jogo aparece um triângulo ABC por exemplo, e pede - se ao jogador com o transferidor medir o ângulo C, geralmente o transferidor surge no canto da tela e de ponta cabeça. A principal intervenção aqui foi explicar aos estudantes como se utiliza um transferidor, lembrando a eles o fato de colocar o zero em cima de um dos lados do ângulo pretendido.

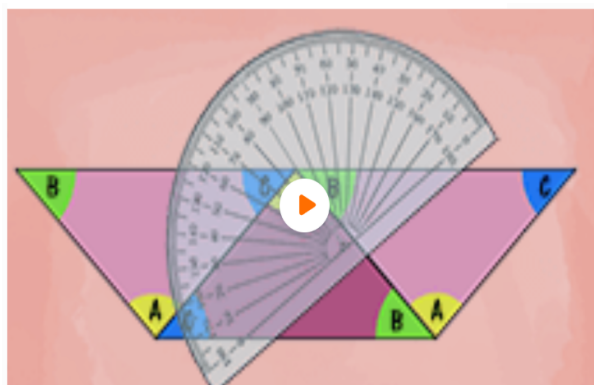


Figura 46 – Meça ou calcule ângulos dentro de triângulos, fonte: MATIFIC MATEMÁTICA, 2024

Continuando a ideia de medir ângulos com transferidor a próxima atividade recebe o nome de *Um canhão solto*, na escolha inicial deste jogo, aparece a habilidade "(EF06MA27) Determinar medidas de abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais", além disso, também mostra a precisão estimada em dez graus mais próximos, como mostra a Figura 47.

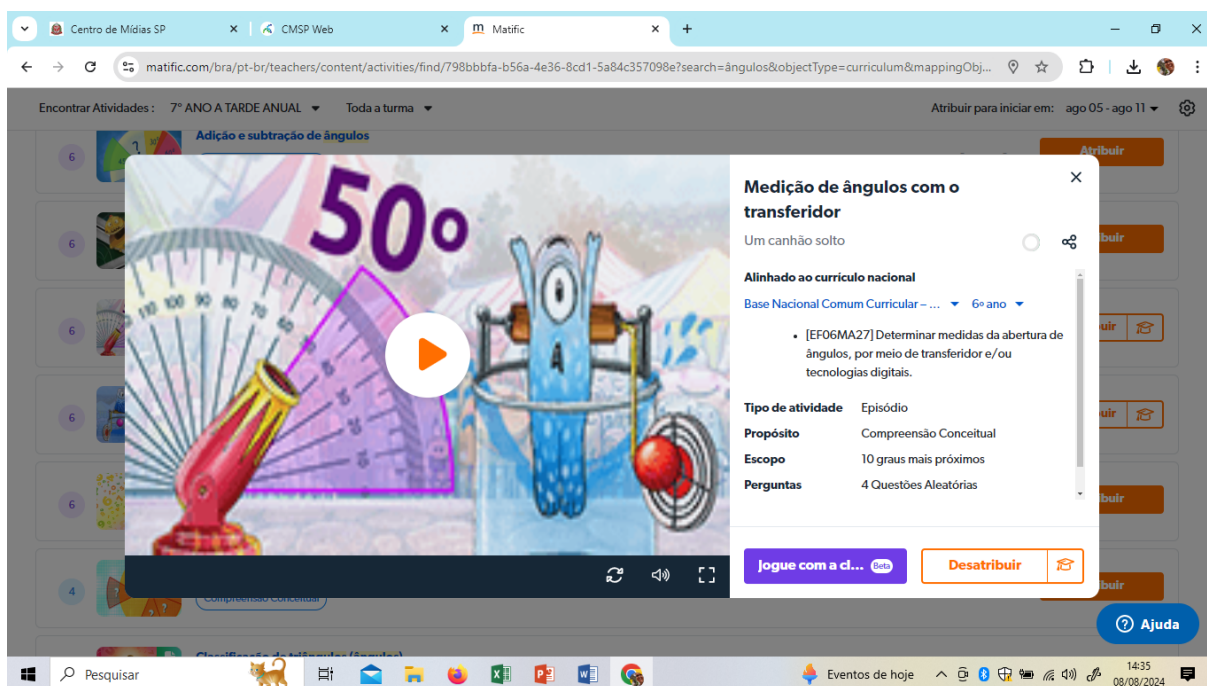


Figura 47 – Página inicial "Canhão dos Ângulos", fonte: MATIFIC MATEMÁTICA, 2024

Objetivo do jogo, é atingir com um lançamento de bola por canhão o alvo, caso consiga o personagem Matific cai na água. O canhão está solto, por isso é possível o jogador manosear o canhão de modo a escolher a melhor inclinação para o tiro. Ele terá cinco tentativas.(Figura 48)



(a) Jogando

(b) Acertando o alvo

Figura 48 – Canhão dos ângulos, fonte: MATIFIC MATEMÁTICA, 2024

Ao atingir o alvo o canhão fica fixo e na tela surge um transferidor para ser aferido o ângulo de abertura do canhão, o jogo então pergunta ao jogador: Em qual ângulo a bola foi disparada? Ele deve inserir o valor do ângulo encontrado.Veja Figura 49.

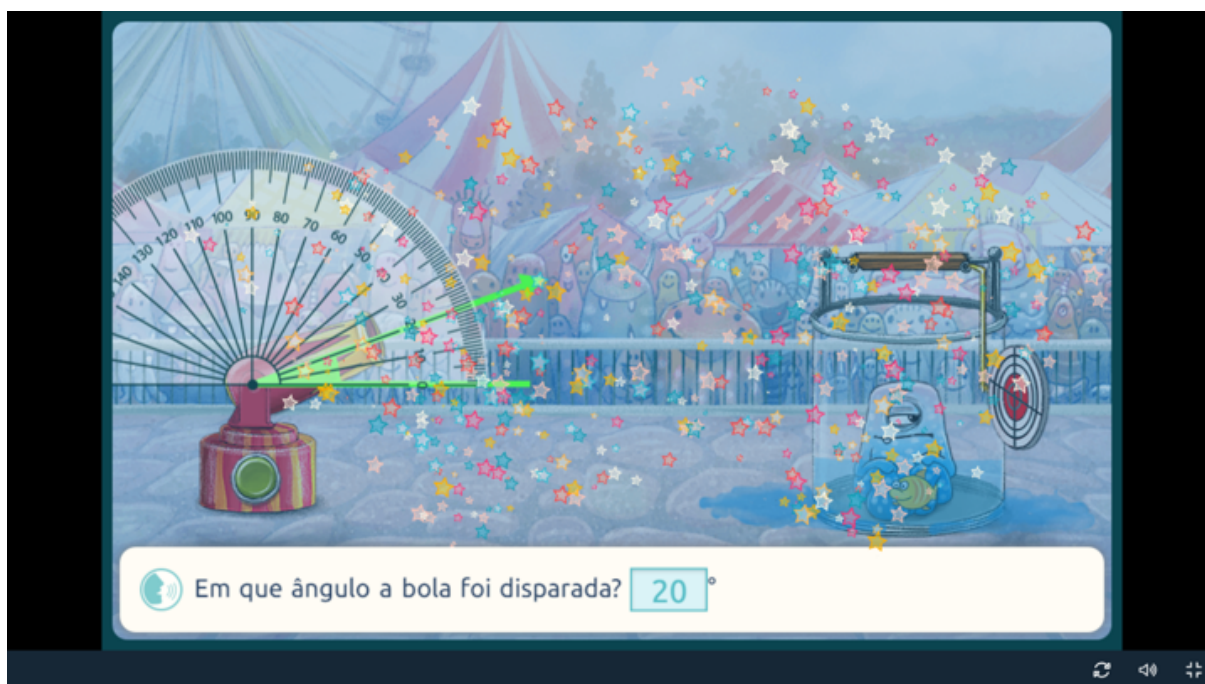


Figura 49 – Medindo com o transferidor, fonte: MATIFIC MATEMÁTICA, 2024

Esta atividade foi um divisor de águas no percurso de aprendizagem para os estudantes, o silêncio foi notório e aprenderam a utilizar o transferidor digital. Como o site oferta duas versões do mesmo jogo, possibilitamos a eles jogarem mais algumas partidas.

Por último, descreveremos o jogo de um barco, onde o episódio inicial pede: "Defina o curso do barco para uma ilha que deseja explorar. Vire o barco inserindo o ângulo e a direção" (Figura 50). O objetivo desse jogo é basicamente dar as orientações para o timoneiro navegar até a ilha cujo personagem está esperando, em geral esse personagem é um pesquisador, ou alguém cuja história é narrada pelo próprio jogo. O jogador para começar, precisa clicar na "bússola" do painel, aparece então um transferidor, ele arrasta o transferidor até o barco, estimando quantos graus deve ser o giro e em qual direção direita ou esquerda. Note que neste jogo, pede-se primeiro a medida do ângulo, para depois executar a tarefa de levar o barco até a ilha, caso o jogador insira informações erradas, como por exemplo, deveria ir para a direita e ele coloque esquerda, o timoneiro vai atender exatamente a comanda e não chega a lugar algum perdendo uma tentativa. Colocando as informações corretas o barco vai até a ilha corretamente, e o personagem se apresenta e traz sempre uma curiosidade das ciências biológicas.

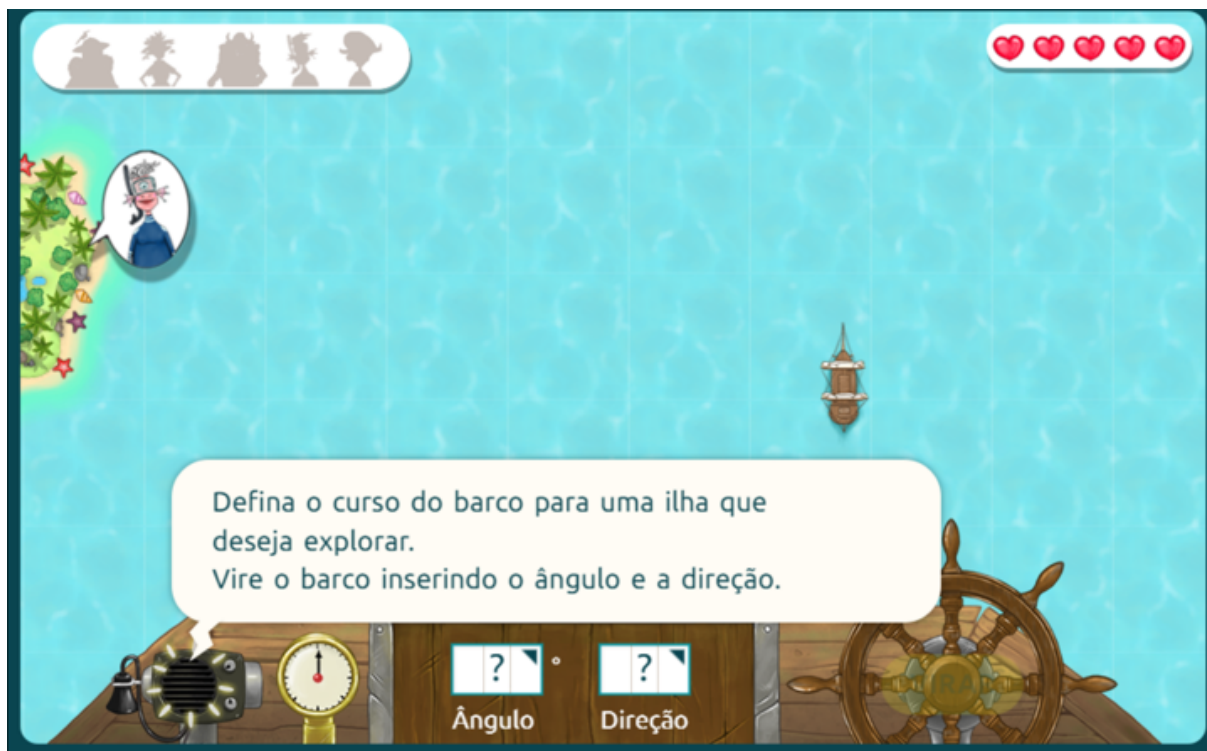


Figura 50 – Jogo Barco e ângulos, fonte: MATIFIC MATEMÁTICA, 2024

Os jogos "Meça e calcule ângulos dentro dos triângulos", "Canhão Solto" e Jogo do Barco, estão focados no ensino de ângulos e foram fundamentais para o sucesso da aprendizagem. A ideia aqui é trabalhar os jogos Matific em uma aula por semana e durante o período de três a quatro semanas com o mesmo conteúdo.

7.7 Avaliação Final

Com o objetivo de sintetizar os conhecimentos e ainda avaliar as novas formas de se enxergar ângulos para uma turma de sétimo ano, a Avaliação Final seguiu os resultados encontrados após a correção da "Hora da Revisão", nas questões em que os estudantes apresentaram maior dificuldade, trazendo algumas novidades como por exemplo a classificação dos ângulos, objeto do conhecimento trabalhado durante as aulas. Pretendemos aqui relatar como se deu o planejamento e a elaboração dessa avaliação, após diversas atividades descritas anteriormente, estratégias diversificadas e várias intervenções. Iniciamos com uma questão ainda não trabalhada com os estudantes, ou seja, a pergunta um era inédita e trata os conceitos de ângulos em uma associação direta com giros. A questão dois é exatamente igual a dois da avaliação diagnóstica. Já a questão três traz a contextualização do ângulo e giro com a rosa dos ventos, destaca - se aqui o questionamento sobre se faz diferença ou não a direção em que ela vai girar. A questão quatro é inédita e o objetivo é avaliar o ângulo associado a $3/4$ de volta. A pergunta cinco é igual a três na avaliação diagnóstica, porém com algumas alterações como por exemplo no item "a", o

relógio estando dividido em quatro partes, pede - se agora quantos minutos são equivalentes a $\frac{2}{4}$ de volta. O item "b" manteve - se original e o item "c" foi excluído. A questão seis é exatamente a sete da avaliação diagnóstica e o mesmo ocorreu com as questões oito e nove.

8 Resultados e Discussões

Neste capítulo iremos analisar os resultados encontrados nas avaliações de aprendizagem, avaliação diagnóstica a quem chamamos de "Hora da Revisão" e a "Avaliação Final" a quem damos o nome de atividade principal, uma aplicada ao início e outra ao final do percurso de aprendizagem. Foram avaliados estudantes de sétimo ano do ensino regular, trata-se de uma turma muito heterogênea e com muitas transferências. Houve casos do estudante estar matriculado na Avaliação Diagnóstica e depois ser transferido, também ocorreu o contrário, não estar na Diagnóstica "Hora da Revisão" e ser matriculado posteriormente realizando a "Avaliação Final". No entanto, fizeram a primeira avaliação vinte e um estudantes já na avaliação final foram vinte e seis. O nome está sendo preservado, usamos então apenas uma numeração chamando-os por Estudante 01, Estudante 02 e assim sucessivamente. Também trataremos de evidenciar as soluções escritas por nossos estudantes, evidente que as fotos ficarão restritas a algumas questões e de poucos alunos, pois fica inviável disponibilizar todas as soluções.

8.1 Resultados da Hora da Revisão

A avaliação diagnóstica "Hora da Revisão" foi aplicada para 21 alunos, oferecendo a eles o período de duas aulas para sua realização. A pauta para os estudantes foi apenas uma verificação de aprendizagem, tranquilizando - os sobre a questão de notas e realmente o foi, aula dupla, facilitou a concentração na atividade. Após aplicação e recolhimento da avaliação, foi realizada a correção e a tabulação dos dados, o nome dos alunos será preservado, chamaremos de Estudante, classificando as repostadas em CORRETO e ERRADO. Há também, a sigla NA de *Não Avaliado* por diferentes motivos. A primeira tabela foi feita para controle das questões, em seguida foi construída outra tabela com os respectivos percentuais.

Tabela 1 – Tabela 1: Resultados da Avaliação Hora da Revisão

NOME	Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5	Questão 6	Questão 7	Questão 8	Questão 9
Estudante 1	CORRETO	100%	100%	CORRETO	CORRETO	CORRETO	CORRETO	ERRADO	CORRETO
Estudante 2	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
Estudante 3	CORRETO	100%	66%	ERRADO	CORRETO	CORRETO	CORRETO	CORRETO	ERRADO
Estudante 4	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
Estudante 5	CORRETO	60%	100%	CORRETO	CORRETO	CORRETO	CORRETO	ERRADO	CORRETO
Estudante 6	CORRETO	100%	100%	CORRETO	CORRETO	CORRETO	CORRETO	ERRADO	CORRETO
Estudante 7	CORRETO	60%	66%	CORRETO	CORRETO	CORRETO	ERRADO	ERRADO	ERRADO
Estudante 8	ERRADO	0%	33%	CORRETO	ERRADO	CORRETO	ERRADO	ERRADO	ERRADO
Estudante 9	CORRETO	100%	100%	CORRETO	CORRETO	CORRETO	CORRETO	ERRADO	ERRADO
Estudante 10	CORRETO	100%	66%	CORRETO	CORRETO	CORRETO	CORRETO	ERRADO	CORRETO
Estudante 11	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
Estudante 12	CORRETO	100%	100%	CORRETO	CORRETO	CORRETO	CORRETO	ERRADO	ERRADO
Estudante 13	ERRADO	20%	0%	ERRADO	ERRADO	ERRADO	ERRADO	ERRADO	ERRADO
Estudante 14	CORRETO	100%	33%	CORRETO	CORRETO	CORRETO	CORRETO	CORRETO	CORRETO
Estudante 15	CORRETO	40%	66%	ERRADO	CORRETO	CORRETO	ERRADO	ERRADO	CORRETO
Estudante 16	CORRETO	0%	100%	ERRADO	CORRETO	CORRETO	CORRETO	ERRADO	CORRETO
Estudante 17	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
Estudante 18	CORRETO	60%	66%	ERRADO	CORRETO	CORRETO	ERRADO	ERRADO	CORRETO
Estudante 19	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
Estudante 20	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
Estudante 21	CORRETO	40%	0%	ERRADO	ERRADO	CORRETO	ERRADO	CORRETO	ERRADO
Estudante 22	CORRETO	100%	100%	CORRETO	CORRETO	CORRETO	ERRADO	ERRADO	ERRADO
Estudante 23	CORRETO	80%	100%	CORRETO	CORRETO	CORRETO	CORRETO	ERRADO	CORRETO
Estudante 24	CORRETO	60%	66%	CORRETO	CORRETO	CORRETO	ERRADO	ERRADO	ERRADO
Estudante 25	CORRETO	100%	100%	CORRETO	CORRETO	CORRETO	CORRETO	ERRADO	CORRETO
Estudante 26	CORRETO	60%	100%	CORRETO	CORRETO	CORRETO	CORRETO	ERRADO	CORRETO
Estudante 27	CORRETO	0%	66%	CORRETO	CORRETO	CORRETO	ERRADO	ERRADO	ERRADO
Estudante 28	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
Estudante 29	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA


Tabela 2 – Tabela 2: Resultados Percentuais da Avaliação Hora da revisão

Situação:	Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5	Questão 6	Questão 7	Questão 8	Questão 9
CORRETAS	19			15	18	20	12	3	11
ERRADAS	2			6	3	1	9	18	10
Nota Questão	90%	66%	73%	71%	86%	95%	57%	14%	52%

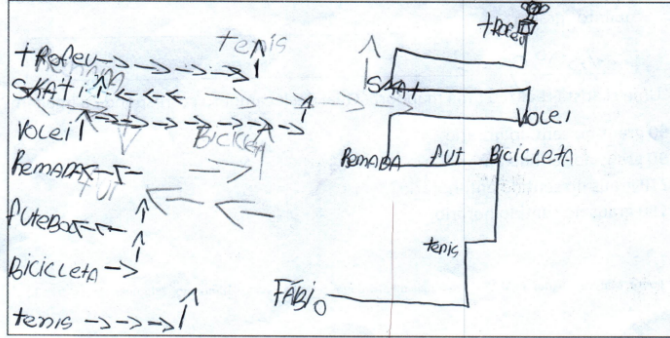
A atividade "Hora da Revisão" foi aplicada com a orientação aos estudantes sobre a necessidade de se levantar o que eles já haviam aprendido sobre o conteúdo de ângulos. Analisando a Tabela 2, verificamos que, a questão um aparentemente não apresenta resultado negativo, porém durante a realização surgiram muitas dúvidas e a necessidade de uma intervenção, realizando a leitura do exemplo descrito no enunciado e explicando no quadro branco, a partir de então os estudantes conseguiram realizar. Podemos notar, nas

soluções propostas vejamos a Figura 51. Uma diferença na maneira de se expressar, por exemplo, um estudante dividiu o problema em partes e depois escreveu o percurso todo, item "a", outros já fizeram direto, item "b" e ainda houve estudante que não conseguiu finalizar o percurso, como na item "c".

Exemplo:


Para chegar até o jogo de tênis, ele deve: 

Para vencer a partida, o jogador deve movimentar o personagem de acordo com os comandos, e passar por todas as atividades esportivas. Após isso, ele deve caminhar até o final, sinalizado por um troféu. Dê um exemplo de quais devem ser os comandos para o Jogador ser campeão?

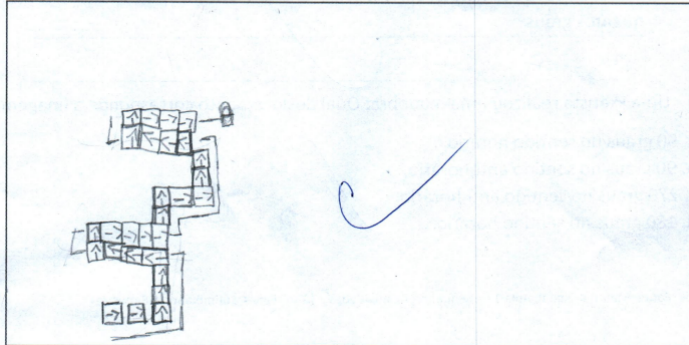


(a)

Exemplo:


Para chegar até o jogo de tênis, ele deve: 

Para vencer a partida, o jogador deve movimentar o personagem de acordo com os comandos, e passar por todas as atividades esportivas. Após isso, ele deve caminhar até o final, sinalizado por um troféu. Dê um exemplo de quais devem ser os comandos para o Jogador ser campeão?

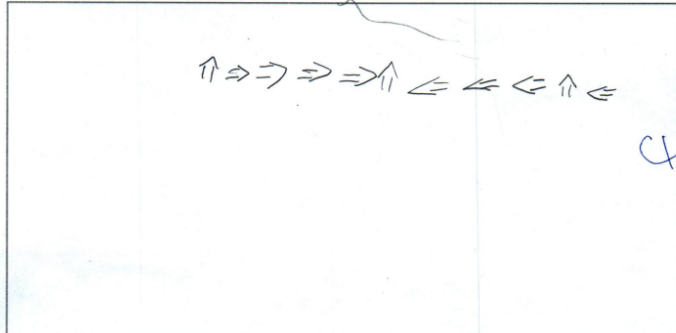


(b)

Exemplo:

Para chegar até o jogo de tênis, ele deve: 

Para vencer a partida, o jogador deve movimentar o personagem de acordo com os comandos, e passar por todas as atividades esportivas. Após isso, ele deve caminhar até o final, sinalizado por um troféu. Dê um exemplo de quais devem ser os comandos para o Jogador ser campeão?



(c) Solução incompleta

Figura 51 – "Hora da Revisão" Questão 1, fonte: próprio autor

Continuando a análise dos resultados da Tabela 2, a questão dois e três não estão aferidas por certo ou errado, pois a pergunta dois é de associação conceitual e a três de resposta escrita. Na questão dois pede se para de ligar os ângulos a uma possível classificação, eles(alunos) ficaram bem confusos, alegaram ter muitas alternativas diferentes e já não lembravam daquele assunto.

2- Associe as duas colunas:

(a) Ângulo menor que 90°	(B) Ângulo de 90° (reto) X
(b) Ângulo ou giro de meia volta	(A) Ângulo agudo ✓
(c) Ângulo ou giro de um quarto de volta	(C) Ângulo de 180° (raso) X
(d) Ângulo ou giro de uma volta completa	(E) Ângulo obtuso ✓
(e) Ângulo maior que 90° e menor que 180°	(D) Ângulo de 360° ✓

(a) Incorreta

2- Associe as duas colunas:


(a) Ângulo menor que 90°	(c) Ângulo de 90° (reto) ✓
(b) Ângulo ou giro de meia volta	(A) Ângulo agudo ✓
(c) Ângulo ou giro de um quarto de volta	(B) Ângulo de 180° (raso) ✓
(d) Ângulo ou giro de uma volta completa	(E) Ângulo obtuso ✓
(e) Ângulo maior que 90° e menor que 180°	(D) Ângulo de 360° ✓

(b) Correta

Figura 52 – Análise da questão dois, fonte: próprio autor

Na questão três também registramos muitos erros e dificuldades principalmente com o grau, na Figura 53 na item "c", ele foi confundido com o símbolo de primeiro.

3- Observe e analise a imagem de um relógio analógico. Em relação ao ponteiro dos minutos, considere que uma volta inteira dará 360 graus.



a. Observamos que o relógio foi dividido em 4 partes. Qual fração corresponde cada parte?

b. Quantos minutos temos em 1/4 de hora? Qual a medida do ângulo formado entre as divisões do relógio?

c. Se uma volta completa corresponde a 360°, então meia-volta corresponde a quantos graus?

Figura 53 – Solução Q.2 da "Hora da Revisão" fonte: próprio autor.

Analisando os dados da questão 4, percebemos que seis estudantes erraram, o desafio aqui durante a realização da atividade, foi a interpretação para qual sentido o skatista estava girando, após intervenção alguns conseguiram.

As questões cinco e seis não houve maiores dificuldades, eles conseguiram atender o enunciado. Na questão seis, havia um veículo na casa de Vitor e deveria chegar ao estacionamento do campo de futebol pelo percurso mais curto, encontraram com facilidade

a solução, como pode ser visto na Figura 54 o estudante relacionou corretamente o ângulo de 90°, usando corretamente o fato de virar à direita.

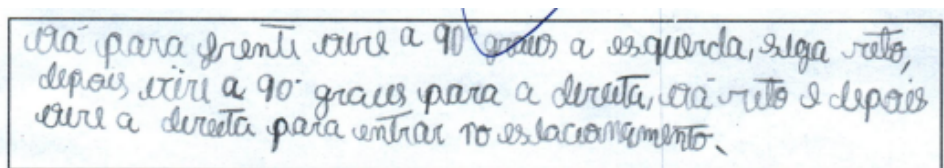


Figura 54 – Solução Q.6 da "Hora da Revisão" fonte: próprio autor.

Agora note que, nos dados da Tabela 2, a questão sete, oito e nove tiveram índices bem abaixo do esperado. Com apenas 57% de acertos a questão sete solicitava ao aluno o fato do carro destacado gira-se em sentido contrário, ou seja, realiza-se o retorno. Novamente o fato de girar associado ao sentido horário e anti-horário foram o fato de maiores dúvidas, a Figura 55 item "a" abaixo mostra uma atividade assinalada corretamente e no item "b" uma resposta incorreta.

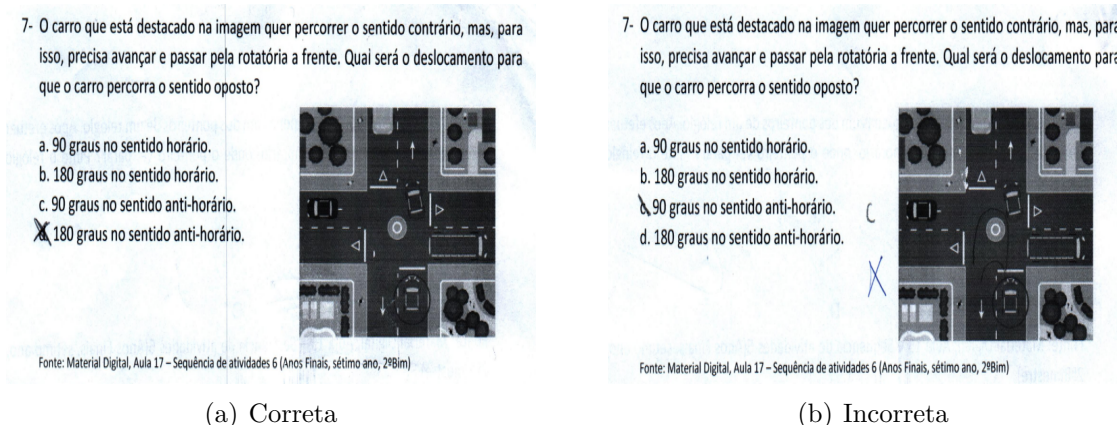
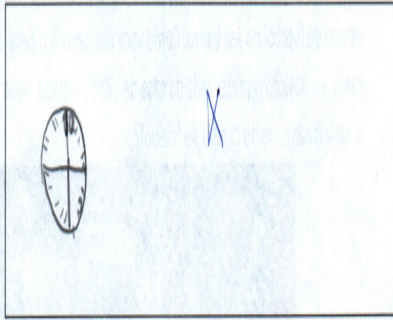


Figura 55 – Solução Q.7 da "Hora da Revisão" fonte: próprio autor.

Já a atividade de número oito foi a atividade de maior obstáculo para os estudantes, pois como vemos na tabela 2, uma porcentagem de apenas quatorze por cento de acertos. O enunciado informa que um relógio está marcando 15:00 horas não mostrando o desenho, além disso, informa sobre dois ângulos entre os ponteiros do mesmo, sendo um ângulo interno e outro externo aos ponteiros. Durante a realização dessa questão houve muita dúvida, principalmente sobre a interpretação e também dúvidas de como desenhar o relógio analógico. Na Figura 56 item "a", vemos primeiramente um estudante com dificuldade no desenho e com alternativa incorreta. Ao lado, item "b" temos um desenho até considerável, mas a alternativa também está incorreta. Acreditamos que não deveria ser obstáculo para um sétimo ano o fato de desenhar um relógio, porém realmente sentimos a necessidade de investir neste contexto.

8- (Material digital, Adaptado) Um relógio de ponteiros está marcando 15:00, desenhe o relógio e responda. Os 2 ângulos formados pelos ponteiros desse relógio, às 15:00 horas, medem:

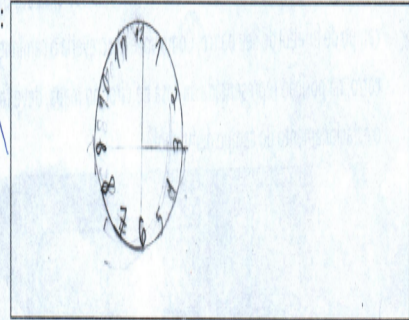
- ~~a. 90° e 180°.~~
- b. 90° e 270°.
- c. 140° e 220°.
- d. 60° e 120°.



(a)

8- (Material digital, Adaptado) Um relógio de ponteiros está marcando 15:00, desenhe o relógio e responda. Os 2 ângulos formados pelos ponteiros desse relógio, às 15:00 horas, medem:

- a. 90° e 180°.
- b. 90° e 270°.
- c. 140° e 220°.
- d. 60° e 120°.



(b)

Figura 56 – Solução Q.8 da "Hora da Revisão" fonte: próprio autor.

Por fim, na última questão temos um índice até razoável, com cinquenta por cento de acertos, objetivo desta questão é avaliar o conhecimento dos alunos sobre a classificação dos triângulos quanto aos ângulos.

8.2 Resultados da Avaliação Final

A avaliação final foi elaborada para certificarmos se houve ou não, progresso na aprendizagem, aplicada agora à vinte e seis estudantes e com ênfase em ângulos e novamente ofertado duas aulas para sua realização. O processo de elaboração e planejamento levou - se em consideração os resultados da avaliação "Hora da Revisão" dispostos na seção anterior. Algumas questões foram repetidas na íntegra, ou com alguma alteração e novas questões foram inseridas. Em resumo, as questões foram planejadas da seguinte maneira:

Questão 1 - Inédita, conceitual e de associação.

Questão 2 - É exatamente a mesma questão da avaliação diagnóstica.

Questão 3 - Rosa dos Ventos trabalhada nas atividades em sala.

Questão 4 - Inédita.

Questão 5 - Igual a questão 3 da avaliação diagnóstica, porém com algumas alterações.

Questão 6 - Igual a questão 7 da avaliação diagnóstica.

Questão 7 - Igual a questão 8 da avaliação diagnóstica.

Questão 8 - Igual a questão 9 da avaliação diagnóstica.

Novamente os dados de correção podem ser vistos na Tabela 3 e foram organizados em percentuais na Tabela 4, que passamos a analisar a partir de agora.

Tabela 3 – Tabela 3: Resultados da Avaliação Final

Nome	Quest 1	Quest 2	Quest 3	Quest 4	Quest 5	Quest 6	Quest 7	Quest 8	Quest 9
Estudante 1	Certo	Certo	Certo	Certo	100%	Certo	Certo	100%	Certo
Estudante 2	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
Estudante 3	Certo	Certo	Errado	Certo	0%	Errado	Certo	0%	Errado
Estudante 4	Certo	Errado	Certo	Certo	50%	Errado	Errado	33%	Errado
Estudante 5	Certo	Certo	Certo	Certo	100%	Certo	Errado	100%	Certo
Estudante 6	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
Estudante 7	Certo	Certo	Certo	Certo	0%	Certo	Certo	100%	Certo
Estudante 8	Certo	Errado	Certo	Certo	0%	Certo	Errado	0%	Errado
Estudante 9	Certo	Certo	Certo	Certo	100%	Errado	Errado	100%	Certo
Estudante 10	Certo	Certo	Certo	Certo	50%	Certo	Certo	100%	Certo
Estudante 11	Errado	Certo	Certo	Errado	50%	Errado	Errado	100%	Errado
Estudante 12	Certo	Certo	Certo	Certo	100%	Certo	Errado	100%	Certo
Estudante 13	Certo	Certo	Certo	Certo	50%	Errado	Errado	100%	Certo
Estudante 14	Certo	Certo	Certo	Certo	0%	Certo	Certo	100%	Certo
Estudante 15	Certo	Certo	Errado	Errado	0%	Errado	Certo	100%	Certo
Estudante 16	Certo	Certo	Certo	Errado	0%	Errado	Errado	100%	Certo
Estudante 17	Certo	Errado	Errado	Errado	0%	Errado	Errado	100%	Errado
Estudante 18	Errado	Errado	Certo	Errado	0%	Errado	Certo	100%	Certo
Estudante 19	Errado	Certo	Certo	Errado	100%	Certo	Errado	60%	Errado
Estudante 20	Certo	Errado	Errado	Errado	0%	Errado	Errado	0%	Errado
Estudante 21	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
Estudante 22	Certo	Errado	Certo	Certo	100%	Certo	Certo	0%	Errado
Estudante 23	Errado	Certo	Certo	Certo	0%	Errado	Certo	100%	Errado
Estudante 24	Certo	Certo	Certo	Errado	0%	Errado	Errado	30%	Certo
Estudante 25	Errado	Errado	Errado	Errado	0%	Errado	Errado	30%	Errado
Estudante 26	Certo	Certo	Certo	Certo	100%	Certo	Certo	100%	Certo
Estudante 27	Certo	Certo	Certo	Certo	0%	Certo	Certo	100%	Errado
Estudante 28	Errado	Certo	Certo	Errado	0%	Certo	Certo	100%	Errado
Estudante 29	Certo	Certo	Certo	Certo	100%	Errado	Certo	100%	Certo
Estudante 30	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA

Tabela 4 – Tabela 4: Resultados Percentuais da Avaliação Final

Situação	Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5	Questão 6	Questão 7	Questão 8	Questão 9
Certo	20	19	21	16		12	13		14
Errado	6	7	5	10		14	13		12
NOTA	77%	73%	81%	62%	38%	46%	50%	74%	54%

Inicialmente note que a primeira questão houve setenta e sete por cento de acertos, o objetivo dessa questão é verificar a relação ângulo e giro de uma volta. Já a questão dois foi repetida e notamos uma melhora de sete pontos percentuais. Na questão três, com um resultado expressivo de oitenta e um por cento de acertos, nos chama atenção para um possível facilitador foi o fato dos estudantes terem realizado problemas com situações parecidas e com diferentes estratégias. A contextualização de ângulos e giros com a Rosa dos ventos também foi muito interessante para eles e colaborou sem dúvida para uma aprendizagem significativa.

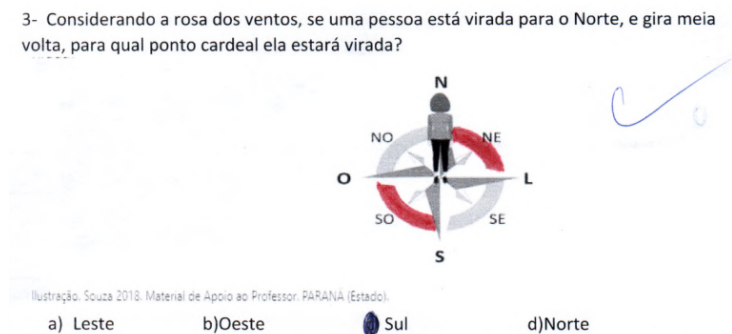


Figura 57 – Questão 3, "Avaliação Final", fonte: próprio autor

A questão quatro teve um percentual de acertos mais baixo que o esperado, apenas sessenta e dois por cento. A questão em si, sintetiza o principal objetivo da habilidade desenvolvida, o que pode ter ocorrido é a insegurança, uma vez que a questão não possui desenho como facilitador de resolução. Na Figura 58 no item "a", é possível verificar uma solução correta, além disso, o aluno fez o desenho para facilitar a interpretação, uma vez que não foi pedido pelo enunciado, podemos concluir a importância de pedir e incentivar a turma à desenhar antes mesmo de procurar qualquer solução. Já o item "b" temos uma solução incorreta.

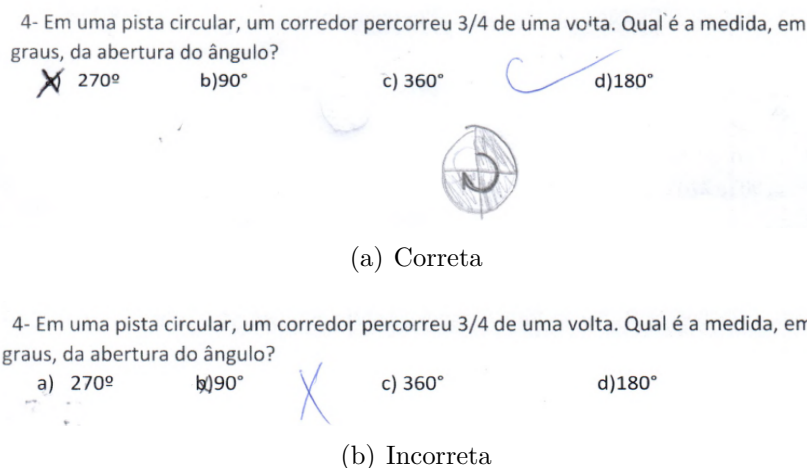


Figura 58 – Questão 4, "Avaliação Final" fonte: próprio autor

A questão cinco é a mesma número três da avaliação "Hora da Revisão", porém agora com algumas alterações, mesmo com diversas atividades realizadas durante o percurso de aprendizagem, alguns estudantes não conseguiram atender o enunciado, outros deixaram em branco, enfim apenas trinta e oito por cento responderam de forma correta. Na Figura 59 no item "a" o estudante responde corretamente, porém não escreve o tempo em minutos relacionado a $\frac{1}{4}$ da hora na alternativa b. Já no item "b" o estudante escreve perfeitamente o que é pedido pelo enunciado.

5- Observe e analise a imagem de um relógio analógico. Em relação ao ponteiro dos minutos, considere que uma volta inteira dará 360 graus.



Fonte: Aprender Sempre (p. 174, 2024).

a. Observamos que o relógio foi dividido em 4 partes. Quantos minutos equivalem à $2/4$ de volta?

30 minutos ✓

b. Quantos minutos temos em $1/4$ de hora? Qual a medida do ângulo formado entre as divisões do relógio?

$\frac{1}{4}$ 90° graus ✓

(a) Q.5 Correta

5- Observe e analise a imagem de um relógio analógico. Em relação ao ponteiro dos minutos, considere que uma volta inteira dará 360 graus.



Fonte: Aprender Sempre (p. 174, 2024).

a. Observamos que o relógio foi dividido em 4 partes. Quantos minutos equivalem à $2/4$ de volta? 30 minutos ✓

b. Quantos minutos temos em $1/4$ de hora? Qual a medida do ângulo formado entre as divisões do relógio? tem 15 minutos um quarto de volta, e o ângulo é de 90° graus no relógio ✓

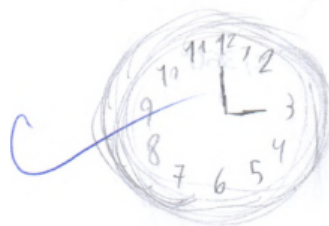
(b) Q.5 Correta

Figura 59 – Questão 5, Avaliação Final, fonte: próprio autor

Na questão seis, por sinal a mesma questão sete da avaliação diagnóstica, se compararmos o percentual de acertos, percebemos um regresso, de cinquenta e sete por cento caiu para quarenta e seis por cento. Já a questão sete é a mesma que a número oito, da avaliação "Hora da Revisão", é possível identificar uma melhora considerável, de dezoito por cento evoluiu para cinquenta por cento. Essa é a questão do relógio e dos ângulos formados entre os ponteiros. Consideramos importante ressaltar para o estudante, o fato deles formarem dois ângulos e não apenas um. Observando as Figura 60 item "a", essa evolução é confirmada, no item "b" o estudante não apenas assinalou corretamente, mas inseriu os símbolos das ângulos entre os ponteiros. É bom lembrar que alguns ainda se perdem no horário como mostra o item "c", mas deu tudo certo.

7- (Material digital, Adaptado)Um relógio de ponteiros está marcando 15:00, desenhe o relógio e responda. Os 2 ângulos formados pelos ponteiros desse relógio, às 15:00 horas, medem:

- a. 90° e 180° .
- b. 60° e 120° .
- c. 140° e 220° .
- d. 90° e 270° .



(a) Questão 7

7- (Material digital, Adaptado)Um relógio de ponteiros está marcando 15:00, desenhe o relógio e responda. Os 2 ângulos formados pelos ponteiros desse relógio, às 15:00 horas, medem:

- a. 90° e 180° .
- b. 60° e 120° .
- c. 140° e 220° .
- d. 90° e 270° .



(b) Marca corretamente os ângulos

7- (Material digital, Adaptado)Um relógio de ponteiros está marcando 15:00, desenhe o relógio e responda. Os 2 ângulos formados pelos ponteiros desse relógio, às 15:00 horas, medem:

- a. 90° e 180° .
- b. 60° e 120° .
- c. 140° e 220° .
- d. 90° e 270° .



(c) Pequena confusão no horário

Figura 60 – Questão 7, Avaliação Final, fonte: próprio autor

A questão oito da Avaliação Final Figura 61 é a mesma que a nove e aqui também é possível detectar uma melhora significativa na porcentagem de acertos, essa questão trata sobre a classificação dos triângulos em relação aos ângulos, assunto este desenvolvido com os estudantes sempre comparando os ângulos internos do triângulo com o ângulo reto. No triângulo caso houvesse um ângulo maior que 90° , classificamos de obtusângulo, caso não houvesse nenhum ângulo maior ou igual 90° , classificamos de acutângulo e se havendo um ângulo reto (90°), classificamos retângulo.

8- É importante lembrar que os triângulos podem ser classificados quanto às medidas de seus ângulos internos. Sabemos que:

- O triângulo retângulo tem um ângulo reto e dois ângulos agudos;
- O triângulo obtusângulo tem um ângulo obtuso e dois ângulos agudos;
- O triângulo acutângulo tem os três ângulos agudos.

Classifique os triângulos a seguir quanto às medidas de seus ângulos:

Figura 61 – Questão 8, Classificação dos triângulos em relação aos ângulos, fonte: próprio autor.

Finalmente a questão nove, com cinquenta e quatro por cento de acertos, pelo fato de ser inédita, não conseguimos comparar os dados para verificar se houve melhora ou não, porém ela traz a classificação dos triângulos em relação aos ângulos de maneira contextualizada com placas de trânsito, como pode ser visto na Figura 62:

9- Observe atentamente a imagem e responda como podemos classificar esse triângulo em relação aos ângulos:

- a) Retângulo
- b) Obtusângulo
- c) Acutângulo
- d) Não pode ser classificado

Figura 62 – Questão 9, Contextualização com placas de trânsito

Podemos ainda, comparar os resultados das avaliações no gráfico Figura 63, uma vez que algumas atividades foram reaplicadas. As perguntas da avaliação hora da revisão estão dispostas na cor azul e com a letra Q seguida do seu número, já as questões da avaliação final, estão escritas e além disso, com a cor vermelha significa que não houve melhora e com a cor verde significa que houve uma evolução.

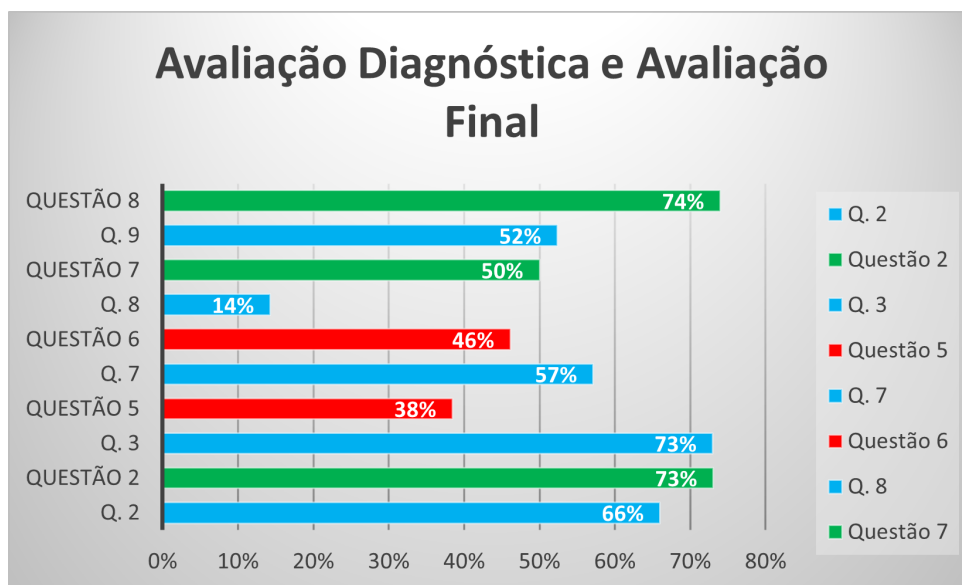


Figura 63 – Questões reaplicadas, fonte: próprio autor

Portanto, consideramos que os resultados apresentados pelos estudantes foram melhores e apresentamos as considerações finais no próximo capítulo.

9 Considerações Finais

Consideramos que os objetivos dessa dissertação foram atingidos, alguns pontos da pesquisa queremos aqui destacar. Sobre o contexto histórico, fica muito claro a necessidade de se difundir para as próximas gerações, outros sistemas de numeração usados na antiguidade e que já fizeram parte do currículo, visto que eles ajudam a compreensão de conceitos fundamentais como por exemplo os ângulos.

Referente as TDIC - Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação, deve estar claro aos docentes as diferenças dos termos OA- Objetos de Aprendizagem, ODA - Objetos Digitais de Aprendizagem, REDs - Recursos Educacionais Digitais e ainda os Recursos Educacionais Abertos, sendo assim, concluímos que, o Painel Escola Total é uma ferramenta pedagógica fundamental para gestores e docentes e sua principal função é levantar dados referentes a escola para viabilizar a construção de ações para melhoria da aprendizagem.

Pesquisamos diversas estratégias para os estudantes, todas elas mostraram - se uma oportunidade de novas aprendizagens. Nesse sentido, a atividade dos relógios trouxe a ênfase na discussão de sempre haver dois ângulos entre os ponteiros das horas e minutos, destacamos também que incentivar o aluno a desenhar o roteiro do enunciado do problema ajuda na solução. Já a Rosa dos Ventos contribuiu para fortalecer a relação ângulo e giro, principalmente o sentido horário e anti-horário, sem falar como a brincadeira ajudou no entusiasmo dos estudantes. Os exercícios contribuíram para a fixação do conteúdo, porém como dito acima, há uma necessidade de aumentar a quantidade dos mesmos. Por fim, a Casa dos Ângulos é sem sombra de dúvida ferramenta indispensável para a classificação dos ângulos.

Os jogos do Matific também foram de fundamental importância, tanto para a compreensão conceitual de ângulo, como também para despertar o interesse dos alunos para a realização das demais atividades. Vale aqui lembrar que o uso da plataforma foi realizado durante o ano todo com a turma do sétimo ano em diferentes objetos de conhecimento, acrescentando muito aos estudantes de diferentes maneiras e sempre com recompensas, há relatos de estudantes que, por diversas vezes, em casa realizavam as atividades atribuídas pelo professor ou ainda quando faltavam, assim que retornavam diziam "professor já fiz Matific", ou seja, o entusiasmo e aprendizagem estavam sempre em evidência.

Além disso, analisando as avaliações é notório a necessidade de organizá - las com antecedência e planejamento. Já com os resultados, é possível destacar a evolução dos estudantes, a começar pela quantidade de alunos que realizaram a "Avaliação Final" em

relação a "Hora da Revisão". Destacamos também a qualidade das soluções apresentadas por eles, visto que melhoraram bastante. Os percentuais avaliados na "Avaliação Final", ficaram melhor distribuídos havendo uma margem menor de variação nos dados, o melhor resultado foi na questão 3 com 81% e o menor foi na questão 5 com 38%, o que não ocorreu na primeira avaliação "Hora da Revisão" onde houve 95% de acertos na questão 6 e apenas 14% na questão 8. Assim, temos um melhor equilíbrio nos índices da "Avaliação Final" o que caracteriza um resultado positivo sobre o que foi proposto e uma real aprendizagem.

10 Referências Bibliográficas

ROQUE, Tatiana; CARVALHO, João Bosco Pitombeira de. Tópicos de História da Matemática. Rio de Janeiro: Sbm, 2012. 467 p.

CABRAL, N. SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS Estrutura e Elaboração. [s.l: s.n.]. Disponível em: <<https://paginas.uepa.br/ghemaz/wp-content/uploads/2021/10/Livro-2017-02-Sequencias-Didaticas-Estrutura-e-Elaboracao.pdf>>.

Disponível em: <<https://www.al.sp.gov.br/repositorio/legislacao/decreto/1983/decreto-21833-28.12.1983.html>>. Acesso em: 2 fev. 2025.

David, A., Souza, B. D. B. de. (2018). O ensino de História no currículo paulista: uma análise dos cadernos do professor. História Ensino, 24(1), 63–82. <https://doi.org/10.5433/2238-3018.2018v24n1p63>

APRENDER SEMPRE VOLUME 1 -PARTE 1 PROFESSOR MATEMÁTICA 2022 6o AO 9o ANO ENSINO FUNDAMENTAL. [s.l: s.n.]. Disponível em: <<http://chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/2019/09/curriculo-paulista-26-07.pdf>>. Acesso em: 2 fev. 2025c.

MARQUES, João Lucas. Geometria Euclidiana Plana. 11. ed. Rio de Janeiro: Sbm, 2012. 280 p.

MUNIZ NETO, Antonio Caminha. Geometria. Rio de Janeiro: Sbm, 2013. 442 p.

ALEXANDRE, Mariana dos Reis. UM ESTUDO SOBRE OBJETOS DIGITAIS DE APRENDIZAGEM NO PROCESSO DE ALFABETIZAÇÃO E LETRAMENTO. 2017. 145 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pósgraduação em Docência Para A Educação Básica, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Bauru, 2017. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/entities/publication/e6afa3e0-aad2-4666-b576-3fe39ae6745d> Acesso em: 05 jan. 2025.

ESPINHEIRA, Ana Patrícia Pinto. INTEGRAÇÃO DE DADOS DE EMPREGABILIDADE EM SISTEMA DE BI. 2019. 223 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Informática, Departamento de Informática, Universidade de Lisboa Faculdade de Ciências, Lisboa, 2019. Disponível em: <https://repositorio.ulisboa.pt/handle/10451/40376> Acesso em: 02 fev. 2025.

EDUCAÇÃO É A BASE. [s.l: s.n.].

Disponível em: <http://chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EF110518_versao_final_site.pdf>

.Acessoem : 20Jan.2025.

OLYMPICS. Atletismo: 100m Masculino - Final | Paris2024 Prova Completa. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=xefgFjzbHs>> .Acessoem : 18Ago.2024.

BI Educação. Disponível em: <<https://escolatotal.educacao.sp.gov.br /Dashboard/ProvaPaulista2024>>.

MENDES, Mateus Luan de Carvalho. Gamificação no ensino de matemática: potencializando a aprendizagem com jogos e aplicativos interativos. 2024. 85 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Profmat, Universidade Federal do Piauí, Teresinha, 2024. Disponível em: <https://sca.profmatsbm.org.br/profmatsbm.php?id1 = 7686id2 = 171058266>. Acessoem : 03ago.2024.

GERÔNIMO, João Roberto; FRANCO, Valdeni Soliani. GEOMETRIA PLANA E ESPACIAL um estudo axiomático. 2. ed. Maringá: Editora da Universidade Estadual de Maringá, 2010. 320 p. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/1gLQLYiqvKT0Qn6uxgzBb-jf3N-hH2l3d/view>. Acesso em: 22 dez. 2024.

DELIBERATIVO, Conselho. Plano Gestão Escolar para Quadriênio 2019-2022. Santa Barbara D'Oeste: Ee Maria Judita Savioli de Oliveira, 2019. 131 p.

RODRIGUES, Ana Caroline Costa. "Recomposição da Aprendizagem Matemática Pós Pandemia no 6º Ano do Ensino Fundamental: Relato de Experiência do Uso da Plataforma Digital Matific". 2024. 75 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Profmat, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2024. Disponível em: <chrome-extension://efaidnbmnmnibpcajpcglclefindmkaj/> <https://acervodigital.ufpr.br/xmlui/bitstream/handle/1884/93546/R>

O melhor recurso de aprendizagem de matemática do mundo para estudantes do ensino fundamental | Matific Matemática. Disponível em: <<https://www.matific.com/bra/pt-br/home/about/>>. Acesso em: 18 Ago. 2024

MORAN, J. Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. [s.l: s.n.]. Disponível em: <https://moran.eca.usp.br/wp-content/uploads/2013/12/metodologias_moran1.pdf> .Acessoem : 21Dez2024

AÇÃO, Currículo em. Vamos Girar parte 1 e 2. São Paulo - Sp: Material Digital, 2024. 23 slides, color.

AÇÃO, Currículo em. Mudando a Direção P.1 e P.2. São Paulo - Sp: Material Digital, 2024. 24 slides, color.

AÇÃO, Currículo em. Aula Matific Ângulos. São Paulo - Sp, 2024. Color. Disponível em:

AÇÃO, Currículo em. Ângulo em Movimento. São Paulo - Sp: Material Digital, 2024. 19 slides, color.

ANEXO A – Avaliação Diagnóstica

Nome _____ n.º _____ série _____

1-(Currículo em ação, Adaptado) Fabio criou um jogo digital com o objetivo de levar o personagem a experimentar atividades esportivas percorrendo o circuito.

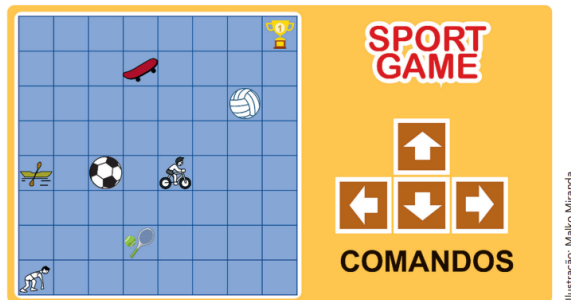


Figura 64 – Currículo em ação (p.19, 2023)

Exemplo: Para chegar até o jogo de tênis, ele deve:

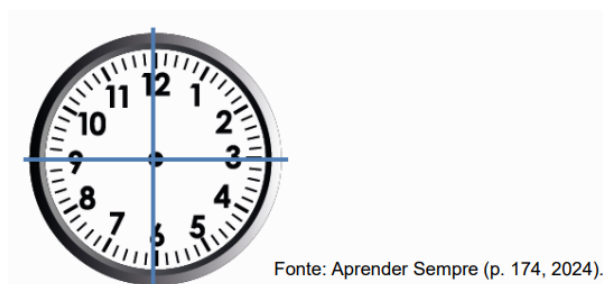


Para vencer a partida, o jogador deve movimentar o personagem de acordo com os comandos, e passar por todas as atividades esportivas. Após isso, ele deve caminhar até o final, sinalizado por um troféu. Dê um exemplo de quais devem ser os comandos para o Jogador ser campeão?

2- Associe as duas colunas:

- | | |
|---|---------------------------|
| (a) Ângulo ou giro de uma volta completa | () Ângulo de 90° (reto) |
| (b) Ângulo ou giro de meia volta | () Ângulo agudo |
| (c) Ângulo ou giro de um quarto de volta | () Ângulo de 180° (raso) |
| (d) Ângulo menor que 90° | () Ângulo obtuso |
| (e) Ângulo maior que 90° e menor que 180° | () Ângulo de 360° |

3- Observe e analise a imagem de um relógio analógico. Em relação ao ponteiro dos minutos, considere que uma volta inteira dará 360 graus.



a. Observamos que o relógio foi dividido em 4 partes. Qual fração corresponde cada parte?

b. Quantos minutos temos em $1/4$ de hora? Qual a medida do ângulo formado entre as divisões do relógio?

c. Se uma volta completa corresponde a 360° , então meia-volta corresponde a quantos graus?

4- Uma skatista realizou uma manobra. Qual deslocamento corresponde à imagem?

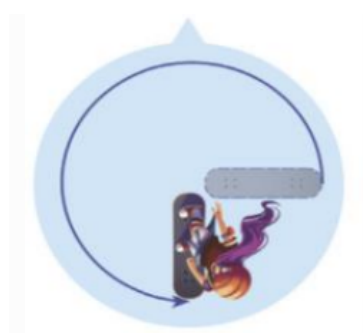


Figura 65 – Fonte: Material Digital, Aula 17 – Sequência de atividades 6 (Anos Finais, sétimo ano, 2º Bimestre)

- a. 90 graus no sentido horário.
- b. 90 graus no sentido anti-horário.
- c. 270 graus no sentido anti-horário.
- d. 180 graus no sentido horário.

5- Observe o relógio.



Observe a figura que representa apenas um dos ponteiros de um relógio. Após efetuar um giro de 90° no sentido anti-horário, onde o ponteiro vai parar? Pinte o relógio correto:

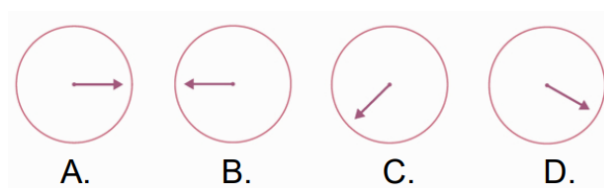


Figura 66 – Fonte: Material Digital, Aula 15 – Sequência de atividades 6 (Anos Finais, sétimo ano, 2º Bimestre)

6- Vitor está fazendo o mapa do trajeto de carro da sua casa até o estacionamento do campo de futebol do seu bairro. Como você descreveria o caminho mais curto que um carro, na posição representada da casa de Vitor no mapa, deve fazer para chegar até o estacionamento do campo de futebol?



Figura 67 – Fonte: Material Digital, Aula 17 – Sequência de atividades 6 (Anos Finais, sétimo ano, 2º Bimestre)

7- O carro que está destacado na imagem quer percorrer o sentido contrário, mas, para isso, precisa avançar e passar pela rotatória a frente. Qual será o deslocamento para que o carro percorra o sentido oposto?



Figura 68 – Fonte: Material Digital, Aula 17 – Sequência de atividades 6 (Anos Finais, sétimo ano, 2º Bimestre)

- a. 90 graus no sentido horário.
- b. 180 graus no sentido horário.
- c. 90 graus no sentido anti-horário.
- d. 180 graus no sentido anti-horário.

8- (Material digital, Adaptado) Um relógio de ponteiros está marcando 15:00, desenhe o relógio e responda. Os 2 ângulos formados pelos ponteiros desse relógio, às 15:00 horas, medem:

- a. 90° e 180° .
- b. 90° e 270° .
- c. 140° e 220° .
- d. 60° e 120° .

9- É importante lembrar que os triângulos podem ser classificados quanto às medidas de seus ângulos internos. Sabemos que:

- O triângulo retângulo tem um ângulo reto e dois ângulos agudos;
- O triângulo obtusângulo tem um ângulo obtuso e dois ângulos agudos;
- O triângulo acutângulo tem os três ângulos agudos.

Classifique os triângulos a seguir quanto às medidas de seus ângulos:

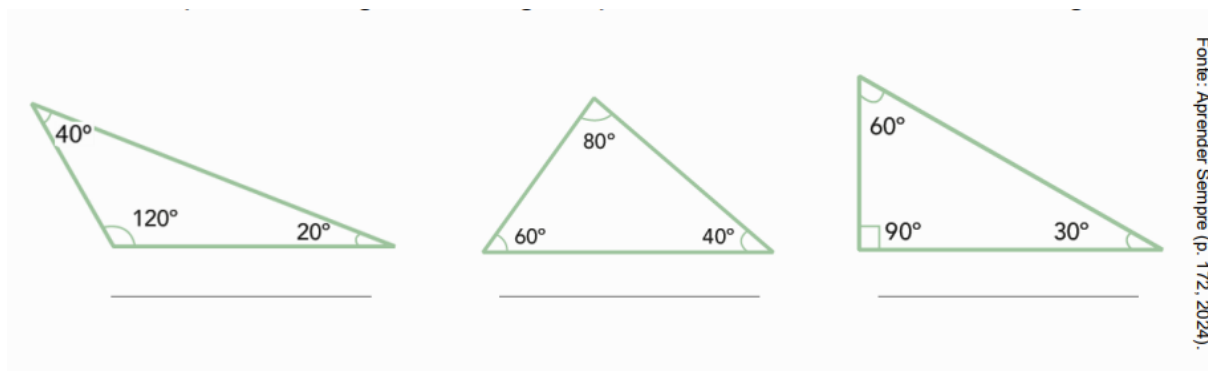


Figura 69 – Fonte: Material Digital, Aula 17 – Sequência de atividades 6 (Anos Finais, sétimo ano, 2º Bimestre)

ANEXO B – Avaliação Final

Nome _____ n^o _____ série _____
 Avaliação Final

1. Qual é a relação entre ângulos e giros?

- a. Um giro completo corresponde a 180 graus.
- b. Um giro completo corresponde a 360 graus.
- c. Não existe relação entre ângulos e giros.
- d. Um giro completo corresponde a 90 graus.

2- Associe as duas colunas:

- | | |
|---|---------------------------|
| (a) Ângulo ou giro de uma volta completa | () Ângulo de 90° (reto) |
| (b) Ângulo ou giro de meia volta | () Ângulo agudo |
| (c) Ângulo ou giro de um quarto de volta | () Ângulo de 180° (raso) |
| (d) Ângulo menor que 90° | () Ângulo obtuso |
| (e) Ângulo maior que 90° e menor que 180° | () Ângulo de 360° |

3. Considerando a rosa dos ventos, se uma pessoa está virada para o Norte, e gira meia volta, para qual ponto cardinal ela estará virada?

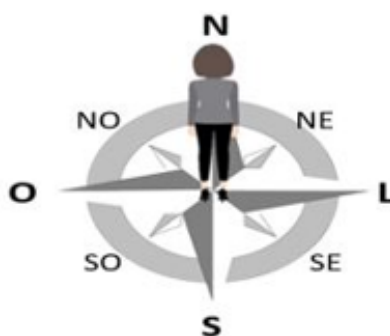


Figura 70 – Fonte: Material Digital, Aula 17 – Sequência de atividades 6 (Anos Finais, sétimo ano, 2^oBimestre)

- a. Leste
- b. Oeste
- c. Sul
- d. Norte

Faz diferença para qual direção ela gira? () Sim () Não

4. Em uma pista circular, um corredor percorreu $\frac{3}{4}$ de uma volta. Qual é a medida, em graus, da abertura do ângulo?

- a. 270° b. 90° c. 360° d. 180°

5- Observe e analise a imagem de um relógio analógico. Em relação ao ponteiro dos minutos, considere que uma volta inteira dará 360 graus.



a. Observamos que o relógio foi dividido em 4 partes. Quantos minutos equivalem à $\frac{2}{4}$ de volta?

b. Quantos minutos temos em $\frac{1}{4}$ de hora? Qual a medida do ângulo formado entre as divisões do relógio?

6- O carro que está destacado na imagem quer percorrer o sentido contrário, mas, para isso, precisa avançar e passar pela rotatória a frente. Qual será o deslocamento para que o carro percorra o sentido oposto?



Figura 71 – Fonte: Material Digital, Aula 17 – Sequência de atividades 6 (Anos Finais, sétimo ano, 2º Bimestre)

- a. 90 graus no sentido horário.
b. 180 graus no sentido horário.
c. 90 graus no sentido anti-horário.
d. 180 graus no sentido anti-horário.

7- (Material digital, Adaptado) Um relógio de ponteiros está marcando 15:00, desenhe o relógio e responda. Os 2 ângulos formados pelos ponteiros desse relógio, às 15:00 horas, medem:

- 90° e 180° .
- 90° e 270° .
- 140° e 220° .
- 60° e 120° .

8- É importante lembrar que os triângulos podem ser classificados quanto às medidas de seus ângulos internos. Sabemos que:

- O triângulo retângulo tem um ângulo reto e dois ângulos agudos;
- O triângulo obtusângulo tem um ângulo obtuso e dois ângulos agudos;
- O triângulo acutângulo tem os três ângulos agudos.

Classifique os triângulos a seguir quanto às medidas de seus ângulos:

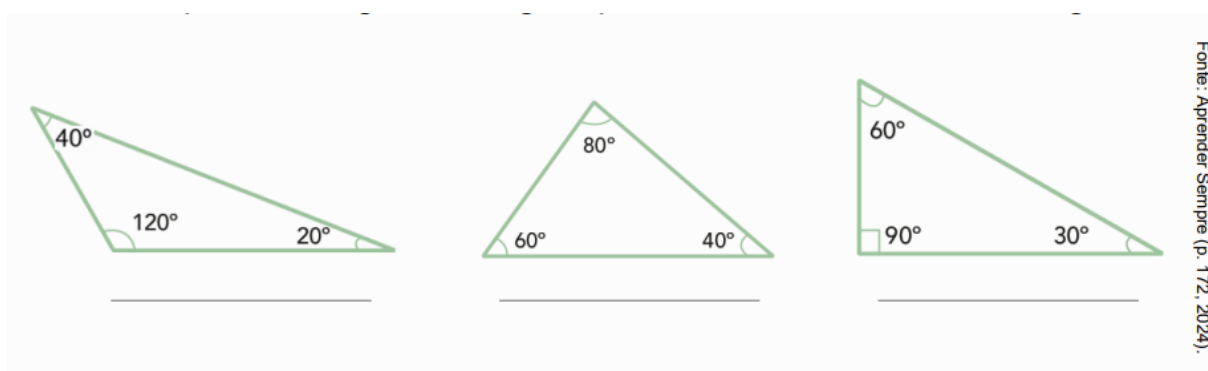


Figura 72 – Fonte: Material Digital, Aula 17 – Sequência de atividades 6 (Anos Finais, sétimo ano, 2º Bimestre)

ANEXO C – Atividades Impressas

Rosa dos Ventos

Você sabe o que é a rosa dos ventos?

É uma representação gráfica, na qual estão indicados os pontos cardeais – Norte (N), Sul (S), Leste (L) e Oeste (O) – e os pontos colaterais – Nordeste (NE), Noroeste (NO), Sudeste (SE) e Sudoeste (SO). No chão da praça do bairro em que Helena mora, há o desenho de uma rosa dos ventos. Ela se posicionou sobre esse desenho da maneira apresentada ao lado.

1- Escreva para qual ponto cardinal Helena vai ficar virada se, a partir da posição anterior, ela girar:

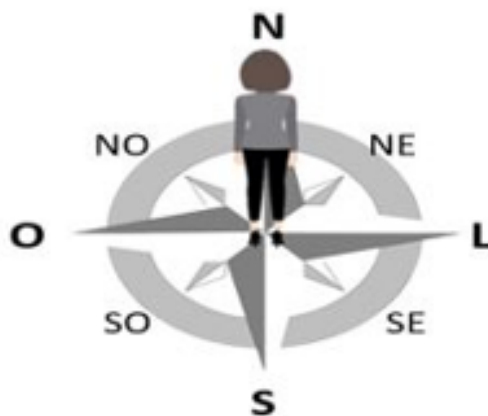


Figura 73 – Fonte: Material Digital Aula 15, Slide 15 e 16

- a) um quarto de volta para a direita;
- b) três quartos de volta para a direita;
- c) meia-volta para a esquerda;
- d) dois quartos de volta para a direita.

Giro de 90° em Malha Quadriculada

2- Imagine que o carro está parado na seta vermelha, o objetivo é chegar ao posto de Combustível seguindo os seguintes passos: Avance 3 significa andar três quadradinhos. Os comandos dados para o desenho são estes: Avance 3; Direita 90°; Avance 2; Esquerda 90°; Avance 3; Direita 90°; Avance 2; Esquerda 90°; Avance 3; Direita 90°; Avance 2; Esquerda 90° ; Avance 3 (o início está indicado pela seta, então comece o desenho no canto superior esquerdo, avance 3 significa andar três quadradinhos).



Fonte: elaborado
para fins didáticos.

Figura 74 – Fonte: Currículo em Ação