

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS HUMANAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

JULIANE DIAS GUILLEN

**SENTIDOS E SIGNIFICADOS DAS OPERAÇÕES
DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DE ALUNOS
DOS ANOS INICIAIS: UM ESTUDO A PARTIR DAS
ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO**

SÃO CARLOS
2025

JULIANE DIAS GUILLEN

**SENTIDOS E SIGNIFICADOS DAS OPERAÇÕES DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO
COM ALUNOS DOS ANOS INICIAIS: UM ESTUDO A PARTIR DE ATIVIDADE
ORIENTADORA DE ENSINO**

Tese apresentada ao Programa de
Pós-Graduação em Educação da
Universidade Federal de São
Carlos, para obtenção do título de
doutora em Educação

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Maria do
Carmo de Sousa

SÃO CARLOS
2025

Guillen, Juliane Dias

Sentidos e Significados das Operações de Multiplicação e Divisão com Alunos dos Anos Iniciais: um Estudo a Partir de Atividade Orientadora de Ensino / Juliane Dias Guillen -- 2025.
190f.

Tese de Doutorado - Universidade Federal de São Carlos, campus São Carlos, São Carlos

Orientador (a): Maria do Carmo de Sousa

Banca Examinadora: Dra. Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes, Klinger Teodoro Ciriaco, Manoel Oriosvaldo de Moura, Wania Tedeschi

Bibliografia

1. Situações Desencadeadoras de Aprendizagem de Matemática. 2. Teoria Histórico-Cultural. 3. Teoria da Atividade. . I. Guillen, Juliane Dias. II. Título.

Ficha catalográfica desenvolvida pela Secretaria Geral de Informática (SIn)

DADOS FORNECIDOS PELO AUTOR

Bibliotecário responsável: Arildo Martins - CRB/8 7180



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Educação e Ciências Humanas
Programa de Pós-Graduação em Educação

Folha de Aprovação

Defesa de Tese de Doutorado da candidata Juliane Dias Guillen, realizada em 14/08/2025.

Comissão Julgadora:

Profa. Dra. Maria do Carmo de Sousa (UFSCar)

Profa. Dra. Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes (UFSM)

Prof. Dr. Klinger Teodoro Ciriaco (UNESP)

Prof. Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura (USP)

Profa. Dra. Wania Tedeschi (IFSP)

O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior – Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Deus, pela oportunidade de ter cursado o doutorado e me dado condições para finalizá-lo.

Aos meus pais, João e Leonice, pelo incentivo e por me acompanharem nas idas aos diversos congressos.

Às minhas irmãs, Francine e Tatiane pela compreensão e apoio ao longo dessa jornada.

Às minhas sobrinhas, Isabela e Giovana, pelo incentivo carinhoso e por estarem sempre dispostas a me ajudar, mesmo nas pequenas tarefas.

À minha orientadora Professora Dra Maria do Carmo de Sousa, pela paciência e preocupação com minhas aprendizagens, pela força nos momentos de dificuldade e fragilidade. Pelas suas valiosas correções e contribuições e por seu exemplo de ser humano e profissional. Sou grata por todo o aprendizado que me proporcionou. Por acreditar em minha capacidade e me fazer ver que era possível realizar esse sonho.

Agradeço à Dra. Carmen Lúcia Brancaglion Passos pela relevante participação no exame de qualificação e pelas valiosas contribuições que muito colaboraram para o aprimoramento deste trabalho. Aos professores da banca examinadora Prof. Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura, Prof.^a Dra Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes, Prof.^a Dr. Klinger Teodoro Ciríaco, Prof.^a Dra Wania Tedeschi, por terem aceitado tão prontamente o convite em apreciar e contribuir ajudando-nos a enriquecer este estudo.

Ao PPGE UFSCar, por todo apoio aos estudantes. Aos docentes do programa que contribuíram direta ou indiretamente com a formação dos pós-graduandos.

Ao Grupo de Pesquisa Formação Compartilhada de Professores – Escola e Universidade (GPEFCom/UFSCar) e ao Grupo de Estudos e pesquisas sobre Atividade Pedagógica (GEPAPe em Rede) pelas valiosas contribuições para minha pesquisa.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

À amiga Prof Dr^a Wuendy Fernanda Cardili, que esteve presente desde a elaboração do projeto para o processo seletivo de ingresso ao Doutorado. Obrigada por todos os momentos juntas, nas risadas, nas lágrimas, nos congressos, pelos conselhos. A ela minha amizade, companheirismo e gratidão.

Às amigas Gabriele, Gisele e Toshi, por me ouvirem, me acolherem e me motivarem a seguir em frente. Vocês foram essenciais em todos os momentos. Muito obrigada! À Adriana Chiari, por cada mensagem de incentivo que sempre aqueceu meu coração. Sou muito grata pela sua amizade.

À minha amiga, Prof.^a Ms. Sthefany Sigolo, por ser uma rede de apoio e escuta constante, trazendo leveza a este percurso e fortalecendo-me para seguir adiante. Sou imensamente grata.

À minha querida amiga Gilmara, que sempre está por perto para me socorrer, especialmente com suas artes incríveis, que tornam minhas aulas muito mais atrativas e envolventes para os alunos. Obrigada pela amizade sincera e pelo companheirismo de sempre!

À minha amiga Maíra, bibliotecária, por embarcar no mundo da imaginação e receber algumas cartas vindo direto do mundo imaginário do Sítio do Picapau amarelo e guardar a sete chaves o segredo do pó de pirlimpimpim.

Agradeço à Secretaria Municipal de Educação e a direção da EMEB Prof. Afonso Fioca Vitali pela autorização, disponibilização do espaço e viabilização da realização desta pesquisa, além da confiança atribuída ao meu trabalho como professora.

À diretora Prof^a Dr^a Melina Thaís da Silva Mendes pela amizade e pelas palavras de incentivo quando o desânimo abatia.

Aos pais dos alunos, por autorizarem a realização da pesquisa, apoiando e acreditando no meu trabalho. Obrigada pela amizade, pelos bolos, chocolates, presentes recebidos.

Aos queridos alunos sujeitos da pesquisa, que festejavam todas as vezes que chegava uma nova carta da Emília. Nunca esquecerei o brilho no olhar de vocês. Sem a confiança que tiveram em mim em aceitar as aulas, nada disso seria possível. Com vocês conseguimos realizar várias visitas a lugares públicos inclusive a UFSCar, sonho que estudem lá, pois como sempre falei a universidade é pública e para todos. Vocês serão inesquecíveis!

A todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização desta pesquisa.

Há escolas que são gaiolas e há escolas que são asas

Escolas que são gaiolas existem para que os pássaros desaprendam a arte do voo.

Pássaros engaiolados são pássaros sob controle.
Engaiolados, o seu dono pode levá-los para onde quiser.
Pássaros engaiolados sempre têm um dono. Deixaram de ser pássaros.
Porque a essência dos pássaros é o voo.

Escolas que são asas não amam pássaros engaiolados.
O que elas amam são pássaros em voo.
Existem para dar aos pássaros coragem para voar.
Ensinar o voo, isso elas não podem fazer, porque o voo já nasce dentro dos pássaros.
O voo não pode ser ensinado. Só pode ser encorajado.
Rubem Alves (2009, p.29)

RESUMO

Este estudo teve como objetivo o sentido e significado manifestados por alunos no ensino das operações de multiplicação e divisão no contexto escolar. Utilizamos como fundamentação a Teoria Histórico-Cultural, com ênfase na Teoria da Atividade e na Atividade Orientadora de Ensino (AOE) e foi conduzida pela seguinte questão: quais são os sentidos e significados dos conceitos de multiplicação e divisão manifestos por alunos dos anos iniciais? O objeto da pesquisa, relacionada ao ensino e a aprendizagem Matemática se desenvolveu em um ambiente escolar, numa abordagem qualitativa. Participaram alunos do 3º e 4º ano dos anos iniciais, durante os anos de 2022 e 2023. Os instrumentos de análise utilizados foram episódios e cenas registrados através de filmagens de atividades produzidas pela professora e desenvolvidas pelos alunos, registros escritos realizados pelos alunos como pela professora também. Fundamentamo-nos teoricamente em autores como Boyer (1996), Caraça (1951), Eves (2004), Ifrah (2007), Kopnin (1978), Leontiev (1978), Moura (2004, 2010), Vigotski (2005, 2009, 2010). Para a constituição das informações, utilizamos os pressupostos teóricos e metodológicos da AOE, onde os alunos participam ativamente das Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (SDA) propostas, procurando soluções para os respectivos problemas. A troca de cartas entre a personagem Emília e os alunos foi o que mobilizou os alunos a resolverem os problemas propostos pela Emília, e assim puderam vivenciar, guardadas as devidas proporções, parte do processo histórico da multiplicação e da divisão constituído pelas diferentes culturas humanas. Defendemos a tese de que a partir de SDA podemos promover a as manifestações de sentidos e significados dos alunos, os quais podem aproximar-se dos significados matemáticos. Quando trabalhamos por meio de SDA podemos considerar a imaginação das crianças, pois o sentido e significado podem manifestar de forma que os alunos consigam formar os conceitos matemáticos. Trabalhar o conceito de multiplicação e divisão na perspectiva da AOE trouxe a possibilidade de desenvolver nos alunos a necessidade e o motivo para se envolverem no processo de pensar conceitos matemáticos de modo significativo. Concluímos que o ensino da matemática, quando orientado pela autonomia e pelo diálogo, possibilita aprendizagens significativas, nas quais os alunos atribuem sentidos e significados aos conceitos, transformando a sala de aula em espaço de descobertas e aprendizagens. Nesse sentido, esperamos que este estudo inspire outros professores a desenvolver práticas que priorizem e valorizem as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de situações-problema, favorecendo a manifestação dos sentidos e significados dos conceitos matemáticos no contexto escolar.

Palavras-chave: situações desencadeadoras de aprendizagem de matemática; teoria histórico-cultural; teoria da atividade.

ABSTRACT

This study explored the meaning and significance students experience when teaching multiplication and division in schools. We used Historical-Cultural Theory as a foundation, with an emphasis on Activity Theory and Teaching Orientation Activity (TEA). The study was guided by the following question: What are the meanings and significance of multiplication and division concepts expressed by elementary school students? The research, related to the teaching and learning of mathematics, was developed in a school setting using a qualitative approach. Participants were third- and fourth-grade elementary school students from 2022 to 2023. The analysis instruments used were episodes and scenes recorded through filming of activities produced by the teacher and developed by the students, written records made by the students and the teacher as well. We based our theory on authors such as Boyer (1996), Caraça (1951), Eves (2004), Ifrah (2007), Kopnin (1978), Leontiev (1978), Moura (2004, 2010), Vygotsky (2005, 2009, 2010). To compile the information, we used the theoretical and methodological assumptions of ESL, where students actively participate in the proposed Learning Trigger Situations (LTS), seeking solutions to their respective problems. The exchange of letters between the character Emília and the students was what mobilized the students to solve the problems posed by Emília, and thus were able to experience, with due respect, part of the historical process of multiplication and division constituted by different human cultures. We argue that through SDA, we can foster students' expressions of sense and meaning, which can then be used to connect them to mathematical meanings. When we work through SDA, we can consider children's imagination, as sense and meaning can manifest in ways that enable students to form mathematical concepts. Working with multiplication and division from a non-linear perspective enabled students to develop the need and motivation to engage in the process of thinking about mathematical concepts meaningfully. We concluded that mathematics instruction, when guided by autonomy and dialogue, enables meaningful learning, in which students assign meaning and significance to concepts, transforming the classroom into a space for discovery and learning. In this sense, we hope that this study will inspire other teachers to develop practices that prioritize and value the strategies used by students in solving problem situations, favoring the manifestation of the senses and meanings of mathematical concepts in the school context.

Keywords: situations that trigger mathematics learning; historical-cultural theory; theory of activity.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Alunos na contação de história pela personagem Emília.....	31
Figura 2 - Multiplicação árabe	48
Figura 3- Tabuleta de divisão suméria	50
Figura 4- Alunos em visita ao Departamento de Metodologia de Ensino da UFSCar	54
Figura 5 - Alunos em visita ao Departamento de Química da UFSCar	65
Figura 6 - Lista de convidados	68
Figura 7- Sugestões de quantidades de docinhos	69
Figura 8- Pó de Pirlimpimpim feito pela professora.....	71
Figura 9 - Paçoquinhas de moscas	73
Figura 10 - Rosquinhas de plantas.....	73
Figura 11- Mousse de algas	74
Figura 12 -Bombons de minhocas.....	74
Figura 13 - Brigadeiros.....	75
Figura 14 - Beijinhos	75
Figura 15 - Solução apresentada pelo grupo 1	76
Figura 16 - - Solução apresentada pelo grupo 2	77
Figura 17 -Tentativas para a solução da situação proposta pelo grupo 3	78
Figura 18 -Solução sugerida pelo grupo 4	79
Figura 19- Conta realizada pelo grupo 4	79
Figura 20 - Solução encontrada pelo grupo 5	80
Figura 21- Operações realizadas pelo grupo 6 para encontrar a solução	81
Figura 22 -Proposta do grupo 1 - Proposta do grupo 1	84
Figura 23 - Sugestão do grupo 2.....	85
Figura 24 - Sugestão do grupo 3.....	88
Figura 25 - Proposta do grupo 4.....	89
Figura 26 - Proposta coletiva de pães e recheios para os sanduíches	90
Figura 27 - Alunos medindo o papel cartão.....	94
Figura 28 - Alunos dando o nó em uma das pontas do barbante para fazer a pipa da multiplicação.....	94
Figura 29 - Alunos colando o barbante no papel cartão para fazer a pipa da multiplicação.....	95

Figura 30 -Aluna apresentando a solução encontrada na pipa da multiplicação	96
Figura 31 -Alunos com a pipa da multiplicação	97
Figura 32 -Aluno lendo a multiplicação após estourar o balão	98
Figura 33 -Aluno realizando a multiplicação na pipa durante a gincana	98
Figura 34 - Aluna mostrando como fez a multiplicação no ábaco	101
Figura 35 - Alunos realizando a multiplicação no ábaco	102
Figura 36 - Multiplicação sugerida pelo aluno	103
Figura 37 - Multiplicação sugerida pelos alunos.....	104
Figura 38 - Alunos realizando a atividade em grupo	123
Figura 39 - Solução apresentada pelo grupo 1	124
Figura 40 - Solução apresentada pelo grupo 2	125
Figura 41 - Solução apresentada pelo grupo 3	126
Figura 42 -Solução apresentada pelo grupo 4	127
Figura 43 - Solução apresentada pelo grupo 5	128
Figura 44 -Solução apresentada pelo grupo 6	129
Figura 45 - Alunos repartindo os confetes.....	136
Figura 46 - Estratégia utilizada pelo grupo 1	139
Figura 47- Estratégia utilizada pelo grupo 6	139
Figura 48- Estratégia utilizada pelo grupo 2	140
Figura 49- Estratégia utilizada pelo grupo 3	140
Figura 50- Estratégia utilizada pelo grupo 5	141
Figura 51- Estratégia utilizada pelo grupo 4	141
Figura 52 - Alunos após a participação da gincana do balão estourado da multiplicação.....	143
Figura 53- Princípio da multiplicação chinesa	155
Figura 54 - Alunos em conversa com a professora da UFSCar	171
Figura 55- Slides do material digital do 2º ano Currículo em ação 2024” resolvendo problemas de multiplicação”	173
Figura 56 - Slides do material digital do 2º ano Currículo em ação 2024 com exemplo de multiplicação com soma de parcelas iguais.....	174
Figura 57 - Slides do material digital do 2º ano Currículo em ação 2024 – atividade de multiplicação	174

Figura 58- Slides do material digital do 3º ano Currículo em ação 2025 “Problemas de multiplicação I”	175
Figura 59 - Slides do material digital do 3º ano Currículo em ação 2025 com problemas de multiplicação	175
Figura 60 - Slides do material do 3º ano Currículo em ação 2025 com problemas de visão em partes iguais.....	176
Figura 61 -Slides do material digital do 3º ano Currículo em ação 2025 iniciando a atividade de divisão em partes iguais.....	176
Figura 62 - Slides do material digital do 3º ano Currículo em ação 2025 com o problema de divisão em partes iguais	177
Figura 63 - Slides do material digital do 3º ano Currículo em ação 2025 com a correção do problema proposto anteriormente de divisão em partes iguais, com a algumas orientações para o professor	177
Figura 64 - Festa de encerramento dos alunos do 4º ano B	179

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Síntese da Pesquisa de Dissertação de Mestrado de Silva (2014)	33
Quadro 2- Síntese da Pesquisa de Dissertação de Mestrado de Galdino (2016)	33
Quadro 3 - Síntese da Pesquisa de Dissertação de Mestrado de Crestani (2016)	34
Quadro 4 - Síntese da Pesquisa de Dissertação de Mestrado de Santos (2016)	35
Quadro 5 - Síntese da Pesquisa de Dissertação de Mestrado de Lópes (2016)	36
Quadro 6 - Síntese da Pesquisa de Dissertação de Mestrado de Amaral (2018)	36
Quadro 7 - Síntese da Pesquisa de Dissertação de Mestrado de Santos (2019)	37
Quadro 8- Características dos alunos participantes	62
Quadro 9 - Primeira carta da Emília	67
Quadro 10 - Resposta a primeira carta da Emília	70
Quadro 11 - Primeira carta enviada pela Emília aos alunos do 4º ano	72
Quadro 12 - Resposta coletiva a Emília de como fazer a contagem dos docinhos	82
Quadro 13 - Carta recebida da Emília pedindo ajuda com a combinação dos sanduíches	82
Quadro 14 - Resposta coletiva para a carta da personagem Emília sobre a combinação dos sanduíches	91
Quadro 15 - Carta sobre a pipa da multiplicação	92
Quadro 16 - Resposta dos alunos como encontraram a solução para a pipa da multiplicação	99
Quadro 17 - Carta recebida sobre a multiplicação no ábaco	100
Quadro 18 - Resposta a personagem Emília contando o que prenderam sobre o zero como guardador de lugar	117
Quadro 19 - Primeira carta com a SDA sobre divisão	119

Quadro 20 - Respostas dos alunos sobre uma solução encontrada para o problema da Emília	122
Quadro 21 - Resposta coletiva sobre a divisão dos docinhos	135
Quadro 22 - Última carta enviada pela personagem Emília com SDA de divisão	137
Quadro 23 - Carta respondida coletivamente sobre a divisão dos docinhos para os amigos do Príncipe Escamado	142

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AOE	Atividade Orientadora De Ensino
CAIC	Centro de Atenção Integral a Criança
CEFAM	Centro Específico De Formação e Aperfeiçoamento do Magistério
EJA	Educação de Jovens e Adultos
PNAIC	Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa
PPP	Projeto Político Pedagógico
UFSCar	Universidade Federal de São Carlos

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	18
1 PROBLEMÁTICA E JUSTIFICATIVA DA PESQUISA	19
1.1 Minha Trajetória Enquanto Aluna E Docente	19
1.2 Justificativa E Problemática De Pesquisa.....	29
2.1 Revisão Bibliográfica Sobre A Temática Investigada	32
2.2 Sentidos E Significados Na Teoria Histórico-Cultural	39
2.3 Movimento Lógico-Histórico Dos Conceitos De Multiplicação E Divisão	45
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	55
3.1 Caracterização Da Pesquisa.....	55
3.2 Caracterização Da Escola.....	60
3.3 Os Sujeitos Da Pesquisa	61
3.4 O Processo De Construção Das Informações	62
3.5 Selecionando as Unidades de Análise	63
4 DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES E ANÁLISE DAS INFORMAÇÕES	66
4.1 Situações Desencadeadoras de a Aprendizagem Propostas Pela Professora.....	66
4.1.1 Uma Festa Para O Príncipe Escamado E Seus Amigos - Operação De Multiplicação – 1º episódio	66
4.1.2 Emília E O Problema Da Contagem Dos Docinhos – Operação De Multiplicação – 2º episódio	71
4.1.3 Combinando Pães E Recheios Operação De Multiplicação – 3º episódio	82
4.1.4 Pipa Da Multiplicação – Vamos Brincar E Aprender? Operação De Multiplicação – 4º episódio	91
4.1.5 Operação De Multiplicação – 5º episódio	99
4.2 SDA – Divisão	118
4.2.1 Partilhando Os Docinhos - Divisão – 11º episódio	118
4.2.2 Partilhando Confetes e Aprendendo a Divisão – 12º episódio	129
4.2.3 Dividindo os docinhos para o Príncipe Escamado – 13º episódio	137

5 EDUCANDO O OLHAR	144
5.1 Imaginação.....	144
5.2 Sentidos E Significados Das Quantidades E Operações.....	147
5.3 Sentido E Significado Para O Zero Como Guardador De Lugar	165
CONSIDERAÇÕES FINAIS	172
REFERÊNCIAS.....	180
APENDICE 1.....	185
APENDICE 2.....	189

APRESENTAÇÃO

A presente pesquisa tem como objetivo responder a seguinte questão: quais são os sentidos e significados dos conceitos de multiplicação e divisão manifestos por alunos dos anos iniciais?

A pesquisa está organizada em cinco seções.

Na primeira Seção 1 procuramos apresentar a tese defendida por nós, a justificativa, a problemática existente em torno da temática e os objetivos da pesquisa. Também procuraremos apresentar um retrospecto da minha formação inicial e continuada e os principais motivos para a realização deste estudo.

A Seção 2 está dividida em dois momentos, no primeiro momento buscamos trazer algumas pesquisas relacionadas com o nosso tema de multiplicação e divisão. No segundo trouxemos pesquisas na literatura buscando aporte teórico que dizem respeito à abordagem histórico-cultural, com o intuito de estabelecer um diálogo entre os diversos autores que favorecessem a compreensão do tema desenvolvido nesta pesquisa.

O percurso metodológico é apresentado na terceira seção. Descrevemos as ações e etapas desta pesquisa, com a metodologia adotada, o contexto escolar, seus participantes e a organização das atividades e como faremos a análise dos dados.

Na seção seguinte apresentaremos a descrição das atividades propostas e a construção das informações de forma detalhada.

Educando o olhar será a nossa quinta seção, onde fizemos a análise de alguns episódio e cenas que consideramos pertinente para esta pesquisa.

Por fim, realizamos as considerações finais, retomando pontos principais da pesquisa, abordando os resultados alcançados e nossas aprendizagens, reflexões como professora e pesquisadora, e nossas perspectivas. As conclusões escritas não se findam aqui, mas constituem uma perspectiva de análise na esperança de encontrar novos olhares para dialogar.

1 PROBLEMÁTICA E JUSTIFICATIVA DA PESQUISA

Esta seção busca situar os leitores sobre os caminhos percorridos, quais as inquietações, as experiências que me motivaram a realização desta pesquisa.

Neste primeiro momento por se tratar de experiências pessoais da pesquisadora, utilizaremos, a primeira pessoa do singular.

1.1 Minha Trajetória Enquanto Aluna E Docente

Este capítulo apresenta a minha trajetória acadêmica, a qual contribuiu de maneira significativa para a constituição deste estudo. Por se tratar de experiências pessoais e decisões que moldaram minha formação, utilizo a primeira pessoa do singular ao relatar fatos, reflexões e aprendizados. Essa escolha visa proporcionar ao leitor uma compreensão clara do percurso que fundamentou o desenvolvimento desta pesquisa, tornando explícitas as experiências que influenciaram minhas escolhas metodológicas e teóricas.

A minha história como docente iniciou quando ingressei como estudante no Centro Específico de Formação e Aperfeiçoamento do Magistério (CEFAM¹) no ano de 1997, curso que tinha como propósito a formação de professores para a Educação Infantil e Ensino Fundamental I e funcionava em período integral com duração de 4 anos, saíamos com a formação no ensino médio e magistério. O CEFAM foi um projeto que teve início no Estado de São Paulo em 1988 e findou-se em 2005.

O CEFAM funcionava em dois períodos, sendo que o primeiro era destinado ao cumprimento de aulas regulares e pedagógicas enquanto que no segundo horário, era reservado às atividades pedagógicas de enriquecimento curricular e também destinada ao estágio supervisionado. Todos os alunos matriculados no CEFAM tinham direito a uma bolsa de estudos durante os quatros anos, equivalente a um salário mínimo, referente ao Piso Nacional de Salário, mas para ter direito a essa remuneração mensal o aluno precisava ser

¹Para saber mais sobre a história do CEFAM, ler (Saviani, 2009); (Freitas, 1999); (Gatti; Nunes, 2009) entre outros.

assíduo, ter bom rendimento escolar, caso contrário, o aluno que fosse retido perdia sua vaga e era convidado a se retirar do CEFAM.

Durante o curso, tive professores que marcaram minha vida positivamente aumentando o meu desejo de prosseguir na educação.

Aos 18 anos concluí o curso do magistério e minhas primeiras experiências em sala de aula vieram por meio de substituições que fazia para professores da educação básica.

Ao concluir o magistério no ano de 2000, a dúvida por qual curso superior seguir surgiu: estava em dúvida entre licenciatura em Pedagogia ou Matemática. Optei por cursar Pedagogia em uma Faculdade Particular para dar continuidade aos meus estudos que havia iniciado no Magistério, pois a atual Lei de Diretrizes e Bases da Educação – Lei 9394/96, no artigo 62 dizia que

A formação de docentes para atuar na educação básica far-se-á em nível superior, em curso de licenciatura, de graduação plena, em universidades e institutos superiores de educação, admitida, como formação mínima para o exercício do magistério na educação infantil e nas quatro primeiras séries do ensino fundamental, a oferecida em nível médio, na modalidade Normal (Brasil, 1996, art. 62)

Durante a graduação, algumas teorias de aprendizagem foram aprofundadas, como as de Piaget e Vigotski². Muitas leituras sobre educação, escola, psicologia, sociologia e filosofia foram realizadas e pude me aprofundar um pouco mais na área da Educação que tanto me fascinava.

Finalizada a graduação em Pedagogia, no ano de 2004 comecei a cursar Licenciatura em Matemática na UNESP de Presidente Prudente e finalizei na UFSCar, onde sempre quis estudar, pois sempre foi uma das matérias do Ensino Fundamental e Médio que me fascinava, e agora como professora sentia a necessidade de buscar meios para melhorar as minhas aulas, já lecionava como professora eventual³ no Estado nesta época.

No ano 2006, com formação no magistério e em Pedagogia, ingressei como professora efetiva na educação infantil na Rede Municipal do interior do Estado de São Paulo. Trabalhei na educação infantil por dois anos. Durante um

² Neste estudo será usada a grafia Vigotski, pois usamos como referência os estudos de Prestes (2010).

³ Professor eventual é aquele que assume as aulas quando o professor efetivo precisa faltar.

ano trabalhei com crianças na faixa etária de 2-3 anos, pensava que o curso de magistério me daria suporte para trabalhar com aquelas crianças, porém foram as interações com as professoras mais experientes que me auxiliavam nos planejamentos semanais com sugestões de atividades.

Em 2007 resolvi prestar um novo concurso, desta vez para professora do Ensino Fundamental I, da mesma Rede Municipal em que já trabalhava. Em 2008 fui efetivada no Ensino Fundamental e como naquela época não podia acumular cargo, optei por ficar apenas no Ensino Fundamental.

Ao entrar na sala de aula de 1º ano a insegurança em torno da organização do ensino tomou conta de mim, pois nunca tinha tido uma sala de aula minha, até então, minha experiência com os anos iniciais era como professora eventual, cada dia estava em uma sala de aula, com alunos diferentes e em muitas vezes escolas diferentes também. Agora eu tinha sob minha responsabilidade alunos do 1º ano.

Tinha em mente que precisava construir uma relação com os meus alunos, principalmente em relação ao ensino da matemática, já que neste mesmo ano estava realizando o Trabalho de Conclusão de Curso, cujo tema foi “Percepções de crianças do 1º ano do Ensino Fundamental sobre o conceito de número”. Foi uma oportunidade de perceber como que os alunos entendiam e se apropriavam do conceito de número. Naquele momento, as questões do ensino de Matemática, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, passaram a fazer parte do meu cotidiano.

Além disso, naquele mesmo ano, na condição de licencianda em Matemática, foi possível observar, durante os estágios realizados em escolas da Educação Básica, que os alunos apresentavam a mesma dificuldade constatada na sala de aula onde lecionava. Esta situação me causou inquietação e manteve minha vontade de aprofundar minhas reflexões a respeito da apropriação do conceito numérico.

Durante o curso de magistério lembro-me do professor de matemática, professor Marcos, trabalhar em grupo pelo menos uma vez por semana. Era ele que formava os grupos onde um ajudava o outro a resolver os exercícios proposto por ele, construimos maquetes com sólidos geométricos, fazíamos gráficos com contas de água e luz das nossas casas, para ver a média de gastos

da nossa família. Esse professor foi um grande incentivador para eu fazer matemática.

Já na licenciatura em matemática não me lembro muito bem como foi ensinado as operações em matemática, mas me lembro das aulas de metodologia e de estágios, que tínhamos que fazer estágios compartilhados, e não ficar sentados no fundo da sala ouvindo a professora regente. Tive a oportunidade de estagiar em todas as modalidades da educação básica, mesmo trabalhando no período da tarde. Em todas as modalidades que passei, pude perceber que os alunos apresentavam dificuldade na disciplina de matemática, nos anos iniciais, alguns professores tinham receio de ensinar, pois não dominavam o conteúdo, como diz Lorenzato “Considerando que ninguém consegue ensinar o que não sabe, decorre que ninguém aprende com aquele que dá aulas sobre o que não conhece.” (2010, p. 3)

No ano de 2014 ingressei no Mestrado no Programa de Pós-Graduação Profissional em Educação na UFSCar (PPGPE), onde pude aprofundar meus conhecimentos sobre a Teoria Histórico-Cultural (Vigotski), a Teoria da Atividade (Leontiev) e a Atividade Orientadora de Ensino (Moura). Esse conhecimento permitiu compreender algumas dificuldades que os alunos das séries iniciais em relação a apropriação do conceito de número, o que me motivou a pesquisar sobre esse tema na pesquisa de Mestrado.

Nesse mesmo período fui convidada pela Secretaria Municipal de Educação de São Carlos, a fazer parte da equipe de formação de professores do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), onde permaneci até junho de 2018.

Esse projeto consistia em dar formações para os professores das séries iniciais da Rede Municipal nas diversas áreas do conhecimento. Percebia que quando o tema era a Matemática, os professores ficavam mais entusiasmados e diziam que eles tinham dificuldade em ensinar a matemática para os seus alunos.

Durante esses anos que participei do PNAIC, fui percebendo a dificuldade e os desafios que os professores das séries iniciais encontravam para ensinar matemática para os seus alunos, umas das dificuldades apresentadas pelos professores era em relação ao ensino de multiplicação e divisão. Relatos de

colegas de profissão diziam que tinham insegurança de ensinar a multiplicação e divisão para seus alunos, por acharem muito difícil acabavam ensinando apenas o algoritmo de forma mecânica, onde os alunos eram levados a resolver lista de exercícios para “decorarem” a maneira de se resolver a multiplicação e a divisão.

Voltando alguns anos para a minha infância, sempre gostei de ler *Reinações de Narizinho* (Monteiro Lobato), mas enquanto criança e estudando em uma escola tradicional da cidade não me preocupava com os significados das palavras que apareciam nas histórias. Mas ao começar a lecionar, e enquanto professora ao ler os mesmos livros para os meus alunos, comecei a perceber a linguagem imprópria, como por exemplo: “Tia Nastácia, negra de estimação que carregou Lúcia bem pequena, e Emília, uma boneca de pano bastante desajeitada de corpo” (Lobato, 2008, p. 12) “Dona Carochinha botou-lhe a língua – uma língua muito magra e seca – e retirou-se furiosa da vida, a resmungar que nem uma negra beijuda” (Lobato, 2008, p. 19), e muitas vezes precisei adaptar as frases dos livros para um novo contexto. Não podemos negar o fato do referido autor ser um escritor de literatura infantil, mas também não podemos aceitar o uso inapropriado de sua linguagem para a nossa sociedade, não faz parte deste estudo as questões étnico raciais, mas não podemos deixar de dialogar com os nossos alunos sobre o assunto. Apesar disso, nos dias atuais, a bisneta de Monteiro Lobato, Cléo Monteiro, vem realizando um trabalho com a reescrita dos livros em uma linguagem mais apropriada.

Enquanto professora dos anos iniciais, sempre fiz leituras no início das aulas para os alunos, e como disse anteriormente, um dos livros que gosto de ler é *Reinações de Narizinho*, pois os alunos entram no mundo da imaginação e “viajam” junto com a história. Essa prática demonstra como a literatura infantil tem o poder de capturar a atenção das crianças e transportá-las para outros mundos, despertando sua curiosidade, criatividade e desejo de aprender. Esse encantamento com as histórias está diretamente ligado à trajetória da literatura infantil ao longo do tempo.

Charles Perrault foi um dos primeiros autores a escrever especialmente para o público infantil, adaptando contos populares em narrativas voltadas às crianças, como *A Bela Adormecida*, *O Gato de Botas* e *O Pequeno Polegar*. A

partir desse momento, a literatura infantil passou a ganhar espaço, estimulando a imaginação e a reflexão das crianças por meio dos contos de fadas e seus finais felizes. Com isso, surgiram também nomes importantes como Hans Christian Andersen, os irmãos Grimm e Monteiro Lobato. No século XX, a literatura infantil se fortaleceu, sendo valorizada como uma forma de leitura prazerosa, incorporando histórias de aventura e elementos lúdicos. Atualmente, ela exerce um papel ainda mais amplo, contribuindo não apenas para o entretenimento, mas também para o desenvolvimento emocional, social e cognitivo das crianças. A leitura em sala de aula, portanto, não é apenas um momento de descontração, mas uma ferramenta pedagógica fundamental para formar leitores críticos e criativos desde os primeiros anos escolares.

Nesse contexto, a contação de histórias se mostra um recurso pedagógico eficaz, especialmente nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Quando inserida em aulas de Matemática, por exemplo, pode tornar o conteúdo mais atrativo, ao envolver os alunos por meio da imaginação, da criatividade e de experiências significativas. Como destaca Maccarini (2010, p. 74), “o mundo mágico da literatura infantil, o colorido das imagens e a observação e análise de cenas prendem a atenção de qualquer criança, despertando o seu mundo imaginário e sua criatividade.” A literatura, portanto, é capaz de criar pontes entre o universo simbólico e o raciocínio lógico.

Além disso, o uso da Literatura na aula de Matemática pode enriquecer a formação dos alunos ao favorecer o desenvolvimento da imaginação, elemento essencial no processo de aprendizagem. Segundo Campos e Montoito (2010), a imaginação contribui para a argumentação, a interpretação e a resolução de problemas, sendo um recurso presente na própria história da Matemática. Assim, a Literatura Infantil se apresenta como uma ferramenta importante para transformar a sala de aula em um espaço mais participativo, onde o aluno constrói ativamente seu conhecimento e se envolve de forma mais profunda com os conteúdos trabalhados.

Em 2014 a bibliotecária que trabalha ao lado da escola onde atuo, pediu para que eu contasse uma história em comemoração ao Dia Nacional do Livro Infantil, que ocorre no dia 22 de abril, e pediu para que eu viesse caracterizada da personagem Emília. A apresentação foi na biblioteca tanto para os alunos dos anos iniciais como para os da Educação Infantil de uma escola próxima.

Durante a apresentação eu via os olhinhos das crianças brilhando em ver a “boneca” Emília falando com eles, ela não estava somente nos livros, e muitos dos meus alunos não me reconheceram enquanto professora deles. A partir deste ano, todos os anos no mês de abril faço apresentação na Biblioteca no dia Nacional do Livro Infantil.

Em 2020, estava lecionando para uma turma de 5º ano quando as aulas foram suspensas por causa da pandemia de COVID-19⁴. Tudo era muito novo para todos nós, professores e alunos, tínhamos que nos adaptar a uma nova rotina: preparação de videoaulas para serem enviados no WhatsApp, materiais impressos para aqueles que não tinham acesso ao WhatsApp, e aulas on-line para um pequeno grupo uma vez por semana. Com a preocupação em não deixar os alunos sem a leitura diária que estavam acostumados, decidi começar a gravar histórias, uma vez por semana, caracterizada com a personagem Emília e criar um canal no Youtube para que os alunos pudessem ter acesso.

No ano de 2021, novamente com uma turma de 5º ano e com as aulas suspensas por causa da pandemia de COVID-19, comecei a fazer um curso de extensão, intitulado Encontros de Formação compartilhada: Matemática nos Anos Iniciais, oferecido pelo Departamento de Teorias e Práticas Pedagógicas da Universidade Federal de São Carlos, uma das tarefas era proposta no início de maio foi que apresentássemos para os nossos alunos um atividade que envolvesse algum problema do livro “O homem que Calculava” de Malba Tahan, pseudônimo do professor Julio Cesar de Mello e Souza, escolhi o enigma “Os quatro quattros”⁵. Decidi me caracterizar, mais uma vez de Emília e propor esse enigma para os alunos, mas para a minha surpresa, não só os alunos participaram, mas como também seus familiares. Esta experiência me ajudou perceber que a através da contação de história sobre o caso dos Quatro quattros, pela personagem Emília, proporcionou um encantamento nos alunos, saindo da rotina das explicações da professora e dos exercícios do livro didático, os alunos

⁴ A COVID-19 foi uma doença causada pelo coronavírus SARS-CoV-2, identificada em dezembro de 2019 na China. Em março de 2020, a Organização Mundial da Saúde (OMS) declarou a pandemia e coordenou ações globais de prevenção, como uso de máscaras, distanciamento social, higienização e vacinação.

⁵ 06 de maio – Dia Nacional da Matemática: Uma homenagem a Malba Tahan - <https://www.youtube.com/watch?v=4Be-SQJbNec>

pediram para que a Emília voltasse outras vezes com mais problemas matemáticos para eles resolverem.

No ano de 2022 estava lecionando para uma turma de 3º ano do ensino fundamental desta vez com o ensino presencial. Tinha um grande desafio pela frente, após dois anos com o ensino remoto, estávamos voltando ao presencial e com isso tinha 16 alunos para alfabetizar num total de 22 alunos. Os outros 06 alunos, conseguiam ler textos simples, desde que escritos com letra de imprensa maiúscula e escrever palavras e frases simples. Desafio lançado, desafio aceito! Praticamente o 1º semestre foi para alfabetizar esses alunos, e tivemos bons resultados, pois ao final dele já estávamos com 15 alunos alfabéticos em textos simples e 7 alunos alfabéticos em palavras.

Como disse anteriormente a leitura no início das aulas sempre faz parte da minha prática em abril desse ano comecei a ler os livros *Reinações de Narizinho*⁶, de Monteiro Lobato adaptação de Cléo Monteiro, bisneta de Monteiro Lobato que conheci através das redes sociais. Ao final de cada livro os alunos pediam para eu começar o próximo, só que de início eu só tinha o volume 1 e o volume 2, claro que comprei o volume 3 também, assim que foi lançado, para dar continuidade às histórias. O interesse pelas histórias do Sítio do Picapau Amarelo se expandiu também para outros espaços escolares, em que os alunos perguntavam para os outros professores se eles conheciam e se gostavam também e chegavam a contar alguns trechos que tinham mais gostado da leitura diária.

Percebendo esse interesse com as histórias do Sítio do Picapau Amarelo e com os personagens que lá viviam, pensamos em elaborar atividades que envolvesse tanto a matemática como os personagens do Sítio.

Ainda durante o ano de 2022, com os alunos do 3º ano, no segundo semestre propus para os alunos que cada um fosse autor de um livro, no início eles não entenderam muita coisa, mas ficaram encantados com essa proposta, sem saber muito bem como escreveriam um livro, pensavam que isso era coisa

⁶ Por conhecermos a Lei Federal 14.532/2023 que altera e acrescenta alguns pontos a Lei 7.716/89 (Lei do Racismo), escolhemos trabalhar com as histórias do Sítio do Picapau Amarelo, adaptadas da autora Cléo Monteiro, bisneta de Monteiro Lobato. Durante o ano é trabalhado com os alunos a História e Cultura Afro-Brasileira de acordo com a Lei 10639/03.

⁷ Optamos por manter a grafia original da obra de Monteiro Lobato.

só para adultos. Expliquei para eles que cada um criaria sua história, poderia ser com qualquer tema, faria as ilustrações e depois nós iríamos lançar os livros. A minha maior preocupação, era como eu daria conta de fazer tudo isso, trabalhando em dois períodos e fazendo o doutorado, mas em ver a alegria das crianças, nos faz tirar tempo e coragem de algum lugar escondido que nem nós sabemos onde fica.

Duas vezes por semana eu deixava um tempo, para os alunos escreverem suas histórias, como disse anteriormente, eles tinham praticamente acabado de se alfabetizar e muitas ainda tinham muita dificuldade com a escrita, por isso sentavam em duplas para um poder ajudar o outro. Nesse meio tempo, recebo a notícia que ganharia dois notebooks usado de um primo distante para ajudar os meus alunos nesse processo de escrita. Dos 22 alunos, apenas 2 alunos tiveram algum contato com computador anteriormente, mas nunca haviam digitado qualquer palavra. Além de trabalhar a escrita, ortografia, paragrafação, pontuação, estava tentando também, de alguma maneira, fazer a inclusão digital dos meus alunos. O produto final ficou pronto em meados de novembro e fizemos a noite de autógrafos com o tema “Pequenos autores, mas grandes estrelas”.⁸

Já em 2023 segui com a mesma turma para o 4º ano, para poder dar continuidade aos trabalhos iniciados com eles em 2022. Como o projeto profissões, onde levamos vários profissionais de diversas áreas para falar com os alunos, sempre dando o enfoque aos estudos. Foi lançando em meados de 2022 o livro 4 de Reinações de Narizinho de Monteiro Lobato, adaptação de Cléo Monteiro, não deu tempo de ler em 2022, mas esse foi o primeiro livro que os alunos me pediram para ler em 2023, não poderia negar um pedido desses. Aproveitei a história do livro que tem como subtítulo “As Aventuras do Príncipe” e retomei as atividades de matemática iniciadas no ano anterior.

Voltando um pouco no tempo, no ano de 2021 decidi retomar meus estudos e me inscrevi no processo seletivo para doutorado, em educação, com enfoque em educação matemática, queria me aprofundar meus estudos sobre o ensino e aprendizagem da multiplicação e divisão através de Atividade Orientadora de Ensino. Passei o no processo seletivo e comecei o doutorado em

⁸ <https://www.facebook.com/photo/?fbid=5646983885389392&set=pcb.5646990248722089>

agosto de 2021, entre o final do mestrado e o início do doutorado se passaram 5 anos, mas a vontade de aprender e ressignificar aprendizagens são as mesmas daquela professora de início de carreira procurando responder a muitas perguntas ainda em seu interior, como por exemplo “por que os alunos ainda tem medo da matemática?”; “por que a maioria dos alunos tem dificuldade em resolver multiplicação e divisão?”.

Antes de iniciar esta pesquisa, ao ensinar multiplicação e divisão para os meus alunos, não fazia sentido usar apenas o que estava exposto nos livros didáticos, pois para mim os alunos não estavam desenvolvendo os conceitos, apenas estavam reproduzindo o que estava nos livros sem nenhum sentido e isso me incomodava. Por esse motivo, o foco da minha pesquisa é entender o sentido e significado dos alunos ao utilizarem estratégias para resolverem as operações de multiplicação e divisão, assim colaborando para a aprendizagem destes.

No ano de 2021 comecei a participar do Grupo de Estudo e Pesquisa sobre Atividade Pedagógica. GEPAPe em rede. Este grupo tem como objetivos: realizar estudos e pesquisas acerca da atividade pedagógica, segundo os princípios teórico-metodológicos da abordagem histórico-cultural, focalizando os elementos constitutivos dos processos de ensino e de aprendizagem na formação inicial e contínua de professores e pesquisadores, exercitando a indissociabilidade entre ensino, pesquisa e extensão; ii) elaborar uma produção bibliográfica sobre ações de formação contínua de professores junto a sistemas públicos de ensino e instituições formadoras de educação básica e educação superior; iii) assessorar os sistemas de ensino e as instituições formadoras.

Participar desse grupo, possibilitou-me rever conceitos matemáticos, aprender a elaborar situações desencadeadoras de aprendizagens, discutir a respeito de metodologias de ensino, aprendizagens e a fazer reflexões individuais a respeito de minha prática em sala de aula.

Conciliar a rotina de trabalho em dois períodos com as exigências de um doutorado foi uma tarefa árdua, marcada por cansaço físico, sobrecarga mental e, por vezes, desânimo. A pesquisa, que exige tempo, concentração e profundidade teórica, muitas vezes precisa ser realizada nas brechas do cotidiano, entre um compromisso profissional e outro. Há momentos em que a

exaustão se impõe e a sensação de insuficiência se torna recorrente. Ainda assim, é preciso persistir. Acreditar na educação como instrumento de transformação social e pessoal é o que sustenta essa caminhada.

Termino esta pesquisa de doutorado no ano de 2025, como novos questionamentos diante da proposta de ensino que vem se implementando no município onde atuo, o Currículo Paulista⁹, que é um documento normativo que apresenta as aprendizagens essenciais dos alunos. O Currículo Paulista especifica conteúdos a serem desenvolvidos nas escolas, objetivos de aprendizagem, habilidades essenciais, que visam ajudar a garantir o desenvolvimento e a aprendizagem dos alunos. Com tudo isso foram produzidos e distribuídos materiais de apoio para os professores e alunos, chamados Currículo em Ação. Além disso o Currículo em Ação possui uma plataforma digital com materiais didáticos e informações sobre o currículo, que se complementam com os materiais impressos. Diante desta proposta de ensino, novos sentidos e significados irão surgir tanto para minha prática docente quanto para os alunos que darão novos sentidos e significados para os conceitos matemáticos que lhes estão sendo apresentados.

1.2 Justificativa E Problemática De Pesquisa

A Matemática sempre se fez presente nas nossas questões investigativas sejam elas referentes à formação docente ou à trajetória profissional. Experiências profissionais e relatos de outros docentes causavam inquietações e frustrações com relação ao aprendizado matemático de alguns alunos que não conseguiam atingir o esperado para o ano letivo.

Assim, o interesse em investigar questões da aprendizagem escolar, na matemática, surgiu com a própria experiência docente nos anos iniciais do Ensino Fundamental, onde frequentemente priorizam-se as dificuldades com a alfabetização, o ler e escrever, propriamente dito, deixando em segundo plano a alfabetização matemática.

⁹ <https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista>

Diante desse cenário, podemos elaborar a seguinte questão de pesquisa: quais são os sentidos e significados dos conceitos de multiplicação e divisão manifestos por alunos dos anos iniciais?

Considerando que as experiências e a vivência com o/s outro/s mediadas pela linguagem/interação são importantes elementos para a construção do conhecimento, a hipótese que se levanta é que os alunos possam se apropriar do conceito de multiplicação e divisão através de Atividade Orientadora de Ensino (AOE).

O foco desta pesquisa está nos sentidos e significados que os alunos manifestam no ensino da multiplicação e divisão em uma escola da Rede Municipal de uma cidade do interior do Estado de São Paulo, tendo como objetivo:

- Compreender o sentido e significado manifestos por alunos dos anos iniciais na aprendizagem das operações de multiplicação e divisão por meio de Atividade Orientadora de Ensino.

Para alcançar esse objetivo, estabelecemos como ações de pesquisa:

- Identificar a estratégia utilizada pelos alunos ao resolverem multiplicação e divisão.
- Estabelecer relação entre a Teoria Histórico – Cultural e o ensino da multiplicação e divisão nos anos iniciais

Com a investigação das estratégias que os alunos utilizam para resolver situações que envolvam multiplicação e divisão podemos compreender os sentidos e significados manifestados na aprendizagem podendo, assim, colaborar para a aprendizagem no contexto escolar.

Defendemos a tese de que a partir de SDA podemos explicitar os sentidos e significados que os alunos podem aproximar-se dos significados matemáticos. Quando trabalhamos por meio de SDA podemos considerar a imaginação das crianças, pois o sentido e significado podem manifestar de forma que o aluno consiga formar os conceitos matemáticos.

Na próxima seção apresentaremos um levantamento de pesquisas (teses, dissertações) que tratam das temáticas desse trabalho, multiplicação e divisão

no ensino fundamental I, de forma a analisar quais estudos foram desenvolvidos para posteriormente, prosseguirmos com as questões teóricas e metodológicas. Apresentamos os sujeitos da pesquisa na figura 1

Figura 1- Alunos na contação de história pela personagem Emília



Fonte: arquivo pessoal – ano 2023

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nessa seção, inicialmente, traremos produções científicas presentes em teses e dissertações sobre a temática investigada, bem como o aporte teórico que fundamenta essa pesquisa. Os autores que fundamentam a pesquisa são: Boyer (1996), Caraça (1951), Eves (2004), Ifrah (2007), Kopnin (1978), Leontiev (1978), Moura (2004, 2010), Vigotski (2005, 2009, 2010). Os autores Boyer, Caraça, Eves e Ifrah contribuem para entender a matemática como uma construção histórica e cultural, destacando seu desenvolvimento ao longo do tempo e a influência de diferentes civilizações. Kopnin ressalta que os conceitos surgem da prática social e da relação entre pensamento e realidade, enquanto Leontiev destaca que o desenvolvimento psíquico ocorre pela atividade humana mediada por instrumentos e signos. Vigotski enfatiza o papel das interações sociais e da linguagem na interiorização dos conceitos científicos. Moura, por sua vez, destaca a mediação do professor como fundamental no ensino, com a atividade orientadora de ensino direcionando o aluno à apropriação ativa do conhecimento.

2.1 Revisão Bibliográfica Sobre A Temática Investigada

Ao fazermos uma busca sobre as pesquisas nas plataformas da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações Brasileiras e Catálogo de Teses e Dissertações¹⁰ relacionadas ao tema de multiplicação e divisão na teoria histórico cultural, encontramos seis dissertações. Percebemos que ao realizar a busca constamos um maior número de trabalhos relacionados ao objeto de estudo entre os anos de 2011 e 2021, por esse motivo delimitamos nossa pesquisa neste período.

Partimos do pressuposto de que a teoria Histórico-Cultural começou a ter um maior destaque no Brasil nos últimos anos, de acordo com a pesquisa realizada, percebemos um maior número de dissertações no ano de 2016. Não encontramos, até o presente momento, nenhuma tese relacionada a este tema. Por sua vez, na perspectiva da Teoria Histórico – Cultural, constam somente dissertações, talvez pelo fato que para realizar a dissertação não há tempo hábil,

¹⁰ Disponível no endereço eletrônico: <https://bdtd.ibict.br/vufind/>

por ser 2 anos, de analisar a multiplicação e divisão. Registramos abaixo a relação desses trabalhos.

Quadro 1 - Síntese da Pesquisa de Dissertação de Mestrado de Silva (2014)

Aspectos	Descrição
Objetivo Geral	Analisar as estratégias de alunos ao resolverem situações-problema de divisão antes e após um experimento de ensino.
Objetivos Específicos	- Analisar estratégias dos alunos na resolução de tarefas de divisão antes do experimento de ensino; - Analisar estratégias e aprendizagens após o experimento de ensino.
Fundamentação Teórica	Gómes Chacón; Fiorentini e Lorenzato; Polya; Santos-Wagner; Serrazina; Vigotski.
Sujeitos da Pesquisa	Alunos do 3º ano/4º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal de Vitória – período: junho a dezembro de 2013.
Metodologia	Organização em duas sequências de atividades: 1. Diagnóstica – resolução e elaboração de 3 problemas de medida + 3 problemas de repartir em partes iguais. 2. De Ensino – composta por 10 atividades (4 selecionadas para análise).
Atividades de Ensino Analisadas	1. Rever situações-problema da atividade diagnóstica. 2. Avaliativa com situações-problema elaboradas pela professora regente. 3. Duas etapas: (a) resolver divisões pelo algoritmo da subtração sucessiva; (b) elaborar 2 divisões por 2 e 2 por 3. 4. Resolver 3 divisões pelo algoritmo da subtração sucessiva.
Principais Resultados	- Alunos apresentaram diferentes procedimentos para uma mesma situação numérica. - Quando incentivados a elaborar estratégias próprias, mobilizaram conhecimentos prévios. - Ensino centrado apenas no algoritmo gera memorização mecânica da tabuada.
Conclusão	Oportunizar questionamentos e elaboração de estratégias favorece aprendizagens mais significativas e eficientes na resolução de problemas de divisão.

Fonte: Baseado em Silva (2014)

Quadro 2- Síntese da Pesquisa de Dissertação de Mestrado de Galdino (2016)

Aspectos	Descrição
Problema de Pesquisa	Qual a natureza do conhecimento dos estudantes do 3º ano escolar sobre o conceito de multiplicação?

Objetivo Geral	Investigar o conhecimento matemático dos estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental sobre o conceito de multiplicação.
Fundamentação Teórica	Teoria Histórico-Cultural, com base em Davýdov e colaboradores.
Sujeitos da Pesquisa	Estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental I de uma escola da rede estadual de Tubarão/SC.
Metodologia / Etapas	- 1ª etapa: registros (diário de campo, fotos, áudios e vídeos) das ações, tarefas e exercícios durante um semestre; - 2ª etapa: registro fotográfico das avaliações propostas pela professora regente; - 3ª etapa: conversas individuais com cada estudante após a avaliação para compreender os conhecimentos adotados.
Resultados	- O ensino de Matemática, no contexto analisado, está fundamentado na lógica formal; - O movimento conceitual se organiza por comparações e características externas, baseado em sensações e percepções; - O conhecimento construído restringe-se, em grande parte, à aparência externa dos objetos matemáticos.
Conclusão	É possível refletir sobre a materialização dos fundamentos da Teoria Histórico-Cultural na organização do ensino da multiplicação, considerando o papel de abstrações, generalizações e conceitos no processo de formação do pensamento matemático.

Fonte: Baseado em Galdino (2016)

Quadro 3 - Síntese da Pesquisa de Dissertação de Mestrado de Crestani (2016)

Aspectos	Descrição
Tipo de Pesquisa	Bibliográfica
Problema de Pesquisa	Qual a relação universal do conceito de divisão e sua manifestação nas tarefas particulares correspondentes às seis ações de estudo?
Objetivo	Investigar as manifestações da relação universal do conceito de divisão nas tarefas particulares no âmbito das seis ações de estudo davydovianas.
Fundamentação Teórica	Teoria Histórico-Cultural (Davýdov); fundamentos matemáticos, lógicos, psicológicos, didáticos e filosóficos.
Metodologia	Elaboração de uma história virtual para refletir sobre o modo de organização de ensino do conceito de divisão articulado à proposição davydoviana.
Seis ações de estudo (Davýdov)	1. Transformação dos dados da tarefa para revelar a relação universal do objeto; 2. Modelação da relação universal (objetual, gráfica e literal);

	3. Transformação do modelo para estudo de propriedades em “forma pura”; 4. Resolução de sistema de tarefas particulares por procedimento geral; 5. Controle das ações anteriores; 6. Avaliação da apropriação do procedimento universal.
Resultados	- Reflexão sobre a formação do sistema conceitual de divisão e multiplicação a partir do movimento histórico; - O sistema conceitual foi fundamental para o desenvolvimento do pensamento humano e da sociedade.
Conclusão	Um único conceito matemático é insuficiente para a formação do pensamento teórico; é necessário articular diferentes conceitos para promover o desenvolvimento teórico dos estudantes.

Fonte: Baseado em Crestani (2016)

Quadro 4 - Síntese da Pesquisa de Dissertação de Mestrado de Santos (2016)

Aspectos	Descrição
Título	Sentidos e significados do conceito de divisão provenientes de atividade orientadora de ensino
Problema de Pesquisa	Quais sentidos e significados do conceito de divisão podem ser inferidos a partir do desenvolvimento de uma Atividade Orientadora de Ensino com estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental?
Objetivo Geral	Compreender os sentidos e significados formados a partir de uma Atividade Orientadora de Ensino com estudantes do 5º ano, explorando algoritmos.
Objetivo Específico	Organizar uma proposta de ensino baseada na Atividade Orientadora de Ensino, registrada em um livreto.
Fundamentação Teórica	Perspectiva Histórico-Cultural; Atividade Orientadora de Ensino.
Abordagem / Metodologia	Pesquisa qualitativa, desenvolvida em uma turma do 5º ano de uma escola do Sistema Municipal de Educação de Bauru/SP.
Procedimentos Didáticos	- História virtual do conceito: “O caso dos sete jarros” (O homem que calculava – Malba Tahan). - Situação emergente: divisão por subtrações sucessivas em contexto cotidiano. - Jogo: evidenciar o resto de uma divisão.
Etapas das Atividades	1. História virtual e resolução coletiva de problema; 2. Apresentação e uso do ábaco; 3. Uso do algoritmo de divisão (método longo); 4. Jogo pedagógico.
Resultados	As atividades favoreceram a compreensão dos estudantes em situações que envolvem divisão,

	possibilitando a formação de sentidos e significados sobre o conceito.
--	--

Fonte: Baseado em Santos (2016)

Quadro 5 - Síntese da Pesquisa de Dissertação de Mestrado de Lópes (2016)

Aspectos	Descrição
Título	A medida como instrumento mediador para o ensino da multiplicação no Ensino Fundamental
Problema de Pesquisa	Como o professor pode organizar o ensino da multiplicação para os anos iniciais do Ensino Fundamental, tendo o conceito de medida como instrumento mediador?
Objetivo Geral	Organizar o ensino da multiplicação a partir do conceito de medida para os anos iniciais do Ensino Fundamental, em parceria com professores.
Fundamentação Teórica	- Teoria Histórico-Cultural (Vigotski) - Teoria da Atividade (Leontiev) - Princípios da Atividade Orientadora de Ensino (Moura)
Metodologia	Pesquisa desenvolvida em um curso de extensão com professores de uma escola municipal de São Bernardo do Campo.
Procedimentos de Coleta de Dados	Gravações em áudio, anotações em caderno, discussões em subgrupos e em grupos gerais.
Desenvolvimento	O curso contou com seis encontros, organizados com situações desencadeadoras de aprendizagem, nas quais as medidas foram o foco, visando ao desenvolvimento do pensar multiplicativo.
Resultados	As situações desencadeadoras de aprendizagem possibilitaram ressignificar o ensino da multiplicação, apresentando um modo geral de ação para organizá-lo a partir das medidas.

Fonte: Baseado em Lópes (2016)

Quadro 6 - Síntese da Pesquisa de Dissertação de Mestrado de Amaral (2018)

Aspectos	Descrição
Fundamentação Teórica	Psicologia Histórico-Cultural (Vigotski, Luria, Leontiev, Davydov, Elkonin).
Problema de Pesquisa	Qual significação de área de um grupo de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental se pode inferir, a partir de uma Atividade Orientadora de Ensino fundamentada na Psicologia Histórico-Cultural e no movimento lógico-histórico desse conceito matemático?
Objetivo Geral	Compreender as significações manifestas por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental na aprendizagem do conceito matemático de área, por meio

	de uma Atividade Orientadora de Ensino (AOE) fundamentada no movimento lógico-histórico do conceito.
Sujeitos da Pesquisa	Estudantes de 9 a 10 anos do 5º ano do Ensino Fundamental, em uma escola municipal de Bauru/SP.
Metodologia	Organização de uma Atividade Orientadora de Ensino (AOE) estruturada em quatro momentos, guiados pelos nexos conceituais.
Momentos da AOE	1. Apresentação do contexto histórico, geográfico, social e cultural e problematização inicial: delimitação da porção de terra; 2. Desenvolvimento de estratégias de delimitação e mensuração da superfície em estudo; 3. Cálculo da área utilizando unidade de medida discreta; 4. Sistematização dos conhecimentos e padronização da unidade de área.
Resultados / Conclusão	A AOE, como forma de organização da atividade de ensino, oportunizou a aprendizagem do conceito de área a partir de conhecimentos científicos historicamente elaborados, promovendo formação conceitual mais significativa.

Fonte: Baseado em Amaral (2018)

Quadro 7 - Síntese da Pesquisa de Dissertação de Mestrado de Santos (2019)

Aspectos	Descrição
Título	Formação continuada de Professores dos Anos Iniciais sobre multiplicação e divisão: aprendizagens no coletivo
Problema de Pesquisa	Que indícios de apropriações sobre conceitos de multiplicação e divisão são manifestados por professoras dos anos iniciais durante um curso de formação continuada?
Objetivo Geral	Analisar indícios de apropriações sobre conceitos de multiplicação e divisão por professores dos anos iniciais durante um curso de formação continuada que valorizou o trabalho coletivo.
Fundamentação Teórica	Perspectiva Histórico-Cultural; método do Materialismo Histórico-Dialético.
Metodologia	Experimento didático, caracterizado por: - orientação para processos de aprendizagem; - caráter longitudinal; - intervenção do pesquisador; - interação entre observação e planejamento; - dados predominantemente qualitativos.
Contexto da Pesquisa	Curso de extensão semipresencial para professores regentes do 1º ao 5º ano da rede pública da Grande Vitória/ES.
Participantes	20 professores dos anos iniciais.

Organização do Curso	- 10 encontros presenciais (filmados e fotografados, com tarefas de escrita e narrativas orais). - 6 atividades não presenciais. - Organização em episódios para análise.
Resultados / Conclusões	- O curso produziu dados consistentes sobre o ensino de multiplicação e divisão nos anos iniciais. - Apontou novas possibilidades de pesquisa e formação docente. - Enfatizou a importância do trabalho coletivo e reflexivo para a formação de professores. - A autora destaca também as aprendizagens pessoais, reconhecendo os desafios enfrentados pelos educadores e a necessidade de ampliar conhecimentos para além das práticas já consolidadas nas escolas.

Fonte: Baseado em Santos (2019)

A partir dessas pesquisas e discussões apresentadas percebemos que, em sua maioria, as atividades desenvolvidas são com grupos de professores. Portanto, questionamos: se a pesquisa fosse desenvolvida com os alunos quais seriam os resultados? Quais as dificuldades encontradas para se desenvolver em sala de aula?

Neste momento da escrita da tese ainda não temos ainda respostas para essas questões, mas podemos começar a pensar sobre elas e quais motivos nos levam a fazer esses questionamentos.

Através da leitura das pesquisas acima citadas, percebemos uma semelhança entre o objeto de estudo desta pesquisa: as operações de multiplicação e divisão a partir da perspectiva histórico-cultural com os objetos das pesquisas anteriores, mas nenhuma delas realizou atividades utilizando-se de literatura infantil. Por esse motivo, optamos por desenvolver a pesquisa com alunos em uma escola pública de uma cidade do interior de São Paulo com as operações que envolvem multiplicação e divisão na perspectiva histórico-cultural juntamente com a literatura, assim, trazemos uma possibilidade de desenvolver conceitos matemáticos com histórias infantis.

Dessa forma, essa pesquisa se mostra como uma possibilidade de se desenvolver em sala de aula uma SDA, em especial, com as operações de multiplicação e divisão na perspectiva da Teoria Histórico Cultural que discutiremos na próxima subseção com foco nos sentidos e significados na Teoria Histórico Cultural

2.2 Sentidos E Significados Na Teoria Histórico-Cultural

O conhecimento foi historicamente elaborado pelo homem para suprir suas necessidades. O desenvolvimento do homem se dá pelas interações motivado por suas necessidades e para essas interações se cria os instrumentos e signos.

A função do instrumento é servir como um condutor da influência humana sobre o objeto da atividade; ele é orientado externamente; deve necessariamente levar a mudanças nos objetos. Constitui um meio pelo qual a atividade humana externa é dirigida para o controle e domínio da natureza. O signo, por outro lado, não modifica em nada o objeto da operação psicológica, constitui um meio da atividade interna dirigido para o controle do próprio indivíduo; o signo é orientado internamente (Vigotski, 1998, p.72).

Os instrumentos e signos possibilitam a modificação da natureza e do homem, o signo proporciona mudanças internas, e são elas que determinam a ação do homem em suas atividades e o uso de diferentes instrumentos.

Vigotski (2010) nos mostra como se dá o processo de produção de significados e sentidos.

O significado “pertence às esferas do pensamento quanto da linguagem, pois se o pensamento se vincula à palavra e nessa se encarna, a palavra só existe se sustentada pelo pensamento.” (Goés, Cruz, 2006, 36).

Para que o pensamento se desenvolva e chegue à formação de conceitos é necessário que o sujeito se depare com problemas, crie necessidades e objetivos se sinta motivado a superá-los.

onde o meio não cria os problemas correspondentes, não apresenta novas exigências, não motiva nem estimula com novos objetivos o desenvolvimento do intelecto, o pensamento do adolescente não desenvolve todas as potencialidades que efetivamente contém, não atinge as formas superiores ou chega a elas com um extremo atraso (Vigotski, 2010, p.171).

De acordo com Vigotski (2010), o processo de formação de conceitos começa na infância e se desenvolve na adolescência, e é mediada por signos ou palavras, que se volta para a solução de um determinado problema, assim “a formação de conceito ou a aquisição de sentido através da palavra é o resultado de uma atividade intensa e complexa (operação com palavra ou signo), da qual

todas as funções intelectuais básicas participam em uma combinação original” (Vigotski, 2010, p. 168).

As palavras mudam seus significados, “o significado da palavra é inconstante. Modifica-se no processo de desenvolvimento da criança. Modifica-se também sob diferentes modos de funcionamento do pensamento. É antes uma formação dinâmica do que estática” (Vigotski, 2010, p. 408), sendo assim a relação da palavra com o pensamento modifica-se.

O fato do pensamento se modificar nos mostra um movimento, ou seja, que o pensamento não é estático, esse movimento constante entre o pensamento e a palavra identifica que o significado de uma palavra é mutável, e essa mutabilidade também é determinada pelo sentido a ela atribuído em diferentes contextos. (Vigotski, 2010).

Olhando para a aprendizagem escolar e a formação de conceitos, Sforni (2015) ressalta que, “para que haja unidade entre linguagem e pensamento, ou dito de outra forma, para que de fato se aprendam conceitos e não apenas palavras ou procedimentos vazios de significado, é necessário que o estudante atue mentalmente com o conceito”. (Sforni, 2015, p. 386).

Pensamento e palavra não existem separadamente, a palavra materializa o pensamento e o pensamento realiza na palavra. “A palavra desprovida de significado não é palavra, é um som vazio.” (Vigotski, 2009, p.398).

Significado “é formado por seu conteúdo concreto, pelas operações por meio das quais ela se realiza e por seu objetivo, por aquilo que deve resultar dessa ação.” (Duarte, 2013, p.90).

Ao iniciar uma aula o professor possui um sentido a determinado conteúdo que vai ensinar, o aluno também vai atribuindo sentido a esse conteúdo que pode ser diferente do professor e dos outros colegas, por isso o sentido é pessoal.

O fato de o aluno não comungar do mesmo sentido que o professor acerca de um conceito, até poderia ser aceitável, pois este é particular e individual, mas frequentemente nem o sentido, nem o significado de um conceito são compartilhados por ambos. Por isto, a importância de o professor estar atento para que esta questão seja compreensível ao aluno (Lemes, 2012, p. 45).

Trabalhar em grupo permite a negociação de significados e, diferentes contextos podem gerar diferentes sentidos para uma mesma palavra sem que seu significado se altere.

O pensamento se manifesta através da linguagem, a palavra tem o poder de internalizar e externalizar os sentidos e significados por cada indivíduo ou por um grupo de pessoas. Os sentidos são individuais, já o significado é compartilhado por um grupo.

De acordo com Leontiev (1978), o sentido é, “antes de mais nada uma relação que se cria na vida, na actividade do sujeito” (p.97). O sentido enriquece a palavra a partir do seu contexto e possui a combinação de vários fatores determinados e ilimitados. O sentido também se forma no movimento.

O mesmo autor ainda afirma que “o sentido pessoal é o que cria a parcialidade da consciência humana” (Leontiev, 1978, p. 120), ou seja, os indivíduos podem perceber de diferentes formas uma mesma experiência. O sentido pessoal é mediado pelas emoções que acabam individualizando as experiências, isto é, um indivíduo não tem o mesmo sentido pessoal na experiência que o outro. O desafio escolar para a educação escolar na atualidade consiste em assegurar que a aprendizagem dos conteúdos escolares seja significativa e pertinente para os alunos, possibilitando a construção de conhecimentos de forma contextualizada.

O sentido enriquece a palavra a partir do seu contexto e possui a combinação de vários fatores determinados e ilimitados:

Os sentidos podem ser sempre vários, mas dadas certas condições de produção, não podem ser quaisquer uns. Eles vão se produzindo nos entremeios, nas articulações das múltiplas sensibilidades, sensações, emoções e sentimentos dos sujeitos que se constituem como tais nas interações; vão se produzindo no jogo das condições, das experiências, das posições, das posturas e decisões desses sujeitos; vão se produzindo numa certa lógica de produção, coletivamente orientada, a partir de múltiplos sentidos já estabilizados, mas de outros que também vão se tornando possíveis. (Smolka, 2004, p. 12).

Estas ideias que constituem o significado são utilizadas na construção do sentido. Deste modo, a aprendizagem depende do sentido que esta tenha para o sujeito:

(...) pois os sentidos, diferentemente dos hábitos e das habilidades, não podem ser ensinados, só educados (...) o êxito na resolução de tarefas está determinado não somente por seu conteúdo objetivo, mas principalmente pelo motivo que impele a criança a agir, ou seja, pelo sentido que tem a atividade, o que expressa a dependência entre os processos intelectuais e os processos motivacionais da atividade. (...) O que garante a conscientização daquilo que foi estudado é o sentido que têm as ações de estudo para o estudante, e para que a ação tenha sentido, seu fim deve ir ao encontro do motivo da atividade. Isto significa que a aprendizagem consciente se efetiva quando os conhecimentos são vivos para o sujeito, ocupam um lugar na sua vida real, têm um sentido vital, e não são somente respostas a condições externas, impostas por outras pessoas ou situações. (Asbahar, 2014, 270-271).

O significado da palavra, embora mais estável, se transforma conforme a criança vivencia novas situações, enquanto o sentido se renova constantemente nas interações sociais. Nesse processo, a escola desempenha papel central ao criar experiências que favorecem a apropriação e a elaboração de conceitos científicos.

Sob a perspectiva histórico-cultural, Vigotski (1996), a mediação das relações culturalmente construídas permite que a criança internalize o saber, tornando-se social e construindo gradualmente o conhecimento de forma intencional e situada. O desenvolvimento é um processo que deve considerar os aspectos biológicos e estes se transformam em culturais (Vigotski, 1996). Assim, compreendemos que a criança se torna um sujeito interativo, utilizando a fala como um instrumento fundamental para organizar seu pensamento e, ao mesmo tempo, para participar ativamente da construção de sua própria história.

De acordo com Costas e Ferreira (2011) a internalização dos signos linguísticos demanda um ambiente que ofereça situações favoráveis, bem como a presença de mediadores culturais capazes de utilizar essa forma de comunicação e registro. Quando esses mediadores são escassos ou inexistentes no entorno sociocultural, cabe à escola, por meio do ensino e da instrução formal, potencializar a formação dos signos linguísticos, fundamentais para a constituição dos conceitos científicos.

A internalização dos signos linguísticos demanda um ambiente que ofereça situações favoráveis, bem como a presença de mediadores culturais capazes de utilizar essa forma de comunicação e registro. Quando esses mediadores são escassos ou inexistentes no entorno sociocultural, cabe à

escola, por meio do ensino e da instrução formal, potencializar a formação dos signos linguísticos, fundamentais para a constituição dos conceitos científicos.

O ser humano interage constantemente com outros sujeitos, na busca por compreender-se e integrar-se ao mundo. Nessa perspectiva, o ser humano não nasce integrado a este mundo, mas integra-se, gradualmente movimentando-se entre palavras. Isso significa que a linguagem não é apenas um recurso comunicativo, mas um meio pelo qual nos constituímos como sujeitos históricos e culturais. É a linguagem que possibilita atribuir significados a objetos e seres, servindo como mediadora da relação homem-mundo.

O conceito de significado, nesse contexto, pode ser entendido como a estabilização de ideias compartilhadas por determinado grupo social. Vigotski (1996) ressalta que qualquer generalização ou conceito é fruto de um ato de pensamento. Nesse sentido, concordamos com ele ao afirmar que,

O significado das palavras é um fenômeno do pensamento apenas na medida em que o pensamento ganha corpo por meio da fala, e só é um fenômeno da fala na medida em que esta é ligada ao pensamento, sendo iluminada por ele. É um fenômeno do pensamento verbal, ou da fala significativa – união da palavra e do pensamento. (Vigotski, 1996; p. 104)

Isto mostra que o significado não é estático: constrói-se nas vivências, sofre variações conforme as intenções e é constantemente ressignificado a cada interação.

Concordamos com Costas e Ferreira (2011) quando diz que os significados operam em diferentes níveis: aquilo que entendemos em função de nossa própria vivência, aquilo que intencionamos expressar e até mesmo aquilo que não temos consciência de querer comunicar. Esses níveis, no entanto, não são fixos; ao contrário, transformam-se diante das experiências e das interações, evidenciando o caráter dinâmico da linguagem.

Os significados, portanto, estão em constante processo de transformação, ressignificados a cada interlocução, seja por meio do questionamento, da complementação ou das respostas.

Já o sentido assume caráter simbólico, atuando como mediador da relação entre o homem e o mundo. Assim, “Pode-se entender por sentido, aquela concordância sobre algo desde a ocorrência de um diálogo. Estando a

conversar, as pessoas discutem um assunto e determinam um sentido para aquilo que falam. (Costas e Ferreira; 2011, p. 215). O sentido nasce no instante da interação, é provisório e se transforma sempre que mudam os interlocutores ou o contexto.

O sentido, portanto, vai se ajustando conforme as interações sociais, está sempre em mudança renovando-se nas diferentes situações de uso. O significado pode ser visto como uma forma mais fixa do sentido em uma palavra ou expressão, tende-se a ser mais estável. Em síntese, o significado é relativamente consolidado, ao passo que o sentido é transitório e sempre aberto a novos processos de formação.

Portanto, enquanto o sentido se renova nas interações sociais e o significado se apresenta de forma mais estável, a apropriação do conhecimento pelos alunos depende da mediação. Essa mediação, como destaca Martins (2011, p. 42), “é interposição que provoca transformações, encerra intencionalidade socialmente construída e promove desenvolvimento, enfim, uma condição externa que, internalizada, potencializa o ato de trabalho, seja ele prático ou teórico”. Assim, o processo de apropriação e objetivação do saber sistematizado é desenvolvido ao longo da história e acumulado objetivamente na forma do conhecimento científico, ocorre a partir do seu ensino organizado e planejado no contexto escolar.

A escola deveria ser o local onde parte destes conhecimentos deveriam ser apropriados, principalmente o conhecimento científico, com o objetivo do desenvolvimento humano. Os conceitos científicos se desenvolvem de forma diferente dos conhecimentos cotidianos.

O processo de desenvolvimento de conceitos, afirmou Vigotski, exige e se articula a uma série de funções, a exemplo da atenção voluntária, da memória lógica, da comparação, generalização, abstração etc. Por isso, diante de processos tão complexos, não pode ser simples o processo de instrução escolar que de fato vise esse desenvolvimento. Ademais, alertou que o professor, ao assumir o caminho da simplificação do ensino, não conseguirá nada além de assimilação de palavras, culminando em um verbalismo que meramente simula a internalização de conceitos. (Martins, 2011, p. 219).

Os conceitos científicos se desenvolvem através de atividades que coloquem o pensamento da criança em movimento, deste modo, o ensino de

conceitos científicos não são formados com ações isoladas, mas como manifestação do processo do desenvolvimento do pensamento da criança.

A escola é responsável por criar situações que possibilitem o desenvolvimento das atividades intelectuais com a ajuda do professor, e muitas vezes têm deixado de cumprir seu papel de formar os conceitos científicos, deixando o pensamento cotidiano, limitar o ensino.

A abordagem histórico-cultural permite que os alunos tenham uma compreensão da necessidade e do surgimento dos conteúdos. O conceito de sentido é fundamental à educação escolar, pois amplia a compreensão dos processos de aprendizagem, tendo o aluno como um sujeito que pensa e escolhe a partir dos sentidos que atribui aos conhecimentos.

A matemática sempre se fez presente nas nossas questões investigativas, sejam elas referentes à formação docente ou à trajetória profissional. Experiências profissionais e relatos de outros docentes causavam inquietações e frustrações com relação ao aprendizado matemático de alguns alunos que não conseguiam atingir o esperado para o ano letivo.

Assim, o interesse em investigar questões matemáticas da aprendizagem escolar surgiu com a própria experiência docente nos anos iniciais, em que frequentemente priorizam-se as dificuldades com a alfabetização, o ler e escrever, propriamente dito, deixando em segundo plano a alfabetização matemática. Assim, veremos como o movimento lógico-histórico dos conceitos de multiplicação e divisão pode nos ajudar a compreender o ensino dessas operações no contexto das séries iniciais, na Educação Básica.

2.3 Movimento Lógico-Histórico Dos Conceitos De Multiplicação E Divisão

O objetivo dessa subseção é de mostrar o movimento histórico e lógico dos conceitos das operações numéricas, em especial da multiplicação e da divisão.

Para compreender o movimento histórico e lógico dos conceitos de números e operações, tomaremos como ponto de partida o desenvolvimento do sistema de contagem e de numeração.

Os homens se diferenciam dos animais por compreenderem fenômenos que os rodeiam. Algumas espécies de animais conseguem ter algum tipo de

percepção numérica, e, em alguns casos, conseguem reconhecer que uma quantidade numérica pequena foi reduzida ou acrescentada quando observada pela segunda vez.

Ifrah (2007) nos mostra experiências que foram realizadas com rouxinóis, corvos e pegas que foram capazes de distinguir quantidades concretas de um a quatro, como mostra a história abaixo:

“Um castelão decidiu matar um corvo que fez seu ninho na torre do castelo. Já tentará várias vezes surpreender o pássaro, mas ao se aproximar o corvo deixava seu ninho, instalava-se numa árvore mais próxima e só voltava quando o homem saía da torre. Um dia, o castelão recorreu a uma artimanha: fez entrar dois companheiros na torre. Instantes depois, um deles desaparecia, enquanto o outro ficava. Mas, em vez de cair nesse golpe, o corvo esperava a partida do segundo para voltar a seu lugar. Da próxima vez ele fez entrar três homens, dos quais dois se afastaram em seguida: o terceiro pôde então esperar a ocasião para pegar o corvo, mas a esperta ave se mostrou ainda mais paciente que ele. Nas tentativas seguintes, recomeçou-se a experiência com quatro homens, sempre sem resultado. Finalmente, o estrategema teve sucesso com cinco pessoas, pois nosso corvo não conseguia reconhecer mais que quatro homens ou quatro objetos...” (Ifrah, 2007, p.20).

Como esses animais conseguimos distinguir num primeiro momento até quatro elementos. “O olho não é um “instrumento de medida” suficientemente preciso: seu poder de percepção direta dos números ultrapassa muito raramente – para não dizer nunca – o número 4! (Ifrah, 2007, 21).

A criação dos números deve ter correspondido com a necessidade prática diária de contagens, como contar se todo o rebanho havia voltado do pasto ou ao final de uma expedição militar se todos os seus soldados haviam voltado ou não.

Entendemos que saber contar é um atributo exclusivamente humano, ligado ao desenvolvimento da inteligência.

“São necessárias três condições psicológicas para que o homem saiba contar e conceber os números no sentido em que os entendemos:
 --- *ele deve ser capaz de atribuir um “lugar” a cada ser que passar diante dele;*
 --- *ele deve ser capaz de intervir para introduzir na unidade que passa a lembrança de todas as que a precederam;*
 --- *ele deve saber conceder esta sucessão simultaneamente.”* (Ifrah, 2007, 45).

Essas condições são aspectos do número inteiro, pois, para se obter a sucessão de um número, deve-se acrescentar uma unidade à anterior.

De acordo com Ifrah (2007), com o tempo os homens aprenderam a utilizar os dedos das mãos para contar, primeiro de uma mão e por simetria os dedos da outra mão, talvez seja por isso que utilizamos a escrita numérica decimal, ou seja, com base 10.

Nem sempre a base 10 foi utilizada pela humanidade, alguns povos agrupavam objetos por feixes de 5. Já outros, como o caso dos Malinké do Alto Senegal, adotaram a base adotaram a base vintesimal, se habituaram a agrupar os objetos ou os seres em grupos de 20.

Os sumérios e os romanos, utilizaram a base 12. A base sexagesimal foi muito utilizada, primeiramente pelos sumérios, em seguida foi transmitida para os matemáticos e astrônomos babilônicos.

Como dissemos anteriormente, atualmente, usamos a base decimal, e utilizamos 10 algarismos que são: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 0. O nosso sistema de numeração decimal é posicional, isto é, dependendo o lugar em que o algarismo ocupa no número ele tem um valor (unidade, dezena, centena, unidade de milhar e assim sucessivamente...).

Diante da necessidade de controlar seus pertences e interagir com o meio, o ser humano passou a utilizar instrumentos que auxiliassem em suas ações, como o ábaco. Considerado a primeira máquina de calcular, o ábaco teve origem no uso de pedras como instrumento de contagem e representa um marco importante no desenvolvimento do pensamento matemático (Ifrah, 2007). Compreender seu funcionamento é essencial para entender o sistema de numeração decimal, pois, como destaca Duarte (1987, p. 59), “é no ábaco que está a origem do princípio do valor posicional”.

Gerhardt (2007) nos mostra que além de realizar contagem, o ábaco pode ser usado para realizar as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.

Na história os primeiros registros de multiplicação apareceram na organização dos sistemas numéricos, como ferramenta para agilizar a contagem e a escrita.

No papiro de Rhind, também conhecido como papiro de Ahmes, encontrado em uma cidade à beira do Rio Nilo, encontramos a introdução de “sinais especiais para representar dígitos e múltiplos de potências de dez. (Boyer, 1996, p. 9).

As operações de multiplicação e divisão eram efetuadas por sucessivas duplicações. Por exemplo, para efetuarmos 23 por 4, seria efetuado somando 23 com ele mesmo para obter 46, depois adicionando mais 23 para obter 69 e por fim mais 23 para obter o resultado 92. Na divisão, de acordo com o papiro de Ahmes, invertia-se o processo de duplicações, o divisor que é dobrado sucessivamente em vez do multiplicando. Já os babilônios faziam a divisão pela multiplicação do dividendo pelo inverso do divisor. (Boyer, 1996).

Eves (2004) nos mostra o método de multiplicação conhecido dos árabes, que se assemelha ao nosso processo atual. Eles utilizavam um diagrama em rede, onde as adições se efetuavam na diagonal, como mostra a figura abaixo:

Figura 2 - Multiplicação árabe

Multiplicando				
	1	3	5	
	1	3	5	1
	2	6	1	2
1	6	2	0	
	Produto			

Fonte: Eves, 2004, p.254

A figura nos dá o exemplo da multiplicação 135 por 12. Os números são dispostos de forma que os algarismos dos números 135 e 12, ocupem a primeira linha e a última coluna da tabela. Cada quadrado será separado por uma diagonal, que serão completados com o produto correspondente dos algarismos de sua coluna x linha, sendo que a dezena ficará na parte superior do quadrado e unidade na parte inferior (a diagonal serve para separar o resultado do produto caso haja dezena e unidade).

Neste exemplo, multiplicamos $1 \times 1 = 1$; $1 \times 3 = 3$; $1 \times 5 = 5$; $2 \times 1 = 2$; $2 \times 3 = 6$; $2 \times 5 = 10$. Realiza as multiplicações dos algarismos coluna x linha, soma-se as

diagonais, neste exemplo, começando pela diagonal da direita temos: 0; 12, como o número é maior que 10, registro apenas a o algarismo da unidade e adiciono o algarismo da dezena na próxima diagonal, então na segunda diagonal temos o algarismo 2, somando os algarismos da diagonal seguinte encontramos o 6, e por último o 1. O resultado desta multiplicação é 1620.

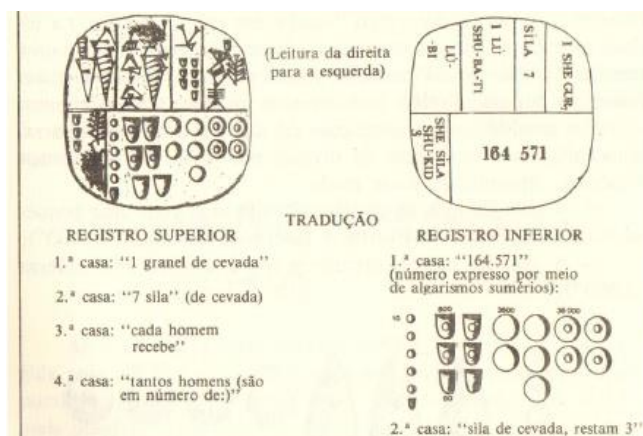
O desenvolvimento de algoritmos para nossas operações aritméticas elementares começou na Índia, talvez por volta do século X ou XI; esses algoritmos foram adotados pelos árabes e mais tarde transportados para a Europa Ocidental, onde se modificaram até chegar a sua forma atual. Esse trabalho recebeu atenção considerável dos autores de aritméticas do século XV. (Eves, 2004, p. 254).

De acordo com Ifrah (2007) “a mão do homem serviu não apenas para contar, mas também para calcular, isto é, efetuar diversas operações aritméticas (Ifrah, 2007, p. 94). A mão foi o primeiro material concreto para realizar contagem e para o cálculo. Outro método para efetuar cálculos foi o uso das pedras, assim “foram as pedras que permitiram verdadeiramente ao homem iniciar-se na arte do cálculo” (Ifrah, 2007, p. 117). Através do uso das pedras surgiu a correspondência um-a-um, os agrupamentos e o uso das potências na base decimal.

Na tábula encontrada do sítio arqueológico na cidade suméria de Shuruppak, atual Fara no Iraque, encontra-se o mais antigo registro arqueológico da prática de divisão, datada aproximadamente do ano de 2650 a.C. (Ifrah, 2007). Na tábula está registrado o seguinte problema, “um granel de cevada foi repartido entre diversos homens, cabendo a cada um 7 *sila* de cevada. De quantos homens se tratava e que quantidade de cevada sobrou ao final desta distribuição?” (Ifrah, 2007, p. 150).

Para resolver esse problema, os sumérios, usaram formas de argilas com tamanhos e formas geométricas para simbolizar diferentes unidades sumérias. Na figura 3, temos a resolução deste problema pelos sumérios.

Figura 3- Tabuleta de divisão suméria



Fonte: Ifrah, 2007, p.156

Segundo Ifrah (2007), esta tabuleta fornece os procedimentos empregados, com as características de uma divisão realizada pelos sumérios da época, pois é feita a menção a um dividendo, a um divisor, a um quociente e a resto.

Caraça (1951) apresenta a multiplicação e a divisão como uma das operações fundamentais da aritmética. O autor define a multiplicação como uma soma de parcelas iguais e nomeia os termos: o multiplicando exerce um papel passivo, pois é a parcela que se repete; o multiplicador, exerce um papel ativo, já que é o número de vezes que o multiplicando aparece como parcela e o resultado recebe o nome de produto.

Com base nos estudos da História da Matemática, a partir das obras de Boyer (1974), Eves (2004), Ifrah (2007), constatou-se que o processo histórico das operações de multiplicação e divisão foi sendo construído pela humanidade e desenvolvido, em diversos lugares do planeta e que cada povo vivenciava a construção do conceito da operação na mesma época ou em épocas muito próximas.

Como vimos até aqui, com a necessidade de controlar grandes quantidades o homem buscou meios que suprissem suas necessidades, desenvolvendo novas técnicas. O homem deixa de usar pedrinhas, na qual fazia a correspondência um-a-um e agrupamentos e passa a ter um pensamento abstrato.

Percebemos que através desse movimento histórico que a matemática permeia todas as esferas da vida dos sujeitos e não se institui apenas como objeto de ensino. As inquietações que despertaram o interesse para esta pesquisa são resultados de minha trajetória docente e acadêmica, a qual possibilitou caminhos para reflexão sobre como os alunos compreendem o sentido e significado da multiplicação e divisão quando estão inseridos em atividade orientadora de ensino.

Uma atividade só existe quando há um motivo entendido como uma necessidade que se concretiza por meio de objetivos pela qual esta atividade se orienta. “A atividade de ensino do professor deve gerar e promover a atividade do estudante. Ela deve criar nele um motivo especial para a sua atividade: estudar e aprender teoricamente sobre a realidade.” (Moura, 2010, p. 90).

Assim, defendemos que, ao planejar nossas aulas é importante que, enquanto professores, consideremos o processo histórico-cultural do aluno e também da própria matemática. A Atividade Orientadora de Ensino (AOE) pode ser uma proposta teórica e metodológica que possibilita tanto ao professor quanto o aluno estarem em aprendizagem, continuamente, pois ao organizar o ensino de forma intencional, o professor também está em atividade de aprendizagem.

Na Atividade Orientadora de Ensino as necessidades, motivos, objetivos, ações e operações do professor e dos estudantes se mobilizam inicialmente por meio da situação desencadeadora de aprendizagem. Esta é organizada pelo professor a partir dos seus objetivos de ensino que, como dissemos, se traduzem em conteúdos a serem apropriados pelos estudantes no espaço de aprendizagem...A situação desencadeadora de aprendizagem deve contemplar a gênese do conceito, ou seja, a sua essência; ela deve explicitar a necessidade que levou a humanidade à construção do referido conceito, como foram aparecendo os problemas e as necessidades humanas em determinada atividade e como os homens foram elaborando as soluções ou sínteses no seu movimento lógico-histórico (Moura et al, 2010, p. 222-223).

Na AOE, professor e aluno são sujeitos em atividade, constituindo-se como portadores de conhecimentos que, por meio de ações mediadas intencionalmente pelo professor, contribuem para que os alunos se apropriem de conhecimentos produzidos historicamente. “O movimento do pensamento consiste no desenvolvimento da imagem cognitiva, no movimento do desconhecimento ao conhecimento.” (Kopnin, 1978, p. 129).

Organizar o ensino da Matemática apoiando-se no movimento lógico-histórico do conceito pode fundamentar-se metodologicamente na proposta de situações-problemas desencadeadora de aprendizagem.

O lógico reflete não só a história do próprio objeto como também a história do seu conhecimento. Daí a unidade entre o lógico e o histórico, ser premissa necessária para a compreensão do processo de movimento do pensamento, da criação da teoria científica. À base do conhecimento dialético do histórico e do lógico resolve-se o problema da correlação entre o pensamento individual e o social; em seu desenvolvimento intelectual individual o homem repete em forma resumida toda a história do pensamento humano. *A unidade entre o lógico e o histórico é premissa metodológica* indispensável na solução de problemas de inter-relação do conhecimento e da estrutura do objeto e conhecimento da história de seu desenvolvimento. (Kopnin, 1978, p.186, itálicos do autor).

Além disso, sobre a inter-relação das formas de pensamento no processo de apropriação da realidade objetiva, precisamos definir as particularidades sobre a relação entre conceitos, juízos e deduções:

Os conceitos, juízos e deduções são diversos pelas funções que exercem no movimento do pensamento. O juízo serve para fixar rigorosamente certo resultado no movimento do pensamento, enquanto o conceito resume todo o conhecimento antecedente do objeto mediante a reunião de inúmeros juízos num todo único. Neste sentido o conceito atua como uma redução original de juízos, conservando todo o essencial no conteúdo destes; ao fixar o já obtido, ele se constitui num degrau do sucessivo movimento do pensamento. A dedução é uma forma de movimento do pensamento de uns juízos e conceitos a outros, traduz o processo de obtenção de novos resultados no pensamento. A dedução expressa o movimento, a transição do pensamento de uns juízos e conceitos a outros, de um conteúdo do conhecimento a outro. (Kopnin, 1978, p.193, itálicos do autor).

Com base nos estudos de Kopnin (1978), é possível afirmar que há uma inter-relação entre as diferentes formas de pensamento, em que o juízo constitui o resultado do movimento do pensar, ao passo que o conceito se apresenta como a síntese do conhecimento acumulado. Muitas vezes, a elaboração dos próprios juízos baseia-se em conceitos previamente apropriados. A dedução, por sua vez, organiza-se a partir do movimento entre juízos e conceitos, os quais são indispensáveis para o desenvolvimento do pensamento.

Nesse contexto, nós professores, temos um papel fundamental na aprendizagem dos alunos, sendo necessário planejar situações de aprendizagem em que os alunos participem ativamente da formação de conceitos, neste caso conceitos relacionados à multiplicação e à divisão.

Sabemos que, ainda hoje, muitas crianças veem a matemática como algo difícil, complicada e muitas vezes chata. Podemos considerar que isso acontece porque os alunos são incentivados a utilizar o algoritmo da operação sem compreender o desenvolvimento do seu processo. As operações de adição, subtração, multiplicação e divisão são apresentadas como técnicas que levam apenas a buscar o resultado da conta, deixando de lado todo o processo histórico da construção deste conceito.

Nossa intenção, embasados na teoria histórico-cultural, é inserir os alunos na trajetória percorrida pela humanidade na construção dos conceitos de multiplicação e divisão provenientes da necessidade humana de solucionar situações do dia-a-dia.

A formação de conceitos não pode ser ensinada por meio de treinamentos, mas só pode ser realizado quando o próprio desenvolvimento mental da criança tiver atingido o nível necessário. De acordo com Vigotski (2010), um conceito é a palavra com seu significado que foi produzido historicamente pelo homem, mas, sozinho, o indivíduo não se apropria do conceito, uma vez que é necessária a mediação de outro que o auxilie nos momentos que precisar de ajuda, ou seja, é na interação que conhecimento é construído.

Enquanto professores não nos colocamos como apenas transmissores de conhecimento, mas também como alguém que organiza o ensino de maneira com que os alunos possam se apropriar dos conhecimentos teóricos.

A tarefa docente consiste em desenvolver não uma única capacidade de pensar, mas muitas capacidades particulares de pensar em campos diferentes, não em reforçar a nossa capacidade geral de prestar atenção, mas em desenvolver diferentes faculdades de concentrar a atenção sobre diferentes matérias. (Vigotski, 2005, p.31).

A escola é responsável por criar situações que possibilitem o desenvolvimento das atividades intelectuais com a ajuda do professor e, também, de respeitar as ações que a criança sabe fazer sozinha. Dessa maneira, a aprendizagem e o desenvolvimento se inter-relacionam, pois o desenvolvimento mental da criança não se caracteriza só por aquilo que ela conhece, mas por aquilo que ela pode vir aprender.

Ao organizar o seu ensino, devemos gerar no estudante um motivo para aprender, para que, desse modo, o aluno possa também estar em atividade. No que se refere especificamente ao desenvolvimento psíquico infantil, a atividade tem um papel preponderante, pois as atividades que a criança realiza, em colaboração com outras pessoas mais experientes, possibilitam a passagem do pensamento para a ação e da ação para o pensamento. Este movimento contém elementos valiosos, pois impulsionam o desenvolvimento da criança.

A seguir apresentaremos como esta pesquisa qualitativa foi organizada metodologicamente, incluindo-se os instrumentos que foram utilizados para a construção das informações e das análises.

Nesse contexto, destaca-se a Figura 4, que registra a visita dos alunos, sujeitos da pesquisa, ao Departamento de Metodologia da UFSCar, um momento significativo para eles. Nessa ocasião, os alunos puderam conhecer o local de estudo de sua professora, o que contribuiu para estreitar os vínculos entre os participantes e o espaço acadêmico, reforçando o sentido da pesquisa para eles.

Figura 4- Alunos em visita ao Departamento de Metodologia de Ensino da UFSCar



Fonte: Arquivo pessoal – ano 2023

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Nessa seção abordaremos o percurso metodológico, considerando o embasamento teórico apresentado na seção anterior. Traremos a caracterização da pesquisa, a caracterização da escola, dos sujeitos envolvidos, como as atividades foram organizadas e como serão realizadas as análises das informações

3.1 Caracterização Da Pesquisa

O objeto de estudo dessa pesquisa são os sentidos e significados que os alunos manifestam no ensino da multiplicação e divisão, e, por ser uma pesquisa relacionada ao ensino e a aprendizagem Matemática se desenvolveu em um ambiente escolar. Por este motivo escolhemos desenvolver a pesquisa numa abordagem qualitativa.

A pesquisa qualitativa é aquela que busca entender um fenômeno específico, trabalha com descrições, comparações e interpretações.

No âmbito das características de uma pesquisa científica,

Os pesquisadores que utilizam os métodos qualitativos buscam explicar o porquê das coisas, exprimindo o que convém ser feito, mas não quantificam os valores e as trocas simbólicas nem se submetem à prova de fatos, pois os dados analisados são não-métricos (suscitados e de interação) e se valem de diferentes abordagens. (Gerhardt; Silveira, 2009, p. 32).

Para esses autores o pesquisador é, ao mesmo tempo, sujeito e objeto de sua pesquisa. A pesquisa qualitativa se preocupa com a compreensão de um determinado tema.

De acordo com Chizzotti (2003, p.221) “O termo qualitativo implica uma partilha densa com pessoas, fatos e locais que constituem objetos de pesquisa, para extrair desse convívio os significados visíveis e latentes que somente são perceptíveis a uma atenção sensível...”.

Bogdan e Biklen (1994) descrevem cinco características para a investigação qualitativa: (1) Na investigação qualitativa a fonte directa de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal; (2) A investigação qualitativa é descritiva; (3) Os investigadores qualitativos

interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos; (4) Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva; (5) O significado é de importância vital na abordagem qualitativa.

Ainda de acordo com esses autores não é necessário que o pesquisador percorra essas cinco características para que a pesquisa seja caracterizada como qualitativa, mas é necessário que se tenha profundidade nas características percorridas.

Das características citadas anteriormente, destacaram-se em nossa pesquisa, principalmente, os itens 1, 2, 3 e 5. O item 1 revelou-se o mais evidente, uma vez que a investigação se concentrou na observação e compreensão das atividades em sala de aula, tendo a pesquisadora como principal instrumento de coleta e interpretação dos dados. No que se refere ao item 2, o estudo teve como objetivo descrever as características das atividades desenvolvidas, sem a intenção de manipular variáveis ou estabelecer relações de causa e efeito. O item 3 também esteve presente, ao focar a forma como os alunos construíram significados, o desenrolar das situações observadas e as percepções manifestadas pelos participantes ao longo das propostas realizadas. Por fim, o item 5 mostrou-se relevante ao priorizar a compreensão dos sentidos atribuídos pelos alunos às suas próprias experiências, constituindo um aspecto central para a análise e interpretação dos dados.

Os sujeitos da pesquisa são alunos dos anos iniciais de uma escola Municipal de uma cidade do interior do Estado de São Paulo, por esse motivo caracterizamos como um estudo de caso,

O plano geral do estudo de caso pode ser representado como um funil. Num estudo qualitativo, o tipo adequado de perguntas nunca é muito específico. O início do estudo é representado pela extremidade mais larga do funil: os investigadores procuram locais ou pessoas que possam ser objecto do estudo ou fontes de dados e, ao encontrarem aquilo que pensam interessar-lhes, organizam então uma malha larga, tentando avaliar o interesse do terreno ou das fontes de dados para os seus objetivos. Procuram indícios de como deverão proceder e qual a possibilidade de o estudo se realizar. Começam pela recolha de dados, revendo-os e explorando-os, e vão tomando decisões acerca do objectivo do trabalho. (Bogdan e Biklen, 1994, p.89).

As situações de aprendizagens foram baseadas nas histórias do Sítio do Picapau Amarelo¹¹ e tiveram início no ano de 2022, após a aprovação do Comitê de Ética em Pesquisa¹².

A leitura de uma história faz parte do início das aulas, em abril deste mesmo ano o livro escolhido para ser lido para os alunos foi *Reinações de Narizinho*, de Monteiro Lobato adaptação de Cléo Monteiro. Como já foi descrito na apresentação, a autora desse livro é bisneta de Monteiro Lobato e trouxe nesses livros uma nova versão retirando as frases inadequadas¹³.

Ao final de cada livro os alunos pediam para começar o próximo, para dar continuidade as histórias. Os alunos se interessavam cada vez mais pelas aventuras da turma do Sítio do Picapau Amarelo, que perguntavam para os outros professores se eles conheciam e se gostavam também, até chegavam a contar alguns trechos que tinham mais gostado da leitura diária.

Percebendo esse interesse com essas histórias e com os personagens que viviam no Sítio do Picapau Amarelo, pensamos em elaborar atividades que envolvessem a multiplicação e a divisão com esses personagens.

Os participantes desta pesquisa foram alunos de uma determinada sala de aula de 3º ano (2022) e 4º ano (2023), vale ressaltar que a professora seguiu com a mesma turma para o 4º ano para dar continuidade as atividades. A pesquisa foi realizada com os 26 alunos dessa sala.

Para a construção dos dados, realizamos as AOE, em que os alunos participaram ativamente das atividades propostas, procurando soluções para um determinado problema, o qual era a situação desencadeadora da aprendizagem. Assim, tanto os alunos como a professora estavam em atividade de aprendizagem, contribuindo para que os alunos se apropriassem de conhecimentos produzidos historicamente.

¹¹ Por conhecermos a Lei Federal 14.532/2023 que altera e acrescenta alguns pontos a Lei 7.716/89 (Lei do Racismo), escolhemos trabalhar com as histórias do Sítio do Picapau Amarelo, adaptadas da autora Cléo Monteiro, bisneta de Monteiro Lobato. Durante o ano é trabalhado com os alunos a História e Cultura Afro- Brasileira de acordo com a Lei 10639/03.

¹² Comitê de Ética em Pesquisa parecer 5.370.724.

¹³<https://www.lobato.com.vc/2021/01/obras-de-monteiro-lobato-passam-por-atualizacao-apos-acusacoes-de-racismo/>

As SDA podem ser realizadas por meio de diferentes recursos metodológicos, entre eles estão os jogos, as situações emergentes do cotidiano e a história virtual do conceito.

o jogo com propósito pedagógico pode ser um importante aliado no ensino, já que preserva o caráter de problema. [...] O que devemos considerar é a possibilidade do jogo colocar a criança diante de uma situação-problema semelhante à vivenciada pelo homem ao lidar com conceitos matemáticos.[...] As situações emergentes do cotidiano possibilita à prática educativa oportunidade de colocar a criança diante da necessidade de vivenciar solução de problemas significativos para ela.[...] É a história virtual do conceito porque coloca a criança diante de uma situação problema semelhante àquela vivida pelo o homem(no sentido genérico). (Moura; Lanner de Moura, 1998, p. 12-14 apud Moura, 2010, p. 105-106).

Neste estudo organizamos o ensino com situações emergentes do cotidiano através de troca de cartas entre a personagem Emília e os alunos participantes.

Para a análise das atividades de ensino, utilizamos de episódios e cenas em que são selecionados momentos nos quais encontramos *ações reveladoras do processo de ações dos sujeitos participantes* (Moura, 2004, p.272)

Os episódios poderão ser frases escritas ou faladas, gestos e ações que constituem **cenas** que podem revelar interdependência entre os elementos de ação formadora. Assim, os episódios não são definidos partir de um conjunto de ações lineares. Pode ser que uma afirmação de um participante de uma atividade não tenha impacto imediato sobre os outros sujeitos da coletividade. Esse impacto poderá estar revelado em um outro momento em que o sujeito foi solicitado a utilizar-se de algum conhecimento para participar de uma ação no coletivo. (Moura, 2004, p. 276, grifos do autor).

A produção das informações utilizadas para a análise foi através de episódios. Esses episódios foram registrados através filmagens de atividades produzidas pela professora e desenvolvidas pelos alunos, registros escritos realizados pela professora e alunos.

Dos 13 episódios registrados durante a coleta de dados, foram selecionados 8 para análise, com base no critério de evidência de ações de aprendizagem por parte dos alunos. Entende-se por episódios os conjuntos de cenas que, dentro do contexto investigado, apresentam situações significativas que possibilitam a compreensão dos processos de construção do conhecimento. A seleção foi realizada considerando a presença de interações, argumentações,

resolução de problemas e manifestações de pensamento matemático por parte dos alunos. Dessa forma, os episódios escolhidos revelam com maior clareza as ações de aprendizagem, permitindo uma análise mais aprofundada dos movimentos dos estudantes diante das propostas de atividades e das situações de mediação vivenciadas em sala de aula.

Os episódios analisados dizem respeito a momentos de socialização das discussões e propostas de ensino e, por essa razão, foram selecionados a partir das transcrições das gravações em áudio e vídeo. O processo de escolha desses recortes, conforme explicita Moura (2000), pode ser compreendido por meio da analogia com a produção cinematográfica: assim como o diretor seleciona e organiza cenas que dão sentido à narrativa do filme, o pesquisador seleciona episódios que possibilitam a explicitação do fenômeno investigado. Desse modo, a organização em cenas visa transmitir ao leitor a percepção de que o objeto de estudo vai sendo gradativamente revelado, permitindo-lhe acompanhar o movimento de constituição do conhecimento.

A analogia proposta por Moura (2000) permite compreender que a análise não se limita à descrição de fragmentos isolados, mas se configura como um processo de composição que articula partes em uma totalidade significativa. Deste modo, a escolha dos episódios não é arbitrária, mas orientada pela busca de elementos que evidenciem a dinâmica de construção do conhecimento científico, considerando a perspectiva histórico-cultural que fundamenta a pesquisa. Foi nesse movimento que emergiu as unidades de análise sobre imaginação; sentidos e significados das quantidades e operações; sentidos e significados para o zero como guardador de lugar.

Assim, a análise por episódios, conforme argumenta Moura (2000), constitui-se em uma estratégia metodológica que ultrapassa a simples organização dos materiais produzidos. Trata-se de um modo de exposição que recompõe o fenômeno em sua totalidade, construindo uma nova síntese capaz de revelar o movimento lógico-histórico da pesquisa e, simultaneamente, os modos de ação que sustentam a compreensão teórica do objeto. Essa perspectiva de análise permite, portanto, apreender o fenômeno em seu procedimento, evidenciando-o como uma realidade em transformação.

Nessa direção, a organização dos episódios em forma de cenas cumpre a função de revelar determinações essenciais que não se esgotam na aparência imediata, mas desvelam aspectos estruturantes do fenômeno em estudo. Como ressalta Moura (2000, p. 60), “os episódios são reveladores sobre a natureza e qualidade das ações. Quanto à natureza, podemos destacar: se trata de conceito, de modos de ação, de valores, de conhecimento estratégico... ou se é apenas conhecimento prático”. A análise, portanto, opera como mediação entre a singularidade das ações registradas e a apreensão das regularidades que constituem a essência do fenômeno investigado.

3.2 Caracterização Da Escola

Através de consulta do Projeto Político Pedagógico da escola (PPP) A EMEB Prof. Afonso Fioca Vitali - CAIC está localizada no bairro Cidade Aracy, no município de São Carlos – SP e fica na periferia da cidade. A escola tem 27 anos e atende atualmente cerca de 1.100 alunos em três turnos de funcionamento - compreende ensino fundamental I e educação de jovens e adultos (EJA). A unidade atende aos bairros mais próximos: Antenor Garcia, Planalto Verde, Itatiaia, Vida Nova e Presidente Collor.

A escola foi criada em meio a um contexto de políticas públicas do Governo Federal que, atenderia a criança em tempo integral, sendo o projeto denominado Centro de Atenção Integral à Criança e ao Adolescente (CAIC), por isso até hoje a escola é conhecida como CAIC, apesar de seu nome ter sido mudado em 1999, para EMEB Profº Afonso Fioca Vitali, quando o município passou a ser responsável pelo prédio escolar.

De acordo com o Projeto Político Pedagógico, o bairro foi formado em 1982, mas demorou 12 anos para inaugurar a primeira escola nesta região através de políticas públicas do Governo Federal.

A primeira escola do bairro foi improvisada, instalada no velório do cemitério que pertencia à Imobiliária Faixa Azul, proprietária do loteamento. Ainda, neste a escola foi nomeada como Orlando Perez, em 1994, com a construção da nova escola denominada CAIC (Centros Integrados de Atenção à Criança e ao Adolescente), a escola alocada no Cemitério, Orlando Perez foi

transferida e passou a funcionar na nova construção. Logo em seguida, devido ao aumento de procura e demandas, a escola Orlando Perez foi transferida e na construção do CAIC inaugurou-se a escola Prof. Afonso Fioca Vitali. A escola possui o mesmo prédio construído em 1994.

Atualmente a escola possui 23 salas de aula, uma secretaria, uma sala de direção, uma sala de apoio docente, uma sala para professor, dois almoxarifados de material escolar, um refeitório, uma cozinha, uma dispensa, um almoxarifado de material de limpeza, uma sala de multiuso, uma sala de informática com 10 computadores recém inaugurada com recursos do PPDE (Programa Dinheiro Direto na Escola), uma sala de música, uma quadra coberta, um parque infantil, uma sala de recursos e oito banheiros funcionando, desses, três são para alunos com necessidades especiais nos períodos manhã, tarde e noite.

A escola possui 24 funcionários, divididos em agentes educacionais, auxiliar administrativo, direção e assessores de direção da escola, servente-merendeiras, auxiliares de cozinha e funcionários cooperativa para a limpeza da escola. No seu quadro atual, a escola possui 65 professores, entre professores regulares de sala, professores de música, educação física, educação especial e professores de apoio e substituição.

A EMEB Prof. Afonso Fioca Vitali funciona nos períodos da manhã (7h às 12h), tarde (12h30min às 17h30min) e noite (19h às 22h). Atua no Ensino Fundamental (do 1º ao 5º ano) e na Educação de Jovens e Adultos (EJA). Possui um total de 1100 alunos matriculados, divididos em 1050 alunos matriculados do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental e 50 alunos EJA – Suplência I e II

3.3 Os Sujeitos Da Pesquisa

Os participantes desta pesquisa possuíam, em sua maioria, dez anos de idade. Em 2022, eram alunos do 3º ano B, no qual a pesquisadora desse estudo era também a professora-regente da sala. Esta turma era composta por 23 alunos, sendo 10 meninos e 13 meninas, na transcrição das atividades optamos por usar as iniciais dos nomes dos alunos. A professora optou por seguir com a turma para o 4º ano, no ano de 2023. O 4º ano B, é composto por 12 meninos e

14 meninas, totalizando 26 alunos. Durante o ano dois alunos foram transferidos para outras escolas.

Quadro 8- Características dos alunos participantes¹⁴

And – 10 anos – preto	Est – 10 anos – parda	Samy - 10 anos – pardo
B – 10 anos – preto	Isab S - 10 anos - parda	Sop F - 10 anos – branco
Cris – 10 anos – preto	Isab V. 10 anos – parda	Sop S - 10 anos – preta
Dav – 10 anos – pardo	K - 10 anos – branco	Stef - 10 anos – preta
Edu - 10 anos – pardo	L - 10 anos – branco	Tia 10 anos – branco
Ema S - 10 anos – parda	Mig - 10 anos – branco	Yas F - 10 anos – branca
Ema V -10 anos - branca	Ped - 10 anos – branco	Yasm Go -10 anos – parda
Eman – 9 anos – branco	Raf - 10 anos – pardo	Yasm Gy -10 anos – branca

Fonte: Elaboração própria – ano 2023

O Quadro evidencia que 42% dos alunos se autodeclaram brancos, 37% pardos e 21% pretos. Observa-se, ainda, diversidade quanto à localização das residências: um aluno residia no bairro Planalto Verde, necessitando de transporte escolar coletivo; outro, no bairro Vida Nova, utilizava van escolar particular; e uma aluna, no bairro Itatiaia, deslocava-se por meios próprios. Os demais estudantes eram moradores das proximidades da escola. Todos os alunos frequentam o período matutino, com entrada às 7h30 e saída às 12h. Para aqueles que desejam realizar o café da manhã na instituição, os portões são abertos às 7h15, sendo o almoço servido às 10h30.

A seguir, descrevemos a composição dos instrumentos utilizados nessa pesquisa.

3.4 O Processo De Construção Das Informações

As informações foram sendo construídos durante o desenvolvimento das atividades que envolviam as operações de multiplicação e divisão. Todas as atividades feitas em sala, durante o horário regular de aula.

¹⁴ Dados retirados da ficha de identificação preenchida pelos responsáveis no ano de 2023.

A cada início de atividade desenvolvida a professora retomava com os alunos o que já tinham feito anteriormente e como tinham respondido a carta da Emília. Eram formados grupos acordo com o número de alunos presentes naquele dia, os grupos não ultrapassavam de cinco alunos.

Os grupos eram distribuídos de tal modo que todos fossem “enquadrados” na câmera dos dois notebooks e dos dois celulares. Um dos celulares ficava em um suporte e o outro ficava junto com a professora.

Todas as atividades foram filmadas, pois através dos vídeos podemos observar o modo de pensar dos alunos, as interações, mediações presentes no desenvolvimento das atividades, além da possibilidade de poder revisar os dados sempre que for necessário para que não passem despercebido nenhuma informação que venha a contribuir com esta pesquisa.

Através das gravações e das observações identificamos os momentos significativos para o nosso estudo. Além das gravações, pedimos para que os alunos em grupo registrassem, por escrito, como estavam resolvendo a situação proposta e depois cada grupo socializava como tinham resolvido com os demais. No final de cada atividade, coletivamente respondíamos à carta da Emília dando sugestão de resolução ao problema proposto através das soluções encontradas pelos alunos. Ao realizar o registro escrito, pudemos observar como eles estavam exteriorizando a forma como estavam pensando.

3.5 Selecionando as Unidades de Análise

Em um primeiro momento descrevemos as cenas e os episódios em quadros de textos. No segundo momento organizamos os episódios e as cenas em unidades de análises.

Considerando a quantidade de informações obtidas a partir das SDA desenvolvidas com os alunos, consideramos pertinente organizá-las em categorias. Ao ler as informações, criamos três unidades de análises: *A imaginação*; *Sentidos e significados das quantidades e operações*; *Sentidos e significados para o zero como guardador de lugar*.

Desde o início da nossa pesquisa trabalhamos junto com a literatura infantil. A contação de histórias, quando utilizada como estratégia pedagógica, pode contribuir de forma significativa para a prática docente e para a

aprendizagem dos alunos. Ao ouvir histórias, os estudantes são estimulados a imaginar, desenvolver a criatividade e ampliar a compreensão do mundo ao seu redor. Além disso, essa prática torna o processo de leitura e escrita mais dinâmico, envolvente e prazeroso, favorecendo o interesse e a participação ativa dos alunos. As histórias são recursos simples e criativos, pois basta ter uma narrativa, alguém para contar e alguém para ouvir. Quando a história é contada, ela prende a atenção do ouvinte e o convida a imaginar o que está sendo dito. Assim, quem escuta participa da história com a sua imaginação, tornando o momento mais envolvente e significativo.

Ao ler uma história a criança, também desenvolve todo potencial crítico. A partir daí ela pode pensar, dividir, perguntar, questionar... Pode se sentir inquieta, cutucada, querendo saber mais e melhor ou percebendo que se pode mudar de opinião... E isso não sendo feito uma vez ao ano...Mas fazendo parte da rotina escolar, sendo sistematizado, sempre presente – o que não significa trabalhar em cima dum esquema rígido e apenas repetitivo. (Abramovik, 1997, p. 143).

Com a contação de história os alunos se envolveram com a personagem Emília, e, imediatamente, aceitaram a ideia que iriam receber e responder as cartas para a boneca. A imaginação perpassou por todas as aulas com as trocas de cartas, e em nenhum momento se opuseram a realizar as atividades ou não responder as cartas para a Emília. Para Vigotski (2009, p. 25): “... a imaginação é uma condição totalmente necessária para quase toda atividade mental humana”. Por esse motivo, uma das unidades de análise proposta é *A Imaginação*.

Na segunda unidade de análise *Sentidos e significados das quantidades e operações*, os alunos tiveram que pensar em maneiras e estratégias de controlar quantidades de doces, fazer correspondências, e operações. Moura explica que,

nada mais é do que a vontade humana de melhor conhecer para melhor viver: saber o dia da festa, se a quantidade de animais aumentou, controlar o estoque de mercadorias, controlar a periodicidade do plantio, da colheita e da fertilidade dos animais, o número de manifestantes da praça ou o número de intenção de votos. Esses saberes são parte da necessidade e da invenção humana buscando desvendar os mistérios, superar as incertezas e determinar a justeza das ações. O controle das quantidades é uma das grandes criações que a humanidade continua inventando. (Moura, 1996, p.9).

Quando a criança cria sua própria estratégia para resolver um problema de contagem de quantidade ou de operação, ela está sendo vivenciando o processo histórico. Esse envolvimento favorece não apenas a compreensão do número como conceito, mas também do seu uso em diferentes contextos. Dessa forma, o processo de significação do sistema de numeração deve contemplar oportunidades para que a criança elabore e se aproprie de estratégias pessoais na resolução de problemas de contagem e de cálculo, promovendo uma aprendizagem significativa.

A terceira e última unidade de análise é *Sentidos e significados para o zero como guardador de lugar*, constituiu um dos episódios mais marcantes para os alunos, pois a partir do momento em que eles entenderam o zero como guardador de lugar, o algoritmo da multiplicação teve significado como também o algarismo zero como guardador de lugar.

Utilizaremos o conceito de episódios para organizar os dados, pois nos pareceu fundamental para a compreensão dessa pesquisa.

Os episódios devem revelar as ações, isto é, os sentidos e significados que os alunos explicitaram durante o processo do desenvolvimento da SDA na sala de aula.

A Figura 5 ilustra os alunos durante visita ao Departamento de Química da UFSCar, momento importante para o contexto da pesquisa. A partir dessa organização, passamos a apresentar a descrição das cenas e dos episódios realizados em sala de aula.

Figura 5 - Alunos em visita ao Departamento de Química da UFSCar



Fonte: Arquivo pessoal – ano 2023

4 DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES E ANÁLISE DAS INFORMAÇÕES

Nesta seção abordaremos as atividades de multiplicação e divisão desenvolvidas durante a pesquisa. Também analisaremos alguns episódios que evidenciam a manifestação dos sentidos e significados do conceito de multiplicação.

4.1 Situações Desencadeadoras de a Aprendizagem Propostas Pela Professora

As SDA propostas para os alunos se basearam na troca de cartas entre a personagem Emília do sítio do Picapau Amarelo, em que, a cada carta recebida era proposto que os alunos resolvessem uma situação, a qual era a situação desencadeadora da aprendizagem. Vale ressaltar que optamos pelas cartas, por ser um gênero textual estudado pelos alunos nos anos iniciais e que seria o meio de comunicação mais apropriado, já que a escola não possuía uma sala de informática equipada para troca de e-mails.

Nas subseções descreveremos como foi realizada a troca de cartas entre os alunos e a personagem Emília.

4.1.1 Uma Festa Para O Príncipe Escamado E Seus Amigos - Operação De Multiplicação – 1º episódio

A professora iniciou com uma conversa com os alunos lembrando a história do Sítio do Picapau Amarelo que eles haviam lido durante o ano.

Durante a conversa foi falado que a Emília queria dar uma grande festa para os moradores do Reino da Águas Claras. A festa seria no quintal do Sítio do Picapau Amarelo. Não foi difícil convencer a vovó, Dona Benta, a deixar a fazer em seu quintal. Emília teve essa grande ideia, pois queria retribuir o que o príncipe Escamado e o Doutor Caramujo (ou Doutor Cara de Coruja, como ela costumava chamar o médico), fizeram por ela, inclusive por ter dado a tal pílula falante.

Ela foi pedir ajuda para tia Nastácia, que é uma excelente cozinheira, para ajudá-la a fazer os docinhos da festa. Tia Nastácia disse que ajudaria, mas precisaria saber que docinhos iria fazer, quantos convidados teria na festa e quantos docinhos de cada sabor teria que fazer. Quem conhece essa boneca de pano sabe que ela é danada em dar respostas rápidas, mas desta vez Emília, ficou em silêncio, pensando, como ela ia saber que docinhos os moradores do Reino das Águas Claras gostavam? Quantos convidados viriam para festa? E quantos doces de cada sabor seriam necessários?

Com ajuda do pó de pirlimpimpim, Emília enviou uma carta para os alunos pedindo ajuda para resolver esses probleminhas. Vamos ler a carta?

Quadro 9 - Primeira carta da Emília

Sítio do Picapau Amarelo, 18 de outubro, de 2022

Queridos alunos e queridas alunas,

Quem escreve aqui é a Emília. Eu sei que vocês já me conhecem, afinal eu sou a boneca mais famosa do mundo, pois sou a única que fala e claro a mais bonita, mas deixa essa conversa para outro dia. Estou escrevendo esta carta porque preciso da ajuda de vocês, e já me avisaram que vocês poderiam me ajudar.

É o seguinte, chega de enrolar, vocês sabem que eu era uma boneca que não falava, e que um dia passeando pelo Reino das Águas Claras com a Narizinho, o doutor Cara de coruja me deu pílula falante e desde então comecei a falar. Gostaria de retribuir o que o doutor e o príncipe Escamado fizeram por mim. A vovó, Dona Benta, deixou fazer uma festa aqui no quintal do sítio do Picapau Amarelo. Fui pedir ajuda da Tia Nastácia, que como todos sabem, é uma excelente cozinheira, para fazer os docinhos da festa. Ela disse que me ajudaria, mas precisaria saber que docinhos era para ela fazer e quantos convidados teriam nesta festa.

Eu sei que sou muito inteligente, mas essas perguntas da tia Nastácia me deixaram confusa. Quem eu posso convidar do Reino das Águas Claras? Quantos convidados? Que docinhos será que eles gostam? E quantos eu posso fazer de cada um? Eu não, a Tia Nastácia.

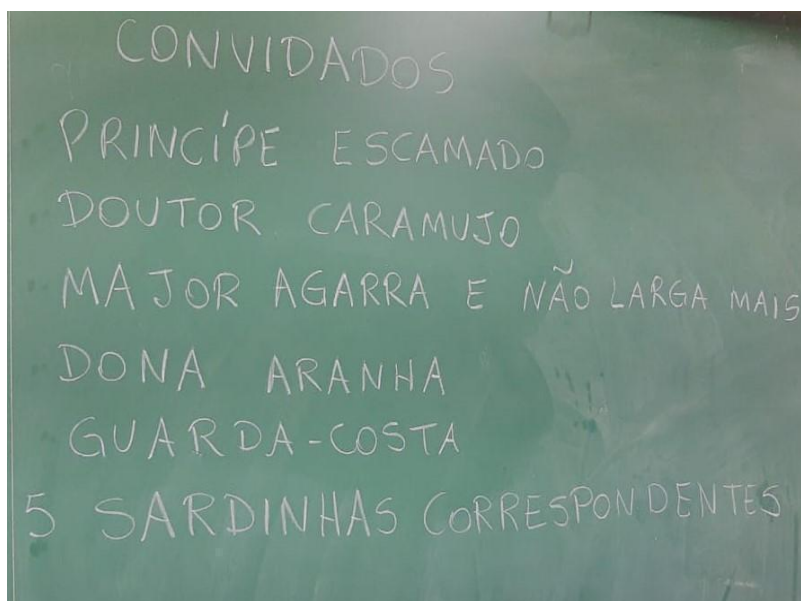
Será que vocês poderiam me ajudar? Espero a resposta de vocês!

*Um grande beijo
Emília*

Fonte: Elaboração própria – ano 2022

Após a leitura da carta os alunos começaram a dar sugestões de quem a Emília poderia convidar do Reino das Águas Claras para a festa. Neste momento a professora começou a escrever na lousa as sugestões: Príncipe Escamado, Doutor Caramujo, Major Agarra e Não Larga Mais, Dona Aranha, Guarda- Costa, 5 sardinhas correspondentes, conforme o registro apresentado na figura 6.

Figura 6 - Lista de convidados



Fonte: arquivo pessoal – ano 2022

Decidido quais seriam os convidados, foi a vez dos alunos darem as sugestões dos docinhos para a festa. O primeiro docinho que todos sugeriram foi o brigadeiro. A aluna Isab V., sugeriu doce de algas, por se tratar de animais aquáticos, a aluna Sop. F. complementou dizendo que poderia ser mousse de algas em vez de doce de algas, os colegas gostaram da sugestão. A mesma aluna sugeriu em seguida beijinho e todos concordaram. Já a Isab S. disse que poderia ter cupcake de chocolate e morango e iniciou-se uma discussão se os convidados iriam gostar ou não de cupcake. Depois de alguns minutos de conversa entre eles, resolveram deixar o cupcake de lado.

O aluno K. deu a sugestão de fazer bombom de peixe que imediatamente foi rebatida pelo aluno Dav., o qual disse que não poderia fazer bombom de peixe, porque o Príncipe Escamado era um peixe e não iria comer a si próprio.

Então, o Dav. sugeriu que fizesse bombom de minhoca, então aceito por todos. O aluno K. ainda quis saber o que doutor Caramujo comia, foi uma pergunta que fez todos pararem para pensar, inclusive a professora, pois não sabíamos o que um caramujo comia. Os alunos pediram para que a professora pesquisasse na internet e descobriram que os caramujos se alimentam de plantas. Com essa descoberta, a aluna Yas. F sugeriu incluir rosquinhas de plantas no cardápio. Para os alunos ainda faltava um docinho para a dona Aranha, o aluno Ed. sugeriu Paçoquinha de moscas.

Assim os alunos disseram que os docinhos já eram suficientes, então a professora falou que todos iriam experimentar as sugestões dadas por eles. Imediatamente, os alunos falaram que não, que quem experimentaria os docinhos seriam os convidados.

Agora faltava responder quantos docinhos de cada tipo a tia Nastácia precisaria fazer. As quantidades poderiam variar e os alunos deram algumas sugestões: 20, 5, 15 10 ou 30 docinhos, como mostra a figura 4. Essas quantidades não estavam relacionadas diretamente a um docinho específico, podendo variar.

Figura 7- Sugestões de quantidades de docinhos

DOCINHOS	QUANTIDADE DE DOCINHOS
BRIGADEIROS	
MOUSSE DE ALGAS	20
BEIJINHOS	5
BOMBONS DE MINHOCAS	15
ROSQUINHAS DE PLANTAS	10
PAÇOQUINHAS DE MOSCAS	30

Fonte: arquivo pessoal – ano 2022

Encerramos neste momento a aula, mas ainda faltava escrever a carta com a resposta para a Emília.

Em uma outra aula, relembramos o que havíamos feito anteriormente para podermos escrever a resposta da carta para a Emília. A carta foi escrita coletivamente e a professora foi a escriba da turma, registrando na lousa o que os alunos falavam. Abaixo, no quadro 3, está a resposta da carta para a Emília escrita pelos alunos coletivamente que seria enviada para o Sítio do Picapau Amarelo, através do pó de pirlimpimpim, como mostra na figura 8.

Quadro 10 - Resposta a primeira carta da Emília

<i>São Carlos 24 de outubro de 2022</i> <i>Querida Emília,</i> <i>Recebemos a sua carta e vamos tentar te ajudar.</i> <i>Fizemos uma lista de convidados, já que no Reino das Águas Claras existem muitos animais aquáticos. Sugerimos o Príncipe Escamado, Doutor Caramujo, Major Agarra e Não Larga Mais, Dona Aranha, Guarda-costa e 5 Sardinhas correspondentes, pois são elas que levam as cartas.</i> <i>Sugerimos alguns docinhos para a festa: brigadeiros, mousse de algas, moscas. Não sabemos como a tia Nastácia conseguirá fazer estes docinhos.</i> <i>Pensamos na quantidade de cada docinho, que pode ser: 20 docinhos de cada tipo, 15, 5, 30 ou 10 de cada tipo.</i> <i>Esperamos que as nossas sugestões possam te ajudar</i> <i>Beijos</i> <i>Alunos do 3º ano B</i> <i>P.S.: Emília, fizemos esta tabela para te ajudar na escolha das quantidades de docinhos:</i>					
<i>Quantidade de docinhos</i>	<i>20</i>	<i>15</i>	<i>30</i>	<i>10</i>	<i>5</i>
<i>Quantidade para cada um</i>	<i>2</i>	<i>1</i>	<i>3</i>	<i>1</i>	<i>½</i>
<i>Sobra</i>	<i>0</i>	<i>5</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>

Fonte: Elaboração própria – ano 2022

Vale ressaltar que para construir a tabela acima, a professora foi perguntando para os alunos quantos docinhos cada convidado iria receber e quantos docinhos sobriam. Os alunos não apresentaram dificuldade para responder com as quantidades 20, 15, 30 e 10. Quando foi perguntado com a quantidade 5, o aluno Dav. de imediato disse que não teria como, pois não daria para dar um para cada um, que 5 iriam comer e 5 ficaria sem comer. Já o aluno K. disse que poderia dividir o docinho pela metade, assim todos iriam comer pelo menos um pedaço de cada. O aluno Dav. concordou, mas disse que não teria graça, pois seria só um pedacinho do doce.

Como já havíamos terminado de escrever a carta quando surgiu a ideia de construir a tabela para a Emília, a professora da sala explicou que existia uma maneira de acrescentar observações após o término da escrita da carta, o aluno Raf. disse que era só colocar PS¹⁵ antes da tabela que a Emília iria entender.

Figura 8- Pó de Pirlimpimpim feito pela professora



Fonte: arquivo pessoal – ano 2022

4.1.2 Emília E O Problema Da Contagem Dos Docinhos – Operação De Multiplicação – 2º episódio

Com o final do ano se aproximando decidimos que as próximas atividades seriam realizadas no próximo ano, já que a mesma professora seguiria com a turma. No mês de março do ano seguinte foram retomadas as atividades sobre multiplicação.

A próxima atividade desenvolvida teve como objetivo proporcionar através da prática, um meio para os alunos encontrarem uma solução ao problema proposto, assim compreendendo o processo histórico que levou a humanidade a multiplicar.

Como recebemos três alunos novos, um vindo do período da tarde e dois de outra escola, retomamos, o que havia sido feito no ano anterior, lendo a carta recebida pela Emília e a carta que enviamos para ela como resposta ao seu pedido de ajuda.

¹⁵ PS: Post Scriptum (abreviação do latim "escrito depois").

Após essa retomada a professora disse que havia recebido outra carta da Emília no final da tarde do dia anterior e que iria abrir junto com eles. A Emília como é uma boneca muito esperta já sabia que os alunos estavam no 4º ano B. A carta dizia:

Quadro 11 - Primeira carta enviada pela Emília aos alunos do 4º ano

Sítio do Picapau Amarelo, 07 de março de 2023

Queridos alunos e queridas alunas,

Olá crianças, tudo bem com vocês? Como passaram de férias? Aqui no sítio sempre estamos em férias, pois cada dia é uma nova aventura, mas vamos ao que interessa.

Obrigada por terem respondido a minha carta foi de grande ajuda, já estou fazendo os convites para enviar para o Reino das Águas Claras. Gostei muito das sugestões dos docinhos, já pedi para Tia Nastácia preparar tudo, tenho certeza que ficarão deliciosos, pois ela é uma excelente cozinheira, como vocês já sabem. A Tia Nastácia pediu ajuda para eu contar os docinhos enquanto ela vai fazendo, mas eu não quero ficar contando de um e um, pois vai demorar muito. Será que existe outra maneira para eu fazer isso? Vocês poderiam me ajudar a encontrar uma maneira de contar os docinhos sem contar um a um?

Um grande beijo
Emília

Fonte: Elaboração própria – ano 2023

Assim que a professora terminou de ler a carta, o aluno K. já disse “que folgada!”, se referindo à boneca Emília. A professora logo aproveitou essa fala e relembrou as histórias do livro “Reinações de Narizinho”, de Monteiro Lobato, adaptação de Cléo Monteiro, e perguntou se alguma vez a Emília não tinha sido “folgada”, os alunos responderam que não, que ela sempre pede a ajuda para os outros e depois fala que ela resolveu tudo sozinha.

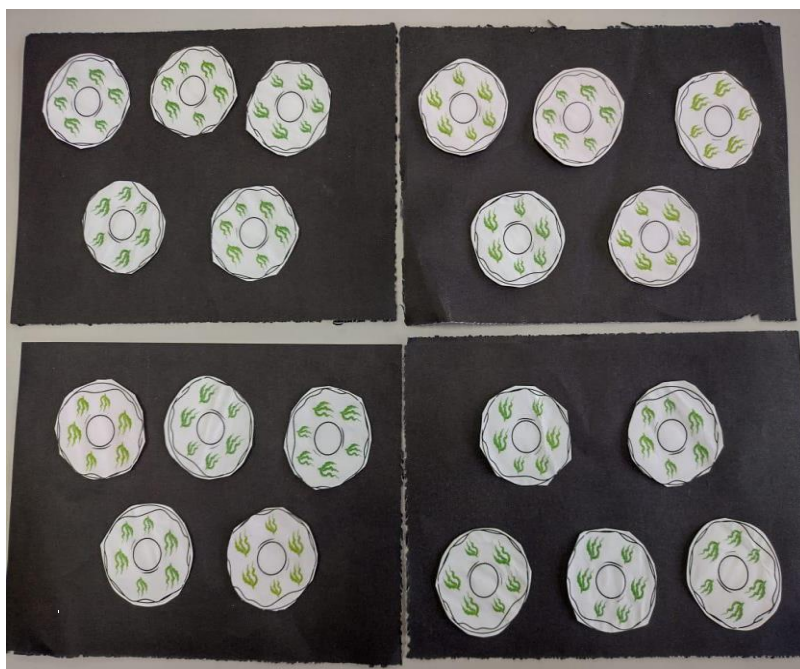
Para resolver essa atividade a professora dividiu a sala em 6 grupos, 3 grupos ficaram com 4 alunos, e 3 grupos com 3 alunos. Neste dia a sala estava com 21 alunos. Entregou para cada grupo formas com os docinhos escolhidos na atividade anterior. Cada forma tinha a mesma quantidade de docinhos. Como mostram as figuras abaixo:

Figura 9 - Paçoquinhas de moscas



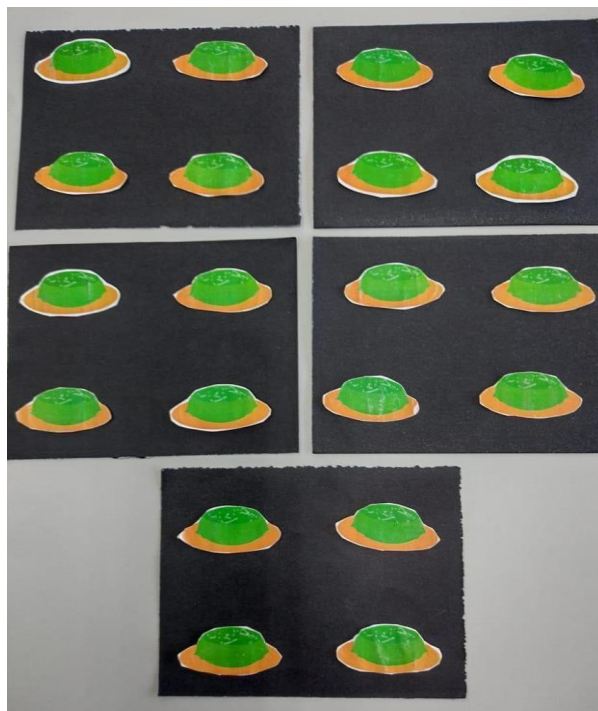
Fonte: arquivo pessoal – ano 2023

Figura 10 - Rosquinhas de plantas



Fonte: arquivo pessoal – ano 2023

Figura 11- Mousse de algas



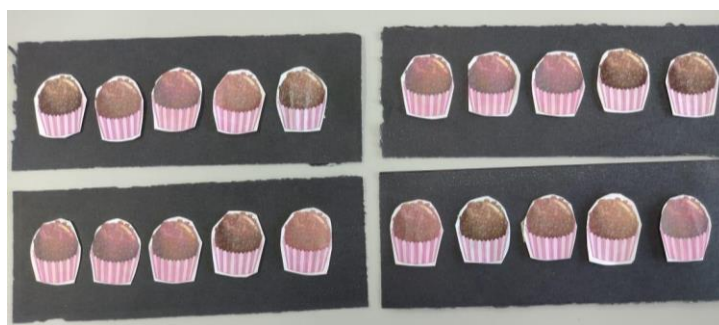
Fonte: arquivo pessoal – ano 2023

Figura 12 -Bombons de minhocas



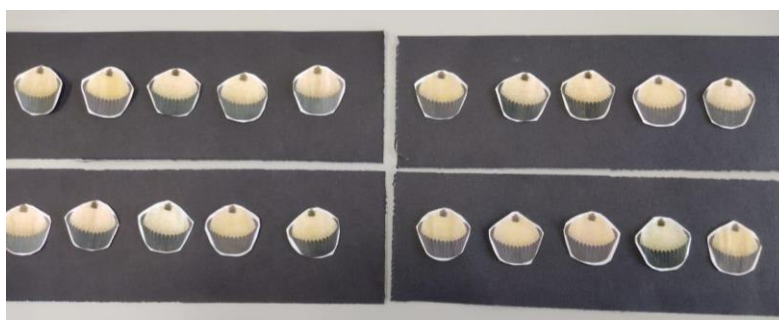
Fonte: arquivo pessoal – ano 2023

Figura 13 - Brigadeiros



Fonte: arquivo pessoal – ano 2023

Figura 14 - Beijinhos



Fonte: arquivo pessoal – ano 2023

Antes de entregar as formas para os grupos a professora pediu para que os alunos imaginassem que a Tia Nastácia já estivesse fazendo os docinhos, colocando-os nas formas, e pedindo para que a Emília contasse, mas ela não queria contar de um em um, então eles teriam que ajudar a resolver essa situação de alguma maneira. A professora entregou para cada grupo as formas de docinhos, sendo que cada grupo recebeu um docinho diferente do outro. A professora, mais uma vez, deixou claro que não poderiam contar de um em um, após entregar as formas e percorrer os grupos para ver como estava sendo resolvida a situação proposta

O G1 estava com as paçoquinhas de moscas, e em cada forma tinha 4 (quatro) paçoquinhas.

Prof - De que maneira podemos contar as paçoquinhas sem ser de um em um?

Isa - De 4 em 4.

Eman V – 4, 8, 12, 16, 20.

Prof. – Mas por que de 4 em 4?

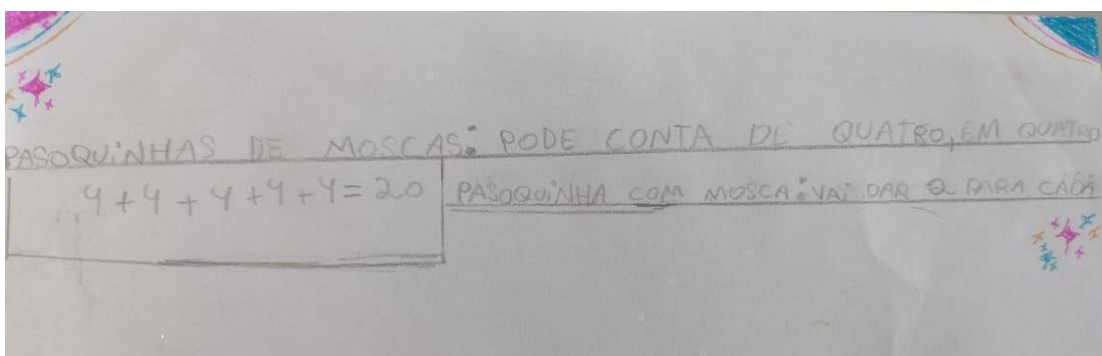
Eman V – Por que cada um tem 4. (aponta para as formas)

Samy – Pode ser de 2 em 2 também.

Depois de olhar para as formas a mesma aluna responde

Samy – Mas cada forma tem 4, não dá para ser de 2 em 2.

Figura 15 - Solução apresentada pelo grupo 1



Fonte: arquivo pessoal– ano 2023

Abaixo descrevemos a solução encontrada pelo grupo 1.

Paçoquinhas de moscas: pode conta de quatro, em quatro

$4 + 4 + 4 + 4 = 20$ Paçoquinha com mosca: vai dar 2 para cada.

O G2 estava com a forma com as rosquinhas de plantas.

Prof – Vocês já pensaram como podem contar os doces sem ser de um em um?

Sop F. – Eu pensei de 5 em 5.

Prof – Por que de 5 em 5?

Sop. F – Porque assim fica bem mais fácil de contar.

Prof – Porque é mais fácil?

Stef – Porque é mais rápido.

Emanu – Acho melhor de 10 em 10.

Prof – Por que de 10 em 10?

Emanu fica pensativo

Prof – De que maneira é mais fácil contar de 10 em 10 ou de 5 em 5

Sop F. – De 5 em 5

Prof – Mas por que é mais fácil

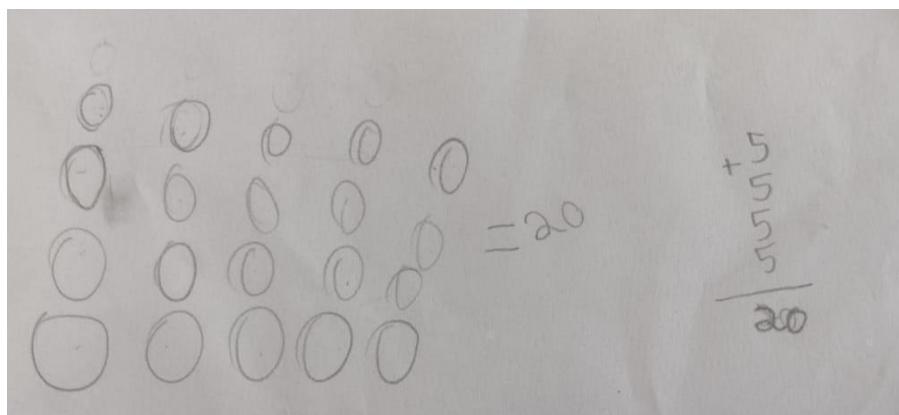
Stef. – Porque o número é igual em todas as formas.

Prof – Então por isso que é mais fácil?

Emanu – Sim

Prof – Agora eu entendi.

Figura 16 - - Solução apresentada pelo grupo 2



Fonte: arquivo pessoal – ano 2023

Já o G3 ficou com o mousse de algas.

L – Pode ser de 2 em 2.
 Prof – Mas porque de 2 em 2?
 B – Tem 4 em cada forma.
 Prof – O B está falando que tem 4 em cada forma, então como podemos contar?
 L – Mas 2 em 2 é mais fácil. Aqui tem 4, aqui tem 4, aí vai se perder fácil.
 Prof – Será que vai se perder fácil?
 K – Eu sei como é que faz
 Prof – Então faz K
 K – 4, 8, 12, 16, 20.
 Prof – B como você faria?
 B – Eu pegaria aqui (mostra as formas) 4 mais 4 que dá 8, aí 8 mais 8 é 16 fica mais essa dá 20.
 O aluno L ainda insiste em contar de 2 em 2, a professora interfere mais uma vez pedindo para que ele veja quantos docinhos tem em cada forma.
 L - 4 em cada forma.
 Prof – É mais rápido eu contar de 2 em 2 ou de 4 em 4?
 L – De 4 em 4
 K – Tem um monte de jeito de contar de 4 em 4.
 O aluno K começa a colocar no papel
 Prof – O que vocês percebem com o que vocês acabaram de escrever?
 K – Tem cinco 4
 B – 5×4
 K – $5 \times 4 = 20$. É mais rápido ainda
 O aluno L não estava convencido, pegou o papel onde estava anotado tudo e começou a conferir.
 L – Nossa! É mais rápido mesmo!

O L quis apagar as outras anotações e deixar apenas a conta de multiplicação, mas a professora pediu para que deixasse tudo como estava, como mostra a figura abaixo:

Figura 17 -Tentativas para a solução da situação proposta pelo grupo 3

$$8 + 8 = 16 + 4 = 20$$

$$4 + 4 = 8 + 4 = 12 + 4 = 16 + 4 = 20$$

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20$$

$$4 \times 5 = 20$$

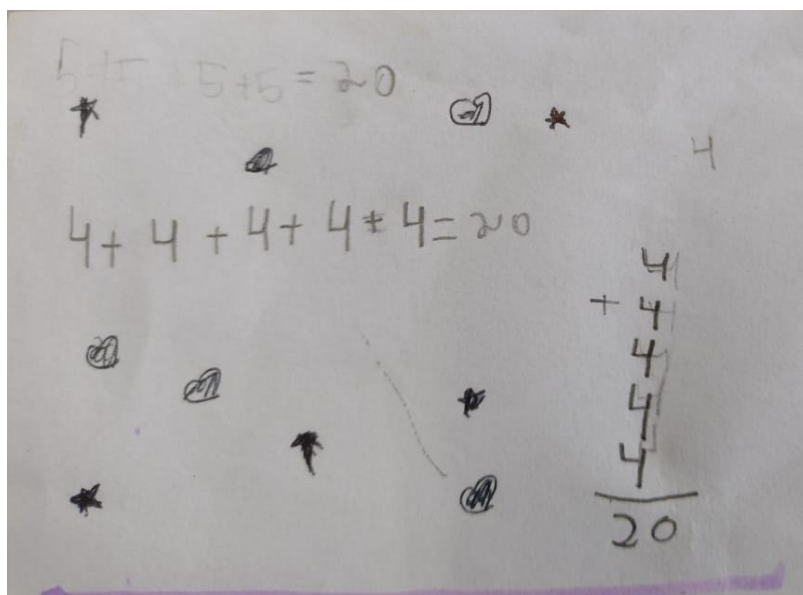
Fonte: Arquivo pessoal – ano 2023

Já o G4 ficou com os bombons de minhocas que estavam distribuídos em 5 formas com 4 bombons cada uma.

Prof – O que vocês fizeram aqui? (aponta para o papel onde está escrito 4 x 5)
 Ped – 4 x 5
 Prof – Por que?
 Isab. S – Primeiro nós vimos que todas as cartelas tinham 4 docinhos. Aí nós vimos que daria 20.
 Prof – Primeiro vocês contaram os docinhos das formas de 4 em 4. Como?
 Sop. S – A gente anotou na folha professora
 Prof – Deixa eu ver.
 Prof – Mas aqui na folha está 5 + 5 + 5 + 5
 Ped – A gente pegou uma forma e deu para cada um e sobrou uma
 Isab. S – Mas na forma tem 4.
 Prof – Por que você colocou 5?
 Ped – Como sobrou um na forma, eu ia tirar um bombom de cada e ia distribuir em cada forma que está com a gente.
 Prof – Mas eu quero que faz desse jeito que está os bombons na forma.
 Yasm Go – Então é 4 + 4 + 4 + 4 + 4
 Prof – Por que?
 Isab. S – Porque todas as formas tem 4
 Ped. – Aí fica mais fácil contar de 4 em 4
 Prof – Estou vendo que vocês escreveram aqui na folha 5 x 4, por quê?
 Isab S. – Porque tem 5 vezes o número 4 aí é mais fácil fazer 5 x 4

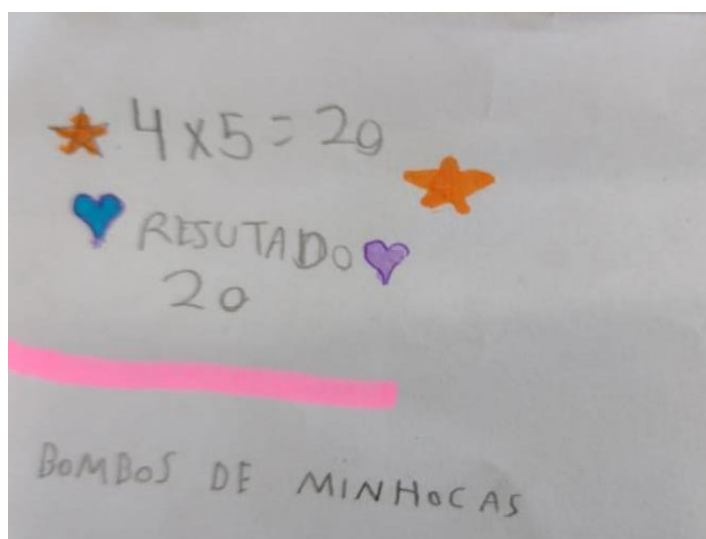
Ped. – $5 \times 4 = 20$, que é a mesma coisa que ficar fazendo $4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20$, só que de um jeito mais rápido.
 Prof. – Entendi

Figura 18 -Solução sugerida pelo grupo 4



Fonte: Arquivo pessoal – ano 2023

Figura 19- Conta realizada pelo grupo 4



Fonte: Arquivo pessoal – ano 2023

O G5 estava com brigadeiros

Prof – Vocês conseguiram ajudar a Emília?

Tia. – Sim, podemos contar de 3 em 3
 Prof – Por que de 3 em 3? Quantos docinhos tem em cada forma?
 Tia e Edu. – 5
 Prof – É mais fácil contar de 3 em 3?
 Tia – 5, 10, 15, 20
 Prof – E de 3 em 3
 Tia – 3, 6, 9
 And. – Não dá vai sobrar docinho ou faltar
 Prof – Daria certo de 3 em 3?
 Edu. – Não
 Prof – Então qual é mais fácil?
 Tiag. – De 5 em 5
 Prof – Por que?
 Tia. – Porque em cada forma já tem 5 docinhos e já fica mais fácil para contar

Figura 20 - Solução encontrada pelo grupo 5

A photograph of a piece of paper with the handwritten equation $5+5+5+5=20$ in blue ink.

Fonte: Arquivo pessoal – ano 2023

E, por fim, o G6 ficou com os beijinhos que estavam separados em 4 formas com 5 docinhos cada uma.

Prof – Como vocês resolveram o problema da Emília
 Est. – Nós resolvemos contar de 5 em 5
 Prof – Por que de 5 em 5?
 Est. – Porque é mais fácil
 Prof – Porque é mais fácil?
 Est. – Se você contar de 5 em 5 tem como saber quantos tem.
 Prof – Mas por que de 5 em 5?
 Est. – Porque é mais fácil para Emília contar de 5 em 5
 Prof – Mas por que é mais fácil para Emília contar de 5 em 5?
 Mig. – Porque cada forma tem 5
 Prof – Cada forma tem 5, então porque é mais fácil contar de 5 em 5?
 Est. – Porque cada forma tem 5
 Prof – Como ficaria a conta?
 Est. – Ficaria 5×4 que vai dar 20
 Prof – 5×4 ? Mas por que 5×4 ?
 Yasm Gy – Porque a gente tem 4 formas e 5 beijinhos em cada forma
 Prof – Então daria para fazer 5×4 , é isso?
 Mig – Sim

Prof – Se a Emília quisesse somar os docinhos em vez de multiplicar como ela faria?

Est. – 5, 10, 15, 20

Prof – Como ela fez para chegar nesse resultado?

Yasmin Gy. – $5 + 5 + 5 + 5$

Prof – Quantas vezes você somou o número 5?

Est. – 4

Prof – Então é 5×4 ?

Mig – Não, é 4×5

Prof – Por que?

Mig – Porque a gente está somando o número 5 e não o número 4

Est. – É verdade.

Prof – Agora para conferir o que vocês estão falando escreva aí no papel $4 + 4 + 4 + 4 + 4$

Est. – Agora ficou 5×4

Mig. – O resultado é igual, mas os números que escreve é diferente

Prof. – Isso mesmo

Figura 21- Operações realizadas pelo grupo 6 para encontrar a solução

The image shows a piece of paper with handwritten mathematical expressions. At the top, it says $5 + 5 + 5 + 5 = 20$. Below that, it says $4 \times 5 = 20$. Further down, there is a crossed-out expression $4 + 4 + 4 + 4 + 4$ with a vertical line through it. At the bottom, it says $5 \times 4 = 20$.

Fonte: Arquivo pessoal – ano 2023

Após a professora passar em todos os grupos perguntando como poderiam ajudar a Emília, os alunos escreveram a carta, coletivamente, como resposta para a Emília:

Quadro 12 - Resposta coletiva a Emília de como fazer a contagem dos docinhos

São Carlos, 8 de março de 2023.

Querida Emília (Marquesa de Rabicó),

Ficamos felizes em mais uma vez receber sua carta! Conseguimos descobrir algumas formas de contar os docinhos sem ser de um em um. Fizemos 6 grupos em nossa sala de aula e cada grupo ficou responsável por um tipo de docinho. Como a tia Nastácia foi colocando os docinhos em formas, a professora Juliane deu uma certa quantidade de docinhos para cada grupo.

Cada grupo ficou responsável por descobrir um jeito de contar os docinhos. Algumas formas tinham 5 docinhos, como a de beijinhos; brigadeiros e rosquinhas de plantas. Aí, contamos de 5 em 5 as 4 formas, fazendo $5+5+5+5=20$. Os outros doces (mousse de algas; paçoquinhas de moscas e bombons de minhocas) tinham a quantidade de 4 doces em cada forma, num total de 5 formas e contamos de 4 em 4, ficando $4+4+4+4+4=20$

Se você quiser ir mais rápido, pode fazer conta de multiplicação, por exemplo, em vez de somar $4+4+4+4+4=20$, você pode fazer $5 \times 4=20$. É mais rápido e dá o mesmo resultado, conforme constatamos aqui na sala de aula!

Esperamos ter ajudado com essas dicas!

Abraços e beijos
Turma do 4º Ano B

Fonte: Elaboração própria – ano 2023

4.1.3 Combinando Pães E Recheios Operação De Multiplicação – 3º episódio

A professora retomou a última atividade realizada, a qual envolveu a contagem dos doces para a festa do príncipe Escamado e a forma como os grupos ajudaram a Emília a resolverem a situação. Mas chegou outra carta da Emília e a professora leu para os alunos.

Quadro 13 - Carta recebida da Emília pedindo ajuda com a combinação dos sanduíches

Sítio do Picapau Amarelo, 23 de março de 2023

Olá crianças

Tudo bem com vocês? Tenho certeza que vocês estavam morrendo de saudades da boneca mais inteligente e bonita do mundo, tudo bem que as vezes eu preciso da ajuda de vocês, mas isso é um segredo só nosso. Mas

como já sabem estamos prontos para receber os nossos convidados. A Tia Nastácia já fez os docinhos e eu consegui contar rapidinho, porque sou muito boa em fazer contas... está bem, vocês me deram muitas dicas que me ajudou bastante. Já estamos arrumando tudo nas mesas, será um acontecimento do século e tudo organizado por mim, que orgulho!!!!

Estava vendo como estava ficando a mesa da festa e fiquei olhando por algum tempo, estava tudo muito bonito, mas estava sentindo falta de alguma coisa e não sabia o que era. Narizinho que não saía de perto de mim, percebeu que estava muito quieta e foi perguntar o que estava acontecendo, claro que ela atrapalhou os meus pensamentos, eu sei que vocês vão falar bonecas não pensam, mas eu penso sim.

Tanto é que eu penso que eu descobri o que estava faltando naquela mesa tão bonita, estavam faltando sanduíches, claro que neste momento eu tive que dar um grito para chamar a atenção de todos, eu sempre tenho que ser o centro das atenções!

A primeira a falar foi a Tia Nastácia dizendo que não tinha culpa, e realmente acho que ela não tinha, pois sou eu que estou organizando, mas bem que ela poderia ter me ajudado a pensar, vocês não acham? Não tinha muito tempo para ficar discutindo sobre isso, pois os convidados estavam quase chegando.

Tia Nastácia não tinha muita coisa na cozinha, pois a vovó não havia feito as compras do mês, mas com o que tinha dava para fazer 3 tipos de pães e 4 recheios e que se eu colocasse minha cabeça oca para pensar todos os convidados poderiam comer sanduíches. Como assim ela teve a coragem de dizer que minha cabeça é oca!? Logo eu que sou a boneca mais inteligente que existe!

Fiquei muito brava com isso e também disse que não era justo eu ter que pensar, descobrir e resolver tudo sozinha. Ainda bem que Narizinho apareceu para me ajudar, mas ela também não sabia como, mas teve a ideia de eu escrever essa carta para vocês, claro que, como eu nunca sai perdendo, disse que já tinha pensado nisso.

Vamos ao que interessa, primeiro preciso saber que sugestões de pães e recheios podem ser feitos? E como posso montar os sanduíches? Conto com a ajuda de vocês, meus amigos. Não se esqueçam: SEGREDO NOSSO!

Beijos

Emília (Marquesa de Rabicó)

Fonte: Elaboração própria – ano 2023

Após a leitura a sala foi dividida em grupos. Neste dia havia 17 alunos na sala e foram feitos 3 grupos de 4 alunos e 1 grupo de 5 alunos. Os alunos deveriam conversar entre si e dar sugestões de como ajudar a Emília a resolver essa situação.

O grupo 1 era composto por 4 alunos e escolheram pão de leite, pão francês e pão italiano. Os patês escolhidos foram: patê de queijo, salsicha, patê de alho e patê de frango. Para montar os sanduíches.

Prof – De quantas maneiras vocês podem montar esses sanduíches usando esses pães e esses recheios?

L – A gente pode fazer a tabela

K – Isso, e vai colocando os pães e os recheios

Prof – Como vocês fizeram?

L – Em cima a gente colocou os pães e do lado os patês.

Prof. – Por que vocês fizeram dessa maneira?

K – Porque é mais fácil e mais simples de fazer. E a gente fez assim, para ficar mais fácil para a Emília ver.

Prof.- Dessa maneira fica mais fácil para Emília ver então?

L – Sim, senão ela vai pirar.

Figura 22 -Proposta do grupo 1 - Proposta do grupo 1

PÃO DE LEITE PÃO FRANCÊS PÃO ITALIANO, PATÊ DE QUEIJO PATÊ DE SALSICHA, PATÊ DE ALHO, PATÊ DE FRANGO

PÃO DE LEITE COM PATÊ DE SALSICHA, PÃO FRANCÊS COM PATÊ DE FRANGO, PÃO ITALIANO COM PATÊ DE QUEIJO, PATÊ DE ALHO.

12 MANEIRAS

	PÃO FRANCÊS	P. L	P. I.
PATÊ DE ALHO	P.F/P.A	P.L/P.A	P.I/P.A
PATÊ DE QUEIJO	P.F/P.Q	P.L/P.Q	P.I/P.Q
PATÊ DE SALSICHA	P.F/P.S	P.L/P.S	P.I/P.S
PATÊ DE FRANGO	P.F/P.F	P.L/P.F	P.I/P.F

Fonte: Arquivo pessoal – ano 2023

Nessa atividade o grupo 1, propôs a seguinte solução

Pão de leite, pão francês, pão italiano, patê de queijo, patê de salsicha, patê de alho, patê de frango.

Pão de leite com patê de salsicha, pão francês com patê de frango, pão italiano com patê de queijo e patê de alho

	Pão Francês	P. L	P. I.
Patê de alho	PF/ PA	PL/PA	PI/PA
Patê de queijo	PF/ PQ	PL/PQ	PI/PQ
Patê de salsicha	PF/PS	PL/PS	PI/PS
Patê de frango	PF/PF	PL/PF	PI/PF

12 maneiras

O grupo 2, também formado por 4 alunos, escolheu fazer as combinações dos sanduíches através de uma tabela.

Prof – Por que vocês escolheram fazer dessa maneira?
 Ped – Porque é mais fácil para contar.
 Prof – Mas por que é mais fácil para contar?
 Ped – Porque já fica separado.
 Sop – Porque fica separado e só conta os quadrados.
 Dav- Senão ia ter que fazer um pão com esse recheio, esse pão com esse, cada combinação de pão, e esse é mais fácil.
 Sop S – A gente ia ter que ficar escrevendo de cada jeito e aqui não é só colocar na tabela e colocar as iniciais de cada pão recheio e contar.
 Dav – E escrevendo a gente podia se confundir e aqui na tabela é mais fácil para identificar.
 Prof – Entendi.

Figura 23 - Sugestão do grupo 2

PÃO FRANCES
 PÃO DE BANHA
 PÃO DE FORMA 12

RECHEIO:

PATE DE ALHO
 PATE DE FRANGO
 MAIONESE
 HAMBURGUER

MONTAR:

PÃO DE FORMA, UMA

	PÃO FRANCES	PÃO DE BANHA	PÃO DE FORMA
PATE DE ALHO	F/A	B/A	F/A
PATE DE FRANGO	F/F	B/F	F/F
MAIONESE	F/M	B/M	F/M
HAMBURGUER	F/H	B/H	F/H

12 - JEITOS

Fonte: Arquivo pessoal – ano 2023

Pão francês
Pão de banha
Pão de forma

Recheios
Patê de alho
Patê de frango
Maionese
Hamburguer

	Pão francês	Pão de banha	Pão de forma
Patê de alho	F/A	B/A	F/A
Patê de frango	F/F	B/F	F/F
Maionese	F/M	B/M	F/M
Hamburguer	F/H	B/H	F/H

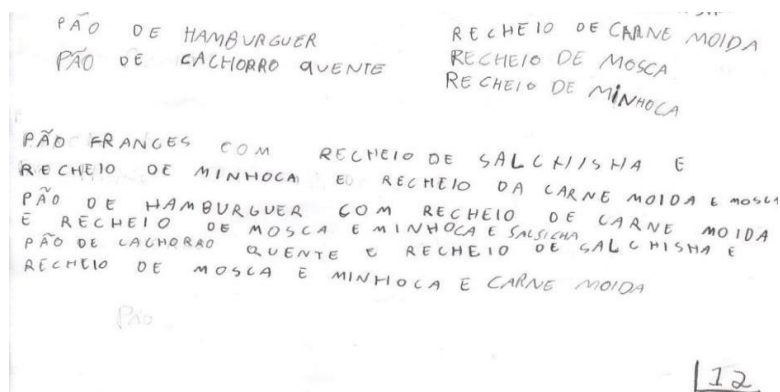
12 jeitos

O grupo 3 era composto por 5 alunos

Prof. – Quantas combinações deram?
Sop F – Deram 3
Prof. – Só 3?
Ema S - Sim
Prof. – Não tem mais nenhuma combinação?
Sop F – Não
Prof. – Como vocês fizeram?
Sop F – Escrevendo todas elas.
Prof. – Por que?
Sop F – Porque ficou mais fácil, se desenhasse ia demorar um pouco.
Prof. – Pão francês com recheio de salsicha e recheio de minhoca.
Vocês usaram um pão com dois recheios, mas se ela quisesse fazer um pão com um recheio, como ia ficar?
Neste momento o grupo ficou em silêncio.
Ema S- É só separar e ir contando, pão francês com recheio de salsicha, é um, pão francês com recheio de minhoca é outro, assim vai fazendo.
A – Se fizer desse jeito, está faltando o pão francês com o recheio de mosca
Prof. – Escreve aí então.
A aluna Ema S escreveu o que estava faltando do pão francês
Prof. – Do pão francês foram quantas possibilidades?
Sop F – Quatro
Prof. – Agora vamos ver o pão de hambúrguer.
Sop F – Recheio de carne moída, recheio de mosca, recheio de minhoca.
Prof. – Faltou alguma?
Ema S – Faltou.
Sop F – Faltou o de mosca.

Ema S – O de mosca está aí, faltou o de salsicha.
 A aluna Sop F escreve o recheio que está faltando
 Prof. – Foram quantas aí?
 Sop F – Foram quatro? (aluna conta)
 Prof. – Temos quatro do pão francês, quatro do pão de hambúrguer, vão marcando
 A – Já são 8.
 Prof – Falta qual pão?
 Ema S – O pão de cachorro quente
 Prof. – Então vamos para os recheios do pão de cachorro quente.
 Sop F – Recheio de salsicha, recheio de mosca, recheio de minhoca.
 Prof. – Faltou algum?
 Ema S – Carne moída
 Prof.- São quantas aí?
 Sop F – Deram 4
 Prof. No total deram quantas?
 Ema S – Deu 12?
 Prof.- Não sei, pergunta para seus colegas do grupo
 A – É 12, porque já tinha 8 e agora mais 4
 Prof. – É mais fácil escrever?
 Sop F – Depende
 Prof. – Dependendo do que?
 Sop F – A gente pensava que escrevendo ia dar certo, mas a gente percebeu que estava faltando alguns.
 Prof. Estava faltando alguns né? Será que não existe outra maneira de fazer?
 Sop F – Existe desenhando
 Prof. Desenhando? Será que é mais fácil por desenho?
 Sop F – Vai demorar um pouquinho mais.
 Ema S – Desenho é mais difícil
 Prof. – Será que não tem outra maneira que eu possa fazer isso, sem ser escrever ou por desenho?
 O grupo fica em silêncio pensativo
 A – Eu falei no começo em fazer por tabela.
 Sop F – Falou mesmo.
 Ema S – Mas a gente achou que não ia dar certo.
 Prof. – Mas por que não ia dar certo?
 Sop F – Porque a gente achou que não ia ter espaço na folha
 Prof. – Mas será que fazendo por tabela ficaria mais fácil?
 Ema S – Ficaria, porque a gente não ia esquecer de nenhum.

Figura 24 - Sugestão do grupo 3



Fonte: Arquivo pessoal – ano 2023

Pão francês
Pão de hambúrguer
Pão de cachorro quente

Recheio de salsicha
Recheio de carne moída
Recheio de mosca
Recheio de minhoca

Pão francês com recheio de salsicha e recheio de minhoca e recheio de carne moída e mosca.

Pão de hambúrguer com recheio de carne moída e recheio de mosca e minhoca e salsicha.

Pão de cachorro quente e recheio de salsicha e recheio de mosca e minhoca e carne moída.

12

O último grupo, formado por quatro alunos

Isab S – Professora, nós já escolhemos os pães e os recheios e agora?
Prof. – Agora vocês têm que pensar como vão montar esses sanduíches usando esses pães e esses recheios.

Ema V – A gente pode fazer aquele negócio com linha, assim. (mostra na folha linha na vertical e horizontal)

Isab V – A tabela

Prof. Fazem aí para ver se vai dar certo

Após todos os grupos terem terminado, cada representante do grupo falou as sugestões dos pães e dos recheios e como havia feito as combinações para os demais colegas de sala. Como os pães e os recheios não foram iguais em todos os grupos, fizemos uma votação para escolher quais pães e recheios iríamos enviar como sugestão para Emília. As sugestões de pães foram: pão francês, pão de forma, pão de hambúrguer. Já dos patês foram: patê de alho, patê de frango, salsicha e patê de queijo. Escolhidos os pães e os recheios, os alunos sugeriram que a professora fizesse a tabela para fazer as combinações dos pães e dos recheios, conforme mostra a figura abaixo:

Figura 26 - Proposta coletiva de pães e recheios para os sanduíches

	Pão francês	Pão de forma	Pão de hambúrguer
Patê de alho	PF / PA	PFO / PA	PH / PA
Patê de frango	PF / PFR	PFO / PFR	PH / PFR
Salsicha	PF / S	PFO / S	PH / S
Patê de queijo	PF / PQ	PFO / PQ	PH / PQ

Fonte: Arquivo pessoal – ano 2023

Pão francês – 17

Pão de leite – 0

Pão de forma – 11

Pão de cachorro quente – 6

Pão de hambúrguer – 9

Pão de banha – 8

Patê de queijo – 9

Maionese – 8

Patê de alho – 13

Carne moída – 4

Salsicha – 10

Patê de mosca – 7

Patê de frango – 9

Hamburguer – 8

	Pão francês	Pão de forma	Pão de hambúrguer
Patê de alho	PF/ PA	PFO/ PA	PH/ PA
Patê de frango	PF/ PFR	PFO/ PFR	PH/ PFR
Salsicha	PF/ S	PFO/ S	PH/ S
Patê de queijo	PF/ PQ	PFO/ PQ	PH/ PQ

Coletivamente, os alunos responderam a carta para a Emília

Quadro 14 - Resposta coletiva para a carta da personagem Emília sobre a combinação dos sanduíches

São Carlos, 24 de março de 2023

Para Emília, a Marquesa de Rabicó

Oi Emília, estamos bem sim. Recebemos sua carta e ficamos felizes em poder ter ajudado mais uma vez. O nosso segredo ficará bem guardado.

Você é a boneca mais inteligente que nós já conhecemos, onde já se viu falar que você tem cabeça oca? Também não gostamos disso, por isso vamos te ajudar.

Depois de muita conversa entre nós aqui na sala de aula, chegamos à conclusão de que tem vários jeitos de preparar os sanduíches. Vamos dar algumas dicas de pães e recheios. Recomendamos pão francês, pão de forma, pão de hambúrguer e os recheios patê de alho, patê de frango, salsicha e patê de queijo. A maneira mais rápida de saber como montar os sanduíches é fazendo uma tabela, já vamos enviar ela pronta para você assim fica mais fácil, já que você está com pouco tempo. Com essa tabela, conseguimos encontrar 12 maneiras de fazer os sanduíches.

Esperamos que esta festa dê certo, mas bem que você poderia nos convidar para a festa também, o que acha da nossa ideia? Aí aproveitamos para te ensinar um pouco mais de matemática.

Beijos e abraços
Alunos do 4º ano B

Fonte: Elaboração própria – ano 2023

4.1.4 Pipa Da Multiplicação – Vamos Brincar E Aprender? Operação De Multiplicação – 4º episódio

A professora começou a aula dizendo que havia chegado mais uma carta da Emília.

K – Lá vem ela de novo pedir a nossa ajuda, eu acho que ela não é tão boa em matemática assim, como ela diz

Dav – Por que ela não vem assistir umas aulas com a gente para aprender um pouco?

Prof. – Vamos ler a carta, para ver o que ela quer desta vez

Quadro 15 - Carta sobre a pipa da multiplicação

São Carlos, 10 de abril de 2023

Oi crianças!

Como passaram esses dias?

Antes de qualquer coisa quero deixar bem claro que sou ótima em matemática, até escrevi um livro, que vocês deveriam ler. Eu que tenho que ensinar matemática para vocês, só porque as vezes me atrapalho um pouco já acham que eu não sei das coisas, mas não vou ficar discutindo porque eu sei que vou ganhar a discussão e vocês são meus amigos.

Com as sugestões que deram dos sanduíches, a Tia Nastácia e a Narizinho me ajudaram e deu tempo de fazer tudo antes que os convidados chegassem, ainda bem quem eles são bem pequenos e comem pouco. O Príncipe Escamado pediu a receita do patê de frango, foi o que ele mais gostou, ele não é nada bobo!

Vou contar como foi a festa. O Príncipe Escamado ficou encantado com as belezas naturais do sítio do Picapau Amarelo, o major Agarra e Não Larga Mais foi conhecer a horta de Dona Benta e ficou admirado com tantas moscas que ele poderia se fartar. Doutor Caramujo ficou conversando com o Visconde de Sabugosa, estavam trocando conhecimentos. Tudo ia muito bem na festa, todos comendo, bebendo o delicioso suco de laranja, conversando e ouvindo uma bela música.

O Príncipe aproveitou que estava no sítio e perguntou se eu não poderia ensinar alguma brincadeira, uma brincadeira diferente, pois já estava cansado das brincadeiras do fundo do mar.

Por que sempre sou eu que tenho que pensar e ensinar as coisas? Mas essa era muito fácil, pois não fazia muito tempo, eu e Narizinho tínhamos brincado com pipa da multiplicação, vocês conhecem? O Príncipe Escamado, o Doutor Caramujo e nem o Major Agarra e Não Larga Mais nunca tinham ouvido falar e claro ficaram curiosos em saber que pipa da multiplicação era essa.

Claro que desta vez eu fui ensinar a todos, a Narizinho até tentou, mas como a festa era minha e eu que tinha organizado tudo, nada mais justo eu ensinar, vocês não acham?

E vocês querem aprender como se brinca com a pipa da multiplicação? Tenho certeza que sim, já vou escrever como é, assim vocês podem fazer aí na sala de aula também, isso se a professora deixar, mas eu sei que ela irá deixar.

Para a pipa vocês vão precisar de dois quadrados de papel cartão medindo 25 cm de lado cada um, 20 canudos de refrigerante, pode ser de 2 cores, barbante e cola.

Primeiro vocês têm que passar os barbantes dentro dos canudos e fazer um nozinho de um lado para que o barbante não escape. Depois em um dos quadrados de papel cartão vocês vão colocar 10 canudos, mas na verdade, vocês têm que deixar um pedaço de barbante para fora em um dos lados do canudo, o que vai colar é o barbante e não o canudo. Primeiro, cola esses 10 pedaços de barbante já com o canudo de um lado do papel cartão, que já está cortado. Quando estiver seco, seguindo o lado do quadrado do papel cartão

na linha perpendicular, se vocês não souberem o que é isso, pergunte para a professora, mas para facilitar e só para comprovar que eu sei matemática são os lados que vão se encontrar, cole os outros 10 canudos, os canudos não, os barbantes que ficaram para fora dos canudos, sempre dando um espaço de mais ou menos um dedo entre eles, espere secar também. Depois cole o outro pedaço de papel cartão por cima e espere secar bem. Está pronta a pipa, agora é só brincar de multiplicar com ela, e usar a imaginação.

Tenho certeza que a professora de vocês também irá gostar dessa pipa e fará muitas atividades!

Estão vendo como eu não peço só ajuda para vocês que eu sei fazer muitas coisas também? Hoje eu ensinei uma brincadeira!

Quero saber se fizeram a pipa da multiplicação e se gostaram, e como brincaram com ela também! Mande fotos!

*Beijos e Abraços
Emília*

Fonte: Elaboração própria – ano 2023

Isab V – A Emília é muito convencida, ela acha que sabe tudo!

Prof. – Vocês, vão querer fazer a pipa da multiplicação?

Todos – Sim!

K – Vamos deixar a Emília feliz.

Prof. – Então vamos ver os materiais que precisamos

Ped – Papel cartão, barbante, canudo e cola

Yasm Go – Papel cartão tem aqui na escola, cola a gente tem, falta o barbante o canudo

Prof. – Barbante eu tenho no armário e canudo eu vou tentar conseguir. Se der tudo certo amanhã começamos a fazer a pipa da multiplicação.

No dia seguinte com todos os materiais, os alunos formaram duplas para cortarem os quadrados no papel cartão de 25 cm, para isso tinham que medir, riscar e cortar. Apesar do foco dessa atividade não ser o sistema de medidas, a professora deixou que fizessem as medições com a régua no papel, eles não encontram dificuldades em usar a régua para medir, mas tiveram dificuldade em traçar a linha, como eles mesmo relataram que a régua “andava” quando estavam riscando. A solução encontrada por eles foi um colega segurar a régua e o outro traçar a linha com o lápis, já que estavam trabalhando em grupos. Realizada essa primeira parte, iniciamos a segunda etapa, que era passar o barbante dentro dos canudos e fazer um nozinho para ele não escapar.

Figura 27 - Alunos medindo o papel cartão



Fonte: Arquivo pessoal – ano 2023

Figura 28 - Alunos dando o nó em uma das pontas do barbante para fazer a pipa da multiplicação



Fonte: Arquivo pessoal – ano 2023

Seguindo as orientações da carta da Emília os alunos começaram a colar os barbantes com os canudos nos quadrados de papel cartão.

Figura 29 - Alunos colando o barbante no papel cartão para fazer a pipa da multiplicação



Fonte: Arquivo pessoal – ano 2023

Finalizada essa primeira parte, colaram o outro pedaço de papel cartão por cima e deixaram a cola secar bem. Após todos os alunos terem confeccionados suas pipas, a professora leu novamente a carta que a Emília havia enviado e perguntou para os alunos se eles achavam o que eles tinham acabado de fazer tinha ficado parecido com uma pipa ou não. Os alunos responderam que sim.

Prof – A Emília ensinou a fazer a pipa, mas não ensinou a brincar, como será que vamos brincar com essa pipa? Ela só falou use a imaginação.
 And – É para gente multiplicar.
 Prof – Mas como vamos usar a pipa para multiplicar?
 K – Professora, multiplicação é de vezes né?
 Prof – Isso.
 K – Então é uma pipa de vezes, é só multiplicar os canudos.
 Prof – Multiplicar os canudos como?
 K – Pode usar os canudos como números.
 Prof – Podemos.
 Isab S – Por exemplo a gente pode fazer aqui duas vezes três e aí a gente conta quantos tem.

Prof – Mostra na pipa como você faria.
 Os alunos começaram a tentar fazer na pipa essa conta.
 Est – Professora eu levantei dois canudos desse lado e três desse daqui (mostra na pipa como ela tinha feito).
 Prof – A Est pegou 2 canudos de um lado e 3 do outro lado, quanto que deu?
 Est – Cinco
 K – Como? Tem alguma coisa errada.
 Prof – Então, como será que a Emília pensou em usar essa pipa para fazer multiplicação?
 Dav – Cada um vale como dois?
 Prof – Será?
 Ped – Não pode ser, vai dar errado
 Prof – Então como é?
 Neste momento os alunos ficam olhando para a pipa tentando descobrir como a Emília usou para fazer a multiplicação e a sala ficou em silêncio.
 Est – Professora, acho que é assim (contado e mostrando na pipa), 1,2; 1, 2; 1, 2
 Prof – Agora conta tudo junto do jeito que você fez.
 Est – 1, 2, 3, 4, 5, 6
 Prof – A Est descobriu.
 Ped – Ah, agora eu entendi
 Dav – Eu também, é só contar quando um canudo se encontra com o outro.

Figura 30 -Aluna apresentando a solução encontrada na pipa da multiplicação



Fonte: arquivo pessoal – ano 2023

Figura 31 -Alunos com a pipa da multiplicação



Fonte: Arquivo pessoal – ano 2023

No outro dia a professora fez com os alunos uma gincana que intitulou “Balão Estourado da Multiplicação”. Dividiu os alunos em 5 grupos de 5 alunos cada um. A gincana consistia em estourar um balão, e dentro de cada balão havia uma multiplicação. O aluno teria 90 segundos para resolver a multiplicação com a pipa, caso acertasse o grupo ganharia dois pontos, se precisasse de ajuda para resolver a conta e acertasse ganharia um ponto, se errasse ou não resolvesse no tempo proposto não ganharia nenhum ponto. Os alunos ficaram entusiasmados com essa gincana, os que tinham dificuldade, chamava um colega para auxiliar, a disputa entre eles foi acirrada. O grupo 3 ganhou por diferença de 1 ponto do grupo 4 e de 2 pontos dos demais grupos. Eles pediram para fazer a gincana novamente. Na outra semana repetimos a gincana, formando grupos diferentes, com as mesmas regras. Desta vez, alguns alunos já não estavam mais usando a pipa da multiplicação, faziam o cálculo mental ou usam os dedos para contar, outros ainda utilizaram a pipa para fazer a conta, mas nenhum aluno precisa de ajuda, todos faziam sozinhos. E mais uma vez a disputa foi acirrada, o grupo 5 ganhou com diferença de 2 pontos dos demais grupos. Percebemos que eles gostaram muito desta gincana do “Balão Estourado da Multiplicação”.

Figura 32 -Aluno lendo a multiplicação após estourar o balão



Fonte: arquivo pessoal – ano 2023

Figura 33 -Aluno realizando a multiplicação na pipa durante a gincana



Fonte: Arquivo pessoal – ano 2023

Após a realização da gincana os alunos responderam a carta para a Emília.

Quadro 16 - Resposta dos alunos como encontraram a solução para a pipa da multiplicação

São Carlos 9 de maio de 2023

Querida Emília

Demoramos muito para responder sua carta porque estávamos fazendo a pipa da multiplicação. Gostamos muito da sua ideia e fizemos ela em sala de aula, ainda bem que a professora deixou. A pipa da multiplicação está nos ajudando muito nas contas e nós vamos usar muito.

Já que você nos ensinou a fazer a pipa da multiplicação e disse para a gente usar a imaginação, então vamos ensinar uma brincadeira que dá para fazer com a pipa é “Balão Estourado da Multiplicação”.

Você irá precisar de vários balões de festa, podem ser coloridos. Dentro de cada balão coloque uma conta de multiplicação escrita em um papel, faça isso com diferentes contas e encha os balões. Cole-os na parede para não voarem e muito cuidado para não estourarem também. Convide o pessoal do sítio e também do Reino das Águas Claras para brincarem, quanto mais pessoas, melhor. Separe em grupos, fazendo equipes, a quantidade de pessoas no grupo dependerá de quantas pessoas estarão participando, pois cada grupo tem que ter a quantidade igual, se um grupo ficar com uma pessoa a menos pode escolher uma pessoa para ir duas vezes, assim fica justo para todos. Cada pessoa do grupo vai um de cada vez estourar o balão, com alguma coisa pontuda, aqui nós usamos palito de churrasco. Quando estourar o balão, a pessoa terá um tempo para resolver a conta com a pipa da multiplicação. Nós usamos um cronômetro com 90 segundos. Cada acerto vale 2 pontos, se a pessoa que está resolvendo precisar de ajuda de alguém do grupo e acertar a conta ganha 1 ponto, se errar ou não resolver no tempo proposto não ganha nada. Ganha o grupo que fizer a maior pontuação. Use a sua imaginação para dar o prêmio!

Vamos enviar algumas fotos nossa fazendo a pipa e brincando

Espero que goste desta brincadeira e se divirtam muito! Quem sabe um dia venha nos visitar!

Beijos e abraços
4º ano B

Fonte: Elaboração própria – ano 2023

4.1.5 Operação De Multiplicação – 5º episódio

Prof. – Chegou mais uma carta da Emília!

Isab V. – Será que ela gostou da nossa brincadeira do balão estourado?

Ou vai pedir ajuda?

Dav. – Com certeza vai pedir ajuda, ela se acha tão inteligente, mas é a gente que tem que resolver tudo para ela.,

Prof. Vamos ler a carta para ver o que ela escreveu?

Quadro 17 - Carta recebida sobre a multiplicação no ábaco

São Carlos, 29 de maio de 2023

Olá amiguinhos (acho que já posso chamar vocês de amiguinhos)

Gostei muito em saber que vocês se divertiram com a pipa da multiplicação, e vi as fotos também ficou super legal, são criativos, mas eu sou mais! A brincadeira do balão estourado fez o maior sucesso aqui no sítio, o pessoal do Reino das Águas Claras também gostou muito e é sobre isso que eu quero falar com vocês.

Enquanto todos nós nos divertíamos, o Visconde de Sabugosa ficou lendo um livro, disse que já conhecia a multiplicação e não queria brincar, ele é assim mesmo. Mas de repente o Visconde deu um grito que assustou todos nós, saímos correndo para ver o que era e ele só falava que tinha achado. Eu não estava entendendo nada, não tinha nada escondido para ele achar. Para mim ele estava querendo estragar a brincadeira do balão estourado.

Perguntei delicadamente e educadamente como sou o que ele tinha achado, o Visconde respondeu que no livro que estava lendo ele encontrou como as pessoas realizam a multiplicação no ábaco. Fiquei sem entender de novo, não conhecia esse tal ábaco, nunca fomos apresentados. Visconde deu risada de mim, mas explicou que por muito tempo, ele foi considerado um instrumento para realizar diversas operações matemáticas, entre elas, a multiplicação.

Como eu não sou curiosa, está bom, só um pouco... é muito curiosa, o Visconde me ensinou a fazer a multiplicação no ábaco. Vocês querem aprender? Então eu vou ensinar, afinal eu sou mais inteligente que o Visconde, um dia vocês vão acreditar em mim.

Primeiro precisam de uma base, pode ser de isopor ou caixinha de ovo, o que for mais fácil, palito de churrasco e argolinhas para fazer as contas. Se precisarem peça ajuda para a professora, ela poderá ajudar vocês!

Ah não se esqueçam de me escrever contando como foi fazer a multiplicação no ábaco, estou esperando! Enquanto isso vou ensinar meus amigos do Reino das Águas Claras.

Beijos

Emília, a Marquesa de Rabicó

Raf. – Lá vem ela de novo, pergunta se a gente quer fazer, mas não explica direito, temos que descobrir, ou melhor fala para perguntar para a professora.

Ped. – O ábaco a gente já conhece porque a gente usou para fazer conta de mais e de menos o ano passado, mas de multiplicação eu não sei.

A professora entregou a base de isopor, os palitos de churrasco e as argolas (borrachinhas de chuveiro cortadas).

Prof. – Já temos tudo o que a Emília pediu na carta, e agora como vamos fazer a multiplicação?

Dav – A gente tem que fazer uma multiplicação.

Prof. – Mas qual?

Isab V – 3×2

Prof. – 3×2 , vou colocar aqui na lousa. Como que eu faço no ábaco?

Isab V – Eu não sei se está certo, mas eu coloquei 3 argolas na dezena, 2 na centena e o resultado na unidade.

Prof. – Mas por que você colocou as argolas representando a conta na dezena e na centena?

Isab V – Porque eu achei que tinha que usar todos.

Prof. – Mas quando vocês estão fazendo uma conta você precisa usar todos?

Isab V – Não

Prof. – E por que aqui você usou?

Isab V. – Eu só preciso deixar as argolas com o resultado, da conta eu não preciso colocar

Prof. – Será que não?

Isab V – Não aqui na dezena e na centena, porque se eu olhar o número é outro.

Fonte: Elaboração própria – ano 2023

Figura 34 - Aluna mostrando como fez a multiplicação no ábaco



Fonte: arquivo pessoal – ano 2023

Prof. – Então como eu faço a multiplicação?
 Dav – Não tem sentido eu colocar a conta na dezena e na centena, se eu colocar eu vou formar outros números.
 Prof. – Vamos pensar num outro número
 Edu. – 13×5
 Prof. – Vamos fazer esse então, o que quer dizer essa conta?
 Ped – Que é 13, mais 13, mais 13, 5 vezes.
 Prof. – Isso. Já que vocês me falaram que usaram o ábaco o ano passado, como eu represento o número 13 no ábaco?
 Ema. V – 3 na unidade e 1 na dezena
 Prof. – E como vocês vão fazer 13×5 no ábaco então?
 Raf. – A gente tem que colocar o número 13 cinco vezes no ábaco?
 Prof. – Será? Vamos tentar.
 Os alunos começaram a fazer no ábaco.

Figura 35 - Alunos realizando a multiplicação no ábaco



Fonte: Arquivo pessoal – ano 2023

Prof. – Terminaram?
 And. – Professora, mas na unidade tem mais de 10, tenho que trocar pela dezena.
 Ped. – Era isso que eu ia falar.
 Prof. – Então vamos fazer as trocas para terminar a conta.
 Dav. – Tem que trocar porque a partir do 10 é uma dezena.
 Prof. – Quanto que deu o resultado da multiplicação?
 Ema V – 65
 Dav. – Professora olha que interessante, no ábaco e na conta que a gente faz no caderno tem que ser a mesma coisa, porque quando a gente

colocou 13 cinco vezes aqui no ábaco, na unidade ficou 15, aí a gente teve que trocar 10 unidades por uma dezena. E quando a gente faz a conta no caderno 5×3 é 15, o 15 não pode ficar tudo na unidade então eu subo um para dezena que é a mesma coisa que a troca que eu fiz aqui.

Prof. – Isso mesmo Dav, vamos escrever aqui na lousa o que você acabou de falar

Figura 36 - Multiplicação sugerida pelo aluno

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 5 \\ \hline 65 \end{array}$$

Fonte: arquivo pessoal – ano 2023

Prof. – Deu a mesma coisa que você fez no ábaco e o que acabou de falar?

Dav. -Deu sim, sempre tem que dar, só se você errar na conta que não vai dar certo.

Prof. – Vamos fazer mais uma conta de multiplicação. Quem quer falar agora?

Sop F – 14×4

Prof. – Já sabem o que tem que fazer?

Isab. S – Tem que colocar no ábaco o número 14 quatro vezes.

Prof. – Então vamos lá, vou esperar você fazerem

Após alguns minutos

Prof. – Terminaram?

And. – Professora eu e a Isa S fizemos diferente desta vez. A gente pegou o meu ábaco e o dela e fez 14×2 aqui e 14×2 aqui, aí depois a gente juntou os dois e deu 56.

Raf. – Eu fiz diferente, eu coloquei primeiro 4 vezes o 4 na unidade, aí depois eu coloquei 4 na dezena. Aí como na unidade tinha passado de 10 eu fiz a troca, tirei 10 unidades e passei uma para a dezena, aí ficou 5 na dezena e 6 na unidade que é igual a 56.

Prof. – Vamos pensar nessa conta que nós acabamos de fazer 14×4 , que é igual a 56, será que existe outra maneira de fazer essa conta e dar o mesmo resultado?

Dav. – 4×14

Prof. – 4×14 ? Vou colocar aqui na lousa. Como vai ficar então?
 Ped. – Nossa, a gente a vai ter que colocar no ábaco o 4, catorze vezes.
 A professora deu alguns minutos para os alunos fazerem.
 Prof. – Como você fez Est?
 Est. – Eu fui colocando 4 argolas na unidade 14 vezes, aí como tinha mais que 10 eu fui fazendo as tricas por 1 dezena e no final ficou 56.
 Prof. – Foi o mesmo resultado de 14×4 ?
 And. – Foi
 Prof. – Mas o que aconteceu nessas duas contas?
 Dav. – Você trocou os dois de lugares
 Prof. – Troquei quem de lugar?
 Ped. Os dois números de lugares.
 Prof. – Como assim?
 Dav. – O 14 foi no lugar do 4 e o 4 no lugar do 14.
 Est. – Você trocou a ordem dos números.
 Raf. – Mas não mudou o resultado da conta.
 Dav. – Então a ordem dos números não muda o resultado

Figura 37 - Multiplicação sugerida pelos alunos

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 4 \\ \hline 56 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 4 \\ \hline 56 \end{array}$$

Fonte: arquivo pessoal – ano 2023

PRIMEIRA SDA COM ÁBACO INVISÍVEL – 6º episódio

Profª – Vamos relembrar tudo o que nós fizemos nas últimas aulas sobre a multiplicação, nós tivemos que dar uma parada nas atividades por conta das outras atividades aqui da escola e do pequeno recesso que vocês tiveram, mas hoje estamos retornando
 Dav – A gente fez várias contas no ábaco e descobrimos que se trocar o número de lugar não vai mudar o resultado
 Profª – Que número?
 Est – Os que a gente está multiplicando
 Profª – Vocês lembram os nomes que eles recebem?
 K – Multiplicando e multiplicador
 Dav – Professora, eu estava vendo isso em casa na internet e lá falou que isso que gente falou que quando troca de lugar o número e não muda o resultado recebe um nome, é verdade?
 Profª – Você lembra o nome?

Dav – Não vou lembrar direito, mas é alguma coisa com comu, comunidade, mais ou menos isso

Prof^a – Isso mesmo, é a propriedade comutativa, que nós vimos na aula passada, que vocês falaram que os números tinham sido trocados de lugar e mas não tinha mudado o resultado.

Prof^a – A minha mãe falou que a gente ia ver isso só mais para frente, mas a gente já está vendo

Prof^a – Vocês estão descobrindo e aprendendo ao mesmo tempo.

Prof^a – Agora vamos relembrar como fazemos as outras operações no ábaco que vocês disseram que já aprenderam. Quais vocês já sabem?

So F. – Adição e subtração

Prof^o - Vamos começar pela adição. Alguém tem alguma sugestão?

Isab V – 12 mais 15

Prof^a Como eu faço aqui no ábaco?

Ped – Coloca 2 na unidade e 1 na dezena e depois mais 5 na unidade e 1 na dezena

Dav – Agora conta quanto ficou na unidade e quanto ficou na dezena

Prof – Ficou quanto?

Todos – 27

Prof^a – Agora outro número

Dav – 13 mais 27

Prof^a - Como eu faço no ábaco?

Raf – Coloca 3 na unidade e um na dezena, depois mais 7 na unidade e 2 na dezena, depois é só contar quantos tem na unidade e na dezena

Prof^a – Já coloquei tudo, agora vamos contar, vou começar pela unidade como vocês falaram: 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10

Mig – Agora tem que tirar tudo e passar um para dezena

Prof^a – Mas por que tira tudo?

Dav – Porque tem 10, que já é uma dezena, então tira tudo e troca por um na dezena

Prof^a - Na dezena tem 4, então 13 mais 27 é quanto?

Todos - 40

Prof^a – Vocês relembraram como faz a adição no ábaco, agora eu vou dar uma folha para cada dupla e vocês vão reescrever como foi feito essas duas contas. Vocês foram falando como eu tinha que fazer no ábaco, agora vocês vão escrever tudo o que nós fizemos.

A professora pediu para algumas duplas lerem o que escreveram, algumas duplas leram o que escreveram da primeira conta e outras da segunda conta:

Dupla 1 (Cris e Ag):

Você coloca 2 e 5 na unidade e 2 na dezena que fica vinte e sete

Dupla 2 (Isab V e Isab S):

A primeira conta foi doze mais quinze, então colocamos no ábaco 2 na unidade e 1 na dezena e depois 5 na unidade e 1 na dezena, somamos tudo na unidade e tinha 7 e na dezena tinha 2 e o resultado foi 27

Dupla 3 (Est e Sth.): A conta é 12 mais 15. Como se resolve a conta. Primeiro coloca 2 na unidade e 1 na dezena e depois coloca 5 na unidade e 1 na dezena e depois conte as unidades e as dezenas e a soma é 27

Dupla 4 (Ema V. Yas Go): 3 na unidade e 1 na dezena, depois 7 na unidade e 2 na dezena, depois conte 3 mais 7 que dará 10. Então tirará 10 e passará 1 para dezena e na dezena vai ficar com 4, o resultado vai ser 40

Dupla 5 (Dav e B): A segunda conta é 27 mais 13. Coloque 7 na unidade e 2 na dezena e depois coloque 3 na unidade e 1 na dezena. Agora é só somar, o resultado será 40.

Dupla 6 (Ped e Sop S): 13 mais 27. Coloca 3 na unidade e 1 na dezena, aí nós colocamos 7 na unidade e 2 na dezena. Aí nós fazemos a conta e na unidade fica 10, mas não pode ter 10 na unidade, então tiramos 10 da unidade e passamos 1 para dezena e na unidade fica zero e 4 na dezena e o resultado é 40.

Profª. - A conta que realizamos foi a mesma, mas cada dupla escreveu de uma maneira, alguns de uma forma mais detalhada e outros não. Agora eu vou falar uma conta e vocês vão escrever como se faz a conta, como se estivesse fazendo no ábaco. Vão imaginar o ábaco, um ábaco invisível e vão escrever passo a passo como se faz. Entenderam?

Todos – sim

Profª. - A conta é 423 mais 105, como vocês resolveriam essa conta no ábaco? Imagine o ábaco e vocês fazendo a conta e vão escrevendo passo a passo como estão fazendo.

Algumas duplas leram como escreveram

(Raf e Edu): 423 mais 105. Pegamos o 3 e o 5 e colocamos na unidade, depois pegamos o zero e o 2 e colocamos na dezena. Depois o 1 e o 4 e colocamos na centena. O resultado é 528.

Profª. - Como você pegou o zero e colocou na dezena?

Raf – Ah, eu só escrevi porque zero não é nada, então não tinha nada para colocar.

Profª. - Entendi. Como chegou a esse resultado?

Raf- Imaginei o ábaco e fui fazendo as contas

(Sop F e J): Põe 4 na unidade, 2 na dezena e na centena põe 3, e agora na unidade põe 1, na dezena não põe nada e na centena 5 que vai dar 528

Profª. - Vamos fazer o que a Sop F e o Jo escreveram no ábaco. Vocês tinham que imaginar o ábaco e escrever como resolvia a conta 423 mais 105 no ábaco. Como vocês fizeram?

Sop F – Coloca 4 na unidade, 2 na dezena e 3 na centena

Profª. - Que número formou aqui?

Sop F – Trezentos e vinte e quatro. Não. Pera aí

Profª. - Aqui tem 3 argolas na centena, 2 na dezena e 4 na unidade

Sop F - Trezentos e vinte e quatro

Profª. – Que número era para fazer?

Sop F. – Ah, tá invertido

Ped. – Eu achei que tinha alguma coisa errada. Ela colocou a centena na unidade e a unidade na centena.

Sop F. – Eu inverti tudo, na minha cabeça ele ficou ao contrário, mas agora vendo no ábaco eu entendi o que eu fiz de errado.

Profª. – Até agora nós fizemos adição, agora nós vamos para subtração

Profª. Vocês vão escrever como se resolve a conta 67 menos 24, fazendo de novo no ábaco invisível, imagina o ábaco na cabeça e escreve como vocês resolveriam essa conta.

Passados alguns minutos

Profª. – Quem quer ler essa?

Sop F – Eu

Profª. – Vai lá Sop F

Sop F. – Põe 6 na unidade e 7 na dezena, agora tira 4 no 7 e vai dar 3, agora tire 2 do 6 e vai dar 4. Então o resultado será 34.

Profª. – Vamos fazer no ábaco para conferir? Vai me falando como você fez para colocar aqui no ábaco.

Sop F – Coloca 6 na unidade e 7 na dezena.

Profª. – Que número que formou?

Sop F- 76

Profª. – Era esse número que eu tinha falado primeiro?

Todos – Não

Sop F – Ah não, inverti de novo.

Dav – Deixa eu ler a minha

Profª. – Poder ler

Profª. – A conta era 67 menos 24. Coloque 7 na unidade e 6 na dezena, agora tire 4 da unidade e 2 da dezena, agora é só contar o resultado é 43

Profª. – Vamos fazer mais uma subtração de escrever. Vamos imaginar lá no sítio a Emília com os docinhos que a tia Nastácia estava preparando para a festa e ela estava dando os palpites. Se a Emília e a tia Nastácia fizeram 457 docinhos, e a turma do reino das Águas Claras comeram 232. Quantos docinhos sobraram?

Depois de algum tempo

Sop F - Posso ler o nosso para ver se acertamos agora?

Profª. – Pode começar

Sop F – Põe 7 na unidade 5 na dezena, na centena põe 4. Agora tira 2 do 7, que irá ficar 5, tire 3 do 5, que irá ficar 2, agora tire 2 do 4 que irá ficar 2, então o resultado é 225.

Profª. – O que vocês acham?

Todos – Agora acertou

Profª. – Isso mesmo, agora está certo, não imaginou o ábaco ao contrário.

Profª. – Mas alguém quer falar? Pode falar Est

Est – Primeiro coloque 4 na centena, 5 na dezena e coloque 7 na unidade e tira 2 da centena, 3 da dezena e depois tira 2 da unidade e o total é 225.

Profª. – Para a gente terminar, Dav eu perguntei duas vezes para você se estava conseguindo imaginar o ábaco e o que você me respondeu?

Dav – Que não, que estava fazendo a conta normal na cabeça.

Profª. – Por que?

Dav. – Porque era mais fácil fazer a conta normal na cabeça

Profª. – E o que é a conta normal?

Dav – É a conta que gente faz no caderno, que é mais rápido e mais fácil de se fazer do que fazer no ábaco ou escrever.

Profª. – Por que?

Dav – Porque no ábaco eu tenho que colocar todas as argolinhas, tira argolinha, aí coloca de novo, tirar, colocar, aí essa conta é mais difícil.

Profª. – E qual dos três jeitos é mais difícil, o ábaco, a escrita ou a conta?

Dav – A escrita, demora mais.

Profª. – So F foi difícil imaginar o ábaco
 Sop F – Imaginar o ábaco não foi difícil, o que foi complicado foi que eu troquei a ordem, mas eu entendi porque eu estava errando
 Dav. – A escrita treina a nossa mente
 Ped. – O nosso pensamento
 Profª. – Se vocês tivessem fazendo a conta como estão acostumados a fazer no caderno, como seria? Mais rápido ou mais demorado?
 Isab V – Mais rápido
 Profª. – Por que?
 Raf – Porque era só montar que conta e resolver, não ia ter que ficar escrevendo nada ia ser bem mais rápido, aqui a gente demorou muito para escrever.
 Profª. – Vamos fazer as contas que vocês escreveram para ver se é mais rápido
 Depois de uns minutos
 Dav – É bem mais rápido fazer a conta do que ficar escrevendo.
 Profª. – A história nos mostra que primeiro o cálculo era escrito, depois passou para o ábaco e depois veio para a conta
 Profª. – Por hoje chega.

SEGUNDA SDA COM ÁBACO INVISÍVEL – 7º episódio

Retomamos o que fizemos na aula anterior, sobre a escrita de como resolver as contas de adição e subtração com o ábaco invisível e qual conclusão a que chegaram.

Profª – Hoje nós vamos fazer a escrita com a multiplicação, vamos relembrar como se faz a multiplicação no ábaco. Que multiplicação podemos fazer?
 And – 12×5
 Profª – Como que eu faço?
 Ste. – Tem que colocar o 12 cinco vezes no ábaco
 Profª – Vamos colocar. Como eu coloco o número 12 no ábaco?
 Yas Gy – 2 na unidade e 1 na dezena.
 Profª – E agora?
 Ped. – Agora coloca mais 4 vezes o número 12
 Profª – E agora?
 Samy – tem que contar quanto ficou
 Profª – Vou começar pela unidade, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
 Dav. – Tira todas e coloca uma na dezena
 And – Agora conta da dezena
 Profª – 1, 2, 3, 4, 5, 6. Quanto que deu?
 Todos – 60.
 Profª – Então 12×5 é igual a 60. Vamos fazer outra
 Profª – Agora eu vou falar: 3 vezes 11. Como eu faço essa?
 Ped – É fácil
 Profª – Então como eu faço?
 Stef. – Vai colocar no ábaco o número 11
 Profª – Coloquei, e agora?

Dav – Coloca 3 vezes o número 11 aí e conta quanto ficou
 Profª – Agora vocês contam e me falam o resultado
 And. – 33
 Profª – 3×11 é igual a 33. Vamos fazer mais uma.
 Isab V. – 6 vezes 8
 Profª – Como eu faço?
 Isab V – Coloca 8 argolas na unidade e vai colocando 6 vezes
 Profª – Vou fazer aqui e vocês vão vendo se estou fazendo certo
 Ema V – Vai ter que trocar pela dezena porque tem muito na unidade
 Profª – Como eu troco?
 Ema V – Tira 10 e coloca uma na dezena
 Profª – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Tirei 10 e passei uma na dezena.
 Vamos continuar.
 Profª – tirei 10 e passei uma na dezena.
 Profª – tirei 10 e passei uma na dezena
 Profª – tirei 10 e passei uma na dezena. E agora?
 Dav. – Agora sobrou 8, então deixa aí mesmo.
 Profª – Isa, qual o resultado da multiplicação 6×8 ?
 Isab V – 48
 Profª – Agora em dupla, vamos escrever passo a passo, imaginando o ábaco, como se faz a conta 6 vezes o 8
 Ped – O ábaco invisível de novo?
 Profª – Invisível mais ou menos, porque fizemos agora aqui
 Ped – Invisível porque a gente vai ter que lembrar na nossa cabeça como foi feito sem fazer no ábaco
 Profª – Agora um de vocês um da dupla vai falar a conta para o colega escrever, quem falou a conta vai falar o passo a passo para o colega escrever. Quem estiver escrevendo, pode ajudar no passo a passo. Na dupla, vocês podem escolher quem vai falar e quem vai escrever.
 Passei pelas duplas para ver como estava sendo o processo da escrita.
 Profª – Agora vocês vão trocar quem escreveu vai falar e quem falou vai escrever e na próxima aula nós vamos ler.

TERCEIRA SDA COM O ÁBACO INVISÍVEL – 8º episódio

Profª – Hoje nós vamos ler o que vocês escreveram, como fazer as contas e também vamos conferir no ábaco o que vocês escreveram, imaginando o ábaco. A primeira conta que eu pedi para fazer foi 6 vezes o 8. O que é 6 vezes o 8?
 Dav – 6 vezes o número 8
 Profª – Agora nós vamos fazer no ábaco mesmo, no ábaco visível. Onde eu vou pôr o número 8
 Todos – Na unidade
 Profª – Eu vou pegar uma folha de dupla, sem falar os nomes e vou ler: 6 vezes o número 8. 8 na unidade aí você tira da unidade 10 e vai tirando até terminar de tirar e vai colocando um por um na dezena o resultado seria 48.
 Ped – Eu não sabia que dava para tirar 10 de oito não?
 Profª – Vamos ler outro: a primeira conta é 6 vezes 8. Primeiro coloca 6 vezes o 8 na unidade, depois tira 10 em 10 e coloca 4 na dezena. Aí vai ficar 8 na unidade e na dezena fica 4, aí o resultado vai ser 48

Profª – Desses dois qual dá para entender melhor?

Todos – o segundo

Profª – Por que?

K – Porque explica melhor o que é para fazer

Profª – Então o que eu tenho que colocar primeiro?

B – 8 na unidade 6 vezes

Profª – Coloquei o que vocês falaram e agora?

K – Tira 10 unidade e passa 1 para dezena, depois tira mais 10 da unidade e passa 1 para dezena e vai fazendo isso até na unidade ficar com menos de 10

Profª – E agora?

Stef – Conta quanto tem na unidade e quanto tem na dezena

Profª – Tem 4 na dezena e 8 na unidade. Qual é o resultado de 6 vezes o 8?

Todos – 48

Profª – Depois eu pedi para cada dupla, escrevesse uma conta, sendo que um ia falar a conta e o passo a passo para o colega escrever, depois iriam trocar quem falou iria escrever e quem escreveu iria falar, lembrando que vocês tinham que imaginar o ábaco para fazer isso, o ábaco invisível

Profª – Vou ler alguns aqui, para fazer depois no ábaco. Vou ler esse: 10 vezes o 5. Vou ler e fazendo o que está escrito no ábaco para ver se deu certo ou não. 10 vezes o número 5, aí você faz 5, mais 5, mais 5, mais 5, mais 5, mais 5, mais 5, mais 5, mais 5, mais 5, na unidade, aí você coloca na dezena 1 por 1 e o resultado seria 50.

Profª – Está falando para colocar 5 na unidade 10 vezes.

Profª – Coloquei, agora está falando para colocar na dezena 1 por 1

K – Não

Dav – É de 10 em 10

Profª – O que está faltando escrever aqui?

Isab V – Você vai tirando de 10 em 10, e cada vez que você tira você coloca 1 na dezena

Profª – Isso a cada 10 argola que eu tirar da unidade eu coloca uma na dezena, por quê?

Dav – Porque 1 dezena é igual a 10 unidades, então eu posso trocar

Profª – Continuando a conta no ábaco, fazendo as trocas que vocês falaram, agora ficou 5 na dezena e nada na unidade. O resultado é?

Todos – 50

Profª – Vamos ler outra: 3 vezes 24. Vamos colocar 3 vezes 24 e vamos multiplicar 24 e 3 vezes e 24 e o resultado vai ficar 346. Deu para entender o que tem que fazer?

Sop F – Não

K – Você tem que colocar o número 24, três vezes no ábaco. Coloca 2 dezenas, 3 vezes e 4 unidades 3 vezes.

Profª – E agora?

K – Agora tira 10 da unidade e passa um para dezena, vai sobrar 2 na unidade e 7 na dezena e o resultado é 72.

Profª – Vou fazer no ábaco agora.

Profª – Deu 72 mesmo. Vamos para outra: 8 vezes 15. Coloca 15, oito vezes na unidade. Agora conte dá 120, tire 10 da unidade até dar zero, a cada

10 que você passa um para dezena até dar 12. Agora tira 10 da dezena e passa 1 para a centena e na dezena fica 2, agora fica 120.

K – Professora, não é 8 vezes 1 uma dezena e 8 vezes o 5 na unidade?

Raf – é professora, tem que colocar 1 na dezena e 5 na unidade 8 vezes

Profª – Eu li o que escreveram, agora eu quero ver com vocês como nós vamos fazer

Raf – Eu acho que não

Sop S – Não

Ped – Porque tem que formar o número 15 primeiro para depois fazer 8 vezes

Profª – Vou fazer do jeito que vocês estão falando. Vou colocar 5 na unidade e 1 na dezena.

K – Vai fazendo isso 8 vezes.

Profª – Fiz o que vocês falaram

B – Agora tira 10 da unidade e passa 1 para dezena, vai fazendo isso até não dar mais para tirar 10 da unidade.

Profª – E agora?

Sop S – Tira 10 da dezena e passa 1 para a centena

Profª – E agora?

Stef – Conta quantos deu

K – 120

Ped – O resultado que escreveram na folha está certo, mas o modo de fazer está confuso.

Profª – Vamos para mais uma: 9 vezes o 7: coloque 7 nove vezes na unidade e vai ficar 63. Vai ficar mais do que 10, aí tira 10 da unidade e coloca na dezena, e tira mais 10 da unidade e coloca 1 na dezena, e tira mais 10 da unidade e põe 1 na dezena e tira mais 10 e coloca 1 na dezena, tira mais 10 da unidade e coloca 1 na dezena e o total é 55

Ema V – No começo colocou que ia ficar 63 e no final 55

Profª – Vamos fazer no ábaco para ver qual das respostas está certa

Sop S – Coloca o número 7 na unidade nove vezes.

Profª – E agora

Ema V- Vai tirando de 10 em 10 e passando 1 para dezena até não dar mais para tirar 10.

Profª – E agora?

Raf – Deu 63. A primeira resposta estava certa

Profª – Hoje a atividade foi de ler o que vocês escreveram na aula passada imaginando o ábaco e conferir se a escrita correspondia com a conta no ábaco, algumas estavam certas, outras acabaram tendo alguns deslizos, mas isso é bom para vocês perceberem onde estão errando também.

QUARTA SDA COM O ÁBACO INVISÍVEL – 9º episódio

Profª – Na aula passada nós resolvemos no ábaco as contas de multiplicação que vocês tinham escrito como se resolvia imaginando o ábaco, o ábaco invisível

Dav – O ábaco que só está na cabeça.

Profª – Isso, o ábaco você imagina, então ele fica só na cabeça. Hoje eu vou colocar um problema relacionado a Emília, já que estamos fazendo isso por que ela mandou uma carta falando da multiplicação no ábaco.

Profª – Vocês vão copiar o problema, escrever como se resolve e depois quem quiser, pode fazer a conta.

Retomamos como começou a troca de cartas com a Emília e o que já tínhamos feito até aquele momento

Profª – Vou colocar o problema na lousa e cada dupla vai copiar na folha que eu dei

Dona Aranha costureira queria preparar uns docinhos para levar a suas filhas que ficaram no Reino das Águas Claras. O docinho que ela mais gostou foi o de paçoquinha de mosca. Se ela tem 15 filhas e quer levar 23 paçoquinhas para cada uma, quantas paçoquinhas de mosca a Dona Aranha costureira, deveria fazer?

Profª – Depois que terminarem de copiar vocês vão imaginar o ábaco e escrever como se resolve essa conta detalhadamente

Fui passando pelas duplas para ver como estavam fazendo

Profª – Como todos já fizeram vamos ver como resolveram. Como vocês fizeram? Quem quer ler?

Dav – Eu

Profª – Pode começar

Dav – A primeira conta é 23 vezes o 15. Primeiro coloca 3 na unidade e 2 na dezena, faça isso 15 vezes. Agora conte quanto ficou na unidade. Na unidade ficou 45, então vai ficar 5 na unidade e passa 4 pra dezena e vai ficar 34 e vou passar 3 para centena. Agora conta cada um e o resultado vai ficar 345.

Profª – Vamos fazer no ábaco o que você escreveu. Tem que colocar 3 na unidade, 2 na dezena e fazer a mesma coisa 15 vezes. Depois, conta a unidade e fica 5, por quê?

Dav – porque tem mais de 10, então vai tirando 10 e passando 1 para dezena e sobra 5 na unidade.

Profª – Vou contando e cada 10 unidades que eu tirar eu passo uma para dezena. Sobraram 5 mesmo. E agora?

Dav – Faz a mesma coisa na dezena, vai contando de 10 em 10, toda vez que tirar 10, passa 1 para a centena

Profª – Vamos lá. Quanto que sobrou na dezena?

Dav – 4

Profª – Como ficou no ábaco?

Dav – 3 na centena, 4 na dezena e 5 na unidade que é 345

Profª – Isso mesmo

Profª – Mais alguém quer ler?

Ped – Eu

Profª – Pode começar

Ped – Pegamos 3 do 23 e colocamos na unidade, depois pegamos o 2 e colocamos na dezena e fazemos isso mais 15 vezes. E na unidade 15 o número 3 e na dezena colocamos o número 2, 15 vezes. E na unidade fica 45 e na dezena fica 30. Na unidade passou de 10, então de 10 em 10 você tira 4 vezes e cada vez que você tirar 10 da unidade passa 1 para a dezena, já que tiramos 10 da unidade 4 vezes na dezena fica 34. Na dezena fica mais de 10

então é 100 e na dezena não pode ter 100. Então tiramos o número 10 três vezes e a cada 10 que tiramos da dezena passa 1 para a centena que fica 3, na dezena fica 4 e na unidade fica 5. Então o resultado é 345.

Prof^a – Muito bem. Mas alguém quer ler?

K – Eu só quero mostrar do jeito que fiz minha conta

Prof^a – Já que ninguém mais quer ler, vamos para as contas, já sei que o K quer mostrar como fez, quem mais fez e quer mostrar?

Prof^a – Raf e Ped, Dav e Ag, o K e o L, só vocês?

Raf – Não sei se a gente fez certo

Ema V- A gente não fez porque não sabia fazer

Stef – Nós também não

Prof^a – Vamos começar pelo Ped e Ra, como vocês fizeram? Vem fazer aqui na lousa

Raf – Primeiro a gente fez 3×15 que é igual a 45, depois a gente fez 20×15 que é igual a 300, e somamos os 2 resultados que deu 345.

Prof^a – Como vocês acharam o resultado da conta 20×15 ?

Ped – Porque 2×15 é 30, então 20×15 é 300, era só aumentar um zero

Prof^a – Mas por que multiplicar por 20?

Raf – Porque o 2 está na dezena e ele vale 20

Ped – No final somamos tudo e deu igual o que a gente escreveu imaginando no ábaco.

Dav – Minha conta está completamente diferente, mas o resultado está igual.

K – A minha também.

Prof^a – Agora vem o Dav fazer

Dav – Eu coloquei 23×15 . Multipliquei 3 vezes 15 que dá 45, mas como não pode ficar 45 na unidade, coloquei o 4 lá em cima do 2 junto com a dezena. Aí 15 vezes o 2 é 30, mas eu tenho o 4 aqui em cima que fica 34, aí coloquei 34 aqui e o resultado foi 345

QUINTA SDA COM O ÁBACO INVISÍVEL E INTRODUÇÃO DO ALGORITMO COM DOIS NÚMERO NO MULTIPLICADOR – 10º episódio

Prof^a – Na aula passada eu passei um problema para vocês da Dona Aranha que queria fazer paçoquinha de moscas para suas filhas e pedi para que escrevessem imaginando o ábaco como resolveria esse problema. Alguém lembra qual era o problema?

Mig – A Aranha tinha 15 filhas e queria fazer 23 paçoquinhas de moscas para cada uma.

Prof^a – Isso mesmo. Vocês escreveram em dupla com o ábaco invisível e depois alguns de vocês leram e eu fui fazendo aqui no ábaco.

K – A professora falou que quem quisesse fazer a conta também podia, eu o L, o Ped e o Raf, a Ag e Dav, fizemos, não sei se mais alguém fez

Prof^a – Exatamente, deu tempo do Ped e o Ra, vir fazer na lousa o jeito que eles fizeram a conta, depois veio o Dav, e ficou faltando você.

K – Isso, mas eu fiz diferente, do jeito que eu aprendi na outra escola que eu vim

Prof^a – Não tem problema, vamos ver como você resolveu

K – Eu fiz 23×15 . Aí eu fiz 5×3 que dá 15, como não pode ficar 15 aqui na unidade coloquei 1 aqui em cima na dezena, depois fiz 5×2 que dá 10 mais esse 1 é igual a 11, aí eu vou multiplicar esse 1 aqui, então eu coloco o sinal de mais aqui embaixo do 5 e faço e continuo aqui na frente e fiz 1×3 que é 3 e 1×2 que é 2, depois somei tudo que deu 345

Prof^a – Por que você colocou o sinal de mais aqui embaixo, eu não entendi

K- A minha professora da outra escola ensinou assim

Prof^a – Mas eu não entendi esse sinal de mais debaixo do 5, alguém entendeu?

Est- Não

K – Eu não sei, a professora não explicou porque, falou que tinha que colocar para continuar a conta

Prof^a – Vou pedir para que o Ra e Dav faça de novo aqui na lousa como eles fizeram as contas deles e nós juntos pensar o porquê a professora do K pediu para colocar esse sinal de mais.

Prof^a – Agora que nós temos todas as contas vamos pensar junto e descobrir por que o K fez desse jeito

Dav – Tem um motivo para ele ter feito desse jeito

Prof^a – Mas que motivo é esse?

Todos ficaram em silêncio por um longo tempo olhando para as contas

K- Eu acho que é assim, primeiro você vai fazer o de vezes da unidade, depois o de vezes da dezena

Prof^a – O que primeiro da unidade?

K – Você pega o 5 debaixo e multiplica o 23 só que separado, assim, 5×3 e depois 5×2

Prof^a – Então eu posso pegar esse 23 e multiplicar por 5 separado aqui do lado?

K – Pode, vai dar 115. Depois você pega esse sinal de mais e coloca embaixo do 5, porque agora você vai multiplicar a dezena, então vai multiplicar o 1

Prof^a – é 1 aqui?

K- é 1×23

Prof^a – Mas você não falou que ia multiplicar a dezena? E esse 1 está onde?

K- Na dezena

Prof^a – Na dezena ele vale quanto?

Yasm Gy – 10

K- Não professora, eu estou falando que vai multiplicar 1×3

Raf – Mas como ele está na dezena ele vai 10 K, então ia ser 10×3

K- Mas se eu fizer com 10, não vai dar o resultado

Prof^a – Vamos fazer do jeito que o K está falando

K- 1×3 e 1×2 , vai dar 23

Dav – Se o 1 está na dezena ele vale 10

K- Mas se fizer com 10, não dá certo. O sinal de mais não tá embaixo do 5 aqui, agora é só somar $115 + 23$, que vai dar 345

Prof^a – Mas por que o sinal de mais tem que vir aqui e não em outro lugar, por exemplo aqui na frente, se eu vou somar posso colocar aqui na frente.

Raf- É K, se colocar o sinal na frente como a gente faz a conta de mais normal, vai estar somando, não precisa colocar lá

K – Não sei então, a minha outra professora falou que tinha que colocar o sinal de mais aí

Dav- Tudo tem um porquê e a gente vai ter que descobrir

Prof^a – Então porquê?

Sop F- Professora esse um não vale 10, então não está errado a conta?

Prof^a – Não sei, vocês que estão me falando

Ema – Tem que fazer 23×10

Raf – Mas é que eu estou falando desde do começo

Prof^a – Que conta que eu tenho que fazer

Raf - 23×10

Prof^a – Vou fazer aqui desse lado, 23×10 que é

Dav – 230

Prof^a – Voltando para a conta do K, já descobrimos que podemos colocar o sinal de mais em outro lugar, e que esse 1 como está na dezena vale 10, e que 23×10 é 230, então

K- Acho que entendi porque o mais vai ali, ele está no lugar da unidade

And- O mais eu posso colocar lá na frente, em outro lugar

Raf – K ali, no lugar do mais vai o zero, ele que fica na unidade

Dav – Porque a gente multiplicou por 10, então na unidade fica o zero

K – Acho q agora entendi, coloca o zero ali na unidade para guardar lugar, porque vou multiplicar o número da dezena

Prof^a – Isso mesmo, lembra quando estudamos o ano passado sobre os números, o que eu falei sobre o zero?

Dav - Que foi o último número a ser inventado e servia para preencher um espaço

K – Agora faz todo sentido, ele está aí para guardar lugar mesmo, para não colocar nenhum número na unidade quando a gente for multiplicar a dezena.

Prof^a – Isso mesmo, agora o zero tem um sentido e significado para vocês.

Prof^a – Vamos fazer mais uma conta dessa 43×24 . Vou dar um tempo para vocês resolverem em duplas.

Depois de alguns minutos

Prof^a – Quem gostaria de falar como resolveu?

Yasm Go – Nós começamos multiplicando o 4 x 43, assim 4×3 que é 12, aí e 4×4 que é 16, mais como tem o 1 do 12, fica 17, então dá 172. Depois colocamos o zero na unidade, para guardar lugar, porque a gente vai multiplicar o número que está na dezena, que é 2×43 , que na verdade é 20×43 . Aí fica 2×3 que é 6 e 2×4 que é 8. Aí soma tudo que dá 1052.

Prof^a – Vem fazer na lousa o que você falou.

Prof^a – Isso mesmo. Mas teve gente que fez diferente. Quer falar?

Dav- Eu fiz diferente, eu multipliquei 24×3 que deu 72, aí como não pode colocar 72 na unidade, coloque 7 na dezena em cima do 4, depois multipliquei 24×4 que deu 96 e somei o 7 que dá 103, aí o resultado é 1032.

Prof^a – Você fez de um jeito diferente, mas está certo também.

Prof^a – Para encerrar vamos fazer mais uma conta juntos, que é 233×20 . Como nós podemos resolver?

Mig – Faz do mesmo jeito que as outras?

Profª – Mas será que não tem um jeito diferente de se fazer, sem ser o jeito do Dav? Vamos lembrar o que vimos no livro do ano passado quando tinha multiplicação por 10. Alguém lembra?

Dav – Era só acrescentar um zero no final

K – 32×10 , eu coloco um zero no final e fica 320

Raf- E quando não for 10, por exemplo 30, como que fica?

Profª – Vamos pensar juntos, alguém quer dar um exemplo que não seja multiplicado por 10?

Edu – 11×50

Profª – Como eu faço?

Ped – É só fazer 11×5 que é 55 e colocar o zero no final que vai dar 550

Profª – Isso, todos entenderam?

Todos – Sim

Sop F – Lembrei como fazia, assim fica fácil!

Profª – Vamos voltar para a nossa conta 125×20 . Como que eu faço?

Yasm Gy – Tampa o zero e faz 233×2

Profª – Tampei e o que eu faço agora

K - Não precisa tamar, deixa ele aí mesmo embaixo do 3 que vai dar certo

Raf – Se tamar o zero e fizer e multiplicar 2×233 , não vai dar certo com o zero aí

K – Por isso eu falei que tem que colocar no começo

Ped – Que começo se a conta nem está feita e nas outras a gente colocou o zero no final

K – É verdade

Dav – Já sei, coloca o zero do 20 atrás da unidade, para fora da conta, uma tentativa.

K – Prô, vai dar certo, já fiz na cabeça

Raf – Agora sim faz o que eu falei antes, 2×233 , que vai dar 466

Profª – E o que eu faço com esse zero

K – Coloca embaixo do 6 da unidade

Ped – Embaixo não

Dav – Agora onde vai colocar o zero?

Profª – Não sei, estou fazendo o que vocês estão falando.

Yasm Go – Coloca ele no final

Dav – No final igual nos fizemos com o 10, acrescenta 0 no final

Raf – O resultado vai ser 4660.

K – Pronto, acabou a conta, e só 1 linha o resultado e as outras 3.

Dav – Será que a Emília sabe de tudo isso?

K – Duvido.

Isab V – Acho que não, porque na carta ela só falou para a gente fazer o ábaco e mais nada e a gente que teve que descobrir tudo.

Profª – Então vamos escrever a resposta da carta contando tudo o que fizemos e descobrimos e por quê demoramos tanto para responder.

Quadro 18 - Resposta a personagem Emília contando o que aprenderam sobre o zero como guardador de lugar

São Carlos, 23 de agosto de 2023

Para Emília, a Marquesa de Rabicó

Primeiro queremos pedir desculpas pela demora em responder a sua carta, é porque tínhamos muitas coisas para fazer na escola e um recesso no meio do ano.

Sobre o ábaco já conhecíamos, mas somente com a adição e subtração, nunca tínhamos feito a multiplicação e aprendemos a fazer seguindo as suas dicas e claro que pedimos ajuda para a nossa professora. Nós descobrimos algumas coisas e vamos te contar, é bem divertido e não é difícil.

Junto com a professora fomos descobrindo como eram feitas as contas de multiplicação antigamente, e não foi nada fácil. Como já tínhamos feito a multiplicação no ábaco, a professora propôs que escrevêssemos como foi a conta no papel, imaginando o ábaco. Começamos pela adição e subtração que a gente achava que era mais fácil, mas não foi tão fácil escrever. Depois fomos para a multiplicação, que complicação! Tínhamos que imaginar o ábaco na cabeça, um ábaco invisível, e escrever passo a passo como se resolvia a conta detalhadamente, mas conseguimos sempre um ajudando o outro. Essa atividade de ábaco invisível ou escrita da conta, nós multiplicamos a nossa inteligência e ajudou na nossa escrita, pois sempre tinha que ler para o colega ou para a classe para ver se ele entendia o que estava escrito.

Depois da escrita fizemos a conta normal, que é a conta que estamos acostumados a ver, e percebemos que é bem mais rápida do que a escrita. Com tudo isso descobrimos que existem vários jeitos de resolver uma conta, alguns mais rápidos e outros mais demorados e complicados. Nós preferimos as contas que são mais fáceis, mas o mais importante é entender como se faz, porque tudo tem um por quê. Vamos dar um exemplo para você não se confundir: 35×16

Primeiro multiplica o 6 que está na unidade pelo 35, o resultado será 210. Depois multiplica 1 que está na dezena, que na verdade vale 10, então vai multiplicar 10×35 , que vai dar 350. Depois pegamos os dois resultados e somamos, assim o resultado da multiplicação $35 \times 16 = 560$. Com isso chegamos à seguinte conclusão: que toda vez que for multiplicar a dezena, centena, independentemente do número embaixo, sempre para colocar o resultado eu posso colocar o zero na casa anterior como guardador de lugar. Vamos montar a conta para você não ficar com dúvida, mas sabemos que já entendeu tudo o que falamos.

$$\begin{array}{r}
 35 \\
 \times 16 \\
 \hline
 210 \\
 350 \\
 \hline
 560
 \end{array}$$

Zero como guardador de lugar.

Outra conta que fizemos foi com o zero no final, mas só dá certo se o zero estiver no final. Descobrimos que podemos colocar ele para fora e multiplicar o número que sobrou e por último acrescentar o zero que ficou para fora, assim a conta será mais rápida e prática, como nesse exemplo:

$$\begin{array}{r}
 125 \\
 \times 20 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \overset{1}{1}25 \\
 \times \quad 20 \\
 \hline
 2500
 \end{array}$$

Gostamos muito do ábaco, mas preferimos fazer as contas que são mais rápidas, práticas e fáceis e a gente tem certeza que você também chegará a essa conclusão!

Estamos gostando dos seus desafios, pois estamos aprendendo junto com eles!

*Beijos
Alunos do 4º ano B*

Fonte: Elaboração própria – ano 2023

4.2 SDA – Divisão

Após a finalização das SDA sobre multiplicação, iniciamos as atividades voltadas para o ensino da divisão. Realizamos três propostas com os alunos, dando continuidade às trocas de correspondências com a personagem Emília.

4.2.1 Partilhando Os Docinhos - Divisão – 11º episódio

A festa estava chegando ao fim e os convidados precisavam voltar para o Reino das Águas Claras. Havia muitos doces ainda na mesa e o Príncipe Escamado pediu para levar um pouco, assim, poderia saboreá-los em seu reino.

Emília disse que poderia levar, mas desde que o Dr. Cara de Coruja (Dr Caramujo), o Major Agarra e Não Solta Mais também levassem. Ela pediu para Tia Nastácia separar os docinhos para eles, mas ela não queria ser injusta com ninguém. Ao mesmo tempo, não sabia como fazer isso, então o Visconde que poderia ajudá-la, já não estava mais ali.

Como será que podemos ajudá-la a fazer a divisão dos docinhos para os convidados, sem ser injusta? Vocês poderiam ajudá-la?

Profª – Ontem à tarde a bibliotecária Maíra, foi até a minha sala do 1º ano da tarde e me entregou uma carta que chegou lá do Sítio do Picapau Amarelo. Eu vou abrir e ler junto com vocês.

Isab V- O que a princesa das três estrelinhas quer agora da gente?

Profª – Vamos descobrir.

Quadro 19 - Primeira carta com a SDA sobre divisão

São Carlos, 25 de setembro de 2023

Olá crianças, acho que já posso chamar vocês de amiguinhos também

Quanto tempo, já estava com saudades de vocês! E vocês estavam com saudades de mim? Demoraram para responder minha última carta que pensei que tinham me esquecido.

Eu li tudo o que vocês descobriram com a multiplicação e vi algumas fotos também, vocês conseguiram descobrir muitas coisas, que tenho certeza que aquele Sabugo de Milho não sabe. Agora mesmo, ele já não está mais aqui na festa, tudo bem que ela já está acabando, ele deve estar no meio de algum livro tentando descobrir de onde vocês tiveram todas aquelas ideias da multiplicação, mas não podem esquecer que eu que comecei com a ideia do ábaco, a primeira ideia foi minha.

Os convidados do Reino das Águas Claras já estão indo embora, mas Tia Nastácia fez muitos docinhos e acabou sobrando. O Príncipe Escamado pediu para levar um pouco, assim, poderia saboreá-los em seu reino.

Eu disse que poderia levar, mas desde que o Dr. Cara de Coruja, está bom Dr Caramujo, o Major Agarra e Não Solta Mais também levassem. Pedi para Tia Nastácia separar os docinhos para eles, mas ela não queria ser injusta com ninguém. Ao mesmo tempo, ela não sabia como fazer isso e, O Visconde que poderia ajuda-la, já não está mais aqui.

Como da outra vez vocês que ajudaram a tia Nastácia, será que podem ajudá-la a fazer a divisão dos docinhos para os convidados, sem ser injusta? Enquanto isso vou procurar a Narizinho.

Vou ficar esperando!

Abraços da Marquesa de Rabicó, me chamem de Emília mesmo

Fonte: Elaboração própria – ano 2023

Dav – A Emília é igualzinha do livro, sempre tem que ganhar nas disputas, senão ela se emburra.

Profª – Ainda bem que já lemos as histórias dela e sabemos como ela é.

Profª – Na carta ela está pedindo a nossa ajuda, para fazer o que?

Yasm Go – Dividir os docinhos para entre os moradores das Águas Claras

Profª – Quais eram os docinhos que tinha na festa?

K – Brigadeiro

Edu – Mousse de algas

Sop S- Paçoquinha de mosca

Yasm Gy- Beijinho

Stef- Rosquinha de plantas

Profª – Está faltando um

Raf – Bombom de minhoca.

Profª – Então sobraram muitos docinhos e o Príncipe Escamado pediu para levar, só que o Dr Caramujo e o Major Agarra e Não Solta Mais tinha que levar também e além disso a divisão tinha que ser justa. O que é uma divisão justa?

Edu – É a mesma quantidade para cada pessoa.

Profª – Isso mesmo, mas a tia Nastácia estava precisando de ajuda para fazer isso, e a Emília escreveu pedindo a nossa ajuda.

Dav- Professora, mas a gente não sabe quanto sobrou de cada docinho, ela não falou.

Profª – Não temos a quantidade que sobrou.

Sop S – A gente vai ter que imaginar a quantidade de docinho que sobrou e fazer a divisão entre eles?

Profª – Isso mesmo, vou dar uma folha para grupo, primeiro vocês vão anotar os nomes dos docinhos a quantidade que sobrou e como pode fazer essa divisão entre eles.

Ped – Professora, é obrigado a levar todos os docinhos?

Profª – Por que?

Ped – Porque a gente colocou um número aqui que não vai dar para dividir para todo mundo

Profª – E o que vocês sugerem fazer?

Ped – Deixar lá no sítio.

Profª – Tudo bem.

Raf- A gente estava tentando adivinhar como fazia a conta, mas a gente não sabe fazer.

Ped – Porque é uma divisão.

Profª – É uma divisão, mas faz do jeito que vocês sabem.

B – Pode fazer por desenho?

Profª – Pode.

L – O nosso não está dando certo.

Profª – O que não está dando certo.

L – Tem 17 e fica sobrando 2.

Profª – Qual o problema?

L – Um fica um a menos.

Profª – Pode ficar com 2 a mais?

L – Não, por isso a gente vai apagar.

Profª – Por que apagar?

L – Para fazer com outro número e dar igual para todos.

Profª – Pode deixar o 17, você falou que estava sobrando 2, o que você vai fazer com esses 2?

T – Jogar fora?

Ema – Eles não levam.

Profª – Onde vocês vão colocar esses dois?

L – Separado. Nossa T, você estava certo, falou para fazer aqui do lado

T – Escreve do lado sobrou e faz eles.

Stef – Professora, eu estava falando para elas que tem 35 bombons de minhocas e se a gente desse 10 ia sobrar 5, e que dava para dar mais um para cada um então se desse 11 ia sobrar só 2.

Eman S – Mas dá para dar 10 também.

St- Dá mais aí sobra mais e você tem que dividir de novo e se der 11 sobra menos.

Profª – E o que você vai fazer com esses que sobraram?

Sop F- A Tia Nastácia pode comer já que foi ela que fez todos os doces.

Profª – Pode ser, nada mais justo.

Mig – Se fosse 30 paçoquinhas cada um ia receber 10, porque 10 mais 10 mais é 30, aí sobraram 9 é só colocar mais 3 para cada um, 3 mais 3 mais 3 é 9, juntando tudo é 39.

Ed. – É só fazer o desenho agora, não vai sobrar nenhum.

Para fazer a divisão dos docinhos do mousse de algas, os alunos Ed. e And fizeram a contagem por tentativa e erro, enquanto o aluno Miguel fazia as contas de adição de parcelas iguais mentalmente.

Est – A gente colocou a mesma quantidade de todos os docinhos para ficar mais fácil.

Profª – Mas como vocês fizeram?

Yasm Go – Primeiro a gente fez a conta $30 - 3$, que deu 27.

Samy – Mas não era isso que a gente tinha que fazer, era para dividir os docinhos entre 3 convidados, aí fez o desenho.

Est – Com o desenho deu certo e deu 10 docinho para cada um levar.

Profª – E esse grupo como fizeram?

Dav – Primeiro a gente pensou quantos docinhos sobraram, já que ela não falou, depois a gente somou todos os docinhos, mas a Isab V. falou que não era assim.

Profª – E como era?

Isa V. – Era para dividir cada docinho e não todos juntos.

Profª – E como vocês fizeram?

Isa V. – A gente fez por desenho.

Dav – A gente não sabe fazer a conta de divisão, então o desenho foi mais fácil.

Profª – E como vocês fizeram os desenhos?

So S. – Cada um foi fazendo de um para não dar briga, e a gente ia colocando

Dav – E quando sobrava a gente decidiu desenhar para fora, para não misturar com os outros uma bolinha para cada convidado até acabar os docinhos.

Profª – Deu certo desse jeito?

Dav – Acho que deu, no final eu fiz a conta de quantos docinhos no total cada um levou.

Profª – Eu passei pelos grupos e vi que vocês estão terminando, hoje não teremos tempo para falar sobre a atividade, daqui a pouco tem educação física, mas na próxima aula continuaremos.

Na aula seguinte retomamos a carta recebida pela Emília e cada grupo explicou como havia encontrado uma solução para os colegas. Depois escrevemos, coletivamente, a carta em resposta para a Emília.

Quadro 20 - Respostas dos alunos sobre uma solução encontrada para o problema da Emília

São Carlos, 28 de setembro de 2023

Olá Emília

Recebemos sua carta pedindo sua ajuda mais uma vez, até que é legal te ajudar, porque assim estamos aprendendo também.

Como não sabíamos quantos docinhos havia sobrado, fizemos as contas com alguns números, não foi bem uma conta como você está deve estar acostumada, mas fizemos por desenho porque ainda não aprendemos a fazer a conta de divisão.

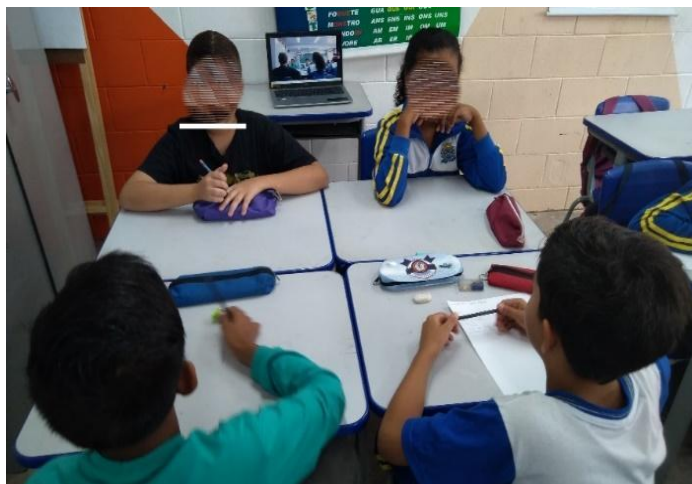
Como a tia Nastácia não quer ser injusta, e ela está certa, fomos distribuindo um docinho para cada um, mas se você tiver muitos docinhos para distribuir pode ir dando mais de um para cada, mas tem que dar sempre a mesma quantidade. Se no final sobrar docinhos e não der mais para dar um para cada convidado, deixa os docinhos no sítio mesmo, aí vocês podem comer esses que estão sobrando.

Esperamos que você entenda o jeito que fizemos e que tenhamos ajudado também.

Abraços e beijos
Alunos do 4º ano B

Fonte: Elaboração própria – ano 2023

Figura 38 - Alunos realizando a atividade em grupo



Fonte: arquivo pessoal – ano 2023

Figura 39 - Solução apresentada pelo grupo 1

DOCES

PAÇOQUINHA DE MOSCA $\rightarrow 30$ MOUSSE DE ALGAS $\rightarrow 26$ BRIGADEIRO $\rightarrow 17$ BEIJINHOS $\rightarrow 40$ BOMBOM DE MINHOLA $\rightarrow 13$ ROSQUINHAS DE PLANTAS $\rightarrow 45$

BOMBOM DE MINHOLA

$$\begin{array}{r} 13 \\ \div 3 \\ \hline 4 \end{array}$$

R. CADA UM RECEBERÁ 4

$$\begin{array}{r} \text{PAÇOQUINHA DE MOSCA } 30 \\ \div 3 \\ \hline 10 \end{array}$$

R. 10 PARA CADA UM

$$\begin{array}{r} 45 \\ \div 3 \\ \hline 15 \end{array}$$

R. CADA UM RECEBERÁ 15

$$\begin{array}{r} \text{MOUSSE DE ALGAS } 26 \\ \div 3 \\ \hline 8 \end{array}$$

R. 8 PARA CADA UM

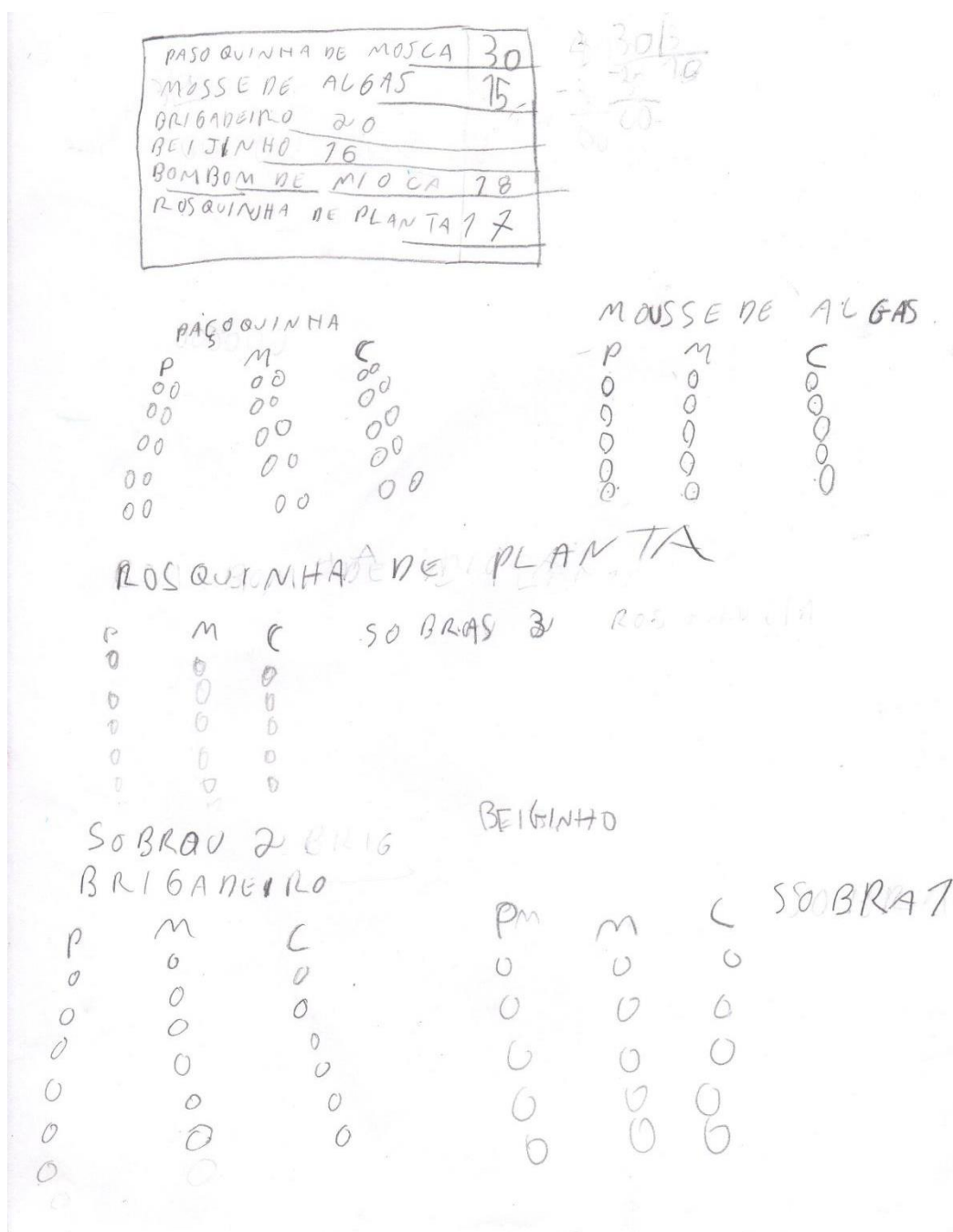
$$\begin{array}{r} \text{BRIGADEIRO } 17 \\ \div 3 \\ \hline 5 \end{array}$$

R. 5 PARA CADA UM

$$\begin{array}{r} \text{BEIJINHOS } 40 \\ \div 3 \\ \hline 13 \end{array}$$

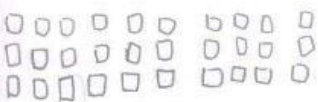
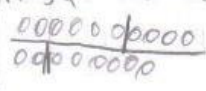
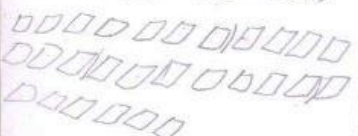
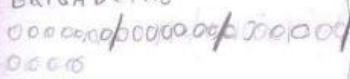
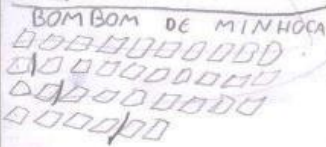
R. CADA UM RECEBERÁ 13

Figura 40 - Solução apresentada pelo grupo 2



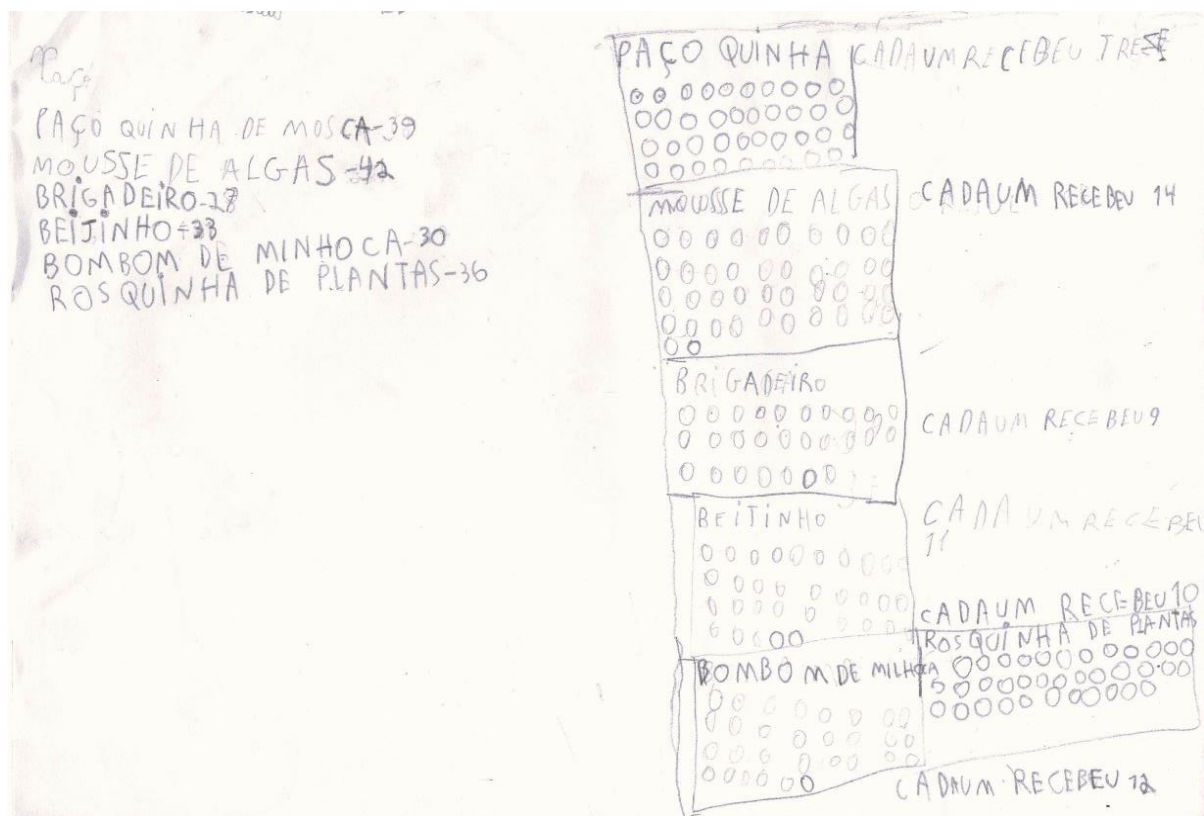
Fonte: arquivo pessoal – ano 2023

Figura 41 - Solução apresentada pelo grupo 3

DATA: 28/09/2023	DOCES	QUANTIDADE
STEFANY	PAÇOQUINHA DE MOSCA	30
EMANUELY S.	MOUSSE DE ALGAS	28
SOPHIA F.	BRIGADEIRO	25
YASMIN GYEOVANNA	BEIJINHO	22
	BOMBOM DE MINHOCÁ	35
	ROSQUINHA DE PLANTAS	18
PAÇOQUINHA DE MOSCA	10 CADA	ROSQUINHA DE PLANTAS
		
		6 CADA
MOUSSE DE ALGAS	7 CADA	
		
BRIGADEIRO	7 CADA SOBROU 4	
		
BEIJINHO	7 CADA SOBROU 1	
		
BOMBOM DE MINHOCÁ	11 CADA SOBROU 2	
		

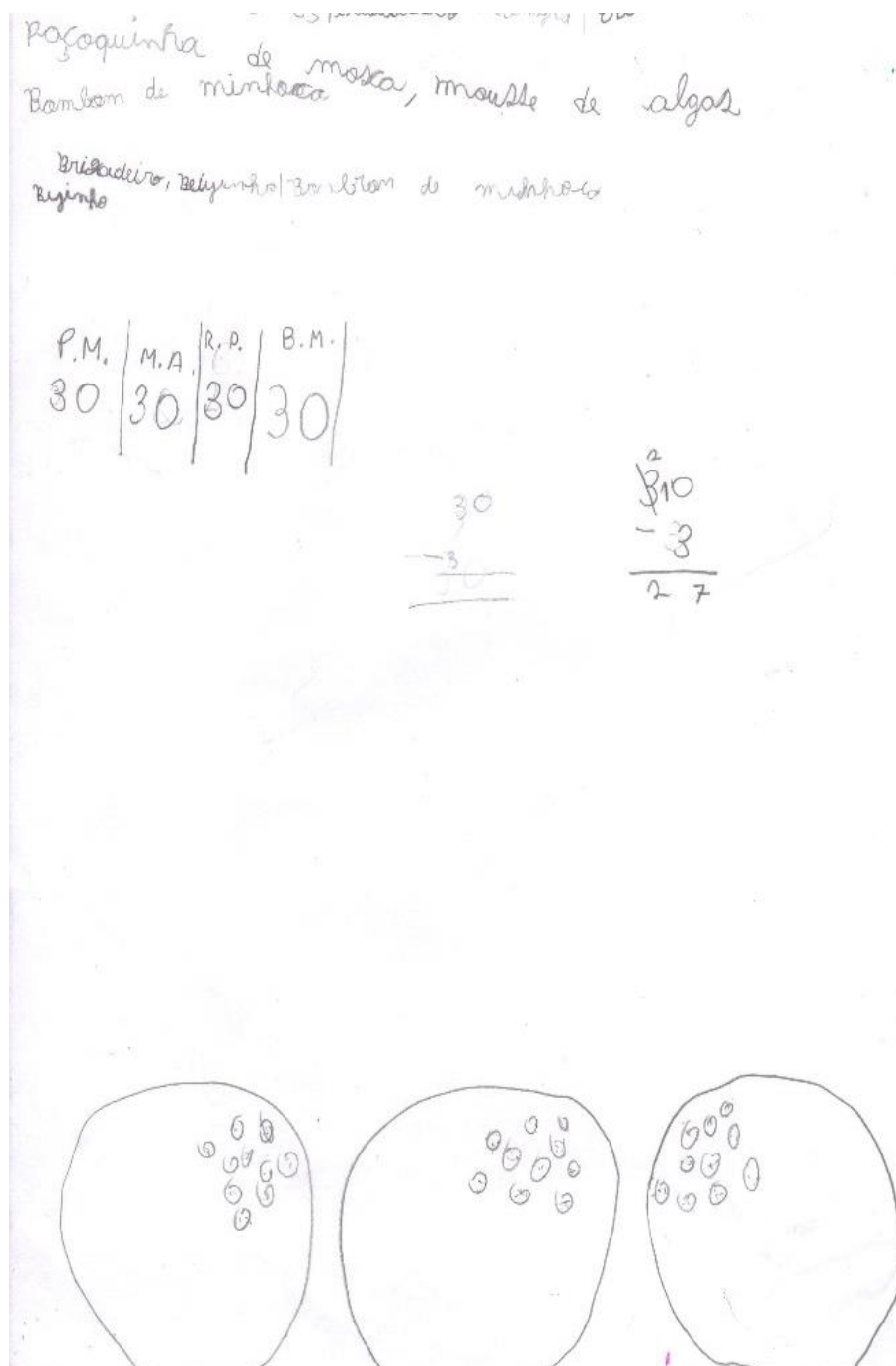
Fonte: arquivo pessoal – ano 2023

Figura 42 - Solução apresentada pelo grupo 4



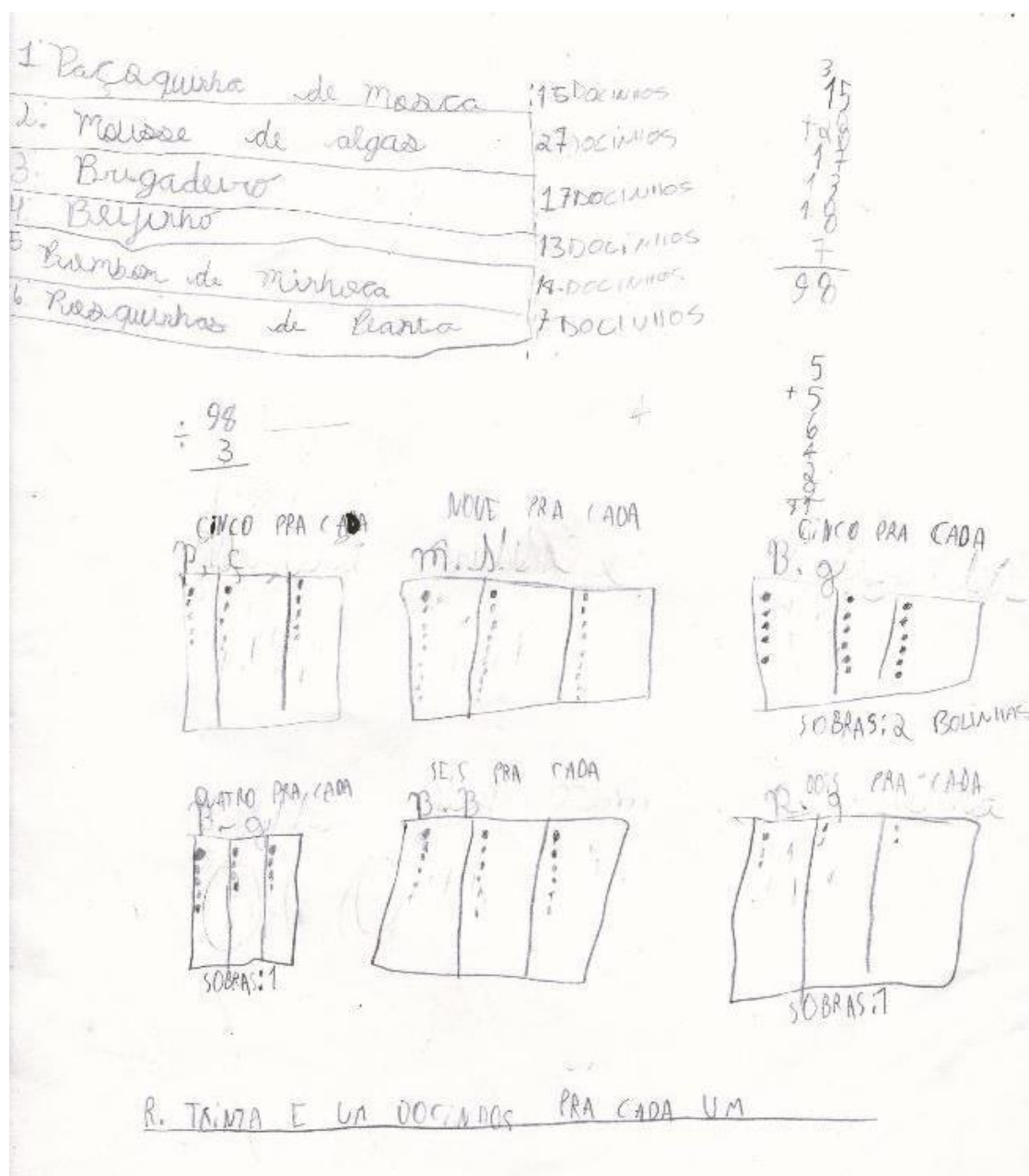
Fonte: arquivo pessoal – ano 2023

Figura 43 - Solução apresentada pelo grupo 5



Fonte: arquivo pessoal – ano 2023

Figura 44 -Solução apresentada pelo grupo 6



Fonte: arquivo pessoal – ano 2023

4.2.2 Partilhando Confetes e Aprendendo a Divisão – 12º episódio

Dividimos a sala em grupos de 4 alunos e foi distribuído quantidades aleatórias de confetes para cada grupo em potinhos. Os alunos deveriam dividir

os confetes entre eles de tal modo que todos recebessem a mesma quantidade. Quando não fosse mais possível distribuir os confetes para cada aluno, eles deveriam devolver ao potinho que estava sobre a mesa.

A professora foi anotando na lousa, em forma de tabela, a quantidade de confetes que o grupo recebeu, quantos confetes cada aluno recebeu e se sobrou algum. Esse processo foi repetido algumas vezes.

Feito isso, a professora com os dados do quadro de cada grupo fez o algoritmo da divisão, mostrando para os alunos a divisão com subtrações sucessivas.

Prof^a – Na aula passada vocês ajudaram a Emília e a Tia Nastácia a dividirem os doces que sobraram, cada grupo pensou em uma quantidade e fizeram a divisão, alguns grupos tiveram sobras, outros não. E o que vocês fizeram com a sobra?

K – Quando não dava mais para dar um para cada um, a gente deixava de lado, porque não era justo uns receberem mais doces e outros não.

L- Eles não tinham que levar todos os doces, a gente tinha que dividir a mesma quantidade para todos, no meu grupo sobrou aí a gente resolveu deixar no sítio mesmo.

Prof^a – Isso mesmo, alguns grupos colocaram quantidades que não sobraram nada. Hoje eu trouxe docinhos para fazerem a divisão entre vocês, mas não são os docinhos do sítio.

Isab V – São os docinhos do sítio? A gente vai ter que comer?

Prof^a – Não são eles, mas ia ser legal se eu trouxesse para vocês experimentarem (risos)

Edu – Que docinho a professora trouxe?

Prof^a – Confeites

Raf – A nossa professora é a melhor!

Prof^a – Vocês já estão em grupos, em 5 grupos e já limpamos todas as mesas com álcool. Eu vou colocar um pouco de confete em cada grupo e vão dividir entre vocês, o que sobrar vão colocar dentro do copinho.

Ped – É quase igual a gente fez com os docinhos, só que agora com o confete.

Prof^a – É isso, depois que vocês acabarem a divisão vou anotar na lousa, quantos confetes cada grupo recebeu no total, quantos confetes cada um ganhou e se sobrou algum.

Depois de algum tempo

Prof^a – Vocês vão me falando quanto cada um do grupo recebeu e se sobrou algum

Cada grupo foi falando quantos confetes tinha, quantos cada um ficou e quantos sobraram e a professora foi anotando na lousa



Profª – Vamos fazer mais uma vez

Profª – Como este grupo está fazendo?

Stef – A gente contou tudo primeiro, aí a gente tentou dividir 20 para cada não deu, aí tinha que ser menor que 20

Profª – Por que?

Est - Porque não ia dar o número certo de confete para cada uma de nós.

Stef - Aí a gente tentou com 18.

Yasm Go – E deu certo e sobrou 3.

Stef – E depois que a gente contou quantos tinha ao todo.

Profª – E como vocês fizeram para contar o total de confetes?

Stef – A gente foi somando 18 de cada um mais o que sobrou.

Profª – E deu conto no total?

Yasm Go – 75.

Profª – Agora eu vou pedir para cada grupo falar como que fez. Vamos começar pelo grupo 3, como vocês fizeram?

K - Primeiro a gente deu 10, que deu 40. Aí deu mais 5 para cada, que deu 20, e no total 60. Aí deu mais 1 para cada, aí acabou.

Profª – Cada um recebeu quanto?

K – 16 e sobrou 2.

Profª – Agora o grupo 4

L- A gente recebeu 67.

Profª – Como vocês fizeram?

L – Foi contando de 1 em 1 e dando 1 para cada e sobrou 3.

Profª – E quanto cada um recebeu?

L – 16 também, só que sobrou 3.

Profª – Agora o grupo 2.

Dav – Foi dando 1 para cada e depois fiz a conta.

Profª – Quanto que tinha ao todo e quanto que cada um recebeu?

Dav – Ao todo tinha 61 e cada um recebeu 14

Profª – Sobrou algum?

Dav – Não.

Profª – Em quantos vocês estão no grupo?

Dav – 5.

Profª – Vamos para o grupo 1.

Yasm Go – A gente tinha 75.

Profª – Como vocês fizeram?

Est – A gente tentou dar 20 para cada um, como não deu, a gente teve que fazer de novo, e a gente fez com 18 e deu e sobrou 3 que não dava mais para dar um para cada um.

Profª – Agora o grupo 5

Sop F- Primeiro a gente começou contando quanto tinha aí foi dando 2 para cada um, depois a gente deu mais 3 para cada um e a gente foi fazendo assim até terminar não sobrar nada.

Profª – E como ficou?

Sop F – Cada um ficou com 18, não sobrou nada e a gente tinha 73.

Profª – Agora que todos os grupos falaram podem comer os confetes

K – Professora, acho que tem alguma coisa estranha no grupo 2

Profª – O que tem de estranho?

K – Eu estava conferindo e tem alguma coisa errada, porque não pode dar esse resultado é maior que os confetes que é 61, Dav faz aí $14 + 14 + 14 + 14 + 14$, não vai dar 61.

Dav - Dá 70, acho que erramos.

Profª – Vocês querem fazer de novo a divisão dos confetes?

Sop S – Sim.

Profª – Vou esperar vocês fazerem.

Dav – Estava errado mesmo, deu 12 para cada um e sobrou 1.

K – Agora está certo.

Profª – Nós fizemos a mesma coisa que a Emília pediu na carta, só que com docinhos de verdade, nem vocês e nem eu sabia quantos confetes cada grupo iria receber e nem com quantos vocês ficariam. Quando sobrava o que vocês faziam?

Ped – Deixava dentro do potinho, só que tinha uns que sobra e outros a conta dava certa.

Profª – Na primeira rodada eu não pedi para vocês contarem a quantidade de confete que estavam recebendo, mas podemos fazer isso agora olhando para a nossa tabela aqui. Como podemos fazer isso? Vamos olhar primeiro para o grupo 1, cada um recebeu 12 e sobraram 3 confetes, como eu faço para saber quantos eles tinham ao todo?

Dav – 4×12 mais 3 não é?

Profª – Você está me perguntando ou respondendo?

Dav – Respondendo com uma pergunta (risos)

Profª – Por que você acha que é isso?

Dav – Porque cada um tinha 12, eles estão em 4 no grupo, 4×12 depois soma os 3 que sobrou no final.

Profª – E quanto que dá essa conta?

K- 51.

Profª – E com o grupo 2

Raf – É só fazer a mesma coisa com todos, pegar quantas cada um recebeu multiplicar pelo número de pessoas e somar quando sobrou algum, se não sobrou não soma.

Profª – É isso mesmo, então quantos confetes no grupo 2, já que vocês estão apressados.

Raf – No grupo 2 faz 5×11 e depois soma 3, vai dar 58.

Profª – Todos entenderam? Agora quero alguém para falar do grupo 3.

Ped – No nosso como a gente é em 4 e cada um recebeu 12, faz 4×12 e depois soma os 2 que sobraram que fica 50.

Profª – Estou gostando de ver, agora no grupo 4.

Mig – Deixa que eu falo, a gente também é em 4 e cada um recebeu 9, então 4×9 que é 36 mais 2 que sobrou é 38

Profª – E por fim o grupo 5, essa eu vou escolher pode falar Yas Gy.

Stef – A professora até escolheu, porque sabia que eu ia falar.

Yasm Gy – Aqui também ficou com 9 cada, faz igual do Mig, só que em vez de somar 2, soma 1, porque sobrou 1, então 37.

Profª – Muito bem, mesmo sem vocês contarem os confetes na primeira rodada conseguiram descobrir quantos receberam.

K – Essa foi fácil

Raf – Ela já está ficando igual a Emília, depois que a gente faz é fácil (risos)

Ped – Professora, quando a gente vai ver a conta montada de divisão, eu tentei fazer naquela outra atividade, mas eu sabia que não era daquele jeito porque já tinha visto no livro de algum outro jeito, mas não sabia fazer.

K – Na minha outra escola a professora ensinou

Raf – Ensinou mesmo K?

K – Ela falou como fazia, mas não falou os porquê como a professora fala

Profª – Então vamos ver agora, vamos pegar um exemplo aqui da nossa tabela, a 2ª rodada do grupo 1, que o total de confetes era 36 e tinha que dividir entre 4 pessoas. Como eu vou fazer a divisão?

K – 36 dividido por 4.

Profª – Como eu vou montar essa conta?

K – Colocando o 36 e depois o negocinho assim (fez o sinal com dedo) e o 4

Profª – Que negocinho?

K – O sinal da divisão, quando monta a conta, posso fazer aí na lousa?

Profª – Pode vir

O aluno faz o sinal da chave da divisão na lousa

Profª – Isso que o K fez tem um nome, não vou entrar em detalhes por conta do nosso tempo, e tem haver por conta de um matemático chamado Euclides.

Isab V- K sua professora na outra escola te contou isso?

K – Claro que não

Profª – Vamos voltar aqui, como nós vimos na multiplicação, foram vários métodos até chegar um jeito que fosse mais rápido e fácil para se resolver e na divisão não foi diferente.

Raf – E como se chama.

Profª - Essa conta de divisão é conhecida como método da chave, vamos continuar. Como que eu vou fazer agora? Por onde eu vou começar?

Sop F – Do 36.

Profª – Na adição, subtração e multiplicação eu começava pela unidade da direita para a esquerda e na divisão?

K – Não, é do outro lado que começa.

Profª – Por que?

K – Lá vem a professora com os porquês dela.

Profª – Vamos pensar todos juntos e descobrir, a Sop F já falou começa pelo 36, o K do outro lado, mas por quê?

Dav – Porque a gente tem que pensar por que, bem que minha mãe que professora faz a gente pensar.

Profª – Então pensem e vão me falando, que a gente vai vendo junto.

Alguns minutos de silêncio

Raf – Professora começa do 36 porque a gente vai dividir por 4, se começasse da unidade aí não ia dar certo.

Profª – Por que não ia dar certo?

Raf – Porque ia dividir o 6 pelo 4 e o número é 36.

Isab V – É igual quando gente fazia com desenho, assim, quando tinha 15 balas para dividir em 3 amigos, a gente não começava do 5, a gente pegava o 15 que era todas as balas e ia dando uma para cada um, repartindo até acabar as balas.

Profª – Era assim que a gente fazia com o desenho e na conta é da mesma maneira, nós vamos dividir o número inteiro, por isso eu não começo a minha conta da unidade, e sim da esquerda para a direita.

K – Agora eu entendi porque começa do outro lado

Profª – Vamos voltar para a conta, eu tenho 36 e quero dividir em 4, eu vou analisar o primeiro número que aparece que é o 3, eu consigo dividir 3 confetes em 4 pessoas, sendo que eu não posso dividi-los ao meio?

Ema V – Não.

Profª – Então o que eu faço?

K – Junta o com o outro número, que fica 36 agora e vai dar certo.

Profª – Agora eu consigo fazer essa divisão. Como eu vou fazer, tenho que pensar que número multiplicado por 4 o resultado é 36 ou próximo de 36?

Ped – 9.

Profª – 4×9 é igual a 36, voltando para a nossa conta, eu coloco o 9 aqui embaixo da chave e faço a conta. Como vocês já falaram o resultado é 36, faço a subtração que vai dar zero, então essa divisão é exata, por quê?

K – Porque não sobrou nada.

Profª – Isso mesmo, porque o resto é zero. Vamos fazer mais uma divisão 67 dividido por 4. Como eu faço?

Dav – Aí dá para começar pelo 6, porque ele é maior que o 4.

L – Vai dar 1, 4×1 é 4 e 4×2 é 8 e vai passar

Profª – Isso então vai ser 1 aqui, faço a multiplicação e coloco o resultado aqui embaixo do 6 e já faço a subtração 6 menos 4 que é?

Todos – 2

K – Agora tem que baixar o número 7

Profª – Abaixar onde?

K – Do lado do 2

Profª – Coloquei ele aqui do lado, e como vou fazer a conta?

K – Do mesmo jeito, só com o número 27, tem que ver que número multiplicado por 4 o resultado é 27

Ped – Não tem.

Profª – Então qual o resultado chega próximo?

Raf – 4×7 .

K – 4×7 é 28 é maior não dá.

B – 6.

Sop F – 4×6 é 24, esse vai dar.

Profª – Fazendo a conta, coloco o 6 aqui e o 24 embaixo do 27 e faço a subtração, que vai dar.

L – 3.

Profª – Essa conta teve um resto diferente de zero, então ela não é exata. Olhando para essas contas e para a nossa tabela de confetes, o que a gente pode perceber em todos os restos e ao resultado da divisão?

Alguns minutos de silêncio

Dav – Algumas contas tem resto zero e outras não.

Profª – Isso também, mas tem alguma outra coisa.

K – Quando o resto não é zero, não dá para dividir de novo, por isso tem resto.

Profª – Isso mesmo, e o que mais vocês conseguem perceber?

L – No meu grupo o resto deu maior e a gente dividiu mais uma vez.

Profª – E com tudo isso que vocês estão falando e vendo aqui na nossa tabela dos confetes e nas duas contas que fizemos que conclusão que vocês conseguem chegar?

Ped – Que se o resto for maior que o número que estou dividindo eu posso dividir mais uma vez?

Stef – Pode, porque a gente também fez isso, a gente ia dividindo até não dar mesmo e o que sobrava não dava mais para dividir entre a gente.

Dav – Então o resto tem que ser menor do que o número que eu estou dividindo.

Ema V- Faz sentido mesmo, por isso na tabela e nas contas sempre ele é menor.

K – A gente viu isso nos confetes, quando dava maior e gente dava mais confetes para cada um e na conta a gente vê na multiplicação o número, por isso ele tem que ser menor.

Profª – Isso mesmo, e se o resto for maior?

Isab V – A conta está errada, apaga tudo e faz de novo.

Profª – E se o resto for igual ao meu divisor?

Sop F – Divide de novo.

Profª – Isso.

Profª – Hoje eu vou fazer diferente, cada grupo vai escrever tudo o que fizemos e aprendemos na aula de hoje.

Depois que cada grupo escreveu o que aprendeu com aula, respondemos a carta para a Emília.

Quadro 21 - Resposta coletiva sobre a divisão dos docinhos

São Carlos, 4 de outubro de 2023

Princesa da Três Estrelinhas, Emília

Recebemos sua carta e ficamos tristes com a partida do príncipe Escamado, mas já estava na hora de ele voltar para seu reino.

Da próxima vez que pedir a nossa ajuda para dividir alguma coisa, nos mande a quantidade que tem que ser dividida, fica mais fácil, mas mesmo assim conseguimos te ajudar.

Como a gente não sabia a quantidade de docinhos que sobrou fomos imaginando a quantidade para cada deles um e dando um docinho para o príncipe Escamado, um para o Major Agarra e Não Solta Mais e um para o Dr

Caramujo e assim fomos fazendo até acabar cada doce e não poder mais dividir mais e todos receberem a mesma quantidade, tem que prestar atenção todos tem que receber igual, se sobrar algum e não der para dar um para cada um, deixa aí no sítio para a Tia Nastácia, afinal ela que fez os doces.

A nossa professora, trouxe docinhos para nós, mas não igual o de vocês, o nosso é mais gostoso, era confetes e fizemos a mesma coisa só que em grupo aqui na sala e descobrimos e aprendemos um monte de coisa nessa aula, além de comer os confetes, a nossa professora é a melhor!

A gente tinha que dividir os confetes que ela dava entre nós do grupo e todo mundo tinha que receber igual e o que sobrava, colocava no potinho de volta. Depois a professora foi anotando na lousa em uma tabela o que cada grupo tinha feito. Com essa tabela, a gente aprendeu a fazer a divisão e também descobrimos que o que sobra, que o resto não pode ser maior e nem igual ao que estou dividindo, por exemplo se estou dividindo a quantidade de confetes em 5 pessoas, o que sobra não pode ser maior e nem igual a 5, porque senão dá para dividir de novo, entendeu? Como você é esperta e inteligente, vai entender o que estamos falando.

Além de te ajudar a resolver seu problema, aprendemos a fazer a divisão que a gente ainda não sabia e foi uma das aulas mais gostosas e deliciosas!

*Um grande abraço dos seus amigos
Alunos do 4º ano B*

Fonte: Elaboração própria – ano 2023

Figura 45 - Alunos repartindo os confetes



Fonte: arquivo pessoal – ano 2023

4.2.3 Dividindo os docinhos para o Príncipe Escamado – 13º episódio

O Príncipe Escamado agradeceu à Emília e a todos do sítio pela festa e pelos dias que passaram lá. Ele gostaria muito de retribuir convidando-os a passarem uns dias em seu reino.

Os doces que estavam levando iriam ser distribuídos com seus amigos do palácio, em especial com 8 amigos dele. Só que o Príncipe não sabia como fazer isso, pois no Reino das Águas Claras quem sempre o ajudava a resolver os problemas era o Dr Caramujo, mas ele estava chateado, por isso o Visconde ficou mostrando e falando “coisas” que ninguém conhecia. Como o Príncipe viu que a Emília escrevia para os amigos dela pedindo ajuda, será que ele também não poderia pedir ajuda de vocês?

Como ele poderia dividir esses docinhos com seus 8 amigos do palácio?

Quadro 22 - Última carta enviada pela personagem Emília com SDA de divisão

Profª – Chegou mais uma carta da Emília e vou ler para vocês, será que ela gostou da nossa última carta?

São Carlos, 23 de outubro de 2023

Olá crianças,

Recebi a carta de vocês e gostei da atividade da divisão dos confetes, parece ser bem legal e gostoso também. Vou fazer aqui no sítio também, será que eles vão descobrir sobre esse resto que vocês me contaram?

O Príncipe Escamado gostou muito de passar alguns dias aqui no sítio e disse que em breve irá nos convidar para passar alguns dias em seu Reino, eu e a Narizinho já conhecemos, será que vovó e a Tia Nastácia vão querer ir lá também?

Os doces que o Príncipe está levando, ele disse que irá dividir com alguns amigos do palácio, em especial 8 deles. Só que ele ainda não sabe como fazer isso, e para ajudar o Dr Caramujo que era quem resolvia essas questões para o príncipe parece que está um pouco chateado com ele, só porque o Visconde ficou falando e mostrando aquelas coisas de multiplicação que ninguém conhecia por aqui e nem do Reino das Águas Claras.

Então ele pediu para que eu enviasse essa carta para vocês para que pudessem ajudá-lo também, pois vocês sempre me ajudaram muito.

Vocês podem ajudá-lo a dividir os docinhos com os seus 8 amigos que estão no palácio?

O Príncipe Escamado está mandando abraços para todos!

Beijos da boneca mais falante

Emília

PS. Talvez essa seja nossa última carta, sentirei saudades!

Fonte: Elaboração própria

Profª – Vocês sabem o que quer dizer PS?

Raf – É que ela esqueceu de escrever alguma coisa na carta e em vez de escrever tudo, colocou isso no final.

Ema V - Ah, também vou sentir saudades

Profª – Desta vez quem está pedindo ajuda é o príncipe Escamado e não a Emília. Trouxe os docinhos, cada grupo vai ficar com uma quantidade de docinhos que será dividido para quantos amigos?

Edu – 8

Profª – Vocês vão fazer a divisão dos docinhos entre os amigos do príncipe e depois vão escrever na folha como fizeram isso.

Profª – Como este grupo está fazendo?

Est – Primeiro nós contamos quantos docinhos nós recebemos que era 32, aí a gente viu que na tabuada do 8, 8×4 é 32, aí a gente colocou 8 docinhos aqui e foi colocando o restante e deu 4 para cada um.

Profª – Entendi.

Profª – E esse grupo quais eram os docinhos e como que fizeram?

Mig – A gente estava com o bombom de minhoca

K – A gente colocou na mesa os bombons em 8 círculos para ser os amigos e foi colocando um bombom para cada um.

Profª – E quanto que deu para cada um?

Eman - 3

Profª – E vocês como fizeram?

Sop S – O nosso era rosquinha de plantas

Yasm Go – A gente colocou 8 e foi colocando mais um em cada até não dar mais e deu 4 cada.

Sop S - Nem deu tempo de falar a Yas falou tudo.

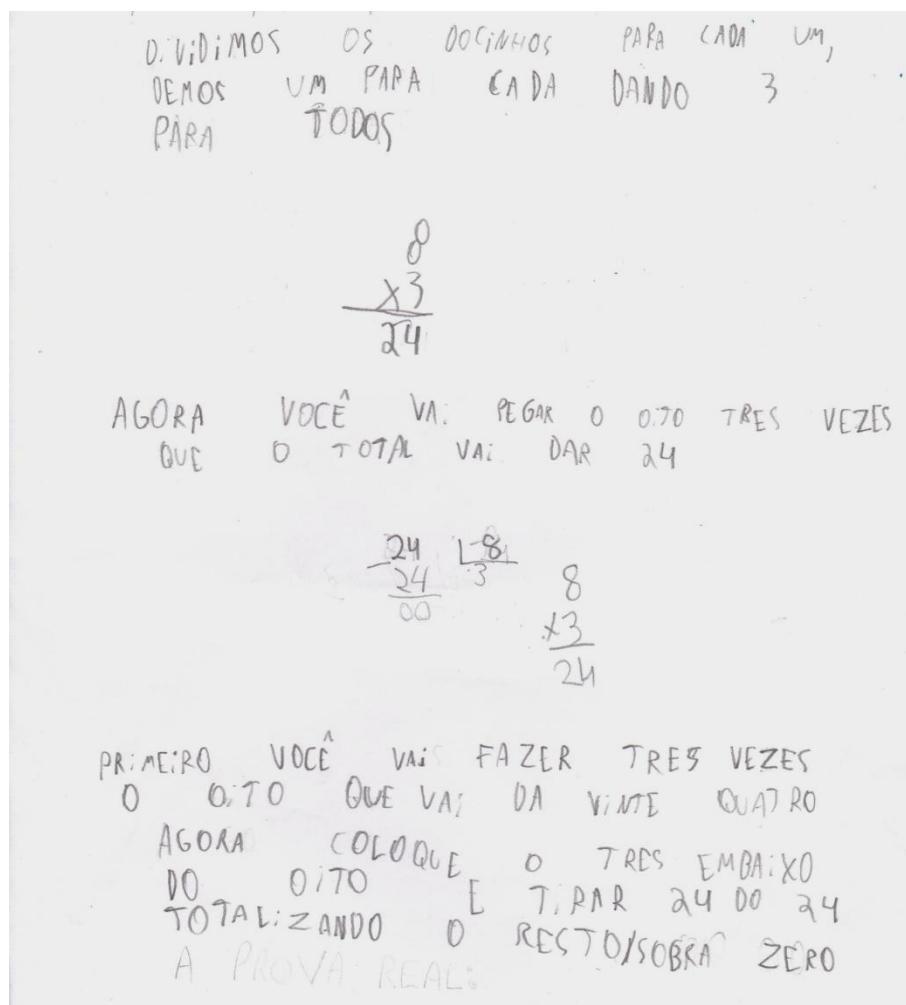
Professora foi passando pelos grupos

Profª – Pelo que eu vi vocês não tiveram dificuldade em ajudar o príncipe.

Sop S – Era fácil

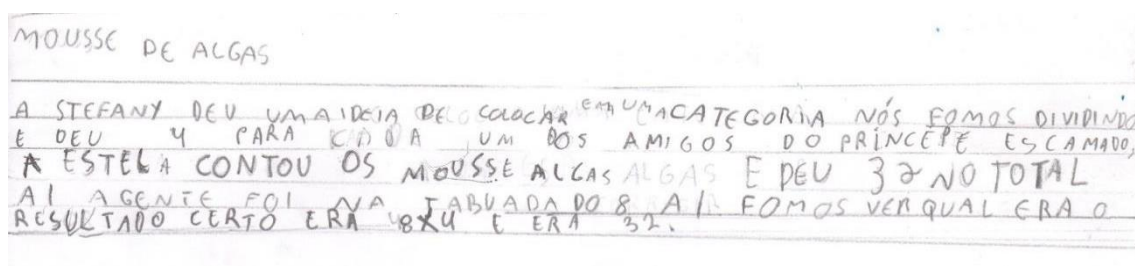
Profª – Como vocês fizeram da última vez, cada grupo vai escrever como fizeram para resolver o problema do príncipe Escamado e depois respondemos a carta para a Emília.

Figura 46 - Estratégia utilizada pelo grupo 1



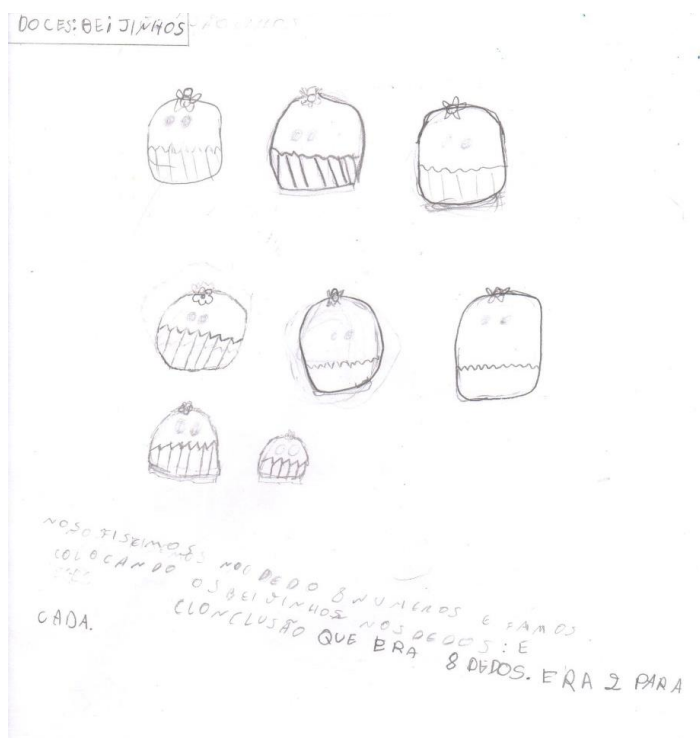
Fonte: Arquivo pessoal – ano 2023

Figura 47- Estratégia utilizada pelo grupo 6



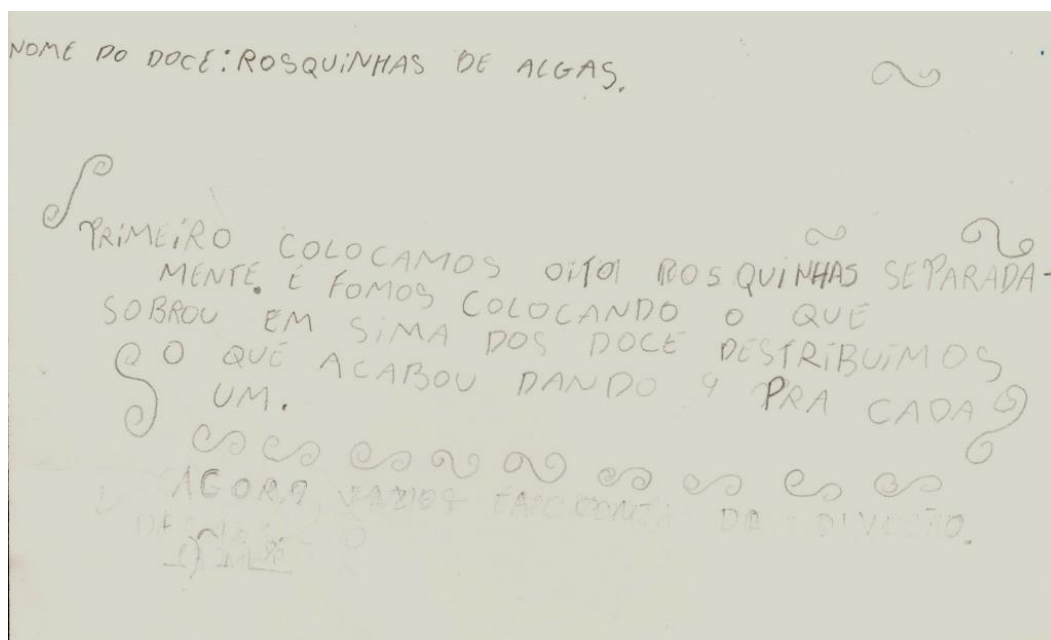
Fonte: Arquivo pessoal

Figura 48- Estratégia utilizada pelo grupo 2



Fonte: Arquivo pessoal – ano 2023

Figura 49- Estratégia utilizada pelo grupo 3



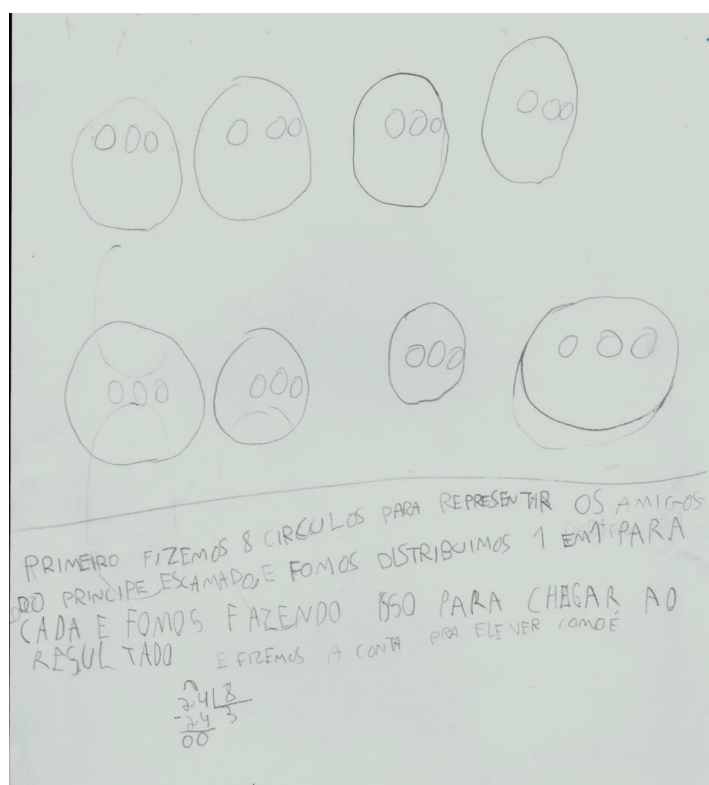
Fonte: Arquivo pessoal – ano 2023

Figura 50- Estratégia utilizada pelo grupo 5

A GENTE TENTOU FAZER EM 1 EM 1
 SÓ QUE NÃO DEU CERTO POIS
 DEU 5 PRA CADA UM. DEPOIS TENTAM-
 OS FAZER 2 PARA ISSO COLOCAMOS EM
 CIMA DA MESA TODOS OS BRIGADEIROS E CON-
 TAMOS DE 2 EM 2 E O TOTAL É 16 E O
 TANTO DE CADA AMIGO É OITO.

Fonte: Arquivo pessoal – ano 2023

Figura 51- Estratégia utilizada pelo grupo 4



PRIMEIRO FIZEMOS 8 CIRCULOS PARA REPRESENTAR OS AMIGOS
 DO PRINCÍPIO EXAMAMOS E FOMOS DISTRIBUÍMOS 1 EM 1 PARA
 CADA E FOMOS FAZENDO ISSO PARA CHAGAR AO
 RESULTADO E FIZEMOS A CONTA PARA ELEVER COMO É

$$\begin{array}{r} 248 \\ - 243 \\ \hline 005 \end{array}$$

Fonte: Arquivo pessoal – ano 2023

Quadro 23 - Carta respondida coletivamente sobre a divisão dos docinhos para os amigos do Príncipe Escamado

São Carlos 23 de outubro de 2023

Querida Emília,

Já estamos no último bimestre do ano e temos muitas coisas para fazer e terminar por aqui, mas vamos te ajudar mais uma vez.

Conseguimos ajudar o príncipe Escamado a dividir os docinhos entre seus 8 amigos. Aqui na sala cada grupo recebeu uma quantidade de docinhos diferentes para dividir, mas vamos te explicar de um jeito fácil. Colocamos 8 docinhos sobre a mesa separadamente, o que sobrou distribuimos para cada um deles fazendo grupinhos de docinhos até terminar. Aí verificamos se cada grupinho tinha a mesma quantidade de docinhos, se tiver está certo. Uma outra maneira de fazer é através da conta de divisão. Você pega o total de docinhos e divide por 8, o resultado é a quantidade de docinhos para cada amigo. Vamos fazer um exemplo para você entender e a nossa professora vai colocar aí na carta.

$$\begin{array}{r} \overline{)24 \overline{)8}} \\ \underline{24} \\ 00 \end{array}$$

24 é o divisor porque é o total de docinhos. O 8 é o dividendo porque é o número de amigos. O 3 é o quociente, a quantidade que cada um vai receber, e o zero é o resto, não vai sobrar nenhum docinho.

Gostamos muito de ajudar você durante este ano, algumas vezes você era bem convencida, mas cada um tem um jeito e te entendemos. Foi bem divertido e aprendemos muito também com suas cartas, ainda mais quando você não explicava direito o que tinha que fazer e a gente tinha que descobrir tudo. Nós achamos que você aprendeu com a gente também!

Esperamos que você e o príncipe Escamado tenham entendido a nossa conta de divisão.

Quem sabe um dia nos encontraremos por aí!

*Um grande beijo e abraços
Alunos do 4ª ano B*

Fonte: Elaboração própria

Figura 52 - Alunos após a participação da gincana do balão estourado da multiplicação



Fonte: Arquivo pessoal – ano 2023

5 EDUCANDO O OLHAR

Nesta seção direcionamos nosso olhar sobre alguns episódios ocorridos durante as situações desencadeadoras de aprendizagem que geraram momentos que consideramos relevantes. Os referenciais teóricos apresentados neste trabalho estão presentes ao longo de todo o desenvolvimento da pesquisa e, necessariamente permeiam toda a estrutura e análise de dados. Serão apresentadas as unidades de análise organizadas como resultado da seleção das informações coletadas no percorrer da pesquisa.

Procuramos evidenciar as falas em diferentes momentos, buscamos explicitar a manifestação dos alunos em ação, as quais revelaram o movimento dos sentidos pessoais e significados sobre as operações de multiplicação e divisão no decorrer dos episódios.

5.1 Imaginação

Na SDA Uma festa para o Príncipe Encantado e seus amigos (1º episódio) os alunos tinham que ajudar a Emília a escolher quem seriam os convidados do Reino das Águas Claras a participar da festa que a Emília estava preparando, como também quais docinhos seriam servidos. Percebemos que os alunos se envolveram na escolha dos convidados, lembrando até das sardinhas correspondentes, como aparecia nos livros anteriormente.

Na escolha dos docinhos que seriam servidos percebemos que tanto a aluna Isa V. e Sop F. estavam preocupadas em servir algo em que animais aquáticos comessem, pois sugerem doces feitos de algas. A aluna Isa S ao sugerir cupcake para a festa, não agradou aos outros alunos com a justificativa de que os convidados não iriam gostar, o mesmo aconteceu quando o aluno K sugeriu fazer bombom de peixe, e o aluno Dav. disse que não poderia já que o Príncipe Escamado era um peixe e não iria comer a si mesmo, sugerindo fazer bombom de minhoca.

Até esse momento notamos o envolvimento dos alunos, através das sugestões dadas por eles, concordando ou não com seus colegas e chegando em consenso sobre os convidados e doces.

Percebemos esse envolvimento quando o aluno K perguntou o que Dr Caramujo comia, e os outros alunos pediram para que a professora pesquisasse para que pudessem colocar algum doce que o Dr Caramujo comesse. Com a descoberta, a aluna Yasm F. sugeriu que acrescentasse rosquinhas de plantas. Até esse momento, nos pareceu que os alunos estavam imersos no mundo da imaginação. Nesse contexto,

a imaginação adquire uma função muito importante no comportamento e no desenvolvimento humano. Ela transforma-se em meio de ampliação da experiência de um indivíduo, porque, tendo como base a narração ou a descrição de outrem, ele pode imaginar o que não viu, o que não vivenciou completamente em sua experiência pessoal. A pessoa não se restringe ao currículo e aos limites estreitos a sua experiência, mas pode aventurar-se para além deles, assimilando, com a ajuda da imaginação, a experiência histórico social alheias. Assim configurada, a imaginação é uma condição totalmente necessária para quase toda atividade mental humana. (Smolka, 2010, p.25).

Ao receber a carta da personagem Emília, os alunos foram levados ao mundo da imaginação, pois ao participarem dessa atividade imaginaram um sítio, onde uma boneca e animais aquáticos falavam e além disso esses animais sobreviveriam fora do habitat natural.

O envolvimento dos alunos ao escolherem os convidados para a festa e quais docinhos seriam servidos superou nossas expectativas, uma vez que, eles começaram a acreditar de fato que havia possibilidade de existir um mundo diferente do nosso.

De acordo com Vigotski (2009) a imaginação é uma função psíquica que decorre da interação do sujeito com o meio social, a

base de toda atividade criadora, manifesta-se, sem dúvida, em todos os campos da vida cultural, tornando também possível a criação artística, a científica e a técnica. Neste sentido, necessariamente, tudo o que nos cerca e foi feito pelas mãos do homem, todo o mundo da cultura, diferentemente do mundo da natureza, tudo isso é produto da imaginação e da criação humana que nela se baseia. (Vigotski, 2009, 14).

A escola tem um papel importante no desenvolvimento da imaginação, pois através da elaboração de atividades pode contribuir para o enriquecimento da criatividade e da memória dos alunos.

A imaginação é uma função psicológica superior que se desenvolve nas relações sociais, por meio da mediação da linguagem e da cultura. Para

Vigotski (2009), a capacidade de imaginar está diretamente relacionada ao processo de criação, pois permite reorganizar elementos da realidade e construir novas possibilidades. Vigotski (2009) nos fala que imaginação não é um processo desvinculado da realidade, mas está relacionada às experiências vividas e aos conhecimentos adquiridos pela criança ao longo de seu desenvolvimento. A atividade imaginativa, portanto, se constrói a partir da reorganização de elementos da realidade, permitindo à criança criar novas possibilidades com base em vivências concretas.

Os alunos não apenas recordam experiências já vividas, mas também transformam essas vivências, criando novas realidades por meio da fantasia. A imaginação infantil é ativa e criadora, pois reorganiza e combina elementos do real de forma original. Essa atividade imaginativa pode se vincular à realidade de diferentes modos: utilizando fragmentos da experiência, em que a fantasia se constrói com materiais concretos retirados do mundo vivido; ou por meio de uma relação dinâmica entre realidade, experiência e emoção. Nesse processo, a imaginação não se opõe ao real, mas atua em diálogo com ele, ampliando as possibilidades de pensamento e criação. Percebemos esse diálogo através das trocas de carta com a personagem Emília em que os alunos mergulharam no mundo da imaginação e não se opuseram a realizar as atividades.

Segundo Vigotski (2009), o pensamento é guiado por emoções, experiências passadas e pela abertura ao novo, revelando a conexão entre sentir, viver e imaginar.

Para a criança, imaginar é uma forma de pensar por meio de imagens mentais, processo que envolve a internalização de objetos com o auxílio da memória, da percepção e da linguagem. A imaginação não surge do nada: ela depende de elementos externos e de experiências concretas, algo que se torna evidente nas brincadeiras infantis, nas quais objetos reais ganham novos significados e funções.

Vigotski (2009), nos ajuda a compreender que a imaginação infantil se baseia em experiências anteriores e em elementos do mundo real, sendo, portanto, uma atividade criadora profundamente enraizada na realidade vivida. A fantasia, nesse sentido, não é uma fuga do real, mas uma forma de reorganizá-lo e ressignificá-lo.

A abstração, segundo a perspectiva histórico-cultural, é um processo que se concretiza com o apoio da imaginação, permitindo ao sujeito se desprender do concreto imediato para pensar em conceitos.

Para Vigotski (2008), o desenvolvimento do pensamento conceitual depende da capacidade de operar com signos de forma intencional e consciente, e isso só é possível quando a imaginação atua como mediadora entre a experiência vivida e o pensamento teórico.

Na mesma perspectiva, Smolka (2000) destaca que a imaginação, longe de ser uma função isolada, é parte do processo criativo da criança e fundamental para a apropriação do conhecimento. Assim, quanto mais abstrato o conceito a ser aprendido, maior o trabalho que se exige do psiquismo, especialmente da imaginação, para que o pensamento se desenvolva em direção à generalização e à sistematização.

Nesse contexto, o pensamento por conceitos envolve a atuação de diversas funções psicológicas, cuja interação confere complexidade ao funcionamento do psiquismo humano.

Para Vigotski (2010), o psiquismo é um sistema dinâmico e integrado, no qual a transformação de uma função repercute em todas as outras, a partir de novas relações entre elas.

A imaginação é muito importante nesse processo, pois ajuda o aluno a sair do concreto manipulável e criar novas ideias, ou seja, o concreto pensado, conforme apontam os estudos de Kosik. Por isso, é importante trabalhar com a imaginação nas aulas, não só de matemática, para que os alunos possam aprender melhor e desenvolver seu pensamento.

5.2 Sentidos E Significados Das Quantidades E Operações

Na primeira SDA, restava ainda responder a uma das questões propostas por Emília em sua carta, referente à quantidade de doces. Os alunos optaram por não colocar uma quantidade exata para cada docinho a ser feito, mas sim sugestões de quantidades independente do docinho, como 20, 5, 15 10 ou 30 docinhos como mostrou a figura 7.

Ao responder a carta para a Emília os alunos sugeriram fazer um quadro no qual eles chamaram de tabela, para ajudar a Emília a escolher a quantidade de docinhos. Nesse quadro, os alunos colocaram a quantidade de total de docinhos, quantos cada convidado receberia e quantos sobrariam, ou seja, fazendo uma divisão entre eles, em que todos receberiam quantidades iguais.

Nas quantidades 20, 15, 10 e 30, os alunos não tiveram dificuldade em fazer essa relação, mas na quantidade 5 o aluno Dav. disse que não daria para fazer, pois alguns ficariam sem comer, já o aluno K sugeriu dividir os docinhos pela metade, e dar um pedaço para cada um.

Ao sugerir dividir os docinhos pela metade e dar um pedaço para cada um, percebemos o pensamento desse aluno em dividir em partes iguais, para que todos recebessem a mesma quantidade, mesmo que seja um pedaço menor que o inteiro.

A pesquisa que desenvolvemos, de certa forma, se assemelha à pesquisa de Galdino (2016) que foi realizada com professores. Como citado anteriormente, ela propôs para os professores a história do conto popular “O casamento da Dona Baratinha” (Machado, 2004), que queria casar e precisava de ajuda para comprar vasos e rosas sem estipular a quantidade de convidados.

Emília ao pedir ajuda aos alunos em relação quais doces e quantidades deveriam ser feitos para recepcionar os convidados do Reino das Águas Claras, também faz com que os alunos levantem hipóteses de situações para solução do problema desencadeador.

O objetivo da segunda SDA, Emília e o problema da contagem dos docinhos (2º episódio), era proporcionar aos alunos a experiência de encontrarem uma solução matemática que levou a humanidade a multiplicar, assim vivenciando o processo lógico-histórico.

A aluna Samy do G1 sugeriu que poderia contar de “2 em 2 também”, mas depois de olhar para a forma dos docinhos novamente refez a sua resposta dizendo que “Mas cada forma tem 4, não dá para ser de 2 em 2”, nesse momento percebemos que a mesma aluna está atribuindo significado pessoal ao agrupamento.

No G2 a aluna Sop F foi logo dizendo que contar de 5 em 5 era mais fácil e sua colega Stef afirmou “Porque é mais rápido”.

A história traz indícios que contar por agrupamentos passou a ser uma necessidade para controlar grandes quantidades de objetos.

A contagem por agrupamento representou um grande avanço, visto que permitiu ao homem superar a correspondência um a um, tornando a ação de contagem de grandes quantidades mais rápida e eficiente. Ao invés de controlar grandes unidades, ele passou a ter o controle de pequenos grupos de unidades. (Fraga et al., 2012. p.135).

Observamos que a maioria dos alunos resolveram pelo processo da adição de soma de parcelas iguais.

No G3 o aluno L ao dizer que poderia contar de 2 em 2 e seu colega B responder que tinha 4 mousses em cada forma, o aluno L responde que “Mas 2 em 2 é mais fácil. Aqui tem 4, aqui tem 4, aí vai se perder fácil.” Percebemos que esse aluno ainda insiste em uma contagem menor do que a quantidade de doces que está em cada forma, mesmo com os seus colegas dizendo que seria mais rápido contar de 4 em 4. A mediação da professora através da pergunta para o aluno L “*É mais rápido eu contar de 2 em 2 ou de 4 em 4?*”, e ele afirmando que era mais rápido de 4 em 4, não foi suficiente para que o aluno se convencesse, pois teve que expressar o que estava dizendo colocando no papel, para confirmar sua hipótese, se era mais rápido contar de 4 em 4 ou de 2 em 2. O aluno K disse que havia um outro jeito que contar “ $5 \times 4 = 20$. É mais rápido ainda” O aluno L quis conferir o que seu colega havia feito e chegou à conclusão “Nossa! É mais rápido mesmo!” O trabalho em grupo foi essencial para que o aluno L pudesse renegociar seus sentidos pessoais e significados em relação ao agrupamento proposto por ele, a interação com os colegas e a mediação da professora foram renegociando significados com o objetivo de solucionar o problema proposto.

O G4 ficou com a contagem dos doces de algas, em um primeiro momento o grupo realizou a conta 4×5 e a aluna Isab S justificou dizendo que “Primeiro nós vimos que todas as cartelas tinham 4 docinhos. Aí nós vimos que daria 20. Na folha em que o grupo estava escrevendo eles haviam colocado $5+5+5+5$, quando a professora questionou quantos doces havia em cada forma o grupo respondeu que era 4, e a professora falou “Mas aqui na folha está $5+5+5+5$ ”, o aluno Ped logo respondeu “Como sobrou um na forma, eu ia tirar um bombom de cada e ia distribuir em cada forma que está com a gente”, trazendo uma nova

forma de agrupar os docinhos, mas a professora mas uma vez interveio e disse que queria que os docinhos ficassem do jeito que estavam na forma, a aluna Yasm Go trouxe a solução dizendo que era só somar $4+4+4+4+4$ e a sua colega Isab S justificou dizendo “Porque todas as formas tem 4”. Observando a folha que o grupo estava fazendo as anotações a professora perguntou “Estou vendo que vocês escreveram aqui na folha 5×4 , por quê? A aluna Isab S respondeu “Porque tem 5 vezes o número 4 aí é mais fácil fazer 5×4 ” e o aluno Ped complementou “ $5 \times 4 = 20$, que é a mesma coisa que ficar fazendo $4+4+4+4+4=20$, só que de um jeito mais rápido.” Esse grupo sintetizou a soma de parcelas iguais, dando um novo significado, a multiplicação.

Já o G5 o aluno Tia sugere fazer a contagem de 3 em 3, e quando professora pergunta quanto docinhos tem na forma o mesmo aluno responde 5 e a professora pede então que ele faça a contagem de 3 em 3 e de 5 em 5 e o aluno chega à conclusão que de 5 em 5 é mais fácil para contar.

O último grupo o G6, a aluna Est disse que contar de 5 em 5 era mais fácil, e ao ser questionado pela professora porque seria mais fácil ela responde porque em cada forma tem 5 docinhos. Quando a professora pergunta como ficaria a conta, a mesma aluna responde “Ficaria 5×4 que vai dar 20”. A professora mais uma vez pergunta “Quantas vezes você somou o número 5” e a aluna Est, responde 4, mais uma vez a professora interveio perguntando se realmente era 5×4 , o aluno Mig respondeu “Não, é 4×5 ” e justificou dizendo “Porque a gente está somando o número 5 e não o número 4”, o mesmo aluno conclui ainda com a seguinte fala “O resultado é igual, mas os números que escreve é diferente”, se referindo a ordem da escrita dos números e a propriedade comutativa da multiplicação, que afirma que a ordem dos fatores não altera o produto.

Alunos do G3, G4 e G6 mostram para os colegas uma outra maneira de se resolver, que segundo eles seria mais rápido de se fazer, que é multiplicando a quantidade de docinhos em cada forma pelo número de formas. Vale ressaltar que, a maioria dos alunos, no ano anterior, haviam visto no livro didático a multiplicação como a soma de parcelas iguais, mas apenas alguns deles se lembraram do que já tinham estudado.

Ao escrever coletivamente a resposta à carta enviada para Emília os alunos optaram por colocar as duas soluções, a soma de parcelas iguais e a multiplicação, isso nos mostra a dinâmica de se trabalhar no coletivo.

Ao propor que os alunos contassem os docinhos de uma maneira mais rápida, sem ser pela correspondência um a um, estávamos possibilitando que os alunos vivenciassem, historicamente, o que a humanidade vivenciou, ao superar a correspondência um a um, referente ao controle de quantidades, encontrando a solução por agrupamentos. De modo semelhante aconteceu na pesquisa de Galdino (2016) com professores, ao fazerem a contagem de rosas para o casamento da Dona Baratinha, os alunos ao superarem as restrições da contagem um a um, contaram os docinhos por agrupamentos.

A contagem por agrupamentos representa uma nova qualidade no pensamento em relação à contagem por correspondência um-a-um. À medida que se faz necessário controlar quantidades sempre maiores, lança-se mão de estratégias que organizam e agilizam a contagem. É criada uma unidade relativa: um que vale muitos e muitos que valem um (Moura, 1996, p. 77).

A contagem por agrupamento torna os cálculos mais rápidos e favorece a criação de estratégias por parte dos alunos contribuindo para a realização de operações e a resolução de problemas de forma mais eficiente.

No episódio da terceira SDA, combinando pães e recheios (3º episódio), o G1 e o G2, após escolherem os pães e os recheios fizeram um quadro para fazer a combinação, podemos perceber que não tiveram dificuldades de organizar o quadro, o aluno Dav ainda justificou a construção do quadro na sua fala “E escrevendo a gente podia se confundir e aqui na tabela é mais fácil para identificar.” Podemos perceber o que denominados de quadro o aluno está chamando de tabela, o que nos causou certa surpresa.

Os alunos desses dois grupos estabeleceram suas relações e criaram símbolos para expressarem o que já conheciam, recorrendo as iniciais das palavras, assim elaboraram uma linguagem sincopada. Percebemos o quadro tanto do G1 como do G2 que a mesma inicial é usada para representar combinações diferentes como, como no caso do G1 PF/PF para designar pão francês com patê de alho, e no G2, F/F para pão de forma com patê de frango,

mas, para esses alunos não houve nenhum problema essa repetição de abreviação.

Ao analisar o ocorrido em sala de aula, guardadas as devidas proporções, nos remetemos aos estudos de Diofanto de Alenxandria, uma vez que foi o responsável por introduzir uma nova forma de representar a linguagem algébrica, a qual Eves (2004) denominou de álgebra sincopada. Diofanto, criou algumas palavras e algumas abreviações. Os símbolos de Diofanto, marcaram a passagem da álgebra retórica, onde usava-se a escrita por extenso, para a sincopada (Eves, 2004).

No movimento lógico histórico da álgebra, encontramos a álgebra não simbólica que agrega a álgebra retórica, cuja a variável é representada por meio de palavras; a álgebra geométrica, cuja a variável é representada por meio de figuras; a álgebra sincopada, onde a variável é representada por abreviaturas e a álgebra simbólica onde a variável é representada por letras do alfabeto. Ou seja, a letra “x” que é muito utilizada na álgebra simbólica já foi representada pela palavra “aha”, pela “s” e pelo segmento AB. (Sousa, 2004).

O G3 optou por escrever a combinação dos pães e recheios, mostrando que a representação é feita pela própria palavra, ou seja, pela retórica. Quando a professora questionou qual era o total de combinações que poderiam ser feitas a aluna Sof F respondeu 3, e a professora indagou se não estava faltando nada, ela afirmou que não, então a professora perguntou como o grupo havia feito. A mesma aluna respondeu “Escrevendo todas elas”, a professora perguntou o porquê, e ela disse “Porque ficou mais fácil, se desenhasse ia demorar um pouco.” Esse episódio nos fez perceber que, até aqui, esse grupo não manifestou a ideia de fazer a combinação no quadro como os grupos haviam feito, mas ao fazerem a escrita inicial das combinações encontraram apenas 3, mas quando a professora questionou o grupo com a pergunta “Pão francês com recheio de salsicha e recheio de minhoca. Vocês usaram um pão com dois recheios, mas se ela quisesse fazer um pão com um recheio, como ia ficar?”, eles ficaram em silêncio olhando para o que tinham feito até o momento. A aluna Ema S deu a sugestão “É só separar e ir contando, pão francês com recheio de salsicha, é um, pão francês com recheio de minhoca é outro, assim vai fazendo.”, ainda percebemos que estão na combinação com a escrita e na contagem das

combinações. Depois de escreverem novamente as combinações encontraram 12 maneiras, a professora questionou mais uma vez “É mais fácil escrevendo?” a aluna Sop F respondeu que dependia, e a professora quis saber do que dependia, a aluna respondeu “A gente pensava que escrevendo ia dar certo, mas a gente percebeu que estava faltando alguns”, a professora ainda perguntou se existia alguma outra maneira, e a mesma aluna respondeu que desenhando, e sua colega Ema S afirma que “Desenho é mais difícil”. A professora ainda insistiu na pergunta, se não existia outra maneira de fazer a combinação, mas uma vez o grupo ficou em silêncio, até que o aluno And se manifestou dizendo “Eu falei no começo em fazer por tabela.” e as colegas afirmaram que ele havia falado, mas nenhuma delas achou que ia dar certo, por não ter espaço na folha, nesse momento a professora perguntou se fizessem a tabela seria mais fácil e a aluna Ema S disse que “Ficaria, porque a gente não ia esquecer de nenhum.”

Os alunos desse grupo no início mostraram convictos que a escrita e a correspondência um a um seria o método mais fácil para encontrar as combinações, até sugeriram fazer desenhos para as representações, percebemos que o pensamento algébrico está se formando e se estruturando de alguma maneira, permeando entre momentos retóricos e geométricos.

A professora foi fazendo questionamentos com a intenção de esgotar todas as possibilidades possíveis de se fazer as combinações dos recheios e pães.

O professor age, enquanto isso, observando o trabalho dos alunos, incentivando-os a utilizar seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias já conhecidas, e incentivando a troca de ideias. Auxilia nas dificuldades sem, contudo, fornecer respostas prontas, demonstrando confiança nas condições dos alunos. (Nunes; Santana, 2017, p.11).

A partir dessa citação, podemos afirmar que cada aluno possui uma forma de pensar e de aprender, por isso, quando se trabalha em grupo criamos as condições necessárias para desenvolvimento de novos meios de aquisição de conhecimento científico, e no G3 ficou evidente que o trabalho em grupo foi essencial para que os alunos chegassem, através dos diálogos e negociações, a um acordo de como fazer as combinações.

O G4 não apresentou dificuldades para fazer as combinações dos pães e recheios no quadro, mas os alunos usaram somente a escrita para elaborar o quadro, ou seja, enfatizaram a palavra, o retórico.

Com essa SDA percebemos que os alunos do G3 desenvolveram o raciocínio combinatório, enquanto os outros grupos manifestaram que já possuem esse raciocínio ao fazerem o quadro e encontrarem as diversas maneiras de combinarem os pães e recheios escolhidos por eles. A maioria dos grupos optou por utilizar o quadro para resolver essa SDA, talvez por terem visto no ano anterior no livro didático como uma possibilidade de se resolver problemas deste tipo. Chamou-nos a atenção que nenhum grupo tentou resolver usando a multiplicação.

Entende-se o raciocínio combinatório como um tipo de pensamento que envolve contagem, mas que vai além da enumeração de elementos de um conjunto. Na Combinatória contam-se, baseando-se no raciocínio multiplicativo, grupos de possibilidades, através de uma ação sistemática, seja pelo uso de fórmula, seja pelo desenvolvimento de uma estratégia que dê conta de atender aos requisitos desses tipos de problemas, como a constituição de agrupamentos, a determinação de possibilidades e sua contagem. (Pessoa e Borba, 2010, p. 2).

Para encerrar a SDA, cada grupo falou como havia resolvido a situação proposta pela Emília. Foi feita uma votação de quais pães e recheios iríamos sugerir para a Emília na carta como resposta. A professora escreveu o quadro na lousa para que todos os alunos pudessem participar da elaboração do mesmo. A professora sugeriu que usasse as iniciais das palavras e para não confundir e para não repetir a mesma inicial, em alguns casos usou-se primeiras letras das palavras, como patê de frango, PFR e pão de forma, PFO.

Ressaltamos aqui a importância do trabalho coletivo e de se criar um ambiente cooperativo, percebemos que na votação dos pães e recheios, alguns grupos não votaram em si, mas nas dos colegas, talvez por acharem a opção deles mais interessante, com isso vemos um ambiente cooperativo, onde os alunos estão no centro do processo de aprendizagem, ou seja, os alunos estavam em atividade conforme mostra os estudos de Moura (2010).

Na SDA Pipa da Multiplicação – Vamos brincar e aprender? (4º episódio), a professora ao perguntar como iríamos brincar com aquela pipa, o aluno And respondeu que era para multiplicar.

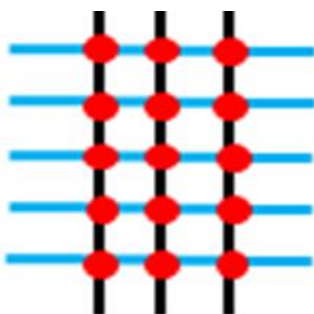
O aluno K sugeriu usar os canudos como números e sua colega Isab S deu um exemplo: “Por exemplo, a gente pode fazer aqui duas vezes três e aí a gente conta quantos tem”. A aluna Est fez exatamente o que sua colega disse, mas ao contarem os canudos o resultado foi 5 e logo seu colega K que disse “Como? Tem alguma coisa errada.” Teve um momento de silêncio na sala, pois os alunos estavam envolvidos em descobrir como utilizava a pipa, já que a Emília na carta, dizia apenas para usassem a imaginação. A aluna Est mais uma vez disse “Professora, acho que é assim (contado e mostrando na pipa), 1,2; 1, 2; 1, 2”, como mostra a figura 30, a professora pediu para que todos contassem juntos e ela disse que no total dava 6, assim o aluno Dav conclui dizendo “é só contar quando um canudo se encontra com o outro.”

A pipa da multiplicação se assemelha ao método multiplicativo chinês. De acordo com Boyer (1974). Desde os tempos primitivos a China usa dois sistemas de notações,

Num predominava o princípio multiplicativo, no outro era usada uma forma de notação posicional. No primeiro havia símbolos diferentes para os dígitos de um a dez e símbolos adicionais para as potências de dez, e nas formas escritas, os dígitos em posições ímpares (da esquerda para a direita ou de baixo para cima) eram multiplicados pelo seu sucessor (Boyer, 1974, p.145).

Para realizar cálculos, os chineses utilizavam pedaços barras de bambu, ferros, ou marfim sobre uma tábua, que era chamada de tábua de cálculo. Para se calcular 3×5 era necessário colocar 3 pedaços de barras de bambu na vertical e 5 na horizontal e, em seguida, contar os pontos de intersecção, como mostra a figura abaixo:

Figura 53- Princípio da multiplicação chinesa



Fonte: Elaboração própria – ano 2023

Ao realizar a multiplicação 2×3 na pipa da multiplicação, os alunos usaram, com as devidas ressalvas, o método multiplicativo chinês, assim vivenciando parte do processo histórico.

Pesquisas atuais indicam que a inserção de fatos do passado pode ser uma dinâmica bastante interessante para introduzir um determinado conteúdo matemático em sala de aula, tendo em vista que o aluno pode reconhecer a Matemática como uma criação humana que surgiu a partir da busca de soluções para resolver problemas do cotidiano, conhecer as preocupações dos vários povos em diferentes momentos e estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente. (Chaquiam, 2017, p. 14).

Os alunos ainda participaram da gincana do Balão estourado da multiplicação, com a pipa da multiplicação, antes de responderem coletivamente a carta para Emília de como haviam aprendido a multiplicar com a pipa.

Tanto na construção da pipa, na descoberta de como se utilizava até a gincana do balão estourado da multiplicação os alunos trabalharam no coletivo, em cooperação. Foram formando seus sentidos pessoais em relação ao uso da pipa da multiplicação e dando um significado coletivo para ela.

o uso de materiais manipuláveis para ensinar a multiplicação permite ao estudante construir sua aprendizagem, durante o seu manuseio ou fazendo a relação das leis matemáticas a objetos reais, aprofundando e ampliando seus significados. É importante que o professor planeje suas aulas de modo a utilizar diferentes recursos didáticos, para mediar e auxiliar a construção de habilidades relacionadas ao objeto de conhecimento da multiplicação. (Kuhn; Pereira, 2020, p. 475).

Na SDA “Partilhando os docinhos” (11º episódio), o aluno Ped perguntou se era obrigado levar todos os docinhos, ele já estava levantando uma hipótese que sobraria doces, de acordo com o número escolhido pelo grupo.

A professora deixou que o grupo decidisse o que fazer com os docinhos que sobrassem, e a decisão foi deixar no sítio.

Já o aluno Raf quando disse “A gente estava tentando adivinhar como fazia a conta, mas a gente não sabe fazer”, seu colega sugeriu a utilização de desenhos como estratégia de resolução.

Ao que parece, nessa fala os alunos manifestaram sentidos pessoais sobre o que poderia ser o algoritmo da divisão. Embora inicialmente tentem adivinhar como proceder e não se convençam da eficácia da representação por meio de desenhos, acabam elaborando uma estratégia própria para realizar a

operação, ainda que não corresponda ao algoritmo convencional, conforme ilustrado anteriormente na figura 39.

No outro grupo, como foi mostrado na figura 40, o aluno L queria apagar o número de docinhos sugerido, pois iria sobrar, mas seu colega Tia havia sugerido escrever e desenhar a quantidade que havia sobrado ao lado. Vemos neste diálogo que o aluno L estava resistente em aceitar a sugestão do seu colega, mas a intervenção da professora, concordou com o seu colega.

Como vimos anteriormente nas figuras 40, 41 e 42 os alunos optaram realizar a atividade através de desenhos, criando estratégias para fazerem a distribuição dos docinhos, já que o algoritmo ainda não havia sido apresentado pela professora.

Na figura 44 vista nas páginas acima, observamos que os alunos somaram todas as quantidades de docinhos antes de repartir entre os convidados, usando uma outra estratégia.

Vemos também, que através dos diálogos entre alunos e professora, a importância da verbalização do pensamento explicando o processo de criação de estratégias para a resolução da situação proposta

Percebemos que os alunos recorreram a estratégias de desenhos e recorreram ao esquema de partilha de um a um ou dois a dois até se esgotarem todos os docinhos que queriam dividir, compreenderam a ideia de divisão em partes iguais.

Na SDA “Partilhando confetes e aprendendo a divisão” (12º episódio) o aluno K do grupo 3 explicou qual foi a estratégia que seu grupo utilizou: “Primeiro a gente deu 10, que deu 40. Aí deu mais 5 para cada, que deu 20, e no total 60. Aí deu mais 1 para cada, aí acabou”, ficou evidente que esse grupo já havia superado a correspondência um a um, recorrendo a essa estratégia apenas quando a realização dos agrupamentos não era mais viável.

O mesmo não aconteceu com o grupo 4 pois, recorreram a correspondência um a um para fazer a distribuição dos confetes, conforme lemos na fala do aluno L “Foi contando de 1 em 1 e dando 1 para cada e sobrou 3.”

Na atividade de divisão como partilha, os alunos utilizaram estratégias como a contagem por agrupamento e a correspondência um a um até que todos os confetes fossem distribuídos. Essas escolhas partiram das experiências que

já possuíam, demonstrando a mobilização de saberes construídos anteriormente.

Ao relacionar o processo de dividir em partes iguais, o estudante vai desenvolvendo o conceito de divisão. A partir disso, ele pode criar variações desse procedimento ou mesmo elaborar seu próprio algoritmo. (Dias; Moretti, 2011, p. 67).

O aluno Ped disse que já havia visto no livro de matemática o algoritmo da divisão e queria aprender a fazer também, o aluno K disse que a professora da sua outra escola já havia falado como fazia, e acrescentou “mas não falou os porquê como a professora fala”. Aproveitando o interesse dos alunos em querer saber mais, a professora deu continuidade a aula explicando sobre o algoritmo, mas sempre deixando que os alunos pensassem em suas respostas. A professora aproveitou a tabela que havia feito na lousa da atividade do confete e o aluno K escolheu uma divisão “36 dividido por 4.”

A professora ao questionar “Na adição, subtração e multiplicação eu começava pela unidade da direita para a esquerda e na divisão?”, o aluno K responde que é do outro lado, e a professora perguntou o porquê, o aluno K diz “Lá vem a professora com os porquês dela” e o aluno Dav acrescentou “Porque a gente tem que pensar no porquê, bem que minha mãe que professora faz a gente pensar.”, percebemos na fala desse aluno que, o que é aprendido na escola vai além do ambiente escolar e passa a fazer parte do dia a dia, inclusive em casa. A conversa entre os alunos e a troca de experiências favoreceu a aprendizagem, pois no início a aluna Sop F disse que teria que começar a conta pelo 36, mas não sabia o motivo, depois de alguns minutos em silêncio o aluno Raf concluiu dizendo “Professora começa do 36 porque a gente vai dividir por 4, se começasse da unidade aí não ia dar certo.”, pois “Porque ia dividir o 6 pelo 4 e o número é 36.” A aluna Isab V, ainda resumiu todo o processo que haviam feito até o momento, justificando o motivo de começar a conta da divisão pela esquerda “É igual quando gente fazia com desenho, assim, quando tinha 15 balas para dividir em 3 amigos, a gente não começava do 5, a gente pegava o 15 que era todas as balas e ia dando uma para cada um, repartindo até acabar as balas.”

Percebemos nesses diálogos que os alunos estão consolidando a ideia da divisão, através de seus sentidos pessoais e coletivos, dando significado ao desenvolvimento do conteúdo científico, que neste caso é o algoritmo da divisão.

Quando a professora perguntou aos alunos “Olhando para essas contas e para a nossa tabela de docinhos, o que a gente pode perceber em todos os restos e ao resultado da divisão?” o aluno L respondeu “No meu grupo o resto deu maior e a gente dividiu mais uma vez.”, já aluna Stef “a gente ia dividindo até não dar mesmo e o que sobrava não dava mais para dividir entre a gente.” e o aluno Dav chegou à conclusão esperada pela professora “Então o resto tem que ser menor do que o número que eu estou dividindo.”, que foi confirmada pela aluna Ema V “Faz sentido mesmo, por isso na tabela e nas contas sempre ele é menor.” Ficou evidente para os alunos que o resto da divisão tem que ser menor que o seu divisor.

Na última das (13º episódio) realizada queríamos saber como cada grupo iria resolver a situação de divisão proposta pelo Príncipe Escamado.

Os grupos 1 e 6 recorreram primeiro à multiplicação para depois fazer a divisão como mostra no relato de como resolveram a situação proposta nas figuras 46 e 47.

A professora ao perguntar ao grupo 6 como havia realizado a aluno Est, confirmou a estratégia usada “Primeiro nós contamos quantos docinhos nós recebemos que era 32, aí a gente viu que na tabuada do 8, 8×4 é 32, aí a gente colocou 8 docinhos aqui e foi colocando o restante e deu 4 para cada um.”

Ao trabalhar em grupos, proporcionamos que os alunos criassem estratégias e ideias para solucionar determinada situação, tornando participantes ativos e criativos em encontrar soluções matemáticas.

Os grupos 2, 3 e 5 repartiram os docinhos em partes iguais até concluírem a distribuição. A aluna Yasm Go confirmou como o seu grupo realizou a atividade afirmando “A gente colocou 8 e foi colocando mais um em cada até não dar mais e deu 4 cada.” As Figuras 48, 49 e 50, apresentadas na seção anterior, ilustraram as estratégias que cada um dos grupos.

O grupo 4 também utilizou a estratégia de repartir em partes iguais, mas recorreu, ainda, ao algoritmo da divisão como mostrado na figura 51.

Observamos que os grupos 1 e 4 recorreram inicialmente a outras estratégias de divisão, para, em seguida, sintetizá-las por meio do algoritmo.

O processo de organização das operações numéricas no desenvolvimento da estrutura aritmética, sua formalização, inicia-se com a busca de uma generalização a partir de regularidades que ocorrem com os movimentos numéricos. A busca dessa generalização nem sempre é direta e simples. Inconsistências têm que ser sanadas mesmo sem o apoio da prática operacional com objetos. Essa é a dialética de construção do conhecimento entre a prática com objetos e a teorização (Dias e Moretti, 2011, p.42).

Ao explorarem seus próprios processos de resolução de uma situação problema e os confrontarem com as estratégias utilizadas por seus colegas, verbalizando suas ações e formas de pensamento, os alunos foram conduzidos a uma aprendizagem mais significativa, favorecendo a construção e a ressignificação de saberes.

Na SDA “Partilhando os Docinhos”, de modo semelhante ocorreu na pesquisa de Santos (2016), os alunos fizeram a divisão com distribuição, que é uma maneira de se fazer a divisão por subtrações sucessivas, como ocorreu em uma das atividades da pesquisadora mencionada. Os alunos não usaram o algoritmo da divisão, já que ainda não havia sido apresentado para eles.

Ao acompanharmos os grupos e analisarmos os diálogos entre os alunos, foi possível identificar as estratégias que eles utilizaram na tentativa de resolver o problema proposto. Segundo Leontiev (2021), as operações foram os meios pelos quais uma ação se concretizou, constituindo condições necessárias para alcançar uma finalidade específica.

Dessa forma, a elaboração de novas estratégias favoreceu o desenvolvimento de sentidos e significados em relação ao conceito de divisão.

Como ocorreu na atividade de Santos (2016), alguns alunos tentaram utilizar o método da chave, o que nos levou a perceber um movimento de produção de sentido e significado relacionado ao conhecimento desse método, embora ainda não soubessem como operá-lo, diferentemente do contexto da pesquisa mencionada, em que os alunos já tinham familiaridade com o procedimento.

Os sentidos pessoais e os significados atribuídos pelos alunos ao conceito de divisão foram construídos em diferentes contextos ao longo das atividades e

das intervenções e, em uma relação dialética, foram se resignificando, o que possibilitou avanços qualitativos na aprendizagem, surgindo novas formas de pensar e compreender esse conceito.

Diante das situações vivenciadas ao longo das SDA foi possível observar como os alunos, ao interagirem com os desafios propostos nas cartas da Emília, mobilizaram conhecimentos prévios, levantaram hipóteses, testaram estratégias e renegociaram significados por meio do diálogo com os colegas e da mediação da professora. A proposta de contagem de docinhos por agrupamentos revelou diferentes níveis de compreensão sobre as operações matemáticas, especialmente a multiplicação entendida como soma de parcelas iguais. Nessas interações, os alunos construíram sentidos pessoais em relação aos conceitos matemáticos, os quais foram sendo resignificados coletivamente à medida que avançaram nas atividades. As intervenções da professora oportunizaram momentos importantes de reflexão, permitindo que os alunos fossem além da contagem um a um e se aproximassem da lógica da contagem por agrupamentos, vivenciando, em sala de aula, um processo análogo ao histórico vivido pela humanidade na evolução dos sistemas de contagem. Como apontaram Moura (1996) e Fraga (2012), a criação de unidades relativas e a superação da correspondência direta representaram avanços significativos no pensamento matemático, avanços que também se expressaram na transformação dos significados atribuídos pelos alunos aos conceitos matemáticos mobilizados.

Destacou-se ainda que a integração entre imaginação, ludicidade e raciocínio lógico, proporcionada pela articulação entre literatura infantil e matemática, favoreceu a construção de uma aprendizagem com sentido, permitindo que os alunos atribuíssem significados próprios aos conhecimentos desenvolvidos. A escrita coletiva das respostas às cartas, a construção das tabelas e a elaboração de diferentes estratégias revelaram um processo vivo de significação. Concordam com Kopnin (1978), o conhecimento se origina da prática e, por meio dela, sofre transformações, ou seja, os sentidos pessoais construídos pelos alunos ao longo das SDA emergiram da experiência concreta e foram resignificados no coletivo, promovendo uma aprendizagem ativa e significativa nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A situação

desencadeadora “Pipa da Multiplicação” proporcionou aos alunos uma vivência significativa sobre o conceito de multiplicação, ao mesmo tempo em que estimulou a criatividade, a cooperação e a construção coletiva do conhecimento. A atividade permitiu que os alunos se envolvessem ativamente na busca por estratégias para interpretar e representar a multiplicação a partir de um recurso visual e lúdico. A relação entre a estrutura da pipa e a multiplicação por cruzamentos aproximou-se, ainda que de forma intuitiva, do método multiplicativo chinês, oferecendo aos alunos a oportunidade de experimentarem, com as devidas ressalvas, uma perspectiva histórica do desenvolvimento do pensamento matemático. A partir da AOE, essa situação desencadeadora foi planejada para colocar os alunos em movimento intelectual, levando-os a problematizar, levantar hipóteses e buscar soluções para uma tarefa que exigia reflexão e ação conjunta. Ao interagirem com o problema da multiplicação apresentado de forma lúdica, os alunos construíram sentidos pessoais para o conteúdo, que foram ressignificados na coletividade por meio do diálogo e das trocas entre pares. De acordo com Smolka (2004), o significado é sempre constituído na relação com o outro, evidenciando a importância da mediação social na construção do conhecimento.

Assim, a atividade com a pipa da multiplicação não apenas possibilitou o desenvolvimento do raciocínio multiplicativo, como também evidenciou o papel do trabalho coletivo, da escuta ativa entre pares e da mediação da professora de maneira intencional na construção de aprendizagens significativas. A resposta final à carta da Emília sintetizou esse processo de forma simbólica, ao mostrar que a matemática, quando trabalhada com imaginação, ludicidade e contexto, tornou-se acessível e relevante. Ao atribuírem sentido ao que faziam, os alunos deixaram de apenas repetir procedimentos para, de fato, significar a multiplicação dentro de sua experiência concreta, reafirmando a importância de se criar espaços de aprendizagem nos quais estivessem em atividade como sujeitos do próprio processo. Para Vigotski (2007), o conhecimento não é simplesmente transmitido, mas construído pelo sujeito em interação com o meio e com os outros, sendo assim, a aprendizagem foi um processo ativo e socialmente mediado. Leontiev (2004), ao discutir a teoria da atividade, reforçou que é na ação orientada por um objetivo que o sujeito transforma o mundo e a si

mesmo, evidenciando que foi justamente nas ações concretas com a pipa que os alunos criaram novos significados para a multiplicação. A SDA, ao unir imaginação, brincadeira e raciocínio lógico, tornou a aprendizagem mais significativa, fazendo com que a matemática deixasse de ser algo abstrato e passasse a fazer parte da realidade dos alunos, tornando-se concreta e próxima do seu cotidiano.

Nas interações dos alunos com as situações desencadeadoras envolvendo a divisão, observou-se o levantamento de hipóteses e a construção de sentidos pessoais que nortearam a compreensão inicial do conceito. Questionamentos sobre a necessidade de utilizar todos os elementos disponíveis e tentativas de “adivinhar” como realizar a conta indicaram reflexões sobre possíveis sobras e buscas por formas próprias de representar o algoritmo da divisão. Tais manifestações evidenciaram que os alunos não apenas reproduziam procedimentos, mas procuravam construir explicações e estratégias, o que corroborou Smolka (2004), ao afirmar que os sentidos pessoais são fundamentais para a formação dos significados e se desenvolvem na interação com o outro. Ao optarem por desenhos e esquemas de partilha para resolver os problemas propostos, os grupos demonstraram o desenvolvimento de estratégias próprias para representar a divisão como repartição em partes iguais, mesmo sem o uso formal do algoritmo. Momentos de resistência frente às sugestões dos colegas, seguidos por concordância após a mediação pedagógica, ilustraram a importância do papel do professor na negociação de significados, promovendo o diálogo e a escuta ativa. Essa dinâmica esteve em consonância com Vigotski (2007), que compreende a aprendizagem como um processo social e cultural.

Assim, as atividades mostraram que a construção de conceitos matemáticos foi elaborada a partir dos sentidos pessoais dos alunos, que, na interação com o grupo e com a mediação docente, transformaram-se em significados compartilhados. A verbalização dos pensamentos e o confronto de ideias favoreceram a compreensão da divisão, demonstrando que a aprendizagem ocorreu como um processo coletivo, dinâmico e historicamente construído. Durante as atividades, percebeu-se a construção gradativa dos sentidos pessoais e coletivos sobre o conceito de divisão, especialmente na

transição da correspondência um a um para a contagem por agrupamentos. Em alguns grupos, observou-se a superação da contagem unitária, utilizando-a apenas quando não era mais possível fazer agrupamentos, enquanto outros ainda recorreram à correspondência um a um. Essa diversidade evidenciou que os alunos partiram de suas experiências prévias e avançaram em níveis distintos na compreensão da divisão. O interesse em compreender o algoritmo da divisão, manifestado em diálogos espontâneos e questionamentos, indicou que o aprendizado ultrapassou o espaço escolar, incorporando sentidos pessoais e o apoio familiar. As trocas entre colegas, mediadas pela professora, favoreceram a construção coletiva do conhecimento, permitindo a elaboração conjunta de significados. Vigotski (2007) enfatizou que é no diálogo social, na interação com o outro, que o sujeito internaliza conceitos e constrói significados, reforçando a importância da mediação docente e da cooperação entre pares na aprendizagem. Por fim, as conclusões dos alunos sobre o resto da divisão, mostrando que ele deve ser menor que o divisor, indicaram que a mediação da professora, aliada à vivência prática e ao diálogo, possibilitou a apropriação dos conceitos matemáticos, traduzindo-se em sentidos e significados que conferiram sentido real ao conhecimento científico estudado (Martins, 2011), reafirmando a importância da construção ativa do conhecimento nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Na última atividade realizada, a proposta de divisão evidenciou diferentes estratégias adotadas pelos grupos. Segundo Leontiev (1981), a operação é o meio pelo qual a ação se realiza e que determina sua eficácia, ou seja, uma operação é o procedimento ou método utilizado para realizar uma ação, e sua eficácia depende diretamente da operação escolhida. Portanto, as operações foram fundamentais para que as ações atingissem seus resultados desejados. As diferentes operações utilizadas constituíram etapas essenciais para a concretização do entendimento matemático dos alunos. Assim, ao explorarem múltiplas estratégias para resolver o mesmo problema, os alunos ampliaram seus sentidos pessoais e foram capazes de atribuir novos significados à divisão, tornando a aprendizagem um processo dinâmico e em construção. Complementando essa visão, Vigotski (2007) ressaltou que o desenvolvimento cognitivo ocorre por meio da interação social e da mediação cultural, onde o

conhecimento é internalizado a partir do diálogo com o outro. Nesse sentido, as discussões entre os grupos, as intervenções da professora e a colaboração coletiva foram fundamentais para que os alunos ressignificassem conceitos, consolidassem aprendizagens e transformassem suas compreensões pessoais em saberes socialmente construídos. Dessa forma, a atividade de divisão permitiu não apenas o avanço técnico em operações matemáticas, mas também favoreceu a construção de sentidos e significados que ultrapassaram o aspecto instrumental, promovendo uma aprendizagem significativa e contextualizada.

5.3 Sentido E Significado Para O Zero Como Guardador De Lugar

No episódio da quinta SDA (o ábaco invisível e introdução do algoritmo com dois números no multiplicador – 10º episódio) K apresentou sua forma de resolver o problema proposto, podemos afirmar que ele está reproduzindo o algoritmo que foi ensinado na escola, portanto se apropriou do algoritmo da multiplicação que a professora ensinou. Ao multiplicar o número 1, ele ainda não se atentou que é a dezena, mas segue exatamente o algoritmo da multiplicação que aprendeu na escola. Embora o resultado da conta esteja correto, podemos dizer que o aluno K compreendeu o funcionamento do algoritmo, mas ainda não havia assimilado completamente o seu significado.

Ao ser questionado pela professora o porquê de ele ter colocado o sinal de mais (+) naquele lugar, o aluno não soube explicar, mas o Dav respondeu “Tem um motivo para ele ter feito desse jeito”, esse aluno entendeu que seu colega K tinha um motivo para resolver a conta daquele jeito, mas ele não sabia explicar e não havia entendido o porquê de ela ser feita daquela maneira. Como essa fala, o aluno Dav, ele chamou seus colegas para interagir, pois a sala começou a se mobilizar para descobrir por qual motivo o aluno K resolveu a conta daquela maneira.

Ao analisar estes fatos, concordamos com Leontiev (1961) que toda atividade tem um motivo, mesmo que o aluno não compreendeu qual é. O motivo direciona a atividade a um determinado objetivo, neste caso era compreender o algoritmo da multiplicação. “Mesmo quando os motivos não são reconhecidos pelo sujeito, isto é, quando ele não percebe o que o motiva a realizar essa ou

aquela atividade, figurativamente falando entram em sua consciência, mas apenas de maneira especial.” (Leontiev, 1973-1975/2000, p. 445 apud, Silva 2020, p. 811).

O aluno K quando ao dizer: “Depois você pega esse sinal de mais e coloca embaixo do 5, porque agora você vai multiplicar a dezena, então vai multiplicar o 1.”, ele estava atribuindo sentido pessoal e significado ao processo de multiplicação presente no livro didático. Ficou evidente que a professora da escola de onde ele veio seguia o livro didático, pois, apesar de o aluno afirmar que iria multiplicar a dezena, parecia não ter compreendido o valor posicional do 1.

Outros alunos começaram a participar da discussão, pois, a partir daquele momento, a turma se mobilizou para compreender o que aconteceria. Tanto a aluna Yas Gy quanto o aluno Ra compreenderam o valor posicional do 1, afirmando que ele valia 10. O aluno K, por sua vez, insistia que, se fizesse a conta com 10, o resultado não seria correto. Essa resistência ocorreu porque o sinal de mais (+) colocado conforme sua sugestão, escondia o zero, dificultando sua percepção de que o 1 correspondia a dezena. Os colegas da turma se empenharam em explicar a K que o 1 estava na casa dezena, portanto, valia 10. Ao tentar resolver a soma $115 + 23$, o aluno cometeu o erro, pois ainda não conseguia visualizar o zero na unidade, já que o sinal de mais (+) ocupava esse espaço.

Percebemos que, naquele momento, houve um salto qualitativo na fala do aluno Raf, quando ele afirmou: 'É K, se colocar o sinal na frente como a gente faz a conta de mais normal, vai estar somando, não precisa colocar lá.' Nessa fala, o aluno já demonstrava um sentido pessoal e um significado do conceito de multiplicação.

Até então, observamos que o aluno K estava focado nos ensinamentos da professora de sua escola anterior, enquanto o aluno Dav expressou: 'Tudo tem um porquê, e a gente vai ter que descobrir.'

A fala do aluno Dav evidenciou que a professora atual trabalhava com a história da matemática, despertando nos alunos o interesse pela pesquisa, descoberta e vivência dos processos pelos quais os conceitos matemáticos foram elaborados ao longo da história da humanidade, considerando que,

O lógico reflete não só a história do próprio objeto como também a história do seu conhecimento. Daí a unidade entre o lógico e o histórico ser premissa necessária para a compreensão do processo de movimento do pensamento, da criação da teoria científica. À base do conhecimento dialético do histórico e do lógico resolve-se o problema da correlação entre o pensamento individual e o social; em seu desenvolvimento intelectual individual o homem repete em forma resumida toda a história do pensamento humano. (Kopnin, 1978, p 186).

Assim, organizar o ensino, tendo como princípio o movimento histórico-lógico do conhecimento, possibilitou aos alunos o desenvolvimento de formas teóricas de pensamento acerca do objeto de ensino.

A aluna So F que até então estava quieta chamou atenção do colega sobre sua conta, pois estava errada, já que o 1, valia 10, e o Eman explicou como a conta deveria ser feita. Com essas informações, a professora retomou o que os alunos haviam falado até aquele momento, caracterizando, assim, uma AOE, pois, por meio dos questionamentos da professora, os alunos atribuíram sentido pessoal, o coletivo foi discutindo e houve uma mobilização dos alunos para resolver o problema.

Na AOE, a solução da situação-problema pelos estudantes deve ser realizada na coletividade. Isso se dá quando aos indivíduos são proporcionadas situações que exigem o compartilhamento das ações para a resolução de uma determinada situação que surge em certo contexto. (Moura et al, 2010, p. 106).

Mesmo após toda a discussão entre os alunos, o aluno K resistia em retirar o sinal de mais (+) do lugar, pois havia aprendido daquela forma por meio do algoritmo. No entanto, quando os colegas Ra e Dav explicaram que, no lugar do sinal de mais (+), deveria ser colocado o zero, porque estava na unidade, K afirmou: 'Acho que agora entendi, coloca o zero ali na unidade para guardar lugar, porque vou multiplicar o número da dezena.' Nesse momento, a professora sentiu uma imensa alegria e a sensação de dever cumprido. Não se tratou apenas de uma aula de 50 minutos, mas de semanas de trabalho com diferentes estratégias: atividades com a pipa da multiplicação, uso de ábacos físicos e do ábaco invisível, escrita, discussões em grupo e no coletivo. Foi possível, assim, observar o processo de construção de sentido pessoal e de atribuição de significado ao conceito de multiplicação por parte dos alunos.

Para encerrar o aluno Dav relembrou a história dos números contada pela professora no 3º ano.

Nesse contexto, é importante destacar que, segundo Ifrah (2007), os hindus recorriam a escrita para indicar a ausência de unidades em determinada casa decimal, a palavra usada por eles era *śūnya*, que significava vazio. No início do século VI d.C. o zero começou a ser simbolizado por um ponto ou por um pequeno círculo. Somente no final desse mesmo século, os matemáticos indianos atribuíram ao zero o status de número, conferindo-lhe sentido como representação de uma quantidade nula, tal como o conhecemos atualmente.

De acordo com Moura (2002) a AOE, é aquela que apresenta uma situação que irá desencadear a aprendizagem, tem a interação entre os alunos e o mediador por um conteúdo negociando significados com o objetivo de solucionar coletivamente o problema proposto, além disso tem o movimento lógico-histórico. Podemos afirmar que esta atividade é uma AOE, pois apresenta essas características, pois o problema desencadeador foi o problema da dona aranha, teve a interação entre os alunos e o mediador por um conteúdo negociando significados e o movimento lógico-histórico com o zero como guardador de lugar.

Ao escolhermos usar a literatura infantil com a personagem Emília, fizemos o uso de instrumentos e signos. Concordamos com Vigotski (1998) que o instrumento tem a função de encaminhar a ação humana sobre o objeto da atividade, orientado para o mundo exterior, e sua utilização deve mudar os objetos, sendo assim funciona como um recurso que permite ao ser humano controlar e transformar a natureza ao seu redor. Já o signo atua de forma interna direcionada para o controle e a regulação das próprias funções psicológicas do indivíduo; portanto, o signo está orientado para dentro, para o sujeito.

Diante dos problemas propostos tínhamos a intenção que os alunos chegassem à formação dos conceitos das operações de multiplicação e divisão, e isso só foi possível pois desafiamos os alunos a resolver os problemas e motivamos a superá-los, dando significado à palavra, já que o pensamento se expressa por meio da palavra e o significado está ligado tanto ao pensamento quanto à linguagem. Concordamos com Góes e Cruz (2006) que o significado está presente tanto no pensamento quanto na linguagem, já que o pensamento

se expressa por meio da palavra e ganha forma nela, enquanto a palavra só existe quando está fundamentada em um pensamento.

A formação de conceitos começa na infância e continua se desenvolvendo na adolescência, mediada por palavras ou signos, em nossa pesquisa utilizamos a literatura infantil e a personagem Emília para mediar todas as atividades propostas. Esse processo ajuda a criança a resolver problemas. Vigotski (2010) explica que a formação de um conceito ou a compreensão do significado por meio da palavra acontece através de uma atividade complexa e intensa, em que várias funções do pensamento trabalham juntas de maneira única.

Sendo assim o significado da palavra não é fixo ele se transforma ao longo do desenvolvimento infantil e varia conforme os diferentes modos de funcionamento do pensamento. Trata-se, portanto, de uma construção dinâmica, em constante mudança, e não de uma estrutura estática. Destacamos esse movimento do pensamento em relação a mudança de significado da palavra na atividade do *zero como guardador de lugar*, que através dos diálogos dos alunos e a mediação da professora, os alunos foram mudando o significado, atribuindo sentido pessoal e novos significados coletivos para o zero.

O fato de o pensamento estar sempre mudando mostra que ele não está parado. Esse vai e vem entre o pensamento e a linguagem mostra que o significado das palavras pode mudar, dependendo do sentido que elas recebem em diferentes situações.

Conforme já mencionado, o professor atribui sentido a um determinado conteúdo e os alunos também vão atribuindo sentido sobre os conteúdos ensinados. Isso ocorreu em nossa pesquisa, eles foram construindo seus próprios sentidos acerca das operações de multiplicação e divisão, por isso podemos afirmar que o sentido é algo pessoal. Por essa razão, é fundamental que o professor esteja atento para assegurar que o conceito seja compreendido adequadamente pelo aluno, como afirma Lemes (2012).

Como já mencionamos quando a aula começa, nós professores temos um sentido, um objetivo para o que vamos ensinar, mas durante o processo, cada aluno vai criando seu próprio sentido, que pode ser diferente do professor e dos colegas. Por isso, o sentido é algo pessoal.

Há de se destacar que o trabalho em grupo se caracteriza como um espaço privilegiado para a negociação e construção compartilhada de significados, dependendo do lugar e da situação, uma mesma palavra pode ter sentidos diferentes, sem que seu significado essencial seja modificado. Todas as SDA foram desenvolvidas em grupos, permitindo as negociações de significados, de sentidos pessoais e formação de conceitos.

Um dos principais desafios da educação escolar atualmente é garantir que os conteúdos ensinados façam sentido para os alunos e estejam ligados à sua realidade e ao seu processo de desenvolvimento. Para que linguagem e pensamento andem juntos, ou seja, para que o aluno aprenda os conceitos e não apenas repita ou faça procedimentos sem entender, é importante que ele compreenda o significado do que aprendendo e reconheça a sua utilidade (Sforni, 2015).

Assim a professora pesquisadora criou SDA que permitisse com que os alunos desenvolvessem os conceitos de multiplicação e divisão através de AOE na perspectiva histórico-cultural, assim contribuindo para que os alunos tivessem uma compreensão da necessidade e do surgimento dos conteúdos.

Nesta perspectiva, o conceito de sentido é essencial, pois amplia a compreensão dos processos de aprendizagem, reconhecendo o aluno como um sujeito ativo, que pensa, atribui significado e faz escolhas a partir dos sentidos que constrói em relação ao conhecimento.

Nesse contexto, a Figura 54 ilustra um momento significativo em que os alunos conversam com a professora da UFSCar, demonstrando como realizam a operação de multiplicação utilizando a "pipa da multiplicação" com as mãos, evidenciando, assim, a construção de sentido a partir da atividade proposta.

Figura 54 - Alunos em conversa com a professora da UFSCar



Fonte: Arquivo pessoal – ano 2023

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Iniciamos a nossa pesquisa em outubro de 2022 com uma sala do 3º ano do ensino fundamental e continuamos com a mesma turma durante o 4º ano em 2023. Para responder à questão de pesquisa sobre como os alunos dos anos iniciais manifestam o sentido e significado das operações de multiplicação e divisão, planejamos situações desencadeadoras de aprendizagem em que os alunos puderam vivenciar o processo histórico que alguns grupos vivenciaram ao desenvolver a multiplicação e divisão.

Os objetivos da pesquisa eram: compreender o sentido e significado manifestos por alunos dos anos iniciais na aprendizagem das operações de multiplicação e divisão por meio de Atividade Orientadora de Ensino; identificar as estratégias utilizadas pelos alunos ao resolverem multiplicação e divisão; estabelecer relação entre a Teoria Histórico – Cultural e o ensino da multiplicação e divisão nos anos iniciais.

Durante o desenvolvimento das atividades conduzimos conversas individuais e em grupos com os alunos com o intuito de compreender o uso das estratégias desenvolvidas por eles nas atividades propostas. Analisamos os dados da turma como um todo, observando avanços e limitações dentro do processo de aprendizagem de cada um.

Trabalhar o conceito de multiplicação e divisão na perspectiva da atividade orientadora de ensino trouxe a possibilidade de desenvolver nos alunos a necessidade e o motivo para se envolverem no processo de pensar conceitos matemáticos de modo significativo.

A troca de cartas entre a personagem Emília e os alunos com situações desencadeadoras de aprendizagem foi o que os motivou a resolverem os problemas propostos pela Emília, e assim vivenciando o processo histórico da multiplicação e da divisão.

Ao concluir este estudo, no ano de 2025, novas questões emergem. No município onde a pesquisa foi realizada, a recente adesão ao Currículo Paulista levanta reflexões importantes sobre os caminhos da aprendizagem matemática. Uma questão que permanece é: de que forma os livros didáticos adotados têm favorecido a construção de sentidos e significados para os alunos? Essa

indagação aponta para possibilidades futuras de investigação e poderia orientar o desenvolvimento de novas pesquisas.

Observando, rapidamente, os livros de matemática dos 2º e 3º anos e a plataforma¹⁶ que disponibilizada com slides prontos para as aulas, percebemos que no 3º bimestre do 2º ano indica-se que os professores desenvolvam a multiplicação, conforme mostram as figuras 55, 56 e 57

Figura 55- Slides do material digital do 2º ano Currículo em ação 2024” resolvendo problemas de multiplicação”



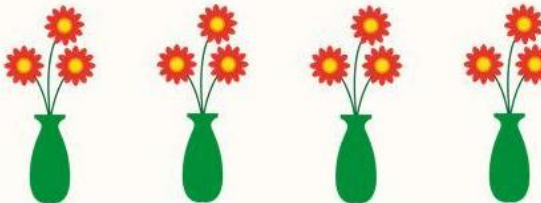
Fonte: <https://repositorio.educacao.sp.gov.br>

¹⁶ <https://repositorio.educacao.sp.gov.br/login>

Figura 56 - Slides do material digital do 2º ano Currículo em ação 2024 com exemplo de multiplicação com soma de parcelas iguais

O QUE É?

QUANDO TEMOS UMA ADIÇÃO DE PARCELAS IGUAIS, PODEMOS UTILIZAR A MULTIPLICAÇÃO PARA RESOLVÊ-LA. OBSERVE:



ADIÇÃO $3 + 3 + 3 + 3 = 12$

MULTIPLICAÇÃO $4 \times 3 = 12$

Fonte: <https://repositorio.educacao.sp.gov.br>

Figura 57 - Slides do material digital do 2º ano Currículo em ação 2024 – atividade de multiplicação

PRATICANDO

OBSERVE AS IMAGENS E RESOLVA OS PROBLEMAS USANDO A ADIÇÃO E A MULTIPLICAÇÃO.

QUANTOS DOCES TEMOS?



ADIÇÃO – _____ MULTIPLICAÇÃO – _____

Fonte: <https://repositorio.educacao.sp.gov.br>

Já no livro do 3º ano, no 2º bimestre retoma-se mais uma vez a multiplicação e nos slides segue as orientações de como o professor deve proceder com perguntas durante a aula, conforme as figuras 58 e 59.

Figura 58- Slides do material digital do 3º ano Currículo em ação 2025 “Problemas de multiplicação I”



Fonte: <https://repositorio.educacao.sp.gov.br>

Figura 59 - Slides do material digital do 3º ano Currículo em ação 2025 com problemas de multiplicação

PARA COMEÇAR

HÁBITOS DE DISCUSSÃO

Converse com a turma

Lúcia ganhou uma caixa de bombons.

Há um jeito fácil de calcular quantos bombons há na caixa? Qual?

Caro professor,

Converse com os estudantes sobre a situação apresentada no slide: "Lúcia ganhou uma caixa de bombons. Há um jeito fácil de calcular quantos bombons têm na caixa?". Anote as ideias da turma na lousa, favorecendo que várias opiniões diferentes se somem para ressaltar a variedade de possibilidades de calcular:

$5+5+5+5+5=25$

Considerar que $5+5=10$ e calcular $10+10+5=25$

Contar de 5 em 5: $5 - 10 - 15 - 20 - 25$

Usar o resultado da multiplicação $5 \times 5 = 25$

Fonte: <https://repositorio.educacao.sp.gov.br>

Também no livro do 3º ano, 2º bimestre, aparecem problemas de divisão em partes iguais, como mostra as figuras 60, 61, 62 e 63 abaixo:

Figura 60 - Slides do material do 3º ano Currículo em ação 2025 com problemas de visão em partes iguais



Fonte: <https://repositorio.educacao.sp.gov.br>

Figura 61 - Slides do material digital do 3º ano Currículo em ação 2025 iniciando a atividade de divisão em partes iguais

PRATICANDO

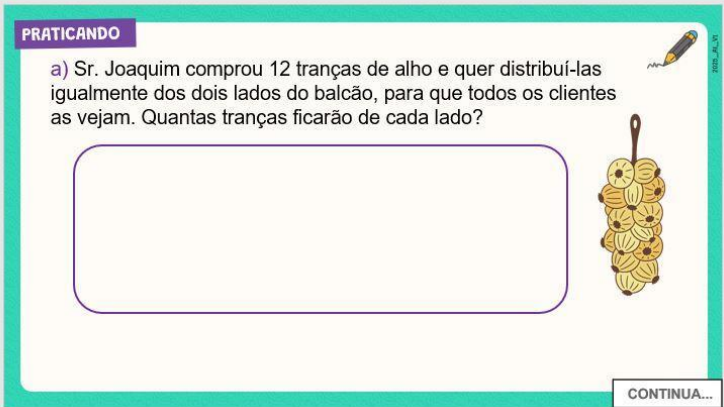
1. Essa é a barraca do Seu Joaquim. Toda semana ele organiza as melhores frutas, hortaliças e legumes para vender na feira.

CONTINUA...

Caro professor,
Converse com seus estudantes acerca da imagem do slide: Já foram numa barraca de feira? Que produtos havia? Estavam bem organizados? Explique que irão resolver alguns problemas matemáticos a partir da barraca do Seu Joaquim.

Fonte: <https://repositorio.educacao.sp.gov.br>

Figura 62 - Slides do material digital do 3º ano Currículo em ação 2025 com o problema de divisão em partes iguais



PRATICANDO

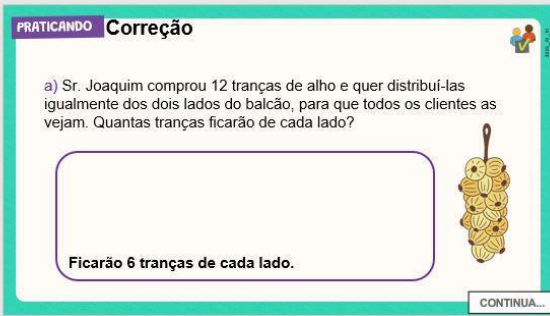
a) Sr. Joaquim comprou 12 tranças de alho e quer distribuí-las igualmente dos dois lados do balcão, para que todos os clientes as vejam. Quantas tranças ficarão de cada lado?

CONTINUA...

Caro professor,
 Leia o problema apresentado em cada item para sua turma e converse sobre a divisão que está em jogo. Você pode fazer perguntas como: Aqui quantos elementos vão ser divididos? Em quantos grupos?
 E, em seguida, retomar as diferentes estratégias utilizadas na vivência para dividir igualmente os 24 palitos, solicitando que os estudantes escolham a que julgarem mais adequada para fazer a divisão solicitada.

Fonte: <https://repositorio.educacao.sp.gov.br>

Figura 63 - Slides do material digital do 3º ano Currículo em ação 2025 com a correção do problema proposto anteriormente de divisão em partes iguais, com a algumas orientações para o professor



PRATICANDO Correção

a) Sr. Joaquim comprou 12 tranças de alho e quer distribuí-las igualmente dos dois lados do balcão, para que todos os clientes as vejam. Quantas tranças ficarão de cada lado?

Ficarão 6 tranças de cada lado.

CONTINUA...

Caro professor,
 Peça a 3 estudantes, em cada item, para explicar como pensaram para calcular a divisão. Favoreça a participação de estudantes com estratégias diferentes, como:

- usar objetos para representar a divisão em grupos (de acordo com o que foi solicitado no problema);
- fazer esquemas gráficos, demonstrando a divisão por distribuição;
- usar cálculo mental;
- contar de 2 em 2, de 3 em 3, de 4 em 4, de 5 em 5 ou de 10 em 10 (de acordo com o solicitado no item) para realizar agrupamentos em que o número de grupos obtidos equivale ao resultado da divisão;
- usar os resultados da multiplicação por 2, 3, 4, 5 ou 10 para encontrar o resultado das divisões.

Caso a estratégia de usar os resultados da multiplicação não apareça, problematize como seria utilizá-la no contexto desse problema.
 Por exemplo, "para dividir 12 em 2 grupos podemos usar os resultados da tabuada do 2. Que número multiplicado por 2 dá como resultado 12? (6)
 "Então, se dividirmos 12 por 2, temos como resultado dois conjuntos de 6 tranças de alho?"

Fonte: <https://repositorio.educacao.sp.gov.br>

A questão que retomamos é: qual sentido e significados dessas aulas para os alunos tendo como ponto de partida e chegada o algoritmo?

Não pretendemos responder essas questões, mas deixar como reflexão para os nossos leitores.

As análises apresentadas nesta tese pretenderam contribuir com os estudos e reflexões acerca do ensino da matemática, especificamente, sobre a multiplicação e divisão.

Relatos de ex-alunos participantes e mães, através de cartas ou relatos orais, evidenciam que a maioria dos estudantes manifestaram sentidos e significados em relação às atividades propostas. Alguns relatos foram “Aprendi várias coisas com você, como o zero é guardador de lugar.”; “Eu vejo a professora que estou agora e lembro de você quando ela faz continha, dá vontade de ir te chamar para você resolver, pois ela não tira o 0 (zero) que é guardador de lugar.”; “O que meu filho sabe, ele aprendeu com você, agora que está no 6º ano, eu não vejo a dificuldade que via na minha outra filha.”

Ao retornar os objetivos desta tese e através destes relatos concluímos que foi possível evidenciar como os alunos trouxeram os sentidos e significados da multiplicação e divisão para as atividades propostas.

Quando oportunizamos aos alunos elaborar suas estratégias na resolução de situações problemas, os conhecimentos prévios são mobilizados constituindo espaço de diálogo entre os colegas e o professor para escolher o melhor meio de resolver determinada situação.

Concluir esta pesquisa é reconhecer que ensinar é muito mais do que transmitir conteúdos, é oferecer asas. É também refletir sobre o papel da escola e do professor no processo de aprendizagem. Fazendo um paralelo à epígrafe de Alves (2009), as escolas que apenas controlam e que não valorizam a imaginação e a autonomia dos alunos acabam impedindo que eles desenvolvam todo o seu potencial. Já as escolas que oferecem asas são aquelas que incentivam o pensamento crítico, o diálogo e a construção de novos conhecimentos.

Atualmente, vivemos um momento em que o ensino precisa articular o uso dos livros didáticos com as plataformas digitais, o que exige uma ressignificação da prática docente. Como professora, precisarei atribuir novos sentidos e significados ao meu modo de ensinar, repensando estratégias, conteúdos e formas de interação com os alunos. Ao mesmo tempo, é importante considerar

quais sentidos e significados os próprios alunos atribuirão a esse novo modo de aprender.

Nesse contexto, a pesquisa realizada em sala de aula busca contribuir para o ensino da matemática por meio da AOE, evidenciando que os alunos, quando colocados como sujeitos ativos em situação de aprendizagem, dialogam com as estratégias de resolução e atribuem sentido aos conceitos trabalhados, como multiplicação e divisão. A Figura 64 simboliza esse processo: não apenas o encerramento de um ciclo letivo, mas a celebração das conquistas, dos vínculos e das aprendizagens vividas. Que possamos continuar a construir escolas que libertam, e não que aprisionam, escolas que acolhem os pássaros e os encorajam a voar.

Figura 64 - Festa de encerramento dos alunos do 4º ano B



Fonte: Arquivo pessoal – ano 2023

REFERÊNCIAS

ABRAMOVICH, F. **Literatura Infantil**: Gostosuras e Bobices. 5. ed. São Paulo: Scipione, 1997.

ALVES, R. **Por uma Educação romântica**. 8. ed. Campinas: Papirus, 2009.

AMARAL, C. C. F. **A significação do conceito matemático de área expressa por estudantes proveniente de uma atividade orientadora de ensino**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências. Bauru. 190f. 2018

ASBAHR, F. S. F. **Sentido pessoal, significado social e atividade de estudo: uma revisão teórica**. Revista Quadrimestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional, São Paulo, v. 18, n. 2, p. 265-272, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1590/2175-3539/2014/0182744>. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/pee/a/VKhxJwS5qgjmngCrw67mPScH/>. Acesso em: set. 2023

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Portugal: Porto editora, 1994. 336 p.

BOYER, Carl. **História da matemática**. 1. ed. São Paulo: Edgard Blucher - Universidade de São Paulo, 1974.

BRASIL. Ministério da Educação. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Lei n. 9.394/96. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm. Acesso 12 Fev 2023

BRASIL. Lei no 10.639, de 9 de janeiro de 2003. Altera a Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, para incluir no currículo oficial da Rede de Ensino a obrigatoriedade da temática 'História e Cultura Afro-Brasileira', e dá outras providências. **Diário Oficial da União**, Brasília, 10 jan. 2003. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/2003/l10.639.htm# Acesso em: 25 ago. 2023.

BRASIL. Lei 14532/2023, de 11 de janeiro de 2023. Altera a Lei nº 7.716, de 5 de janeiro de 1989 (Lei do Crime Racial), e o Decreto-Lei nº 2.848, de 7 de dezembro de 1940 (Código Penal), para tipificar como crime de racismo a injúria racial, prever pena de suspensão de direito em caso de racismo praticado no contexto de atividade esportiva ou artística e prever pena para o racismo religioso e recreativo e para o praticado por funcionário público. **Diário Oficial da União**, Brasília, 11 jan. 2023. Disponível em http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/ato2023-2026/2023/lei/L14532.htm> Acesso em: 24 ago. 2023

CAMPOS, R. S. P.; MONTOITO, R. **O texto alternativo ao livro didático como proposta interdisciplinar do ensino de Ciências e Matemática**. In: PIROLA,

N. A. (org.). Ensino de Ciências e Matemática: temas de investigação. São Paulo: Cultura acadêmica, 2010. p. 157-174.

CARAÇA, B.J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Tipografia Matemática Ltda, 1951

CHAQUIAM, M. **Ensaio Temático: história e matemática em sala de aula**. Belém: SBEM/SBEM-PA, 2017

CHIZZOTTI, A. A pesquisa qualitativa em Ciências humanas e sociais: evolução e desafios. **Revista Portuguesa de Educação**, v.16, n. 2, p. 221-236, Braga/ Portugal, 2003. Disponível em: https://www.ufsm.br/app/uploads/sites/373/2019/04/Pesquisa_Qualitativa_e_m_Ciencias_Sociais_e_Humanas_-_Evolucoes_e_Desafios_1_.pdf Acesso em 06 jan. 2021.

COSTAS, F. A.; FERREIRA, L. S. **Sentido, significado e mediação em Vygotsky: implicações para a constituição do processo de leitura**. Revista Iberoamericana de Educación, Madrid, v. 55, p. 205-223, 2011. Disponível em: <https://rieoei.org/historico/documentos/rie55a09.pdf>. Acesso em: 31 agos. 2025

CRESTANI, S. **Organização do ensino de matemática na perspectiva do desenvolvimento do pensamento teórico: uma reflexão a partir do conceito de divisão**. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Sul de Santa Catarina. Tubarão. 126f. 2016

DIAS, M. da S.; MORETTI, V. D. Números e operações: elementos lógico-históricos para atividade de ensino. 1. ed. Curitiba: Intersaberes, 2012. E-book. Disponível em: <https://plataforma.bvirtual.com.br>. Acesso em: 21 abr. 2025.

DUARTE, N. **O ensino de matemática na educação de adultos**. São Paulo: Cortez: Autores Associados, 1986.

DUARTE, N. **A individualidade para-si: contribuição a uma teoria histórico-social da formação do indivíduo**. 3. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2013

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. 4ªed. Campinas: Unicamp, 2004

FRAGA, L. P.; HUNDERTMARCK, J.; POZEBON, S.; SILVA, D. S. G. da; LOPES, A. R. L. V.; PEREIRA, P. S. **Situações de aprendizagem compartilhadas: o caso da contagem por agrupamento**. Revista Eletrônica de Educação, [S. l.], v. 6, n. 1, p. 129–147, 2012. DOI: 10.14244/19827199367. Disponível em: <https://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/367>. Acesso em: 4 mar. 2025

GALDINO, A. P. da S. **O conhecimento matemático de estudantes do 3º ano do ensino fundamental sobre o conceito de multiplicação: um estudo**

com base na teoria histórico-cultural. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Sul de Santa Catarina. Tubarão. 110f. 2016

GERHARDT, E. **Ábaco - Construindo noção de número inteiro e realizando adição e subtração.** Revista do Professor. Porto Alegre; ano 23; número 92; out/dez, 2007.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. (org) **Métodos de Pesquisa.** Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. (Série – Educação à Distância).

GIARDINETTO, J.R.B. **A concepção histórico-social da relação entre a realidade e a produção do conhecimento matemático.** Instituto Politécnico de Viseu. Millenium, p. 239- 271, 2000.

GÓES, Maria Cecília Rafael; CRUZ, Maria Nazaré. Sentido, significado e conceito: notas sobre as contribuições de Lev Vigotski. **Pro-Posições**, Campinas, SP, v. 17, n. 2, p. 31–45, 2016. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8643627>. Acesso em: 9 abr. 2024.

IFRAH, G. **Os números:** A história de uma grande invenção. São Paulo: Globo, 2007. 367 p

KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento.** Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978

KOSIK, k - **Dialética do concreto**, 2ª ed., São Paulo: Paz e terra, 1976

KUHN, M. C.; PEREIRA, J. de F. **A multiplicação nos anos iniciais do Ensino Fundamental: da teoria para a prática.** Revista Thema, Pelotas, v. 17, n. 2, p. 464–482, 2020. DOI: 10.15536/thema.V17.2020.464-482.1753. Disponível em: <https://periodicos.ifsul.edu.br/index.php/thema/article/view/1753>. Acesso em: 9 mar. 2025.

LAJOLO, M.; ZILBERMAN, R. **Literatura Infantil Brasileira:** História & Histórias. São Paulo: Ática, 2002.

LEONTIEV, A. N. **O desenvolvimento do psiquismo.** Lisboa: Horizonte Universitário, 1978.

LEONTIEV, A. N. **Atividade, Consciência e Personalidade.** Tradução de Priscila Marques. Bauru, SP: Mireveja. 2021

LOBATO, M. **Reinações de Narizinho.** 2.ed. São Paulo: Globo, 2008. v. 1.

LÓPEZ, L.Q. **A medida como instrumento mediador para o ensino da multiplicação no ensino fundamental.** Dissertação (Mestrado)- Universidade Federa do ABC. Santo André. 118f. 2016

MACCARINI, J. M. **Fundamentos e Metodologia do Ensino de Matemática**. Curitiba: Fael, 2010.

MARTINS, L.M. **O Desenvolvimento do Psiquismo e a Educação Escolar**: contribuições à luz da psicologia histórico cultural e da pedagogia histórico-crítica. 2011, 249 pf. Tese (Livredocência) Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2011.

MOURA, M. O. de. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A. D.; CARVALHO, A. M. P. de (Org.). **Ensinar a ensinar: Didática para a Escola Fundamental e Média**. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2001. Cap. 8, p. 143-162.

MOURA, M. O. (Org). **A Atividade Pedagógica na Teoria Histórico – Cultural**. Brasília - DF. Liber Livro, 2010. 178 p.

MOURA, M.O.A. Pesquisa colaborativa: um foco na ação formadora. In: BARBOSA, R. L. (Org). **Trajetórias e perspectivas da formação de educadores**. São Paulo :Editora UNESP, 2004. p. 257-284

MOURA, A. R. L.; LIMA, L. C.; MOURA, M. O.; MOISÉS, R. P. **Educar com a Matemática: Fundamentos**. São Paulo: Cortez, 2016

NUNES, C. B; SANTANA, E. R. S.. **Resolução de problemas: um caminho para fazer e aprender matemática**. Acta Scientiae. Editorada ULBRA, VOL. 19, Nº 01, 2017. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/2136/2273>. Acesso em: 15 ago. 2024

PESSOA, C; BORBA, R. **Desenvolvimento do Raciocínio Combinatório na Escolarização Básica**. Em Teia: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, Recife, v. 1, n. 1, 2010. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/index.php/emteia/article/view/2182>. Acesso em 15 ago. 2024

PRESTES, Z. R. **Quando não é quase a mesma coisa**. Análise de traduções de Lev Semionovitch Vigotski no Brasil. Repercussões no campo educacional. 2010, 295 f Tese (Doutorado em Educação). Universidade de Brasília, 2010.

SANTOS, S.M. P. dos. **Sentidos e significados do conceito de divisão provenientes de atividade orientadora de ensino**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências. Bauru. 132f. 2016

SANTOS, Y.P. **Formação continuada de professores dos anos iniciais sobre multiplicação e divisão: aprendizagens no coletivo**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Instituto Federal do Espírito Santo Campus Vitória. Vitória. 226f. 2019

SILVA, A. L. M. L. S. da. **Apropriação do conceito de divisão por alunos dos anos iniciais do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória. 174f. 2014

SILVA, F. G. da. Sobre o sentido na obra de Leontiev: notas a partir de sua biografia. **Obutchénie. Revista de Didática e Psicologia Pedagógica**, [S. l.], v. 4, n. 3, p. 793–817, 2020. DOI: 10.14393/OBv4n3.a2020-58437. Disponível em: <https://seer.ufu.br/index.php/Obutchenie/article/view/58437>. Acesso em: 12 jun. 2024.

SMOLKA, A. L. B. **A criança na fase inicial da escrita**: linguagem e desenvolvimento humano. Campinas: Papirus, 2000.

SMOLKA, A. L. B. (2004). Sobre significação e sentido: uma contribuição à proposta de rede de significações. In M. C. Rossetti-Ferreira, K. S. Amorim, A. P. S. Silva, & A. M. A. Carvalho (Orgs.), **Rede de significações e o estudo do desenvolvimento humano** (Vol. 1, pp. 35-49). Porto Alegre: Artes Médicas

VYGOTSKY, L.S. **A formação social da mente**. 7.ed São Paulo: Martins Fontes, 2007

VIGOTSKI, L. S. **Imaginação e criação na infância**: ensaio psicológico – livro para professores. Apresentação e comentários Ana Luiza Smolka. Tradução de Zoia Prestes. São Paulo: Ática, 2009.

VIGOTSKI, L. V. **A construção do pensamento e linguagem**. Tradução: Paulo Bezerra. 2 ed. São Paulo: Martins Fontes, 2010. 496 p. 2

APENDICE 1

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS CENTRO DE EDUCAÇÃO E
CIÊNCIAS HUMANAS PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

(Resolução CNS 510/2016)

APROPRIAÇÃO DO CONCEITO DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO COM ALUNOS DO
ENSINO FUNDAMENTAL I: UM ESTUDO ATRAVÉS DAS ATIVIDADES
ORIENTADORAS DE ENSINO

Eu, Juliane Dias Guillen estudante do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de São Carlos – UFSCar o (a) convido a participar da pesquisa “Apropriação do conceito de multiplicação e divisão com alunos do ensino fundamental I: um estudo através das atividades orientadoras de ensino” orientada pela Prof^a Dr^a Maria do Carmo de Sousa.

O projeto se constitui de uma investigação para uma melhor compreensão acerca do ensino e aprendizagem da multiplicação e divisão no contexto escolar.

Portanto, a proposta deste estudo é investigar e compreender, como os alunos do Ensino Fundamental I se apropriam do conceito de multiplicação e divisão.

Esse estudo consiste na elaboração de uma estratégia didática baseada numa situação educacional concreta que pode contribuir para a formação de um aluno reflexivo e crítico em relação à multiplicação e divisão. A participação de seu filho se dará por meio de gravações de áudio e imagem durante o desenvolvimento das atividades a ser realizada na escola. Estas gravações servirão de material para o desenvolvimento do estudo.

Serão retomados nessa situação os objetivos a que esse trabalho se propõe e os possíveis benefícios que a pesquisa possa trazer como a contribuição no processo de formação participante, assim como ajudá-lo(a) a ressignificar algumas concepções durante esse exercício de revisitar e historicizar a sua trajetória. Também se destaca como um benefício a consciência de estar contribuindo para o avanço nas fronteiras do conhecimento na área da Educação.

Considerando o atual contexto da pandemia COVID-19, os alunos estão



frequentando as aulas presencialmente e a escola está seguindo todos os protocolos exigidos pela rede Municipal de Educação, além do uso de máscaras pelos alunos e pela professora, será disponibilizado álcool em gel para todos os participantes. Com o avanço da vacinação no Município de São Carlos, eu, como professora da sala de aula, já fui imunizada com 3 doses da vacina contra o COVID-19 e os alunos encontram-se no processo de vacinação.

As atividades não serão invasivas à sua intimidade, entretanto, esclareço que a participação na pesquisa pode gerar alterações físicas, psicológicas e sociais causadas por alguma pergunta, o constrangimento e insegurança em não saber ou não querer responder alguma questão, cansaço, aborrecimento, alterações na autoestima e o medo do risco de quebra de sigilo, assim como o temor ao expor suas concepções e sofrer algum julgamento pelos pares.

Diante dessas situações, é garantida a liberdade de não participar das atividades propostas quando a considerar constrangedoras, podendo interromper a participação na pesquisa a qualquer momento.

Embora seja muito importante poder contar com sua participação, reiteramos que ela não é obrigatória, mas voluntária. Esclarecemos que não haverá custos financeiros e/ou materiais por participar da pesquisa, nem haverá compensação em dinheiro pela sua participação.

Ressaltamos, ainda, que a qualquer momento você pode desistir de participar e retirar seu consentimento. Sua recusa ou desistência não lhe trará prejuízo algum, seja em relação à pesquisadora ou à Universidade Federal de São Carlos. Além disso, caso você sofra algum dano em função de sua participação, terá direito, mediante comprovação, a indenização conforme previsto no Art. 19 “§ 2o O participante da pesquisa que vier a sofrer qualquer tipo de dano resultante de sua participação na pesquisa, previsto ou não no Registro de Consentimento Livre e Esclarecido, tem direito a assistência e a buscar indenização.” (Resolução CNS nº 510/2016).

Todas as informações obtidas por meio da pesquisa serão confidenciais, sendo assegurado o sigilo sobre sua participação em todas as etapas do estudo. Caso haja menção a nomes, serão escolhidos nomes fictícios, com garantia de anonimato nos resultados e publicações, impossibilitando sua identificação.

Os resultados da pesquisa estarão à disposição quando finalizada. Além disso, eles serão apresentados à escola onde desenvolveu-se a pesquisa, por meio da própria tese

construída. Os resultados também poderão ser divulgados por meio de publicações em periódicos acadêmicos, livros ou comunicações em eventos científicos, mantendo os procedimentos de preservação da sua identidade.

O(a) senhor(a) ao aceitar participar da pesquisa irá: 1. Aceitar participar da pesquisa, o que corresponderá à assinatura deste termo (TCLE). 2. Participar das atividades propostas pela professora durante as aulas. Caso não concorde, basta devolver este termo não assinado (TCLE). Caso desista de participar durante as atividades e antes de finalizá-las, os seus dados não serão utilizados pelo pesquisador. Caso tenha finalizado a participação nas atividades e após decida desistir da participação deverá informar o pesquisador desta decisão e este descartará os seus dados recebidos sem nenhuma penalização.

Você poderá imprimir uma via deste termo, ou se desejar, o pesquisador poderá encaminhar uma via assinada por e-mail ou da maneira como preferir, rubricada em todas as páginas por você e pela pesquisadora, na qual consta o telefone e o endereço da pesquisadora principal. Você poderá tirar suas dúvidas sobre o projeto e sua participação agora ou a qualquer momento.

A pesquisadora informou que o projeto foi aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos da UFSCar que funciona na Pró-Reitoria de Pesquisa da Universidade Federal de São Carlos, localizada na Rodovia Washington Luiz, Km. 235 - Caixa Postal 676 - CEP 13.565-905 - São Carlos-SP – Brasil. Fone (16) 3351- 9685.

Endereço eletrônico:

cephumanos@ufscar.br

Desta forma, ciente e de acordo com o que me foi exposto neste Termo pela pesquisadora, eu,

_____, portador(a) do

RG n° _____, inscrito(a) no CPF n° _____, Telefone () _____, e-mail:

_____, declaro, assinando em duas vias e

ficando com uma delas, que: 1) Estou informado(a) e esclarecido(a) acerca dos objetivos e procedimentos da pesquisa; 2) Estou ciente de que minha identidade será mantida em sigilo, sendo qualquer material envolvido de acesso restrito aos pesquisadores; este sigilo será mantido mesmo em eventuais divulgações para fins científicos; 3) Entendo que

poderei desistir de minha participação a qualquer momento, sem nenhum ônus.

Endereço para contato (24 horas por dia e sete dias por semana):

Pesquisadora Responsável: Juliane Dias Guillen

Endereço: Rua Goiás, 158 – Jardim Pacaembu, São Carlos – SP.

Contato telefônico: (16) 9192-9810

E-mail: julianeguillen@gmail.com

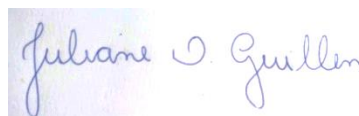
julianeguillen@estudante.ufscar.br



Local e data:

JULIANE DIAS GUILLEN

Nome do Pesquisador



Assinatura do Pesquisador

Nome do Participante

Assinatura do Participante

APENDICE 2***Termo de Assentimento*****UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS HUMANAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO****Termo de Assentimento
(Resolução CNS 466/2012)
(Resolução CNS 510/2016)****APROPRIAÇÃO DO CONCEITO DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO COM
ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL I: UM ESTUDO ATRAVÉS DAS
ATIVIDADES ORIENTADORAS DE ENSINO**

Os (As) alunos (as) da turma _____ Escola Municipal de Educação Básica _____ estão sendo convidados (as) para participar de uma pesquisa que busca investigar a compreensão acerca do ensino e aprendizagem da multiplicação e divisão no contexto escolar.

Como você é uma criança nesta idade e está na escola que está participando desta pesquisa, você está sendo convidado a participar.

Já contamos deste estudo para um de seus pais ou a pessoa responsável por você e ela falou que tudo bem você participar. Agora precisamos saber se você quer. A sua professora, que é a pessoa que faz esta pesquisa, vai usar histórias para ajudar a aprender multiplicação e divisão e a desenvolver o pensamento com eles. A participação na pesquisa não é obrigatória, você pode querer não participar e nada acontecerá caso diga não.

Sua participação acontece durante as aulas, quando sua professora conversará com você e seus colegas. Ela fará algumas perguntas e você pode querer não participar e nada acontecerá caso diga não.

Ela fará algumas perguntas e você pode ficar cansado e com pouca vontade de responder, se isso acontecer e você quiser parar com a participação no estudo é só avisar



a professora que ela vai atender seu pedido e não vai tratar você de maneira diferente, nem vai ficar chateada ou zangada com você.

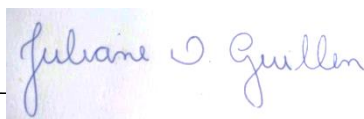
A sua participação pode ajudar as professoras com o ensino de multiplicação e divisão e o pensar como eles podem ser ensinados a crianças de sua idade.

Quando a professora/pesquisadora for escrever sobre o que foi conversado na pesquisa, o que vocês conversaram, escreveram ou desenharam, não vai revelar o nome de ninguém, ou seja, ninguém saberá quem foi a criança que pensou e fez cada coisa.

Quando terminar a pesquisa, a professora/pesquisadora vai contar achados dela para pessoas que trabalham com o ensino para crianças e para pais que desejarem conhecer o que o estudo descobriu, sempre sem deixar o nome de ninguém aparecer.

Você vai receber uma cópia deste papel com o telefone e o endereço de e-mail da professora/pesquisadora e pode conversar com ela sobre coisas da pesquisa quando quiser.

Ah, para que a professora saiba tudo o que aconteceu durante a pesquisa, as aulas que forem da pesquisa serão filmadas, aparecendo imagem e som do que está acontecendo na aula. Estes vídeos só serão vistos por mim, Juliane Dias Guillen e pela minha professora.



Celular: (16) 99192-9810

e-mail: julianeguillen@estudante.ufscar.br

✂-----

Eu entendi e quero participar da pesquisa

São Carlos, _____, de _____ de 2020.

Assinatura da criança