

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

RAPHAEL SAVERIO SPOZITO

**AVALIAÇÃO DE MODELOS DE REGRESSÃO NA ESTIMATIVA DA
FORÇA DE RUPTURA DE BLOCOS SOBRE QUATRO ESTACAS SOB PILARES
QUADRADOS E RETANGULARES EM DIFERENTES ESCALAS COM AUXÍLIO
DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA**

São Carlos

2026

RAPHAEL SAVERIO SPOZITO

**AVALIAÇÃO DE MODELOS DE REGRESSÃO NA ESTIMATIVA DA
FORÇA DE RUPTURA DE BLOCOS SOBRE QUATRO ESTACAS SOB
PILARES QUADRADOS E RETANGULARES EM DIFERENTES ESCALAS
COM AUXÍLIO DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de São Carlos, para obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Estruturas e Geotecnia

Orientador: Prof. Dr. Fernando Menezes de Almeida Filho

Coorientador: Prof. Dr. Rodrigo Gustavo Delalibera

São Carlos

2026



Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia

Defesa de Tese de Doutorado do candidato Raphael Saverio Spozito, realizada em 03/07/2026.

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Fernando Menezes de Almeida Filho (UFSCar)

Prof. Dr. Luiz Antônio Melgaço Nunes Branco (UFMG)

Prof. Dr. José Neres da Silva Filho (UFRN)

Prof. Dr. Leandro Mouta Trautwein (UNICAMP)

Prof. Dr. Marcelo de Araujo Ferreira (UFSCar)

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus pela oportunidade de trilhar bons caminhos.

Agradeço ao meu pai, José Saverio Spozito Junior, que partiu durante minha jornada de doutorado, mas cuja dedicação à minha educação tornou possível minha trajetória de sucesso. Obrigado, pai — sua falta é profunda e permanente. À minha mãe, Soeli Aparecida Ferreira Spozito, pelos ensinamentos e pela presença constante em minha formação — não apenas na infância, mas ao longo de toda a minha trajetória — possibilitando a realização deste trabalho.

Ao meu irmão Daniel Saverio Spozito, cuja importância em minha vida é imensa, agradeço pelos ensinamentos, pela dedicação e pela orientação constante à nossa família. Ao meu irmão Fábio Saverio Spozito, desejo-lhe força em sua caminhada pessoal.

À Maria Eduarda Renzi Spozito, minha sobrinha e filha de coração. Sua presença e carinho foram o combustível necessário para que eu vencesse os desafios desta jornada. Obrigado por tudo, te amo “baixinha”!

Agradeço às pessoas que são o meu verdadeiro porto seguro. À minha amada esposa, Kátia Rodrigues de Oliveira Spozito: obrigado por cuidar de nossa família e por ser a força que me inspira diariamente nos estudos e no trabalho. O seu amor e a sua dedicação foram o motor do meu crescimento pessoal e profissional. Ao meu querido filho, Leonardo de Oliveira Spozito: obrigado por iluminar a minha vida e por me dar o privilégio imensurável de ser seu pai. Todo esse esforço é por vocês. Te amo, meu filho!

Ao meu orientador, Prof. Dr. Fernando Menezes de Almeida Filho, manifesto minha admiração pela postura, pelas orientações e pelo apoio constante. Obrigado, Professor Fernando, por sua presença e pelas sábias palavras. Agradeço profundamente pela oportunidade concedida, confiança, paciência e ensinamentos.

Ao Prof. Dr. Rodrigo Gustavo Delalibera, coorientador desta Tese, agradeço a contribuição durante o desenvolvimento e conclusão deste trabalho. Ao Prof. Dr. André Luís Christoforo, registro minha gratidão pelas valiosas colaborações que enriqueceram esta pesquisa.

Agradeço às instituições acadêmicas IFSP e UFSCar, que proporcionaram as condições necessárias para a realização deste estudo.

SPOZITO, R. S. **Avaliação de modelos de regressão na estimativa da força de ruptura de blocos sobre quatro estacas sob pilares quadrados e retangulares em diferentes escalas com auxílio de simulação numérica.** 2026. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2026.

RESUMO

A estimativa da capacidade resistente de blocos de concreto sobre quatro estacas não possui consenso normativo, assim como a idealização da treliça em modelos de bielas e tirantes disponíveis na literatura, os quais são avaliados com modelos em escala reduzida e pilares de seção quadrada. Um modelo de regressão resulta em uma equação com termos calibrados a partir de um banco de dados, sendo uma metodologia já utilizada na literatura para outros elementos estruturais com o objetivo de obter valores de capacidade resistente. Diante disso, o objetivo deste trabalho foi elaborar equações, por meio de modelos de regressão, como uma alternativa para a estimativa da capacidade resistente de blocos sobre quatro estacas com base na geometria. Para isso, o estudo concentrou-se no levantamento de uma base de dados associada a simulações numéricas. Esses modelos numéricos foram extrapolados a partir de uma calibração efetuada com base nos registros da literatura, abrangendo pilares de seção quadrada e retangular e alturas úteis superiores às dos ensaios originais. A partir desses dados, elaboraram-se nove equações com diferentes interações de variáveis, todas com valores de R^2 superiores a 90%. Observou-se que, no caso de pilares com área transversal inferior a 50% da área total das estacas, ocorreu uma dispersão das estimativas em todas as equações, por causa do complexo fluxo de tensões na interface de contato entre o pilar e o bloco. Constatou-se também que o ganho de capacidade resistente associado ao alongamento de uma dimensão do pilar obedeceu a uma função quadrática. Dessa forma, apesar da maior dispersão para relações de área inferiores a 50%, os modelos de regressão mostraram-se uma alternativa eficaz e viável. Eles contornam as dificuldades de idealização da treliça debatidas na literatura e podem ser continuamente refinados mediante a incorporação de novos ensaios.

Palavras-chave: Análise estatística, blocos sobre quatro estacas, modelagem numérica, modelos de regressão, modelos de bielas e tirante, comportamento estrutural

SPOZITO, R. S. Evaluation of regression models for estimating the failure load of four-pile caps under square and rectangular columns at different scales using numerical simulation. 2026. Thesis (Ph.D. in Civil Engineering) – Federal University of São Carlos, São Carlos, 2026.

ABSTRACT

The prediction of the load-bearing capacity of four-pile concrete caps lacks normative consensus, as does the truss idealization in strut-and-tie models available in the literature, which are typically evaluated using small-scale models and square columns. A regression model results in an equation with terms calibrated from a database, a methodology already used in the literature for other structural elements to obtain load-bearing capacity values. Therefore, the objective of this study was to develop predictive equations, using regression models, as an alternative for determining the load-bearing capacity of four-pile caps based on their geometry. To this end, the study focused on compiling a database associated with numerical simulations. These numerical models were extrapolated from a calibration based on literature records, encompassing square and rectangular columns, as well as effective depths greater than those of the original experimental tests. From these data, nine equations with different variable interactions were developed, all showing R^2 values greater than 90%. It was observed that, for columns with a cross-sectional area of less than 50% of the total pile area, a dispersion in the predictions occurred across all equations due to the complex stress flow at the contact interface between the column and the pile cap. It was also found that the increase in load-bearing capacity associated with the elongation of one column dimension followed a quadratic function. Thus, despite the higher dispersion for area ratios below 50%, the regression models proved to be an effective and viable alternative. They bypass the truss idealization difficulties debated in literature and can be continuously refined by incorporating new experimental tests.

Keywords: Statistical analysis, four-pile caps, numerical modeling, regression models, strut-and-tie models, mechanical behavior

LISTA DE FIGURAS

Figura 1-1 - Exemplo de bloco sobre quatro estacas.....	1
Figura 1-2 - Publicação de artigos relacionados de bloco sobre estacas selecionados.....	6
Figura 1-3 - Matriz de estudos de bloco sobre estacas relacionados com país de origem, metodologia e número de estacas	7
Figura 1-4 - Evolução das publicações por categorias metodológicas.....	8
Figura 1-5 - Estudos relacionados em função do número de estacas	9
Figura 2-1 - Migração entre populações geradas pelo algoritmo de regressão simbólica	14
Figura 2-2 - Configuração de ensaios de (a) Blevót e Frémy (1967) e (b) Santos (2023)	15
Figura 2-3 - Esquema de ensaio dos programas experimentais de Suzuki et al. (1998, 1999, 2000, 2002).....	15
Figura 2-4 - Configurações de armaduras para os estudos de (a) Hoob e Stein (1957), (b) Mautoni (1972) e (c) Blévot e Frémy (1967)	19
Figura 2-5 - Disposição de armaduras de estacas em blocos de quatro estacas (a) paralelos aos lados e (b) nas diagonais com fissuras de flexão	19
Figura 2-6 - Mecanismos de falha da biela (a) pelo modelo de biela e tirantes e (b) ruptura na modelagem numérica.....	21
Figura 2-7 - Formas de consideração da seção do pilar para o cálculo da inclinação da biela, (a) seção quadrada equivalente, (b) seção retangular e (c) centro geométrico do pilar	23
Figura 2-8 - Ilustração do nó sujeito a tensões de (a) compressão e (b) compressão e tração desenvolvida pelas barras ancoradas do modelo de Schlaich e Schäfer (1991).....	37
Figura 2-9 - Definição do pilar fictício de áreas ampliadas	38
Figura 2-10 - Geometria da biela de Fusco. (a) Área ampliada (pilar fictício), (b) área da biela e (c) idealização da biela.....	38
Figura 2-11 - Valores limites de tensão nas regiões de biela e área ampliada	39
Figura 2-12 - Definição da profundidade “x” - método de Fusco (1995)	40
Figura 2-13 - Idealização da treliça do modelo de Souza et al. (2007) para forma e carregamento genérico.....	41

Figura 2-14 - Modos de ruptura de Melendez et al. (2019), (a) insuficiência da armadura, (b) esmagamento da biela nó superior e (c) fendilhamento após escoamento da armadura	46
Figura 2-15 - Modelo de biela e tirantes proposto por Santos (2023).....	48
Figura 3-1 - Fases do fluxo de trabalho da pesquisa	55
Figura 3-2 - Fluxo geral efetuado para calibração do CDP e definição do solucionador.....	58
Figura 3-3 - Geometria dos blocos sobre quatro estacas adotados para calibração de (a) Chan e Pho (2000) e (b) Suzuki, Otsuki e Tsubata (1998).....	59
Figura 3-4 - Modelos numéricos discretizados para calibração dos experimentos (a) “ <i>Pile Cap A</i> ” e (b) “BPC-3030”	61
Figura 3-5 - Modelos discretizados com malhas com dimensões de (a) 15, (b) 20, (c) 25, (d) 30 e (e) 40 milímetros	62
Figura 3-6 - Relação da tensão de tração uniaxial do concreto	64
Figura 3-7 - Modelos numéricos com malhas para os solucionadores (a) estático, (b) quase- estático, e (c) representação da armadura dos tirantes	65
Figura 3-8 - Dimensões do corpo de prova de Bloodworth; Cao; Xu (2012)	66
Figura 3-9 - Modelo numérico do corpo de prova “B4A4”	67
Figura 3-10 - Fluxo de trabalho das etapas para elaboração dos modelos de regressão	68
Figura 3-11 - Ilustração das dimensões para o cálculo de (a) “ ρ ” e (b) “%AP”	71
Figura 3-12 - Fluxo de trabalho para elaboração dos modelos de regressão.....	75
Figura 3-13 - Fluxo de trabalho para avaliação do comportamento mecânico de blocos sobre quatro estacas com pilares de seção retangular.....	78
Figura 3-14 - Parametrização geométrica da seção do pilar para os modelos numéricos	80
Figura 3-15 - Valores R_{PE} dos modelos numéricos com pilares de seção transversal quadradas e retangulares.....	83
Figura 3-16 - Sentidos das armaduras do tirante em relação as dimensões do pilar	86
Figura 3-17 - Ilustração da seção na região da zona nodal superior com área comprimida maior que 50% de f_{ck} para modelos de pilar de seção quadrada.....	87
Figura 3-18 - Ilustração da seção na região da zona nodal superior com área comprimida maior que 50% de f_{ck} para modelos de pilar de seção retangular	87
Figura 3-19 - Exemplo de medida de tensão de compressão atuante menor que 50% da resistência à compressão do concreto em pilar de seção quadrada	88

Figura 3-20 - Fluxo de trabalho para avaliação da proposta das regiões nodais superiores	89
Figura 4-1 - Análise prévia da sensibilidade da malha do modelo “ <i>Pile Cap A</i> ” para solucionadores (a) Abaqus®/ <i>Standard</i> e (b) Abaqus®/ <i>Explicit</i>	93
Figura 4-2 - Tempo de processamento dos modelos na análise de malha com comparação ente solucionadores.....	94
Figura 4-3 - Curvas de tensão e deformação do concreto de Spozito et al. (2024) para os modelos experimentais “BPC-3030” e “ <i>Pile Cap A</i> ”	95
Figura 4-4 - Influência na curva de força e deslocamento dos parâmetros (a) “ ψ ” e (b) “ μ ” do modelo de referência “ <i>Pile Cap A</i> ”, (c) curva experimental e (d) sobreposição das curvas.....	97
Figura 4-5 - Curvas de força e deslocamentos com a parametrização dos valores de “ σ_{csb} ” e de “ K_c ” para “ μ ” igual (a) 1×10^{-3} e (b) 1×10^{-4}	97
Figura 4-6 - Extrapolação de (a) “ ψ ” e (b) “ σ_{csb} ” e “ K_c ” para $\psi = 55^\circ$ em análise quase-estática	100
Figura 4-7 - Curvas força vs. deslocamento do modelo numérico referentes a “ <i>Pile Cap A</i> ” com ψ recalibrado.....	100
Figura 4-8 Curvas de força vs. deslocamento da parametrização de “ σ_{csb} ” e “ K_c ”... ..	101
Figura 4-9 - Custo computacional de solucionadores em função do parâmetro de viscosidade e dimensão da malha.....	102
Figura 4-10 - Curvas força vs. deslocamento da modelagem paramétrica em (a) análise estática e (b) análise quase-estática	103
Figura 4-12 - Curvas dos modelos experimentais e numéricos calibradas para (a) “ <i>Pile Cap A</i> ”, (b) “BPC 30-30” e (c) “B4A4”	106
Figura 5-1 - Histogramas de frequência das variáveis de 111 registros.....	110
Figura 5-2 Histogramas de frequência das variáveis de 51 registros com falha “S”....	111
Figura 5-3 Histogramas de frequência das variáveis de 60 registros com falha “Y+S”	111
Figura 5-4 Correlação das variáveis para F_{exp} banco de dados para ruptura “S” e “Y+S”	113
Figura 5-5 - Correlação das variáveis para F_{exp} banco de dados para ruptura “S”	113
Figura 5-6 - Correlação das variáveis para F_{exp} banco de dados para ruptura “Y+S” ..	114
Figura 5-7 - Correlação das variáveis para F_{exp} limitados a 2.500 kN	115

Figura 5-8 - Distribuição de rupturas e faixas de variáveis por programa experimental da base de dados	118
Figura 6-1 - Gráficos de (a) Normalidade de resíduos, (b) resíduos por ordem de observação e (c) gráfico de Pareto do modelo $F_{MR,01}$	126
Figura 6-2 - Gráficos de (a) Normalidade de resíduos, (b) resíduos por ordem de observação e (c) gráfico de Pareto do modelo $F_{MR,02}$	127
Figura 6-3 - Gráficos de (a) Normalidade de resíduos, (b) resíduos por ordem de observação e (c) gráfico de Pareto do modelo $F_{MR,03}$	128
Figura 6-4 - Gráficos de (a) Normalidade de resíduos, (b) resíduos por ordem de observação e (c) gráfico de Pareto do modelo $F_{MS,01}$	130
Figura 6-5 - Gráficos de (a) Normalidade de resíduos, (b) resíduos por ordem de observação e (c) gráfico de Pareto do modelo $F_{MS,02}$	131
Figura 6-6 - Gráficos de (a) Normalidade de resíduos, (b) resíduos por ordem de observação e (c) gráfico de Pareto do modelo $F_{MS,03}$	132
Figura 6-7 - Gráficos de (a) Normalidade de resíduos, (b) resíduos por ordem de observação e (c) gráfico de Pareto do modelo $F_{MY,01}$	133
Figura 6-8 - Gráficos de (a) Normalidade de resíduos, (b) resíduos por ordem de observação e (c) gráfico de Pareto do modelo $F_{MY,02}$	134
Figura 6-9 - Gráficos de (a) Normalidade de resíduos, (b) resíduos por ordem de observação e (c) gráfico de Pareto do modelo $F_{MY,03}$	135
Figura 6-10 - Análise de dispersão de resíduos por ordem de observação em função do modo de interação entre as variáveis para o modelo (a) $F_{MR,01}$, (b) $F_{MR,02}$, (c) $F_{MR,03}$, (d) $F_{MS,01}$, (e) $F_{MS,02}$, (f) $F_{MS,03}$, (g) $F_{MY,01}$, (h) $F_{MY,02}$ e (i) $F_{MY,03}$	136
Figura 6-11 - Curvas de tensão e deformação do concreto para (a) compressão, (b) tração e (c) da armadura, associadas aos modelos parametrizados	141
Figura 6-12 - Tensão da armadura dos tirantes para o instante de maior força na curva força vs. deslocamento do modelo numérico calibrado	143
Figura 6-13 Estimativas da capacidade resistente para equações de (a)(b)(c) modelo de regressão e (d) analíticos	147
Figura 6-14 - Disposição de armaduras do programa experimental de Sørensen, Hoang e Fernández Ruiz (2025)	147
Figura 6-15 – Resumo dos valores das estimativas dos modelos	148
Figura 6-16 - Dispersão dos resultados para as estimativas dos modelos com indicação de intervalo de 5-95% com modelo de ruptura (a) “S” e (b) “Y+S”	149

Figura 6-17 - Dispersão das estimativas para os modelos analíticos em função de “ ρ ”	151
Figura 6-18 Dispersão das estimativas para os modelos analíticos em função de $A_s, tie/de$	152
Figura 6-19. Dispersão das estimativas para os modelos analíticos em função de “d”	153
Figura 6-20 Dispersão das estimativas para os modelos analíticos em função de R_{PE}	154
Figura 7-1 - Estimativas de força de ruptura dos modelos numéricos de seção quadrada em função da métrica R_{PE}	158
Figura 7-2 - Estimativas de capacidade resistente dos modelos numéricos de seção quadrada em função do ângulo da biela setorizado	159
Figura 7-3 – Valores de ϕSR para os modelos de pilares de seção retangular	160
Figura 7-4 - Razão das estimativas dos modelos numéricos vs. Souza et al. (2009) ...	161
Figura 7-5 Razão das estimativas dos modelos numéricos vs. Boulifa et al. (2023)....	162
Figura 7-6 - Razão das estimativas dos modelos numéricos vs. Melendez et al. (2019)	162
Figura 7-7 - Razão das estimativas dos modelos numéricos vs. Blévot e Frémy (1967) com intervalo de razão de 0 até 2	163
Figura 7-8 - Razão das estimativas dos modelos numéricos vs. Blévot e Frémy (1967) com intervalo de razão de 0 até 5	163
Figura 7-9 – Razão das estimativas dos modelos numéricos vs. $F_{MR,02}$	164
Figura 7-10 - Razão das estimativas dos modelos numéricos vs. $F_{MR,03}$	164
Figura 7-11 - Valores de Média em função de R_{PE}	165
Figura 7-12 - Desvio padrão em função de R_{PE}	166
Figura 7-13 - Coeficiente de variação em função de “ R_{PE} ”	166
Figura 7-14 - Estimativas para modelos de maior altura útil com método de seção quadrada equivalente	169
Figura 7-15 - Tensão de compressão para tensão inferior ou igual a 15 MPa (vermelho) e superior de 15 MPa (azul) para modelos (a) com dimensão do pilar igual a 15×15 cm, (b) 25x25 cm, (c) 15x45 cm e (d) 25x45 cm	170
Figura 7-16 - Fluxo de tensões de compressão (S, Min, Principal), DAMAGEC, DAMAGET e SDEG no estágio correspondente à força de ruptura para seções de corte dos modelos (a)(b)(c)(d)(e) BM1 e (f)(g)(h)(i)(j) BM3	171

Figura 7-17 - Distribuição da tensão de compressão sobre a estaca para os modelos (a) BM1, (b) BM10, (c) BM19, (d) BM28, (e) BM3, (f) BM12, (g) BM14 e (h) BM30 ..	173
Figura 7-18 - Tensão de solicitação das armaduras dos modelos (a) BM1 – pilar de seção transversal quadrada - e (b) BM3 - pilar de seção transversal retangular	173
Figura 7-19 - Correlação do valor de C_{ca} e R_{PE} para os modelos numéricos	176
Figura 7-20 - Tensão de compressão da zona nodal superior (UNZ).....	177
Figura 7-21 - Tensão de compressão da zona nodal inferior (LNZ)	178
Figura 8-1 - Fluxo de tensão de compressão para pilares com valores de “ R_{PE} ” (a) menor que 50% e (b) maior que 50%	183
Figura 8-2 - Tensões atuantes nos modelos numéricos com e sem fator de correção de área nodal superior e respectivos valores de R_{PE}	185
Figura 8-3 - Valores da razão de características geométricas “ R_{PE} ” e “d”	185
Figura 8-4 - (a) Histograma de resíduos e (b) gráfico de distribuição de resíduos	187
Figura 8-5 - Relação entre “ R_{PE} ” o coeficiente “ $fac *$ ” e “ fac ”	188
Figura 8-6 - Razões das estimativas tensão de compressão atuante e limites para o programa experimental Blevót e Frémy (1967)	188
Figura 8-7 - Razões das estimativas de tensão de compressão atuante e limites do programa experimental de Clarke (1973).....	189
Figura 8-8 - Razões das estimativas de tensão de compressão atuante e limites para o programa experimental de Suzuki et al. (1996, 1999, 2000, 2002).....	189
Figura 8-9 - Razões das estimativas de tensão de compressão atuante e limites para o programa experimental de Sørensen, Hoang e Fernández Ruiz (2025)	189
Figura D-1 - Superfícies de escoamento (a) para tensões biaxiais segundo o modelo CDP e (b) para o plano desviatório; (c) ângulo hiperbólico, linear e de ângulo de dilatação no plano meridional	216

LISTA DE QUADROS

Quadro 2-1 - Uso de modelos de regressão para estimativa em elementos estruturais..	12
Quadro 2-2 - Características principais de modelos de biela e tirantes entre normas	51
Quadro 3-1 - Modelos numéricos processados e utilizados para respectivas fases do estudo.....	56
Quadro 3-2 - Modelos de regressão para força centrada em pilares de seção quadrada	73
Quadro H-1 - Resumo dos resultados das equações elaboradas com todos os registros da base de dados.....	227
Quadro H-2 - Resumo dos resultados das equações elaboradas com registros para ruptura sem escoamento da armadura da base de dados	228
Quadro H-3 - Resumo dos resultados das equações elaboradas com registros de ruptura da biela posterior ao escoamento da armadura da base de dados	229

LISTA DE TABELAS

Tabela 2-1 - Modos de análise e parâmetros empregados do CDP na literatura.....	30
Tabela 2-2 - Limites de resistências nodais aplicadas em modelos de bielas e tirantes.	32
Tabela 2-3 - Avaliação de modelos analíticos para estimativa de carga de ruptura.....	33
Tabela 2-4 - Coeficientes calibrados de Boulifa et al. (2023).....	49
Tabela 3-1 - Propriedades dos materiais adotados para calibração dos modelos numéricos	59
Tabela 3-2 - Parametrização das dimensões dos modelos numéricos para avaliação dos solucionadores.	66
Tabela 3-3 - Resultados de ensaios de blocos sobre quatro estacas de acordo com o modo de ruptura.....	69
Tabela 3-4 - Dimensões dos modelos numéricos processados para avaliação dos modelos de regressão com pilares de seção quadrada	77
Tabela 3-5 - Dimensões e área de armadura dos modelos parametrizados com pilar retangular a partir do modelo de Melendez <i>et al.</i> (2019)	81
Tabela 3-6 - Modelos numéricos para a avaliação do coeficiente em maior escala.....	85
Tabela 3-7 - Limites de tensões nodais superior e inferior.....	88
Tabela 3-8 - Conjunto de modelos numéricos analisados para elaboração do coeficiente de correção de área de compressão.....	90
Tabela 4-1 - Custo computacional com resultados da análise de malha	94
Tabela 4-2 - Capacidade resistente dos modelos numéricos com solucionador estático do “ <i>Pile Cap A</i> ” a partir da parametrização de “ σ_{csb} ” e “ K_c ”	98
Tabela 4-3 - Estimativas de forças de ruptura dos modelos numéricos com solucionador quase-estático do “ <i>Pile Cap A</i> ”	101
Tabela 4-4 - Estimativas de forças de ruptura dos modelos numéricos com ambos solucionadores do BPC 30-30	104
Tabela 4-5 - Estimativas das forças de ruptura modelos extrapolados geometricamente	105
Tabela 5-1 - Quantitativo de resultados da base de dados para o modelo de regressão	109
Tabela 5-2 – Valores de “%AP” e “RPE” para os registros da base de dados	117
Tabela 5-3 - Modos de ruptura distintos da estimativa de Melendez et al. (2019) aos registros da base de dados	119

Tabela 5-4 - Modos de ruptura distintos da estimativa de Boulifa et al. (2023) aos registros da base de dados	120
Tabela 5-5 - Modos de ruptura distintos da estimativa de Melendez et al. (2023) comparados aos registros da base de dados com equivalência dos modos de ruptura "S" e "Y+S"	121
Tabela 5-6 - Ruptura observadas vs. estimadas pelos modelos de Melendez et al. (2019) e Boulifa et al. (2023)	122
Tabela 6-1 - CP e <i>p-Value</i> das variáveis para F_{EXP} do modelo F_{MR_01}	124
Tabela 6-2 - CP e <i>p-Value</i> das variáveis para F_{EXP} do modelo F_{MS_01}	124
Tabela 6-3 - CP e <i>p-Value</i> das variáveis para F_{EXP} do modelo F_{MY_01}	124
Tabela 6-4 - Valores de R^2 , R_{ajust2} e R_{pred2} para equações com todos registros e <i>p-Value</i> do teste de normalidade	125
Tabela 6-5 - Modelo $F_{MR,01}$: <i>p-Value</i> dos termos da equação ajustada	126
Tabela 6-6 - Modelo $F_{MR,02}$: <i>p-Value</i> dos termos da equação ajustada	127
Tabela 6-7 - Modelo $F_{MR,03}$: <i>p-Value</i> dos termos da equação ajustada.	128
Tabela 6-8 - Valores de S , R^2 , R_{ajust2} e R_{pred2} para equações com ruptura "S" e <i>p-Value</i> do teste de normalidade	129
Tabela 6-9 - Modelo $F_{MS,01}$: <i>p-Value</i> dos termos da equação ajustada	130
Tabela 6-10 - Modelo $F_{MS,02}$: <i>p-Value</i> dos termos da equação ajustada	131
Tabela 6-11 - Modelo $F_{MS,03}$: <i>p-Value</i> dos termos da equação ajustada	132
Tabela 6-12 - Valores de R^2 , R_{ajust2} e R_{pred2} para equações com ruptura "Y+S" e <i>p-Value</i> do teste de normalidade	133
Tabela 6-13 - Modelo $F_{MY,01}$: <i>p-Value</i> dos termos da equação ajustada	134
Tabela 6-14 - Modelo $F_{MY,02}$: <i>p-Value</i> dos termos da equação ajustada	135
Tabela 6-15 - Modelo $F_{MY,03}$: <i>p-Value</i> dos termos da equação ajustada	136
Tabela 6-16 - Interações das variáveis nas equações dos modelos de regressão	137
Tabela 6-17 - Razão das forças estimadas pelas forças experimentais das equações dos modelos de regressão e modelos analíticos da literatura	139
Tabela 6-18 - Registros com diferenças drásticas de resultados na avaliação da base de dados	139
Tabela 6-19 - Estimativas de capacidade resistente com o uso de modelos analíticos da literatura	141
Tabela 6-20 - Estimativas das forças de ruptura para os modelos numéricos	142

Tabela 6-21 - Principais características dos modelos de Santos (2023) para avaliação de estimativas das equações obtidas por modelos de regressão	144
Tabela 6-22 - Razão da capacidade resistente estimadas e força de ruptura para o programa experimental de Santos (2023).....	145
Tabela 6-23 - Modelos de Sørensen, Hoang e Fernández Ruiz (2025).....	145
Tabela 6-24 - Razão da capacidade resistente estimadas e força de ruptura para o programa experimental de Sørensen; Hoang; Fernández Ruiz (2025).....	146
Tabela 6-25 - Valores médios, desvio padrão e CV de estimativas para modos de ruptura "S" e "Y+S"	149
Tabela 7-1 - Resultados dos modelos numéricos de pilares com seção quadrada	157
Tabela 7-2 - Valores estatísticos das estimativas de forças de ruptura com a proposta de seção equivalente e uso do coeficiente ϕSR	161
Tabela 7-3 -Valores estatísticos em função de R_{PE}	165
Tabela 7-4 - Valores previstos para modelos analíticos para blocos sobre 4 quatro estacas com pilares de seção retangulares em maior escala	168
Tabela 7-5 - Média, desvio padrão e coeficiente de variação das forças nos tirantes obtidos pelos modelos numéricos sobre valores de estimativa dos modelos analíticos.....	175
Tabela 7-6 - Coeficientes de correção de áreas em função de $\sigma_c \geq 0,5 \cdot f_{ck}$	175
Tabela 7-7 - Valores de Média, DP e CV das razões de tensão limite e atuante.....	179
Tabela 8-1 - Métricas de desempenho da Equação (8-1) para cálculo do coeficiente .	187
Tabela 8-2 - Valores de Média, desvio padrão (DP) e coeficiente de variação (CV) referente aos limites de tensão nodal superior	190
Tabela A-1 - Síntese dos trabalhos da revisão bibliográfica	198
Tabela B-1 - Resumo das propostas com base em modelos analíticos da literatura para estimativa da força de ruptura	206
Tabela C-1 - Base de dados dos resultados de ensaios em bloco sobre quatro estacas	208
Tabela E-1 - Análise da altura útil (d) pelo teste de Tukey ("S" e "Y+S").....	218
Tabela E-2 - Análise da altura útil (d) pelo teste de Tukey ("S")	218
Tabela E-3 - Análise da altura útil da laje (d) pelo teste de Tukey ("Y + S").....	218
Tabela E-4 - Análise do espaçamento entre estacas ("e") pelo teste de Tukey ("S" e "Y+S").....	219
Tabela E-5 - Análise do espaçamento entre estacas ("e") pelo teste de Tukey ("S") ..	219
Tabela E-6 - Análise do espaçamento entre estacas ("e") pelo teste de Tukey ("Y + S")	219

Tabela E-7 - Análise da relação “e/d” pelo teste de Tukey (“S” e “Y+S”).....	220
Tabela E-8 - Análise da relação “e/d” pelo teste de Tukey (“S”).....	220
Tabela E-9 - Análise da relação “e/d” pelo teste de Tukey (“Y+S”)	220
Tabela E-10 - Análise da dimensão do pilar “b _p ” pelo teste de Tukey (“S” e “Y+S”)	221
Tabela E-11 - Análise da dimensão do pilar “b _p ” pelo teste de Tukey (“S”).....	221
Tabela E-12 - Análise da dimensão do pilar “b _p ” pelo teste de Tukey (“Y+S”)	221
Tabela E-13 - Análise da resistência à compressão “f _c ” pelo teste de Tukey (“S” e “Y+S”)	221
Tabela E-14 - Análise da resistência à compressão “f _c ” pelo teste de Tukey (“S”)	222
Tabela E-15 - Análise da resistência à compressão “f _c ” pelo teste de Tukey (“Y + S”)	222
Tabela E-16 - Análise da resistência à compressão “A _{s,tie} /d _e ” pelo teste de Tukey (“S” e “Y+S”).....	222
Tabela E-17 - Análise da resistência à compressão “A _{s,tie} /d _e ” pelo teste de Tukey (“S”)	223
Tabela E-18 - Análise da resistência à compressão “A _{s,tie} /d _e ” pelo teste de Tukey (“Y+S”)	223
Tabela E-19 Análise da resistência à compressão “d _e ” pelo teste de Tukey (“S” e “Y+S”)	223
Tabela E-20 - Análise da resistência à compressão “d _e ” pelo teste de Tukey (“S”)	223
Tabela E-21 - Análise da resistência à compressão “d _e ” pelo teste de Tukey (“Y+S”)	223
Tabela F-1 - Resultados das forças estimadas por meio das equações obtidas pelos modelos de regressão.....	224
Tabela G-1 - Resumo estatísticos dos modelos de regressão dos modelos da Série “A”	226
Tabela I-1 - Estimativas de forças de ruptura dos modelos analíticos e modelos de regressão com coeficiente de ajuste para pilares de seção retangular	230
Tabela J-1 - Tensão obtidas nos modelos numéricos com os índices de correlação com modelos analíticos	234
Tabela K-1 - Conjunto de modelos numéricos analisados para elaboração do coeficiente de correção de área de compressão.....	236

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
1.1. OBJETIVOS.....	4
1.2. REVISÃO DA LITERATURA	6
1.3. JUSTIFICATIVA.....	9
1.4. DESCRIÇÃO DOS CAPÍTULOS.....	10
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	11
2.1. MODELOS DE REGRESSÃO PARA ELEMENTOS ESTRUTURAIS	11
2.1.1. Modelos de regressão simbólica	13
2.2. TÓPICOS DA REVISÃO DA LITERATURA	14
2.2.1. Padronização dos ensaios	14
2.2.2. Distribuição das tensões de compressão	16
2.2.3. Arranjo das armaduras	18
2.2.4. Modo de ruptura de blocos sobre estacas	20
2.2.5. Influência do tipo de seção dos pilares no comportamento mecânico	22
2.2.6. Carregamentos horizontais ou excêntricos em blocos sobre estacas	24
2.2.7. Efeito de escala em blocos de concreto sobre estacas	25
2.2.8. Influência do solo no comportamento mecânico	26
2.2.9. Resistência à tração do concreto	27
2.2.10. Modelagem numérica para simulação de blocos sobre estacas	28
2.2.11. Tensões limites das zonas nodais.....	31
2.2.12. Estimativa da carga de ruptura para bloco sobre quatro estacas por modelos analíticos	32
2.3. MODELOS PARA ESTIMATIVA DE FORÇA DE RUPTURA	34
2.3.1. Modelo de Blévot e Frémy (1967)	35
2.3.2. Modelo de Schlaich & Schäfer (1991)	36
2.3.3. Modelo de Fusco (1995)	37
2.3.4. Modelo de Adebar e Zhou (1996).....	40
2.3.5. Modelo de Souza et al. (2007).....	41
2.3.6. Modelo de Park, Kuchma e Souza (2008)	41
2.3.7. Modelo de Souza et al. (2009).....	42
2.3.8. Modelo de Jensen e Hoang (2012).....	43
2.3.9. Modelo de Guo (2015).....	43
2.3.10. Modelo de Araújo (2016)	44
2.3.11. Modelo de Chetchotisak, Yindeesuk e Teerawong (2017)	44
2.3.12. Modelo de Melendez et al. (2019).....	45
2.3.13. Modelo de Dey e Karthik (2019)	46

2.3.14. Modelo de Yun, Chae e Ramirez (2019).....	46
2.3.15. Modelo de Mogili e Hwang (2021)	47
2.3.16. Modelo de Santos (2023).....	47
2.3.17. Modelo de Boulifa et al. (2023).....	48
2.3.18. Modelo de Kim et al. (2025)	49
2.4. NORMAS TÉCNICAS	50
2.5. CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO	52
3. METODOLOGIA	55
3.1. REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA (FASE 01)	57
3.2. CALIBRAÇÃO DA SIMULAÇÃO NUMÉRICA (FASE 02).....	58
3.2.1. Características dos modelos base e materiais	59
3.2.2. Características da discretização numérica.....	60
3.2.3. Análise de solucionadores para calibração dos modelos numéricos	62
3.2.4. Curvas de tensão x deformação	63
3.2.5. Avaliação dos parâmetros calibrados para simulação numérica entre solucionares estático e quase-estático	65
3.2.6. Modelo experimental com pilar de seção transversal retangular	66
3.3. EQUAÇÕES OBTIDAS A PARTIR DA BASE DE DADOS COM FORÇA CENTRADA E PILAR DE SEÇÃO TRANSVERSAL QUADRADA (FASE 03)	67
3.3.1. Base de dados e variáveis dos modelos	68
3.3.2. Modelos de regressão	71
3.3.3. Avaliação estatística das estimativas da capacidade resistente	75
3.3.3.1. Avaliação com a base de dados experimental	76
3.3.3.2. Avaliação com uso de simulação numérica	77
3.3.3.3. Avaliação com resultados de programas experimentais recentes	78
3.4. COEFICIENTE DE AJUSTE PARA BLOCOS COM PILARES DE SEÇÃO RETANGULAR (FASE 04)	78
3.4.1. Parametrização geométrica dos modelos numéricos.....	79
3.4.2. Obtenção do coeficiente ϕ_{SR}	83
3.4.2.1. Avaliação em modelos de escala real	84
3.4.3. Fluxo de tensões dos modelos numéricos	85
3.4.4. Obtenção do coeficiente C_{ca}	86
3.5. BLOCOS COM PILAR DE SEÇÃO QUADRADA (FASE 05)	89
3.5.1. Características dos modelos numéricos.....	89
3.5.1. Definição dos valores de f_{ac}^*	91
3.5.2. Modelo proposto para avaliação da resistência da zona nodal superior	91
3.5.3. Fluxo de tensões de compressão e tração	92
3.5.4. Regressão simbólica para o coeficiente f_{ac}	92

4. CALIBRAÇÃO DA SIMULAÇÃO NUMÉRICA.....	93
4.1. CALIBRAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO “ <i>PILE CAP A</i> ”	93
4.1.1. Análise de malha e curvas de força e deslocamento	93
4.1.2. Solucionar estático (Abaqus®/Standard).....	96
4.1.2.1. Calibração dos parâmetros ψ e μ do CDP	96
4.1.3. Solucionar quase-estático (Abaqus®/Explicit)	99
4.1.4. Custo computacional solucionador Estático e Quase-Estático.....	102
4.2. CALIBRAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO “BPC 30-30”	103
4.3. ANÁLISE DOS SOLUCIONADORES PARA MODELOS NUMÉRICOS EXTRAPOLADOS.....	105
4.4. RESULTADOS DA CURVA DE FORÇA <i>VS.</i> DESLOCAMENTO DA CALIBRAÇÃO.....	105
4.5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	106
5. BASE DE DADOS E VARIÁVEIS	109
5.1. CORRELAÇÃO LINEAR DAS VARIÁVEIS COM A FORÇA DE RUPTURA.....	109
5.1.1. Teste de Tukey.....	116
5.2. DISTRIBUIÇÃO DOS INTERVALOS DE VALORES DAS VARIÁVEIS POR PROGRAMA EXPERIMENTAL	116
5.3. ANÁLISE DOS MODOS DE RUPTURA OBSERVADOS E ESTIMADOS POR MODELOS ANALÍTICOS	118
5.4. CONSIDERAÇÕES FINAIS	122
6. ELABORAÇÃO DOS MODELOS DE REGRESSÃO	124
6.1. MODELOS F_{MR} – RUPTURA “S” + “Y + S”	125
6.2. MODELOS F_{MS} – RUPTURA “S”.....	129
6.3. MODELOS F_{MY} – RUPTURA “Y + S”.....	132
6.4. CARACTERÍSTICAS GERAIS DAS EQUAÇÕES DOS MODELOS DE REGRESSÃO	136
6.5. AVALIAÇÃO DA MÉDIA E DISPERSÃO DAS ESTIMATIVAS OBTIDAS POR MEIO DOS MODELOS DE REGRESSÃO	138
6.5.1. Avaliação com a base de dados com registros da literatura	138
6.5.2. Avaliação com base de dados de modelos numéricos.....	140
6.5.3. Avaliação com resultados de programas experimentais ausentes na base de dados.....	144
6.5.3.1. Programa experimental de Santos (2023)	144
6.5.3.2. Programa experimental de Sørensen, Hoang e Fernández Ruiz (2025).....	145
6.5.4. Valores estatísticos das estimativas sobre a força de ruptura para os programas experimentais	148

6.6. INFLUÊNCIA DO ESCOAMENTO DA ARMADURA NAS ESTIMATIVAS DE FORÇAS DE RUPTURA DA BIELA	149
6.7. AVALIAÇÃO DAS ESTIMATIVAS RESPEITANDO CRITÉRIOS DE PROJETO.....	150
6.8. CONSIDERAÇÕES FINAIS	155
7. BLOCOS SOB PILARES DE SEÇÃO RETANGULAR	157
7.1. AVALIAÇÃO INICIAL DOS MODELOS NUMÉRICOS COM PILARES DE SEÇÃO QUADRADA	157
7.2. DEFINIÇÃO DO COEFICIENTE ϕ_{SR}	160
7.3. AVALIAÇÃO DA ESTIMATIVA DA CAPACIDADE RESISTENTE PARA BLOCOS COM SEÇÃO RETANGULAR.....	160
7.3.1. Avaliação para modelos em larga escala.....	167
7.4. AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO	169
7.4.1. Fluxo das tensões de compressão	170
7.4.1.1. Tensão de compressão na região bloco x pilar.....	170
7.4.1.2. Análise do fluxo de tensões de compressão na ruptura dos modelos numéricos	171
7.4.1.3. Concentração de tensões de compressão na região nodal inferior.....	172
7.4.2. Tensões atuantes nos tirantes dos modelos com pilares de seção transversal quadrada e retangular	173
7.5. ANÁLISE DAS TENSÕES NODAIS	175
7.6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	179
8. ANÁLISE DA REGIÃO NODAL COM PILAR DE SEÇÃO QUADRADA	183
8.1. ANÁLISE DO FLUXO DE TENSÕES NA ZONA NODAL SUPERIOR	183
8.2. REGRESSÃO SIMBÓLICA E ANÁLISE DE RESÍDUOS	186
8.3. ESTIMATIVAS DA TENSÃO DE COMPRESSÃO NODAL SUPERIOR COM EMPREGO DO f_{ac}	187
8.4. CONSIDERAÇÕES FINAIS	191
9. CONCLUSÃO	193
9.1. PROPOSTAS PARA PESQUISAS FUTURAS	196
APÊNDICE A	198
APÊNDICE B	206
APÊNDICE C	208

APÊNDICE D	215
APÊNDICE E	218
APÊNDICE F.....	224
APÊNDICE G.....	226
APÊNDICE H.....	227
APÊNDICE I.....	230
APÊNDICE J	234
APÊNDICE K.....	236
REFERÊNCIAS	238

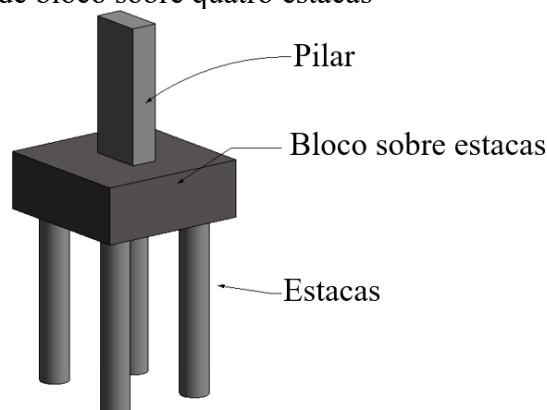
1. INTRODUÇÃO

Blocos de concreto sobre estacas são elementos de transição de forças da superestrutura para as estacas de fundação. A literatura técnica oferece importantes referências sobre o comportamento mecânico destes elementos, com estudos que detalham a disposição de armaduras e os modos de ruptura.

O dimensionamento de blocos sobre estacas não possui consenso, sendo possível citar as normas ABNT NBR 6118 (2026), ACI 318 (2024) e a Eurocode (2023); no entanto, essas diretrizes recomendam o uso de modelos de bielas e tirantes (STM – *Strut and Tie Model*) para blocos caracterizados como elementos rígidos. Apesar de o STM simplificar o comportamento estrutural em fluxos de tensão de compressão e tração, essa metodologia possui melhor acurácia quando empregada para estimativas da força de ruptura destes elementos (Adebar; Kuchma; Collins, 1990; Bloodworth; Jackson; Lee, 2003; Clarke, 1973; Mogili; Hwang, 2021).

Blocos de concreto sobre quatro estacas (Figura 1-1), são elementos amplamente empregados em edifícios de médio e grande porte, com pilares que possuem seções transversais quadradas ou retangulares. Adicionalmente, a idealização da treliça STM nesses elementos tem a particularidade de uma configuração tridimensional.

Figura 1-1 - Exemplo de bloco sobre quatro estacas



Fonte: O autor (2026)

Apesar dos avanços em modelos analíticos e da crescente compreensão do comportamento mecânico dos blocos de concreto sobre estacas, a literatura possui ampla

discussão sobre os limites de resistência das regiões nodais (Chetchotisak; Teerawong, 2019; Delalibera et al., 2020, 2023; Yun et al., 2019).

A proposição de modelos STM para estimativas da força de ruptura em blocos sobre estacas tem sido, tradicionalmente, realizada com resultados obtidos em estudos experimentais, podendo destacar: Clarke (1973) - 15 blocos sobre 4 estacas; Adebar, Kuchma e Collins (1990) - 5 blocos com assimetria da distância entre estacas nas duas direções; Suzuki, Otsuki e Tsubata (1998, 1999), Suzuki, Otsuki e Tsuchiya (2000) e Suzuki e Otsuki (2002) - 94 blocos sobre quatro estacas; dentre outros (Cao, 2009; Sabnis; Gogate, 1984). Exceto pelo programa experimental de Cao (2009), a totalidade destes ensaios utilizam pilares de seção transversal quadrada, restringindo a investigação para a compreensão e aplicabilidade dos modelos analíticos propostos para outras geometrias, além da limitação de grande parte dos resultados serem obtidos em escala reduzida.

Para o caso de pilares de seção retangular, Blévoit e Frémy (1967) recomendaram a utilização da menor dimensão em seu modelo, o que resulta em estimativas conservadoras para as forças de ruptura em acordo com algumas avaliações na literatura e, conforme já exposto, a literatura não possui avaliações para essa condição em modelos físicos. Outra prática comum em escritórios de engenharia é a simplificação de seções retangulares para seções quadrada com área equivalente (TQS, 2023), abordagem que tende a ser conservadora (Oliveira; Barros; Giongo, 2014; Souza et al., 2020).

A ABNT NBR 6118 (2014) estabeleceu os limites de resistência para as zonas nodais e suas respectivas definições e que foram mantidas na versão de 2026, embora não forneça diretrizes detalhadas para a idealização da treliça ou para o dimensionamento das áreas de compressão. A aplicação direta desses parâmetros normativos ao modelo de Blévoit e Frémy (1967) demonstrou que os resultados não atendiam às exigências quando confrontados com as premissas dos limites inicialmente definidos (Kimura et al., 2023). Tal cenário evidencia a falta de padronização quanto à idealização da treliça e aos limites das zonas nodais para o emprego em modelos STM para o dimensionamento de blocos sobre estacas, o que fomenta incertezas no meio técnico acerca da metodologia mais adequada para o dimensionamento de blocos sobre estacas.

Devido às dificuldades inerentes para realizar ensaios laboratoriais em blocos de concreto sobre estacas, o uso de modelos numéricos para simulação do comportamento mecânico é uma alternativa para analisar estes elementos sendo utilizado em diversos estudos (Basha et al., 2023; Buttignol; Almeida, 2013; Delalibera; Sousa, 2021;

Gonçalves; Delalibera; De Oliveira Filho, 2022; Oliveira; Barros; Giongo, 2014). Apesar da viabilidade desta metodologia, algumas investigações ainda são necessárias para minimizar efeitos decorrentes da idealização do comportamento dos materiais e das condições de contorno (Luchesi et al., 2022; Meléndez; Miguel, 2018).

Neste contexto, a presente pesquisa foi conduzida em duas vertentes. A primeira refere-se à avaliação da modelagem numérica mediante o uso do modelo constitutivo CDP (*Concrete Damage Plasticity*) para blocos sobre quatro estacas, com a análise dos parâmetros de calibração para distintos modos de falha — com e sem escoamento da armadura. Essa avaliação justifica-se pela necessidade de aprofundar o conhecimento sobre o emprego da modelagem numérica em blocos de concreto, sendo que esta metodologia foi utilizada para a análise do comportamento mecânico e geração da base de dados a partir de extrapolações geométricas.

A segunda vertente, objetivo principal deste trabalho, foi a avaliação do emprego de modelos de regressão para estimativa da força de ruptura de blocos de concreto sobre quatro estacas, considerando os efeitos da geometria do bloco (altura útil e espaçamento entre estacas) e da seção transversal do pilar (quadradas e retangulares), motivada pelas dificuldades recorrentes na definição da forma das bielas e dos limites de resistência das zonas nodais, além de ser justificada pela simplificação de uso em escritórios de engenharia.

A escolha pelo uso de modelos de regressão para derivar uma equação justifica-se pela aplicação bem-sucedida dessa metodologia na estimativa da força de ruptura em elementos estruturais, resultando em equações simplificadas com bom desempenho preditivo (Chetchotisak; Teerawong; Yindeesuk, 2015; Henedy et al., 2022; Hosseinpour; Moghbeli; Sharifi, 2021; Ioannou et al., 2025; Lanini, 2021; Megahed, 2024; Tariq et al., 2021), além de êxito na estimativa de parâmetros de resistência do concreto à compressão (Jin; Chen; Soboyejo, 2018; Najim, 2017).

Para blocos sobre estacas, a literatura ainda não possui estudos que avaliem o emprego de equações de regressão especificamente para blocos sobre quatro estacas. Estudos foram realizados para blocos sobre duas estacas, como os de Aziz, Saib e Abdul-Hameed (2016), que demonstraram a viabilidade de modelos de regressão não linear, resultando em modelos com menor conservadorismo quando comparados a normas da época.

Três modelos de regressão foram avaliados neste estudo: (i) modelo de regressão para cargas centradas em blocos sob pilares de seção quadrada, utilizando dados da

literatura técnica; (ii) modelo de regressão para blocos sob pilares de seção retangular, fundamentado em dados gerados por modelos numéricos; e (iii) modelo de regressão para o ajuste da área de compressão da zona nodal superior, por meio da análise de tensões em modelos numéricos e validação frente à base de dados da literatura técnica. Em todos os casos, verificou-se a viabilidade de tais modelos; contudo, foram identificadas restrições de aplicabilidade que podem estar relacionadas às proporções geométricas entre as áreas das seções do pilar e das estacas.

Adicionalmente, o estudo também abordou a avaliação destes modelos de regressão em modelos analíticos da literatura, com o intuito de extrapolar os limites de avaliação em pilares de seção quadrada da literatura. Dessa forma, a pesquisa busca não apenas preencher a lacuna teórica sobre o comportamento tridimensional e o efeito de forma do pilar em blocos sobre quatro estacas, mas também de fornecer equações preditivas que auxiliem na avaliação estrutural. Esta pesquisa se caracterizou pelo levantamento de base de dados de ensaios, simulações numéricas para extrapolação geométrica e um estudo estatístico para avaliar a precisão das equações propostas.

1.1. OBJETIVOS

Este estudo teve como objetivo propor modelos de regressão para estimativa da força de ruptura de blocos sobre quatro estacas sob pilares de seções transversais quadradas e retangulares, além do uso destas equações com o intuito de extrapolar resultados de modelos analíticos da literatura para pilares com seção transversal retangular. Desta forma, esta pesquisa se caracterizou pelo levantamento de base de dados de ensaios, simulações numéricas para extrapolação geométrica e um estudo estatístico para avaliar a precisão das equações propostas.

Em relação aos objetivos específicos, destacam-se:

- a) Investigar o estado da arte sobre blocos de concreto sobre quatro estacas por meio de análise crítica da literatura;
- b) Propor uma metodologia de modelagem numérica, com parâmetros calibrados do modelo constitutivo *Concrete Damage Plasticity* (CDP), para a estimativa da capacidade resistente da biela, a fim de viabilizar:
 - b.1) Realizar um estudo paramétrico com relação a geometria do bloco para pilares de seção quadrada e retangular;

- b.2) Avaliar o fluxo de tensões de compressão nas regiões nodais superior e inferior, e comparar com as estimativas da literatura e os modelos propostos.
- c) Elaborar modelos de regressão com base nos resultados da literatura para estimativa da capacidade resistente de blocos de concreto sobre quatro estacas para a ruptura da biela com pilares de seção transversal quadrada, estratificando o modo de ruptura, além da consideração de variáveis com interação linear, quadrática e com interação entre elas;
 - d) Analisar as tensões nodais da zona nodal superior para blocos com pilares de seção transversal retangular por meio de valores de um coeficiente de correção de área (" C_{ca} "), dado em função do comportamento do fluxo de tensão de compressão;
 - e) Desenvolver um coeficiente de correção, obtido por equação a partir de um modelo de regressão para blocos sob pilares de seção retangular (" ϕ_{SR} "), avaliando a possibilidade de extrapolação de resultados obtidos com pilares de seção quadrada ao considerar a menor dimensão do pilar;
 - f) Formular um coeficiente de correção de área para a seção nodal superior (" f_{ac} "), por equação obtida de um modelo de regressão, para o ajuste do modelo proposto por Blévyot e Frémy (1967), visando minimizar a dispersão das estimativas de capacidade resistente; e
 - g) Avaliar os resultados obtidos pelas equações obtidas por modelos de regressão, juntamente com modelos analíticos da literatura técnica, identificando os limites em relação às geometrias do bloco e do pilar.

Desta forma, pretende-se com este trabalho contribuir para o avanço no estudo de blocos de concreto sobre quatro estacas, por meio da proposição de equações de regressão para a estimativa da capacidade portante e da análise de coeficientes derivados dos resultados numéricos. Ao avaliar o comportamento mecânico desses elementos, buscou-se identificar os efeitos de forma que influenciam a dispersão das estimativas matemáticas após a sua calibração com pilares de seção transversal quadrada e retangular.

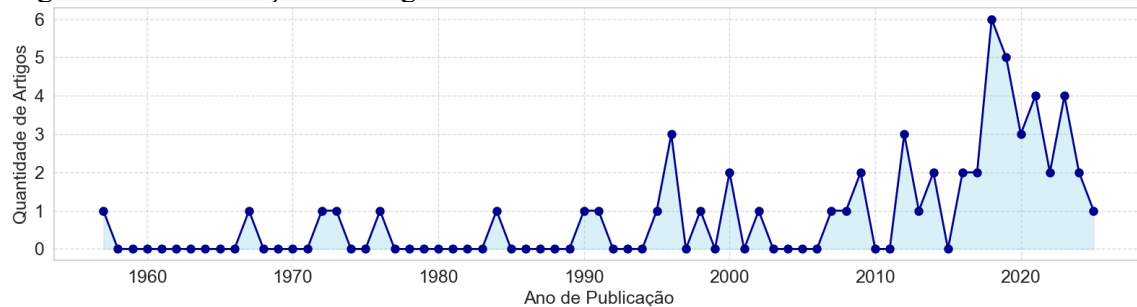
Para viabilizar essa etapa da análise do comportamento mecânico, a pesquisa fundamentou-se no emprego de modelos numéricos devidamente calibrados, capazes de fornecer resultados com alta correlação com a resposta estrutural física, avaliando o emprego de solucionadores estáticos e quase-estáticos, justificado pela necessidade de

realizar a extrapolação geométrica com pilares de seção transversal retangular, configuração escassa na literatura. Adicionalmente, confrontou-se a capacidade resistente estimada com os modelos analíticos disponíveis na literatura, permitindo correlacionar a dispersão dos resultados à análise do fluxo de tensões observada computacionalmente.

1.2. REVISÃO DA LITERATURA

Os artigos selecionados na revisão da literatura (tópico 3.1) permitiu uma análise quantitativa da produção científica (Figura 1-2), resumidos na Tabela A-1 do APÊNDICE A (pg. 198), que contém as características dos estudos em relação ao número de estacas, país de publicação e da instituição de origem da referida publicação e resumo da investigação.

Figura 1-2 - Publicação de artigos relacionados de bloco sobre estacas selecionados

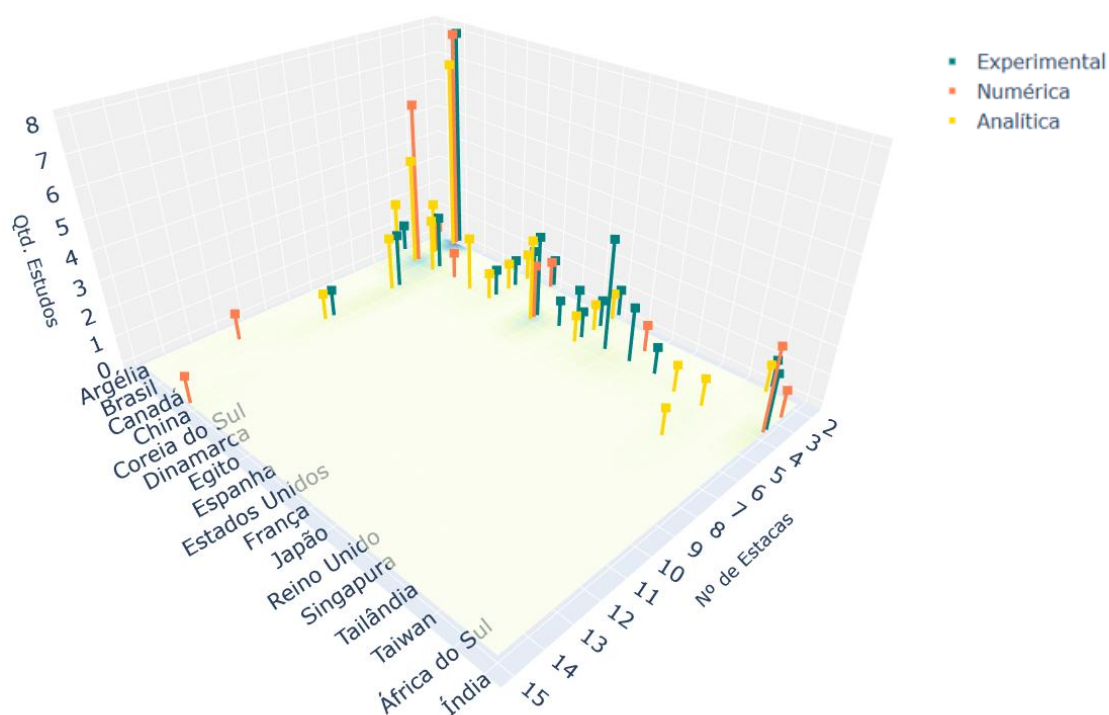


Fonte: O autor (2026).

A análise temporal da base de dados revela uma escassez de estudos até o final da década de 1990, período caracterizado por pesquisas esporádicas. A partir dos anos 2000, no entanto, observa-se um crescimento no volume de artigos, resultando picos acentuados de produção na última década. Esse adensamento literário recente evidência que a compreensão aprofundada do comportamento mecânico desses elementos tornou-se uma preocupação proeminente e atual no meio acadêmico, impulsionada pela necessidade premente de aprimorar metodologias de análise e preencher lacunas históricas de dimensionamento.

A Figura 1-3 ilustra uma matriz de distribuição dos estudos, correlacionando a origem geográfica das instituições, o número de estacas e as metodologias adotadas.

Figura 1-3 - Matriz de estudos de bloco sobre estacas relacionados com país de origem, metodologia e número de estacas



Fonte: O autor (2026).

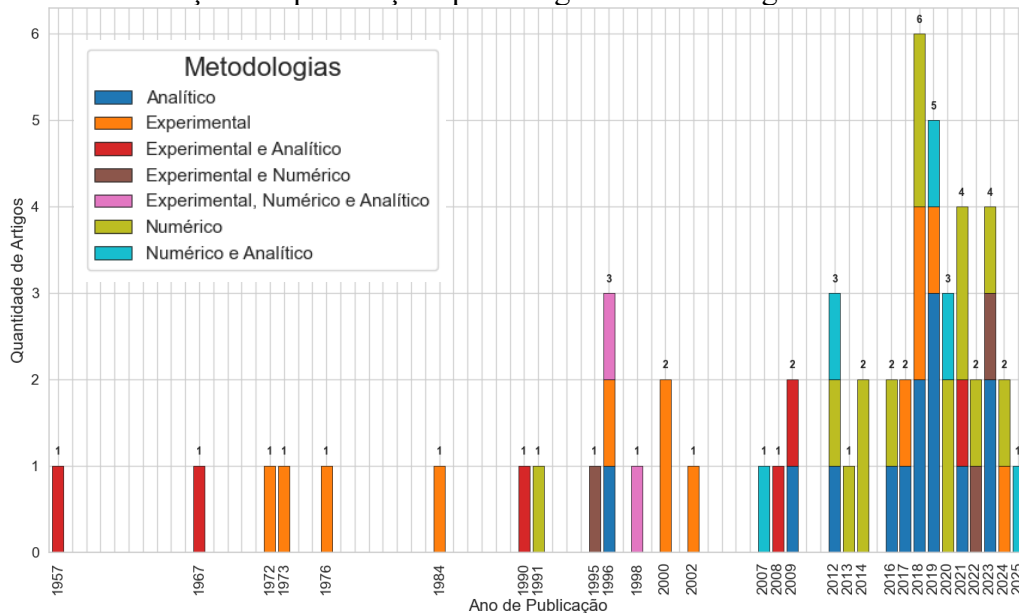
A análise da distribuição global revela uma concentração de pesquisas voltadas a blocos apoiados sobre duas a quatro estacas. Nesse cenário, destaca-se a produção científica brasileira, dedicada a blocos sobre duas e quatro estacas. Nota-se também a participação relevante de países como China e Estados Unidos nessa mesma faixa geométrica. Em contrapartida, o levantamento evidencia uma lacuna significativa na literatura mundial para fundações de maior porte: à medida que o número de estacas aumenta (variando de seis a quinze), a quantidade de estudos decai drasticamente, tornando raras as investigações para essas configurações tridimensionais mais complexas.

A Figura 1-4 ilustra a evolução temporal das publicações científicas selecionadas, categorizadas conforme a abordagem metodológica empregada para a análise do comportamento estrutural dos blocos de fundação.

A análise da evolução temporal por categorias metodológicas (Figura 1-4) evidencia a transição na abordagem das pesquisas. Os primeiros registros literários (entre 1957 e 2002) baseavam-se de forma majoritária em investigações experimentais. Contudo, observa-se que o aumento de artigos a partir da década de 2010 foi impulsionado quase que exclusivamente por grande parte por estudos numéricos e

analíticos. Essa baixa frequência de pesquisas experimentais reflete a complexidade, as limitações de escala e o alto custo inerentes à prototipagem de blocos em laboratório, o que reforça e justifica a necessidade crescente do uso de simulações numéricas avançadas para suprir as lacunas da literatura.

Figura 1-4 - Evolução das publicações por categorias metodológicas



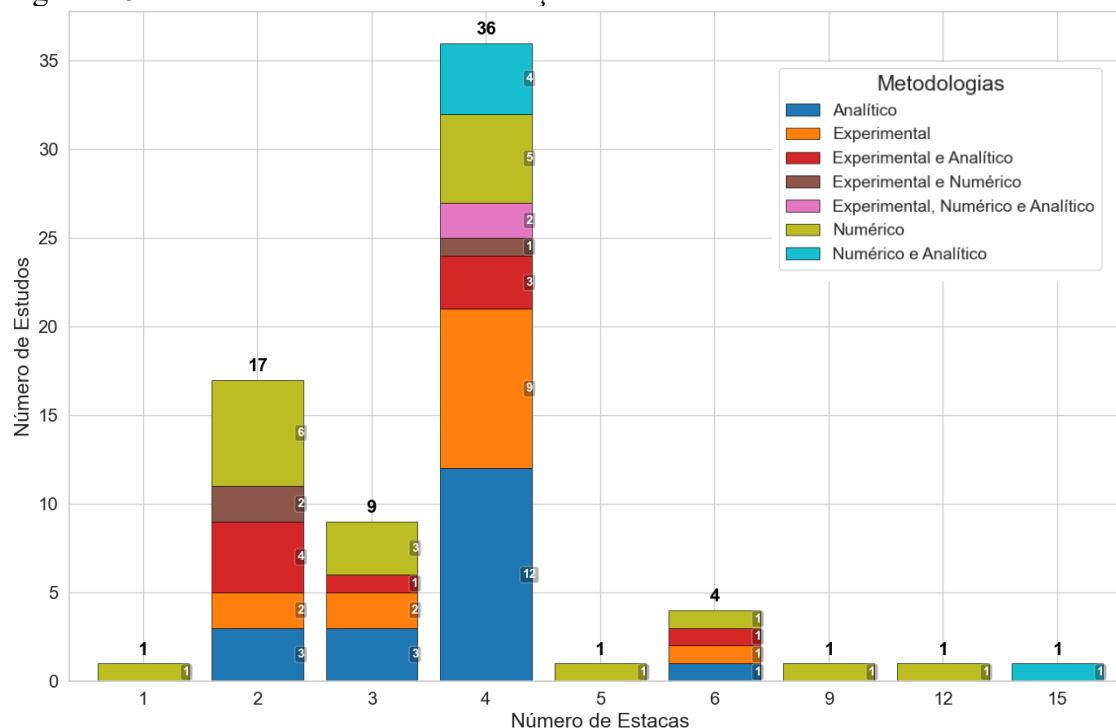
Fonte: O autor (2026).

No que tange à configuração dos elementos, a Figura 1-5 ilustra a divisão dos estudos, evidenciando a predominância de investigações de blocos sobre quatro estacas (36 ocorrências), com forte distribuição entre abordagens experimentais, numéricas e analíticas. Cabe ressaltar que o somatório do gráfico excede o total de artigos revisados, pois estudos clássicos, como o de Blévo e Frémy (1967), englobam múltiplas configurações simultaneamente. Essa expressiva concentração de pesquisas na tipologia de quatro estacas, justifica-se, primordialmente, pela elevada complexidade na idealização da treliça tridimensional e pelas recorrentes divergências nos limites de resistência atribuídos às zonas nodais.

A partir deste levantamento observou-se desafios não somente na transição de modelos consolidados do plano bidimensional para elementos volumétricos, caso dos blocos sobre quatro estacas, mas também em relação às diretrizes normativas de dimensionamento. A dificuldade técnica em idealizar a trajetória e a expansão das tensões no espaço tridimensional resulta, frequentemente, em simplificações analíticas que falham em capturar com precisão a rigidez real e o comportamento mecânico. Essa lacuna

justifica a necessidade de investigações ancoradas em simulações numéricas e modelos empíricos de regressão, capazes de fornecer estimativas da capacidade resistente e comportamento mecânico, para mapear limitações técnicas e direcionar futuras pesquisas com objetivo de novos avanços.

Figura 1-5 - Estudos relacionados em função do número de estacas



Fonte: O autor (2026).

1.3. JUSTIFICATIVA

Os blocos sobre quatro estacas com comportamento rígido — foco desta investigação — constituem regiões de descontinuidade estrutural (Regiões D), caracterizadas por um fluxo de tensões complexo e tridimensional. A resposta estrutural desses elementos é influenciada por diversas variáveis, que abrangem desde as propriedades mecânicas dos materiais até a configuração geométrica do pilar e das estacas. A complexidade intrínseca a esses elementos, somada à sua importância crítica para a segurança e estabilidade das edificações, torna fundamental o aprofundamento do conhecimento técnico.

Ademais, a ausência de consenso em torno dos modelos de bielas e tirantes para blocos sobre quatro estacas — caracterizados pela complexidade da idealização tridimensional — resulta incertezas no meio técnico.

Considerando as dificuldades que os STM possuem para a idealização em elementos volumétricos, esta pesquisa fundamentou-se na avaliação do emprego de modelos de regressão em blocos de concreto sobre quatro estacas sob pilares de seção quadrada e retangular — sendo a última configuração uma lacuna persistente na literatura técnica quanto à validação de modelos analíticos. Esta abordagem contribui para o avanço da compreensão do comportamento mecânico do elemento. Adicionalmente, optou-se pelo uso de modelos numéricos para a simulação do comportamento mecânico destes elementos, o que necessitou estabelecer uma estratégia de modelagem numérica pautada no modelo constitutivo *Concrete Damaged Plasticity* (CDP).

1.4. DESCRIÇÃO DOS CAPÍTULOS

O presente trabalho está organizado em nove capítulos, descritos a seguir:

Capítulo 1: Introduz o tema da pesquisa e a sua contextualização.

Capítulo 2: Possui a revisão bibliográfica, estruturada em tópicos específicos para a discussão do estado da arte.

Capítulo 3: Detalha a metodologia utilizada, descrevendo as fases e as suas respectivas etapas.

Capítulo 4: Expõe os resultados da calibração da modelagem numérica, a extrapolação geométrica e a avaliação dos solucionadores empregando o modelo constitutivo CDP (*Concrete Damaged Plasticity*).

Capítulo 5: Analisa a base de dados de ensaios da literatura, englobando a avaliação estatística das variáveis adotadas para a elaboração das equações de regressão.

Capítulo 6: Contém as equações derivadas dos modelos de regressão, bem como a validação estatística de suas estimativas em distintas bases de dados e extrapolação geométrica com modelos numéricos.

Capítulo 7: Avalia a definição de um coeficiente para a estimativa da capacidade portante de blocos sob pilares de seção retangular, empregado a partir de modelos analíticos validados para seções quadradas.

Capítulo 8: Discute os resultados da avaliação de um coeficiente proposto para a correção da área de compressão da biela em pilares de seção quadrada.

Capítulo 9: Consolida as conclusões gerais do estudo, com sugestões para pesquisas futuras.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo estrutura-se em quatro seções fundamentais, articuladas para consolidar o referencial teórico e metodológico desta pesquisa.

A primeira seção (Subtópico 2.1) mostra uma análise técnica sobre a aplicação de modelos de regressão na engenharia de estruturas, comprovando a robustez dessa ferramenta estatística na simplificação de fenômenos mecânicos complexos e na predição da capacidade resistente.

A segunda seção (Subtópico 2.2) dedica-se à revisão bibliográfica sistemática focada especificamente em blocos sobre estacas, organizada em doze eixos temáticos (Subtópicos 2.2.1 a 2.2.12) que sintetizam as principais investigações da literatura de forma cruzada entre os diversos estudos selecionados. Na terceira seção (Subtópico 2.3), foram selecionados os modelos de cálculo analíticos presentes da literatura técnica, os quais foram considerados de relevância para o estudo desenvolvido.

A quarta parte (Subtópico 2.4), fornece uma breve contextualização sobre as diretrizes normativas, nacionais e internacionais, para o dimensionamento desses elementos de fundação.

2.1. MODELOS DE REGRESSÃO PARA ELEMENTOS ESTRUTURAIS

Segundo a revisão da literatura técnica, a principal motivação para o uso de modelos de regressão reside na explicação de fenômenos não lineares de forma simples e precisa em função da complexidade do comportamento estrutural de elementos de concreto armado. Autores como Henedy et al. (2022) e Megahed (2024) destacaram que, embora existam modelos mecânicos (como o método de bielas e tirantes ou teorias de punção), estes frequentemente resultam em equações semi-empíricas que possuem uma imprecisão na estimativa da resistência real, fornecendo por vezes previsões conservadoras ou até inseguras para geometrias complexas, materiais com comportamentos distintos ou situações fora do usual de projeto.

Além disso, a ascensão de métodos de *Machine Learning* (caracterizados como caixa-preta) trouxe alta precisão, porém com baixa interpretabilidade nos termos das equações (Ioannou et al., 2025; Megahed, 2024); nesse cenário, a regressão multivariada surge como uma solução de “caixa-branca”, permitindo a derivação de fórmulas explícitas, fáceis de aplicar e fisicamente compreensíveis (Lanini, 2021; Megahed, 2024; Tariq et al., 2021).

As metodologias aplicadas nos estudos recentes podem ser resumidas em:

- i. **Regressão Linear e Multivariada (MLR):** Utilizada para definir relações diretas entre variáveis geométricas e mecânicas, frequentemente acompanhada de diagnósticos de resíduos e processos de validação para confirmar a robustez (Chetchotisak; Teerawong; Yindeesuk, 2015; Lanini, 2021).
- ii. **Regressão Não Linear e Polinomial:** Empregada para capturar curvaturas e interações entre parâmetros, como a resistência do concreto à compressão e a taxa de armadura (Ioannou et al., 2025; Jin; Chen; Soboyejo, 2018; Tariq et al., 2021).
- iii. **Seleção de Variáveis (*Stepwise/Backward Elimination*):** Autores como Hosseinpour et al. (2021) utilizaram a regressão de interações repetitivas para eliminar variáveis não significativas, estatisticamente, a partir de estudos paramétricos via elementos finitos.
- iv. **Validação Cruzada e Subconjuntos de Dados:** A divisão da base de dados em grupos de treinamento (tipicamente 70-80%) e teste/validação como prática padrão para evitar o ajuste excessivo nos dados (Henedy et al., 2022; Tariq et al., 2021).

O Quadro 2-1 resume alguns estudos que elaboraram equações para estimativas em elementos estruturais a partir de modelos de regressão.

Quadro 2-1 - Uso de modelos de regressão para estimativa em elementos estruturais

Autor (Ano)	Componente Estrutural	Fonte de Dados	Método de Regressão
Chetchotisak et al. (2015)	Vigas-parede de concreto	Experimental (406 casos)	Regressão Linear Múltipla
Hosseinpour et al. (2021)	Vigas de aço	Numérico (MEF - 480 casos)	Regressão <i>Stepwise</i> e Múltipla
Tariq et al. (2021)	Nós de pórtico	Experimental (61 casos)	Regressão Não Linear Múltipla
Henedy et al. (2022)	Vigas sob torção	Experimental (202 casos)	Regressão Não Linear e M5P
Megahed (2024)	Vigas-parede (cisalhamento)	Experimental (840 casos)	Regressão Simbólica e ML
Lanini (2024)	Lajes (punção)	Experimental (344 casos)	Regressão Múltipla
Ioannou et al. (2025)	Pilares de concreto	Experimental (74 casos)	Regressão Polinomial e ML
Aziz, Ihsan, Abdul-Hameed(2016)	Blocos de concreto sobre duas estacas	Experimental (30 casos)	Regressão Não Linear
Jin et al. (2018)	Resistência do concreto	Experimental (36 traços)	Regressão Não Linear e Mista
Kim et al. (2025)	Blocos de concreto sobre 4 estacas	Numérica	Regressão Não linear

Fonte: O autor (2026).

Os estudos analisados no Quadro 2-1 demonstraram que os modelos de regressão alcançaram níveis de precisão superiores aos das normas internacionais vigentes com os estudos realizados, com coeficientes de correlação (R^2) frequentemente acima de 0,90 e erros percentuais (MAPE) reduzidos. A viabilidade desses modelos foi confirmada pela capacidade de transformar grandes volumes de dados numéricos (gerados em softwares, tais como o Abaqus®) em modelos aproximados para uso na engenharia.

Assim como nas vigas-parede e nos nós de pórtico, os blocos sobre estacas possuem um fluxo de tensões complexo e descontínuo, onde modelos simplificados de bielas e tirantes nem sempre capturam a redistribuição de esforços decorrente da geometria do modelo ou do efeito de escala e, no caso particular de blocos sobre quatro estacas, o fluxo de tensão é dividido de forma tridimensional, sendo, portanto, mais uma condição no comportamento mecânico do elemento.

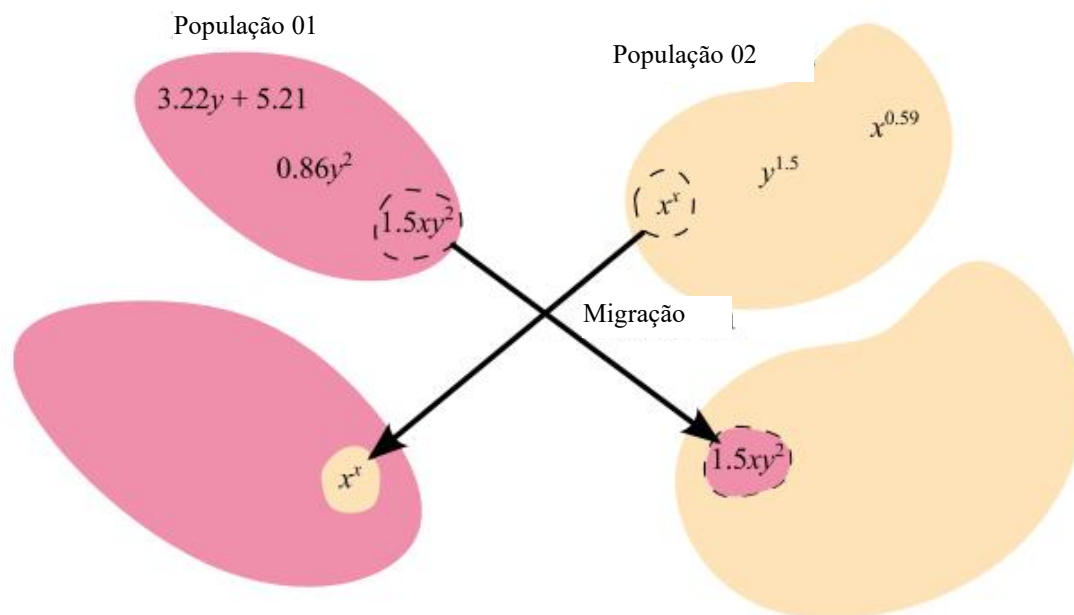
A análise dos estudos permitiu criar a hipótese de que a aplicação de modelos de regressão para estimar a força de ruptura em blocos sobre quatro estacas é não apenas viável, mas cientificamente possível.

2.1.1. Modelos de regressão simbólica

A Regressão Simbólica (RS), inspirada na teoria da evolução de Darwin, possui conceitos evolucionários para identificar a combinação ideal de parâmetros independentes e coeficientes, buscando minimizar o erro de previsão com a menor complexidade possível do modelo (Abdusalamov; Hillgärtner; Itskov, 2023; Angelis; Sofos; Karakasidis, 2023; Cranmer, 2023).

Empregou-se a biblioteca PySR (Cranmer, 2023), que se caracteriza pela geração de populações independentes, que posteriormente interagem por meio de um processo de migração. Durante a geração das populações, subamostras são avaliadas, e a mais precisa é selecionada para reprodução. Múltiplas populações evoluem de forma independente, com a migração ocorrendo após um número predefinido de iterações. O processo de RS pode ser finalizado ao atingir um número máximo de iterações, ao alcançar um erro abaixo de um limite predefinido, ou por uma combinação desses critérios. O algoritmo descarta expressões com desempenho insatisfatório e retém as mais promissoras, reduzindo gradualmente o erro até identificar a equação com o menor erro de estimativa, conforme ilustrado na Figura 2-1.

Figura 2-1 - Migração entre populações geradas pelo algoritmo de regressão simbólica



Fonte: Adaptado de Silva et al. (2025).

2.2. TÓPICOS DA REVISÃO DA LITERATURA

2.2.1. Padronização dos ensaios

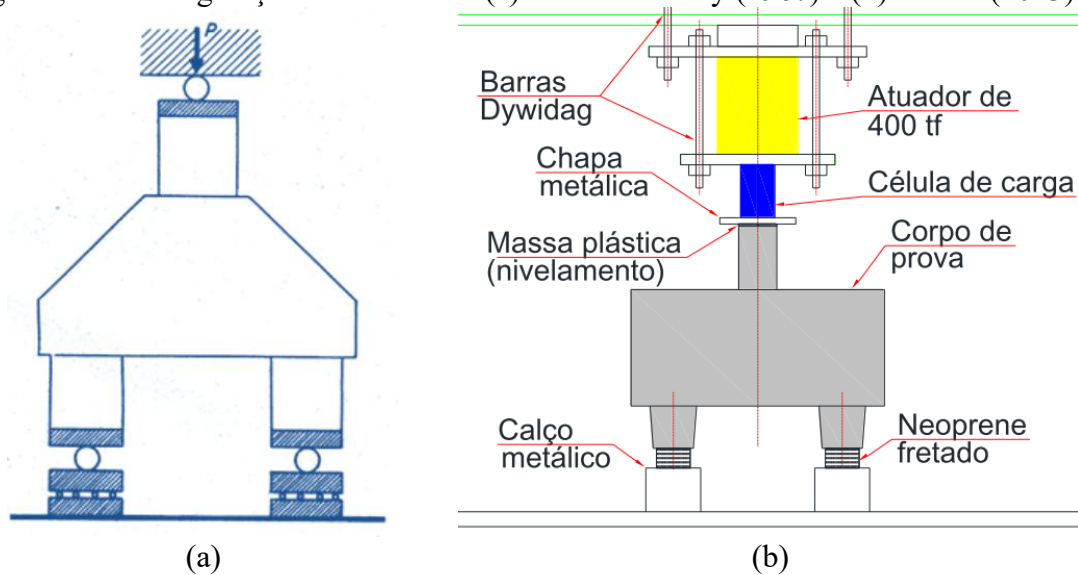
A discussão acerca da necessidade de padronização de ensaios para a avaliação do comportamento de blocos sobre foi discutido por Bloodworth, Jackson e Lee (2003). Análises por meio de modelos numéricos identificaram diferenças no comportamento mecânico em função da discretização das condições de contorno (LUCHESE et al., 2022; MELÉNDEZ; MIGUEL; PALLARÉS, 2016).

As configurações utilizadas nos ensaios de Suzuki (Suzuki; Otsuki; Tsubata, 1998; Suzuki; Otsuki, 1996, 2002; Suzuki; Otsuki; Tsuchiya, 2000), não reproduziram os mesmos graus de liberdade encontrados nas condições de contorno adotadas por Clarke (1973), Chan e Poh (2000) e Blévot e Frémy (1967).

Blévot e Frémy (1967) dedicaram atenção às condições de contorno dos elementos de apoios (Figura 2-2.a), que difere dos programas experimentais de Suzuki (Suzuki; Otsuki; Tsubata, 1998; Suzuki; Otsuki, 1996, 2002; Suzuki; Otsuki; Tsuchiya, 2000) (Figura 2-3), com carregamento por meio de chapas metálicas sobre os pilares. Já em estudos como os de Miguel e Pallarés (2018) e Miguel-Tortola, Miguel e Pallarés (2019), o carregamento foi realizado pelo contato direto de chapas metálicas, desconsiderando a presença de elementos de concreto para o carregamento e a reação.

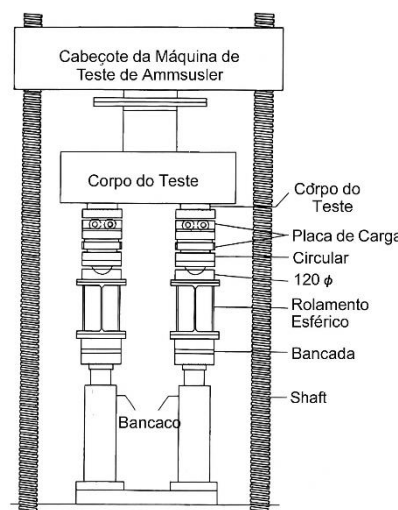
Apesar de Santos (2023, p. 149) relatar que seus ensaios foram conduzidos com base nas configurações de Blévot e Frémy (1967), as condições de contorno sobre a aplicação do carregamento e apoio das seções da estaca de reação diferiram-se (Figura 2-2.b). Embora se compreendam as limitações técnicas e sem questionar a validade dos resultados, conclui-se, conforme Figura 2-2 que as condições de contorno não foram replicadas, sem mencionar as diferenças geométricas nos modelos.

Figura 2-2 - Configuração de ensaios de (a) Blévot e Frémy (1967) e (b) Santos (2023)



Fonte: Adaptado de (a) Blévot e Frémy (1967, pg. 247) e (b) Santos (2023, p.150)

Figura 2-3 - Esquema de ensaio dos programas experimentais de Suzuki et al. (1998, 1999, 2000, 2002)



Fonte: Adaptado de Suzuki et al. (1998, p. 891)

Apesar das diferenças nas configurações experimentais os resultados foram amplamente utilizados para a avaliação de modelos de cálculo. Considerando que o fluxo de tensões é influenciado pelas condições de contorno em blocos sobre quatro estacas, conforme avaliado no tópico 2.2.2, evidencia-se a necessidade de realizar análises que permitam identificar possíveis interferências no comportamento mecânico ou na força de ruptura decorrentes das condições de ensaio.

2.2.2. Distribuição das tensões de compressão

A ABNT NBR 6118 (2026) estabelece que as forças de reação sobre as estacas são uniformemente distribuídas sobre a seção de topo das estacas, condição adotada por diversos modelos STM para idealização da treliça, no entanto, Delalibera (2006) propôs um modelo adaptado para blocos sobre duas estacas que incorporou a concentração de tensões sobre as estacas na região interna (lado próximo ao pilar). Essa concentração de tensões sobre as estacas também foram constatados no estudo de Luchesi et al. (2022).

A concentração de tensões sobre as estacas não se limita aos blocos sobre duas estacas, fenômeno também identificado para blocos sobre três estacas (Buttignol; Almeida, 2013) e bloco sobre seis estacas (Oliveira, 2013). Na região da estaca a literatura técnica indica que a área solicitada nas estacas deve corresponder a metade da seção transversal da mesma para o cálculo da tensão de compressão na zona nodal inferior (Delalibera; Giongo, 2008). Contudo, essa recomendação se restringiu aos modelos analisados sem considerar a influência da altura útil, entretanto, a concentração de tensões de compressão foi influenciada pela altura útil do bloco (Delalibera; Sousa, 2021).

No que tange às dimensões e à forma do pilar, observou-se uma lacuna de trabalhos na literatura para avaliação do impacto da geometria desse componente no fluxo de tensões. Contudo, pesquisas focadas em blocos sobre duas estacas evidenciaram a importância dessa variável. Delalibera e Giongo (2009) demonstraram que a ampliação da seção transversal do pilar não apenas aumenta a força de ruptura de blocos sobre duas estacas, mas também reduz a razão entre a tensão solicitante e a resistência do concreto na zona nodal superior (de 1,48 para 1,38). Corroborando esses achados, Munhoz e Giongo (2017), que também avaliaram blocos sobre duas estacas de forma experimental, constataram que a geometria do pilar afetou diretamente a distribuição de tensões nos tirantes e nas armaduras. Em conjunto, esses resultados reforçam que a configuração geométrica do pilar é determinante para a definição dos mecanismos de transferência de carga e para o controle dos limites de tensão nas regiões nodais.

Para blocos sobre quatro estacas, a concentração de tensões nas zonas nodais foi investigada com o auxílio de modelos numéricos (Meléndez; Miguel; Pallarés, 2016), visto que a avaliação detalhada em modelos físicos é dificultada pela complexidade de instrumentação. Essa avaliação também foi realizada por Suzuki et al. (1998), que utilizaram modelos numéricos para fundamentar a interpretação de seus ensaios experimentais, os quais verificaram a concentração de tensões nos pilares, que continham seções de maior razão geométrica quando comparadas aos ensaios de Blévy e Frémy (1967).

Em continuidade a essa linha de investigação, os resultados de Spozito et al. (2024), obtidos por meio de simulação numérica, corroboraram a influência da geometria da seção do pilar e a altura útil do bloco na distribuição de tensões nas regiões nodais. Os resultados sublinham a necessidade de ajustes nas áreas de compressão para o dimensionamento via STM, especialmente quando se considera a transição para pilares de seção retangular, onde a concentração de tensões se manifesta de forma distinta dos modelos clássicos de seção quadrada.

Suzuki e Otsuki (1996) propuseram um fator de ajuste em função da razão espaçamento entre eixo de estacas (e) e altura útil (d) da treliça idealizada, observando que, para valores superiores a dois ($e/d \geq 2$), o STM não é conservador se considerado tal fator, sendo relacionado a posição do início da biela na base do pilar com aproximação da borda de sua seção por causa do efeito de concentração de tensões, além de indicarem a relação desse fenômeno com o aumento da fissuração que ocorre no bloco.

Santos, Carvalho e Stucchi (2019) descreveram que a concentração de tensões nas regiões dos pilares resultou em uma solicitação associada ao esgotamento da capacidade resistente do concreto. Em pilares de menor dimensão, os autores descreveram que uma distribuição de tensões ocorre de forma mais uniforme na base, associando esse comportamento com a resistência à compressão do concreto.

A concentração de tensões é um fenômeno consistentemente observado em modelos físicos de blocos de duas estacas (Delalibera; Giongo, 2008) e por simulações numéricas (Almeida; Buttignol, 2012), conforme resultados também obtidos nessa pesquisa. Além disso, esses resultados também estão presentes em blocos de quatro (Meléndez; Miguel, 2018) e seis (Oliveira; Barros; Giongo, 2014) estacas. Estudos datados da década de noventa também identificaram em resultados numéricos esse fenômeno de concentração de tensões (Suzuki; Otsuki; Tsubata, 1998).

Guo (2015) propôs um modelo para determinar a resistência à ruptura de blocos de quatro estacas de concreto com armadura uniformemente distribuída. Esse modelo assume áreas de compressão equivalentes em ambas as regiões nodais, correspondendo a 60% da área da estaca, e considera o estado plástico do concreto, bem como a redistribuição de tensões. No entanto, a hipótese de que a biela possui a mesma área nas zonas superior e inferior no momento da ruptura necessita de investigação adicional, especialmente para blocos de estacas com dimensões variadas dos pilares. Essa validação é importante para confirmar a geometria da biela na região comprimida sob o pilar, assim como o valor de 60% da área proposto.

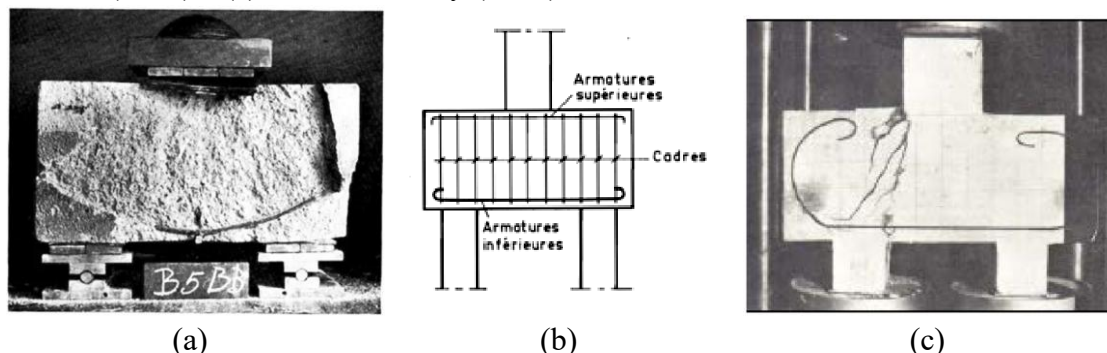
Nesse contexto, estudos avaliaram os limites de tensão nodal quando para blocos de seção quadrada, os quais resultaram em uma dispersão significativa das previsões teóricas e os resultados experimentais obtidos a partir de STM (Delalibera et al., 2023), sendo essa variabilidade mais pronunciada na zona nodal superior (TOMAZ et al., 2018).

A literatura corrobora com a ocorrência da concentração de tensões nas regiões do pilar e estaca em blocos sobre estacas, no entanto, essa análise em modelos físicos é de difícil instrumentação, mas podem ser viabilizadas por modelos numéricos e analíticos, sendo que esses efeitos interferem na forma da biela, em sua posição e suas respectivas áreas das regiões nodais.

2.2.3. Arranjo das armaduras

Hobbs e Stein (1957) foram pioneiros na avaliação do uso de armaduras curvas em blocos sobre duas estacas, visando a redução do consumo de aço (Figura 2-4.a). Posteriormente, Blévo e Frémy (1967) introduziram um modelo simplificado com armaduras retilíneas (Figura 2-4.b), que se consolidou na prática técnica por conta da facilidade executiva. Mautoni (1972) identificou desvantagens no emprego de barras curvas (Figura 2-4.c), destacando o elevado consumo de material e as dificuldades construtivas associadas.

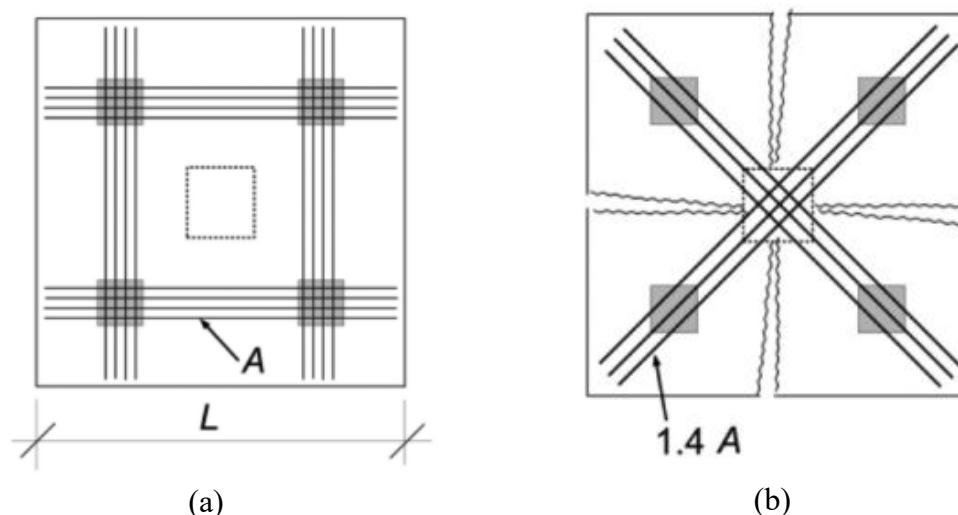
Figura 2-4 - Configurações de armaduras para os estudos de (a) Hoob e Stein (1957), (b) Mautoni (1972) e (c) Blévot e Frémy (1967)



Fonte: (a) Hoob e Stein (1957), (b) Blévot e Frémy (1967) e (c) Mautoni (1972)

Para blocos sobre três e quatro estacas, Blévot e Frémy (1967) identificaram que armaduras concentradas paralelas às faces proporcionam maior resistência mecânica, conclusão ratificada por Clarke (1973) e Broms (2018). Este último ressalta que o arranjo diagonal não impede a fissuração nas direções ortogonais, por causa das tensões de tração no nível da armadura (Figura 2-5). Taylor e Clarke (1976) também observaram uma redução da força de ruptura com o emprego de armaduras diagonais.

Figura 2-5 - Disposição de armaduras de estacas em blocos de quatro estacas (a) paralelos aos lados e (b) nas diagonais com fissuras de flexão



Fonte: Broms (2018)

A configuração dos ganchos em armaduras distribuídas exerceu influência na carga de ruptura, conforme observado por Taylor e Clarke (1976) que, segundo os autores, comente a presença de ganchos ocorreu um aumento do comportamento mecânico dos blocos sobre quatro estacas e, quando esses ganchos se estenderam até

alturas próximos a face superior do bloco, com valor de comprimento próximo ao da altura útil (d), ocorre um efeito de confinamento do concreto além de “costurar” fissuras na face do bloco, segundo a interpretação dos autores.

Diversos estudos indicaram a redução das tensões de tração na armadura do tirante após a zona de compressão da biela, sendo sugerido a omissão de ganchos nos tirantes, desde que o comprimento de ancoragem seja respeitado. Tal comportamento foi observado em blocos sobre duas estacas (Almeida; Buttignol, 2012; Delalibera; Giongo, 2008; RANDI, R. P.; ALMEIDA, L. C.; TRAUTWEIN, L. M.; MUNHOZ, 2018), três estacas (Buttignol; Almeida, 2013) e quatro estacas (Taylor; Clarke, 1976). No entanto, Munhoz e Giongo (2017) recomendaram o uso de ganchos em blocos sobre duas estacas com pilares alongados, visto que as armaduras mantêm deformações elevadas além da região da biela. Da mesma forma, Suzuki et al. (2000) ressaltaram a necessidade de distâncias mínimas entre a face do bloco e as estacas para assegurar a ancoragem e transferência das tensões de tração da armadura do tirante para o concreto.

Basha et al. (2023) analisaram o comportamento de blocos sobre duas estacas com armaduras transversais à biela, conforme já havia sido avaliado por Delalibera (2006), corroborando com a observação de um incremento na força de ruptura. Da mesma forma, Miguel-Tortola et al. (2019; 2018) demonstraram que a inclusão de estribos em blocos sobre três e quatro estacas favoreceu a resistência mecânica, sobretudo em geometrias não classificadas como rígidas segundo a ABNT NBR 6118 (2026).

A ABNT NBR 6118 (2026) traz recomendações, em alguns casos sem informações específicas, para o detalhamento e a incorporação dessas armaduras em blocos de fundação, visando garantir a ductilidade e o controle da fissuração.

2.2.4. Modo de ruptura de blocos sobre estacas

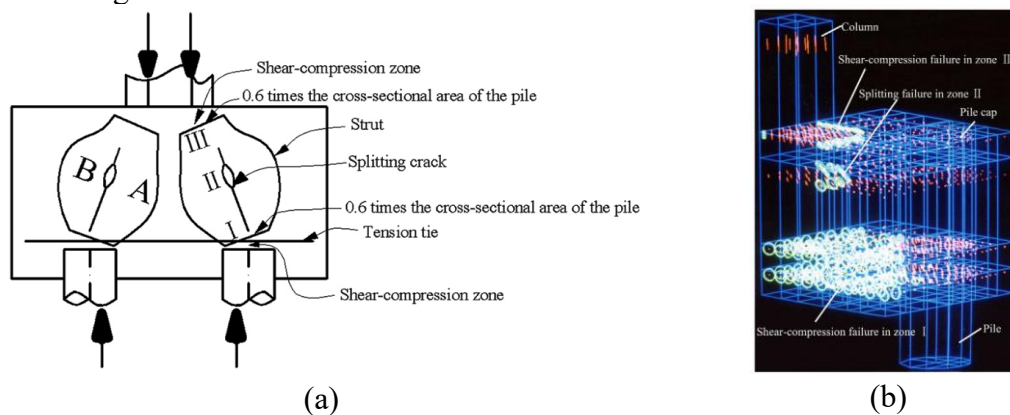
Uma das lacunas críticas apontadas por Blévo e Frémy (1967) em suas investigações residiu na complexidade de se identificar com precisão os modos de falha em virtude da natureza tridimensional das tensões. Nesse contexto, Bloodworth, Jackson e Lee (2003) realizaram uma revisão abrangente da literatura, sistematizando os mecanismos de ruptura observados em diversos programas experimentais, identificando os seguintes modos de falha:

- (a) falha do tirante por tração no meio do vão (falha por flexão);
- (b) falha na ligação entre a armadura de tração inferior e o concreto sobre as cabeças das estacas (falha de ligação na ação da treliça);

- (c) perfuração do pilar ou, menos frequentemente, de uma das estacas;
- (d) falha por cisalhamento do bloco em toda a sua largura;
- (e) esmagamento local do concreto na região do pilar;
- (f) falha combinada por flexão e cisalhamento, na qual a abertura excessiva de fissuras verticais de flexão no meio do vão reduz a resistência da força cortante do bloco, levando a uma ruptura prematura; e
- (g) divisão do bloco ao longo da linha de estacas, acompanhando a inclinação das bielas compressivas da analogia de treliça.

Guo (2015) mostrou uma idealização da ruptura considerando três regiões da biela (Figura 2-6). Em resumo, os autores contextualizaram que a ruptura da biela ocorre inicialmente pelo seu fendilhamento, dividindo-se em duas zonas de compressão (A e B), e na sequência, ocorre o esmagamento das zonas nodais. Além disso, os autores descreveram que no caso da falha da armadura (escoamento), a resistência da biela é reduzida.

Figura 2-6 - Mecanismos de falha da biela (a) pelo modelo de biela e tirantes e (b) ruptura na modelagem numérica



Fonte: Guo (2015)

Da mesma forma, diversas investigações experimentais sobre a falha da biela indicaram que a ruptura pelo fendilhamento ocorre, geralmente, antes do esmagamento do concreto na região nodal superior (ADEBAR; KUCHMA; COLLINS, 1990; BUTTIGNOL; ALMEIDA, 2013; DELALIBERA, 2006; DELALIBERA; GIONGO, 2009).

Jensen e Hoang (2012) idealizaram três tipos de falhas para aplicar o modelo de cálculo proposto (item 2.3.8). A análise dos autores indicou a dificuldade da ocorrência da ruptura por punção dos blocos avaliados, os quais se referem aos resultados disponíveis da literatura técnica, confirmando que a ruptura desses elementos ocorre em função da

divisão do concreto (fendilhamento). Para o caso de ruptura por flexão, Jensen e Hoang (2012) descreveram que essa ruptura ocorre pela rotação do bloco de concreto em torno do ponto localizado logo abaixo do pilar. Assim, segundo os autores, a ruptura dos ensaios da literatura não ocorreu por punção.

Neste contexto, verifica-se um avanço em relação a definição do modo de ruptura dos blocos sobre estacas. Este avanço é importante por conta das dificuldades de observação em modelos experimentais do seu modo de ruptura.

Diversos estudos identificaram a ruptura associada ao fendilhamento da biela, resultante dos efeitos de expansão das tensões de compressão (Adebar; Kuchma; Collins, 1990; Basha et al., 2023; Bloodworth; Cao; Xu, 2012; Buttignol; Almeida, 2013; Delalibera, 2006; Guo, 2018), modo de falha que é considerado em modelos de cálculo da literatura (Adebar; Zhou, 1996; Dey; Karthik, 2019; Souza et al., 2009).

Apesar da complexidade da avaliação da ruptura desses elementos, a literatura (Meléndez et al., 2019; Souza et al., 2009) mostra de forma geral modos de ruptura de blocos de concreto em:

- i. insuficiência da armadura - flexão (“F”);
- ii. fendilhamento e/ou esmagamento da biela (“S”); e
- iii. fendilhamento e/ou esmagamento da biela posterior ao escoamento da armadura (“Y+S”).

Souza et al. (2009) definiu parâmetros específicos para avaliar a ruptura da biela possibilitando identificar a ocorrência ou não do escoamento da armadura, mas sem correlação entre o estado de deformação dos tirantes com a resistência da biela, situação considerada por Melendez et al. (2019).

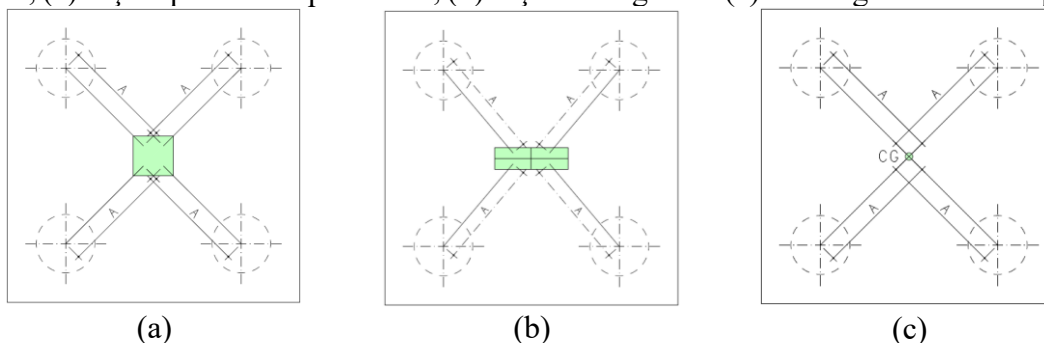
Assim, como ênfase à análise aqui mostrada, é possível verificar que o fendilhamento da biela é claro na literatura, não sendo possível, ao menos para os registros da literatura até aqui analisados, a ocorrência de punção nestes elementos de blocos de concreto sobre quatro estacas com comportamento classificado como rígido.

2.2.5. Influência do tipo de seção dos pilares no comportamento mecânico

O modelo proposto por Blévoit e Frémy (1967) foi originalmente desenvolvido a partir de resultados experimentais obtidos em blocos de concreto sobre estacas com pilares de seção transversal quadrada. Para aplicação em pilares de seção retangular, os autores recomendaram a adoção da menor dimensão da seção, o que resulta em estimativas mais conservadoras da capacidade resistente.

Algumas ferramentas de cálculo estrutural (TQS, 2023), consideram diferentes abordagens para o dimensionamento de blocos sobre estacas, especialmente no que se refere à geometria do pilar, sendo considerados três conceitos distintos para a definição do ângulo de inclinação da biela de compressão, conforme ilustrado na Figura 2-7. Ressalta-se que este conceito se limita a pilares de seção retangular.

Figura 2-7 - Formas de consideração da seção do pilar para o cálculo da inclinação da biela, (a) seção quadrada equivalente, (b) seção retangular e (c) centro geométrico do pilar



Fonte: Manual TQS (TQS, 2023)

No primeiro cenário (Figura 2-7.a), adota-se uma seção fictícia quadrada para pilares de seção transversal retangular, cuja área é equivalente à área da seção retangular original definida no projeto. Alternativamente, quando o modelo considera a geometria retangular da seção (Figura 2-7.b), o ponto de origem da biela de compressão é definido no centro geométrico da porção da área da estaca adjacente à projeção do pilar. Em um terceiro caso (Figura 2-7.c), assume-se que a biela se inicia no centro geométrico do pilar. Contudo, convém ressaltar que algumas dessas metodologias tendem a gerar resultados conservadores (Oliveira; Barros; Giongo, 2014; Souza et al., 2020).

Munhoz (2004) conduziu uma análise de modelos numéricos de blocos sobre duas, três e quatro estacas, contemplando pilares de seção retangular e suas respectivas seções equivalentes. No caso de blocos sobre duas estacas, a adoção de seções equivalentes resultou em armaduras de tirante com maior área. O estudo evidenciou diferenças significativas nos campos de tensão em função da geometria dos pilares para blocos com duas e três estacas. Em contrapartida, para blocos sobre quatro estacas, os campos de tensão tiveram similaridade entre pilares retangulares e suas seções equivalentes. Apesar disso, a autora salientou a dificuldade inerente à análise do fluxo de tensões para os blocos sobre quatro estacas em virtude da complexidade tridimensional das bielas de compressão.

Munhoz e Giongo (2017) examinaram blocos sobre duas estacas com diferentes taxas de armadura longitudinal para pilares de seção quadrada e retangular. Os resultados mostraram que as tensões na região nodal inferior foram influenciadas pela geometria do pilar, sendo menores para pilares retangulares, em conformidade com os resultados de Delalibera e Giongo (2009). Em relação às tensões na armadura longitudinal (tirantes), a região central teve valores de tensão inferiores quando comparadas com modelos de pilares de seções retangulares. Com base nessas observações, os autores recomendaram o uso de ganchos na ancoragem dos tirantes, divergindo de recomendações anteriores (Buttignol; Almeida, 2013).

Souza et al. (2007) desenvolveram um modelo para estimativa da força de ruptura e dimensionamento de blocos sobre quatro estacas, incorporando a carga aplicada e a geometria de pilares genéricos. Segundo os autores, o modelo teve uma correlação satisfatória com resultados obtidos numericamente, porém, as áreas de armadura resultantes foram conservadoras, possivelmente em decorrência da simplificação da idealização da treliça estrutural, que assume um único ponto de apoio na interface com o pilar (Figura 2-7.c). Os autores destacaram a relevância dos modelos numéricos por causa da limitação de dados experimentais para blocos com pilares de seção retangular.

Cao (2009) investigou o comportamento de blocos sobre quatro estacas com carregamento aplicado por pilar parede, cujo maior dimensão do pilar em planta correspondia à dimensão do bloco. Modelos numéricos não lineares foram calibrados com resultados experimentais, permitindo a extrapolação das dimensões dos blocos e a análise do seu comportamento mecânico. Com base nos resultados, foi proposto um modelo analítico para estimar as forças de ruptura.

Souza et al. (2020) investigaram o comportamento em blocos sobre 5 e 9 estacas com pilares de geometria complexa validando a proposta de dimensionamento com a simplificação de pilares de geometria complexa por uma seção quadrada de área equivalente. Apesar da validação, os autores concluem também que o método é mais conservador, resultando em taxas maiores de armadura.

2.2.6. Carregamentos horizontais ou excêntricos em blocos sobre estacas

Em estudos sobre blocos de duas estacas, Delalibera e Giongo (2009) já haviam constatado que a excentricidade da carga induz uma distribuição assimétrica de esforços, precipitando a ruptura pelo esmagamento do concreto na biela mais solicitada antes que a região nodal atinja o equilíbrio plástico pleno. Esse comportamento é análogo ao

observado em blocos sobre quatro estacas por Miguel-Tortola, Miguel e Pallarés (2019), que investigaram experimentalmente modelos sob carregamento excêntrico, sendo que os autores evidenciaram que o desequilíbrio nas reações antecipa falhas localizadas no nó superior, ressaltando que as metodologias normativas atuais carecem de precisão para caracterizar esse mecanismo de colapso e o efeito da esbeltez. Segundo os pesquisadores, a omissão da complexidade do fluxo de tensões assimétrico nas abordagens seccionais e STM resulta em previsões com variações que reforçam a necessidade de refinamento destes modelos normativos.

Na mesma linha investigativa, Souza et al. (2007) também identificaram por meio de análises em modelos numéricos que a capacidade resistente é de fato governada pela biela de compressão mais solicitada, cuja inclinação e integridade são severamente comprometidas pelo momento fletor. Mais recentemente, para contornar as limitações normativas tradicionais, Kim et al. (2025) avançaram ao propor modelos tridimensionais (3D STM) específicos para blocos sobre quatro estacas sob pilares de seção transversal quadrada sujeitos a cargas concêntricas e excêntricas. Em consonância com as constatações anteriores, o estudo estabeleceu equações preditivas para a resistência efetiva das bielas que incorporam explicitamente a taxa de excentricidade e a relação do vão de cisalhamento pela altura útil. O diferencial da última pesquisa reside no uso de técnicas de regressão linear e calibração via análises numéricas iterativas.

Apesar desses avanços, é amplamente reconhecido que o dimensionamento ainda parte da simplificação da biela mais solicitada, desconsiderando as variações reais decorrentes de diferentes seções transversais dos pilares. Essa abordagem não representa integralmente a mecânica do elemento, uma vez que a configuração geométrica da biela permanece pouco compreendida devido ao confinamento tridimensional e à concentração de tensões. Ademais, os esforços são tradicionalmente avaliados em função dos momentos atuantes, restando uma lacuna na literatura quanto à influência das forças horizontais e do formato exato da seção do pilar na estimativa da capacidade última, cenários que demandam avaliação aprofundada por meio de simulação numérica.

2.2.7. Efeito de escala em blocos de concreto sobre estacas

Blocos de concreto sobre estacas, por se tratar de elementos volumétricos, possuem dificuldades significativas para a realização de ensaios experimentais. Entre os principais desafios, destacam-se a necessidade de equipamentos de alto custo, o elevado consumo de material e a complexidade associada à instrumentação desses elementos. Em

função desses fatores, a maioria dos estudos experimentais foi conduzida com corpos de prova em escala reduzida, como observado nos trabalhos clássicos de Blévy e Frémy (1967), que basearam grande parte de suas análises em modelos reduzidos.

Bloodworth, Jackson e Lee (2003) discutiram sobre o efeito de escala no comportamento de blocos de concreto, concluindo que elementos com baixa relação entre vão e altura das bielas não tiveram reduções significativas de capacidade resistente, em contraste com o que era sugerido por algumas diretrizes à época.

Estudos avaliaram o impacto do efeito de escala em blocos de fundação que analisaram blocos sobre três estacas com alturas úteis de até 1000 mm (Laughery et al., 2024) e blocos sobre quatro estacas com altura útil de até 500 mm (Sørensen; Hoang; Fernández Ruiz, 2025). Dentro desses limites investigados, os autores constataram que o efeito de escala impõe uma redução de cerca de 15% na capacidade resistente nominal para alturas úteis variando entre 200 mm e 500 mm, caso de bloco de quatro estacas. Por outro lado, nos blocos sobre três estacas com altura útil de 1000 mm, a penalização de resistência observada limitou-se a 1%, indicando que a perda de eficiência decorrente do efeito de escala tende a reduzir em elementos de maior porte. No entanto, essa avaliação ainda é restrita e limita-se a diferentes intervalos para os blocos de três e quatro estacas avaliados pelos estudos, além de que as estimativas foram comparadas com modelos de estimativa de cisalhamento de diretrizes.

Desse modo, o efeito de escala revelou-se como um fator importante para a estimativa da capacidade resistente de blocos sobre estacas. Conforme sistematizado na base de dados no item 3.3.1, além da necessidade de padronização destes ensaios sem questionar resultados, observou-se que a vasta maioria das investigações experimentais disponíveis na literatura restringe-se aos modelos reduzidos, com alturas úteis limitadas a 40 cm na maioria dos casos.

2.2.8. Influência do solo no comportamento mecânico

Carvalho (1994) realizou ensaios em modelos físicos moldados em campo com estacas de pequeno diâmetro. Apesar das dificuldades em promover a ruptura dos blocos, O autor verificou que o solo absorveu cerca de 12% da carga aplicada, recomendando, por segurança, que a totalidade do carregamento seja considerada transferida às estacas.

Resultados semelhantes ao de Carvalho (1995) foram indicados no estudo de Delalibera e Sousa (2021), por meio de modelos numéricos de blocos sobre duas estacas, nos quais a parcela de carga transferida ao solo foi estimada em aproximadamente 14%.

Oliveira, Barros e Giongo (2014) avaliaram a influência da rigidez do solo no comportamento das tensões das armaduras por meio de modelos numéricos de blocos de concreto sobre seis estacas. Os autores observaram que quanto maior a rigidez do solo maior é a diferença entre as reações nas estacas, com impacto direto nas tensões desenvolvidas nas armaduras dos tirantes.

O estudo Garcia e Albuquerque (2021) destacaram que a parcela de carga transferida diretamente da base do bloco sobre estacas para o solo pode atingir até 36% da capacidade total aplicada pelo pilar. Os autores observaram que essa magnitude de transferência é fortemente condicionada pelo arranjo geométrico das estacas; em seu estudo, a utilização de um espaçamento de cinco vezes o diâmetro da estaca — valor superior ao usual de projeto — posicionou o espaçamento como uma variável crítica capaz de governar o fluxo de tensões na base do elemento.

França e Rodrigo (2023) demonstraram que a geometria de contato da base do bloco também exerce influência determinante na resposta mecânica global do sistema. Contudo, os autores ressaltam que tal sensibilidade foi observada em cenários com distâncias entre elementos superiores a três vezes o diâmetro da estaca.

Em síntese, os achados dos estudos convergem para a conclusão de que, embora a contribuição do solo de superfície seja significativa e tenha influência em relação ao número de estacas e a distância entre estacas, esses fatores não são considerados em modelos analíticos e diretrizes normativas.

2.2.9. Resistência à tração do concreto

Souza et al. (2007) avaliou, por meio de modelos numéricos, a contribuição da resistência à tração do concreto na capacidade resistente de blocos sobre quatro estacas. Os modelos processados com bielas que formavam ângulo maior que 46 graus possuem uma contribuição mais significativa da resistência à tração do concreto, sendo, em casos extrapolados, dispensado o uso de armaduras. Adicionalmente, eles informam que em época as normas não incorporam essa parcela de resistência por questões de segurança e simplificação.

Buttignol e Almeida (2013), por meio de modelos numéricos, verificaram que o aumento da resistência à compressão não afetou de forma significativa a capacidade resistente e, as tensões de tração foram preponderantes no comportamento da resistência das bielas na situação de ruptura por fendilhamento.

Dey e Karthik (2019) trouxeram uma proposta que incorpora a resistência à tração do concreto no modelo STM por meio da compatibilização de deformações, sugerindo que o tirante possui capacidade resistente dada pela soma das parcelas de resistência à tração do aço e a do concreto.

Boulifa et al. (2023) propuseram um modelo analítico que contempla a resistência à tração do concreto por meio de um fator de eficiência ponderado, calibrado segundo o comportamento de aderência e deformação da armadura com os registros da literatura comumente utilizados (vide Capítulo 5). Ao integrar a resposta mecânica da interface entre o concreto e o aço, os autores conseguiram minimizar a variação de um modelo previamente proposto (Boulifa et al., 2021).

Meléndez, Miguel e Pallarés (2016) demonstraram que adotar os critérios da resistência à tração do concreto elevou a capacidade portante em simulações numéricas com valores mais próximos a força de ruptura do modelo experimental, entretanto a sua desconsideração constituiu uma estratégia para o auxílio na idealização de treliças de modelos STM.

Spozito et al. (2024) também analisaram a influência da parametrização do dano do concreto nos resultados de simulações numéricas, evidenciando que a definição dos parâmetros de degradação impactou diretamente na estimativa da capacidade resistente, indicando que a resposta do modelo é sensível a resistência à tração do concreto.

Essas investigações que tiveram resultados em relação à contribuição da resistência à tração do concreto na capacidade resistente de blocos sobre estacas foram importantes para sustentar a hipótese de que, caso essa parcela de resistência seja incorporada em modelos STM, pode ser possível minimizar variações da estimativa da capacidade resistente.

2.2.10. Modelagem numérica para simulação de blocos sobre estacas

O uso de modelos numéricos para avaliação do comportamento mecânico de blocos sobre estacas teve início com Iyer e Sam (1992), que, apesar das limitações computacionais da época, teve resultados satisfatórios para avaliação da fissuração e capacidade resistente dos modelos simulados.

Com os avanços computacionais e a ampla disponibilidade de programas para simulação de comportamento por meio de elementos finitos, a modelagem numérica consolidou-se como ferramenta usual na análise de blocos sobre estacas. Entretanto, Delalibera (2006) destacou que fatores como a acomodação inicial do ensaio, a hipótese

de aderência perfeita entre armadura e concreto e a suposição de ligação rígida entre as estacas e o bloco, afetam a rigidez dos modelos.

Gonçalves, Delalibera e Oliveira Filho (2022), tiveram resultados calibrados com boa convergência aos resultados experimentais, para isso, foi incorporado uma correção do módulo de elasticidade, procedimento também aplicado no estudo de Gonçalves (2020). A correção do módulo de elasticidade foi efetuada de forma similar ao procedimento de vigas no Estádio II.

Os estudos de Luchesi et al. (2022) e Almeida e Buttignol (2012) avaliaram as condições de contorno para blocos sobre duas estacas, obtendo resultados similares para a concentração de tensões sobre as estacas (Meléndez; Miguel; Pallarés, 2016). Além disso, Luchesi et al. (2022) investigaram as condições de aderência entre as estacas e o bloco, verificando que essas características influenciaram diretamente a distribuição de tensões e a sua capacidade resistente.

Apesar destas dificuldades, o uso de modelos numéricos permitiu diversas conclusões sobre o comportamento mecânico de blocos sobre estacas, Buttignol e Almeida (2013) verificaram que o aumento da resistência à compressão não afeta de forma significativa a capacidade de ruptura e apontaram que as tensões de tração foram responsáveis pelo fendilhamento das bielas. Adicionalmente, pesquisas numéricas, como a de Basha et al. (2023), concluíram que o uso de armaduras transversais sobre as bielas aumentaram a capacidade resistente de blocos sobre duas estacas.

As tensões nas armaduras também foram avaliadas com o uso de modelos numéricos e correlacionadas com resultados experimentais, sobretudo na discussão do uso de ganchos nas extremidades em blocos sobre duas estacas, conforme estudos já citados no item 2.2.3.

Dentre os diversos estudos que realizaram a avaliação de blocos de concretos sobre estacas, apenas Basha et al. (2023) utilizaram o modelo constitutivo *Concrete Damage Plasticity* (CDP), obtendo resultados bem próximos ao modelo experimental avaliado, o qual refere-se a blocos sobre duas estacas.

Com base nesse modelo constitutivo e a boa aproximação do resultado obtido por Basha et al. (2023), foi realizado uma pesquisa bibliográfica complementar para identificar parâmetros do CDP para elementos volumétricos, caso de blocos sobre quatro estacas. Os estudos levantados são indicados na Tabela 2-1.

Tabela 2-1 - Modos de análise e parâmetros empregados do CDP na literatura

Referência	Elemento estrutural	Análise	ψ (°)	ϵ	σ_{h0}/σ_{c0}	K_c	μ
(Systèmes, 2013)	Valores padrão	-	36	0.1	1.16	0.667	-
Ali, Kim e Cho (2013)	Parede cisalhamento	NE	30	-	-	-	-
Dawood, Elgawady e Hewes (2012)	Concreto protendido bridge	Ponte Estático	1	0.1	1.16	0.66	0
Dong et al. (2018)	Parede Cisalhamento	Estático	30	0.1	1.16	0.6667	0.0001
Genikomsou e Polak (2015)	Laje	Quase-Estático	40	0.1	1.16	0.667	0.00001
Husain, Eisa e Hegazy (2019)	Parede Cisalhamento	Quase-Estático	37	0.1	1.16	0.67	0.001
Jha, Roshan e Bishnoi (2017)	Modelo CAMUS: modelo em escala 1/3 de uma edificação de 5 pavimentos	NE	55	1.25	1.16	0.667	0.0005
Kaushik e Dasgupta (2019)	Junção de laje de concreto armado	Estático	55	0.1	1.16	0.667	0.01
Li, Hao e Bi (2017)	Pilar	Estático	30	0.1	1.16	0.666	0.0001
Liu et al. (2017)	Tubo metálico preenchido com concreto	NE	30	0.1	1.16	0.667	0.005
Michal e Andrzej (2018)	Regiões de descontinuidade de concreto armado	Estático	15	-	-	-	0.0001
Najafgholipour et al. (2017)	Junção viga x coluna	Estático	35	0.1	1.16	0.7	-
Pavlović (2013)	Conectores de cisalhamento	Quase-estático	36	0.1	1.16	-	-
Pelletier e Léger (2017)	Núcleos de concreto armado	NE	13	90	1.16	0.667	-
Ren et al. (2015)	Concreto protendido de painel de pontes	Estático	38	0.1	1.76	0.667	0.0005
Surumi, Jaya e Greeshma (2015)	Parede de cisalhamento	NE	38	0.1	1.16	0.67	0
Vojdan e Aghayari (2017)	Parede de cisalhamento	NE	36/40	0.1	1.16	0.667	-
Wang et al. (2019)	Paredes duplas de chapa de aço corrugada preenchidas com concreto	NE	30	0.1	1.16	0.6667	-
Wei, Richard Liew e Fu (2019)	Paredes de cisalhamento de placas de aço com restrição de flambagem parcialmente conectadas	Quase-Estático	36	0.1	1.16	-	-
Szczecina e Winnicki (2017)	Nó de pórtico	Estático	5	0.1	1.16	0.667	0.0001
Cuong-Le, Minh e Sang-To (2021)	Vigas e Lajes	NE	30/40	0.1	1.16	0.7	-
Alfarah, López-Almansa, and Oller (2017)	Pórtico	NE	13	0.1	1.16	0.7	-
Bash et al. (2023)	Bloco sobre duas estacas	NE	26	0.1	1.16	0.667	0
Silva, Christoforo e Carvalho (2021)	Parede de Cisalhamento	Static	46.4	0.1	1.16	0.58	0.00001
Neuberger et al. (2023)	Consolo	Estático	48	0.1	1.16	0.667	0.0005
Reginato et al. (2023)	Consolo	Estático	42	0.1	1.16	0.667	0.0001
Azevedo Palhares et al. (2022)	Laje	Estático	25	0.1	1.16	0.667	0.0001
Arthi e Jaya (2020)	Conexão de concreto protendido	NE	38	0.1	1.12	0.67	0.666
Hu, Fang e Benmokrane (2023)	Paredes de cisalhamento de UHPC reforçadas	NE	54	0.1	1.07	0.666	-
Scamardo et al. (2022)	Alvenaria estrutural	Estático	10	0.1	1.16	0.667	0.002
Madkour, Maher e Ali (2022)	Laje	Estático	40	0.1	1.16	0.667	0.00001

NE: Não Especificado

Fonte: Traduzido de Spozito et al. (2024).

Embora as ferramentas de análise numérica proporcionem elevada flexibilidade na parametrização de materiais e na definição de condições de contorno, a reprodução fidedigna do comportamento mecânico real ainda enfrenta barreiras inerentes à complexidade dos modelos.

A literatura técnico-científica reconhece a sensibilidade dos resultados para variáveis críticas, tais como: a rigidez das interfaces, o módulo de elasticidade efetivo e as leis constitutivas não lineares, exige calibrações rigorosas e critérios de convergência específicos. Esse desafio motiva pesquisas contínuas que buscam soluções para mitigar as discrepâncias entre as previsões computacionais e o desempenho experimental.

Com base em resultados com o uso do CDP na previsão da resposta mecânica de blocos sobre duas estacas e outros componentes estruturais, a sua extensão para elementos volumétricos de maior complexidade constitui em um avanço relevante para a literatura técnica.

2.2.11. Tensões limites das zonas nodais

Gonçalves, Delalibera e Oliveira Filho (2022) investigaram o comportamento mecânico de blocos de concreto sobre duas estacas metálicas, impulsionados pela carência de consenso técnico quanto aos limites de tensão nas zonas nodais superior e inferior. Estas regiões de descontinuidade, fundamentais para a estruturação de modelos STM, possuem capacidades resistentes que variam significativamente (Tabela 2-2). Os autores observaram que o modelo de Blévo e Frémy (1967) teve limites nodais superiores com melhor aproximação com os resultados experimentais quando comparado às demais formulações avaliadas.

Tomaz et al. (2018) e Delalibera et al. (2023) realizaram um estudo com análises comparativas de dados experimentais da literatura para a precisão de diversos limites de tensão para zonas nodais. Os estudos concluíram que o critério baseado no estado triaxial de tensões, estipulado pela ABNT NBR 6118 (2014), teve melhores resultados na estimativa da capacidade resistente dos elementos avaliados, pois o modelo triaxial possui a consideração implícita da resistência à tração do concreto na formulação, reforçando a influência desta variável, conforme já discutido no item 2.2.9.

A definição das tensões limites para as zonas nodais em blocos sobre estacas não possui consenso, consequência da complexidade do comportamento mecânico em regiões de descontinuidade (Regiões D). A ausência de um consenso sobre os limites de resistência, conforme sistematizado na Tabela 2-2, pode ser relacionado pela dificuldade

em modelar com precisão o comportamento do concreto sob estados triaxiais de tensão. Essa variação, em ensaios experimentais, pode ser influenciada pela sensibilidade no fluxo de tensões que os blocos sobre estacas possuem em função das condições de contorno, conforme discutido no item 2.2.2.

Tabela 2-2 - Limites de resistências nodais aplicadas em modelos de bielas e tirantes

Referência	Tensão limite (com coeficientes)		Tensão limite (sem coeficientes) *	
	σ_{ns}	σ_{ni}	σ_{ns}	σ_{ni}
Blévot & Frémy (1967)**	$1,4 \cdot f_{cd}$	$1,0 \cdot f_{cd}$	$1,4 \cdot f_c$	$1,0 \cdot f_c$
Blévot & Frémy (1967)***	$2,1 \cdot f_{cd}$	$1,0 \cdot f_{cd}$	$2,1 \cdot f_c$	$1,0 \cdot f_c$
Schlaich & Schiffer (1988)	$0,85 \cdot f_{cd}$	$0,68 \cdot f_{cd}$	$0,85 \cdot f_c$	$0,68 \cdot f_c$
Schlaich & Schiffer (1991)	$1,1 \cdot f_{cd}$	$0,8 \cdot f_{cd}$	$1,1 \cdot f_c$	$0,8 \cdot f_c$
Fusco (1995)	f_{cd}	f_{cd}	f_c	f_c
Meléndez et al. (2019)	$1,0 \cdot f_{cp}$	$\frac{f_{cp}}{0,8 + 170 \cdot \varepsilon_{st}}$	$1,0 \cdot f_{cp}$	$\frac{f_{cp}}{0,8 + 170 \cdot \varepsilon_{st}}$
ABNT NBR 6118 (2026)	$0,85 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd}$	$0,72 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd}$	$1,0 \cdot f_c$	$0,85 \cdot f_c$
ACI 318 (2019)	$0,85 \cdot f_{cd}$	$0,68 \cdot f_{cd}$	$1,0 \cdot f_c$	$0,80 \cdot f_c$
CEB-FIP Model Code (2012)	$1,10 \cdot \eta_{fc} \cdot f_{cd}$	$0,75 \cdot \eta_{fc} \cdot f_{cd}$	$1,29 \cdot f_c$	$0,88 \cdot f_c$
EHE-08 (2010)	$1,0 \cdot f_{cd}$	$0,7 \cdot f_{cd}$	$1,18 \cdot f_c$	$0,82 \cdot f_c$

* Coeficientes α_{v2} e η_{fc} não foram considerados com valores divididos por 0,85 para desconsiderar o efeito de carga a longo prazo.

$$f_{cp} = f_c : \text{se } f_c \leq 20 \text{ MPa} \quad f_{cp} = 2,7 \cdot f_c^{2/3} : \text{se } f_c > 20 \text{ MPa}$$

** Para blocos sobre duas estacas;

*** Para blocos sobre quatro estacas .

Fonte: Adaptado de Gonçalves; Delalibera e Oliveira Filho (2022, p. 3)

Assim, acredita-se que a divergência entre os limites de resistência estabelecidos para as zonas nodais pode ser um reflexo da omissão da contribuição da resistência à tração do concreto nas formulações existentes, bem como da carência de uma avaliação do fluxo de tensões de compressão e das suas concentrações (item 2.2.2).

2.2.12. Estimativa da carga de ruptura para bloco sobre quatro estacas por modelos analíticos

As formulações analíticas propostas na literatura para a estimativa da carga de ruptura em blocos sobre quatro estacas são avaliadas através de um banco de dados de ensaios experimentais, cujos parâmetros geométricos têm abrangência limitada aos pilares de seção transversal quadrada e blocos com altura útil (d) de até 40 cm - Tabela

C-1 (pg. 208). Esses resultados, apesar de serem valiosos no meio técnico, podem ser limitados para análise em função do efeito de escala (item 2.2.7). Além disso, não possuem resultados com repetições para avaliações estatísticas.

Na Tabela 2-3, os valores nas colunas de desempenho dos modelos seguem a nomenclatura Média | CV (%), sendo:

- i. Média: Representa a média das razões das razões da força de ruptura experimental (F_{exp}) e a força estimada pelo modelo analítico (F_{calc});
- ii. CV (%): Refere-se ao Coeficiente de Variação expresso em porcentagem.

Tabela 2-3 - Avaliação de modelos analíticos para estimativa de carga de ruptura

Referência	η	Média CV	EC 2 (2004)	ACI (2019) (STM)	Souza et al. (2009)	Melendez et al. (2019)	Miguel- Tortola (2018)
Adebar e Zhou (1996)	48	1.55 28	-	-	-	-	-
Souza et al. (2009)	129	1.01 23	-	-	-	-	-
Jensen e Hoang (2012)	126	1.03 17	-	-	1.01 23	-	-
Araújo (2016)	80	0.78 21	-	-	-	-	-
Chetchotisak, Yindeesuk and Teerawong (2017)	110	1.01 16	-	1.54 29	0.89 34	-	-
Broms (2018)	25	1.03 8	1.12 27	-	1.10 28	-	-
Miguel-Tortola; Pallarés and Miguel (2018)	111	1.55 18	-	-	-	-	-
Dey and Karthik(2019)	33	1.07 7.0	-	-	-	-	-
Yun, Chae e Ramirez (2019)	115	1.19 21	-	2.15 47	-	-	-
Melendez et al. (2019)	162	1.08 12	-	1.70 38	1.01 23	-	-
Mogili and Hwang (2021)	21	1.33 14	-	2.07 22	-	-	-
Boulifa et al. (2021)	107	1.20 11	-	1.09 31	1.02 14	-	1.50 13
Boulifa, Goudjil e Samai (2023)	107	1.20 8	-	-	0.95 14	1.08 11.1	-
Kim, Park e Yun (2025)	225*	1.04 18	-	1.45 51	-	-	-

η : número de amostras avaliadas.

*: refere-se aos modelos experimentais e numéricos com e sem cargas excêntricas.

Fonte: O autor (2026).

A partir dos estudos da Tabela 2-3, a Tabela B-1 (APÊNDICE B, p. 206), verificou-se que autores alguns autores tentam resolver as imprecisões do STM introduzindo algoritmos iterativos, fatores para ponderar a resistência do concreto. adicionalmente autores como Meléndez et al. (2019) alertam que simplificações

geométricas grosseiras geram resultados excessivamente conservadores; por outro, Boulifa et al. (2023), Kim et al. (2025) e Chetchotisak et al. (2017) advertem que o uso do STM, com ênfase na idealização tridimensional, exige cálculos iterativos e não lineares complexos para a prática de projeto.

Observou-se que alguns estudos avaliaram uma população limitada de modelos experimentais, o que não invalida as proposições teóricas, porém pode comprometer a significância estatística e a abrangência dos índices de desempenho reportados.

Uma característica entre as pesquisas analisadas é a constatação de que as diretrizes normativas subestimam sistematicamente a capacidade resistente dos blocos. Em particular, o modelo STM do ACI 318 (2019) resultou em previsões médias — mesmo sem a aplicação de coeficientes de segurança — inferiores aos valores medidos nos experimentos, conforme demonstrado por Meléndez et al. (2019). Esse comportamento também foi evidenciado nos estudos de Yun, Chae e Ramirez (2019), Chetchotisak, Yindeesuk e Teerawong (2017) e Mogili e Hwang (2021), cujos resultados reiteram a existência de um padrão de dimensionamento estrutural antieconômico.

Diante desse cenário, Boulifa, Goudjil e Samai (2023) defendem a formulação de modelos analíticos simplificados como meio de minimizar erros na prática de projeto. Os autores ponderam que, embora abordagens refinadas como a de Meléndez et al. (2019) alcancem elevada precisão, sua aplicação operacional é dificultada pela extensa quantidade de equações. Como alternativa viável, as proposições de Boulifa, Goudjil e Samai (2023), Boulifa et al. (2021) e Souza et al. (2009) demonstraram boa convergência com os valores medidos em laboratório, superando a acurácia das diretrizes normativas por meio de formulações essencialmente simplificadas.

Consolidando essa tendência, destaca-se o trabalho de Kim et al. (2025), que corrobora a necessidade de métodos diretos para a prática da engenharia, visto que os modelos STM tridimensionais impõem complexidades que inviabilizam o cálculo manual ou rotineiro. Como solução, os autores propuseram o emprego de modelos de regressão para estimar a capacidade resistente sem a necessidade de processos iterativos, desenvolvendo equações diretas para a determinação de coeficientes de resistência efetiva do concreto integrados ao STM.

2.3. MODELOS PARA ESTIMATIVA DE FORÇA DE RUPTURA

Este tópico descreve os modelos STM da literatura aplicados a blocos de concreto sobre quatro estacas e, de forma complementar, faz uma contextualização simplificada de

algumas diretrizes normativas. Foram indicadas apenas as formulações dos modelos analíticos utilizados ou discutidos nesta pesquisa.

2.3.1. Modelo de Blévot e Frémy (1967)

Blévot e Frémy (1967) propuseram um modelo simplificado e amplamente aceito no meio técnico para o dimensionamento de blocos de concreto sobre estacas. A metodologia consistiu na decomposição da área de projeção da biela nas zonas nodais superior e inferior, incluindo, no primeiro caso, a introdução de um coeficiente que é associado ao confinamento do concreto. Os limites propostos foram definidos exclusivamente a partir dos ensaios conduzidos pelos próprios autores.

Os ensaios foram realizados em blocos sobre estacas sob pilares de seção transversal quadradas e, para o uso do modelo proposto em casos de pilar retangular, os autores sugeriram utilizar a menor dimensão da seção do pilar para definir a inclinação da biela. De forma resumida, as Equações (2-1) e (2-2) resultam em valores de tensão de compressão no nó superior (σ_c^{st}) e inferior (σ_p^{st}).

$$\sigma_c^{st} = \frac{N_c}{A_c \cdot \text{sen}^2(\theta)} \leq \alpha \cdot f_c \quad (2-1)$$

$$\sigma_p^{st} = \frac{N_c}{n_p \cdot A_p \cdot \text{sen}^2(\theta)} \leq f_c \quad (2-2)$$

Sendo: N_c : força de compressão do pilar; n_p : número de estacas; A_c : área da seção transversal do pilar; A_p : área da seção de estaca do pilar; f_c : resistência característica do concreto; α : coeficiente adotados para blocos em função ao número de estacas: 1.4 para blocos sobre duas estacas, 1.75 três e 2.1 quatro estacas.

Para o cálculo da força no tirante ($F_k^{tirante}$) de blocos sobre quatro estacas, obtida por meio da decomposição das forças com o início da biela distante a $\frac{1}{4}$ da face do pilar (seção transversal quadrada) e a reação atuando no centro geométrico das estacas a Equação (2-3) pode ser utilizada.

$$F_k^{tirante} = \frac{N_c}{16} \cdot \frac{(2 \cdot e - a_p)}{d} \quad (2-3)$$

Sendo: N_c : força de compressão do pilar; e : espaçamento entre estacas - eixos; a_p : dimensão do pilar (quadrado); d : altura útil.

No caso de seções retangulares de pilares, o modelo é ajustado com uma seção equivalente do pilar ($a_{p,e}$), conforme Equação (2-4).

$$a_{p,e} = \sqrt{a_p - b_p} \quad (2-4)$$

Sendo: a_p menor dimensão do pilar; b_p : maior dimensão do pilar.

2.3.2. Modelo de Schlaich & Schäfer (1991)

Schlaich & Schäfer (1991) propuseram um modelo de bielas e tirantes com coeficientes (α) para definir os limites de tensão em função da resistência de cálculo do concreto à compressão (f_{cd}):

- i. $\alpha = 1,0$: para estado uniaxial e campos de tensões sem perturbações;
- ii. $\alpha = 0,8$: para campos de tensões com fissuras paralelas às tensões de compressão; e
- iii. $\alpha = 0,6$: para campos de tensões com fissuras inclinadas.

Os autores definiram as regiões nodais como áreas onde as tensões de compressão são desviadas. As Equações (2-5), (2-6) e (2-7) mostram a proposta dos autores, incluindo seus limites definidos, que são aplicáveis em modelos de bielas tridimensionais. A Figura 2-8 ilustra a idealização das bielas.

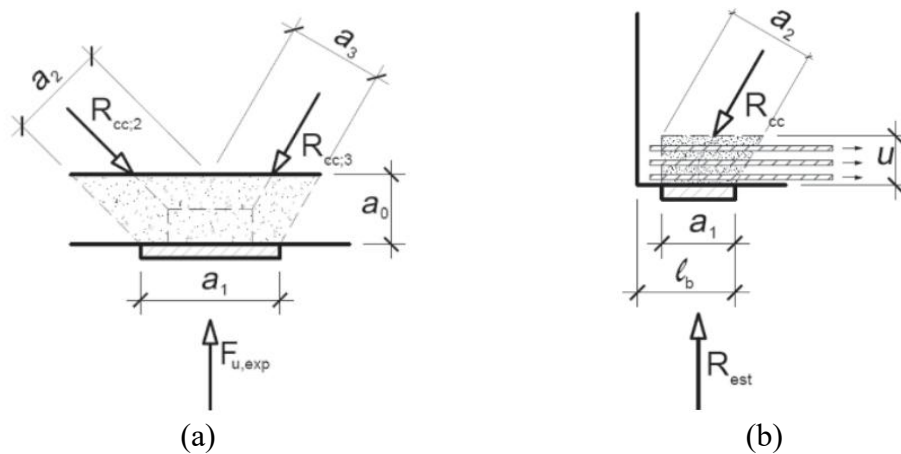
$$\sigma_c^{st} = \frac{N_{col}}{a_1 \cdot b} \leq 1.1 \cdot f_c \quad (2-5)$$

$$\sigma_p^{st} = \frac{N_{pile}}{A_p \cdot \left[1 + \left(\frac{u \cdot \cot g(\theta)}{a_1} \right) \right] \cdot \sin^2(\theta)} \leq 0.8 \cdot f_c \quad (2-6)$$

$$u = 2 \cdot c + n \cdot \varphi + (n - 1) \cdot e_v \quad (2-7)$$

Onde: N_{col} é a força de ruptura dos modelos numéricos no pilar; N_{pile} é a força de reação da estaca; a_1 é a dimensão do pilar ou estaca medida na direção da escora; b é a dimensão do pilar medida na direção perpendicular à biela; f_c é a resistência à compressão do concreto; u é a altura em que as barras longitudinais são distribuídas considerando uma camada de cobrimento superior e; θ_s a inclinação do ângulo da escora.

Figura 2-8 - Ilustração do nó sujeito a tensões de (a) compressão e (b) compressão e tração desenvolvida pelas barras ancoradas do modelo de Schlaich e Schäfer (1991)



Fonte: Adaptado de Schlaich e Schäfer (1991).

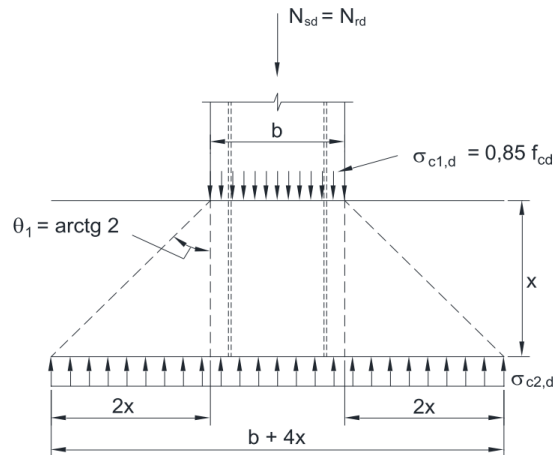
2.3.3. Modelo de Fusco (1995)

Fusco (1995) propôs um modelo de dimensionamento de blocos sobre estacas que pode ser considerado como uma “extensão” do modelo de Blévot e Frémy (1967). A diferença é dada em função da consideração da área ampliada nas regiões nodais (Figura 2-9) e, a partir desta definição, os modelos se tornam similares.

Os coeficientes de redução da resistência à compressão do concreto para os limites de tensão das bielas proposto por Fusco (1995, p. 127) foram:

- i. Para $f_{ck} \leq 40MPa$:
 - (i) $\alpha = 1,0$: para bielas confinadas em estado plano de tensão;
 - (ii) $\alpha = 0,85$: para bielas não confinadas; e
 - (iii) $\alpha = 0,60$: para bielas não confinadas e fissuradas;
- ii. Para $f_{ck} > 40MPa$:
 - A. $\alpha = 0,9$: para bielas confinadas em estado plano de tensão;
 - B. $\alpha = 0,8$: para bielas não confinadas; e
 - C. $\alpha = 0,50$: para bielas não confinadas e fissuradas;

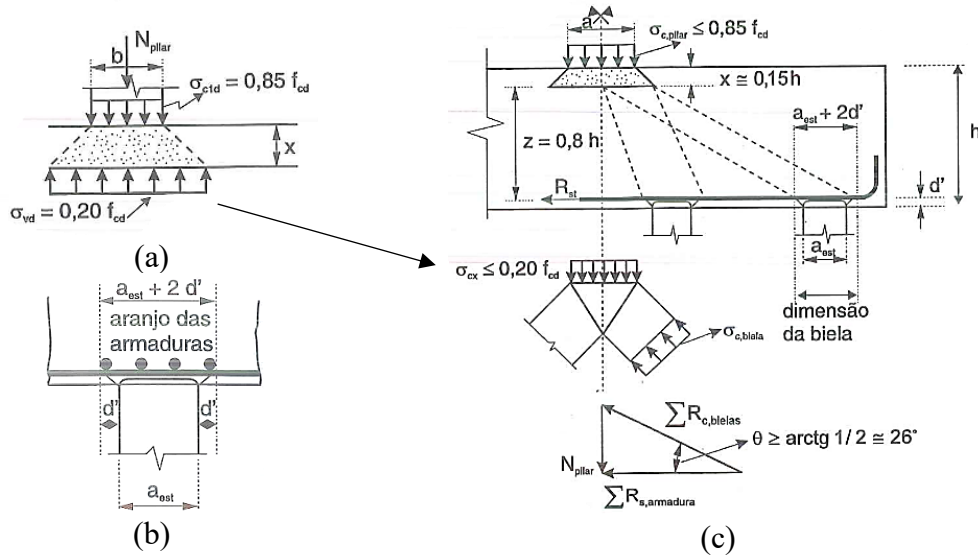
Figura 2-9 - Definição do pilar fictício de áreas ampliadas



Fonte: Adaptado de Fusco (1995).

Para o dimensionamento, o primeiro passo é o cálculo da altura “x”, correspondente à altura de espraçamento das tensões. Nesse contexto, considera-se um ângulo θ_1 igual a $\arctg(2) = 63,4^\circ$ (Figura 2-9) para a dispersão das tensões na região superior. A Figura 2-10 ilustra a definição da biela.

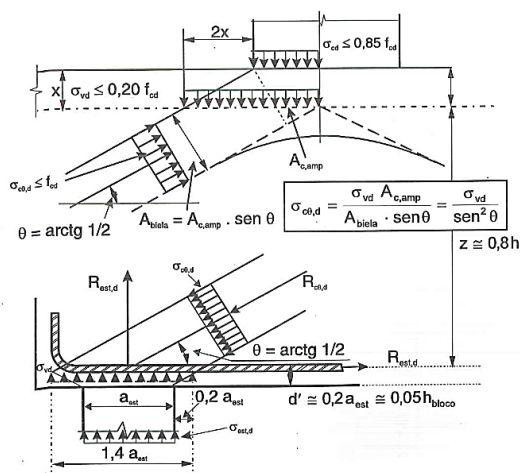
Figura 2-10 - Geometria da biela de Fusco. (a) Área ampliada (pilar fictício), (b) área da biela e (c) idealização da biela



Fonte: Adaptado de Fusco (1995).

No modelo, duas regiões são avaliadas na zona superior: (i) a interface entre o pilar e o bloco, onde a tensão de compressão é limitada a $\sigma_{c1,d} = 0,85 \cdot f_{cd}$, e (ii) a área ampliada, cujo limite de compressão é definido por $\sigma_{c2,d} = \sigma_{v,d} = 0,2 \cdot f_{cd}$. Ressalta-se que neste último caso o valor é definido de forma a respeitar o limite de compressão do concreto igual a f_{cd} .

Figura 2-11 - Valores limites de tensão nas regiões de biela e área ampliada

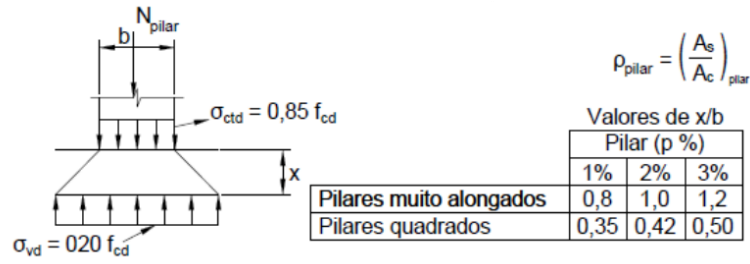


Neste contexto, a Equação (2-8) resulta no equilíbrio da solicitação de tensões.

$$\sigma_{c2,d} = \sigma_{v,d} = \frac{N_{sd,p}}{A_{c,amp}} = \frac{N_{sd,p}}{(a_p + 4 \cdot x) \cdot (b_p + 4 \cdot x)} = 0,20 \cdot f_{cd} \quad (2-8)$$

Para simplificar o cálculo de “x”, os autores sugeriram a obtenção deste valor por meio da taxa de armadura longitudinal do pilar (Figura 2-12). É importante notar que esses valores se diferem em função do tipo do pilar (seção transversal quadrada ou retangular). A definição de pilares alongados pelos autores é dada em função de uma dimensão do pilar em planta ser maior em até 10 vezes a dimensão perpendicular.

Figura 2-12 - Definição da profundidade “x” - método de Fusco (1995)



Fonte: Adaptado de Fusco (1995).

Na região nodal inferior (estacas), a área é considerada ampliada com um espraçamento em 45° a partir do fundo do bloco. O limite é estabelecido pela Equação (2-9).

$$\sigma_{c2e,d} = \frac{N_{sd,p}}{n_e \cdot A_{e,amp}} = 0,20 \cdot f_{cd} \quad (2-9)$$

$$A_{e,amp} = a_e + 2 \cdot d' \quad (2-10)$$

sendo: $N_{sd,p}$: força de cálculo do pilar; n_e : número de estacas; f_{cd} tensão limite de cálculo do concreto.

2.3.4. Modelo de Adebar e Zhou (1996)

Com base nos resultados de Adebar e Zhou (1993), os autores propuseram um modelo para estimativa da capacidade resistente à compressão das bielas ($f_{c,bie}$) de blocos de concreto sobre estacas que relacionam as dimensões da área de carregamento (A1) e reação (A2) da biela, devendo respeitar o espraçamento das tensões em um ângulo de 45°. As equações do modelo são indicadas da Equações (2-11) até (2-14).

$$f_{c,bie} = f'_c + 6 \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \sqrt{f'_c} \quad (2-11)$$

$$\alpha = \frac{1}{3} \cdot \left(\sqrt{A1/A2} - 1 \right) \leq 1 \quad (2-12)$$

$$\beta_{\text{pilar}} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2d}{a_p} - 1 \right) \leq 1 \quad (2-13)$$

$$\beta_{\text{estaca}} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{d}{a_e} - 1 \right) \leq 1 \quad (2-14)$$

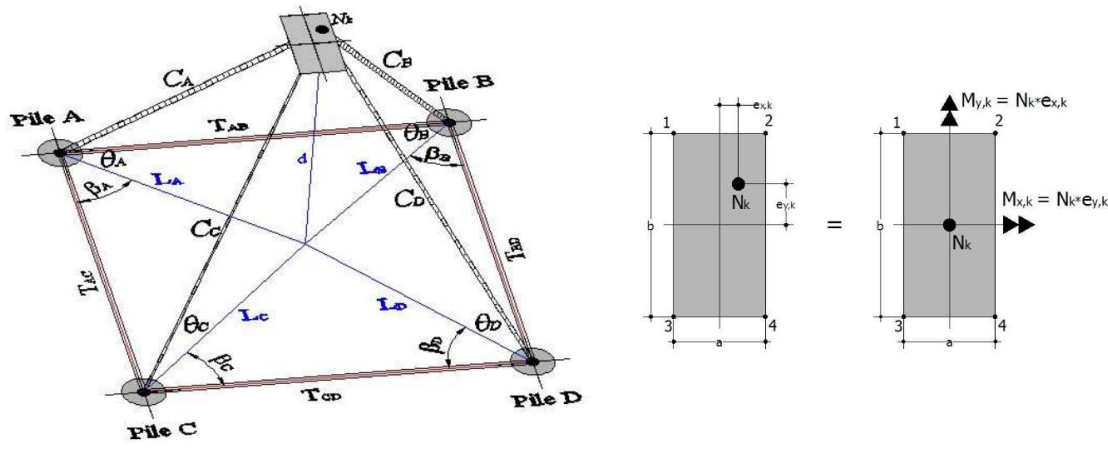
O método proposto pelos autores levou em consideração o acréscimo de resistência promovido pelo confinamento do concreto por meio dos coeficientes α e β .

Para o dimensionamento, a variação da altura útil (d) altera os valores dos respectivos valores de β da região considerada.

2.3.5. Modelo de Souza et al. (2007)

Souza et al. (2007) propuseram um modelo para estimativa da capacidade resistente em blocos sobre quatro estacas sob pilares de seção retangular com excentricidade da carga. A idealização do modelo é ilustrada na Figura 2-13.

Figura 2-13 - Idealização da treliça do modelo de Souza et al. (2007) para forma e carregamento genérico



Fonte: Souza et al. (2007)

Para avaliação do limite de ruptura da biela, os autores adotaram o modelo de plastificação do concreto com resistência limite de acordo com a proposta de Adebar et al. (1990).

2.3.6. Modelo de Park, Kuchma e Souza (2008)

Os autores propuseram uma abordagem STM aprimorada para blocos de quatro estacas, incorporando a compatibilidade de deformações e relação constitutiva não linear do concreto. O modelo é baseado nas equações de (2-15) até (2-28).

1) Propriedades iniciais:

$$k = \sqrt{(\eta\rho)^2 + 2\eta\rho - \eta\rho} \quad (2-15)$$

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot s}; \eta = \text{número de tirantes na biela} \quad (2-16)$$

$$E_c = \begin{cases} 4730\sqrt{f'_c} & \rightarrow f'_c \leq 21 \text{ MPa} \\ 3320\sqrt{f'_c} + 6900 & \rightarrow f'_c > 21 \text{ MPa} \end{cases} \quad (2-17)$$

2) Área efetiva da biela

$$A_d^{top} = \frac{c}{\sqrt{2}} \left(\frac{c}{\sqrt{2}} \cos \theta_z + k d \sin \theta_z \right) \quad (2-18)$$

$$A_d^{bottom} = \frac{\pi}{4} d_p (d_p \cos \theta_z + 2(h - d) \sin \theta_z) \quad (2-19)$$

$$A_d^{eff} = \min(A_d^{top}, A_d^{bottom}) \quad (2-20)$$

3) Equilíbrio de forças

$$F_d = \frac{P}{4 \cos \theta_z} \quad (2-21)$$

$$F_x = F_d \cos \theta_x \quad ; \quad F_y = F_d \cos \theta_y \quad (2-22)$$

4) Resistência do tirante

$$F_{ct} = 0,2 \sqrt{f'_c} A_{ct} \quad (2-23)$$

5) Resistência do concreto

Tensão inicial:

$$\varepsilon_0 = 0,002 + 0,001 \frac{f'_c - 20}{80} \quad (2-24)$$

Fator redução:

$$\xi = \min \left(\frac{5,8}{\sqrt{f'_c} \cdot \sqrt{1 + 400}} ; \frac{0,9}{\sqrt{1 + 400 \varepsilon_r}} \right) \quad (2-25)$$

Deformação compatível:

$$\varepsilon_d = \varepsilon_h + \varepsilon_v - \varepsilon_r \quad (2-26)$$

Razão de deformação:

$$r = \frac{\varepsilon_d}{\xi \varepsilon_r} \quad (2-27)$$

Tensão da biela:

$$\sigma_d = \begin{cases} \xi f'_c (2r - 2r^2), & r \leq 1 \\ \xi f'_c \left[1 - \left(\frac{r - 1}{\xi - 1} \right) \right], & r < 1 \end{cases} \quad (2-28)$$

2.3.7. Modelo de Souza et al. (2009)

Souza et al. (2009) adaptaram o modelo de Souza et al. (2007), especificamente para a análise de carregamentos centrados. Conforme discutido por Melendez et al. (2019), as estimativas de capacidade resistente de Souza et al. (2009) tiveram valores inferiores aos resultados experimentais, consequência da idealização da treliça partir de um único ponto geométrico da seção transversal do pilar. O equacionamento proposto pelos autores é indicado na Equações (2-29).

$$N_{f,a} \leq \begin{cases} N_{ff,a} = \frac{-4 \cdot \phi_f \cdot A_{sD} \cdot f_y \cdot d}{e} \rightarrow \text{flexure failure mode} \\ N_{fs,a} = -2.08 \cdot b \cdot d \cdot f_c^{\frac{2}{3}} \rightarrow \text{shear failure mode} \end{cases} \quad (2-29)$$

Onde ϕ_f = coeficiente calibrado igual a 2,05; A_{sD} = armadura total considerada em uma direção; f_y : resistência ao escoamento do aço; d : altura efetiva; e : distância entre centros geométricos das estacas; b : dimensão do pilar de seção quadrada; f_c : resistência à compressão do concreto.

A partir da análise de ensaios da literatura realizada pelos autores, foi identificado que o aumento da capacidade resistente de blocos sobre quatro estacas em função do aumento da taxa de armadura é não linear, sendo que a ruptura da biela foi caracterizada pelo fendilhamento do concreto.

Os coeficientes da Equação (2-29) foram calibrados com base nos resultados experimentais da literatura. A maior variação da estimativa ocorreu com um valor igual a 23% no caso de ruptura pelo fendilhamento do concreto. Para estimativas de carregamento do início da fissuração e escoamento da armadura, a variação foi reduzida para valores de aproximadamente 14%~15%, em ambos os casos.

2.3.8. Modelo de Jensen e Hoang (2012)

Jensen e Hoang (2012) propuseram um modelo baseado na plasticidade de limite superior, diferentemente da consideração dos modelos STM, que são baseados no limite inferior. O modelo proposto considera três tipos de ruptura: punção, cisalhamento e flexão (falha da armadura).

A média das estimativas das razões de forças de ruptura experimental e forças estimadas foi igual a 1.01 com coeficiente de variação de 17% e, conforme os próprios autores, esses resultados são próximos aos obtidos por Souza et al. (2009). Em relação ao modo de falha por causa da ruptura da armadura, os resultados tiveram melhor convergência com os resultados experimentais, com média igual a 0.98 e coeficiente de variação igual a 9%. Os autores ainda descreveram a impossibilidade de falha por punção nos modelos experimentais avaliados.

2.3.9. Modelo de Guo (2015)

Guo (2015) sugeriram um modelo simplificado, voltado para a análise de blocos sobre estacas com armadura distribuída uniformemente na base do bloco. O autor parte da hipótese de que as áreas de compressão da zona nodal superior e inferior se igualam no momento da ruptura, com estimativa expressa pela equação (2-30).

$$F = S \times f_{ce} = 0,6 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \frac{f_{ce1} + f_{ce2}}{2} \quad (2-30)$$

Os valores de f_{ce1} e f_{ce2} referem-se as resistências à compressão do concreto nas regiões nodais superior e inferior, respectivamente, derivadas da resistência à compressão do corpo de prova (f'_c). O cálculo dessas expressões deriva da equação (2-31).

$$f_{ce} = \gamma \cdot f'_c = \alpha(f'_c) \cdot \beta(\lambda) \cdot f'_c \quad (2-31)$$

Em resumo, a equação (2-31) pondera a resistência do concreto por um coeficiente de minoração ($\alpha(f'_c)$) baseado na classe de resistência do concreto e da relação vão e altura da treliça ($\beta(\lambda)$).

Apesar da proposta ser relacionada a um arranjo de armaduras distribuídas, o modelo não é limitado pelo número de estacas, visto que a capacidade da força resistente da biela é definida em função da área da estaca, média da resistência à compressão do concreto nas regiões nodais e do formato da treliça.

2.3.10. Modelo de Araújo (2016)

Dado os critérios de Fusco (1995) de amplificação de área pela presença de armadura longitudinal dos pilares na interface de pilar e bloco, Araújo (2016) propôs um modelo interativo para definir as bielas a uma profundidade “x” da base do pilar. Outra consideração adotada pelos autores foi que a capacidade resistente dos blocos é em função da falha do concreto (avaliadas pela tensão de compressão das bielas) ou pelo escoamento da armadura.

Para blocos de concreto sobre quatro estacas, das estimativas de 63 modelos avaliados, apenas 17 resultaram em falha nos mecanismos do concreto. Ressalta-se que essas estimativas descreveram que a falha do modelo foi definida ou pela ocorrência do escoamento da armadura ou por mecanismos do concreto.

2.3.11. Modelo de Chetchotisak, Yindeesuk e Teerawong (2017)

Os autores propuseram um modelo STM a partir da análise de fatores de redução da resistência do concreto (ν), definindo o parâmetro para incorporar em seu modelo que teve menor dispersão de estimativas da capacidade resistente.

O modelo distingue-se por sua natureza interativa, na qual a capacidade resistente do bloco (P_n) é definida pelo limite entre a capacidade da biela de compressão (P_{ns}) e a capacidade do tirante (P_{nt}). Um diferencial relevante desta formulação é que a resistência do tirante não se limita somente ao escoamento da armadura; ela incorpora a contribuição

do concreto à tração ao tirante. Assim, o tirante é composto pela força na armadura somada à força de tração média no concreto.

A partir da análise dos resultados obtidos, os autores descreveram a importância da taxa de armadura (ρ) presente nos tirantes em função da capacidade resistente do bloco, podendo ser interpretado como uma influência de confinamento que ocorre no nível da armadura principal.

2.3.12. Modelo de Melendez et al. (2019)

O objetivo de Melendez et al. (2019) consistiu no refinamento da idealização da treliça em modelos STM, implementando um procedimento iterativo para a determinação do ângulo de inclinação das bielas. Para viabilizar essa análise, os autores consideraram as zonas de concentração de tensões de compressão na interface pilar-bloco, permitindo que a geometria das bielas seja ajustada.

O modelo contempla três modos de ruptura principais: (i) o fendilhamento da biela junto ao nó inferior; (ii) o esmagamento do nó superior; e (iii) a falha da armadura por atingir a força suportada. Ao aferir a precisão da proposta frente aos bancos de dados experimentais da literatura, os autores reportaram uma média da relação da capacidade resistente experimental pela prevista de 1,08 e um coeficiente de variação de 12%, evidenciando a importância de considerar as concentrações de tensão nas zonas de interface para uma idealização da treliça interna.

O procedimento de cálculo é fundamentado pela Equação (2-32) até Equação (2-35), sendo auxiliado pelos ábacos da Figura 2-14. Especificamente, a ruptura da diagonal comprimida é definida pela condição mostrada na Figura 2-14.a; caso este colapso ocorra após o início do escoamento da armadura, a condição é verificada via Figura 2-14.b. Por fim, a Figura 2-14.c descreve a falha por esgotamento da capacidade resistente à tração do aço no tirante.

$$P_{nt,u} = 2 \sqrt{2} \tan \theta_s^{3d} A_s f_u \quad (2-32)$$

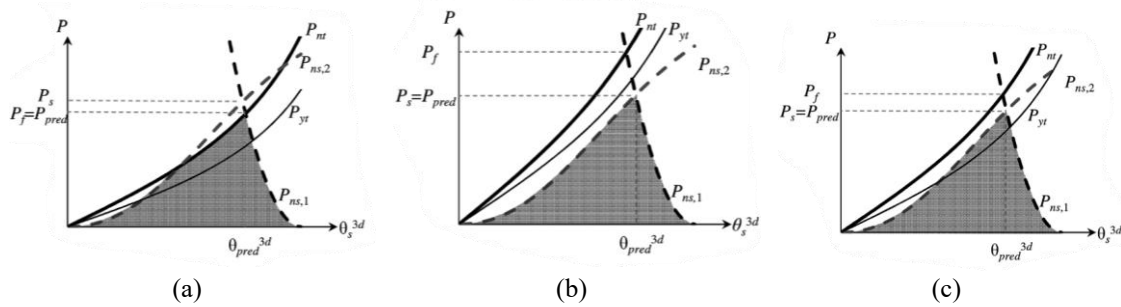
$$P_{nt,y} = 2 \sqrt{2} \tan \theta_s^{3d} A_s f_y \quad (2-33)$$

$$P_{ns,1} = 18 f_{cp} \left(\frac{d}{\sqrt{2} \tan \theta_s^{3d}} - a \right)^2 \sin^2 \theta_s^{3d} \quad (2-34)$$

$$P_{ns,2} = \frac{4 \beta_p \sin \theta_s^{3d} (d_p \sin \theta_s^{3d} + 2 C_b \cos \theta_s^{3d}) d_p f_{cp}}{0.8 + 170 (\varepsilon_{tx} + \varepsilon_{ty} + \varepsilon_z - \varepsilon_s)} \quad (2-35)$$

Sendo: θ_s^{3d} = Ângulo tridimensional de inclinação da biela; f_u e f_y = tensão última e de escoamento da armadura, respectivamente; f_{cp} = força equivalente de plasticidade do concreto; β_p = fator de área da projeção da biela; ε_{tx} e ε_{ty} = deformação da armadura do tirante nas direções x e y; ε_z = deformação média do concreto na direção z, ε_s = deformação média do concreto da diagonal comprimida.

Figura 2-14 - Modos de ruptura de Melendez et al. (2019), (a) insuficiência da armadura, (b) esmagamento da biela nó superior e (c) fendilhamento após escoamento da armadura



Fonte: Melendez et al (2019).

2.3.13. Modelo de Dey e Karthik (2019)

O modelo proposto fundamenta-se na extrapolação de um modelo STM bidimensional para uma configuração tridimensional, adaptada especificamente aos blocos sobre quatro estacas. Nesta abordagem, os autores propuseram o uso de expressões analíticas para definir a geometria volumétrica da biela, incorporando, simultaneamente, a contribuição da resistência à tração do concreto na força última do tirante.

A avaliação do modelo foi realizada com 18 resultados experimentais, obtendo-se uma média de estimativa da força experimental sobre a força estimada igual a 1,07 e coeficiente de variação de 7%. É relevante salientar que 14 destes espécimes pertenceram aos programas experimentais de Suzuki, Otsuki e Tsubata (1998) e Suzuki, Otsuki e Tsuchiya (2000), o que assegura a minimização de variabilidade das condições de ensaios à base de dados utilizada.

2.3.14. Modelo de Yun, Chae e Ramirez (2019)

A partir de uma análise crítica de diretrizes normativas vigentes à época, Yun, Chae e Ramirez (2019) propuseram um modelo STM baseado em quatro aspectos:

- i. A idealização da treliça incorpora a contribuição da resistência à tração do concreto tanto nos tirantes paralelos quanto nas diagonais situadas no plano das armaduras principais.

- ii. A avaliação das tensões de compressão nas bielas foi refinada por meio de análises numéricas, permitindo uma distribuição de esforços mais condizente com o fluxo real de tensões.
- iii. O modelo propõe coeficientes de eficiência distintos para as zonas nodais superior e inferior, reconhecendo as diferentes condições de confinamento e solicitação em cada região.
- iv. A análise é iterativa para determinação da resistência dos tirantes em equilíbrio com a capacidade máxima de compressão das bielas, garantindo a compatibilidade de deformações.

Os autores enfatizaram que a omissão da resistência à tração do concreto nos tirantes subestima a capacidade resistente do elemento. Ao validarem a proposta frente a um banco de dados de 115 resultados experimentais, a média das estimativas da capacidade resistente sobre a capacidade estimada foi igual a 1,19 com um coeficiente de variação de 20,6%.

2.3.15. Modelo de Mogili e Hwang (2021)

Mogili e Hwang (2021) introduziram uma abordagem adaptável para blocos de concreto com distribuição assimétrica das estacas. Embora os resultados tenham subestimado a capacidade resistente para elementos simétricos — verificado em 15 modelos do programa experimental de Clarke (1973) — a proposta demonstrou viabilidade para as configurações assimétricas, segundo os autores, que se basearam na avaliação de cinco modelos de Adebar et al. (1990), com média da razão da capacidade resistente sobre a estimativa calculada próxima de 1,0.

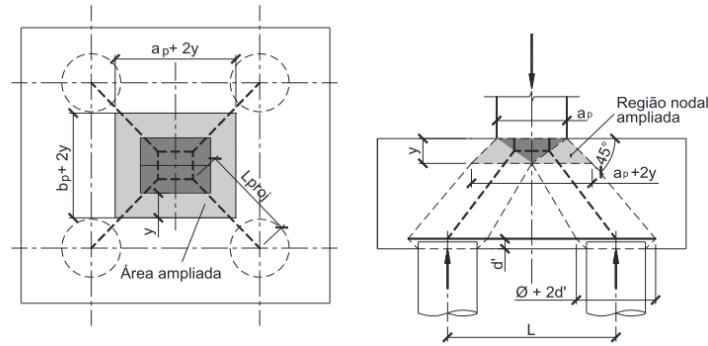
As reações das estacas foram calculadas em função da sua distância relativa ao pilar, atribuindo menor intensidade de carga para as estacas mais afastadas do centro de aplicação do carregamento. Este critério de análise foi particularmente relevante, pois contrapõe-se à prática convencional de projeto, que usualmente assume uma distribuição uniforme de reações fundamentada na hipótese simplificadora de rigidez infinita do bloco. O modelo resultou em menor dispersão quando comparado aos métodos de seção e STM prescritos pelo ACI 318 (2019).

2.3.16. Modelo de Santos (2023)

Santos (2023) propôs uma formulação analítica fundamentada nas premissas de Blévyot e Frémy (1967) e Fusco (1995), visando conferir maior consistência à delimitação

das regiões nodais em blocos sobre estacas. A proposição do modelo foi motivada pelas incertezas e dificuldades interpretativas no meio técnico acerca das diretrizes da NBR 6118 (2014), especialmente em relação aos limites de tensão para a verificação das bielas comprimidas. A premissa do modelo é que o pilar é submetido a solicitação que conduz ao limite de sua capacidade resistente e, conseqüentemente, a inclinação das bielas ocorre no interior do bloco, definido por uma altura “y” distante da face inferior do pilar (Figura 2-15).

Figura 2-15 - Modelo de biela e tirantes proposto por Santos (2023)



Fonte: Santos (2023, p. 87)

A Equação (2-36) e Equação (2-37) foram obtidas pela modificação da verificação do esmagamento das bielas nas regiões nodais, onde, os cálculos da área ampliada da estaca ($A_{e,amp}$) e da área ampliada do pilar ($A_{p,amp}$) foram definidas pelo método proposto pelo autor, que considera que a abertura de carga para definir as áreas ampliadas ocorre com um ângulo de 45°.

$$\sigma_{cd,e}^{bie} = \frac{N_{sp,e}}{n_{estacas} \cdot A_{e,amp} \cdot \text{sen}^2(\theta)} \leq f_{cd3} \quad (2-36)$$

$$\sigma_{cd,e}^{bie} = \frac{N_{sd,p}}{A_{p,amp} \cdot \text{sen}^2(\theta)} \leq f_{cd1} \quad (2-37)$$

2.3.17. Modelo de Boulifa et al. (2023)

Boulifa et al. (2023) propuseram um modelo analítico com a incorporação de fatores calibrados da proposição de Boulifa et al. (2021). A calibração efetuada concentrou-se em dois parâmetros fundamentais que regem a interação mecânica entre o concreto e o aço. A base de dados experimental utilizada para a calibração integrou os

ensaios de Clarke (1973) e a extensa série de investigações de Suzuki et al. (Suzuki; Otsuki; Tsubata, 1998, 1999; Suzuki; Otsuki, 1996; Suzuki; Otsuki; Tsuchiya, 2000).

A avaliação da proposta (Equação (2-38)) utilizou 107 ensaios e resultou em uma média da capacidade resistente experimental sobre as estimativas do modelo igual a 1,19 e um coeficiente de variação 8,8%, indicando uma melhora nas estimativas quando comparados aos resultados da formulação original de Boulifa et al. (2021) — que teve índice médio de 1,20 e coeficiente de variação de 10,8%.

$$P_n = 2 \cdot [\alpha \cdot A_s \cdot f_y + \beta \cdot b \cdot a(0,375\sqrt{f'_c})] \cdot \frac{d}{a} \quad (2-38)$$

Sendo: α e β : coeficientes calibrados para determinação das forças de contribuição do aço e concreto, respectivamente; b : dimensão do bloco em planta; a : distância da face do pilar até o eixo das estacas; f'_c : resistência à compressão do concreto; d : altura útil.

Os coeficientes α e β , detalhados na Tabela 2-4, foram definidos em conformidade com o mecanismo de ruptura sob análise. Para a determinação da capacidade resistente em função dos mecanismos do concreto, utilizaram-se os parâmetros da coluna $P_{n,s}$ (fendilhamento). Para o estado limite governado pelo escoamento da armadura, adotaram-se os valores discriminados na coluna $P_{n,f}$.

Tabela 2-4 - Coeficientes calibrados de Boulifa et al. (2023)

	$P_{n,s}$	$P_{n,f}$
α	0,3750	0,740
β	0,4125	0,075

Fonte: Adaptado de Boulifa et al. (2023)

O modelo desconsidera a geometria da seção transversal da estaca na determinação da capacidade resistente. Essa abordagem fundamentou-se na premissa de que, sendo a falha governada pelo fendilhamento da biela, a reação resultante pode ser idealizada diretamente no centro geométrico da estaca, tornando a área de contato um parâmetro secundário para este mecanismo específico.

2.3.18. Modelo de Kim et al. (2025)

No modelo proposto por Kim et al. (2025), os autores sugerem um roteiro de cálculo direto e sequencial, cujo grande objetivo é justamente eliminar a necessidade de realizar simulações numéricas ou iterações complexas para determinar a perda de eficiência do concreto tridimensional. Os autores propuseram duas fórmulas com

coeficientes calibrados por modelos de regressão, uma para carregamento centrado – Equação (2-39) – e a outra para carregamento com excentricidade – Equação (2-40).

$$\nu = \alpha \cdot (\omega/d)^2 + \beta \cdot (\omega/d) + \delta \quad (2-39)$$

$$\nu = \alpha \cdot (\omega/d)^2 + \beta \cdot (\omega/d) + \gamma \cdot (e/c) + \delta \quad (2-40)$$

Sendo: ν é o coeficiente de resistência efetiva da biela ou do nó; ω/d é a relação entre o vão de cisalhamento (distância da face do pilar ao centro da estaca) e a altura útil (d) do bloco; e/c é a relação entre a excentricidade da carga (e) e a dimensão do pilar (c); α , β , γ e δ são parâmetros empíricos.

No entanto, as Equações (2-39) e (2-40) foram calibradas para obter os coeficientes por meio da análise de modelos numéricos tanto nas regiões nodais como na biela. Com os valores obtidos do coeficiente, esses são utilizados na Equação (2-41) para determinar a tensão de resistência da zona nodal.

$$\sigma_{ce} = \nu \cdot f'_c \quad (2-41)$$

Sendo: σ_{ce} tensão de compressão limite do nó superior e inferior, ν é o coeficiente de resistência efetiva da biela e f'_c resistência à compressão do concreto.

A partir desses limites de tensão, a verificação da capacidade resistente no modelo tridimensional de Kim et al. (2025) é realizada em três regiões distintas ao longo do eixo da biela de compressão (interfaces superior, média e inferior). Esse procedimento permite mapear o fenômeno de espalhamento de tensões no interior do bloco, além de estender a validação de segurança às zonas nodais correspondentes.

2.4. NORMAS TÉCNICAS

A discussão acerca dos modelos de dimensionamento prescritos em normas é um tema recorrente na literatura técnica, motivada pela carência de uma padronização internacional e pela necessidade de investigações que consolidem procedimentos unificados para o projeto de blocos sobre estacas. Como evidência desse debate e frente ao acentuado conservadorismo observado nas estimativas de diversos códigos, a Tabela 2-3 (p. 33) contém indicadores estatísticos que ressaltam as disparidades entre o comportamento experimental e as previsões teóricas de algumas diretrizes normativas.

Nos últimos anos, a norma espanhola EHE-08 (2010) foi substituída pelo Código Estrutural (España. Ministerio de la Presidencia, 2021). Enquanto a normativa anterior possuía métodos simplificados e tabelas específicas para o dimensionamento de blocos de fundação, o novo código adota critérios de segurança mais rigorosos e abrangentes,

alinhando-se integralmente às diretrizes do EN 1992-1-1 (2004) e suas erratas, que resultou na EN 1992-1-1 (2023).

Paralelamente, a ACI 318 (2024) consolida o uso do método de bielas e tirantes como abordagem mandatória para elementos de grande rigidez, caso de blocos sobre estacas, refinando os parâmetros de resistência para modelos tridimensionais. No Brasil, a ABNT NBR 6118 (2026) descreve a possibilidade do emprego de modelos de bielas e tirantes para blocos rígidos, sem diretrizes para sua definição, preservando algumas particularidades para o cálculo de armaduras em blocos de fundação e os limites de zonas nodais.

O Quadro 2-2 resume as principais características da EN 1992-1-1 (2023), ACI 318 (2024) e ABNT NBR 6118 (2026). É possível observar que todos os modelos descrevem uma avaliação da resistência nodal recorrendo a diferentes parâmetros. Apesar das normas permitirem a idealização de modelos de bielas e tirantes tridimensionais, esse procedimento não é detalhado de forma prescritiva para blocos sobre estacas.

Quadro 2-2 - Características principais de modelos de biela e tirantes entre normas

Característica	EN 1992-1-1 (2023) (Eurocódigo 2)	ACI 318 (2024) (EUA)	ABNT NBR 6118 (2026) (Brasil)
Abordagem	Método de Bielas e Tirantes (Regiões D) obrigatório para blocos rígidos.	Método de Bielas e Tirantes (STM - Cap. 23) ou Modelos Lineares.	Método de Bielas e Tirantes.
Inclinação da Biela	Adota parâmetro v em função da inclinação da biela que pode variar de 20° a 90° .	Define limites de inclinação para garantir a eficiência da biela.	Ângulo θ geralmente entre $29,6^\circ$ e 63° ($\tan(\theta)$ entre 0,57 e 2,0).
Nó CCC (Sob o pilar)	$k_1 \cdot v \cdot f_{cd}$ (onde $k_1=1,1$ para nós comprimidos).	$0,85 \cdot \beta_n \cdot f_c$ (com β_n dependendo do confinamento).	$0,85 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd}$ (com coeficientes de ajuste de fadiga/duração).
Nó CCT (Sobre a estaca)	$k_2 \cdot v \cdot f_{cd}$ (onde $k_2=0,85$ devido à tração do tirante).	Redução da resistência nodal com tirantes (β_n menor que no CCC).	Verificação baseada na compressão diagonal e ancoragem do tirante.
Fator de redução de f_c	Variável com a resistência $(1-f_{ck}/250)$.	Definido por fatores β_s (para bielas) e β_n (para nós).	Coeficiente $\alpha_v=(1-f_{ck}/250)$, similar à base do Eurocódigo.
Ancoragem da armadura (tirantes)	Exige ancoragem total a partir do eixo da estaca.	Exigência rigorosa de comprimento de desenvolvimento além da zona nodal.	Deve ser garantida por ganchos ou comprimentos de ancoragem calculados.

Fonte: O autor (2026).

Ademais, a definição de limites de resistência e procedimentos de cálculo em normas técnicas para blocos sobre estacas possui desafios significativos, marcados pela falta de consenso sobre os coeficientes a serem aplicados. Embora os STM sejam amplamente adotados para o dimensionamento de blocos sobre estacas, observa-se uma discrepância entre os limites de tensão recomendados pelos códigos normativos atuais e os resultados derivados de investigações experimentais e estudos clássicos.

Neste cenário, é possível destacar que a literatura evidenciou a necessidade de metodologias de verificação mais precisas que contemplem o comportamento multiaxial do concreto nas zonas nodais superior e inferior, visando reduzir as incertezas e a variabilidade nas estimativas da capacidade resistente (Delalibera et al., 2023; TOMAZ et al., 2018), podendo ser adicionado neste ponto a análise efetuada no item 2.2.9, que corrobora com a influência da resistência à tração do concreto na capacidade resistente de bloco sobre estacas.

2.5. Considerações finais do capítulo

A partir da revisão da literatura, constata-se que houve avanços significativos na compreensão do comportamento mecânico de blocos sobre estacas. Diversos autores propuseram modelos analíticos com expressiva redução na dispersão estatística, alcançando valores médios da razão entre a força experimental e a força estimada próximos a 1,00, superando a precisão das diretrizes normativas vigentes.

Com exceção dos trabalhos de Boulifa et al. (2021, 2023), as propostas analíticas presentes na literatura concentraram-se na otimização dos modelos STM, visando à calibração de parâmetros de resistência e ao refinamento tridimensional da geometria da biela e da idealização da treliça. Contudo, embora a influência das condições de contorno experimentais seja amplamente reconhecida, constata-se a ausência de uma investigação aprofundada que quantifique o impacto da falta de padronização dos ensaios laboratoriais e a sua consequente interferência na dispersão dos resultados.

Ainda no contexto da aplicação dos modelos STM, a desconsideração das armaduras complementares pode resultar na subestimação da capacidade portante do elemento. A literatura evidencia que a presença dessas armaduras promove um efeito de confinamento do concreto, proporcionando um ganho de resistência. Contudo, a influência dessa variável não tem sido devidamente quantificada nos estudos disponíveis, configurando-se como mais uma lacuna sobre a previsão do comportamento mecânico dos blocos de fundação com a presença destas armaduras.

No que tange às variáveis geométricas, o banco de dados experimental usualmente adotado pelos pesquisadores restringe-se, quase em sua totalidade, a pilares de seção transversal quadrada. Essa particularidade dificulta a extrapolação direta dos modelos para seções retangulares, dada a complexidade inerente à alteração tridimensional do fluxo de tensões. Outra limitação relevante nos estudos refere-se ao efeito de escala, evidenciado pela predominância de modelos físicos com altura útil (d) restrita a 40 cm. Atribui-se essa limitação dimensional aos elevados custos operacionais e aos entraves logísticos inerentes à confecção e instrumentação laboratorial de corpos de prova em grande escala.

Quanto aos mecanismos de ruptura, os estudos convergem ao confirmar a contribuição da resistência à tração do concreto para a capacidade resistente da falha em função aos mecanismos do concreto, conclusão respaldada tanto por simulações numéricas quanto a resultados de modelos analíticos propostos que consideram essa variável. É neste escopo que a configuração dos apoios nos ensaios experimentais ganha notoriedade. A restrição à translação horizontal das estacas, inerente a determinadas configurações de ensaios laboratoriais, pode introduzir comportamento diferentes em relação a concentração de tensões nas estacas, região considerada para a compatibilização das deformações do concreto. Esse fluxo diferenciando em função das condições de contorno nos apoios, pode modificar o comportamento mecânico do modelo, podendo reduzir sua capacidade resistente prevista.

Ademais, os ensaios se concentraram em modelos de carga centrada e com ausência de armaduras complementares. Verificou-se que os alguns estudos não descrevem de forma clara as condições de contorno adotadas na configuração experimental.

Face as dificuldades logísticas inerentes aos ensaios físicos de blocos sobre estacas, a modelagem numérica consolida-se como uma alternativa viável para a investigação do seu comportamento mecânico. Não obstante, a literatura aponta desafios significativos para a obtenção de simulações com alta precisão. Nesse contexto, reitera-se que a ausência de padronização nos procedimentos experimentais compromete a reprodução fidedigna das condições de contorno no ambiente computacional. Esse fator, conforme discutido anteriormente, interfere diretamente na caracterização tridimensional do fluxo de tensões no interior do elemento estrutural.

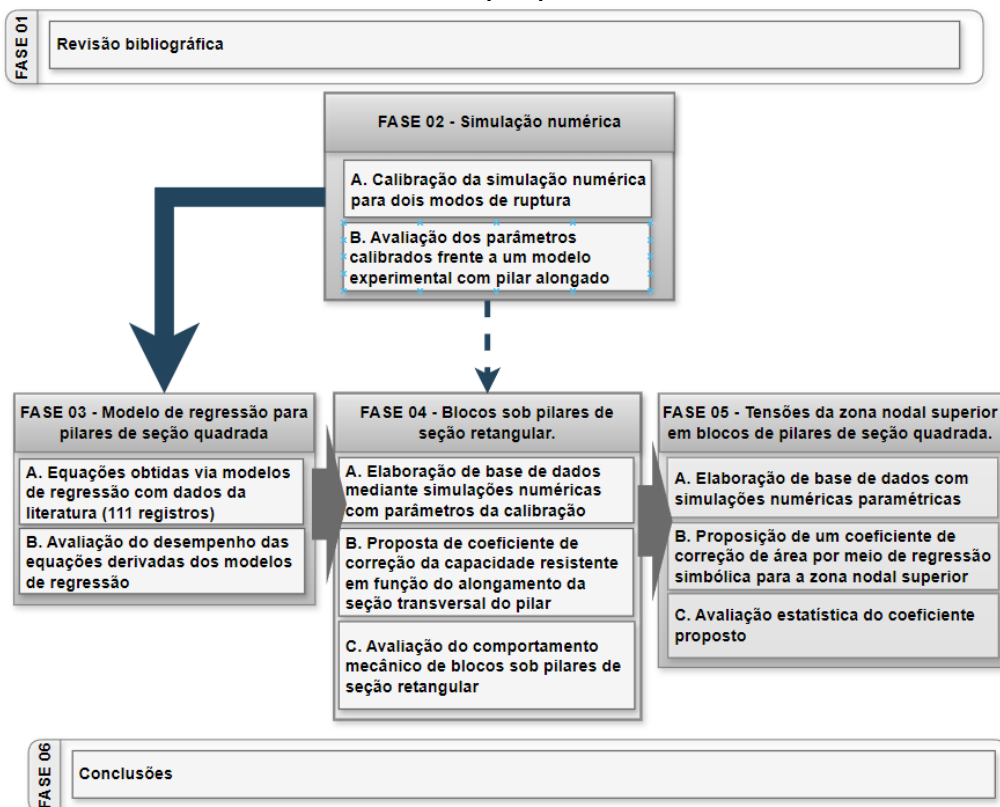
Dada a complexidade algébrica dos modelos STM para a captura de efeitos como a resistência à tração ou a idealização do fluxo de compressão, acredita-se que a aplicação

de modelos de regressão viabilize a obtenção de equações simplificadas com precisão adequada para a estimativa da força de ruptura, visto que essa metodologia tem sido empregada em alguns elementos estruturais com êxito na estimativa de força de ruptura. Por conseguinte, o desenvolvimento de um modelo fundamentado num banco de dados robusto, composto por ensaios físicos e extrapolações em modelos numéricos é uma solução promissora.

3. METODOLOGIA

O fluxo de trabalho desta pesquisa foi estruturado em seis fases distintas, conforme ilustrado na Figura 3-1. A proposição metodológica foi idealizada para garantir uma transição contínua entre as etapas, permitindo o processamento sistemático das simulações numéricas, realizando extrapolações geométricas a partir de modelos calibrados, fundamentadas nos parâmetros do modelo constitutivo adotado. O detalhamento das diretrizes e procedimentos de cada fase é mostrado nos subtópicos deste capítulo, excetuando-se a Fase 01, correspondente à fundamentação teórica e ao estado da arte (Capítulo 2), e a Fase 06, dedicada as conclusões da pesquisa.

Figura 3-1 - Fases do fluxo de trabalho da pesquisa



Fonte: O autor (2026).

As setas tracejadas no fluxograma representam a transferência de valores de variáveis do modelo constitutivo CDP. As fases são resumidas em:

- iii. Fase 02 (Calibração numérica): Esta etapa constitui a calibração da simulação numérica com o modelo constitutivo CDP frente a dois solucionares (estático e quase-estático);

- iv. Fase 03 (Elaboração e validação dos modelos de regressão): Esta etapa consistiu na elaboração e avaliação dos modelos de regressão com modelos numéricos extrapolados geometricamente;
- v. Fase 04 (Extrapolação de seção do pilar): Com os modelos devidamente validados e as equações derivadas dos modelos de regressões para blocos sobre quatro estacas com pilares de seção quadrada, procedeu-se à extrapolação da geometria dos pilares. Esta fase utilizou tanto os modelos numéricos da etapa anterior quanto novos modelos numéricos, processados com base nos parâmetros de calibração consolidados na Fase 02.
- vi. Fase 05 (Avaliação da tensão nodal superior): Esta fase final de análise utilizou o banco de dados dos modelos de seção quadrada (Fases 03 e 04) para realizar uma avaliação pormenorizada das tensões nodais. Esta etapa pode ser resumida na mensuração direta das áreas de compressão efetiva por meio de ferramentas de CAD, aplicadas sobre os resultados dos modelos numéricos já processados nas etapas anteriores. Neste caso, optou-se pelo uso de modelos de regressão simbólica.

Os modelos numéricos processados e analisados em cada fase estão resumidos no

Quadro 3-1.

Quadro 3-1 - Modelos numéricos processados e utilizados para respectivas fases do estudo

Fase	Série	Objetivo	Quantidade	Total
02	M	Calibração modelagem numérica	➔ 10 modelos análise de malha ➔ Calibração parâmetros CDP (Pile Cap A) ○ 26 modelos Abaqus®/Standart ○ 15 modelos Abaqus®/Explicit ➔ Calibração parâmetros CDP (BPC 30-30) ○ 6 modelos Abaqus®/Standart ○ 6 modelos Abaqus®/Explicit ➔ 11 modelos análise parametrização e resultados modelos analíticos para ambos solucionadores; ➔ 1 pilar seção retangular.	75
03	A	Avaliação das equações de modelos de regressão.	➔ 17 modelos extrapolados geometricamente a partir do modelo calibrado com ruptura da biela sem escoamento.	17
04	B	Avaliação dos modelos com pilares de seção retangular.	➔ 53 modelos: sendo 21 com seção quadrada e 32 com pilares de seção retangular. Altura útil até 35 cm. ➔ 18 modelos: sendo 9 com pilar de seção quadrada e 9 com pilares de seção retangular. Altura útil acima de 55 cm.	71
05	C	Avaliação da área de seção nodal superior.	➔ 37 modelos numéricos já processados.	37
Total:				200

Fonte: O autor (2026).

No que se refere aos recursos computacionais, a modelagem numérica foi desenvolvida por meio do programa Abaqus®, em sua versão 2021. Para a execução das análises estatísticas, bem como para o processamento e a determinação dos coeficientes das equações de regressão, empregou-se o programa Minitab®, versão 18. As simulações numéricas foram processadas em um computador equipado com um processador Intel Core i7-11800H, 16 GB de memória RAM, armazenamento SSD de 1 TB e placa de vídeo dedicada NVIDIA RTX 3060 Ti com 6 GB de memória GDDR6.

3.1. Revisão sistemática da literatura (Fase 01)

A Revisão Sistemática da Literatura (RSL) teve como propósito mapear o estado da arte referente aos modelos analíticos destinados à estimativa da capacidade resistente de blocos de concreto sobre estacas. O levantamento bibliográfico foi conduzido nas bases de dados Engineering Village, Scopus e no Portal de Periódicos da CAPES. A estratégia de busca consistiu na aplicação de operadores booleanos nos campos de título, resumo e palavras-chave, estruturada a partir da seguinte sintaxe: ((*stm*) OR (*strut AND tie*) OR (*struts AND ties*) OR (*strut-and-tie*) OR (*struts-and-tie*)) AND ((*pile AND cap*) OR (*pile-cap*) OR (*piles AND cap*) OR (*piles-cap*)).

Para a etapa de triagem e seleção dos artigos, adotaram-se os seguintes critérios de inclusão:

- i. **Abordagem teórica:** Pesquisas voltadas ao dimensionamento e à proposição de modelos analíticos para blocos de fundação;
- ii. **Estudos experimentais:** Trabalhos que investigam o comportamento estrutural e os mecanismos de ruptura desses elementos em modelos físicos; e
- iii. **Extensões do método de bielas e tirantes:** Investigações dedicadas ao aprimoramento e à aplicação do Método das Bielas e Tirantes, referenciado neste estudo pelo acrônimo STM (Strut-and-Tie Method).

Cabe ressaltar que obras clássicas de referência técnica e didática de Moraes (1976), Alonso (1983), Fusco (1994) e Leonhardt e Mönnig (1978), embora fundamentais, não foram incorporadas ao escopo desta RSL. Tal delimitação justifica-se pelo fato de que o recorte metodológico priorizou publicações indexadas em periódicos científicos, cujo foco primário reside no desenvolvimento contemporâneo e na validação de modelos voltados à estimativa da capacidade resistente destes elementos.

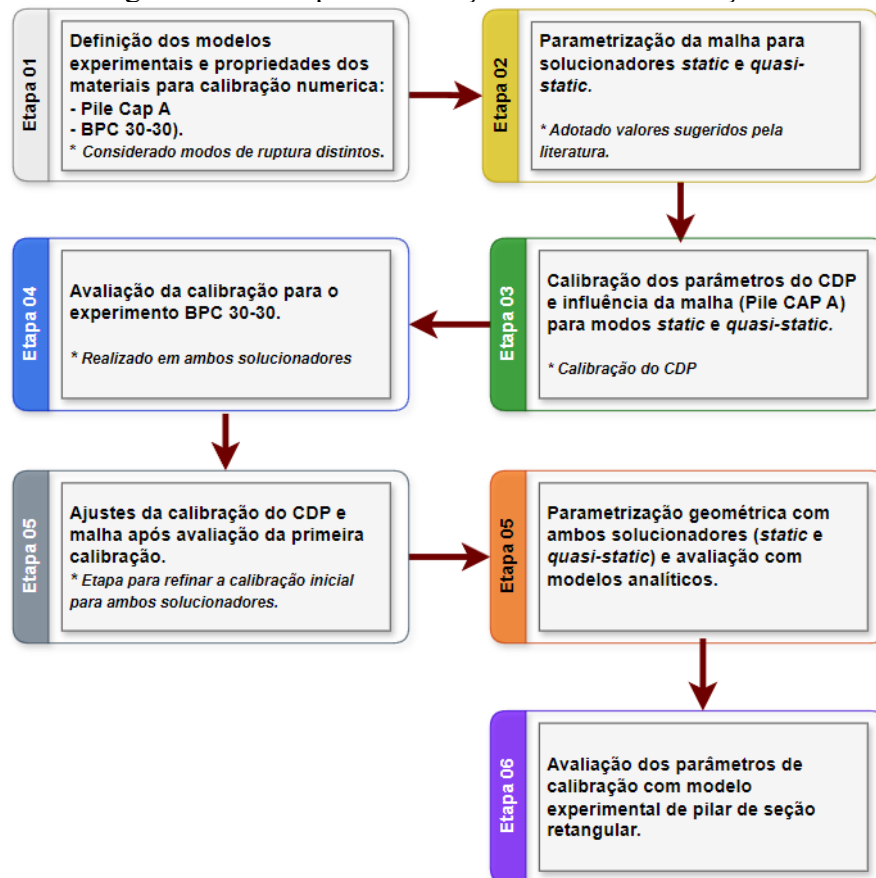
Os resultados decorrentes desta fase encontram-se detalhados no subtópico 1.2.

3.2. Calibração da simulação numérica (Fase 02)

Esta fase teve como objetivo garantir o maior nível de fidelidade com o comportamento mecânico simulado frente a resultados de modelos experimentais. A calibração consistiu na definição dos parâmetros constitutivos do CDP (*Concrete Damaged Plasticity*) e os modos de análise estático (*Static*) e quase-estático (*Quasi-static*). No software Abaqus®, o modo *quasi-static* é executado por meio do solucionador *Explicit*, enquanto o modo estático refere-se ao solucionador *Standard*.

O fluxo de trabalho realizado para a calibração do CDP e a definição do solucionador é ilustrado na Figura 3-2, com resultados no Capítulo 4 e em Spozito et al. (2024).

Figura 3-2 - Fluxo geral efetuado para calibração do CDP e definição do solucionador



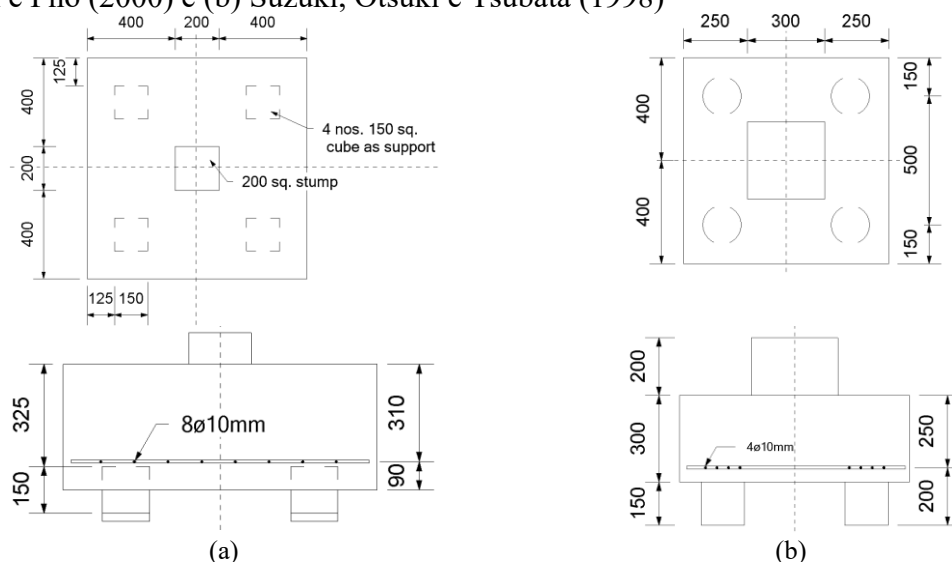
Fonte: O autor (2026).

A avaliação foi conduzida diante da escassez de informações na literatura sobre o emprego do CDP em elementos volumétricos situados em regiões de descontinuidade (Regiões D), conforme evidenciado na análise do item 2.2.10 (Tabela 2-1, pg. 30).

3.2.1. Características dos modelos base e materiais

Dois ensaios experimentais da literatura foram adotados para calibração: “*Pile Cap A*”, de Chan e Poh (2000) (Figura 3-3.a), e “*BPC 30-30*”, de Suzuki, Otsuki e Tsubata (1998) (Figura 3-3.b). Os modelos foram selecionados considerando modos de falhas distintos, sendo que no primeiro modelo experimental a literatura indica que a armadura atingiu o seu valor “ f_u ” (Meléndez et al., 2019; Souza et al., 2007), já no segundo caso, a armadura atingiu tensão de solicitação a nível de escoamento mas a ruptura ocorre pelo fendilhamento (Boulifa et al., 2021; Dey; Karthik, 2019; Meléndez et al., 2019). As propriedades mecânicas dos blocos sobre quatro estacas estão detalhadas na Tabela 3-1, destacando-se a adoção dos coeficientes de Poisson (ν) de 0,20 para o concreto e 0,30 para o aço.

Figura 3-3 - Geometria dos blocos sobre quatro estacas adotados para calibração de (a) Chan e Pho (2000) e (b) Suzuki, Otsuki e Tsubata (1998)



Fonte: Adaptado de (a) Chan e Pho (2000) e (b) Suzuki, Otsuki e Tsubata (1998).

Tabela 3-1 - Propriedades dos materiais adotados para calibração dos modelos numéricos

	Concreto					Armadura			
	F_{exp}	Bloco		Pilar e Estacas					
Modelo	(kN)	f_c	f_{ct}	E_c	E_c	$A_{s,T}$	f_y	f_u	E_s
		(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(cm ²)	(MPa)	(MPa)	(GPa)
Pile Cap A	1230	31.76	3.00	31,116.22	37,277.87	6.28	480	552	200
BPC 30-30	1034	30.09	2.90	30,606.90		5.70	405	592	200

Fonte: Spozito et al. (2024).

A resistência média à tração do concreto (f_{ct}) e o módulo de elasticidade (E_c) foram determinados pelas Equações (3-1) e (3-2), respectivamente, conforme as prescrições da EN 1992-1-1 (2023). A resistência à compressão do concreto foi definida com base nos resultados experimentais, que correspondeu à média das resistências à compressão obtidas nos ensaios laboratoriais (identificados na coluna f_c da Tabela 3-1) dos respectivos programas experimentais.

$$f_{ct} = 0.3 \cdot f_c^{2/3} \quad (3-1)$$

$$E_c = 22 \cdot [f_c/10]^{0.33} \quad (3-2)$$

Sendo f_c : resistência à compressão característica do concreto (MPa), f_{ct} : resistência à tração do concreto (MPa) e E_c : Módulo de elasticidade (MPa).

3.2.2. Características da discretização numérica

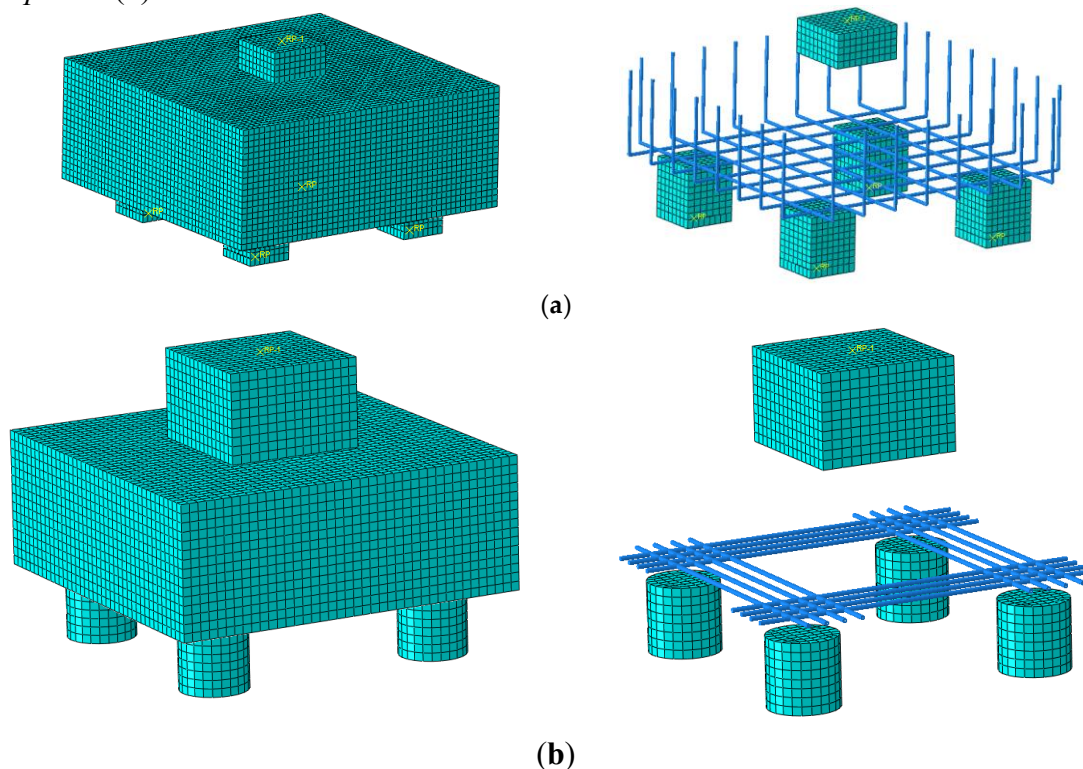
O comportamento do concreto foi simulado por meio de elementos sólidos de oito nós com integração reduzida (C3D8R). A opção pela integração reduzida, aliada ao controle de *hourglassing*, foi adotada para evitar a rigidez excessiva (*locking*) e assegurar a estabilidade da malha sob deformação. As armaduras, representadas por elementos de treliça T3D2, foram modeladas como embutidas (*embedded region*) no concreto, assumindo-se aderência perfeita entre os materiais. De forma análoga, estabeleceu-se uma condição de vínculo rígido (*tie constraint*) entre a base do pilar e a superfície superior do bloco, bem como entre o bloco e o topo das estacas, garantindo a continuidade dos deslocamentos nas interfaces.

Estudos numéricos voltados à previsão do comportamento mecânico de lajes indicam que o uso de elementos finitos sem integração reduzida pode proporcionar uma melhor representação da fase pós-pico da estrutura, no entanto, tais elementos são susceptíveis ao fenômeno de *shear locking*¹, que tende a superestimar a rigidez e comprometer os resultados de deslocamento (De Azevedo Palhares et al., 2022). Diante das dificuldades reportadas na literatura quanto à simulação do comportamento mecânico em blocos sobre estacas com maior rigidez, ocorre a diminuição do deslocamento na base do bloco (RANDI, R. P.; ALMEIDA, L. C.; TRAUTWEIN, L. M.; MUNHOZ, 2018), por isso optou-se nesta pesquisa pelo uso de elementos de integração reduzida, que também é respaldada por estudos que aplicam o elemento C3D8R associado ao modelo

¹ O *shear locking* é um erro de simulação que faz a estrutura parecer mais rígida. Isso acontece porque o modelo matemático tem dificuldade em representar a flexão pura, criando uma resistência falsa que reduz os deslocamentos calculados em relação aos resultados reais.

CDP em análises de blocos sobre duas estacas (Basha et al., 2023) e lajes (Genikomsou; Polak, 2015). Os modelos numéricos discretizados para a calibração são ilustrados na Figura 3-4.

Figura 3-4 - Modelos numéricos discretizados para calibração dos experimentos (a) “*Pile Cap A*” e (b) “BPC-3030”



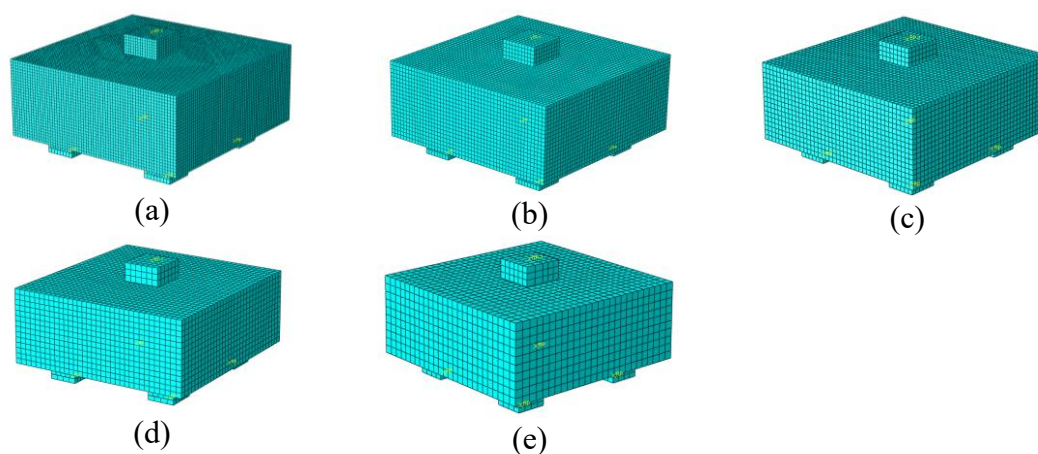
Fonte: Spozito et al. (2024).

Nas condições de contorno do “Pile Cap A” as estacas foram apoiadas sobre uma chapa de aço com 12 mm de espessura em laboratório sobre apoios do tipo *rocker bearing*, conforme especificado pelos autores. Baseado nesta característica, os apoios dos modelos numéricos foram definidos como livres para rotação e restritos à translação. No modelo “BPC 30-30”, os apoios foram configurados livres para rotação e translação, de forma a representar com maior fidelidade as condições do ensaio.

Quanto à interface de ligação estaca-bloco, apenas o modelo numérico “*Pile Cap A*” considerou o embutimento das estacas, replicando fielmente as condições do ensaio laboratorial. Por outro lado, o modelo “BPC 30-30”, que simulou as reações das estacas através de chapas de aço posicionadas na base do bloco, não foi considerado o embutimento da peça no bloco.

Previamente à calibração dos parâmetros do modelo CDP, procedeu-se a uma análise de sensibilidade de malha, avaliada especificamente no modelo “*Pile Cap A*”, utilizando elementos com dimensões de 15, 20, 25, 30 e 40 mm (Figura 3-5). Os parâmetros constitutivos iniciais foram definidos em conformidade com as recomendações do manual do software (Systèmes, 2013), adotando-se o ângulo de dilatação ψ igual a 36^0 , a razão entre as resistências à compressão biaxial e uniaxial (σ_{b0}/σ_{c0}) de 1,16 e o parâmetro que define a forma da superfície de escoamento (K_c) igual a 0,667. Para auxiliar na convergência da análise estática (implícita), o parâmetro μ foi fixado em 1×10^{-3} .

Figura 3-5 - Modelos discretizados com malhas com dimensões de (a) 15, (b) 20, (c) 25, (d) 30 e (e) 40 milímetros



Fonte: O autor (2026).

3.2.3. Análise de solucionadores para calibração dos modelos numéricos

O solucionador Abaqus®/Standard assegura a convergência dos resultados por meio de métodos implícitos a cada incremento de carga, enquanto o solucionador Abaqus®/Explicit permite a execução de procedimentos quase-estáticos via integração explícita no tempo (SYSTEMES, 2013).

Por conta das particularidades que tangem o modo de análise do Abaqus®/Explicit, os modelos foram processados com precisão dupla (*double precision*) e taxa de deslocamento de 0,25 mm/s para a calibração dos parâmetros do CDP. A condição de análise quase-estática foi validada pelo monitoramento do balanço de energia por meio dos resultados obtidos no programa Abaqus®, assegurando-se que a razão entre

a energia cinética total e as energias interna e externa permanecesse inferior a 1% em todos os incrementos dos modelos processados.

3.2.4. Curvas de tensão x deformação

Para a relação tensão–deformação uniaxial à compressão do concreto, foi adotado o modelo proposto por Carreira e Chu (1985). De acordo com o Model Code 1990 (CEB-FIP C, 1993), a energia de fratura (G_F) é definida pela Equação (3-3). O valor de G_{fo} foi obtido pela interpolação do diâmetro máximo do agregado “ d_{max} ”, conforme a Equação (3-4), proposto por Nana et al. (2017).

Em avaliações preliminares conduzidas nesta pesquisa, verificou-se que o modelo do Model Code (2010) gerou resultados superestimados da capacidade resistente, condição similar aos resultados obtidos por Nana et al (2017).

$$G_F = G_{fo}(f_c/10)^{0.7} \quad (3-3)$$

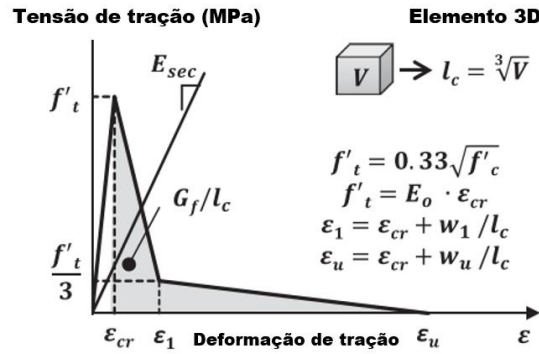
$$G_{fo} = (0.00005 d_{max}^2 - 0.0005 d_{max} + 0.026) \quad (3-4)$$

Sendo: f_c resistência característica à compressão do concreto (MPa) e d_{max} é o maior diâmetro do agregado (mm).

O diâmetro máximo do agregado (d_{max}) foi atribuído igual a 10 mm, uma vez que Chan e Poh (2000) não indicaram respectivo valor, apesar da adoção deste valor, pesquisas anteriores indicaram a viabilidade da calibração de modelos numéricos com valores parametrizados desta variável com o CDP (Sümer; Aktaş, 2015). Por outro lado, Suzuki, Otsuki e Tsubata (1998) especificaram tal parâmetro.

A definição da curva de tensão e deformação à tração do concreto com ausência de armaduras de tração, caso similar para a região da diagonal comprimida dos blocos sobre quatro estacas, foi ajustada em função da dimensão do elemento finito, em acordo com metodologias empregadas na literatura (Genikomsou; Polak, 2015; Milligan; Polak; Zurell, 2020; Nana et al., 2017). A Figura 3-6 ilustra este procedimento.

Figura 3-6 - Relação da tensão de tração uniaxial do concreto



Fonte: Adaptado de Genikomsou e Polak (2015).

O comportamento da armadura de aço foi realizado considerando uma curva de tensão x deformação bi-linear simples com encruamento isotrópico, adequada para elementos lineares como treliças (barras de aço).

A partir da definição da malha que teve menor influência em função da alteração da dimensão dos elementos, o ângulo de dilatância (ψ) foi parametrizado em 13°, 20°, 36°, 40°, 50° e 55° em ambos solucionadores para o modelo “*Pile Cap A*”. O valor definitivo de ψ foi adotado em função da curva de força e deslocamento que melhor convergiu com o resultado experimental.

Ainda em relação a análise estática, por causa da influência do parâmetro de viscosidade (μ) na resistência à tração e na distribuição de danos (Reginato et al., 2023; Szczecina; Winnicki, 2017), avaliou-se o comportamento da curva para valores de μ iguais a 1×10^{-3} , 1×10^{-4} e 1×10^{-5} . Após a definição de μ , conduziu-se uma análise de sensibilidade para os parâmetros “ σ_{b0}/σ_{c0} ” e “ K_c ” (mantendo-se “ ψ ” e “ μ ” fixos). Em todos os casos, o valor da excentricidade (ϵ) foi considerado igual a 0,1, seguindo as recomendações usuais para o comportamento do concreto (ver APÊNDICE , pg. 215).

Concluída a etapa de calibração no solucionador Abaqus®/Standard, procedeu-se à avaliação do comportamento mecânico do modelo no Abaqus®/Explicit. Para tal, mantiveram-se os parâmetros constitutivos e o tamanho da malha previamente definidos, com o intuito de investigar a necessidade de uma recalibração específica para o segundo solucionador.

Para a calibração do modelo numérico que se refere ao “BPC-30-30”, adotaram-se inicialmente os valores de parâmetros obtidos na calibração do modelo “*Pile Cap A*”. Adicionalmente, realizou-se uma análise da parametrização para dois diâmetros distintos

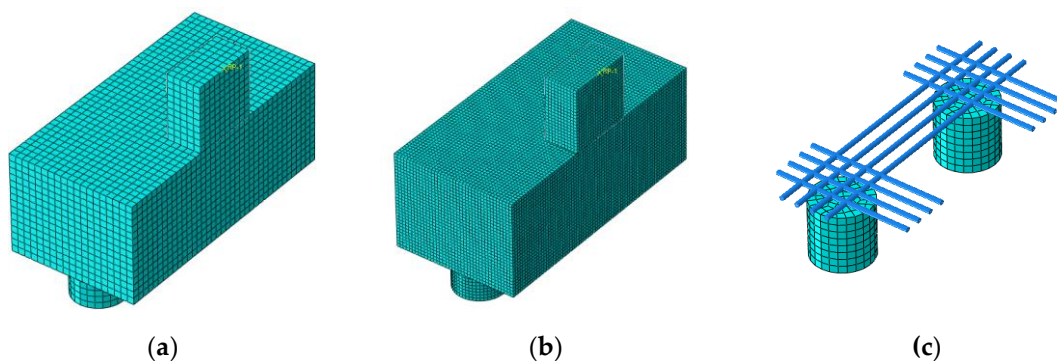
do agregado graúdo ($d_{\max}$) e dois limites de dano à tração (DAMAGET) correspondentes a 80% e 95%.

3.2.5. Avaliação dos parâmetros calibrados para simulação numérica entre solucionares estático e quase-estático

Realizou-se um estudo paramétrico da geometria dos blocos sobre quatro estacas visando investigar a convergência dos solucionadores e a acurácia dos parâmetros calibrados para o CDP, com ênfase no mecanismo de ruptura por compressão da biela diagonal. Para minimizar a influência da deformação do aço e garantir que a falha ocorresse predominantemente no concreto, a área de armadura em cada direção foi fixada em 5 cm^2 por modelo para cada faixa de armadura sobre as linhas de duas estacas.

Em virtude da simetria geométrica e das condições de carregamento, optou-se pela discretização de apenas metade do volume do bloco (Figura 3-7), com as malhas utilizadas nos respectivos solucionadores. Esta simplificação computacional foi precedida por uma análise comparativa, a qual demonstrou que a divergência entre os resultados dos modelos com simetria e de volume total situou-se em uma margem reduzida de 2% a 3%. Ressalta-se que a referida figura ilustra os modelos em sua configuração calibrada, conforme os resultados mostrados no Capítulo 4.

Figura 3-7 - Modelos numéricos com malhas para os solucionadores (a) estático, (b) quase- estático, e (c) representação da armadura dos tirantes



Fonte: Spozito et al. (2024).

O estudo paramétrico da geometria foi conduzido adotando as variáveis do espaçamento entre as estacas (e) e a altura útil dos blocos (d). As estimativas da capacidade resistente obtidas via modelagem numérica foram confrontadas com as predições do modelo de Melendez et al. (2019) e seu modo de ruptura, selecionado por estabelecer critérios que avaliam a ocorrência do escoamento da armadura previamente à

falha do concreto. As simulações tomaram como referência o modelo calibrado “BPC 30-30”, cujas propriedades geométricas encontram-se detalhadas na Tabela 3-2.

Tabela 3-2 - Parametrização das dimensões dos modelos numéricos para avaliação dos solucionadores.

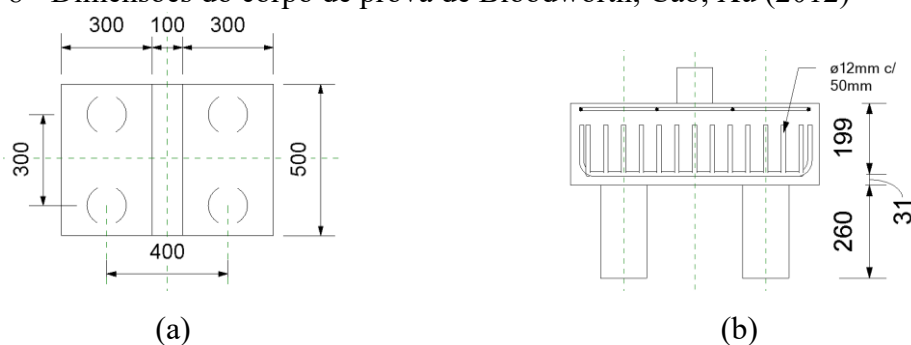
Model	d (mm)	e (mm)	b_p (mm)	$A_{s,total}$ (cm ²)
M _{BP-3030}	250.00	500.00	300	5
M _{Shear}	250.00	500.00	300	10
M25D50E	250.00	500.00	200	10
M25D45E	250.00	450.00	200	10
M25D37E	250.00	375.00	200	10
M28D50E	287.50	500.00	200	10
M28D45E	287.50	450.00	200	10
M28D38E	287.50	375.00	200	10
M32D50E	325.00	500.00	200	10
M32D45E	325.00	450.00	200	10
M32D37E	325.00	375.00	200	10

Fonte: Spozito et al. (2024).

3.2.6. Modelo experimental com pilar de seção transversal retangular

A avaliação reportada nesta etapa foi delineada com o intuito de verificar a aderência dos parâmetros do modelo CDP previamente calibrados sob condições de variação geométrica, especificamente no que concerne à transição para pilares de seção transversal retangular. O bloco sobre quatro estacas ensaiado por Bloodworth, Cao e Xu (2012) (B4A4) foi adotado, suas dimensões são ilustradas na Figura 3-8.

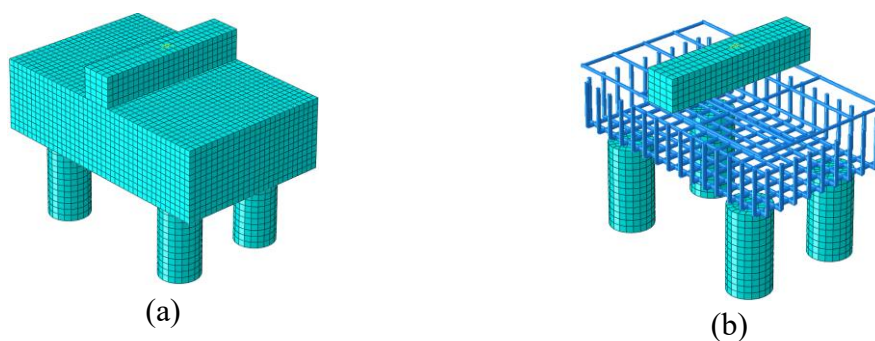
Figura 3-8 - Dimensões do corpo de prova de Bloodworth; Cao; Xu (2012)



Fonte: Adaptado de Bloodworth; Cao; Xu (2012).

A Figura 3-9 ilustra o modelo numérico referente ao modelo de Bloodworth, Cao e Xu (2012).

Figura 3-9 - Modelo numérico do corpo de prova “B4A4”



Fonte: O autor (2026).

O modelo B4A4, além da extrapolação da seção transversal do pilar em comparação ao modelo calibrado, a configuração das estacas possui distanciamentos distintos nas direções ortogonais.

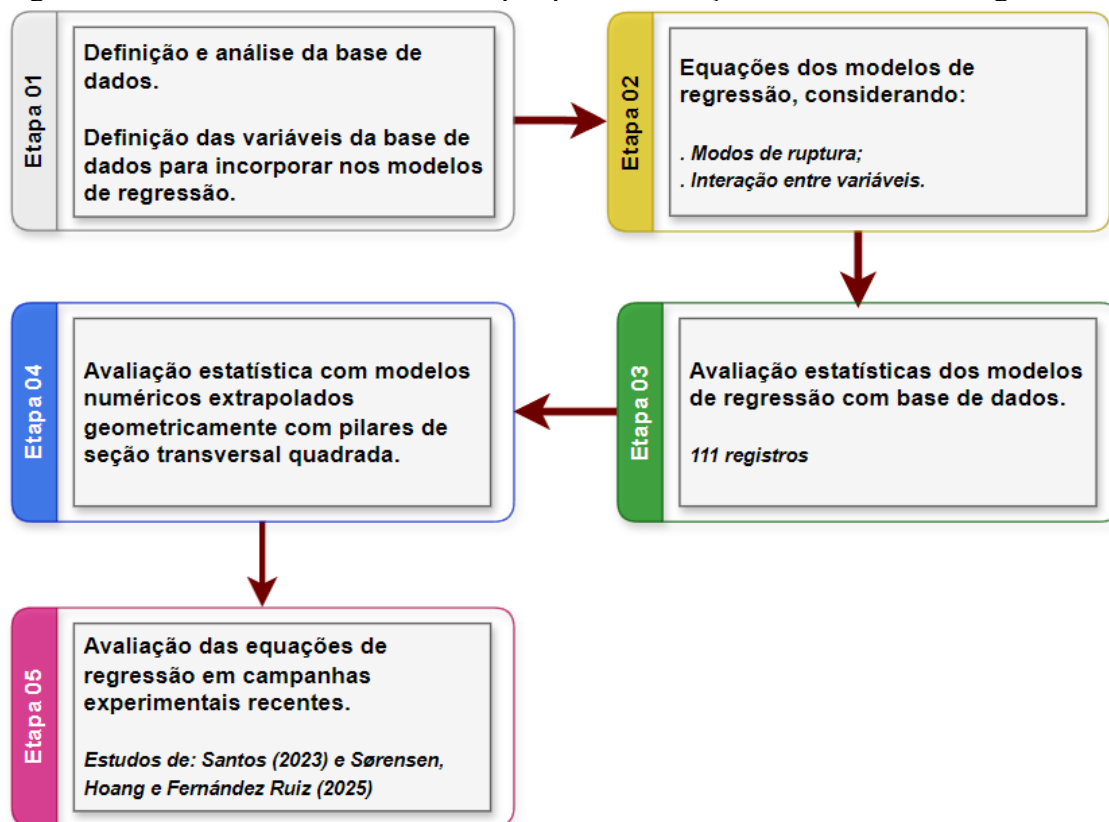
3.3. Equações obtidas a partir da base de dados com força centrada e pilar de seção transversal quadrada (Fase 03)

Seguindo a metodologia em Spozito et al. (2025a), a obtenção das equações analíticas obtidas por meio dos modelos de regressão é ilustrada na Figura 3-10. O fluxo de trabalho estabelecido compreende, desde o tratamento da base de dados até a validação estatística com resultados de programas experimentais independentes.

As equações analíticas foram estruturadas em três etapas fundamentais, visando a obtenção de expressões que aliem precisão técnica e aplicabilidade:

- i. **Consolidação do banco de dados e seleção de variáveis:** Definição da base de dados experimental e numérica, com a identificação das variáveis independentes e sua significância estatística na capacidade resistente de blocos sobre quatro estacas.
- ii. **Formulação dos modelos de regressão:** Obtenção das equações por meio de regressão múltipla, considerando os distintos modos de ruptura e as interações entre as variáveis em níveis linear e quadrático.
- iii. **Avaliação do desempenho preditivo:** Validação das estimativas geradas pelas equações frente aos resultados das simulações numéricas processadas e os resultados de força de ruptura dos programas experimentais da literatura.

Figura 3-10 - Fluxo de trabalho das etapas para elaboração dos modelos de regressão



Fonte: O autor (2026).

3.3.1. Base de dados e variáveis dos modelos

A Tabela 3-3 mostra os resultados estratificados em relação aos modos de ruptura, em acordo com a base de dados (detalhado no tópico 2.2.4), pois tais registros foram amplamente utilizados na avaliação de modelos preditivos da capacidade resistente (Boulifa et al., 2021; Boulifa; Goudjil; Samai, 2023; Chetchotisak; Yindeesuk; Teerawong, 2017; Guo, 2015; Meléndez et al., 2019; Souza et al., 2009).

Salienta-se que os ensaios conduzidos por Miguel-Tortola, Miguel e Pallarés (2019) não foram incluídos na Tabela 3-3, visto que, apesar da contribuição do estudo para blocos de concreto sobre 4 estacas, tais modelos possuem ângulos de inclinação da biela de compressão abaixo de 45° , sendo portanto desconsiderado. Os resultados dos ensaios do programa de Santos (2023) e Sørensen, Hoang e Fernández Ruiz (2025) não integraram a base de dados para a determinação das equações, sendo reservados exclusivamente para a etapa de avaliação das formulações obtidas.

Tabela 3-3 - Resultados de ensaios de blocos sobre quatro estacas de acordo com o modo de ruptura

Programa Experimental	Número de testes de acordo com modo de ruptura			
	“S”	“Y + S”	“F”	Total
Blévot and Frémy (1967)	24	14	8	46
Clarke (1973)	10	0	4	14
Suzuki; Otsuki, and Tsubata (1998)	4	22	2	28
Suzuki; Otsuki, and Tsubata (1999)	2	2	14	18
Suzuki; Otsuki, and Tsuchiya (2000)	1	14	15	30
Suzuki and Otsuki (2002)	10	8	0	18
Santos (2023)	0	4	2	6
Sørensen, Hoang e Fernández Ruiz (2025)	5	0	0	5
Total	56	64	45	165

S: ruptura por fendilhamento;

Y+S: ruptura por fendilhamento após o escoamento da armadura; e

F: ruptura por flexão;

Fonte: Adaptado de Spozito et al. (2025a).

Dentre os 111 registros avaliados, 64 referem-se ao modo de ruptura “Y+S” e 56 ao modo “S”, sendo ambos os grupos, além de todos resultados agrupados dessas categorias, submetidos ao teste de comparações múltiplas de Tukey para verificar a existência de diferenças estatisticamente significativas entre as médias das cargas de ruptura.

As variáveis independentes selecionadas para o desenvolvimento dos modelos de regressão contemplaram os parâmetros geométricos e mecânicos de maior influência no comportamento dos blocos, sendo: altura útil (d), espaçamento entre estacas (e), dimensão da seção quadrada do pilar (b_p), diâmetro das estacas (d_e), resistência à compressão do concreto (f_c), tensão de escoamento do aço (f_y) e a taxa de armadura (ρ). No que tange à armadura de tração, os registros da base de dados contêm três configurações principais de arranjo:

- i. $A_{s,p}$: barras dispostas sobre as estacas, paralelas às faces do bloco;
- ii. $A_{s,pd}$: barras dispostas diagonalmente sobre as estacas;
- iii. $A_{s,dist}$: armadura com distribuição uniforme em toda a seção.

Visto que tais arranjos não possuíam padronização entre os diversos ensaios compilados, adotou-se para este estudo a normalização dos dados, estabelecendo-se valores equivalentes de tensão de escoamento e área de armadura. Este procedimento permitiu a compatibilização dos diferentes programas experimentais em uma base de dados homogênea para o processamento dos modelos de regressões.

Para a armadura $A_{s,pd90}$, considerou-se que a área no sentido das linhas das estacas foi ajustada multiplicando-se o valor de $A_{s,pd}$ pelo fator $\sqrt{2}$, permitindo a decomposição

da área nas direções ortogonais do bloco (Equação (3-5)). A variável $A_{s,total}$ corresponde à soma de todas as seções transversais de aço em uma determinada direção principal (Equação (3-6)). Por sua vez, a variável $A_{s,tie}$ foi calculada pela razão entre $A_{s,total}$ e o número de linhas de estacas (neste caso, duas), representando a armadura por tirante. Por fim, optou-se por determinar uma variável da taxa de armadura em relação ao diâmetro da estaca (d_e) (Equação (3-8)).

$$A_{s,pd90} = A_{s,pd} \cdot \sqrt{2} \quad (3-5)$$

$$A_{s,total} = A_{s,pd90} + A_{s,dist} + A_{s,p} \quad (3-6)$$

$$A_{s,tie} = \frac{A_{s,total}}{2} \quad (3-7)$$

$$A_{s,tie/de} = \frac{A_{s,tie}}{d_e} \quad (3-8)$$

Dada a influência do confinamento provido pela armadura na capacidade de carga de blocos sobre quatro estacas (Boulifa; Goudjil; Samai, 2023), definiu-se a variável que relaciona a área total da armadura pela seção efetiva do bloco (ρ) - Equação (3-9).

$$\rho = \frac{A_{s,total}}{d \cdot b} \quad (3-9)$$

Sendo: “ A_s ” representa a área total da armadura na direção considerada (cm^2); “ d ” representa a altura útil da seção (m); e “ b ” representa a largura efetiva do bloco (m).

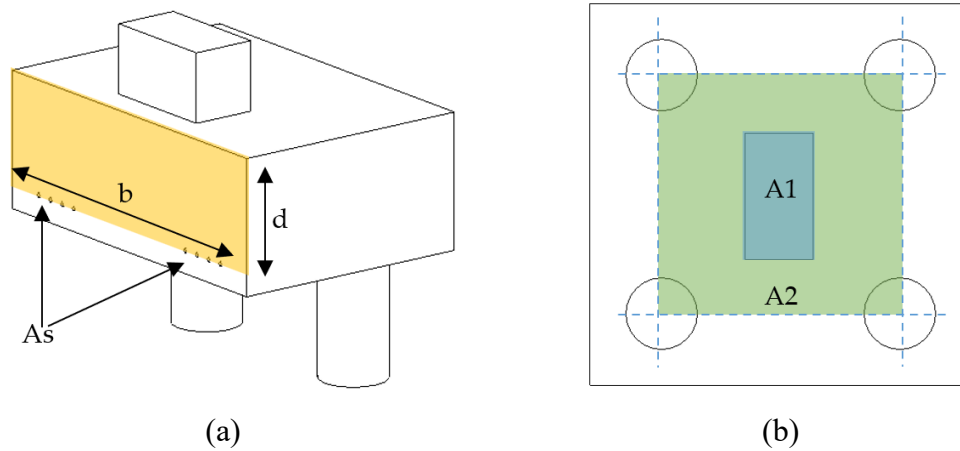
A geometria da seção transversal do pilar constituiu outra variável de influência significativa na capacidade portante dos blocos, conforme evidenciado no programa experimental de Suzuki, Otsuki e Tsubata (1998). Para quantificar esse efeito, definiu-se a variável AP , que expressa a razão entre a área da seção do pilar ($A1$) e a área definida pelo arranjo das estacas ($A2$), calculada a partir do polígono formado pelos eixos dos elementos de fundação, conforme a Equação (3-10).

$$AP = \frac{A1}{A2} \quad (3-10)$$

Sendo: $A1$ representa a área da seção quadrada do pilar; $A2$ representa a área fictícia das retas que formam o quadrado passando pelas estacas.

As variáveis geométricas e os parâmetros necessários para o desenvolvimento das Equações (3-9) e (3-10) estão ilustrados na Figura 3-11.

Figura 3-11 - Ilustração das dimensões para o cálculo de (a) “ ρ ” e (b) “%AP”



Fonte: Spozito et al. (2025a).

O banco de dados consolidado foi analisado comparando os modos de ruptura observados experimentalmente e as previsões dos modelos analíticos de Meléndez et al. (2019) e Boulifa et al. (2023). Adicionalmente, investigou-se a influência da razão geométrica entre a área do pilar e a área total das estacas (R_{PE}) sobre os resultados obtidos por essas formulações teóricas - Equação (3-11).

$$R_{PE} = A_c / (4 \cdot A_e) \quad (3-11)$$

Sendo: A_c área da seção transversal do pilar em contato com o bloco de concreto; A_e : área da seção transversal da estaca;

Outro parâmetro determinante no comportamento mecânico de blocos sobre estacas é a razão entre o espaçamento entre os eixos das estacas (e) e a altura útil do bloco (d). Conforme estabelecido por Meléndez et al. (2019), essa relação geométrica (e/d) atua como um indicador da rigidez relativa do elemento.

3.3.2. Modelos de regressão

A formulação das equações obtidas por meio dos modelos de regressão neste estudo fundamentou-se no rigor metodológico estabelecido por Lanini (2021), adotando-se uma abordagem incremental. Dessa forma, a estimativa da resistência última de blocos sobre quatro estacas evoluiu de superfícies lineares simples para modelos que incorporam o comportamento não linear e as interações entre as variáveis geométricas e mecânicas. Essa estratégia metodológica é corroborada por investigações contemporâneas, como as

de Ioannou et al. (2025) e Henedy et al. (2022), que validam a eficácia de regressões polinomiais para traduzir mecanismos de transferência de carga de elementos em concreto armado.

Complementarmente ao rigor estatístico, optou-se pelo desenvolvimento de equações em função do seu modo de ruptura. O objetivo foi a otimização da estimativa, isolando as particularidades físicas de cada mecanismo de falha (esmagamento da biela com e sem o escoamento da armadura).

As equações foram estruturadas sob três níveis de complexidade incremental, diferenciando-se pela natureza da interação entre as variáveis independentes, sendo:

- i. **Modelo de primeira ordem (Sem interação)** — Equação (3-12): assume uma relação puramente aditiva, avaliando a contribuição isolada de cada variável na força de ruptura;
- ii. **Modelo de primeira ordem com interação (Interação linear)** — Equação (3-13): introduz os produtos cruzados entre variáveis ($\beta_i \cdot \beta_j$);
- iii. **Modelo de segunda ordem (Interação quadrática)** — Equação (3-14): representa a forma mais completa ao incorporar termos quadráticos (β_i^2).

$$F_{MOD,(i)} = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \beta_1 + \alpha_2 \cdot \beta_2 + \dots + \alpha_n \cdot \beta_n \quad (3-12)$$

$$F_{MOD,(iii)} = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \beta_1 + \dots + \alpha_n \cdot \beta_n + \alpha_{n+1} \cdot \beta_1 \cdot \beta_2 + \dots + \alpha_{n+m} \cdot \beta_{n-1} \cdot \beta_n \quad (3-13)$$

$$F_{MOD,(ii)} = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \beta_1 + \dots + \alpha_n \cdot \beta_n + \alpha_{n+1} \cdot \beta_1^2 + \alpha_{n+2} \cdot \beta_2^2 + \dots + \alpha_{2n} \cdot \beta_n^2 \quad (3-14)$$

Sendo: $F_{MOD,XX}$: força de ruptura estimada; α_i : parâmetros de ajuste do modelo de regressão; β_i : variáveis do modelo; n : número de variáveis.

Essa sistematização resultou em um total de nove equações preditivas, cujas nomenclaturas e codificações estão consolidadas no Quadro 3-2.

Quadro 3-2 - Modelos de regressão para força centrada em pilares de seção quadrada

$F_{MOD,(i)}$		Termo “(i, ii e iii)”		
		i	ii	iii
Termo “MOD”	MR: todos os registros	$F_{MR,01}$	$F_{MR,02}$	$F_{MR,03}$
	MS: ruptura sem tensão de solicitação igual ao valor de escoamento da armadura.	$F_{MS,01}$	$F_{MS,02}$	$F_{MS,03}$
	MY: ruptura com tensão de solicitação igual ou maior que o valor de escoamento da armadura.	$F_{MY,01}$	$F_{MY,02}$	$F_{MY,03}$

Fonte: O autor (2026).

O Coeficiente de Correlação de Pearson (r) quantifica o grau de associação linear entre duas variáveis quantitativas, assumindo valores no intervalo de $[-1, 1]$. O sinal do coeficiente indica a natureza da relação: valores positivos denotam uma proporcionalidade direta, enquanto valores negativos apontam para uma relação inversamente proporcional. A magnitude do valor absoluto define a força dessa associação; assim, coeficientes próximos de zero sugerem a ausência de dependência linear, ao passo que valores próximos das extremidades (-1 ou 1) evidenciam uma correlação linear forte e consistente entre os parâmetros analisados.

A Análise de Variância (ANOVA) foi empregada para avaliar a significância tanto das variáveis individualmente como os modelos de regressão e de seus respectivos coeficientes, funcionando como uma análise de sensibilidade robusta. O teste baseia-se na avaliação do p -Value em relação ao nível de significância (α) adotado, sendo, para este estudo, igual a 5%:

- i. Se o p -Value $\geq \alpha$, não há evidências estatísticas para rejeitar a hipótese nula (H_0 ²), indicando que o modelo ou o termo analisado não é significativo;
- ii. Caso o p -Value $< \alpha$, rejeita-se H_0 em favor da hipótese alternativa (H_1 ³), confirmando a relevância estatística do parâmetro para a predição da resposta.

² H_0 : Declara que não há relação entre dois fenômenos de interesse.

³ H_1 : Declara que há uma relação entre duas variáveis.

Complementarmente, a magnitude e a ordem de importância dos termos foram visualizadas por meio do Gráfico de Pareto. Esta ferramenta permitiu identificar a hierarquia das variáveis independentes nos modelos iniciais, facilitando o processo de seleção e a exclusão de termos (conforme definido no tópico 3.3.1) que não contribuíam significativamente para a redução do erro residual.

No caso da validação dos resíduos, aplicou-se o teste de normalidade de Anderson-Darling, adotando-se o nível de significância de 5% ($\alpha = 0,05$). A interpretação estatística deste teste fundamentou-se nas seguintes premissas:

i. **Hipótese Nula (H_0):**

- Os resíduos seguem uma distribuição normal: ($p\text{-Value} \geq 0,05$);

ii. **Hipótese Alternativa (H_1):**

- Os resíduos não seguem uma distribuição normal: ($p\text{-Value} < 0,05$).

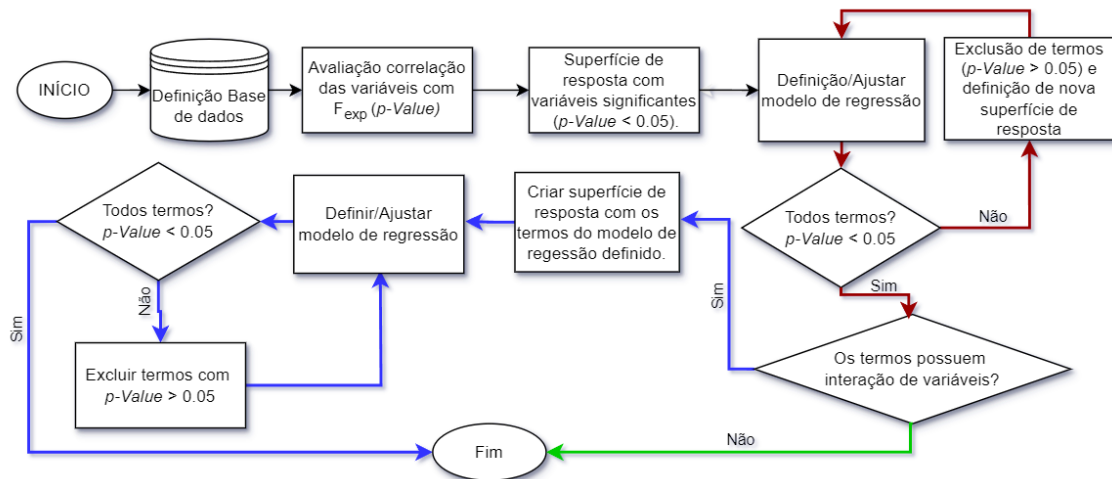
A confirmação da normalidade via Anderson-Darling (Hipótese Nula – H_0 : $p\text{-Value} \geq 0,05$) assegura que os erros do modelo possuem distribuição normal, premissa fundamental para a validade dos testes de inferência (como a ANOVA). A observação de uma dispersão constante dos resíduos em torno da linha central evidencia o atendimento.

A Figura 3-12 ilustra o fluxo metodológico para a concepção e o refinamento das equações dos modelos de regressão. O “caminho vermelho” abrange a formulação dos modelos lineares de primeira ordem (lineares aditivos); nesta etapa, foram preservados na superfície de resposta apenas os termos estatisticamente significativos ($p\text{-Value} < \alpha$), constituídos pelo produto entre os coeficientes de regressão (α_i) e suas respectivas variáveis independentes (β_i). Este critério de seleção assegura que apenas os parâmetros com contribuição efetivamente componham o modelo final.

Por sua vez, o “caminho azul” representa o incremento da complexidade do modelo por meio da incorporação de termos de interação, tomando como base as variáveis que foram definidas no “caminho vermelho”. Nesta etapa, os termos são representados pelo produto entre os coeficientes de interação (α_i) e as variáveis independentes ($\beta_i \cdot \beta_j$), bem como por termos quadráticos (β_i^2). O refinamento de ambos os fluxos seguiu a técnica de eliminação retroativa (*backward elimination*), na qual a exclusão de termos estatisticamente não significativos ($p\text{-Value} \geq \alpha$) foi realizada de forma iterativa e

individual. O processo priorizou a remoção sequencial dos componentes com os maiores *p-Value* até a convergência para o modelo final otimizado, assegurando que apenas as variáveis e interações com impacto efetivo na capacidade resistente do bloco fossem preservadas.

Figura 3-12 - Fluxo de trabalho para elaboração dos modelos de regressão



Fonte: Traduzido de Spozito et al. (2025a).

A sistemática adotada para a obtenção das equações via modelos de regressão fundamentou-se em procedimentos consolidados para seleção de variáveis e, análise de superfícies de resposta em função da significância do termo pelo seu *p-Value*, ou seja, com valor menor que 5%, em acordo com as estratégias recomendadas por Montgomery (2016), resultando na estratégia metodológica adotada. A abordagem adotada, focada na otimização da superfície de resposta, é corroborada pelo estudo de Chen e Chen (2025).

3.3.3. Avaliação estatística das estimativas da capacidade resistente

Inicialmente a avaliação dos modelos foi baseada nos resultados dos valores dos coeficientes de regressão, sendo:

- i. R^2 : coeficiente de regressão;
- ii. R^2_{adj} : coeficiente de regressão ajustado; e
- iii. R^2_{pred} : coeficiente de regressão predito.

O valor de R^2 indica a capacidade do modelo em explicar a variabilidade dos dados da amostra. Já o R^2_{adj} penaliza esse coeficiente em função do número de variáveis presentes na equação, evitando que o ajuste pareça artificialmente superior pela simples

inclusão de novos termos. Por fim, o R_{pred}^2 reflete a aptidão da equação em estimar resultados para novas situações. Se a diferença entre o R^2 e o R_{pred}^2 predito for pequena (inferior a 5%, por exemplo), pode-se concluir que a equação possui robustez e capacidade de aplicação prática em outros cenários (Montgomery; Peck; Vining, 2012). Os valores dos coeficientes de regressão foram obtidos pelo software Minitab® 18.

A avaliação do desempenho e da capacidade resistente estimada das equações via modelos de regressão também foram avaliadas por meio do coeficiente de variação (CV) (Equação (3-15)) e do erro percentual absoluto médio (MAPE) (Equação (3-16)).

$$CV(\%) = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_{pred_i} - Y_{exp})^2}{n}}}{\bar{Y}} \quad (3-15)$$

$$MAPE = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left| \frac{(Y_{exp} - Y_{pred_i})}{Y_{exp}} \right| \quad (3-16)$$

Sendo: n representa o número total de registros, Y_{exp} representa o valor experimental e Y_{pred_i} representa o valor de ruptura estimado pela equação obtida pelo modelo de regressão.

O MAPE, especificamente, quantifica a acurácia do modelo ao expressar o desvio médio relativo entre os valores experimentais e as estimativas calculadas, sendo uma métrica amplamente consolidada em investigações científicas de natureza estrutural (Chetchotisak; Teerawong; Yindeesuk, 2015; Lanini, 2021; Megahed, 2024; Silva et al., 2025).

A avaliação do desempenho das equações de regressão desenvolvidas, bem como dos modelos analíticos propostos por Souza et al. (2009), Melendez et al. (2019) e Boulifa et al. (2023), foi conduzida por meio de uma análise comparativa abrangendo resultados experimentais e numéricos. Para a validação estatística, foram calculados a média das razões a força de ruptura do experimento e a força de ruptura (F_{EXP}) estimada pelo modelo de cálculo (F_{MODEL}), o desvio padrão (DP) e o coeficiente de variação (CV) dessas razões.

3.3.3.1. Avaliação com a base de dados experimental

A base de dados utilizada para a concepção e validação dos modelos de regressão encontra-se detalhada no APÊNDICE (pg. 224). Todos os registros foram avaliados com

as equações dos modelos de regressão e os modelos analíticos da literatura de Melendez et al. (2019), Souza et al. (2009) e Boulifa et al. (2023).

3.3.3.2. Avaliação com uso de simulação numérica

Em conformidade com a sistemática de simulação descrita no Tópico 3.2, executaram-se 17 simulações numéricas destinadas à estimativa da força de ruptura, abrangendo inclusive intervalos que transcendem o domínio da base de dados composta por registros da literatura. As características geométricas desses modelos, bem como as respectivas forças máximas obtidas pelo modelo de Melendez et al (2019), encontram-se detalhadas na Tabela 3-4. O grupo G7 e G8 se diferenciam exclusivamente pela resistência à compressão do concreto.

Tabela 3-4 - Dimensões dos modelos numéricos processados para avaliação dos modelos de regressão com pilares de seção quadrada

	MEF	d (m)	e (m)	e/d	bp (m)	θ_{blevot}	R_{PE}	d_e (m)	f_c (MPa)	$A_{s,tie}$ (cm ²)	F_{MEL} (kN)	Modo Falha
	M_{ref}	0.250	0.500	2.00	0.300	45.29	88.42%	0.15	30	2.85	927	Y+S
G1	AM01	0.250	0.500	2.00	0.250	43.31	88.42%	0.15	30	5.00	967	S
	AM02	0.250	0.500	2.00	0.250	43.31	88.42%	0.15	30	2.85	885	Y+S
	AM03	0.250	0.500	2.00	0.250	43.31	71.62%	0.15	20	5.00	814	S
G2	AM04	0.250	0.450	1.80	0.225	46.33	71.62%	0.15	30	5.00	1055	S
	AM05	0.250	0.450	1.80	0.225	46.33	127.32%	0.15	30	2.85	910	Y+S
G3	AM06	0.250	0.450	1.80	0.300	49.68	127.32%	0.15	30	5.00	1235	S
	AM07	0.250	0.450	1.80	0.300	49.68	127.32%	0.15	30	2.85	1060	Y+S
G4	AM08	0.250	0.525	2.10	0.300	43.31	127.32%	0.15	30	8.00	1390	S
	AM09	0.250	0.525	2.10	0.300	43.31	173.30%	0.15	30	5.00	1272	Y+S
G5	AM10	0.250	0.525	2.10	0.350	45.29	173.30%	0.15	30	8.00	1556	S
	AM11	0.250	0.525	2.10	0.350	45.29	52.62%	0.15	30	5.00	1360	Y+S
G6	AM12	0.550	1.000	1.82	0.450	45.10	52.62%	0.35	30	20.00	4349	S
	AM13	0.550	1.000	1.82	0.450	45.10	109.78%	0.35	30	12.50	3689	Y+S
G7	AM14	0.550	1.000	1.82	0.650	49.05	109.78%	0.35	30	20.00	5270	S
	AM15	0.550	1.000	1.82	0.650	49.05	109.78%	0.35	30	12.50	4661	Y+S
G8	AM16	0.550	1.000	1.82	0.650	49.05	109.78%	0.35	20	20.00	4246	S
	AM17	0.550	1.000	1.82	0.650	49.05	88.42%	0.35	20	12.50	3665	Y+S

S: Ruptura pela diagonal comprimida sem escoamento da armadura; e

Y+S: Ruptura da diagonal comprimida após o escoamento da armadura.

Fonte: O autor (2026).

As simulações contemplam dois cenários distintos de falha: com e sem escoamento da armadura do tirante, ambos caracterizados pelo esmagamento da biela de concreto comprimida (ruptura da diagonal). Tais condições foram selecionadas por representarem os modos de ruptura predominantes observados durante a formulação das equações dos modelos de regressão. As dimensões a partir do modelo AM12 foram

definidas para obter valores de capacidade resistente acima de 2500 kN, valor que se refere a uma limitação da base de dados experimental.

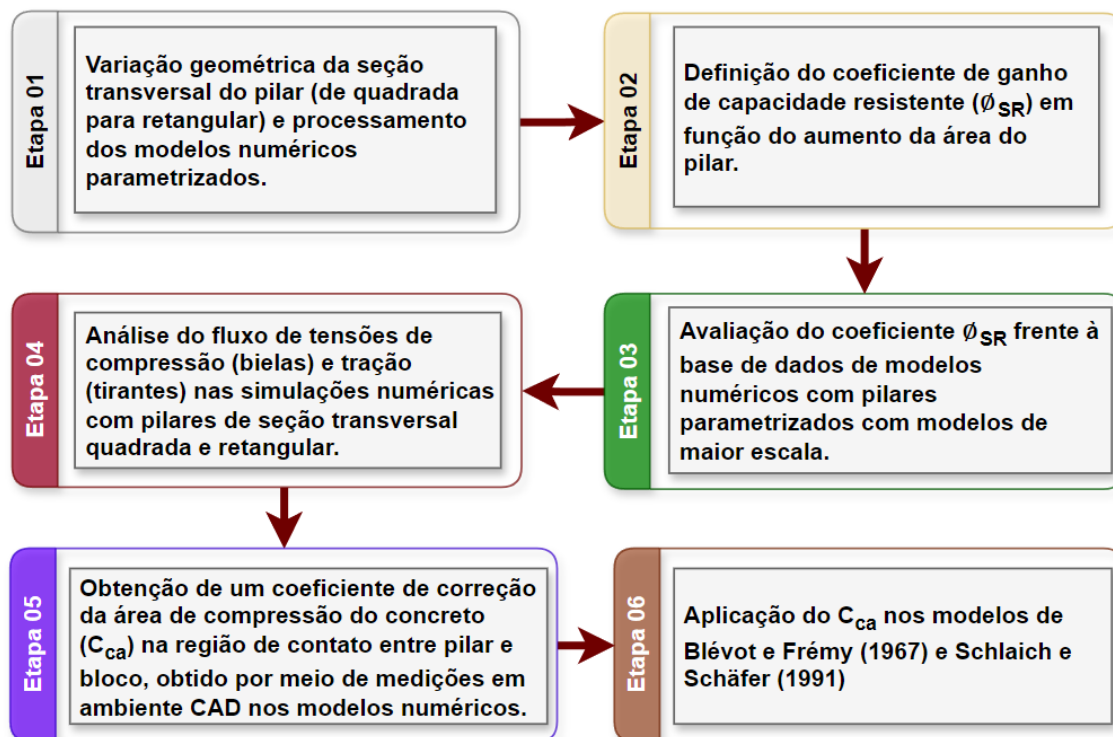
3.3.3.3. Avaliação com resultados de programas experimentais recentes

A avaliação das equações via modelos de regressão foi complementada pela análise de dados provenientes de programas experimentais recentes, sendo utilizados resultados dos estudos de Santos (2023) e Sørensen, Hoang e Fernández Ruiz (2025). A inclusão desta última referência é de suma importância para a robustez da pesquisa, visto que os autores investigaram o fenômeno do efeito de escala (*size effect*) em blocos de concreto sobre quatro estacas. Essa análise permitiu aferir se os modelos estatísticos desenvolvidos mantêm sua acurácia e segurança ao serem confrontados com variações significativas nas dimensões geométricas.

3.4. Coeficiente de ajuste para blocos com pilares de seção retangular (Fase 04)

O fluxo de trabalho desenvolvido nesta fase encontra-se esquematizado na Figura 3-13.

Figura 3-13 - Fluxo de trabalho para avaliação do comportamento mecânico de blocos sobre quatro estacas com pilares de seção retangular



Fonte: Adaptado de Spozito et al. (2025b).

A etapa 1 refere-se à geração de uma base de dados a partir da parametrização e processamento dos modelos numéricos detalhado no tópico 3.4.1.

Visando quantificar o incremento de capacidade resistente oriundo do alongamento da seção do pilar (de quadrada para retangular), propôs-se a adoção de um coeficiente de ajuste (ϕ_{SR}), formulado por meio de um modelo de regressão simples. Conforme o tópico 3.4.2, a aplicação do referido coeficiente permite estimar a força de ruptura para pilares retangulares ($F_{model,retangular}$) por meio da Equação (3-17). O valor de $F_{model,quadrado}$ deve ser obtido previamente, seja pela aplicação das equações propostas neste estudo ou pela adoção de modelos analíticos vigentes na literatura, os quais são tipicamente limitados a predições para pilares de geometria quadrada.

$$F_{model,retangular} = F_{model,quadrada} . \phi_{SR} \quad (3-17)$$

Posteriormente a análise do coeficiente ϕ_{SR} , efetuou-se uma avaliação do comportamento mecânico, que se refere a etapa 4, com aprofundamento na análise das tensões na zona nodal superior (tópico 3.4.3).

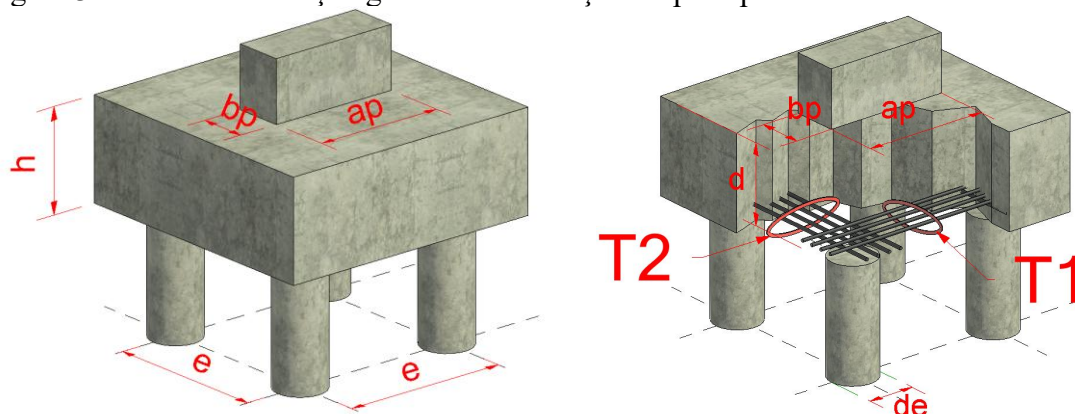
A partir das análises foi possível a proposição de um coeficiente (C_{ca}), que é um coeficiente de correção da área de compressão na região nodal superior. Este coeficiente foi incorporado nos modelos de Blévo e Frémy (1967) e Schlaich & Schäfer (1991), com avaliação conforme detalhado no tópico 3.4.4.

É relevante ressaltar que os critérios estabelecidos nas etapas 05 e 06 (Figura 3-13) serviram como base para a avaliação do comportamento mecânico em pilares de seção quadrada com avaliação frente à base de dados experimentais, seguindo a metodologia detalhada no subtópico 3.5.

3.4.1. Parametrização geométrica dos modelos numéricos

A parametrização dos pilares de seção retangular é ilustrada na Figura 3-14. Adotou-se como referência o modelo base (BPC 30-30), previamente calibrado segundo a metodologia descrita no Subtópico 3.2 (Figura 3-4.b, p.61).

Figura 3-14 - Parametrização geométrica da seção do pilar para os modelos numéricos



d_e : diâmetro da estaca; e : distância entre estacas (eixo-eixo), b_p : menor dimensão do pilar, a_p : maior dimensão do pilar, T_1 : armadura do tirante na direção de a_p ; T_2 : armadura do tirante na direção de b_p , d : altura útil.

Fonte: O autor (2026).

Além da seção do pilar, também se realizou a parametrização de outras variáveis geométricas, sendo:

- i. **Espaçamento entre eixos de estacas (e):** adotaram-se valores no intervalo de $2,5.d_e$ a $3,0.d_e$ (sendo d_e o diâmetro da estaca). Também foi mantido a distância entre estacas do modelo de referência que é igual a $3,33.d_e$;
- ii. **Altura útil (d):** aplicaram-se fatores de 1,00, 1,15 e 1,30 sobre a dimensão inicial da altura útil. Esta variação resultou em ângulos de inclinação da biela (θ) compreendidos entre 45° e 55° , respeitando os limites usuais de projeto.
- iii. **Geometria dos pilares:** as seções quadradas iniciais foram padronizadas em $150 \text{ mm} \times 150 \text{ mm}$, $200 \text{ mm} \times 200 \text{ mm}$ e $250 \text{ mm} \times 250 \text{ mm}$. Posteriormente, estas seções transversais foram alongadas em uma direção até atingirem dimensões correspondentes a uma percentagem do espaçamento entre estacas (e), com valores de 75% e 100% de “ e ”.

A Tabela 3-5 detalha as características geométricas dos modelos numéricos, cujo intervalo da relação entre as dimensões dos pilares compreende valores de 1,0 a 6,56. A área de armadura inicial foi definida pelo modelo de Blévyot e Frémy (1967) por meio da Equação (2-3), sendo posteriormente avaliada pelo modelo de Meléndez et al. (2019) para verificar o modo de ruptura “S” ou “Y+S” frente à capacidade resistente. Para pilares de seção retangular, utilizou-se um pilar equivalente de seção quadrada e mesma área (dimensão $a_{p,ep}$) em ambos os modelos analíticos. Salienta-se que todos os modelos atendem ao critério de bloco rígido da ABNT NBR 6118 (2026).

Tabela 3-5 - Dimensões e área de armadura dos modelos parametrizados com pilar retangular a partir do modelo de Melendez *et al.* (2019)

Grupo	Modelo	e (mm)	d (mm)	a_p (mm)	b_p (mm)	$a_{p,eq}$ (mm)	R_{PE} (%)	%AP	$As_{ap,eq}$ (cm ²)	As_{total} (cm ²)	*	θ_p °	$\theta_{p,eq}$ °
REF	Ref	500	250.00	300.00	300.00	300.00	127.32	25.00	8.85	5.67	y+s	45.29	45.29
	MS	500	250.00	300.00	300.00	300.00	127.32	37.50	9.84	10.00	s	45.29	45.29
G1	BM1	500	250.00	200.00	200.00	200.00	56.59	50.00	8.51	10.00	s	41.47	41.47
	BM2	500	250.00	375.00	200.00	273.86	106.00	30.86	9.69	10.00	s	44.57	44.24
	BM3	500	250.00	500.00	200.00	316.23	141.00	41.67	10.26	10.00	s	46.67	45.96
G2	BM4	450	250.00	200.00	200.00	200.00	56.59	55.56	9.15	10.00	s	45.29	45.29
	BM5	450	250.00	337.50	200.00	259.81	95.00	9.00	9.59	10.00	s	48.08	47.84
	BM6	450	250.00	450.00	200.00	300.00	127.32	30.00	10.29	10.00	s	50.23	49.68
G3	BM7	375	250.00	200.00	200.00	200.00	56.59	11.11	8.39	10.00	s	52.12	52.12
	BM8	375	250.00	281.25	200.00	237.17	80.00	33.33	9.05	10.00	s	54.15	54.05
	BM9**	375	250.00	375.00	200.00	273.86	106.00	16.00	9.26	10.00	s	56.35	56.05
G4	BM10	500	287.50	200.00	200.00	200.00	56.59	40.00	8.83	10.00	s	45.47	45.47
	BM11	500	287.50	375.00	200.00	273.86	106.00	9.00	10.08	10.00	s	48.56	48.24
	BM12	500	287.50	500.00	200.00	316.23	141.00	30.00	10.94	10.00	s	50.64	49.94
G5	BM13	450	287.50	200.00	200.00	200.00	56.59	11.11	8.44	10.00	s	49.28	49.28
	BM14	450	287.50	337.50	200.00	259.81	95.00	33.33	9.25	10.00	s	52.01	51.79
	BM15	450	287.50	450.00	200.00	300.00	127.32	16.00	9.64	10.00	s	54.11	53.58
G6	BM16	375	287.50	200.00	200.00	200.00	56.59	40.00	7.98	10.00	s	55.93	55.93
	BM17**	375	287.50	281.25	200.00	237.17	80.00	2.32	8.34	10.00	s	57.86	57.76
	BM18	375	287.50	375.00	200.00	273.86	106.00	15.24	8.75	10.00	s	59.94	59.65
G7	BM19	500	325.00	200.00	200.00	200.00	56.59	2.56	8.74	10.00	s	48.97	48.97
	BM20	500	325.00	375.00	200.00	273.86	106.00	16.00	9.87	10.00	s	52.01	51.69
	BM21	500	325.00	500.00	200.00	316.23	141.00	4.55	10.04	10.00	s	54.03	53.36
G8	BM22	450	325.00	200.00	200.00	200.00	56.59	21.33	8.68	10.00	s	52.71	52.71
	BM23	450	325.00	337.50	200.00	259.81	95.00	3.16	8.59	10.00	s	55.36	55.15
	BM24**	450	325.00	450.00	200.00	300.00	127.32	17.78	9.01	10.00	s	57.38	56.87
G9	BM25	375	325.00	200.00	200.00	200.00	56.59	25.00	7.34	10.00	s	59.11	59.11
	BM26	375	325.00	281.25	200.00	237.17	80.00	37.50	7.73	10.00	s	60.93	60.84
	BM27	375	325.00	375.00	200.00	273.86	106.00	50.00	7.59	10.00	s	62.88	62.62
G10	BM28	500	250.00	250.00	250.00	250.00	127.32	30.86	8.85	10.00	s	43.31	43.31
	BM29	500	250.00	375.00	250.00	306.19	127.32	41.67	9.84	10.00	s	45.69	45.69
	BM30	500	250.00	500.00	250.00	353.55	56.59	55.56	8.51	10.00	s	47.97	47.97
G11	BM31	450	250.00	250.00	250.00	250.00	106.00	9.00	9.69	10.00	s	47.41	47.41
	BM32	450	250.00	337.50	250.00	290.47	141.00	30.00	10.26	10.00	s	49.32	49.32
	BM33	450	250.00	450.00	250.00	335.41	56.59	11.11	9.15	10.00	s	51.67	51.67
G12	BM34	500	250.00	150.00	150.00	150.00	31.83	33.33	8.40	10.00	s	39.76	39.76
	BM35	500	250.00	500.00	150.00	273.86	106.10	16.00	10.72	10.00	s	45.40	44.24
G13	BM36	450	250.00	150.00	150.00	150.00	31.83	40.00	8.48	10.00	s	43.31	43.31
	BM37**	450	250.00	450.00	150.00	259.81	95.49	9.00	10.95	10.00	s	48.83	47.84
G14	BM38	375	250.00	150.00	150.00	150.00	31.83	30.00	7.91	10.00	s	49.68	49.68

Grupo	Modelo	e (mm)	d (mm)	a_p (mm)	b_p (mm)	$a_{p,eq}$ (mm)	R_{PE} (%)	%AP	$As_{ap,eq}$ (cm ²)	As_{total} (cm ²)	*	θ_p °	$\theta_{p,eq}$ °
G15	BM39	375	250.00	375.00	150.00	237.17	79.58	11.11	9.27	10.00	s	54.72	54.05
	BM40	500	325.00	150.00	150.00	150.00	31.83	33.33	8.22	10.00	s	47.24	47.24
	BM41	500	325.00	500.00	150.00	273.86	106.10	16.00	10.55	10.00	s	52.82	51.69
G16	BM42	450	325.00	150.00	150.00	150.00	31.83	40.00	7.25	10.00	s	50.79	50.79
	BM43	450	325.00	450.00	150.00	259.81	95.49	2.32	9.65	10.00	s	56.07	55.15
G17	BM44	375	325.00	150.00	150.00	150.00	31.83	15.24	6.97	10.00	s	56.87	56.87
	BM45**	375	325.00	375.00	150.00	237.17	79.58	2.56	7.70	10.00	s	61.44	60.84
G18	BM46	525	250.00	80.00	80.00	237.17	9.05	16.00	7.70	10.00	s	36.09	36.09
	BM47	525	250.00	525.00	80.00	80.00	59.42	4.55	7.21	12.00	s	39.92	42.20
G19	BM48	500	325.00	80.00	80.00	204.94	9.05	21.33	11.43	12.00	s	44.98	44.98
	BM49	500	325.00	500.00	80.00	80.00	56.59	3.16	6.90	12.00	s	48.97	51.15
G20	BM50	375	325.00	80.00	80.00	200.00	9.05	17.78	11.30	12.00	s	53.91	53.91
	BM51	375	325.00	375.00	80.00	80.00	42.44	25.00	6.18	12.00	s	57.89	59.43
G21	BM52	450	325.00	80.00	80.00	173.21	9.05	37.50	8.86	12.00	s	48.27	48.27
	BM53	450	325.00	450.00	80.00	80.00	50.93	50.00	6.60	12.00	s	52.31	54.26

* Modo de falha de acordo com Meléndez et al. (2019) para seção equivalente; Y: escoamento da armadura, S: fendilhamento, y+s: fendilhamento após escoamento da armadura;

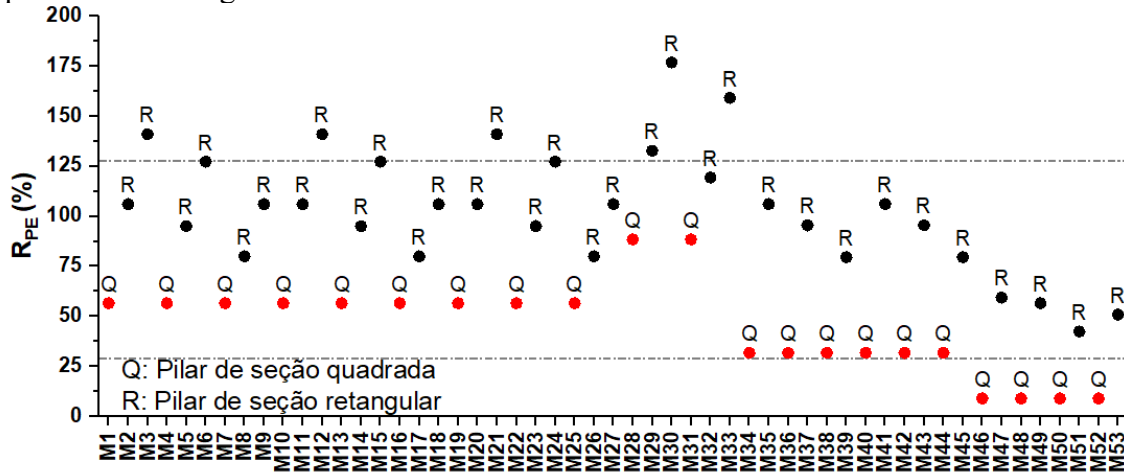
** Modelos processados para avaliação do coeficiente proposto pelo modelo de regressão (não utilizados para elaboração da correlação linear (vide capítulo 7)).

Fonte: O autor (2026).

Os ângulos de inclinação das bielas foram obtidos tanto para os pilares de seção retangular (θ_p °) quanto para as seções quadradas fictícias ($\theta_{p,eq}$ °), assumindo-se que a projeção da biela coincide com o centro geométrico da estaca no nível do plano da armadura. A coluna “ $As_{ap,eq}$ ” contém os valores da área de aço calculada com base em $a_{p,eq}$, enquanto “ As_{total} ” indica a armadura em uma direção adotada para os modelos numéricos. Para ambos os casos, os valores informados se referem a soma dos dois tirantes na direção considerada.

A Figura 3-15 ilustra os valores da métrica R_{PE} (Equação (3-11)) para os 53 modelos numéricos, assim como os valores limites caracterizados pela base de dados experimentais para fins comparativos.

Figura 3-15 - Valores R_{PE} dos modelos numéricos com pilares de seção transversal quadradas e retangulares



Fonte: traduzido de Spozito et al. (2025b).

3.4.2. Obtenção do coeficiente ϕ_{SR}

O coeficiente de correção (ϕ_{SR}) foi inicialmente obtido, por meio dos resultados dos modelos numéricos, pelo valor da razão da capacidade resistente dos modelos de pilares de seção transversal retangular ($F_{MEF,Rectangular}$) e os valores dos modelos de pilares de seção transversal quadrada ($F_{MEF,Square}$), de acordo com a Equação (3-18).

$$\phi_{SR} = \frac{F_{MEF,Rectangular}}{F_{MEF,Square}} \quad (3-18)$$

O valor ϕ_{SR} sempre é superior a 1,0. Tal comportamento é fisicamente esperado, uma vez que o alongamento da seção do pilar em direção às estacas resulta em um aumento da área de compressão e na elevação do ângulo de inclinação das bielas (θ).

Após obtido os resultados, elaborou-se uma equação quadrática por meio de regressão, fundamentada na análise de significância estatística dos termos (p -Value). A avaliação de desempenho seguiu a análise da média, do desvio padrão (DP) e do coeficiente de variação (CV). Esta equação relacionou o incremento da capacidade resistente, expresso pela variável ϕ_{SR} em função do incremento da área dada pelo aumento de uma dimensão do pilar (ΔA), obtido pela (3-19).

$$\Delta A = \frac{A_{Rectangular}}{A_{Quadrada}} = \frac{a_p \cdot b_p}{b_p^2} \quad (3-19)$$

Sendo: $A_{Rectangular}$: Área do modelo processado com o aumento da dimensão do pilar; $A_{Quadrada}$: área do modelo de seção quadrada; a_p : dimensão do pilar alongada em uma direção e b_p : menor dimensão do pilar;

A equação que determina o coeficiente de correção (ϕ_{SR}) foi utilizada para obter valores exclusivamente da base de dados numérica. Dada a escassez de registros experimentais para essa geometria na literatura, o estudo pautou-se em modelos numéricos específicos, os quais foram omitidos da etapa de ajuste da regressão para servirem como amostras de controle. Adicionalmente, avaliou-se a aplicabilidade deste coeficiente em modelos numéricos de maior escala (tópico 3.4.2.1).

3.4.2.1. Avaliação em modelos de escala real

Conforme a discussão do tópico 2.2.7, os modelos numéricos investigados nesta etapa compreenderam alturas úteis de 550 mm e 1000 mm, com resistências à compressão do concreto (f_{ck}) de 20 MPa, 30 MPa e 40 MPa. A investigação abrangeu, ainda, razões de aspecto da seção transversal do pilar (relação entre a maior e a menor dimensão) de até 5,33, além de contemplar as propriedades de escoamento da armadura (f_{yk}).

O resultado da capacidade resistente das simulações numéricas (F_{CDP}) foi avaliado mediante a aplicação das equações propostas e dos coeficientes de correção referentes à forma retangular do pilar, sendo os resultados comparados com os modelos analíticos de Souza et al. (2009), Melendez et al. (2019) e Boulifa et al. (2023), e para todos os casos foram adotados pilares de seção quadrada com área equivalente aos modelos de pilares de seção retangular.

Os resultados foram organizados por uma nomenclatura de acordo com o método de cálculo definidos:

- i. Da simplificação dos resultados pela consideração de seções transversais quadradas de área equivalente (F_{MEF}/F_{MODEL}^1);
- ii. Considerando a definição do início da biela no quadrante do pilar, determinado pelo número de estacas (F_{MEF}/F_{MODEL}^2), sendo esta segunda abordagem especificamente aplicada ao modelo proposto por Blévyot e Frémy (1967);
- iii. Com o uso do coeficiente ϕ_{SR} (F_{MEF}/F_{MODEL}^ϕ).

As características geométricas e mecânicas detalhadas dos blocos sobre quatro estacas encontram-se na Tabela 3-6.

Tabela 3-6 - Modelos numéricos para a avaliação do coeficiente em maior escala

		ϕ_{SR}	R_{PE}	θ°	e (mm)	d (mm)	a_p (mm)	b_p (mm)	d_e (mm)	f_c (MPa)	$A_{s,tie}$ (cm ²)	f_y (MPa)	f_u (MPa)
GL1	LM01	1.00	10.39	40.83	1000	550	200	(mm)	350	30	20	405	592
	LM02	1.68	46.77	46.20	1000	550	900	200	350	30	20	405	592
GL2	LM03	1.00	23.39	42.46	1000	550	300	200	350	30	20	405	592
	LM04	1.45	70.16	47.37	1000	550	900	300	350	30	20	405	592
GL3	LM05	1.00	31.83	43.31	1000	550	350	300	350	30	20	405	592
	LM06	1.37	81.85	47.97	1000	550	900	350	350	30	20	405	592
GL4	LM07	1.00	31.83	43.31	1000	550	350	350	350	40	20	600	730
	LM08	1.43	90.95	48.75	1000	550	1000	350	350	40	20	600	730
GL5	LM09	1.00	31.83	43.31	1000	550	350	350	350	20	20	600	730
	LM10	1.43	90.95	48.75	1000	550	1000	350	350	20	20	600	730
GL6	LM11	1.00	10.39	40.83	1000	550	250	350	350	30	20	600	730
	LM12	1.82	62.36	48.16	1000	550	1000	250	350	30	20	600	730
GL7	LM13	1.00	11.46	45.47	1750	1150	300	250	500	30	72	500	540
	LM14	1.77	61.12	51.03	1750	1150	1600	300	500	30	72	500	540
GL8	LM15	1.00	5.85	44.34	1800	1140	300	300	700	30	72	500	540
	LM16	1.77	31.18	49.76	1800	1140	1600	300	700	30	72	500	540
GL9	LM17	1.00	5.85	44.34	1800	1140	300	300	700	30	55	500	540
	LM18	1.77	31.18	49.76	1800	1140	1600	300	700	30	55	500	540

e: espaçamento entre estacas; ϕ_{SR} : coeficiente de ajuste de área de compressão; R_{PE} : razão da área do pilar pela área da estaca; d: altura útil; a_p : maior dimensão do pilar; b_p : menor dimensão do pilar; d_e : diâmetro da estaca; f_c : resistência do concreto à compressão; $A_{s,tie}$: área de armadura do tirante; f_y : resistência de escoamento do aço e f_u resistência última do aço;

Fonte: O autor (2026).

A avaliação foi baseada na determinação dos valores de média, desvio padrão e coeficiente de variação dos índices definidos pela razão da força resultante da simulação sobre os valores de forças estimadas.

3.4.3. Fluxo de tensões dos modelos numéricos

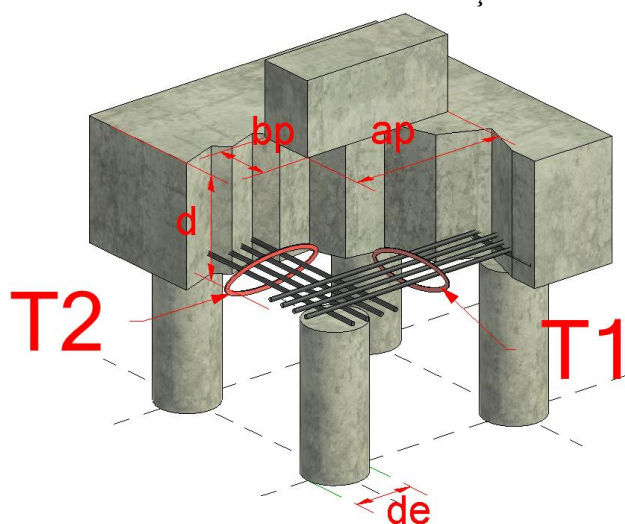
Conforme detalhado no tópico 2.2.4 (pg. 20), investigou-se o fluxo de tensão dos modelos numéricos processados. O objetivo foi verificar se a falha ocorre pelo surgimento de fissuras de fendilhamento, ocorrendo, portanto, uma divisão do fluxo de tensões de compressão, que marca o princípio da degradação estrutural e, conseqüentemente, na perda de capacidade portante e no esmagamento final do material.

Para mapear o fluxo de tensões nos modelos numéricos, analisaram-se as distribuições tridimensional da tensão principal de compressão, bem como os valores de dano à compressão (DAMAGEC), dano à tração (DAMAGET) e degradação escalar da rigidez (SDEG) no instante da capacidade resistente. O parâmetro SDEG varia no

intervalo de 0 a 1 e integra os efeitos combinados de DAMAGEC e DAMAGET, de modo que o valor unitário representa a completa perda de capacidade portante do material (Systèmes, 2013).

Procedeu-se também uma avaliação das forças atuantes nos tirantes para os modelos com pilares de seção retangular, baseando-se nas formulações de Blévtot e Frémy (1967) e da norma EHE (2010) para fins comparativos. Para a metodologia de Blévtot e Frémy (1967), o ângulo de inclinação da biela foi determinado sob duas premissas geométricas distintas em relação ao ponto de origem: assumindo a origem no centroide do pilar setorizado e adotando a hipótese do pilar de seção quadrada equivalente (TQS, 2023). A Figura 3-16 ilustra as direções dos tirantes em relação as dimensões do pilar.

Figura 3-16 - Sentidos das armaduras do tirante em relação as dimensões do pilar



Fonte: Adaptado de Spozito et al. (2025b)

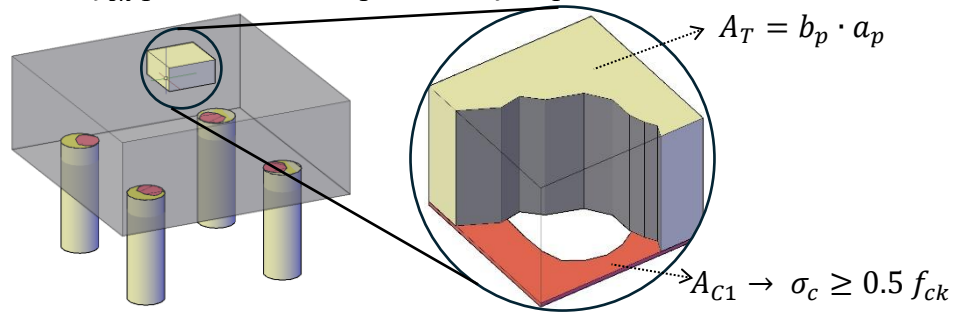
3.4.4. Obtenção do coeficiente C_{ca}

A determinação do Coeficiente de Correção de Área de compressão na zona nodal superior (C_{ca}) – Equação (3-20) – foi elaborado frente aos resultados dos modelos numéricos, ilustrado na Figura 3-17 e Figura 3-18 para seções de pilar de seção quadrada e retangular, respectivamente, com as medições das áreas de interesse por meio de programa CAD.

$$C_{ca} = \frac{A_{c1}}{A_T} \quad (3-20)$$

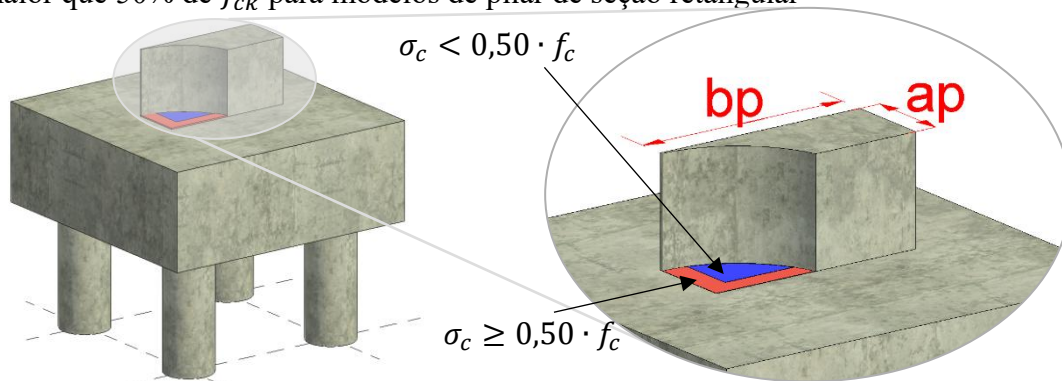
Sendo: A_{c1} área de compressão média com tensão de solicitação maior ou igual a 50% da resistência à compressão do concreto; A_T a área total da seção do pilar.

Figura 3-17 - Ilustração da seção na região da zona nodal superior com área comprimida maior que 50% de f_{ck} para modelos de pilar de seção quadrada



Fonte: O autor (2026).

Figura 3-18 - Ilustração da seção na região da zona nodal superior com área comprimida maior que 50% de f_{ck} para modelos de pilar de seção retangular

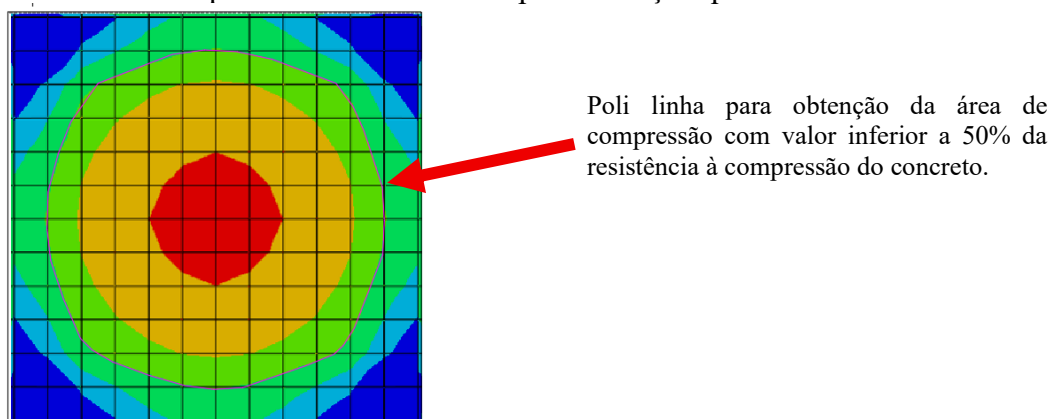


Fonte: Spozito et al. (2025b).

A área A_{C1} foi definida considerando o comportamento não linear do concreto em função da concentração de tensões observada na interface pilar-bloco. A ABNT NBR 6118 (2026) admite o comportamento linear-elástico do concreto sob tensões de compressão de até aproximadamente 50% de sua resistência à compressão (f_c), sendo o valor de 50% da resistência a compressão do concreto para a definição dessa área de concentração de tensões.

Sendo assim, a obtenção das áreas foi realizada com medição em programa CAD, após a definição de intervalos de compressão no Abaqus® (Figura 3-19). A partir dessa figura em escala real, foi criada uma poli linha para obtenção da área que compreende o limite de tensão abaixo de 50% da resistência à compressão.

Figura 3-19 - Exemplo de medida de tensão de compressão atuante menor que 50% da resistência à compressão do concreto em pilar de seção quadrada



Fonte: O autor (2026).

O “ C_{ca} ” foi avaliado nos modelos de Blévot e Frémy (1967) e Schlaich & Schäfer (1991), conforme Equação (3-21) e Equação (3-22), respectivamente.

$$\sigma_c^{st} = \frac{N_c}{(A_{pilar} \cdot C_{ca}) \cdot \text{sen}^2(\theta)} \leq \alpha \cdot f_c \quad (3-21)$$

$$\sigma_c^{st} = \frac{N_{col}}{(a_1 \cdot b) \cdot C_{ca}} \leq 1.1 \cdot f_c \quad (3-22)$$

Para avaliação da proposta com o uso do coeficiente para as tensões nodais, optou-se pelos limites expressos na Tabela 3-7.

Tabela 3-7 - Limites de tensões nodais superior e inferior

Referência	Região nodal	
	Inferior	Superior
Estado triplo de tensão – ABNT NBR 6118 (2026)	–	$f_c + 4 \cdot f_{ct}$
Model Code 2010 (2012)	$0.882 \cdot f_c$	$1.176 \cdot f_c$
ACI 318 (2019)	$0.6 \cdot f_c$	f_c
Schlaich & Schafer (1991)	$0.8 \cdot f_c$	$1.1 \cdot f_c$
Blévot & Frémy (1967)	f_c	$2.1 \cdot f_c$

Fonte: Traduzido de Spozito et al. (2025b).

É válido ressaltar, no caso de pilares de seção quadrada, a discussão do trabalho de Santos (2023, p. 121) descreve uma complexidade na previsão da força de ruptura com modelos de pilares com grandes dimensões. Uma discussão foi realizada na Tabela 5-2 (p. 117) considerando os aspectos geométricos dos ensaios da literatura. Neste contexto,

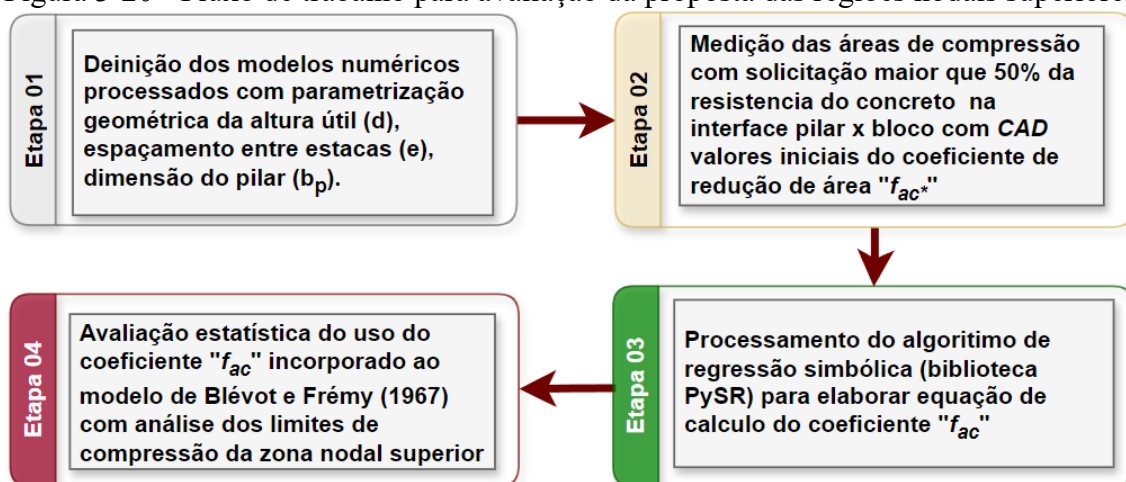
optou-se pela análise de forma individualizada, que deu origem ao Capítulo 8 e a metodologia detalhada no item 3.5.

3.5. Blocos com pilar de seção quadrada (Fase 05)

Esta seção detalha a metodologia para avaliação dos limites da região nodal superior, similar ao exposto no tópico 3.4.4, mas com foco em pilares de seção transversal quadrada. Diferente da etapa anterior, o coeficiente de ajuste aqui proposto (f_{ac}) é definido por meio de um modelo de regressão simbólica incorporado no modelo de Blévy e Frémy (1967) para ajuste da área de compressão da zona nodal superior.

A Figura 3-20 ilustra o fluxo adotado para elaboração e avaliação do coeficiente proposto, cujo valor é obtido por meio de uma equação elaborada por regressão simbólica, conforme metodologia indicada no tópico 2.1.1 (p. 13).

Figura 3-20 - Fluxo de trabalho para avaliação da proposta das regiões nodais superiores



Fonte: O autor (2026).

3.5.1. Características dos modelos numéricos

As características geométricas dos modelos numéricos utilizados nesta fase são indicadas na Tabela 3-8. As variáveis dos modelos parametrizadas nos modelos são: espaçamento entre eixos das estacas (e), dimensão do pilar quadrado (b_p), altura útil (d) e diâmetro da estaca (d_e). Os valores obtidos pela simulação numérico (F_{MEF}) e a razão com o modelo de Melendez et al. (2019), assim como o modo de ruptura deste modelo, são indicados em função dos resultados serem dos procedimentos anteriores a esta metodologia.

Tabela 3-8 - Conjunto de modelos numéricos analisados para elaboração do coeficiente de correção de área de compressão

Modelo	d (m)	e (m)	b _p (m)	d _e (m)	θ	%AP	R _{PE}	F _{MEF}	$\frac{F_{MEF}}{F_{Mel}}$	Ruptura
CM01	0.250	0.500	0.250	0.15	45.29	25.00%	22.10%	1079	1.12	S
CM02	0.250	0.500	0.250	0.15	43.31	25.00%	22.10%	898	1.01	Y+S
CM03	0.250	0.500	0.250	0.15	43.31	25.00%	22.10%	905	1.11	S
CM04	0.250	0.450	0.225	0.15	43.31	25.00%	17.90%	1139	1.08	S
CM05	0.250	0.450	0.225	0.15	46.33	25.00%	17.90%	969	1.06	Y+S
CM06	0.250	0.450	0.300	0.15	46.33	44.44%	31.83%	1405	1.14	S
CM07	0.250	0.450	0.300	0.15	49.68	44.44%	31.83%	1209	1.14	Y+S
CM08	0.250	0.525	0.300	0.15	49.68	32.65%	31.83%	1248	0.90	S
CM09	0.250	0.525	0.300	0.15	43.31	32.65%	31.83%	1151	0.90	Y+S
CM10	0.250	0.525	0.350	0.15	43.31	44.44%	43.33%	1634	1.05	S
CM11	0.250	0.525	0.350	0.15	45.29	44.44%	43.33%	1431	1.05	Y+S
CM12	0.550	1.000	0.450	0.35	45.29	20.25%	13.15%	4260	0.98	S
CM13	0.550	1.000	0.450	0.35	45.10	20.25%	13.15%	3610	0.98	Y+S
CM14	0.550	1.000	0.650	0.35	45.10	42.25%	27.45%	5920	1.12	S
CM15	0.550	1.000	0.650	0.35	49.05	42.25%	27.45%	4954	1.06	Y+S
CM16	0.550	1.000	0.650	0.35	49.05	42.25%	27.45%	4564	1.07	S
CM17	0.550	1.000	0.650	0.35	49.05	42.25%	27.45%	4010	1.09	Y+S
CM18	0.250	0.500	0.200	0.15	41.47	16.00%	56.59%	862	0.98	S
CM19	0.250	0.450	0.200	0.15	45.29	19.75%	56.59%	1059	1.08	S
CM20	0.250	0.375	0.200	0.15	52.12	28.44%	56.59%	1236	1.06	S
CM21	0.287	0.500	0.200	0.15	45.47	16.00%	56.59%	1028	1.02	S
CM22	0.287	0.450	0.200	0.15	49.28	19.75%	56.59%	1123	1.01	S
CM23	0.325	0.450	0.200	0.15	55.93	19.75%	56.59%	1306	1.08	S
CM24	0.325	0.500	0.200	0.15	48.97	16.00%	56.59%	1151	1.04	S
CM25	0.325	0.450	0.200	0.15	52.71	19.75%	56.59%	1306	1.08	S
CM26	0.325	0.375	0.200	0.15	59.11	28.44%	56.59%	1406	1.02	S
CM27	0.250	0.500	0.250	0.15	43.31	25.00%	88.42%	1020	1.03	S
CM28	0.250	0.450	0.250	0.15	47.41	30.86%	88.42%	1188	1.07	S
CM29	0.250	0.500	0.150	0.15	39.76	9.00%	31.83%	800	0.99	S
CM30	0.250	0.450	0.150	0.15	43.31	11.11%	31.83%	916	1.04	S
CM31	0.250	0.375	0.150	0.15	49.68	16.00%	31.83%	1068	1.02	S
CM32	0.250	0.500	0.150	0.15	47.24	9.00%	31.83%	1030	1.05	S
CM33	0.325	0.450	0.150	0.15	50.79	11.11%	31.83%	1018	0.99	S
CM34	0.325	0.375	0.150	0.15	56.87	16.00%	31.83%	1168	0.93	S
CM35	0.550	1.000	0.200	0.35	40.83	4.00%	10.39%	2634	0.84	S
CM36	0.550	1.000	0.300	0.35	44.63	9.00%	23.39%	3116	0.89	S
CM37	0.550	1.000	0.350	0.35	42.46	12.25%	31.83%	3448	0.99	S

Fonte: O autor (2026).

3.5.1. Definição dos valores de f_{ac}^*

O coeficiente (f_{ac}^*), que tem o mesmo significado do coeficiente f_{ac} , sendo que o acrônimo “*” foi utilizado para indicar que os valores foram obtidos através as medições com programa CAD de forma análoga ao coeficiente “ C_{ca} ” (Figura 3-17, p. 87), é determinado por meio da Equação (3-23) com os resultados dos modelos numéricos.

$$f_{ac}^* = \frac{A_{c1}}{A_T} \quad (3-23)$$

Sendo: A_{c1} área de compressão média com tensão de solicitação maior ou igual a 50% da resistência à compressão do concreto; A_T a área total da seção do pilar.

3.5.2. Modelo proposto para avaliação da resistência da zona nodal superior

A equação para definir o valor de “ f_{ac} ” foi obtida por meio de regressão simbólica, com base em 37 modelos numéricos de blocos sobre quatro estacas processados, conforme metodologia do item 3.5. É importante ressaltar que os resultados obtidos neste estudo não foram extrapolados para blocos que suportam pilares de seção retangular, dada a escassez de dados experimentais disponíveis para essa configuração. A partir desse coeficiente obtido, verificou-se o emprego desta proposta em 81 registros da literatura de blocos sobre quatro estacas (Blévot; Frémy, 1967; Clarke, 1973; Sørensen; Hoang; Fernández Ruiz, 2025; Suzuki; Otsuki, 1996, 2002; Suzuki; Otsuki; Tsubata, 1999; Suzuki; Otsuki; Tsuchiya, 2000).

Posteriormente à obtenção dos valores iniciais, empregou-se um algoritmo de regressão simbólica (detalhado no tópico 3.5.4) para formular a equação preditiva do coeficiente “ f_{ac} ”.

O modelo analítico de Blévot e Frémy (1967) foi adotado como base teórica para a incorporação do coeficiente de correção de área em blocos sobre quatro estacas sujeitos sob pilares de seção quadrada - Equação (3-24).

$$\sigma_{UNZ} = \frac{F_{MEF}}{(A_c \cdot f_{a,c}) \cdot \sin^2(\theta)} \leq \alpha \cdot f_c \quad (3-24)$$

Sendo: F_{MEF} capacidade resistente obtida na simulação numérica; $f_{a,c}$: fator de ajuste proposto para correção de área de compressão; n_p : número de estacas; A_c : área da seção transversal do pilar; f_c : resistência característica do concreto; α : 2.1 (para blocos sobre quatro estacas).

A validação desta proposta analítica foi conduzida frente a um banco de dados composto por 89 ensaios experimentais reportados na literatura, selecionados em função do fendilhamento do concreto e com biela com inclinação maior ou igual a 45° .

A Tabela 2-2 (p. 32), contém as definições de valores limites de resistência à compressão para as zonas nodais em blocos de quatro estacas consideradas para avaliação da proposta.

3.5.3. Fluxo de tensões de compressão e tração

Para os blocos com pilares de seção quadrada, a metodologia para análise dos fluxos de tensão foi conduzida de forma similar ao indicado no tópico 3.4.2.1 (p. 84).

Conforme discutido por Delalibera et al. (2023) e Tomaz et al. (2018) o nó superior possui maior variabilidade frente aos limites nodais da literatura. A partir destes estudos, os limites adotados são indicados na Tabela 3-7 (pg. 88).

3.5.4. Regressão simbólica para o coeficiente “ f_{ac} ”

A partir da obtenção dos valores do coeficiente f_{ac}^* , em acordo com a metodologia do tópico 3.5.1, realizou-se o processamento do algoritmo para obter a equação por meio da regressão simbólica (tópico 2.1.1, p. 13).

A RS foi configurada com os seguintes operadores: adição (+), subtração (–), multiplicação ($\times$), divisão (/) e o operador unário “quadrado”. Para garantir a simplicidade das equações geradas, o parâmetro “*max-Size*” foi definido como 20. Em busca de modelos de RS com alta precisão, o número de iterações (gerações) foi estabelecido em 10.000. Para a análise de regressão simbólica, a variável dependente foi definida como o coeficiente proposto f_{ac} . Este coeficiente tem a finalidade de multiplicar a área do pilar para análise da capacidade efetiva da biela. As variáveis independentes que influenciam esse coeficiente foram as dimensões geométricas dos modelos de blocos de estacas modelados numericamente, sendo: dimensão do pilar quadrado (b_p), altura efetiva (d), distância entre os eixos das estacas na direção ortogonal (e) e diâmetro da estaca (d_e).

4. CALIBRAÇÃO DA SIMULAÇÃO NUMÉRICA

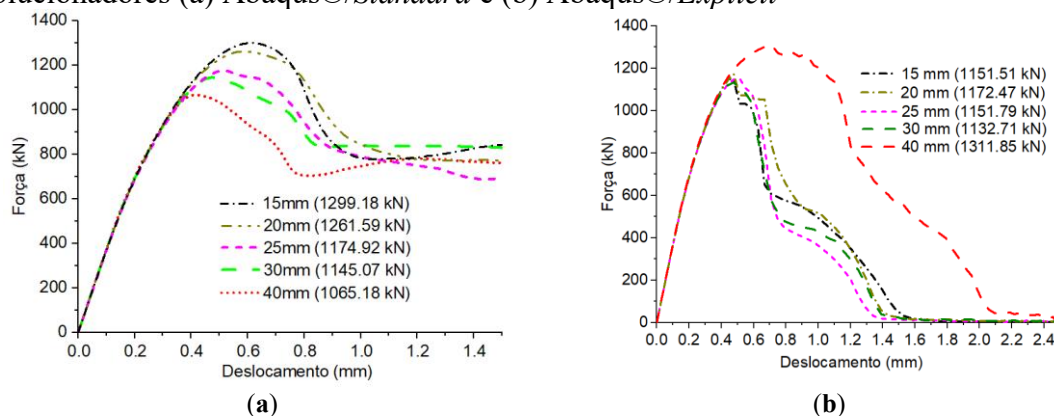
Este capítulo, que corresponde a Fase 2 da metodologia da pesquisa, contém os resultados da calibração da simulação numérica com o modelo constitutivo CDP para blocos de concreto sobre quatro estacas, bem como os resultados da avaliação dos solucionadores.

4.1. Calibração do modelo numérico “*Pile Cap A*”

4.1.1. Análise de malha e curvas de força e deslocamento

A análise de malha para posterior calibração do modelo frente aos dois solucionares resultou nas curvas de força e deslocamento da Figura 4-1, em acordo com a metodologia do tópico 3.2. Para cada modelo numérico processado, foram definidas o comportamento do material em função do tamanho da malha, conforme os critérios do tópico 3.2 da metodologia. Os valores dos parâmetros do CDP foram: de ângulo de dilatação ψ igual a 36^0 ; coeficiente de viscosidade (μ) igual a 1×10^{-3} ; razão entre a resistência à compressão biaxial e uniaxial (σ_c/σ_b) igual a 1,16; superfície de falha no plano normal desviatório ao eixo hidrostático (K_c) igual a 0,667; e excentricidade (ϵ) igual 0,1.

Figura 4-1 - Análise prévia da sensibilidade da malha do modelo “*Pile Cap A*” para solucionadores (a) Abaqus®/Standard e (b) Abaqus®/Explicit



Fonte: Adaptado de Spozito et al. (2024).

O custo computacional, cuja definição adotada é o tempo de processamento dos modelos numéricos, é indicado na Tabela 4-1.

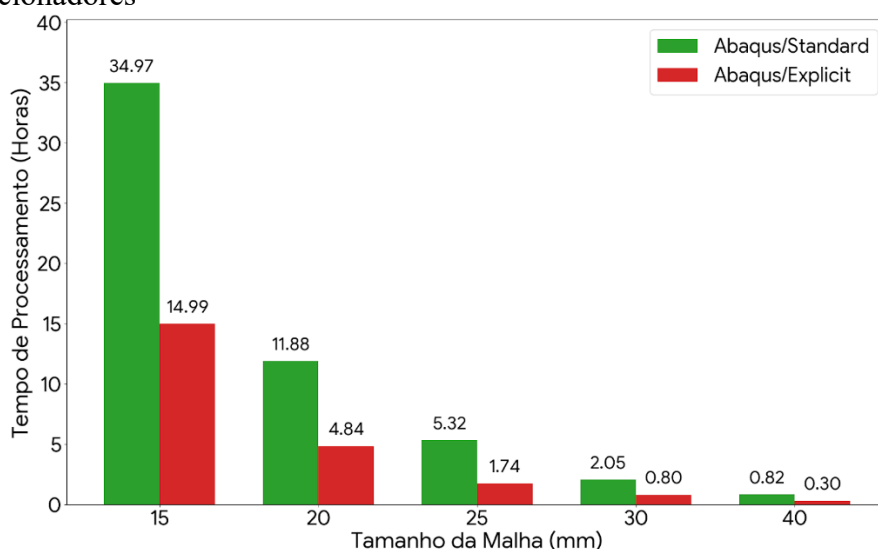
Tabela 4-1 - Custo computacional com resultados da análise de malha

Malha (mm)	Número de elementos (bloco)	Tempo		
		(segundos)	(minutos)	(horas)
Abaqus®/Standard				
15	115612	125880	2098	34.97
20	48976	42803	713	11.88
25	25168	19157	319	5.32
30	15408	7391	123	2.05
40	6632	2952	49	0.82
Abaqus®/Explicit				
15	115612	53949	899	14.99
20	48976	17416	290	4.84
25	25168	6267	104	1.74
30	15408	2872	47	0.80
40	6632	1072	18	0.30

Fonte: O autor (2026).

A Figura 4-2 ilustra o tempo de processamento para cada malha e solucionador.

Figura 4-2 - Tempo de processamento dos modelos na análise de malha com comparação ente solucionadores



Fonte: O autor (2026).

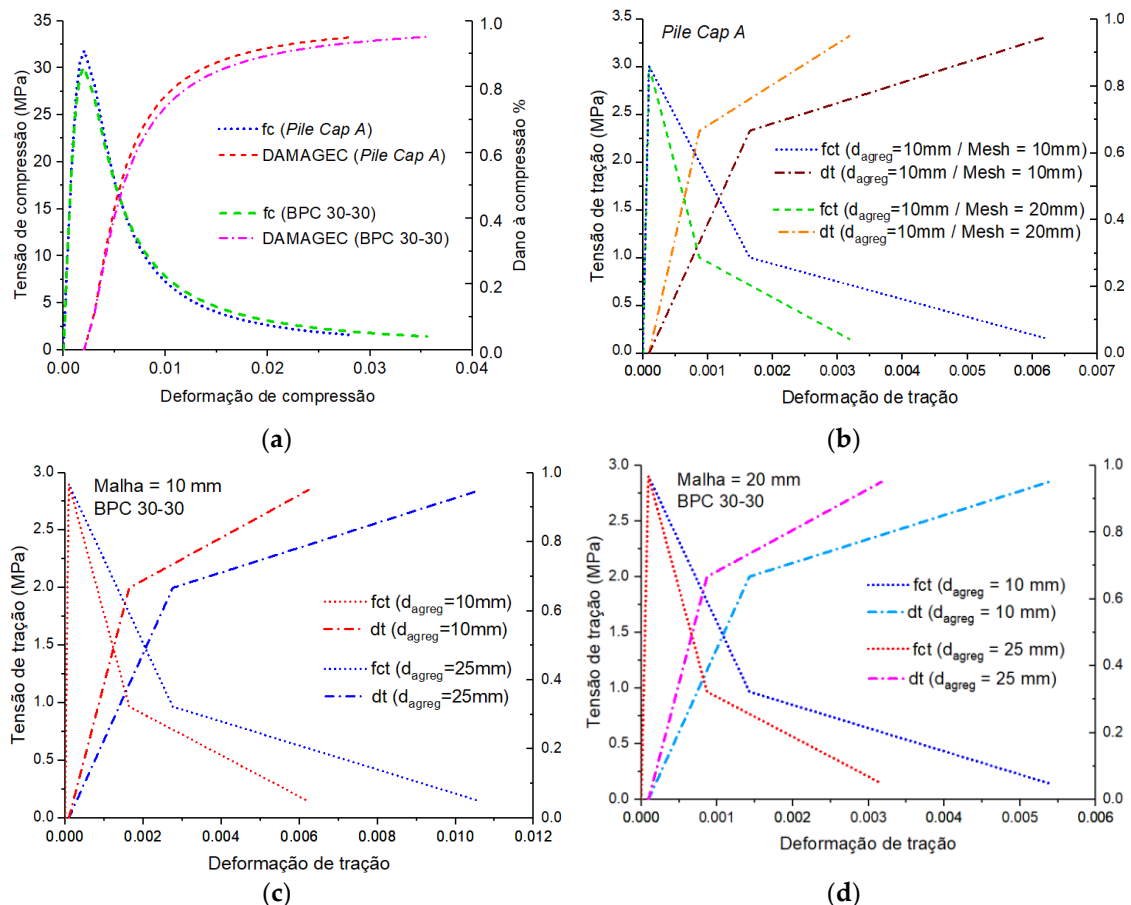
A análise do desempenho computacional evidenciou que a malha com dimensões de 20 mm resultou em um nível adequado de refinamento, registrando uma diferença pouco significativa nos valores obtidos quando comparada à malha de 15 mm, cujo custo computacional é expressivamente maior. Diante dessa estabilização dos resultados, a discretização de 20 mm foi estabelecida como o parâmetro de malha ideal para viabilizar o processamento dos modelos paramétricos destinados à calibração do CDP. Cumpre

ressaltar, contudo, que os tempos de processamento ilustrados nestas análises preliminares foram obtidos adotando-se um parâmetro de viscosidade (μ) igual a 1×10^{-3} .

Contudo, apesar das definições estabelecidas nesta etapa, análises subsequentes demonstraram que esse nível de discretização da malha não representou adequadamente o comportamento do patamar presente na curva de força e deslocamento do resultado do modelo experimental (Figura 4-6, p. 100), com relação aos resultados do solucionador quase-estático. Tal limitação exigiu o refinamento da malha para a dimensão de 10 mm, conforme detalhado na Seção 4.1.3 e Spozito et al. (2024).

Sendo assim, as curvas uniaxiais de tensão-deformação à compressão utilizadas na calibração dos parâmetros do modelo CDP são ilustradas na Figura 4-3.a, considerando os elementos com dimensões de 10 mm e 20 mm.

Figura 4-3 - Curvas de tensão e deformação do concreto de Spozito et al. (2024) para os modelos experimentais “BPC-3030” e “Pile Cap A”



Fonte: Traduzido e adaptado de Spozito et al. (2024).

Para o modelo numérico “Pile Cap A”, as curvas de comportamento do concreto à tração, correspondentes a ambas as malhas (10 mm e 20 mm), encontram-se na Figura

4-3.b. No caso do modelo “BPC 30-30”, as relações de tração são ilustradas na Figura 4-3.c e na Figura 4-3.d, vinculadas às malhas de 10 mm e 20 mm, respectivamente. Ressalta-se que, além da adequação da malha geométrica, conduziu-se neste último caso uma análise da dimensão máxima do agregado (d_{agreg}), adotando-se os valores de 10 mm e 25 mm.

4.1.2. Solucionar estático (Abaqus®/Standard)

4.1.2.1. Calibração dos parâmetros ψ e μ do CDP

A capacidade resistente do modelo de referência “*Pile Cap A*” foi de 1230 kN, conforme Figura 4-4.a.

A parametrização dos valores dos parâmetros do CDP foi realizada primeiramente em função do ângulo de dilatância (ψ), com valores fixados da “ σ_c/σ_b ” igual a 1,16, “ K_c ” igual a 0,667, “ ϵ ” igual 0,1 e “ μ ” igual a 1×10^{-3} , resultando nas curvas indicadas na Figura 4-4.b. Considerando os valores de força última do modelo, optou-se por fixar o valor de ψ igual a 36° , fundamentado na aproximação da estimativa da simulação numérica para a capacidade resistente do modelo.

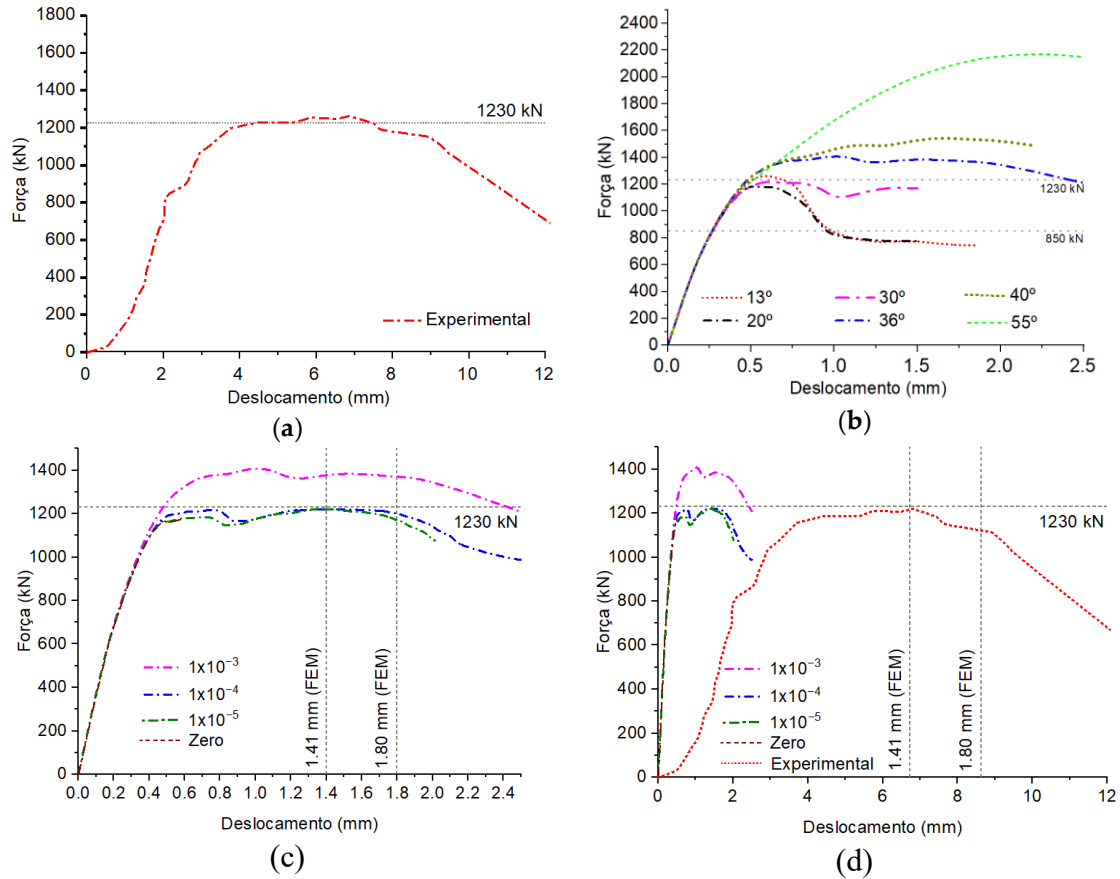
Após a definição de “ ψ ”, foram mantidos os valores fixados de todos parâmetros igual a etapa anterior, procedendo-se à parametrização de “ μ ”, resultando nas curvas mostradas na Figura 4-4.c. Foi possível constatar que valores de 1×10^{-4} produziu resultado similar com a curva 1×10^{-5} . A parametrização desta variável possui um impacto tanto nas condições de concentração de esforços de tração do modelo (Szczecina; Winnicki, 2017), assim como no tempo de processamento, sendo este último parâmetro adotado para definição desta variável, conforme tópico 4.1.4 que possui valores em função da malha e dos solucionadores avaliados.

A Figura 4-4.d mostra a comparação das curvas de força e deslocamento dos modelos numéricos e do modelo de referência “*Pile Cap A*”. Verificou-se que o modelo numérico teve maior rigidez quando comparado ao modelo experimental, resultado em conformidade com as discussões no tópico 2.2.10.

A estimativa de ruptura do modelo de referência “*Pile Cap A*”, segundo o modelo de Meléndez et al. (2019), resultou em valores de ruptura com níveis de solicitação da armadura acima do valor de “ f_u ”, visto que conforme observado por Suzuki, Otsuki e Tsubata (1998), a falha decorrente do escoamento das armaduras de tirante induz

deslocamentos acentuados sem o incremento correspondente na capacidade resistente, sendo esse comportamento observado no modelo experimental.

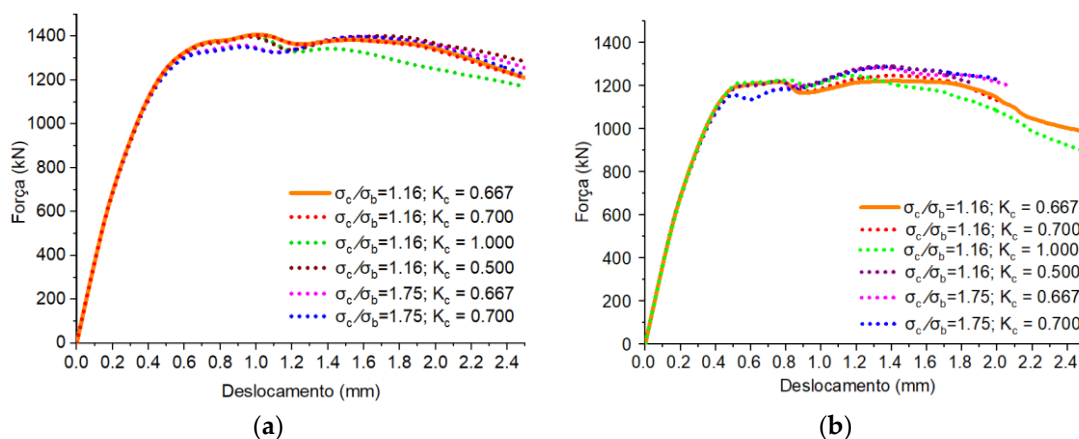
Figura 4-4 - Influência na curva de força e deslocamento dos parâmetros (a) “ ψ ” e (b) “ μ ” do modelo de referência “*Pile Cap A*”, (c) curva experimental e (d) sobreposição das curvas



Fonte: Adaptado de Spozito et al. (2024).

A Figura 4-5 ilustra as curvas força vs. deslocamento obtidas para o ângulo de dilatação (ψ) de 36° , considerando a parametrização de “ σ_c/σ_b ” e “ K_c ”. Os resultados dos modelos numéricos indicados possuem parâmetros com valores de “ μ ” iguais a 1×10^{-3} (Figura 4-5.a) e 1×10^{-4} (Figura 4-5.b), mantendo-se a excentricidade (ϵ) constante e igual a 0,1 para todos os modelos.

Figura 4-5 - Curvas de força e deslocamentos com a parametrização dos valores de “ σ_c/σ_b ” e de “ K_c ” para “ μ ” igual (a) 1×10^{-3} e (b) 1×10^{-4}



Fonte: Traduzido de Spozito et al. (2024).

A Tabela 4-2 possui os valores da capacidade resistente dos modelos, obtidos a partir do ponto de carga máxima nas respectivas curvas força vs. deslocamento. A coluna percentual indica o incremento de força em relação ao modelo numérico processado com $\mu = 1 \times 10^{-5}$. Ressalta-se que as simulações processadas com “ μ ” igual a 1×10^{-5} e $\mu = 1 \times 10^{-4}$ resultaram em curvas similares, sendo os valores de capacidade resistente do primeiro caso mostradas para fins comparativos, os quais também possuem valores próximos.

Tabela 4-2 - Capacidade resistente dos modelos numéricos com solucionador estático do “Pile Cap A” a partir da parametrização de “ σ_c/σ_b ” e “ K_c ”

σ_c/σ_b	K_c	μ	F_{CDP} (kN)	$\uparrow$ (%)	(mm)	$\frac{F_{CDP}}{F_{exp}}$
1.16	0.667	1×10^{-5}	1220.61	-	1.39	0.992
		1×10^{-4}	1221.84	0.10	1.43	0.993
		1×10^{-3}	1406.81	15.25	1.02	1.143
	0.700	1×10^{-5}	1241.27	-	1.34	1.009
		1×10^{-4}	1245.59	1.40	1.41	1.012
		1×10^{-3}	1405.07	13.56	1.02	1.142
1.75	0.667	1×10^{-5}	1279.80	-	1.38	1.040
		1×10^{-4}	1281.00	0.09	1.29	1.041
		1×10^{-3}	1397.88	9.23	1.57	1.136
	0.700	1×10^{-5}	1283.58	-	1.31	1.043
		1×10^{-4}	1286.27	0.02	1.37	1.045
		1×10^{-3}	1399.35	9.01	1.57	1.137

Obs.: Todos os modelos com $\psi = 36^\circ$ w $\epsilon = 0.1$.

F_{CDP} : Valor da capacidade resistente do modelo numérico;

F_{exp} : Valor de 1230 kN do modelo de referência;

Fonte: O autor (2026).

A variação da capacidade resistente simulada foi inferior a 1,5% para os resultados da parametrização de “ σ_c/σ_b ” e de “ K_c ”, com valores de “ μ ” entre 1×10^{-4} e 1×10^{-5} . Esse comportamento justifica a escolha de $\mu = 1 \times 10^{-4}$ como valor de referência, uma vez que ele concilia uma boa estimativa dos resultados de ruptura do modelo experimental com menor custo de processamento.

Os resultados obtidos para parametrização de “ K_c ” possuem uma fraca relação com o parâmetro “ μ ”, resultados similares aos obtidos por Silva, Christoforo e Carvalho (2021). No entanto, com valores de $K_c = 1,0$, o comportamento pós-pico exibiu uma redução mais acentuada da força resistente, logo após a força máxima. Para o comportamento inicial da curva, esse parâmetro não teve influência em função de sua parametrização.

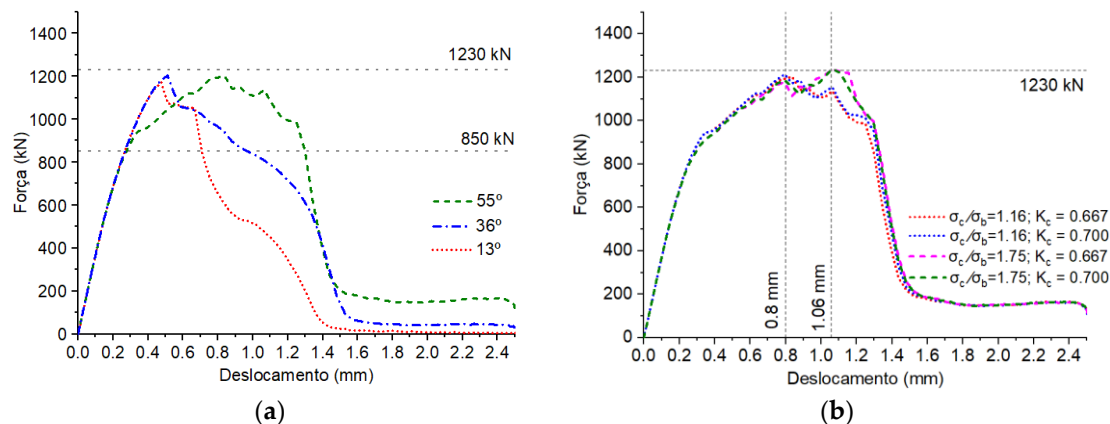
No caso de valores maiores de “ σ_c/σ_b ”, observou-se um impacto não significativo no patamar de escoamento. No valor igual a 1,75, a carga de pico foi maior no patamar da curva. Verificou-se também que, para “ μ ” igual a 1×10^{-4} , essa influência foi mais significativa superando o valor inicial no primeiro trecho do gráfico, o que indica uma relação deste parâmetro com o coeficiente de viscosidade no comportamento não linear do modelo.

Dessa forma, considerando o comportamento das curvas obtidas e constatando que a literatura técnica preconiza os valores de “ σ_c/σ_b ” = 1,16 e “ K_c ” = 0.667 (conforme sintetizado na Tabela 2-1), estes parâmetros foram adotados para a calibração definitiva dos modelos numéricos. Essa escolha assegura a fundamentação teórica necessária para a representação da superfície de plastificação do concreto sob estados multiaxiais de tensão.

4.1.3. Solucionar quase-estático (Abaqus®/Explicit)

A extrapolação de “ ψ ” e “ σ_c/σ_b ” e “ K_c ” resultaram nas curvas ilustradas na Figura 4-6. Para o modelo com $\psi = 55^\circ$, os resultados indicaram um aumento da ductilidade, sem acréscimo significativo na carga de pico. Os valores de carga de pico foram influenciados em aproximadamente 5,0% a 8,0% com a extrapolação de “ σ_c/σ_b ” e “ K_c ” (Figura 4-6.b).

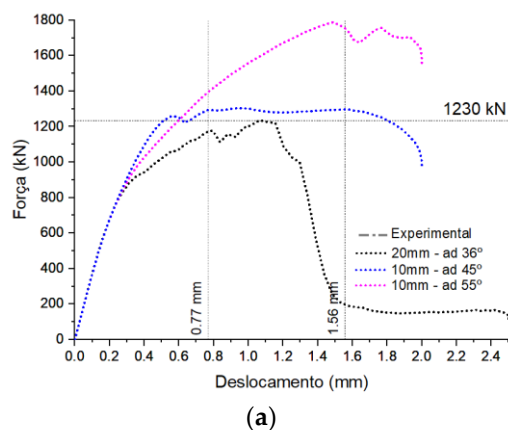
Figura 4-6 - Extrapolação de (a) “ ψ ” e (b) “ σ_c/σ_b ” e “ K_c ” para $\psi = 55^\circ$ em análise quase-estática



Fonte: Traduzido de Spozito et al. (2024).

Apesar da boa aproximação quanto aos valores de capacidade resistente, as curvas de força vs. deslocamento obtidas com o solucionador quase-estático não obtiveram o patamar de escoamento observado na curva experimental. Diante desse resultado, realizou-se uma nova calibração com malha de 10 mm, com as curvas de força vs. deslocamento indicados na Figura 4-7. A recalibração de “ ψ ”, em face da alteração da malha, resultou no valor de 45° , proporcionando uma estimativa próxima a força de ruptura do modelo de referência com a reprodução do patamar.

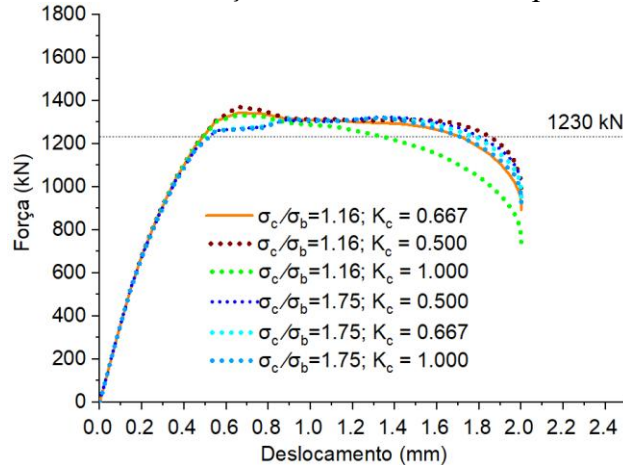
Figura 4-7 - Curvas força vs. deslocamento do modelo numérico referentes a “*Pile Cap A*” com ψ recalibrado



Fonte: Spozito et al. (2024).

A influência das variáveis “ σ_c/σ_b ” e “ K_c ” no solucionador quase-estático (Figura 4-8), mostrou-se análoga ao comportamento verificado no solucionador estático sob a mesma parametrização.

Figura 4-8 Curvas de força vs. deslocamento da parametrização de “ σ_c/σ_b ” e “ K_c ”.



Fonte: Traduzido de Spozito et al. (2024).

Os dados de capacidade resistente dos modelos obtidos pela parametrização no solucionador quase-estática estão indicados na Tabela 4-3.

Tabela 4-3 - Estimativas de forças de ruptura dos modelos numéricos com solucionador quase-estático do “*Pile Cap A*”

ψ	σ_c/σ_b	Kc	F_{CDP} (kN)	$\uparrow$ (%)	Δ (mm)	$\frac{F_{CDP}}{F_{exp}}$
Malha 20 mm						
55	1.16	0.667	1202.79	-	0.84	0.977
		0.700	1213.29	0.87	0.79	0.986
	1.75	0.667	1235.55	-	1.06	1.004
		0.700	1237.81	0.18	1.06	1.006
Malha 10 mm						
55	1.16	0.667	1788.65	-	1.49	1.450
45	1.16	0.500	1371.20	-	0.66	1.114
		0.667	1342.40	-	0.66	1.091
	1.75	1.000	1372.78	-	0.66	1.116
		0.500	1323.60	-	1.34	1.073
	1.75	0.667	1320.55	-	1.34	1.073
		1.000	1319.40	-	1.34	1.072

Δ : deslocamento da face inferior do bloco;

F_{CDP} : Valor da capacidade resistente do modelo numérico;

F_{exp} : Valor de 1230 kN do modelo de referência;

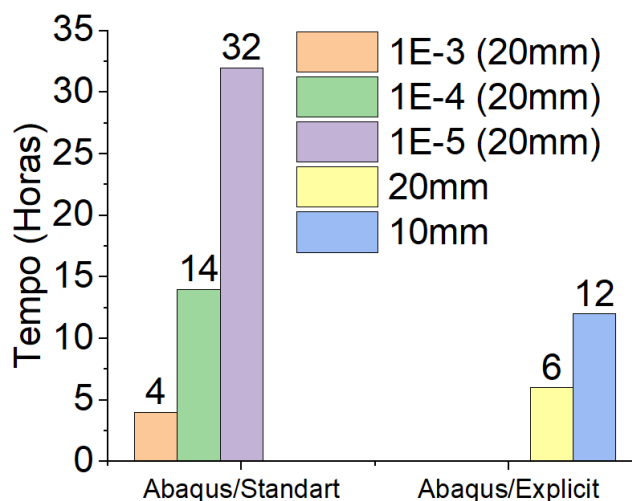
Fonte: Traduzido de Spozito et al. (2026).

Apesar de a malha de 20 mm fornecer uma capacidade resistente quase idêntica à do ensaio (razão de 1,004), a resposta global do modelo não representou o patamar de escoamento. Essa deficiência na simulação do comportamento estrutural justificou a recalibração para a malha de 10 mm.

4.1.4. Custo computacional solucionador Estático e Quase-Estático

A adoção de valores de “ μ ” iguais a 1×10^{-3} , 1×10^{-4} e 1×10^{-5} resultou em tempos de processamento diferentes, ilustrado na Figura 4-9. Esses valores são comparados com o solucionador quase-estático com as malhas de 10 e 20 mm.

Figura 4-9 - Custo computacional de solucionadores em função do parâmetro de viscosidade e dimensão da malha



Fonte: Traduzido de Spozito *et al.* (2024).

Em termos de densidade de malha, a configuração de 20 mm possui 48.976 elementos e 53.837 nós, e a malha de 10 mm tem 430.696 elementos e 411.041 nós. Ressalta-se que esses valores contabilizam apenas a geometria do bloco, valores que evidenciam o impacto do redimensionamento da malha.

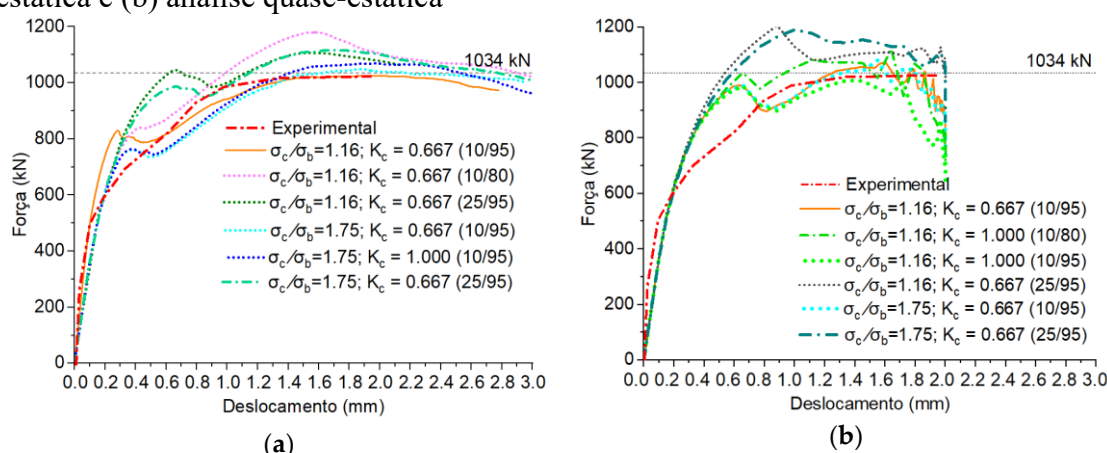
O custo computacional associado à malha de 10 mm no solucionador quase-estático assemelha-se ao observado no solucionador estático com “ μ ” igual 1×10^{-4} . Contudo, ressalta-se que os resultados podem ser influenciados pela densidade de pontos fornecidos nas curvas uniaxiais de tensão-deformação-dano, além de configurações que definem a quantidade de resultados a serem armazenados.

Nesse contexto, verificou-se que o solucionador quase-estático não demonstrou viabilidade em termos de redução do custo computacional, dada a necessidade de refinamento da malha. Por conseguinte, adotou-se um valor de “ μ ” igual 1×10^{-4} para a condução da análise estática em relação ao custo computacional.

4.2. Calibração do modelo numérico “BPC 30-30”

Os resultados da curva de força vs. deslocamento em função da parametrização do CDP estão indicados na Figura 4-10. O ângulo de dilatância (ψ) foram de 36° para a análise estática e 45° para a análise quase-estática além da adoção da dimensão da malha conforme tópico anterior. A parametrização adotada para a dimensão do agregado (d_{agreg}) e o dano à tração (d_t) é indicada entre parênteses para as respectivas curvas (d_{agreg} / d_t). Todos os modelos processados possuem valor de excentricidade (ϵ) igual a 0,1.

Figura 4-10 - Curvas força vs. deslocamento da modelagem paramétrica em (a) análise estática e (b) análise quase-estática



Fonte: Adaptado de Spozito *et al.* (2026).

A simulação do modelo de referência “BPC-30-30” não teve rigidez excessiva em relação à curva força vs. deslocamento experimental como visto nos resultados do “*Pile Cap A*”. Adicionalmente, verificou-se que o solucionador Abaqus®/Explicit demonstrou boa aproximação na captura do ponto de ruptura com a queda brusca da força resistente, evidenciando uma convergência satisfatória com os parâmetros constitutivos inicialmente calibrados.

A curva correspondente à dimensão máxima do agregado (d_{agreg}) de 25 mm teve boa concordância com o solucionador estático, exibindo uma capacidade resistente superior à do modelo parametrizado com $d_{\text{agreg}} = 10$ mm. Tal comportamento corrobora estudos da literatura que associam o incremento da resistência à tração do concreto ao aumento da capacidade portante em blocos sobre estacas (vide tópico 2.2.9), visto que essa parametrização resultou em uma curva tensão vs. deformação do concreto com maior área sob a curva. Notou-se, ainda, que os modelos nos quais a variável de dano por tração

(DAMAGET) foram definidos com valor de 80% resultaram em capacidade resistente maior.

A Tabela 4-4 contém os valores de capacidade resistente com os respectivos deslocamentos para os modelos processados. A capacidade resistente do modelo experimental foi igual a 1034 kN.

Tabela 4-4 - Estimativas de forças de ruptura dos modelos numéricos com ambos solucionadores do BPC 30-30

ψ	σ_c/σ_b	K_c	μ	d_{agreg}	d_t	Malha (mm)	F_{CDP} (kN)	Δ (mm)	$\frac{F_{CDP}}{F_{exp}}$
Solucionador estático									
36	1.16	0.667	1×10^{-5}	10	95	20	1024.82	1.70	0.991
36	1.16	0.667	1×10^{-5}	10	80	20	1178.93	1.58	1.140
36	1.16	0.667	1×10^{-5}	25	95	20	1106.62	1.56	1.070
36	1.16	0.667	1×10^{-4}	25	95	20	1050.36	1.34	1.016
36	1.75	0.667	1×10^{-5}	10	95	20	1048.64	1.87	1.014
36	1.75	0.667	1×10^{-5}	25	95	20	1116.02	1.71	1.079
36	1.75	1.000	1×10^{-5}	10	95	20	1069.18	1.96	1.034
Solucionador quase-estático									
36	1.16	0.667	-	10	95	20	768,80	0.79	0.743
45	1.16	0.667	-	10	95	10	1071.61	1.60	1.036
45	1.16	0.667	-	10	80	10	1492.81	1.77	1.445
45	1.16	0.667	-	25	95	10	1206.33	0.88	1.165
45	1.75	0.667	-	25	95	10	1190.58	1.00	1.150
45	1.75	0.667	-	10	95	10	1080.55	1.52	1.045

Δ : deslocamento da face inferior do bloco;

F_{CDP} : Valor da capacidade resistente do modelo numérico;

F_{exp} : Valor de 1034 kN do modelo de referência;

Fonte: Traduzido de Spozito et al. (2024).

A Tabela 4-4 evidenciou que os resultados do modelo numérico foram influenciados pela interação entre o refinamento da malha e a calibração dos parâmetros de plasticidade, revelando exigências distintas para cada solucionador. Enquanto o método estático atingiu elevada convergência ($F_{CDP}/F_{exp} = 1,014$) utilizando uma malha de 20 mm e $\psi = 36^\circ$, a abordagem quase-estática demandou o refinamento da malha de 10 mm associado a um incremento no ângulo de dilatância para 45° para superar estimativas conservadoras e atingir uma razão de 1,036.

Paralelamente, observou-se que a influência do parâmetro “ d_{agreg} ”, com valor igual a 25 mm, resultou em um aumento na resistência à tração do material, ocorrendo, conseqüentemente, um ganho de capacidade resistente do modelo, que corrobora com a análise do item 2.2.9.

4.3. Análise dos solucionadores para modelos numéricos extrapolados

Para a extrapolação geométrica a partir do modelo numérico calibrado “BPC 30-30”, a Tabela 4-5 indica os valores de capacidade resistente dos solucionadores estático (F_{STD}) e quase-estática ($F_{Explicit}$), assim como os valores das estimativas de Meléndez et al. (2019) (F_{Mel}). As dimensões dos modelos estão indicadas na Tabela 3-2.

Tabela 4-5 - Estimativas das forças de ruptura modelos extrapolados geometricamente

Modelo	F_{Mel}^* (kN)	F_{STD} (kN)	$F_{Explicit}$ (kN)**	$F_{Explicit}$ (kN)***	$\frac{F_{STD}}{F_{Mel}}$	$\frac{F_{Explicit}^{**}}{F_{Mel}}$	$\frac{F_{Explicit}^{***}}{F_{Mel}}$
MBPC3030	942	1024	769	999	1.09	0.82	1.06
M _{Shear}	1105	1139	780	1170	1.03	0.71	1.06
M25D50E	880	862	588	710	0.98	0.67	0.81
M25D45E	983	1059	728	976	1.08	0.74	0.99
M25D37E	1170	1236	735	1104	1.06	0.62	0.94
M28D50E	1004	1028	760	888	1.02	0.76	0.88
M28D45E	1107	1123	793	1016	1.01	0.72	0.92
M28D38E	1284	1351	1325	1432	1.05	1.03	1.13
M32D50E	1108	1151	919	1010	1.04	0.83	0.91
M32D45E	1212	1306	966	1128	1.08	0.80	0.93
M32D37E	1375	1406	1084	1316	1.02	0.79	0.96
Média					1.03	0.77	0.96
DP					0.03	0.11	0.09
CV					3.29%	13.96%	9.56%

* Todas as estimativas possuem ruptura tipo “S”;

** $\psi = 36^\circ$

*** $\psi = 45^\circ$

Fonte: O autor (2026).

O solucionador estático manteve a tendência observada no modelo original de calibração, com boa correlação com as estimativas do modelo analítico de Melendez et al. (2019). Ressalta-se, nesse contexto, a confiabilidade dos resultados obtidos por causa do baixo valor de CV, visto que a formulação analítica de referência possui sólido embasamento estatístico, com razão média de estimativas de capacidade resistente da base de dados igual a 1,08 e CV de 12%.

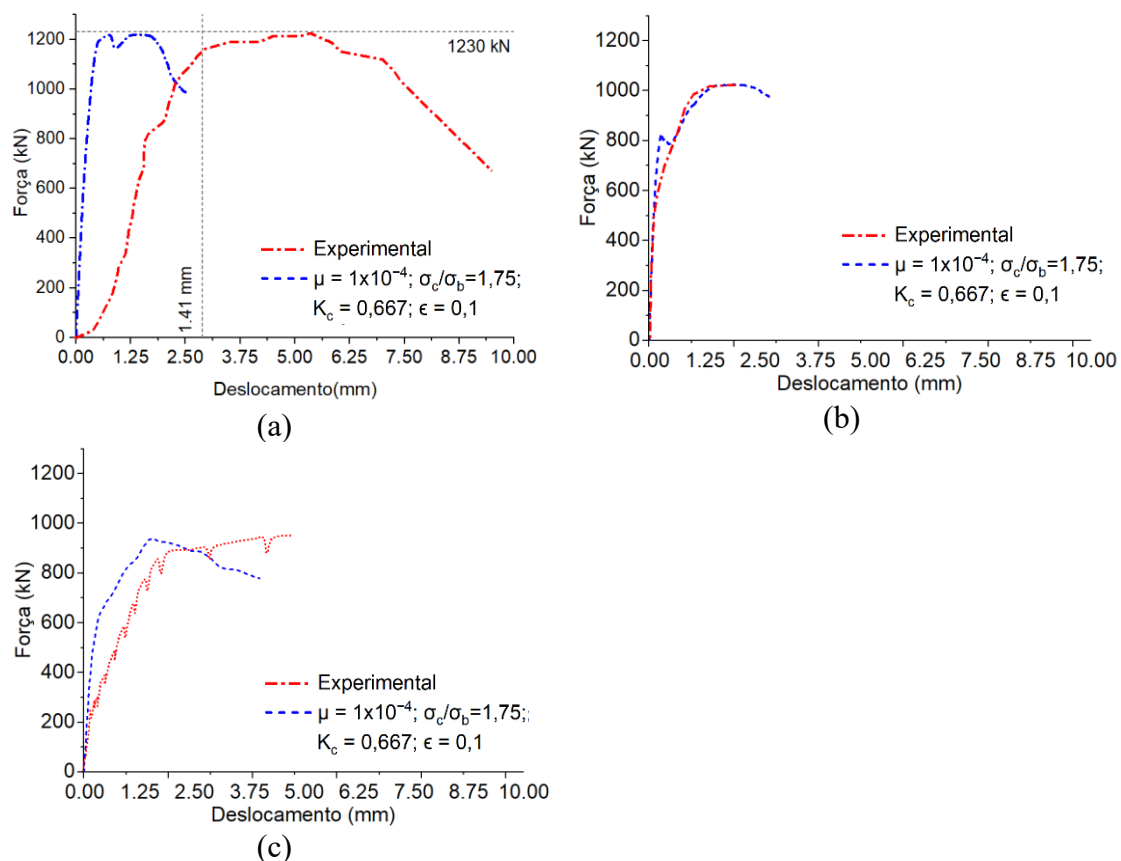
4.4. Resultados da curva de força vs. deslocamento da calibração

A Figura 4-11 mostra a comparação entre as curvas força vs. deslocamento experimentais e numéricas para os modelos “Pile Cap A”, “BPC 30-30” e “B4A4” para a avaliação dos parâmetros calibrados do CDP no solucionador estático, em escalas similares.

O modelo “*Pile Cap A*” (Figura 4-11.a) e “B4A4” (Figura 4-11.c) exibiram maior rigidez inicial em comparação ao ensaio físico, com um nível elevado para o primeiro caso, ao passo que o modelo “BPC 30-30” (Figura 4-11.b) não resultou esta limitação. Apesar dessas variações de deslocamento, a capacidade resistente foi estimada com relação de valores obtidas pela estimativa do modelo numérico sobre o resultado experimental de 0,993, 0,89 e 1,016, respectivamente.

Para o modelo “B4A4” resultou no valor de capacidade resistente com boa aproximação, apesar de uma subestimação dos deslocamentos. Tais divergências de rigidez, podem decorrer da carência de dados detalhados sobre as condições de apoio do experimento (vide tópico 2.2.10).

Figura 4-11 - Curvas dos modelos experimentais e numéricos calibradas para (a) “*Pile Cap A*”, (b) “BPC 30-30” e (c) “B4A4”



Fonte: Adaptado de Spozito et al. (2024)

4.5. Considerações finais

Com base nos resultados obtidos na calibração dos modelos numéricos com o CDP, podem ser destacadas as seguintes considerações:

- i. O modelo constitutivo CDP demonstrou desempenho favorável na simulação numérica de elementos volumétricos maciços. Tomando-se como referência os blocos sobre quatro estacas investigados, sendo avaliado para modos de ruptura distintos e em um modelo com extrapolação da geometria do pilar para uma seção retangular, sendo nesta última condição de extrapolação um resultado da razão de capacidade resistente obtida pela simulação numérica e o resultado experimental igual a 0,89;
- ii. No que tange aos modelos calibrados, constatou-se a necessidade de refinamento da malha no solucionador quase-estático para garantir uma representação do comportamento físico do modelo “*Pile Cap A*”;
- iii. Em consequência do item anterior, embora o solucionador quase-estático seja amplamente referenciado na literatura por viabilizar simulações com menor esforço computacional, verificou-se que a necessidade de refinar a malha descaracterizou a vantagem do baixo custo computacional associada a este método;
- iv. Embora a calibração dos modelos numéricos tenha tido um desempenho satisfatório na predição das capacidades resistentes, observou-se uma divergência nas respostas de deslocamento em relação aos dados experimentais, ainda que com boa concordância em alguns modelos calibrados. Esse resultado pode ser em função de incertezas inerentes à execução física dos ensaios, bem como a eventuais acomodações do sistema de suporte e aplicação de carga. Tais fatores evidenciam a necessidade de padronização de programas experimentais;
- v. Os parâmetros do CDP não influenciaram o ramo inicial da curva força vs. deslocamento;
- vi. A relação tensão vs. deformação da resistência do concreto à tração mostrou impacto na calibração, destacando a importância da correta especificação dos materiais para a definição da curva uniaxial de tração e do dano à tração de 95%, que influenciou a carga última dos modelos;
- vii. No estudo paramétrico de variáveis geométricas, a análise quase-estática resultou em um maior CV frente as estimativas do modelo analítico de Melendez et al. (2019), indicando que este solucionar é sensível a extrapolação geométrica a partir de um modelo devidamente calibrado. Os CV's obtidos entre os modelos processados com o analítico resultaram em 3,29% para a análise estática e 9,56% para a quase-estática;

Assim, é possível recomendar o uso do modelo CDP com solucionador de regularização viscoplástica na simulação de blocos sobre quatro estacas, especialmente

em estudos paramétricos com variáveis geométricas, sendo este o caso desta pesquisa. Os valores recomendados e adotados para a parametrização desta pesquisa com o CDP no solucionador estático são: $\psi = 36^0$, $\mu = 1 \times 10^{-4}$, $\sigma_c/\sigma_b = 1,16$, $K_c = 0,667$ e $\epsilon = 0,1$.

5. BASE DE DADOS E VARIÁVEIS

Este capítulo contém os resultados da análise das variáveis da base de dados constituída com os registros da literatura, de acordo com o tópico 3.3.1.

A Tabela 5-1 sintetiza a distribuição dos modos de ruptura por programa experimental dos resultados utilizados para a elaboração do modelo de regressão e utilizados para a avaliação nos capítulos subsequentes. Os mecanismos de falha foram definidos para fendilhamento do concreto (S), bem como espécimes que exibiram o escoamento prévio da armadura do tirante seguido pelo colapso por fendilhamento (Y+S).

Tabela 5-1 - Quantitativo de resultados da base de dados para o modelo de regressão

Referência	“S”	“Y+S”	Total
Blévot e Frémy (1967)	24	14	38
Clarke (1976)	9	-	10
Suzuki (1998, 2000, 2002, 2004)	17	47	63
Santos (2023) *	-	5	5
Sorensen (2025) *	5	-	5
Total:			121

* Modelos não foram utilizados para elaboração das equações dos modelos de regressão.

Fonte: O autor (2026).

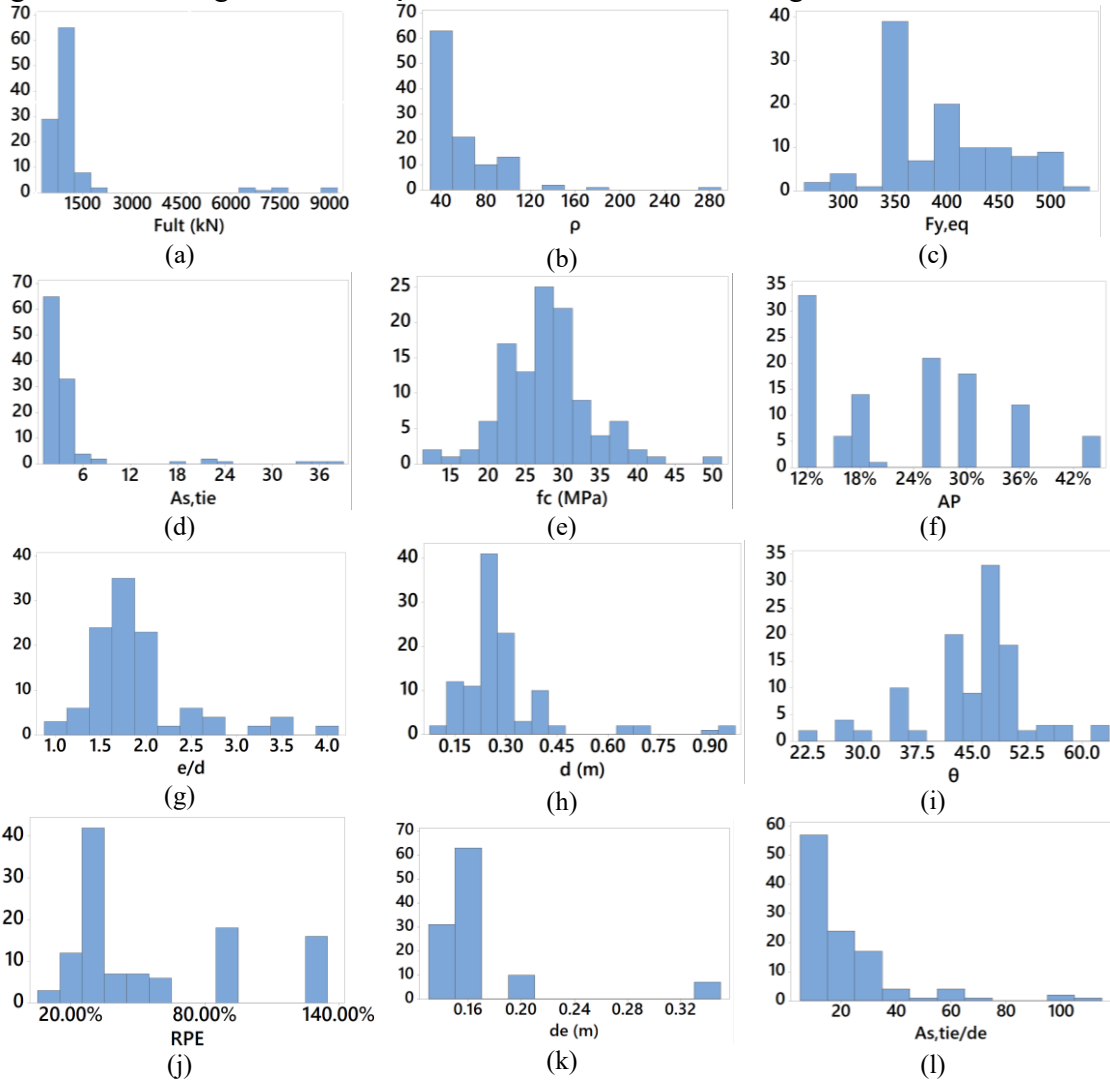
Observa-se que a distribuição dos mecanismos contém 50 casos do tipo “S” e 61 do tipo “Y+S” utilizados para a elaboração do modelo de regressão. Os programas experimentais de Suzuki (1998-2004) e Blévot e Frémy (1967) se diferenciaram em relação a concentração do modo de ruptura, sendo a primeira com maior número de modelos com ruptura “Y+S”, e no caso do segundo programa experimental, o modo de ruptura que prevalece foi do tipo “S”.

Os ensaios mais recentes da literatura - Santos (2023) e Sorensen (2025) - foram preservados exclusivamente para fins de validação das equações.

5.1. Correlação linear das variáveis com a força de ruptura

A Figura 5-1 contém os histogramas das variáveis de força experimental máxima “ F_{ult} ”, “ $A_{s,ef}$ ”, “ $F_{y,eq}$ ”, “ $A_{s,tie}$ ”, “ f_c ”, “ $\%AP$ ”, “ ϵ/d ”, “ d ”, “ d_e ”, “ θ ”, “ $A_{s,tie}/d_e$ ” e “ R_{PE} ”, conforme definições indicadas no tópico 3.3.1. Esses histogramas exibem os dados agrupados por falha dos tipos “S” (fendilhamento) e “Y+S” (escoamento da armadura e fendilhamento), totalizando 111 registros.

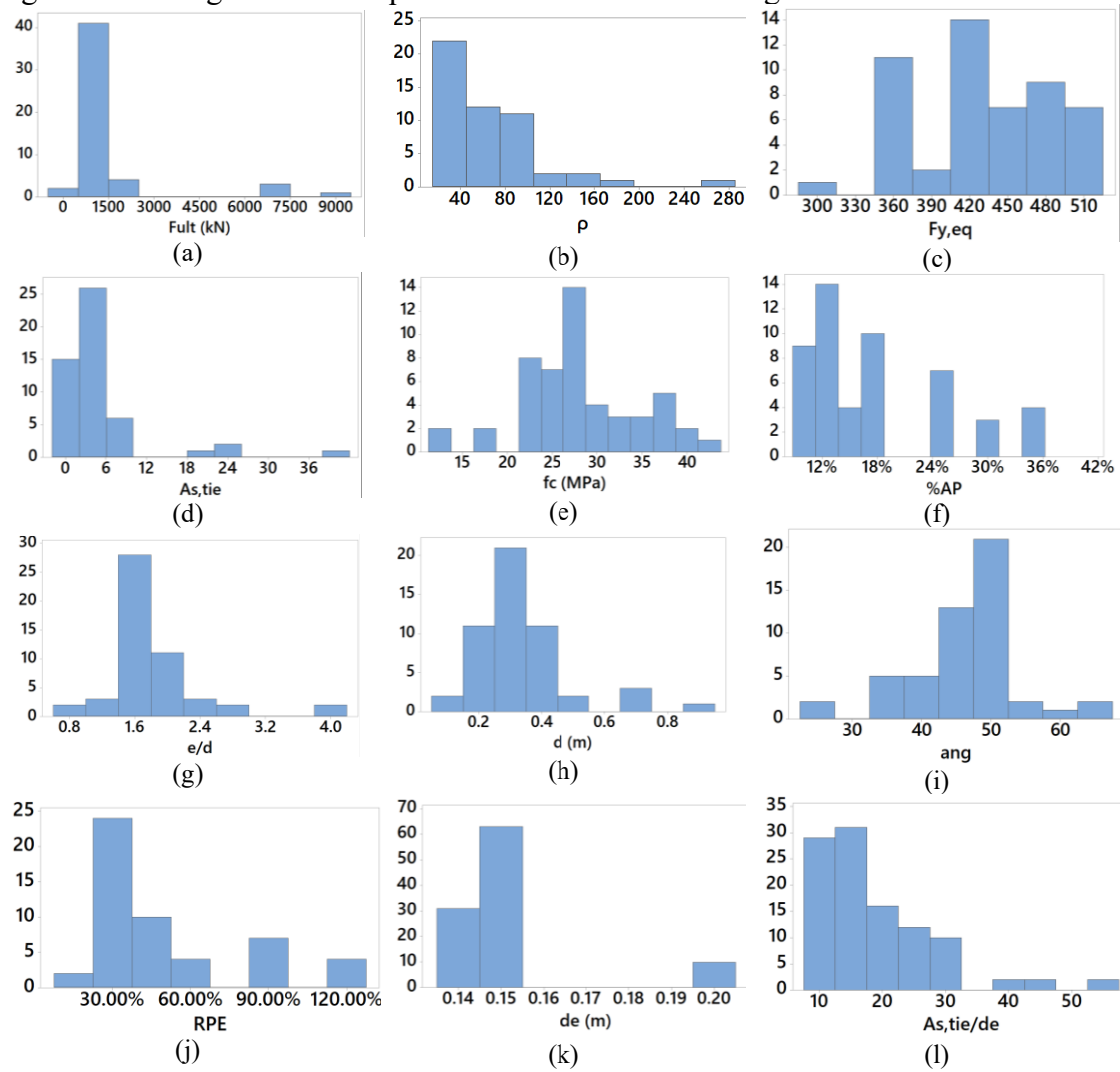
Figura 5-1 - Histogramas de frequência das variáveis de 111 registros



Fonte: Adaptado de Spozito et al. (2025a).

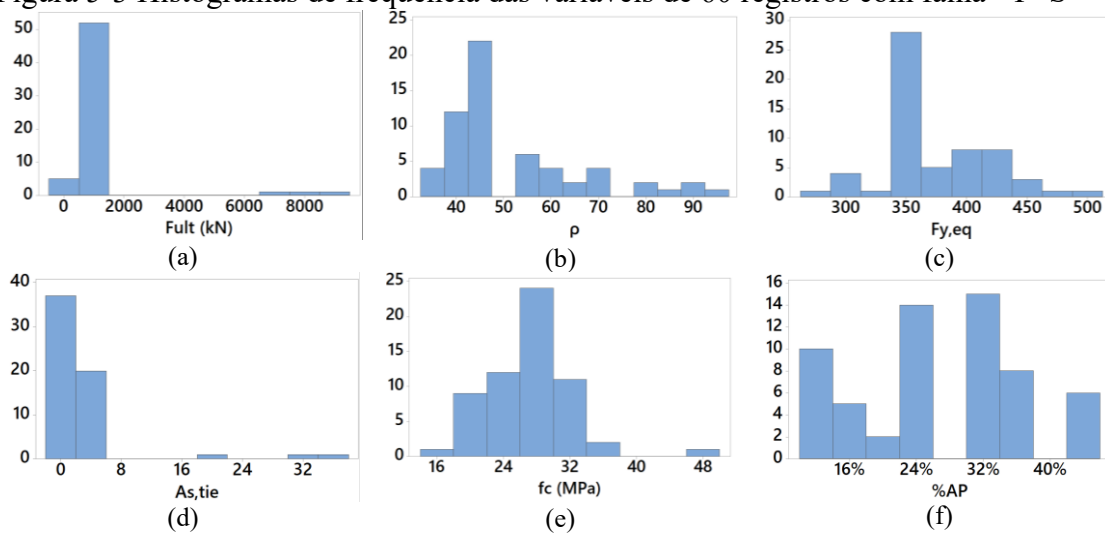
A capacidade resistente (F_{exp}) dos registros possuem uma descontinuidade na distribuição dos resultados no intervalo compreendido entre 2.500 kN e 6.000 kN, com maior número de registros até 2500 kN. Valores superiores a esse limite foram obtidos exclusivamente no programa experimental de Blevót e Frémy (1967), resultados que também podem ser constatados na Figura 5-2 com ruptura “S” e na Figura 5-3 com ruptura “Y+S”.

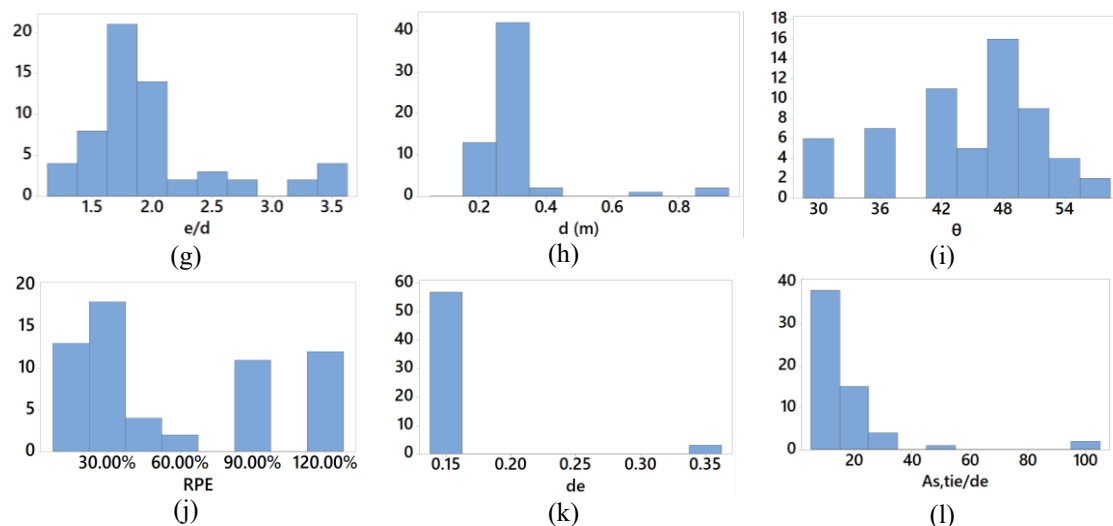
Figura 5-2 Histogramas de frequência das variáveis de 51 registros com falha “S”



Fonte: Adaptado de Spozito et al. (2025a).

Figura 5-3 Histogramas de frequência das variáveis de 60 registros com falha “Y+S”





Fonte: Adaptado de Spozito et al. (2025a).

A razão “ e/d ” concentrou-se em valores inferiores a 2,0, evidenciando também que a variável “%AP” que possui uma concentração com valores de 24%, seguida por uma expressiva amostragem na faixa de 12%. A altura útil (d) nos registros limitou-se ao intervalo de até 50 cm.

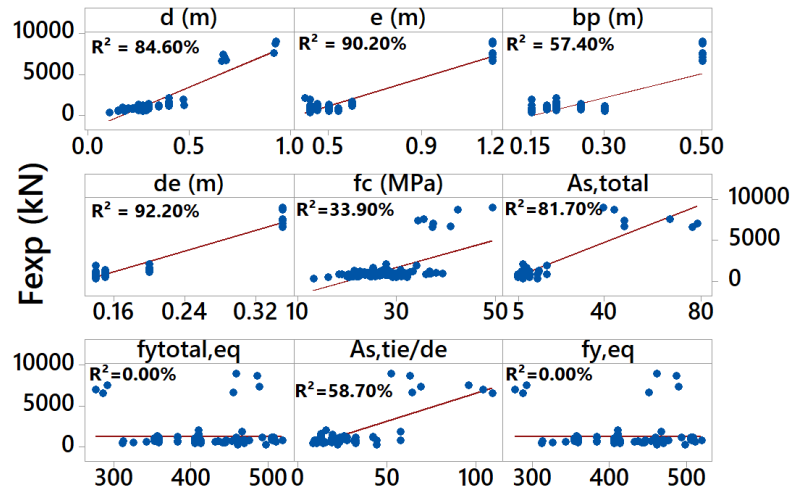
A resistência à compressão do concreto (f_{ck}) oscilou entre 25 e 30 MPa, e o limite da tensão de escoamento do aço (f_{yk}) possui valores predominantemente superiores a 350 MPa. É oportuno observar que esses patamares de resistência do aço são inferiores aos habitualmente empregados na construção civil.

Os modelos que tiveram falha exclusiva do tipo “S” caracterizaram-se por uma altura útil (d) média de 30 cm e por uma razão “ e/d ” situada no intervalo de 1,6 a 1,8. A distribuição dos dados revelou, ainda, uma predominância de valores para a relação de áreas “%AP” entre 9% e 18%.

No modo de falha “Y+S”, em consonância com os histogramas da Figura 5-3, observaram-se taxas de armadura menores, associadas a cargas de ruptura limitadas a 2.000 kN. Comparativamente ao modo de falha “S”, os exemplares do tipo “Y+S” evidenciaram valores médios inferiores para a resistência do concreto e para a tensão de escoamento das armaduras, além de terem razões “ e/d ” mais elevadas.

A partir desse panorama, efetuou-se uma análise da correlação linear das variáveis indicadas no tópico 3.3.1, ilustradas da Figura 5-4 até a Figura 5-6 em função do modo de ruptura.

Figura 5-4 Correlação das variáveis para F_{exp} banco de dados para ruptura "S" e "Y+S"

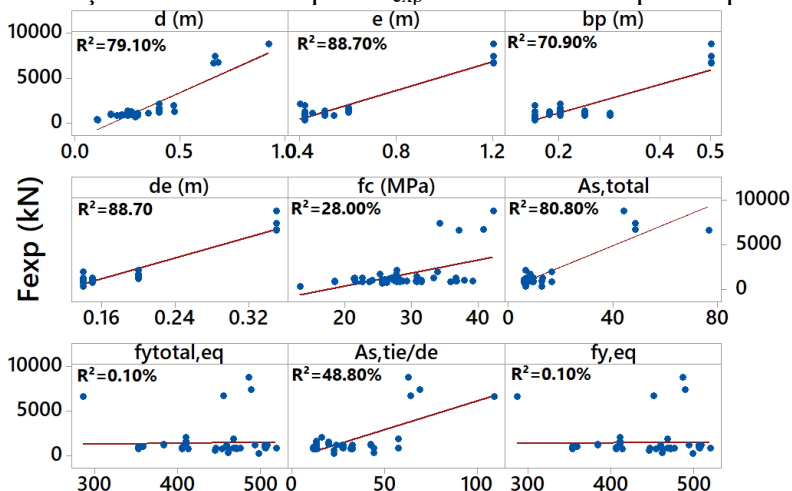


Fonte: Spozito et al. (2025a).

As correlações obtidas indicaram que as características geométricas para as variáveis “d”, “e”, “bp” e “de”, assim como “ $A_{s,tie/de}$ ” e “ $A_{s,total}$ ” exerceram influência sobre a “ F_{exp} ” dos registros avaliados. Em contrapartida, a resistência equivalente das armaduras, representada por ambas as variáveis associadas a esta propriedade física (“ $f_{y,eq}$ ” e “ $f_{ytotaleq}$ ”), não possuem correlação linear estatisticamente significativa frente aos resultados experimentais, com valores de R^2 nulos.

A Figura 5-5 contém a correlação linear das variáveis com a “ F_{exp} ” somente para os registros com modo de ruptura “S”.

Figura 5-5 - Correlação das variáveis para F_{exp} banco de dados para ruptura "S"

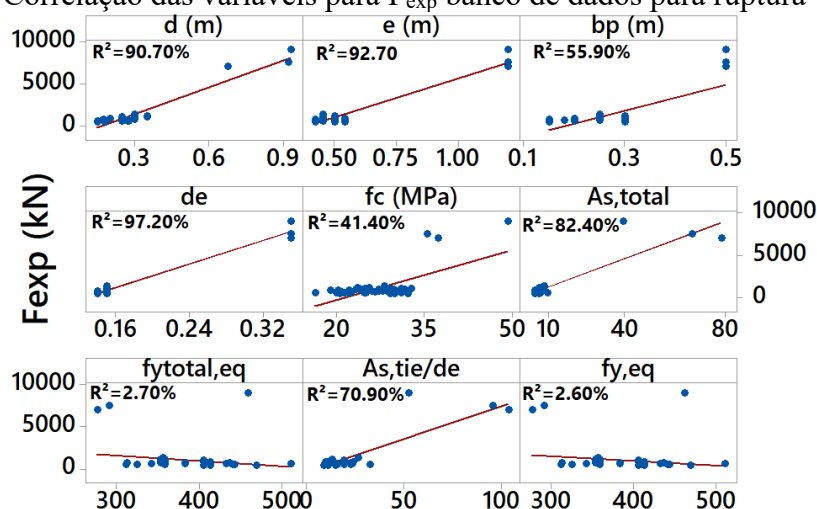


Fonte: Spozito et al. (2025a).

A comparação dos resultados baseados no modo de ruptura “S” ao modo “Y+S” também revelou a predominância dos parâmetros geométricos, com um incremento na de R^2 da variável “ b_p ” de 57,40% para 70,90%, sugerindo uma maior influência linear. Enquanto as variáveis “ d_e ” e “ e ” preservaram suas correlações. Observou-se uma redução na relevância de “ d ” de 84,60% para 79,10%, e da taxa de armadura sobre a estaca “ $A_{s, tie/de}$ ”, que caiu para 48,80%. Paralelamente, as propriedades dos materiais mantiveram baixos índices R^2 , com redução da correlação de “ f_c ” para 28,00% e as tensões de escoamento do aço ($f_{y,eq}$ e $f_{ytotal,eq}$) permanecendo estatisticamente baixas.

A Figura 5-6 contém a correlação linear das variáveis com a “ F_{exp} ” somente para os registros com modo de ruptura “Y + S”.

Figura 5-6 - Correlação das variáveis para F_{exp} banco de dados para ruptura "Y+S"



Fonte: Spozito et al. (2025a).

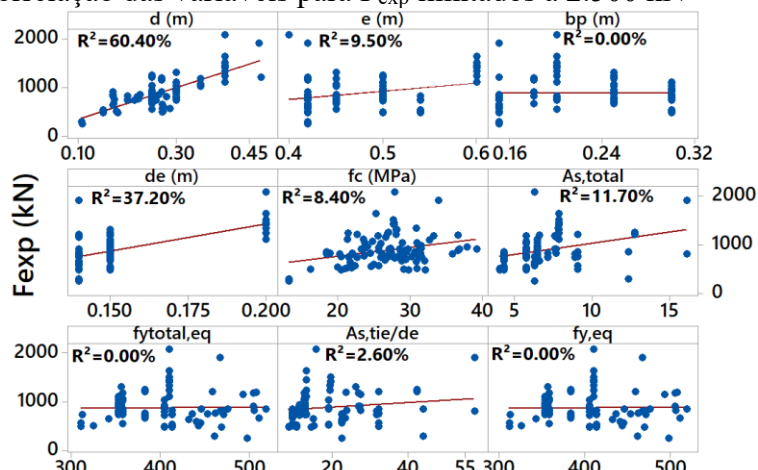
A correlação linear para o subconjunto com modo de ruptura “Y+S” revela que as variáveis geométricas e quantitativas de armadura exercem valores de R^2 acentuados sobre a força de ruptura. Destaca-se a correlação de “ d_e ”, que atingiu o maior índice de previsibilidade linear verificado ($R^2 = 97,20$), no entanto, essa correlação é obtida de valores extremos somente.

Em comparação a ruptura “S”, observou-se um aumento significativo na relevância de “ d ” para 90,70%, e “ $A_{s, tie/de}$ ”, que saltou de 48,80% para 70,90%, comportamento consistente com a influência do escoamento da armadura na diminuição da capacidade resistente da biela. A correlação de “ e ” manteve-se como um preditor crítico ($R^2 = 92,70\%$), enquanto “ b_p ” reduziu sua influência para 55,90% e “ f_c ” resultou em R^2 igual a 41,40%. As variáveis “ $f_{y,eq}$ ” e “ $f_{ytotal,eq}$ ” permaneceram com índices

estatisticamente insignificantes, indicando que a capacidade resistente é governada nos registros avaliados pelo arranjo físico e pelo volume de aço, independentemente do mecanismo de falha predominante.

A Figura 5-7 contém a correlação linear das variáveis com a “ F_{exp} ” para os registros limitados a 2500 kN.

Figura 5-7 - Correlação das variáveis para F_{exp} limitados a 2.500 kN



Fonte: Spozito et al. (2025a).

A análise de correlação linear para o subconjunto com forças limitadas a 2.500 kN revelou uma redução no R^2 das variáveis, com valores inferiores aos observados na base de dados integral. Parâmetros como “e” e o diâmetro da estaca “ d_e ”, que anteriormente indicaram correlações superiores a 88%, declinaram para apenas “9,50% e 37,20%, respectivamente. Da mesma forma, “ $A_{s,total}$ ” e f_c tornaram-se inferiores a 12%, enquanto “ b_p ” resultou em correlação nula. Embora “d” tenha se mantido como o parâmetro de maior correlação neste cenário, a queda generalizada nos índices de todas as demais variáveis evidenciou que a restrição da faixa de carga compromete a sensibilidade estatística da amostra.

O baixo coeficiente de determinação (R^2) no intervalo de até 2.500 kN demonstra que um modelo linear é insuficiente para descrever o fenômeno físico nessa escala. A dispersão dos dados sugere que pequenas variações geométricas geram impactos não proporcionais na força de ruptura, o que é característico de comportamentos não lineares. Para complementar a análise das variáveis frente aos valores de “ F_{exp} ”, efetuou-se o teste de Tukey para avaliar o comportamento das variáveis em grupos estratificados.

5.1.1. Teste de Tukey

Os resultados do teste de Tukey é indicado no APÊNDICE E (p. 218). Em síntese, a aplicação do teste de Tukey demonstrou que as variáveis estratificadas não tiveram uma tendência linear em relação às forças de ruptura, o que indica uma necessidade de adoção de modelos de regressão não lineares. Verificou-se, adicionalmente, que o modo de ruptura “Y+S” resultou em um maior número de agrupamentos estatisticamente distintos, indicando uma sensibilidade superior das médias deste subconjunto frente às variações paramétricas da base de dados.

Embora o teste de Tukey tenha indicado sensibilidade estatística para o diâmetro da estaca (d_e), especificamente no modo de ruptura por fendilhamento (S), optou-se pela exclusão do diâmetro da estaca como variável independente nos modelos de regressão. Esta variável também não é incorporada em modelos da literaturas dada a hipótese da falha ocorrer pelo fendilhamento do concreto e pela reação ocorrer no centro da geométrico da estaca (Boulifa; Goudjil; Samai, 2023). Esta simplificação também foi adotada devido a baixa variabilidade dos diâmetros de estacas na base de dados, com apenas quatro valores distintos. Durante o desenvolvimento desta tese, foram realizados modelos de regressão que incorporaram a variável “ d_e ” para estimativa da capacidade resistente, no entanto, esses resultados não se foram viáveis para a estimativa, e com base nas justificativas, optou-se pela exclusão desta variável no modelo de regressão.

Ressalta-se, contudo, que a influência de “ d_e ” foi incorporada indiretamente na análise da área de armadura sobre o diâmetro da estaca ($A_{s, tie}/d_e$), visto que a taxa de armadura, conforme avaliado em estudos, exerceu influência na capacidade resistente de blocos sobre quatro estacas (Chetchotisak; Teerawong, 2019; Souza et al., 2009).

5.2. Distribuição dos intervalos de valores das variáveis por programa experimental

O valor de “ R_{PE} ” da Tabela 5-2 está relacionada aos modos de ruptura descritos na Tabela 3-3 (p. 69). Com base na estimativa do modelo de Melendez et al. (2019), os ensaios de Santos (2023) foram classificados como “Y+S”. Convém destacar que os modelos N1B45A2C, N2B45A2C e N2B45A2Cbis situaram-se próximos ao modo de ruptura “F”, o que indica que a armadura do tirante quase atingiu o valor de ruptura “ f_u ”. Ainda em relação aos ensaios de Santos (2023), os resultados dos modelos N1B45A1D e N2B45A1D não foram incorporados nos resultados da Tabela 5-2.

As definições de %AP e R_{PE} , estão indicadas na Figura 3-11 e Equação (3-11), respectivamente.

Tabela 5-2 – Valores de “%AP” e “ R_{PE} ” para os registros da base de dados

Referência		“S”		“Y+S”		“F”		“S” and “Y+S”	
		%AP	R_{PE}	%AP	R_{PE}	%AP	R_{PE}	%AP	R_{PE}
Blévot	AVG	14.93%	35.58%	14.14%	34.38%	14.14%	34.38%	14.64%	35.14%
	SD	2.64%	8.88%	2.29%	9.61%	2.29%	9.61%	2.52%	9.05%
	CV	17.71%	24.97%	16.20%	27.95%	16.19%	27.96%	17.19%	25.75%
Clarke	AVG	12.50%	31.83%	-	-	-	-	12.50%	31.83%
	SD	4.39%	0.00%	-	-	-	-	4.39%	0.00%
	CV	35.14%	0.00%	-	-	-	-	35.14%	0.00%
Suzuki	AVG	26.51%	94.66%	30.86%	103.26%	30.86%	103.26%	29.68%	100.94%
	SD	7.39%	27.91%	7.25%	22.70%	7.25%	22.70%	7.48%	24.29%
	CV	27.86%	29.49%	23.49%	21.98%	23.49%	21.98%	25.21%	24.06%
Santos	AVG	-	-	7.03%	21.31%	-	-	7.03%	21.31%
	SD	-	-	2.16%	0.00%	-	-	2.16%	0.00%
	CV	-	-	30.67%	0.00%	-	-	30.67%	0.00%

Fonte: O autor (2026).

A análise da Tabela 5-2 revelou variações expressivas no parâmetro “ R_{PE} ”, sendo que o menor valor foi obtido para o programa experimental de Clarke (1973), contrastando com os resultados de Suzuki et al. (1998, 1999, 2000, 2002), cujos índices superaram os 90%, evidenciando modelos nos quais a área do pilar é praticamente equivalente à soma das áreas das estacas.

O modelo de Blévot e Frémy (1967) foi proposto com base na relação “ R_{PE} ” do programa experimental dos próprios autores, e quando aplicado em situações com diferentes relações desta métrica, verificou-se uma dispersão das estimativas de capacidade resistente, conforme constatados no estudo de Santos (2023), que realizou adequações ao modelo inicialmente proposto para esses casos.

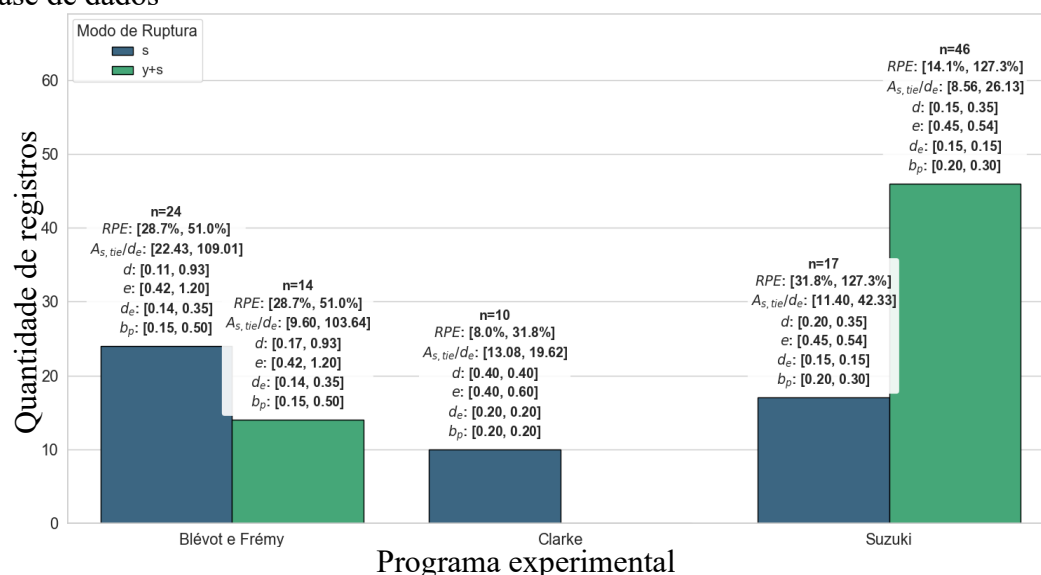
A Figura 5-8 ilustra o quantitativo dos registros estratificados por modo de ruptura para cada programa experimental, contento as faixas de valores das variáveis.

A distribuição das variáveis e dos modos de falha por programa experimental evidencia uma concentração de rupturas do tipo “Y+S” nos ensaios conduzidos por Suzuki et al. (1998, 1999; 2002; 2000), além de compor maioria dos registros na base de dados.

Os valores de “ R_{PE} ” revelaram uma assimetria entre as pesquisas: os programas experimentais de Blévot e Frémy (1967) e Clarke (1973) mantiveram-se em valores superiores restritos em aproximadamente 51% e 32%, respectivamente, e ainda nos resultados do primeiro programa experimental, 7 registros referem-se a blocos com “d” maiores que 60 cm e possuem o valor de “ R_{PE} ” igual a 51%, para ambos os modos de

ruptura. Em contrapartida, os modelos de Suzuki et al. (1998, 1999; 2002; 2000) exploraram valores maiores de “R_{PE}”, que chegam a 127%, com um total de 16 registros com valor de 127,32%, 14 registros com 88,42%, 6 registros com 56,59% e o restante com valores igual ou abaixo de 31,83%.

Figura 5-8 - Distribuição de rupturas e faixas de variáveis por programa experimental da base de dados



Fonte: O autor (2026).

Em relação aos valores de “d_e” os registros de Suzuki et al. (1998, 1999; 2002; 2000) não possuem variabilidade, sendo essa característica verificada, com significância, apenas para os resultados de Blévet e Frémy (1967), com valores de 0,35 m em 7 blocos com “d” maior que 60 cm.

A variabilidade inerente ao conjunto de dados deve ser um fator na avaliação de desempenho dos modelos de regressão elaborados, cujos desenvolvimentos, análises preditivas e resultados serão discutidos nos capítulos subsequentes (Capítulo 0 e Capítulo 7).

5.3. Análise dos modos de ruptura observados e estimados por modelos analíticos

A partir da base de dados da Tabela C-1 (p. 208), e considerando os programas experimentais de Blévet e Frémy (1967), Clarke (1973) e de Suzuki et al. (1998; 1999; 2000; 2002), a divergência da estimativa dos modos ruptura resultou na Tabela 5-3 em relação ao modelo analítico de Melendez et al. (2019).

Tabela 5-3 - Modos de ruptura distintos da estimativa de Melendez et al. (2019) aos registros da base de dados

Forma de ruptura			Forma de ruptura		
Modelo	Observado	Meléndez et al. (2019)	Modelo	Observado	Meléndez et al. (2019)
4N1bis	s	y+s	BDA-70x90-1	y+s	f
4N2	s	y+s	BDA-70x90-2	y+s	f
4N3	f	y+s	BDA-80x90-1	y+s	f
2,3	y+s	f	BDA-80x90-2	y+s	f
3,1	y+s	f	BDA-90x90-1	y+s	f
3,3	y+s	f	BDA-90x90-2	y+s	f
3A,2	s	f	BDA-100x90-1	y+s	f
3A,3	y+s	f	BDA-100x90-2	y+s	f
Q,2bis	y+s	s	TDL3-1	f	y+s
11,1A	y+s	s	TDL3-2	f	y+s
11,1B	y+s	s	TDS1-1	f	y+s
11,2B	y+s	s	TDS1-2	f	y+s
12,1A	f	y+s	TDS2-1	f	y+s
12,2A	y+s	f	TDS2-2	f	y+s
12,2B	y+s	f	TDS3-1	y+s	s
A1	s	y+s	TDS3-2	y+s	s
A2	s	y+s	BDA-30-20-70-2	y+s	f
A3	s	f	BDA-30-25-70-1	y+s	f
A4	s	y+s	BDA-30-25-80-1	y+s	f
A5	s	y+s	BDA-30-25-80-2	y+s	f
A6	s	y+s	BDA-30-25-90-1	y+s	f
A7	s	y+s	BDA-30-25-90-2	f	y+s
A8	s	y+s	BDA-40-25-70-1	s	y+s
A9	s	y+s	BDA-40-25-80-1	f	y+s
A10	f	y+s	BDA-40-25-90-1	f	y+s
A11	f	y+s	BDA-40-25-90-2	f	y+s
A12	f	y+s	BPL-35-30-1	s	y+s
B1	s	y+s	BPL-35-30-2	s	y+s
BP-25-1	s	y+s	BPH-35-30-1	s	y+s
BP-25-2	s	y+s	BPL-35-25-2	s	y+s
BP-20-30-1	y+s	f	BPH-35-25-1	s	y+s
BP-20-30-2	y+s	f	BPH-35-25-2	s	y+s
BP-30-30-1	s	y+s	BPL-35-20-1	s	y+s
BP-30-25-2	s	y+s	BPL-35-20-2	s	y+s

Fonte: O autor (2026).

A Tabela 5-4 possui valores para verificar a divergência dos modos de ruptura estimados pelo modelo de Boulifa et al. (2023) com a base de dados. Para essa comparação, optou-se por considerar que os modos “S” e “Y+S” são equivalentes ao modo de ruptura “S” do modelo analítico.

Em relação aos valores totais dos registros com divergência dos modos de ruptura estimados pelos modelos analíticos para os observados, é possível identificar uma redução das divergências de 70 para 26, considerando os resultados do modelo de Melendez et al. (2019) e Boulifa et al. (2023). Essa redução não indica que o modelo de Boulifa et al. (2023) possui superioridade, visto que a análise foi baseada na equivalência do modo “S” e “Y+S”.

Tabela 5-4 - Modos de ruptura distintos da estimativa de Boulifa et al. (2023) aos registros da base de dados

Forma de ruptura			Forma de ruptura		
Modelo	Observado	Boulifa et al. (2019)	Modelo	Observado	Boulifa et al. (2019)
A1	s	f	BPC-20-30-2	f	s
A2	s	f	BDA-80x90-1	y+s	f
A3	s	f	BDA-80x90-2	y+s	f
A4	s	f	BDA-90x90-2	y+s	f
A5	s	f	BDA-100x90-1	y+s	f
A6	s	f	BDA-100x90-2	y+s	f
A7	s	f	TDS2-1	f	s
A8	s	f	TDS2-2	f	s
A9	s	f	BDA-30-25-90-1	y+s	f
A10	f	s	BDA-30-25-90-2	f	s
A11	f	s	BDA-40-25-80-1	f	s
B3	f	s	BDA-40-25-90-1	f	s
BPC-20-30-1	f	s	BDA-40-25-90-2	f	s

Fonte: O autor (2026).

No caso da adoção desta premissa ao modelo de Mélenhez et al. (2019), ou seja, os modos “S” ou “Y+S” observados são equivalentes aos modos “S” ou “Y+S” estimados do modelo analítico, a divergência ocorre em 38 registros, sendo que 14 registros se referem ao modo de ruptura “F” da base de dados, conforme indicado na Tabela 5-5.

A divergência observada entre as previsões analíticas e os registros experimentais evidenciou a complexidade inerente à identificação do modo de falha na observação dos ensaios em alguns casos. Cabe ressaltar que a transição entre a ruptura “S” e “Y+S” ocorre em uma margem estreita de valores, podendo ser constatada com base no próprio modelo de Melendez et al. (2019), em função da pequena diferença da capacidade resistente entre as curvas que definem os valores de escoamento da armadura e a sua solicitação máxima que define a falha “F”, conforme a Figura 2-14 (p. 46). Adicionalmente, a constatação do escoamento da armadura depende não apenas da observação visual da fissuração, mas sobretudo da precisão da instrumentação durante os estágios finais de carregamento. Sendo assim, essa divergência de estimativas de modos de ruptura não decorre exclusivamente das limitações que os modelos analíticos, mas também de incertezas associadas ao resultado da observação.

Tabela 5-5 - Modos de ruptura distintos da estimativa de Melendez et al. (2023) comparados aos registros da base de dados com equivalência dos modos de ruptura "S" e "Y+S"

Forma de ruptura			Forma de ruptura		
Modelo	Observado	Meléndez et al. (2019)	Modelo	Observado	Meléndez et al. (2019)
4N3	f	y+s	BDA-90x90-1	y+s	f
2,3	y+s	f	BDA-90x90-2	y+s	f
3,1	y+s	f	BDA-100x90-1	y+s	f
3,3	y+s	f	BDA-100x90-2	y+s	f
3A,2	s	f	TDL3-1	f	y+s
3A,3	y+s	f	TDL3-2	f	y+s
12,1A	f	y+s	TDS1-1	f	y+s
12,2A	y+s	f	TDS1-2	f	y+s
12,2B	y+s	f	TDS2-1	f	y+s
A3	s	f	TDS2-2	f	y+s
A10	f	y+s	BDA-30-20-70-2	y+s	f
A11	f	y+s	BDA-30-25-70-1	y+s	f
A12	f	y+s	BDA-30-25-80-1	y+s	f
BP-20-30-1	y+s	f	BDA-30-25-80-2	y+s	f
BP-20-30-2	y+s	f	BDA-30-25-90-1	y+s	f
BDA-70x90-1	y+s	f	BDA-30-25-90-2	f	y+s
BDA-70x90-2	y+s	f	BDA-40-25-80-1	f	y+s
BDA-80x90-1	y+s	f	BDA-40-25-90-1	f	y+s
BDA-80x90-2	y+s	f	BDA-40-25-90-2	f	y+s

Fonte: O autor (2026).

Em relação ao modo de ruptura associado com ao modo “S”, observa-se uma convergência significativa nas estimativas quando esse tipo de colapso é indicado. Esses resultados indicam que o modelo de regressão proposto possui uma base de dados confiável em relação ao modo de ruptura que em questão. No entanto, em virtude da diferença que ocorrem nos registros, os modelos também foram avaliados de forma independente do modo de ruptura observado.

Em síntese, a análise da base de dados selecionada para as regressões revela que 49 registros possuem convergência absoluta entre o modo de ruptura observado (“S” ou “Y+S”) e as estimativas de ambos os modelos analíticos confrontados. É importante ressaltar que essa convergência desconsidera os resultados de Blévo e Frémy (1967), para a qual não há predições registradas por Boulifa et al. (2023). Esses quantitativos estão sintetizados na Tabela 5-6.

De acordo com os resultados das estimativas de ruptura, o modelo de Boulifa et al. (2023) possui um menor número de acertos do modo de falha quando comparado ao de Meléndez et al. (2019). No entanto, esse resultado não denota menor acurácia do primeiro modelo, visto que suas formulações não consideram o programa experimental de Blévo e Frémy (1967), totalizando 58 acertos em 73 registros (79,45%).

Tabela 5-6 - Ruptura observadas vs. estimadas pelos modelos de Melendez et al. (2019) e Boulifa et al. (2023)

Programa Experimental	(S ou Y+S)	Estimativas coincidem com		
		Melendez et al. (2019)	Boulifa et al. (2023)	Melendez et al. (2019) e Boulifa et al. (2023)
Blévot e Frémy (1967)	38	31	-	-
Clarke (1973)	10	9	1	1
Suzuki et al. (1998-2002)	63	48	57	48
Total:	111	88	58	49

Fonte: O autor (2026).

Em termos percentuais, tanto o modelo de Meléndez et al. (2019) quanto o de Boulifa et al. (2023) resultaram em uma taxa de predição coincidente com os resultados experimentais na ordem de 80%. A divergência de resultados é acentuada no programa experimental de Clarke (1973), na qual o modelo de Meléndez et al. (2019) estimou a ruptura como “Y+S”, enquanto a proposta de Boulifa et al. (2023) classificou-a como “F”, programa experimental que observou a ruptura desses modelos como “S”, divergente de ambas as estimativas dos modelos analíticos.

A aderência das estimativas do modo de ruptura dos modelos analíticos aos registros da base de dados possibilitou seu uso como ferramenta de estimativa, permitindo que as comparações numéricas futuras utilizem esta formulação como um parâmetro de controle estável, enquanto se reconhece que as variações nos registros da base de dados decorrem da dificuldade de observação do modo de ruptura real.

5.4. Considerações finais

Os registros da base de dados evidenciaram uma expressiva concentração de ensaios com capacidade resistente limitada a 2500 kN, além de restrições na diversidade geométrica de pilares e estacas, cenário justificado pela complexidade técnica e pelo elevado custo de ensaios em escala real. Essa limitação reduz a possibilidade de uma parametrização experimental, tornando o emprego de modelos numéricos fundamental para a análise do comportamento mecânico e para a investigação de cenários de extrapolação paramétrica.

A análise estatística indicou que as variáveis analisadas não possuem tendências lineares simples, o que fundamenta a necessidade de modelos de regressão não lineares para a predição da capacidade resistente com maior precisão.

No que concerne à variável “ R_{PE} ”, observou-se que o modelo clássico de Blévot e Frémy (1967) foi fundamentado em uma base de dados restrita a valores de aproximadamente 35%, e em comparação aos resultados das características geométricas

do programa experimental de Suzuki et al. (1998; 1999; 2000; 2002), com características geométricas distintas, resultou em variações significativas de precisão conforme resultados de Santos (2023), recorrendo a ajustes na tensão limite do aço no modelo.

A exclusão da variável “ d_e ” nos modelos de regressão é justificável, dada a sua baixa variabilidade na base de dados. Contudo, a influência deste parâmetro foi indiretamente avaliada por meio da taxa de armadura sobre a estaca ($A_{s, tie/de}$).

Em relação ao modo de ruptura observado, apesar de algumas divergências obtidas em modelos analíticos, verificou-se que a base de dados é constituída por 80% de registros com modo de ruptura observado “S” ou “Y+S”, com resultados validados pelos modelos analíticos (Tabela 5-6).

Dessa forma, as análises conduzidas neste capítulo evidenciaram que a capacidade resistente dos blocos não estabelece uma correlação puramente linear com as variáveis influentes, revelando a natureza complexa do fenômeno estrutural. Os resultados permitiram mapear lacunas e limites geométricos na base de dados atual, cuja identificação é fundamental para o direcionamento de novas investigações experimentais. O preenchimento dessas lacunas é essencial não apenas para o aperfeiçoamento da validação de modelos analíticos, mas também para o fornecimento de subsídios que permitam o desenvolvimento de equações de regressão com maior acurácia.

6. ELABORAÇÃO DOS MODELOS DE REGRESSÃO

Os resultados deste capítulo foram obtidos em acordo com a metodologia dos tópicos 3.3.2 e 3.3.3. A correlação de Pearson (CP) e os *p-Values* das variáveis dependentes com a variável independente da capacidade resistente dos modelos experimentais (F_{EXP}), são indicadas para os modelos de regressão $F_{MR,01}$, $F_{MS,01}$ e $F_{MY,01}$ nas tabelas Tabela 6-1, Tabela 6-2 e Tabela 6-3, respectivamente.

Tabela 6-1 - CP e *p-Value* das variáveis para F_{EXP} do modelo $F_{MR,01}$

	d	e	b_p	%AP	e/d	f_c
CP	0.920	0.950	0.758	-0.160	-0.262	0.583
<i>p-Value</i>	0.000	0.000	0.000	0.094	0.006	0.000
	$A_{s,total}$	$f_{y,total}$	ρ	$A_{s,tie}/de$	$f_{y,eq}$	
CP	0.904	0.001	-0.037	0.897	0.000	
<i>p-Value</i>	0.000	0.995	0.699	0.000	0.998	

Fonte: Traduzido de Spozito et al. (2025a)

Tabela 6-2 - CP e *p-Value* das variáveis para F_{EXP} do modelo $F_{MS,01}$

	d	e	b_p	%AP	e/d	f_c
CP	0.889	0.942	0.842	-0.051	-0.208	0.529
<i>p-Value</i>	0.000	0.000	0.000	0.722	0.144	0.000
	$A_{s,total}$	$f_{y,total}$	ρ	$A_{s,tie}/de$	$f_{y,eq}$	
CP	0.899	0.035	-0.141	0.699	0.031	
<i>p-Value</i>	0.000	0.805	0.325	0.000	0.831	

Fonte: Traduzido de Spozito et al. (2025a)

Tabela 6-3 - CP e *p-Value* das variáveis para F_{EXP} do modelo $F_{MY,01}$

	d	e	b_p	%AP	e/d	f_c
CP	0.952	0.963	0.748	-0.185	-0.286	0.643
<i>p-Value</i>	0.000	0.000	0.000	0.158	0.027	0.000
	$A_{s,total}$	$f_{y,total}$	ρ	$A_{s,tie}/de$	$f_{y,eq}$	
CP	0.908	-0.165	0.104	0.842	-0.161	
<i>p-Value</i>	0.000	0.207	0.428	0.000	0.220	

Fonte: Traduzido de Spozito et al. (2025a)

As variáveis selecionadas para compor a superfície de resposta foram definidas para as variáveis com *p-Value* inferiores a 5%, indicando que há evidências de uma relação significativa entre as variáveis independente e dependente. Nestes casos, rejeita-se a hipótese nula ($H_0: p\text{-Value} \geq \alpha$) e atende-se à hipótese alternativa ($H_1: p\text{-Value} < \alpha$). Para os casos em que a hipótese nula não pode ser rejeitada, as variáveis estão destacadas

em vermelho. A partir da definição das variáveis, as equações foram obtidas e indicadas nos tópicos as seguir.

Os *p-Values* obtidos para as variáveis “ $f_{y,tot}$ ” (tensão de escoamento total) e “ $f_{y,eq}$ ” (tensão de escoamento equivalente) possuem uma tendência para convergência ao limiar de significância estatística na Tabela 6-3. Tal comportamento foi observado especificamente no modo de ruptura “Y+S”, no qual a falha da biela ocorre após o escoamento da armadura. Considerando a interdependência entre a deformação dos tirantes e a capacidade resistente da biela (conforme detalhado no item 2.2.2), a proximidade dessas variáveis ao valor crítico de 0,05 corrobora a influência física desse fenômeno.

6.1. Modelos F_{MR} – Ruptura “S” + “Y + S”

As equações desenvolvidas são indicadas na Equação (6-1), Equação (6-2) e Equação (6-3). Os valores de R^2 , R^2_{ajust} e R^2_{pred} (conforme definido no tópico 3.3.3) e o valor *p-Value* do teste de normalidade estão indicados na Tabela 6-4.

$$F_{MR,01} = -4091 + 6448 \cdot d + 1803 \cdot e + 2013 \cdot b_p + 358.50 \cdot \frac{e}{d} + 35.20 \cdot f_c + 16.78 \cdot A_{s,tie/de} \quad (6-1)$$

$$F_{MR,02} = -179 - 3609 \cdot d + 38.47 A_{s,tie/de} + 10481 \cdot d \cdot e - 26363 \cdot d \cdot b_p + 486.7 \cdot d \cdot f_c - 133.0 \cdot d \cdot A_{s,tie/de} + 29432 \cdot e \cdot b_p - 435.4 \cdot e \cdot f_c - 3470 \cdot b_p \cdot e/d + 122.6 \cdot b_p \cdot A_{s,tie/de} + 48.12 \cdot e/d \cdot f_c - 9.54 \cdot e/d \cdot A_{s,tie/de} \quad (6-2)$$

$$F_{MR,03} = -180 + 7184 \cdot d - 10783 \cdot e + 1270 \cdot \frac{e}{d} + 16,51 \cdot f_c + 8547 \cdot e^2 + 2174 \cdot b_p^2 - 167,50 \cdot \left(\frac{e}{d}\right)^2 \quad (6-3)$$

Tabela 6-4 - Valores de R^2 , R^2_{ajust} e R^2_{pred} para equações com todos registros e *p-Value* do teste de normalidade

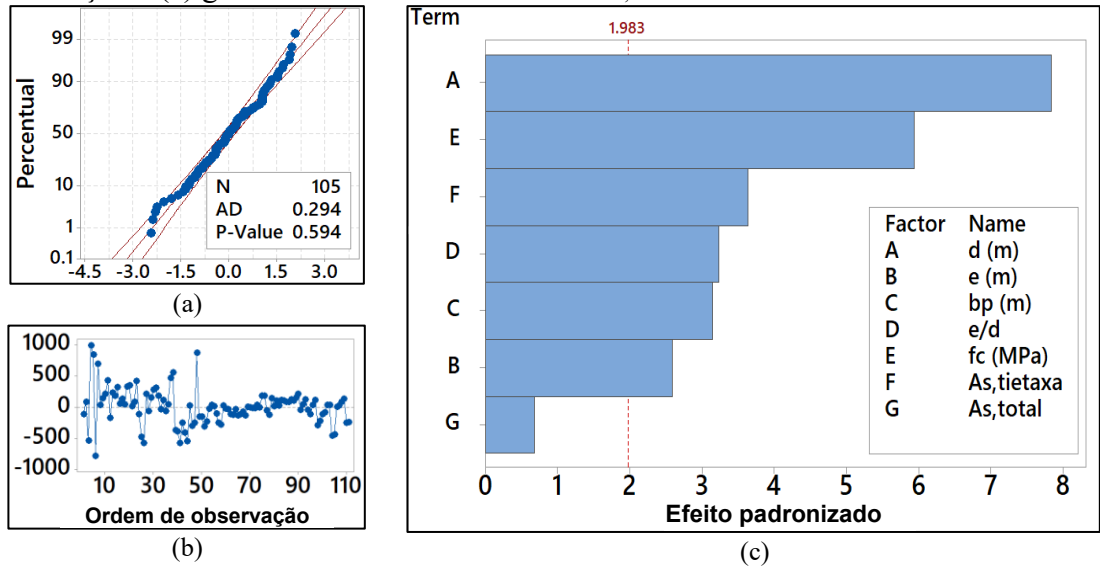
Equação	(S)	R^2	R^2_{ajust}	R^2_{pred}	<i>p-Value</i>
F _{MR,01}	293,94	97,09%	96.92%	95.93%	59,40%
F _{MR,02}	126,19	99.49%	99.43%	99.28%	95,30%
F _{MR,03}	198,09	98,69%	98,60%	98,12%	87,50%

(S): erro padrão de regressão; R^2 : Coeficiente de Determinação; R^2_{ajust} : Coeficiente de Determinação Ajustado; e R^2_{pred} : Coeficiente de Determinação Predito.

Fonte: O autor (2026).

Os valores dos *p-Values* do teste de normalidade foram superiores ao nível de significância de 5%, resultado que confirma a normalidade dos resíduos, atendendo aos pressupostos estatísticos exigidos da ANOVA. As variáveis inicialmente definidas resultaram em uma significância estatística para o modelo linear ($F_{MR,01}$), exceto pela variável “ $A_{s,total}$ ” (Tabela 6-1). A Figura 6-1.a e Figura 6-1.b possuem o resultado da avaliação com a equação ajustada. A Figura 6-1.c mostra o gráfico de Pareto obtido para equação inicial.

Figura 6-1 - Gráficos de (a) Normalidade de resíduos, (b) resíduos por ordem de observação e (c) gráfico de Pareto do modelo $F_{MR,01}$



Fonte: Traduzido de Spozito et al. (2025a)

A Tabela 6-5 contém os *p-Value* para cada termo da equação ajustada, indicando a significância de todos os termos.

Tabela 6-5 - Modelo $F_{MR,01}$: *p-Value* dos termos da equação ajustada

Termo	P-Value	Termo	P-Value
Constante	0.000	e/d	0.000
d (m)	0.000	f_c (MPa)	0.000
e (m)	0.007	$A_{s,tietaxa}$	0.000
b_p (m)	0.003		

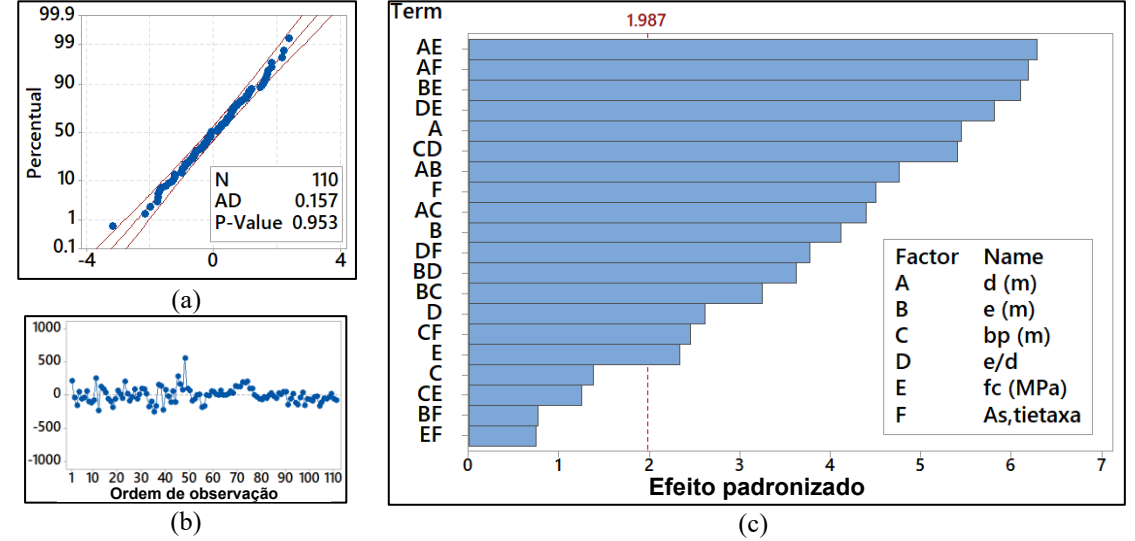
Fonte: O autor (2026).

Observou-se uma maior variabilidade nos resíduos até a 35ª ordem de observação, intervalo que compreende os ensaios do programa experimental de Blévet e Frémy (1967) (Tabela C-1, pg. 208). Essa dispersão acentuada pode ser atribuída aos fatores como: as premissas simplificadoras adotadas na caracterização da taxa de armadura, à ausência de

padronização normativa nos ensaios originais e às limitações do controle tecnológico e da instrumentação disponíveis à época do programa experimental.

A Figura 6-2 reúne os gráficos para a validação da equação $F_{MR,02}$. O diagrama de Pareto (Figura 6-2.c) evidencia a significância estatística dos termos no modelo antes do processo de refinamento, no qual foram excluídas as variáveis que não atingiram o limiar crítico. Os gráficos de probabilidade normal (Figura 6-2.a) e de resíduos *vs.* ordem de observação (Figura 6-2.b) tiveram o comportamento dos resíduos com normalidade, confirmando a adequação do modelo ajustado.

Figura 6-2 - Gráficos de (a) Normalidade de resíduos, (b) resíduos por ordem de observação e (c) gráfico de Pareto do modelo $F_{MR,02}$



Fonte: Traduzido de Spozito et al. (2025a).

Observou-se que a variabilidade dos resíduos foi reduzida ao incorporar as interações lineares entre as variáveis no modelo. Esse comportamento sugere que a interdependência entre os parâmetros físicos e geométricos é essencial para a precisão da estimativa da força de ruptura, resultado esperado conforme a análise do teste de Tukey. Os *p-Values* detalhados na Tabela 6-6 confirmam a significância estatística de cada termo remanescente na equação final.

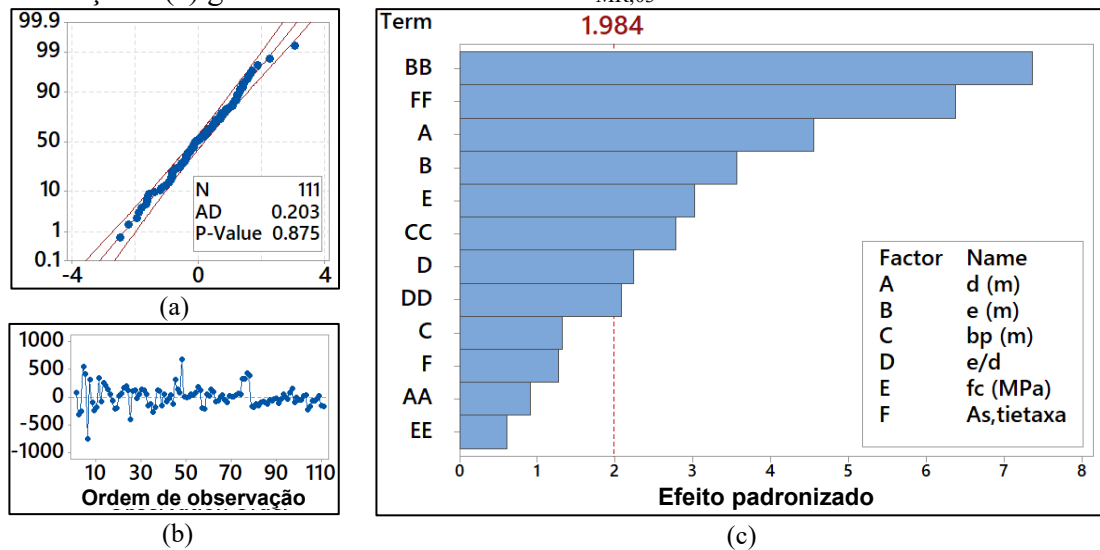
Tabela 6-6 - Modelo $F_{MR,02}$: *p-Value* dos termos da equação ajustada

Termo	<i>p-Value</i>	Termo	<i>p-Value</i>
Constant	0.422	e (m)*b _p (m)	0.000
d (m)	0.000	e (m)*f _c (MPa)	0.000
A _{s,tietaxa}	0.000	b _p (m)*e/d	0.000
d (m)*e (m)	0.000	bp (m)*A _{s,tietaxa}	0.000
d (m)*b _p (m)	0.000	e/d*f _c (MPa)	0.000
d (m)*f _c (MPa)	0.000	e/d*A _{s,tietaxa}	0.000
d (m)*A _{s,tietaxa}	0.000		

Fonte: O autor (2026).

O modelo $F_{MR,03}$, que incorpora termos quadráticos entre as variáveis, atendeu aos pressupostos de normalidade dos resíduos, conforme ilustrado na Figura 6-3.a. De forma análoga às formulações obtidas anteriormente, os resultados expõem a significância dos termos da equação inicial por meio do diagrama de Pareto (Figura 6-3.c), seguidos pela análise da distribuição e dispersão dos erros (Figura 6-3.b).

Figura 6-3 - Gráficos de (a) Normalidade de resíduos, (b) resíduos por ordem de observação e (c) gráfico de Pareto do modelo $F_{MR,03}$



Fonte: O autor (2026).

A Tabela 6-7 detalha os níveis de significância dos termos da equação que compõem o modelo $F_{MR,03}$, evidenciando que todos os parâmetros da equação ajustada são estatisticamente relevantes para a predição da capacidade resistente.

Tabela 6-7 - Modelo $F_{MR,03}$: p-Value dos termos da equação ajustada.

Termo	p-Value	Termo	p-Value
Constante	0.760	f_c (MPa)	0.000
d (m)	0.000	e (m)* e (m)	0.000
e (m)	0.000	b_p (m)* b_p (m)	0.016
e/d	0.002	e/d * e/d	0.015

Fonte: O autor (2026).

Apesar de possuir uma estrutura mais simplificada, o modelo $F_{MR,03}$ teve R^2 maior que o modelo linear $F_{MR,01}$, similar ao modelo $F_{MR,02}$. A ocorrência de resíduos mais amplos em casos isolados não comprometeu a eficiência do ajuste, reforçando que o

emprego de interações entre variáveis e de quadrática foi fundamental para o refinamento das previsões da capacidade resistente dos blocos.

6.2. Modelos F_{MS} – Ruptura “S”

Os modelos de regressão desenvolvidos para o modo de falha associado aos mecanismos do concreto (ruptura “S”) são mostrados pela Equação (6-4), Equação (6-5) e Equação (6-6). Os valores de R^2 e p -Values do teste de normalidade são indicados na Tabela 6-8.

$$F_{MS,01} = -3267 + 3931 \cdot d + 2907 \cdot e + 3075 \cdot b_p + 22.33 \cdot f_c + 21.71 \cdot A_{s,tie/de} \quad (6-4)$$

$$F_{MS,02} = -563 - 6308 \cdot b_p + 69 \cdot f_c + 22.89 \cdot A_{s,tie/de} + 17942 \cdot d \cdot b_p + 13440 \cdot e \cdot b_p - 130 \cdot e \cdot A_{s,tie/de} - 303.4 \cdot b_p \cdot f_c + 255.7 \cdot b_p \cdot A_{s,tie/de} \quad (6-5)$$

$$F_{MS,03} = 2926 - 1842 \cdot e + 22483 \cdot b_p + 4767 \cdot d^2 + 16784 \cdot e^2 - 45813 \cdot b_p^2 \quad (6-6)$$

Tabela 6-8 - Valores de S , R^2 , R_{ajust}^2 e R_{pred}^2 para equações com ruptura “S” e p -Value do teste de normalidade

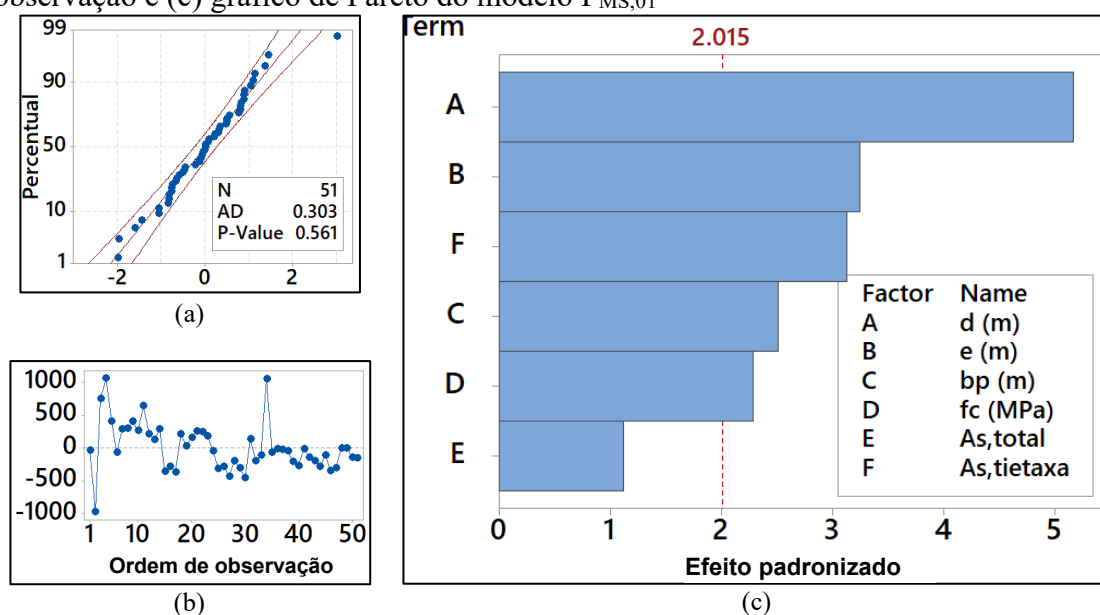
Equação	(S)	R^2	R_{ajust}^2	R_{pred}^2	p -Value
F _{MS,01}	383,84	95,79%	95,32%	92,59%	56,10%
F _{MS,02}	192,47	99,01%	98,82%	94,00%	82,70%
F _{MS,03}	215,59	98,67%	98,52%	98,07%	87,00%

(S): erro padrão de regressão; R^2 : Coeficiente de Determinação; R_{ajust}^2 : Coeficiente de Determinação Ajustado; e R_{pred}^2 : Coeficiente de Determinação Predito.

Fonte: O autor (2026).

Confirmando a normalidade da distribuição dos resíduos, a Figura 6-4 contém os gráficos para a análise de significância dos termos iniciais via diagrama de Pareto. As Figura 6-4.a e Figura 6-4.b possuem informações dos resíduos obtidos após o ajuste da Equação (6-4). De forma análoga ao observado para o modelo F_{MR,01}, constatou-se que nem todas as variáveis independentes possuíam relevância estatística (Figura 6-4.c), o que fundamentou a exclusão da variável “ $A_{s,total}$ ” do modelo.

Figura 6-4 - Gráficos de (a) Normalidade de resíduos, (b) resíduos por ordem de observação e (c) gráfico de Pareto do modelo $F_{MS,01}$



Fonte: O autor (2026).

A Tabela 6-7 mostra a significância dos termos que compõem a equação ajustada para o modelo $F_{MS,01}$. Esta formulação tem um número reduzido de variáveis quando comparado ao modelo $F_{MR,01}$ em função da análise prévia dos *p-Values* (conforme Tabela 6-2, pg. 124), o que resultou na exclusão da variável “e/d” por não atingir o limiar de significância estatística adotado.

Tabela 6-9 - Modelo $F_{MS,01}$: *p-Value* dos termos da equação ajustada

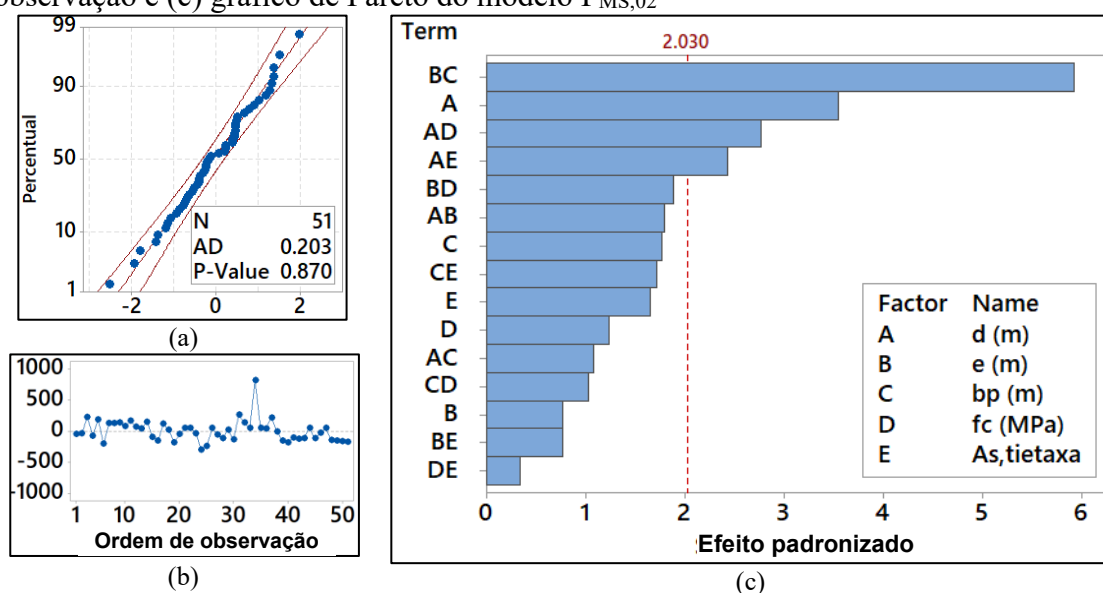
Termo	<i>p-Value</i>	Termo	<i>p-Value</i>
Constant	0.000	b _p (m)	0.029
d (m)	0.000	f _c (MPa)	0.028
e (m)	0.002	A _{s,tie} s _{de}	0.000

Fonte: O autor (2026).

O comportamento dos resíduos assemelhou-se ao observado no modelo $F_{MR,01}$, tendo maior variabilidade nos registros correspondentes à programa experimental de Blévot e Frémy (1967). Essa dispersão acentuada é verificada até a 20ª ordem de observação (Figura 6-4.b), intervalo que concentra os corpos de prova do referido programa para o modo de ruptura “S” (Tabela C-1, pg. 208).

Uma vez consolidadas as variáveis do modelo base, a análise diagnóstica dos resíduos para a formulação $F_{MS,02}$ é mostrada na Figura 6-5.

Figura 6-5 - Gráficos de (a) Normalidade de resíduos, (b) resíduos por ordem de observação e (c) gráfico de Pareto do modelo $F_{MS,02}$



Fonte: O autor (2026).

A análise preliminar do diagrama de Pareto revelou que 11 termos da equação inicial possuíam baixa significância estatística. A partir dos ajustes realizados no modelo de regressão, a Tabela 6-10 sintetiza os níveis de significância dos termos da equação final ajustada.

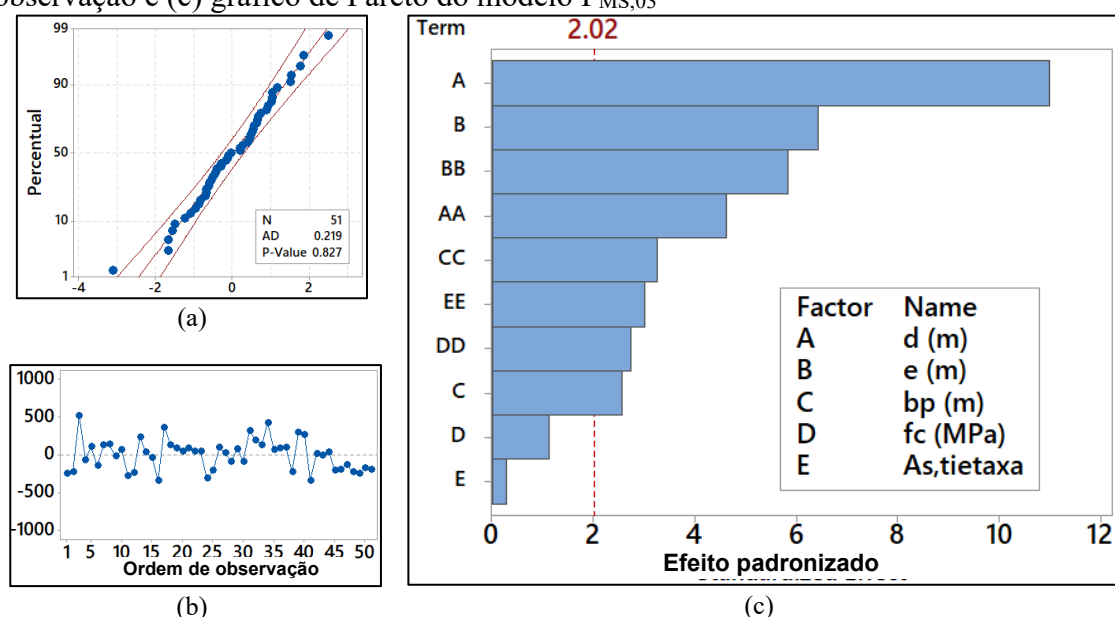
Tabela 6-10 - Modelo $F_{MS,02}$: *p-Value* dos termos da equação ajustada

Termo	<i>p-Value</i>	Termo	<i>p-Value</i>
Constante	0.290	$e(m) \cdot b_p(m)$	0.000
$b_p(m)$	0.019	$e(m) \cdot A_{s,tietaxa}$	0.000
$f_c(MPa)$	0.000	$b_p(m) \cdot f_c(MPa)$	0.000
$A_{s,tietaxa}$	0.000	$b_p(m) \cdot A_{s,tietaxa}$	0.002
$d(m) \cdot b_p(m)$	0.000		

Fonte: O autor (2026).

O modelo de regressão $F_{MS,03}$ possui a análise do comportamento da dispersão dos resíduos na Figura 6-6. A análise gráfica do ajuste estatístico reforça a validade da equação para o modo de ruptura “S”.

Figura 6-6 - Gráficos de (a) Normalidade de resíduos, (b) resíduos por ordem de observação e (c) gráfico de Pareto do modelo $F_{MS,03}$



Fonte: O autor (2026).

Após a aplicação do processo de refinamento, um total de oito termos tiveram significância estatística para a estimativa da capacidade resistente. A Tabela 6-11 detalha os níveis de significância (*p-Value*) da equação elaborada.

Tabela 6-11 - Modelo $F_{MS,03}$: *p-Value* dos termos da equação ajustada

Termo	<i>p-Value</i>	Termo	<i>p-Value</i>
Constante	0.000	d (m)*d (m)	0.000
e (m)	0.000	e (m)*e (m)	0.000
b _p (m)	0.005	b _p (m)*b _p (m)	0.007

Fonte: O autor (2026).

6.3. Modelos F_{MY} – Ruptura “Y + S”

As equações obtidas pelos modelos de regressão para falha “Y+S” são mostradas na Equação (6-4), Equação (6-5) e Equação (6-6). Os coeficientes de determinação (R^2) e os *p-Values* do teste de normalidade são indicados na Tabela 6-12. Os valores confirmaram a normalidade da distribuição dos erros e validam a robustez estatística das equações propostas para este modo de ruptura.

$$F_{MY,01} = -3527 + 4527 \cdot d + 4530 \cdot e + 325.57 \cdot f_c + 7.32 \cdot A_{s,tie} \quad (6-7)$$

$$F_{MY,02} = -421.5 + 8767 \cdot d \cdot e - 77.94 \cdot d \cdot A_{s, \frac{tie}{de}} + 18.86 \cdot e \cdot A_{s, \frac{tie}{de}} + 0.878 \cdot f_c \cdot A_{s, \frac{tie}{de}} \quad (6-8)$$

$$F_{MY,03} = 428 + 4084 \cdot d - 6345 \cdot e + 18.00 \cdot A_{s, \frac{tie}{de}} - 1764 \cdot d^2 + 8949 \cdot e^2 + 0.3511 \cdot f_c^2 - 0.2821 \cdot (A_{s, \frac{tie}{de}})^2 \quad (6-9)$$

Tabela 6-12 - Valores de R^2 , R^2_{ajust} e R^2_{pred} para equações com ruptura “Y+S” e p -Value do teste de normalidade

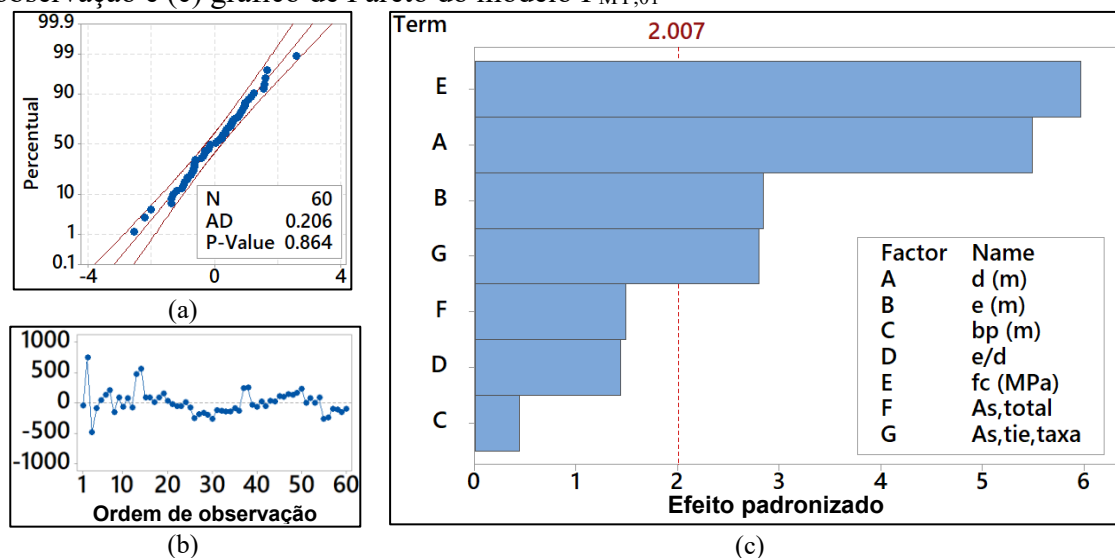
Equação	(S)	R^2	R^2_{ajust}	R^2_{pred}	p -Value
$F_{MY,01}$	205,78	98,41%	98,29%	96,16%	86,40%
$F_{MY,02}$	111,96	99,53%	99,50%	99,29%	25,90%
$F_{MY,03}$	124,79	99,45%	99,37%	89,29%	45,00%

(S): erro padrão de regressão; R^2 : Coeficiente de Determinação; R^2_{ajust} : Coeficiente de Determinação Ajustado; e R^2_{pred} : Coeficiente de Determinação Predito.

Fonte: O autor (2026).

O diagrama de Pareto para o modelo inicial $F_{MY,01}$ e a respectiva distribuição dos resíduos são mostrados na Figura 6-7, que permitiram avaliar a significância preliminar dos termos da equação para o atendimento aos pressupostos estatísticos e o refinamento do modelo.

Figura 6-7 - Gráficos de (a) Normalidade de resíduos, (b) resíduos por ordem de observação e (c) gráfico de Pareto do modelo $F_{MY,01}$



Fonte: O autor (2026).

No que tange à análise residual, a dispersão associada ao programa de Blévy e Frémy (1967) manteve-se consistente com o comportamento observado nos modelos anteriores.

A análise dos termos revelou uma baixa significância estatística da dimensão do pilar “b_p” para a estimativa da força de ruptura no modelo $F_{MY,01}$. Um fator determinante para a reduzida relevância estatística dessa variável é a predominância de registros provenientes dos programas experimentais de Suzuki et al. (1998; 1999; 2000; 2002), que utilizam pilares com dimensões restritas a 25 cm e 30 cm, visto que grande parte da amostra desse modo de ruptura encontra-se neste programa experimental. A Tabela 6-13 mostra a significância das variáveis para o modelo $F_{MY,01}$.

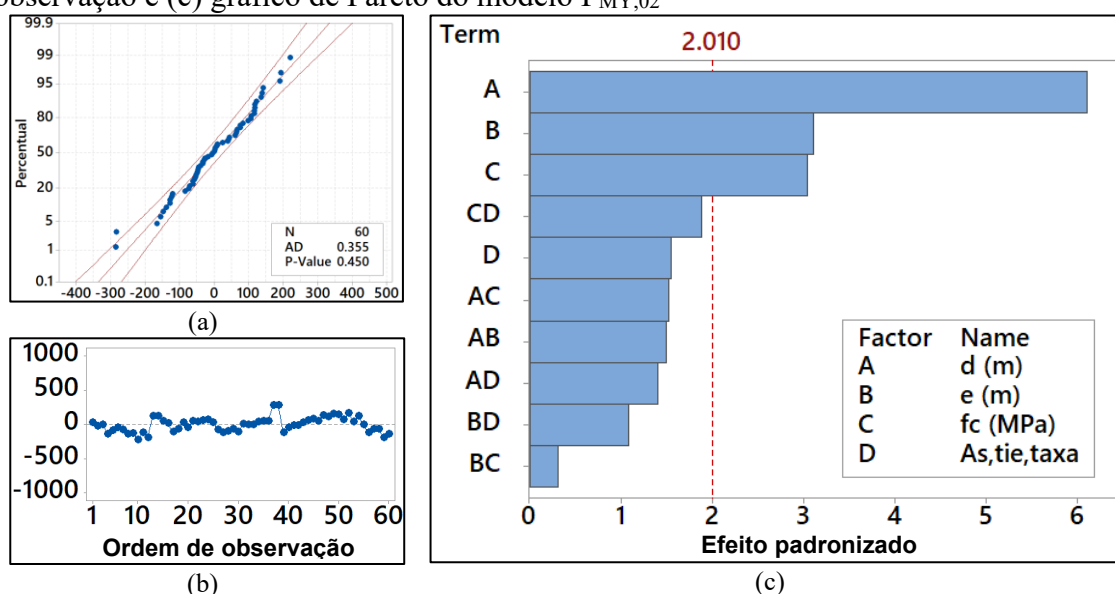
Tabela 6-13 - Modelo $F_{MY,01}$: p-Value dos termos da equação ajustada

Termo	P-Value	Termo	P-Value
Constante	0.000	f_c (MPa)	0.000
d (m)	0.000	$A_{s,tie,taxa}$	0.021
e (m)	0.000		

Fonte: O autor (2026).

Para o modelo $F_{MY,02}$, que contempla interações lineares, a Figura 6-8 mostra o diagrama de Pareto da formulação preliminar e a análise dos resíduos após o refinamento da equação. Enquanto o diagrama inicial identifica a significância dos componentes, os gráficos de resíduos validam a qualidade do ajuste final para o modo de ruptura “Y+S”.

Figura 6-8 - Gráficos de (a) Normalidade de resíduos, (b) resíduos por ordem de observação e (c) gráfico de Pareto do modelo $F_{MY,02}$



Fonte: O autor (2026).

Os valores de *p-Value* referentes às variáveis do modelo ajustado são mostrados na Tabela 6-14, confirmando o atendimento ao critério de significância de 5% ($p < 0,05$)

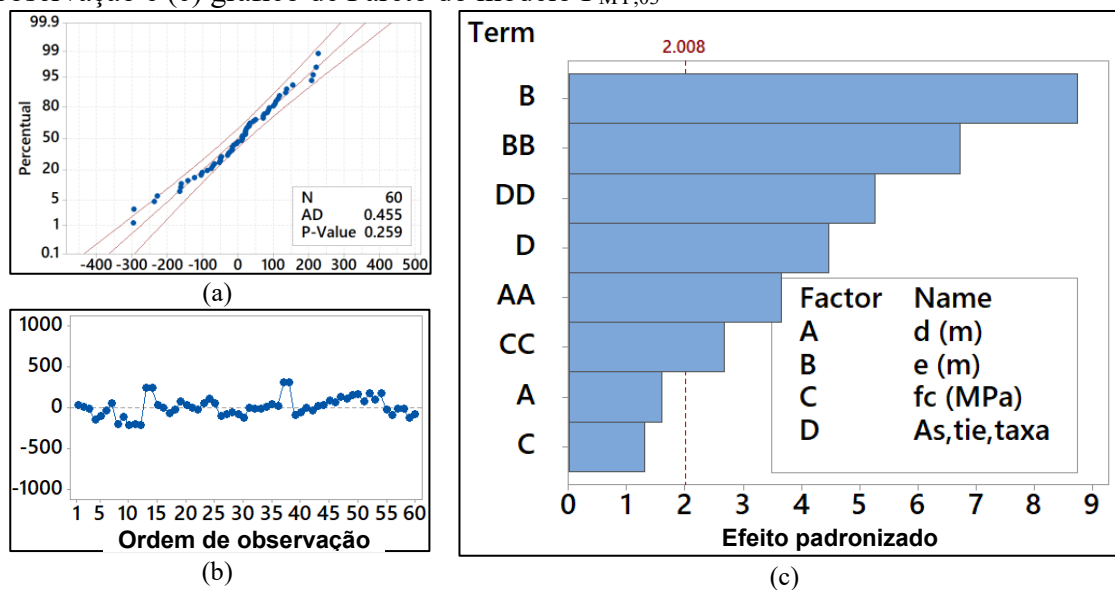
Tabela 6-14 - Modelo $F_{MY,02}$: *p-Value* dos termos da equação ajustada

Termo	<i>p-Value</i>	Termo	<i>p-Value</i>
Constante	0.000	$e(m) * A_{s,tie/de}$	0.003
$d(m) * e(m)$	0.000	$f_c(MPa) * A_{s,tie/de}$	0.000
$d(m) * A_{s,tie,taxa}$	0.000		

Fonte: O autor (2026).

De maneira análoga, o diagrama de Pareto e a distribuição dos resíduos para o modelo $F_{MY,03}$, que contempla a interação quadrática entre as variáveis, são ilustrados na Figura 6-9.

Figura 6-9 - Gráficos de (a) Normalidade de resíduos, (b) resíduos por ordem de observação e (c) gráfico de Pareto do modelo $F_{MY,03}$



Fonte: O autor (2026).

O diagrama de Pareto (Figura 6-9.c) indicou que duas variáveis inicialmente não possuíam significância na equação. O processo de refinamento resultou em uma formulação cujos componentes mantiveram sua relevância estatística com a subtração de dois termos da equação, conforme detalhado na Tabela 6-15.

Tabela 6-15 - Modelo $F_{MY,03}$: p -Value dos termos da equação ajustada

Termo	p-Value	Termo	p-Value
Constante	0.411	$d(m)*d(m)$	0.040
$d(m)$	0.000	$e(m)*e(m)$	0.000
$e(m)$	0.000	$f_c(MPa)*f_c(MPa)$	0.000
$A_{s,tie/de}$	0.000	$A_{s,tie,taxa}*A_{s,tie,taxa}$	0.000

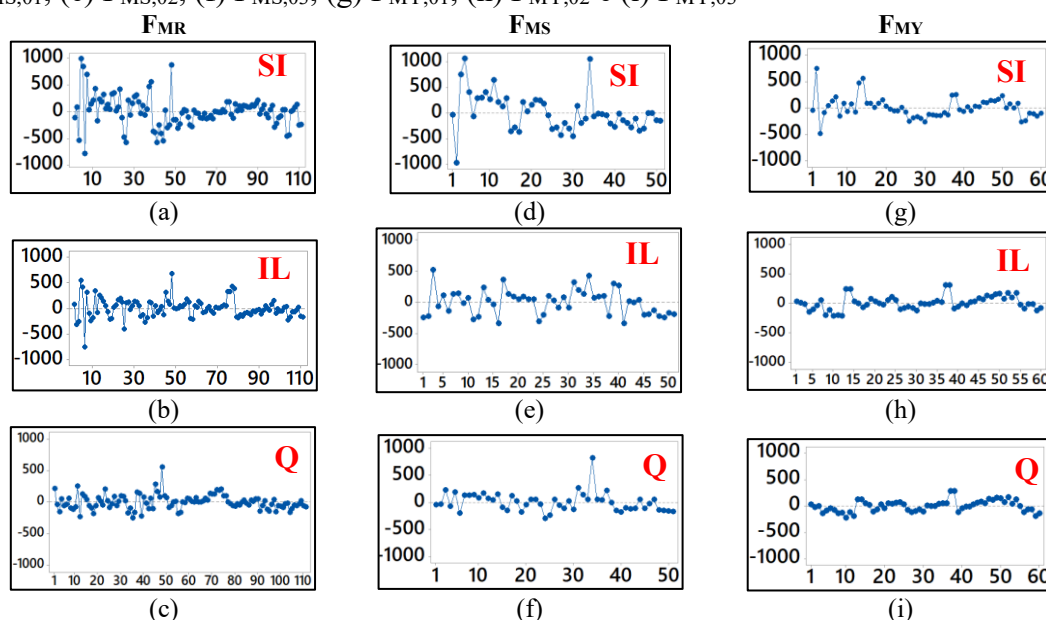
Fonte: O autor (2026).

6.4. Características gerais das equações dos modelos de regressão

Os resultados estatísticos das equações propostas, sintetizados nas Tabela 6-4, Tabela 6-8 e Tabela 6-12, indicaram uma elevada precisão dos modelos de regressão quando avaliadas pelos coeficientes de regressão obtidos. Em todos os casos, os testes de normalidade de Anderson-Darling resultaram em p -Values superiores a 5%, validando os pressupostos das análises de variância.

Para fins comparativos, a Figura 6-10 contém os resultados das dispersões já mostradas no tópico 6.1, 6.2 e 6.3, sendo que estas imagens indicam a complexidade das equações, classificadas como: sem interação (SI), interação linear (IL) e quadrática (Q).

Figura 6-10 - Análise de dispersão de resíduos por ordem de observação em função do modo de interação entre as variáveis para o modelo (a) $F_{MR,01}$, (b) $F_{MR,02}$, (c) $F_{MR,03}$, (d) $F_{MS,01}$, (e) $F_{MS,02}$, (f) $F_{MS,03}$, (g) $F_{MY,01}$, (h) $F_{MY,02}$ e (i) $F_{MY,03}$



Fonte: Adaptado de Spozito et al. (2025a).

Observou-se que nos modelos sem interação entre variáveis resultou em maior dispersão dos resíduos, principalmente nos registros iniciais, os quais pertencem ao programa experimental de Blévo e Frémy (1967). Acredita-se que essa dispersão possa

estar associada a questões da temporalidade dos programas experimentais além da diferença de padrões de configuração dos ensaios, conforme já discutido no tópico 2.2.1.

A Tabela 6-16 sintetiza as equações elaboradas, indicando as variáveis presentes em cada modelo. O símbolo (+) denota a inclusão da variável na formulação inicial, enquanto as células destacadas em vermelho indicam os termos que, após o processo de refinamento, foram excluídos por não terem significância estatística ($p\text{-Value} \geq 0,05$), além de um comparativo entre os coeficientes de determinação (R^2) e o número de termos das equações em suas fases inicial e ajustada.

Tabela 6-16 - Interações das variáveis nas equações dos modelos de regressão

	d			e			bp			e/d			fc			A _{s,tie/de}			A _{s,total}			total		R^2_{adjus}
	SI	Q	IL	SI	Q	IL	SI	Q	IL	SI	Q	IL	SI	Q	IL	SI	Q	IL	SI	Q	IL	i	ii	
F _{MR,01}	+	-	-	+	-	-	+	-	-	+	-	-	+	-	-	+	-	-	+	-	-	7	6	96,92%
F _{MR,02}	+	-	+	+	-	+	+	-	+	+	-	+	+	-	+	+	-	+	-	-	-	12	7	99,43%
F _{MR,03}	+	+	-	+	+	-	+	+	-	+	+	-	+	+	-	+	+	-	-	-	-	12	7	98,60%
F _{MS,01}	+	-	-	+	-	-	+	-	-	-	-	-	+	-	-	+	-	-	+	-	-	7	5	95,32%
F _{MS,02}	+	-	+	+	-	+	+	-	+	-	-	-	+	-	+	+	-	+	-	-	-	12	8	98,52%
F _{MS,03}	+	+	-	+	+	-	+	+	-	-	-	-	+	+	-	+	+	-	-	-	-	12	5	98,82%
F _{MY,01}	+	-	-	+	-	-	+	-	-	+	-	-	+	-	-	+	-	-	+	-	-	7	4	96,16%
F _{MY,02}	+	-	+	+	-	+	-	-	-	-	-	-	+	-	+	+	-	+	-	-	-	8	4	99,29%
F _{MY,03}	+	+	-	+	+	-	-	-	-	-	-	-	+	+	-	+	+	-	-	-	-	8	7	89,29%

SI: Sem interação; IL: Interação linear; Q: Interação quadrática

[-]: A variável não possui interação no modelo inicial;

[+]: A variável foi mantido na equação final em função da sua interação;

+: A variável foi considerada na equação inicial, mas não possui significância na equação ajustada.

i: n° de termos da equação inicial;

ii: n° de termos da equação final.

Fonte: O autor (2026).

A variável “b_p” não demonstrou significância estatística nos modelos F_{MY,01}, F_{MY,02} e F_{MY,03}. Conforme discutido anteriormente, a exclusão desta variável decorreu da baixa significância estatística nos programas experimentais selecionados, cujos pilares limitavam-se predominantemente a seções quadradas de 25 cm e 30 cm. Adicionalmente, esse modo de ruptura possui quantidade significativa de resultados para um mesmo programa, ocorrendo uma homogeneidade nesses dados de entrada e, conseqüentemente, essa variável não foi ajustada na equação.

A partir do modelo F_{MS,01}, a variável “e/d” foi desconsiderada nas formulações por causa da ausência de significância estatística. Tal decisão é corroborada pelas análises de Tukey (vide APÊNDICE , p. 218), que resultaram em médias estatisticamente equivalentes. Adicionalmente, apenas o modelo F_{MS,02} não incorporou a variável “f_c” na estimativa da capacidade resistente, que é justificado pela concentração dos dados na

faixa de 25 a 30 MPa (Figura 5-2, p. 111), cujas médias não tiveram diferença estatisticamente significativa entre si (vide APÊNDICE , p. 218),

A variável “ $A_{s, tie/de}$ ” não demonstrou significância estatística nos modelos $F_{MR,03}$ e $F_{MS,02}$. Embora o teste de Tukey tenha identificado três grupos de médias distintos para os registros do modo de falha “Y+S” e duas classes para o grupo “S”, o número reduzido de amostras pode ter comprometido a incorporação desta variável nestas equações.

As variáveis “d” e “e” foram as únicas presentes em todas as formulações elaboradas. Esse resultado confirmou que tais parâmetros geométricos foram os preditores com peso significativo na capacidade resistente, independentemente do modo de falha considerado.

Em relação a análise do comportamento qualitativo dos modelos de regressão, o APÊNDICE (p. 227) contém um quadro com as avaliações realizadas. Com relação ao desempenho dos coeficientes de regressão, a equação com maior R^2_{adjus} coincidiu com o modelo de maior número de termos ($F_{MR,02}$), enquanto o menor valor foi de 95,32% ($F_{MS,01}$), que utiliza uma estrutura simplificada de cinco termos. O tópico 6.5 e o Capítulo 7 avaliaram estas equações em blocos sobre quatro estacas sob parametrização geométrica em acordo com a metodologia do Capítulo 3.

6.5. AVALIAÇÃO DA MÉDIA E DISPERSÃO DAS ESTIMATIVAS OBTIDAS POR MEIO DOS MODELOS DE REGRESSÃO

O desempenho dos modelos de regressão foi avaliado em três etapas:

- i. Avaliação com a base de dados com registros da literatura;
- ii. Avaliação com base de dados de modelos numéricos; e
- iii. Avaliação com outros programas experimentais.

6.5.1. Avaliação com a base de dados com registros da literatura

As estimativas da capacidade resistente para cada registro de ensaio encontram-se detalhadas na Tabela E-1 (APÊNDICE , pg.224). Os resultados comparativos, consolidados na Tabela 6-17, fundamentaram-se na análise da média da razão entre a força experimental (F_{EXP}) e a força estimada (F_{MODELO}) para as equações obtidas por meio dos modelos de regressão ($F_{MR,01}$, $F_{MR,02}$, $F_{MR,03}$, $F_{MS,01}$, $F_{MS,02}$, $F_{MS,03}$, $F_{MY,01}$, $F_{MY,02}$, $F_{MR,03}$) assim como as estimativas de modelos analíticos da literatura de Melendez et al. (2019) (F_{MEL}), Boulifa et al. (2023) (F_{BOU}) e Souza et al. (2009) (F_{SOU}).

Tabela 6-17 - Razão das forças estimadas pelas forças experimentais das equações dos modelos de regressão e modelos analíticos da literatura

Programa Experimental		F_{EXP}	F_{EXP}	F_{EXP}	F_{EXP}	F_{EXP}	F_{EXP}	F_{EXP}	F_{EXP}	F_{EXP}	F_{EXP}	F_{EXP}	F_{EXP}
		$F_{MR,01}$	$F_{MR,02}$	$F_{MR,03}$	$F_{MS,01}$	$F_{MS,02}$	$F_{MS,03}$	$F_{MY,01}$	$F_{MY,02}$	$F_{MY,03}$	F_{MEL}	F_{SOU}	F_{BOL}
Blévot e Frémy	Média	1,09	1,00	1,01	1,17	0,97	0,94	1,16	0,97	1,05	1,06	1,10	1,02
	DP	0,25	0,17	0,20	0,28	0,19	0,21	0,32	0,19	0,25	0,15	0,26	0,26
	CV (%)	23	17	20	24	19	23	27	20	24	14	24	25
Clarke	Média	0,87	1,05	1,06	0,97	1,06	1,06	0,77	0,92	0,92	1,13	1,05	1,36
	DP	0,30	0,16	0,18	0,37	0,23	0,13	0,34	0,42	0,32	0,13	0,21	0,15
	CV (%)	34	15	17	39	22	13	45	46	35	12	20	11
Suzuki	Média	0,91	1,00	0,99	0,96	1,09	0,92	0,95	0,99	1,00	1,08	1,40	1,21
	DP	0,16	0,11	0,16	0,13	0,23	0,18	0,17	0,13	0,14	0,10	0,29	0,11
	CV (%)	17	11	16	13	21	19	18	13	14	9	21	9
Global	Média	0,96	1,01	1,00	1,02	1,01	1,05	0,99	1,01	0,97	1,08	1,27	1,16
	DP	0,22	0,13	0,18	0,23	0,22	0,22	0,25	0,20	0,16	0,12	0,31	0,20
	CV (%)	26	13	17	22	21	21	25	20	16	12	24	17
	MAPE%	22,77	9,87	13,70	15,28	15,24	20,22	20,94	14,59	14,94	11,20	23,74	19,65

Fonte: O autor (2026).

A análise estatística considerou a exclusão de valores discrepantes (*outliers*), cujas estimativas resultaram em desvios excessivos frente aos resultados experimentais. Adotou-se como critério o intervalo de [0,50; 2,00] para a razão F_{EXP}/F_{MODELO} serem consideradas, excluindo os registros que não compreendem esse intervalo das métricas da Tabela 6-17. Tais registros invalidados estão indicados na Tabela 6-18.

Tabela 6-18 - Registros com diferenças drásticas de resultados na avaliação da base de dados

	$F_{MR,01}$	$F_{MR,02}$	$F_{MR,03}$	$F_{MS,01}$	$F_{MS,02}$	$F_{MS,03}$	$F_{MY,01}$	$F_{MY,02}$	$F_{MY,03}$
Blévot e Frémy	Q,2(bis) (2,30)	-	-	3,1 (3,10)	6,1 (2,96)	6,1	3A,1 (2,12)	-	6,1 (3,07)
	6,1 (19,80)			3,3 (3,85)		(2,96)	6,1 (-0,49)		6,2 (4,69)
	12,2a (2,16)			Q2,bis (3,07)			6,2 (-0,82)		
	12,2b (4,07)			6,1 (-0,66)			12,2a (2,65)		
				6,2 (3,44)			12,2b (7,88)		
				12,2a (4,03)					
				12,2b (12,01)					
Clarke	-	-	-	-	-	-	-	B1 (2,09)	-
Suzuki	-	-	-	-	BP-20-30-1 (20,74)	-	-	-	-
					BP-20-30-2 (60,23)				
Total	4	0	0	7	3	0	5	1	2

Fonte: O autor (2026).

De acordo com as estimativas de Meléndez et al. (2019), os corpos de prova “2,3”, “3,1”, “3,3”, “3A,2”, “3A,3”, “12,2a” e “12,2b” do programa experimental de Blévot e Frémy (1967) possuem colapso por insuficiência de armadura nos tirantes. Tal condição

física justifica a dispersão acentuada observada em algumas estimativas das equações dos modelos de regressão.

O corpo de prova B1, especificamente, demonstrou um comportamento excessivamente conservador nos modelos $F_{MS,01}$ e $F_{MY,01}$, com valores das razões das forças de 1,99 e 2,09, respectivamente. As três propostas da literatura também tiveram resultados com índices iguais a 1,25, 1,36 e 1,55 para os modelos de Meléndez et al. (2019), Souza et al. (2009) e Boulifa et al. (2023), respectivamente. Quanto aos experimentos “6,1” e “6,2”, as estimativas da literatura exibiram variação considerável, destacando-se o modelo de Meléndez et al. (2019) pela maior precisão.

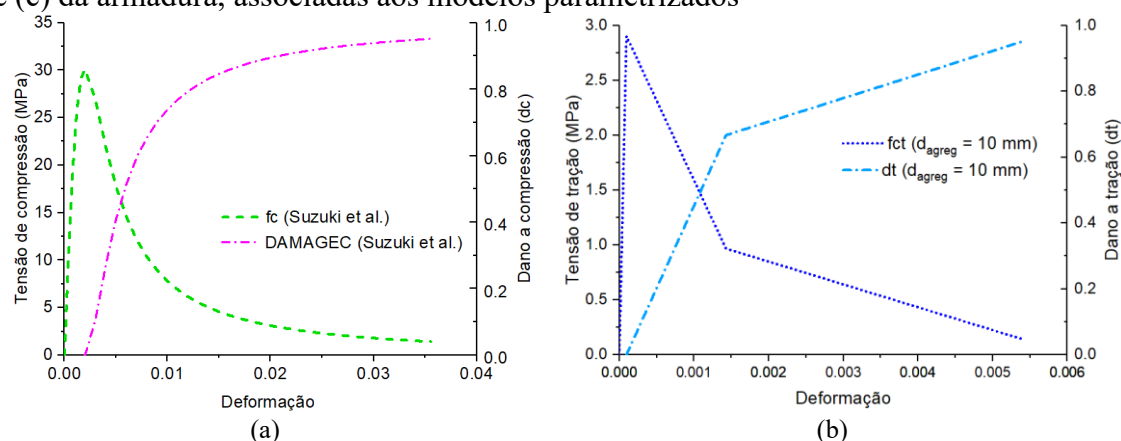
A ocorrência de resíduos elevados em registos específicos para os blocos dos programas de Suzuki (Tabela 6-18) indicou sensibilidade destas equações frente a cenários de rotura do tipo “Y+S”. Nestes casos, a discrepância pode ser associada à dificuldade de previsão do colapso destes blocos, visto que o modelo de Meléndez et al. (2019) indica que a armadura é submetida a solicitações com valores que superam a sua tensão última (ruptura do tipo “F”). Em contrapartida, o modelo de Boulifa et al. (2023) aponta para uma falha do tipo “S”. Face a estes aspetos, a variação significativa do modelo de regressão fica evidenciada pela dificuldade na estimativa correta do modo de rotura que efetivamente ocorreu no bloco.

6.5.2. Avaliação com base de dados de modelos numéricos

O modelo numérico calibrado “BPC-30-30” (Figura 3-4.b, p. 61) foi adotado como base para a parametrização geométrica. A partir dele, dezessete modelos numéricos foram parametrizados e os seus resultados comparados com as estimativas de força de rutura provenientes de três modelos analíticos: F_{SOU} (Souza et al., 2009 –tópico 2.3.7), F_{MEL} (Melendez et al., 2019 – Subtópico 2.3.12) e F_{BOU} (Boulifa et al., 2023 –tópico 2.3.17).

A Figura 6-11 ilustra as curvas tensão vs. deformação para o concreto, assim como as curvas de evolução de dano associadas ao CDP. Para o aço adotou-se um diagrama simplificado bi-linear com base nas informações fornecidas para o aço, conforme realizado em estudos da literatura (Genikomsou; Polak, 2015; Najafgholipour; Sarhadi, 2022).

Figura 6-11 - Curvas de tensão e deformação do concreto para (a) compressão, (b) tração e (c) da armadura, associadas aos modelos parametrizados



Fonte: O autor (2026).

A Tabela 6-19 possui as estimativas da capacidade resistente dos modelos numéricos, obtidos a partir do ponto de maior valor na curva de força vs. deslocamento.

Tabela 6-19 - Estimativas de capacidade resistente com o uso de modelos analíticos da literatura

MEF	%AP	R_{PE}	d_e (m)	f_c (MPa)	$A_{s,tie}$ (cm ²)	$A_{s,tie/de}$	$\Delta A_{s,tie}$ (%)	F _{MEL}	F _{SOU}	F _{BOU}
M _{ref}	36.00%	88.42%	0.15	30	2.85	19.00		927 (y+s)	946 (f)	783
AM01	25.00%	88.42%	0.15	30	5.00	33.33	-	967 (s)	1255 (s)	1015
AM02	25.00%	88.42%	0.15	30	2.85	19.00	43.00	885 (y+s)	946 (f)	667
AM03	25.00%	88.42%	0.15	20	5.00	33.33	-	814 (s)	958 (s)	978
AM04	25.00%	71.62%	0.15	30	5.00	33.33	-	1055 (s)	1130 (s)	1093
AM05	25.00%	71.62%	0.15	30	2.85	19.00	43.00	910 (y+s)	1052 (f)	706
AM06	44.44%	127.32%	0.15	30	5.00	33.33	-	1235 (s)	1506 (s)	1543
AM07	44.44%	127.32%	0.15	30	2.85	19.00	43.00	1060 (y+s)	1052 (f)	962
AM08	32.65%	127.32%	0.15	30	8.00	53.33	-	1390 (s)	1506 (s)	1652
AM09	32.65%	127.32%	0.15	30	5.00	33.33	37.50	1272 (y+s)	1506 (s)	1112
AM10	44.44%	173.30%	0.15	30	8.00	53.33	-	1556 (s)	1757 (s)	2063
AM11	44.44%	173.30%	0.15	30	5.00	33.33	37.50	1360 (y+s)	1581 (f)	1369
AM12	20.25%	52.62%	0.35	30	20.00	57.14	-	4349 (s)	4970 (s)	4200
AM13	20.25%	52.62%	0.35	30	12.50	35.71	37.50	3689 (y+s)	4566 (f)	2985
AM14	42.25%	109.78%	0.35	30	20.00	57.14	-	5270 (s)	7179 (s)	6052
AM15	42.25%	109.78%	0.35	30	12.50	35.71	37.50	4661 (y+s)	4566 (f)	4142
AM16	42.25%	109.78%	0.35	20	20.00	57.14	-	4246 (s)	5479 (s)	5875
AM17	42.25%	109.78%	0.35	20	12.50	35.71	37.50	3665 (y+s)	4566 (f)	3966

F_{MEL}: Valores indicados no tópico 3.3.3.2.

Fonte: Adaptado de Spozito et al. (2025a).

A Tabela 6-20 mostra a razão entre os resultados obtidos dos modelos numéricos pelos modelos analíticos, assim como os valores de média, desvio padrão e coeficiente de variação. Os valores das tensões máximas e mínimas na armadura do tirante [σ_{As}],

também indicados na Tabela 6-20, foram obtidos para todos os modelos numéricos. Optou-se por destacar em vermelho os maiores valores de dispersão.

Tabela 6-20 - Estimativas das forças de ruptura para os modelos numéricos

	F_{CDP} (kN)	% ↓	$\sigma_{As}(MPa)$ max. min	$\frac{F_{CDP}}{F_{MR,01}}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MR,02}}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MR,03}}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MS,01}}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MS,02}}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MS,03}}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MY,01}}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MY,02}}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MY,03}}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MEL}}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Souza}}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{BOU}}$
BPC-3030	1024		500 388	0.82	1.00	1.11	0.87	1.13	1.26	0.95	1.04	1.07	1.10(-)	1.18	1.31
AM01	1079		447 401	0.88	0.99	1.25	0.81	0.91	1.14	0.91	0.89	1.07	1.12(+)	0.86	1.06
AM02	898	17	495 379	0.78	1.06	1.04	0.88	1.03	0.95	0.83	0.91	0.94	1.01(-)	1.03	1.35
AM03	905	16	392 342	1.04	0.83	1.30	0.82	0.72	0.96	1.10	0.98	1.09	1.11(+)	0.94	0.93
AM04	1139		420 361	1.13	1.05	1.35	1.03	1.00	1.08	1.19	1.06	1.27	1.08(+)	1.01	1.04
AM05	969	15	460 394	1.05	1.13	1.15	1.21	1.17	0.92	1.14	1.13	1.14	1.06(-)	1.00	1.37
AM06	1405		378 299	1.20	0.99	1.51	1.05	0.99	1.50	1.47	1.31	1.56	1.14(+)	0.93	0.91
AM07	1209	14	451 368	1.11	1.14	1.30	1.17	1.47	1.29	1.42	1.41	1.42	1.12(-)	1.25	1.26
AM08	1248		302 238	0.81	0.71	1.34	0.63	0.62	1.60	0.87	0.77	1.32	0.90(+)	0.83	0.76
AM09	1151	8	429 352	0.81	0.87	1.24	0.74	0.83	1.48	0.89	0.89	1.07	0.90(-)	0.79	1.04
AM10	1634		330 288	0.99	0.75	1.63	0.76	0.65	3.94	1.13	1.01	1.72	1.05(+)	0.93	0.79
AM11	1431	12	421 316	0.94	0.89	1.43	0.84	0.88	3.45	1.11	1.11	1.33	1.05(-)	0.99	1.05
AM12	4260		410 319	0.82	0.81	1.01	0.84	0.77	1.21	0.86	0.94	0.82	0.98(+)	0.86	1.01
AM13	3610	15	441 311	0.74	0.70	0.85	0.78	0.68	1.02	0.75	0.81	0.68	0.98(-)	0.86	1.21
AM14	5920		393 263	1.05	0.71	1.26	1.04	0.59	-2.88	1.19	1.31	1.15	1.12(+)	0.88	0.98
AM15	4954	16	438 375	0.93	0.64	1.05	0.94	0.57	-2.41	1.03	1.10	0.93	1.06(-)	1.18	1.20
AM16	4564		364 267	0.87	0.50	1.01	0.83	0.40	-2.22	0.99	1.13	0.91	1.07(+)	0.83	0.78
AM17	4010	12	439 309	0.81	0.47	0.88	0.80	0.40	-1.95	0.90	0.96	0.78	1.09(-)	0.96	1.01
MAPE (%):				15.29	29.93	17.98	20.19	43.38	51.24	14.69	12.78	19.58	7.65	13.36	14.80
“S”	MÉDIA:			0.97	0.81	1.30	0.87	0.74	0.67	1.08	1.05	1.23	1.06	0.89	0.92
	DESVIO PADRÃO:			0.14	0.18	0.21	0.14	0.20	2.06	0.20	0.18	0.29	0.08	0.06	0.12
	CV (%):			14.49	21.55	15.83	16.43	26.92	307	18.40	17.22	23.70	7.42	6.75	12.89
“Y+S”	MÉDIA:			0.89	0.88	1.12	0.91	0.91	0.67	1.00	1.04	1.04	1.05	1.03	1.20
	DESVIO PADRÃO:			0.13	0.25	0.20	0.18	0.34	1.90	0.21	0.19	0.26	0.07	0.15	0.14
	CV (%):			15.17	28.00	17.93	19.71	37.91	285	21.45	18.32	24.81	6.95	14.79	11.78
“S” + “Y+S”	MÉDIA:			0.93	0.85	1.21	0.88	0.82	0.68	1.04	1.04	1.13	1.05	0.97	1.06
	DESVIO PADRÃO:			0.14	0.20	0.21	0.15	0.28	1.88	0.20	0.17	0.27	0.07	0.13	0.19
	CV (%):			14.86	24.00	17.52	17.35	33.94	273	19.03	16.73	24.40	6.95	13.78	18.03

(+): Ruptura tipo “S”;
(-): Ruptura tipo “Y+S”.

Fonte: O autor (2026).

As formulações analíticas $F_{MS,02}$, $F_{MS,03}$ e $F_{MY,03}$ tiveram resultados de grande dispersão (cujos valores encontram-se destacados na Tabela 6-20). Esse desempenho evidenciou que tais modelos não foram capazes de estimar adequadamente a capacidade resistente de blocos com maiores dimensões, neste caso, os modelos com altura útil (d) igual a 55 cm. Este fato justifica a exclusão dessas equações das análises subsequentes da pesquisa.

Em contrapartida, as estimativas obtidas pelos modelos de regressão e pelas demais formulações analíticas da literatura, sumarizadas na Tabela 6-17 (p. 139), que se refere a análise dos registros da base de dados, demonstraram valores de média e coeficiente de variação (CV) com boa aproximação aos da Tabela 6-20, principalmente

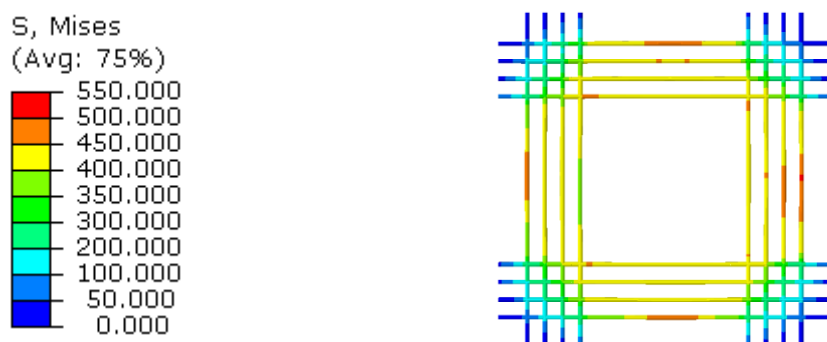
quando analisada pelo modo de ruptura “S”, com exceção daquelas equações que sofreram forte influência do aumento da altura útil.

Com base na Tabela 6-19 (p. 141), os modelos que possuem reduções de 37,5% e 43,0% na taxa de armadura sobre do tirante sobre a linha da estaca ($A_{s,tie/de}$), tiveram um impacto negativo da capacidade resistente, sendo correlacionado com a ocorrência do escoamento da armadura, resultado que é confirmado pelo modelo de Melendez et al. (2019), ocorrendo em um decréscimo de aproximadamente 15%, conforme resultados da Tabela 6-20 (p. 142).

Em relação aos modelos de regressão, os resultados do MAPE indicaram que o modelo $F_{MY,02}$ obteve valores de média mais próximas de 1,0 e menor dispersão, no entanto, é válido ressaltar que esse modelo não considera a variável que se relaciona com a dimensão do pilar.

A Figura 6-12 ilustra as tensões obtidas em um modelo numérico, sendo que este comportamento da solicitação das armaduras foi similar em todos os modelos processados.

Figura 6-12 - Tensão da armadura dos tirantes para o instante de maior força na curva força vs. deslocamento do modelo numérico calibrado



Fonte: O autor (2026).

Constatou-se que a maior e a menor tensão ocorreram na barra mais externa e na barra mais próxima ao centro geométrico do bloco, respectivamente. Ao longo do eixo das barras, as maiores solicitações localizaram-se na sua região central (meio do vão entre estacas), comportamento análogo ao observado em blocos sobre duas estacas por Gonçalves, Delalibera e Oliveira Filho (2022). A principal distinção, contudo, reside no fato de que, na tipologia de quatro estacas, as armaduras periféricas são mais solicitadas do que as centrais. Acredita-se que a explicação para as barras externas serem mais

solicitadas é em função da expansão das tensões que ocorrem no bloco, no entanto, esse comportamento deve ser mais bem investigado em programas experimentais.

6.5.3. Avaliação com resultados de programas experimentais ausentes na base de dados

6.5.3.1. Programa experimental de Santos (2023)

Para o programa experimental de Santos (2023), seis corpos de prova foram selecionados para avaliar as equações dos modelos de regressão, os quais tiveram modo de ruptura caracterizados por “S” ou “Y+S”. A Tabela 6-21 indica algumas dimensões dos blocos, que resultaram no valor de R_{PE} igual a 21,31%, inferior aos resultados da base de dados utilizada para a calibração das equações dos modelos de regressão.

Tabela 6-21 - Principais características dos modelos de Santos (2023) para avaliação de estimativas das equações obtidas por modelos de regressão

Modelo	%AP	R_{PE}	d	e/d	$\theta_{bl\acute{e}vot}$	f_c (MPa)	$A_{s,tie}$ (cm ²)
N1B45A1C	5.06%	21.31%	0.51	1,57	45,45	38,78	3,14
N1B45A2C	5.06%	21.31%	0.51	1,57	45,45	31,94	4,91
N2B45A1C	9.00%	21.31%	0.36	1,67	44,95	32,63	3,14
N2B45A2C	9.00%	21.31%	0.36	1,67	44,95	30,73	4,91
N1B45A1Cbis	5.06%	21.31%	0.51	1,57	45,45	38,78	4,91
N2B45A2Cbis	9.00%	21.31%	0.36	1,67	44,95	30,73	4,91

Fonte: O autor (2026).

A Tabela 6-22 contém os índices das estimativas da capacidade resistente, similar a análise com modelos numéricos extrapolados. O modelo N1B45A1C não foi utilizado para o cálculo da média, desvio padrão e coeficiente de variação para os modelos de regressão por se tratar da ocorrência de ruptura “F”. Destaca-se em vermelho os resultados com dispersão significativa das estimativas.

Os resultados do $F_{MR,03}$ não foram satisfatórios para “%AP” igual a 5,06%, com comportamento similar ao $F_{MS,01}$ e $F_{MS,03}$. Por outro lado, o $F_{MR,02}$ resultou em melhores estimativas frente aos dados experimentais do programa, embora tenha subestimado a capacidade resistente para blocos com “%AP” igual a 9%. Ainda nesse contexto, verificou-se que o ângulo de inclinação da biela, em todos os casos, foi próximo a 45°.

Apesar da dispersão identificada para as equações dos modelos de regressão, os modelos analíticos exibiram uma tendência de estimativa análoga. Esse resultado é evidenciado pelos corpos de prova N1B45A2C e N1B45A1Cbis, que registraram as

menores capacidades resistentes nas formulações analíticas, com exceção do modelo de Santos (2023).

Tabela 6-22 - Razão da capacidade resistente estimadas e força de ruptura para o programa experimental de Santos (2023)

	F_{EXP} (kN)	$\frac{F_{EXP}}{F_{MR.01}}$	$\frac{F_{EXP}}{F_{MR.02}}$	$\frac{F_{EXP}}{F_{MR.03}}$	$\frac{F_{EXP}}{F_{MS.01}}$	$\frac{F_{EXP}}{F_{MS.02}}$	$\frac{F_{EXP}}{F_{MS.03}}$	$\frac{F_{EXP}}{F_{MY.01}}$	$\frac{F_{EXP}}{F_{MY.02}}$	$\frac{F_{EXP}}{F_{MY.03}}$	$\frac{F_{EXP}}{F_{MEL}}$	$\frac{F_{EXP}}{F_{Sou}}$	$\frac{F_{EXP}}{F_{BOU}}$	$\frac{F_{EXP}}{F_{Santos}}$
N1B45A1C	1102.7	0.32	0.58	0.42	0.39	0.57	0.41	0.28	0.34	0.32	0.96 (=)	0.61(f)	0.84	1.11
N1B45A2C	1406.7	0.43	0.73	0.56	0.50	0.90	0.52	0.38	0.44	0.42	0.90 (-)	0.73(s)	0.93	1.00
N2B45A1C	1046.7	0.57	0.98	0.84	0.73	0.85	0.98	0.52	0.65	0.65	1.02 (=)*	0.79(s)	1.11	0.98
N2B45A2C	1283.0	0.65	1.21	1.01	0.77	1.09	1.20	0.60	0.74	0.75	0.84 (-)*	0.93(s)	1.01	0.94
N1B45A1Cbis	1424.8	0.44	0.73	0.57	0.51	0.92	0.53	0.39	0.44	0.43	0.91 (-)	0.76(s)	0.94	1.00
N2B45A2Cbis	1500.8	0.68	1.42	1.09	0.84	1.18	1.40	0.63	0.81	0.80	0.92 (-)*	0.97(s)	1.12	0.97
Média:		0.56	1.01	0.81	0.67	0.99	0.92	0.50	0.61	0.61	0.91	0.83	1.02	0.97
DP		0.12	0.30	0.24	0.16	0.14	0.40	0.12	0.17	0.18	0.06	0.11	0.09	0.03
CV (%):		20.92	29.82	30.05	23.24	14.01	42.66	22.99	27.66	29.07	7.08	12.82	8.84	2.55

*: Ruptura ocorre próximo ao valor da capacidade de resistência do aço, conforme modelo de Meléndez et al. (2019);
(=): ruptura por insuficiência da armadura; (-) ruptura da biela após o escoamento da armadura.

Fonte: Traduzido de Spozito et al. (2025a).

Os modelos de Boulifa et al. (2023) e Meléndez et al. (2019) resultaram em pequeno coeficiente de variação, porém com resultados que superestimaram a capacidade resistente par ao segundo modelo. De acordo com as premissas deste último modelo, as rupturas dos blocos deste programa experimental ocorreram em situação da solicitação da armadura atingir o valor limite de resistência do aço (f_u). Tal comportamento justifica os valores superestimados dos modelos de regressão, visto que o escoamento da armadura limita a capacidade resistente — efeito que pode não ser capturado por modelos estatísticos com a calibração efetuada com resultados de fendilhamento.

6.5.3.2. Programa experimental de Sørensen, Hoang e Fernández Ruiz (2025)

Os modelos analisados para este programa experimental possuem relações de geometria similares entre os corpos de prova, característica imposta pelos autores por conta da análise do efeito de escala, com a altura útil variando de 20 até 50 centímetros (Tabela 6-23).

Tabela 6-23 - Modelos de Sørensen, Hoang e Fernández Ruiz (2025)

Modelo	%AP	R_{PE}	d (m)	e/d	$\theta_{blévot}$	f_c (MPa)	$A_{s,tie}$ (cm ²)
PC200	21.78%	86.35%	0.2	1.50	50.88	36.17	1.50
PC250	21.66%	85.14%	0.25	1.50	50.79	44.30	2.35
PC300	21.78%	85.68%	0.3	1.50	50.88	37.30	3.39
PC400	21.78%	86.35%	0.4	1.50	50.88	49.80	6.02
PC500	21.78%	85.95%	0.5	1.50	50.88	49.80	9.41

Fonte: O autor (2026).

As razões de estimativas sobre a força de ruptura são indicadas na Tabela 6-24.

Tabela 6-24 - Razão da capacidade resistente estimadas e força de ruptura para o programa experimental de Sørensen; Hoang; Fernández Ruiz (2025)

	F_{EXP} (kN)	$\frac{F_{EXP}}{F_{MR.01}}$	$\frac{F_{EXP}}{F_{MR.02}}$	$\frac{F_{EXP}}{F_{MR.03}}$	$\frac{F_{EXP}}{F_{MS.01}}$	$\frac{F_{EXP}}{F_{MS.02}}$	$\frac{F_{EXP}}{F_{MS.03}}$	$\frac{F_{EXP}}{F_{MY.01}}$	$\frac{F_{EXP}}{F_{MY.02}}$	$\frac{F_{EXP}}{F_{MY.03}}$	$\frac{F_{EXP}}{F_{MEL}}$	$\frac{F_{EXP}}{F_{Souza}}$	$\frac{F_{EXP}}{F_{BOULIFA}}$
PC200	614.00	3.09	0.53	0.64	41.78	0.66	0.46	4.00	1.25	0.80	1.43	0.96	1.10
PC250	1107.50	1.04	0.80	1.01	1.36	0.99	0.93	1.06	1.12	0.95	1.52	0.97	1.28
PC300	1359.33	0.98	1.07	1.24	1.07	1.14	1.19	0.98	1.10	1.12	1.57	0.93	1.15
PC400	2539.00	0.84	1.34	1.39	0.91	1.47	1.87	0.84	1.00	1.08	1.30	0.81	1.11
PC500	3754.00	0.89	1.38	1.37	0.93	1.39	1.91	0.89	1.01	1.10	1.23	0.76	1.05
MÉDIA:		1.37	1.02	1.13	9.21	1.13	1.27	1.55	1.10	1.01	1.41	0.89	1.14
DP		0.97	0.36	0.31	18.21	0.32	0.62	1.37	0.10	0.13	0.14	0.10	0.09
CV (%):		70.71	35.56	27.73	197.7	28.74	48.89	88.29	9.06	13.19	10.20	10.89	7.62

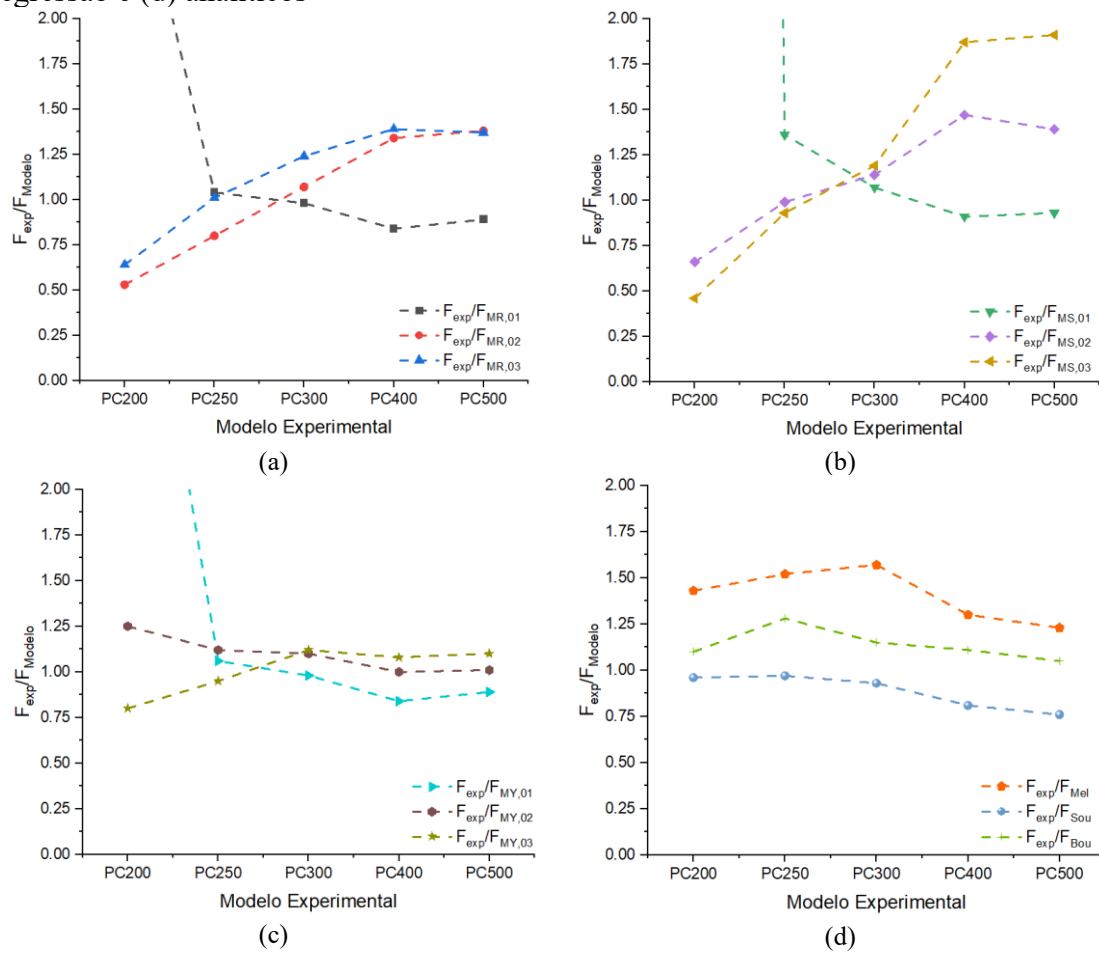
Fonte: O autor (2026).

A Figura 6-13 ilustra o comportamento dos valores para os resultados da Tabela 6-24. Cabe destacar que alguns resultados ficaram fora do campo de exibição do gráfico, conforme os resultados da Tabela 6-24.

O modelo analítico de Meléndez et al. (2019) teve menores valores estimados da capacidade resistente em todos os registros, embora tenha mantido um coeficiente de variação (CV) condizente com os demais métodos avaliados, com tendência de aproximação ao valor unitário com o aumento da altura útil. Comparativamente às formulações de Souza et al. (2009) e Boulifa et al. (2023), os resultados do primeiro autor mostraram-se menos conservadores. No caso das equações $F_{MR,02}$ e $F_{MR,03}$, as estimativas de capacidade resistente foram equivalentes entre si (Figura 6-13.a).

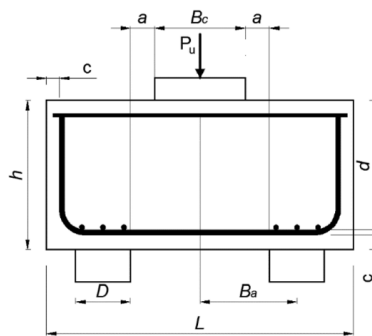
À exceção do modelo de Souza et al. (2009), verificou-se uma que todos as estimativas foram subestimadas nas previsões da capacidade resistente. É fundamental ressaltar que estes resultados podem estar associados ao efeito de confinamento do concreto, potencializado pela extensão dos ganchos de ancoragem até a face superior do bloco, sendo que, essa configuração de armadura promove um incremento significativo na capacidade resistente, conforme discutido no tópico 2.2.3. O conservadorismo verificado nos modelos de Meléndez et al. (2019), $F_{MR,02}$ e $F_{MR,03}$ sugere que tais formulações podem não capturar integralmente o benefício desse confinamento observado no programa experimental, conforme Figura 6-14.

Figura 6-13 Estimativas da capacidade resistente para equações de (a)(b)(c) modelo de regressão e (d) analíticos



Fonte: O autor (2026).

Figura 6-14 - Disposição de armaduras do programa experimental de Sørensen, Hoang e Fernández Ruiz (2025)



Fonte: Sørensen, Hoang e Fernández Ruiz (2025)

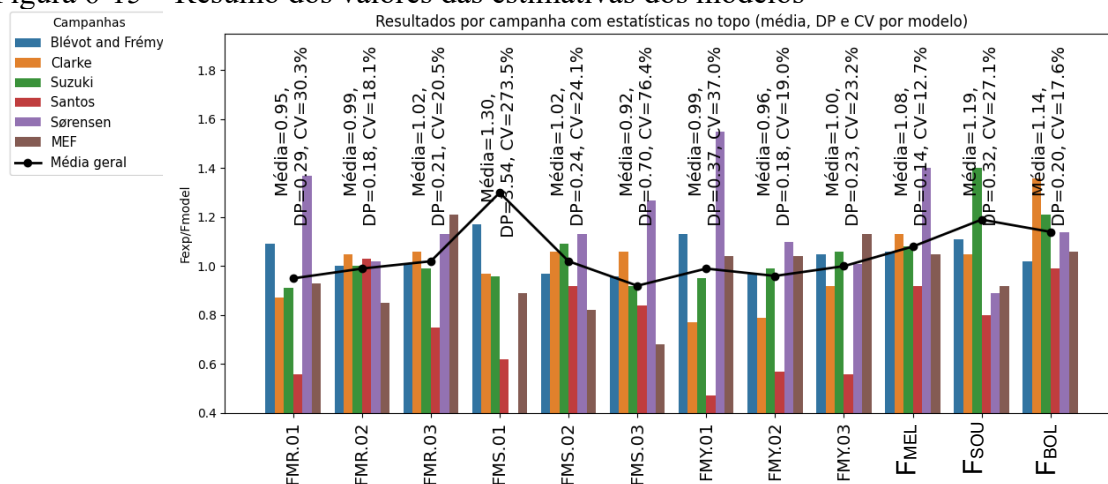
As equações $F_{MY,02}$ e $F_{MY,03}$ forneceram estimativas com médias próximas à unidade (1,00) e os menores CV's entre os modelos avaliados. Cabe ressaltar que, como a geometria da seção transversal do pilar permaneceu constante, as divergências residuais

observadas podem estar associadas a dois fatores preponderantes: o efeito de escala intrínseco aos elementos de concreto e o incremento de resistência proveniente do confinamento. Este último, conforme fundamentado anteriormente, é potencializado pelo detalhamento das armaduras.

6.5.4. Valores estatísticos das estimativas sobre a força de ruptura para os programas experimentais

A Figura 6-15 ilustra os resultados médios de cada programa experimental. A linha unida por pontos indica o valor médio de todas as estimativas, acompanhada dos respectivos valores de desvio padrão e coeficiente de variação.

Figura 6-15 – Resumo dos valores das estimativas dos modelos



Obs: Valor do modelo $F_{MS,03}$ para Sørensen não plotado devido extrapolar no gráfico (valor elvado).

Fonte: O autor (2026).

Os resultados demonstraram que a previsão da força de ruptura por meio de equações derivadas de modelos de regressão ofereceu resultados promissores, com destaque para as equações $F_{MR,02}$ e $F_{MR,03}$. Ressalta-se que apesar dos resultados obtidos pelo modelo $F_{MR,02}$ serem satisfatórios para o programa de Santos (2023), o modelo não teve boa correlação com modelos de maiores dimensões nos modelos numéricos.

Em relação aos resultados do modelo $F_{MR,03}$ não terem sido satisfatórios para o programa de Santos (2023), possivelmente por causa da ruptura dos modelos experimentais ocorrerem com escoamento significativo das armaduras, condição que gerou resultados similares para os modelos de Souza et al. (2009) e Melendez et al. (2019).

6.6. Influência do escoamento da armadura nas estimativas de forças de ruptura da biela

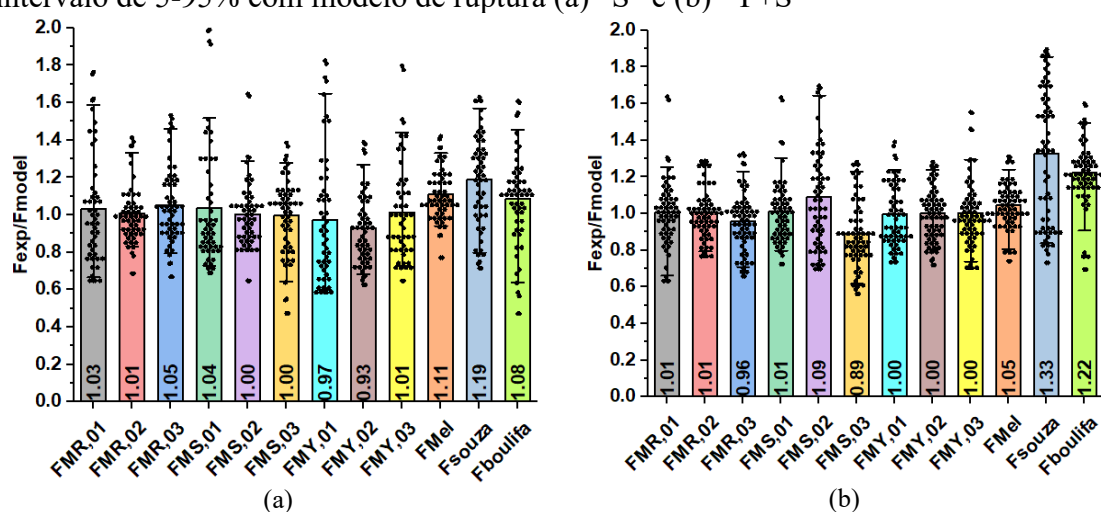
A Tabela 6-25 contém valores das médias, desvio padrão e CV para os modos de ruptura “S” ou “Y+S” das estimativas obtidas pelas equações de regressão e pelos modelos analíticos, ilustrados na Figura 6-16. Essas estimativas consideraram todos os registros do banco de dados. Nos gráficos, cada modelo é representado por uma barra cuja altura indica o valor médio das razões entre a força experimental e a força teórica estimada (F_{exp}/F_{model}). Também estão indicadas as barras do intervalo de confiança de 95% e a nuvem de pontos sobreposta.

Tabela 6-25 - Valores médios, desvio padrão e CV de estimativas para modos de ruptura "S" e "Y+S"

	F _{MR,01}	F _{MR,02}	F _{MR,03}	F _{MS,01}	F _{MS,02}	F _{MS,03}	F _{MY,01}	F _{MY,02}	F _{MY,03}	F _{Mel}	F _{Sou}	F _{Bou}
Ruptura “S”												
Média	1.03	1.01	1.05	1.04	1.00	1.00	0.97		1.01	1.11	1.19	1.08
DP	0.26	0.13	0.20	0.27	0.17	0.18	0.34	0.16	0.25	0.13	0.22	0.23
CV	26.62%	13.17%	18.92%	27.27%	17.01%	18.11%	36.04%	18.25%	25.36%	11.45%	18.37%	21.63%
Ruptura “Y+S”												
Média	1.01	1.01	0.96	1.01	1.09	0.89	1.00	1.00	1.00	1.05	1.33	1.22
DP	0.18	0.13	0.15	0.13	0.25	0.18	0.16	0.14	0.16	0.12	0.33	0.17
CV	17.62%	12.65%	15.09%	12.65%	22.46%	20.26%	16.02%	13.52%	16.17%	11.07%	23.77%	13.54%

Fonte: O autor (2026).

Figura 6-16 - Dispersão dos resultados para as estimativas dos modelos com indicação de intervalo de 5-95% com modelo de ruptura (a) “S” e (b) “Y+S”



Fonte: Spozito et al (2024).

A comparação dos resultados indicou a influência das estimativas em função do modo de ruptura “S” (Figura 6-16.a) e “Y+S” (Figura 6-16.b). Notou-se que modelos de Souza et al. (2009) e Boulifa et al. (2023) subestimaram em maior nível a capacidade resistente no cenário “Y+S”, com a razão média F_{exp}/F_{model} saltando de 1,19 para 1,33 e de 1,08 para 1,22, respectivamente.

O modelo de Melendez et al. (2019) resultou em médias próximas para ambos os modos de ruptura. Tal precisão demonstra que a adoção de um critério de compatibilidade de deformações da armadura para o fendilhamento da biela reproduz estimativas com boa aproximação.

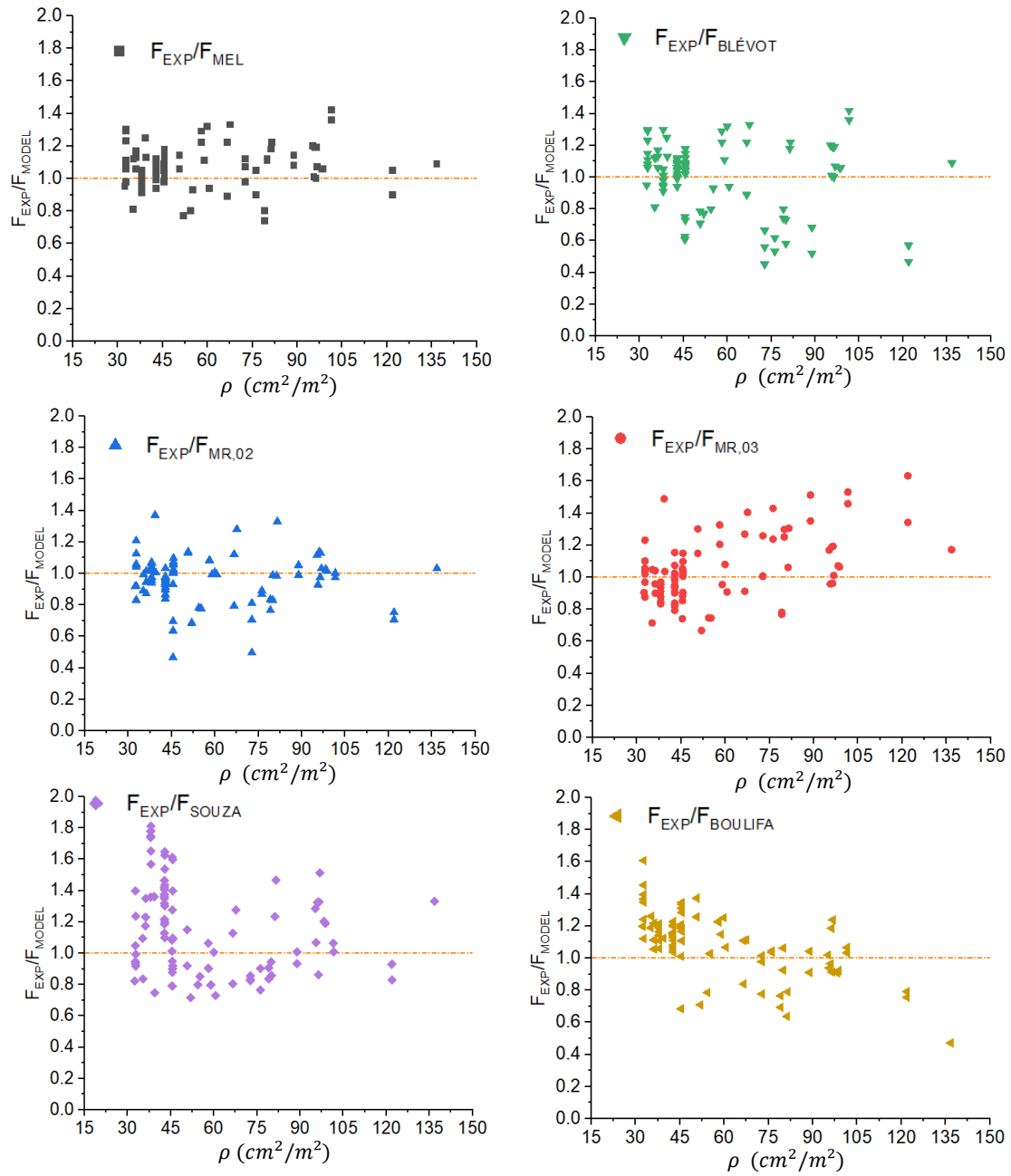
As equações dos modelos de regressão propostos demonstraram boa estabilidade preditiva, mantendo razões médias muito próximas em ambos os modos de falha, no entanto, os valores avaliados foram baseados nas estimativas sobre a base de dados utilizada para a elaboração destas equações, resultado esperado por conta dos valores de R^2 obtidos, maiores que 90% em todos os casos.

6.7. Avaliação das estimativas respeitando critérios de projeto

No dimensionamento estrutural de blocos de concreto sobre estacas, preconiza-se a adoção de um ângulo de inclinação das bielas situado entre 45° e 55° , em conformidade com as recomendações clássicas de Blévoit e Frémy (1967). Com base nessa premissa, foram selecionados 76 registros da base de dados que atenderam ao critério de inclinação mínima de 45° , com o intuito de avaliar a precisão das estimativas de capacidade resistente. Essa análise foi efetuada nas seguintes variáveis: taxa de armadura ($A_{s,ef}$) – Equação (3-8), área de aço sobre as estacas ($A_{s,tie/de}$) – Equação (3-9), altura útil (d) e a relação geométrica entre a área do pilar e a soma das áreas das estacas (R_{PE}) – Equação (3-11). As avaliações das equações foram realizadas somente para os modelos $F_{MR,02}$ e $F_{MR,03}$, pois essas equações resultaram em estimativas com menores variações nas avaliações realizadas, além dos modelos analíticos.

A Figura 6-17 ilustra a dispersão das estimativas obtidas em função de “ ρ ”.

Figura 6-17 - Dispersão das estimativas para os modelos analíticos em função de “ ρ ”

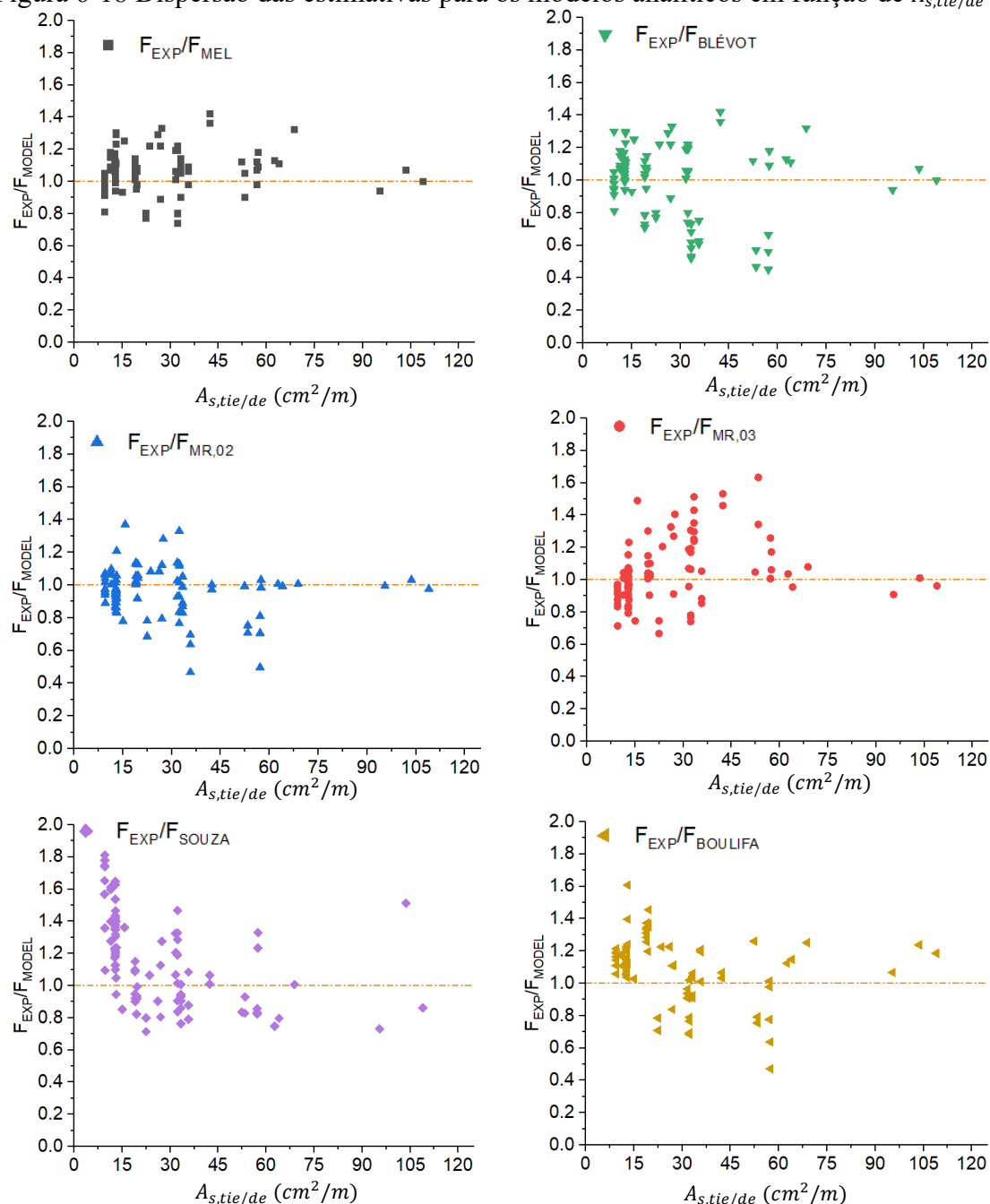


Fonte: O autor (2026).

Boulifa et al. (2023) possui uma tendência de valores decrescentes para as razões de estimativas, ou seja, para modelos com taxa de armadura maiores, os resultados tiveram estimativas da capacidade resistente maiores em função do aumento de $A_{s,ef}$, comportamento inverso para a equação $F_{MR,03}$.

A dispersão das estimativas para os modelos analíticos avaliados neste trabalho em relação $A_{s,tie/de}$ estão na Figura 6-18.

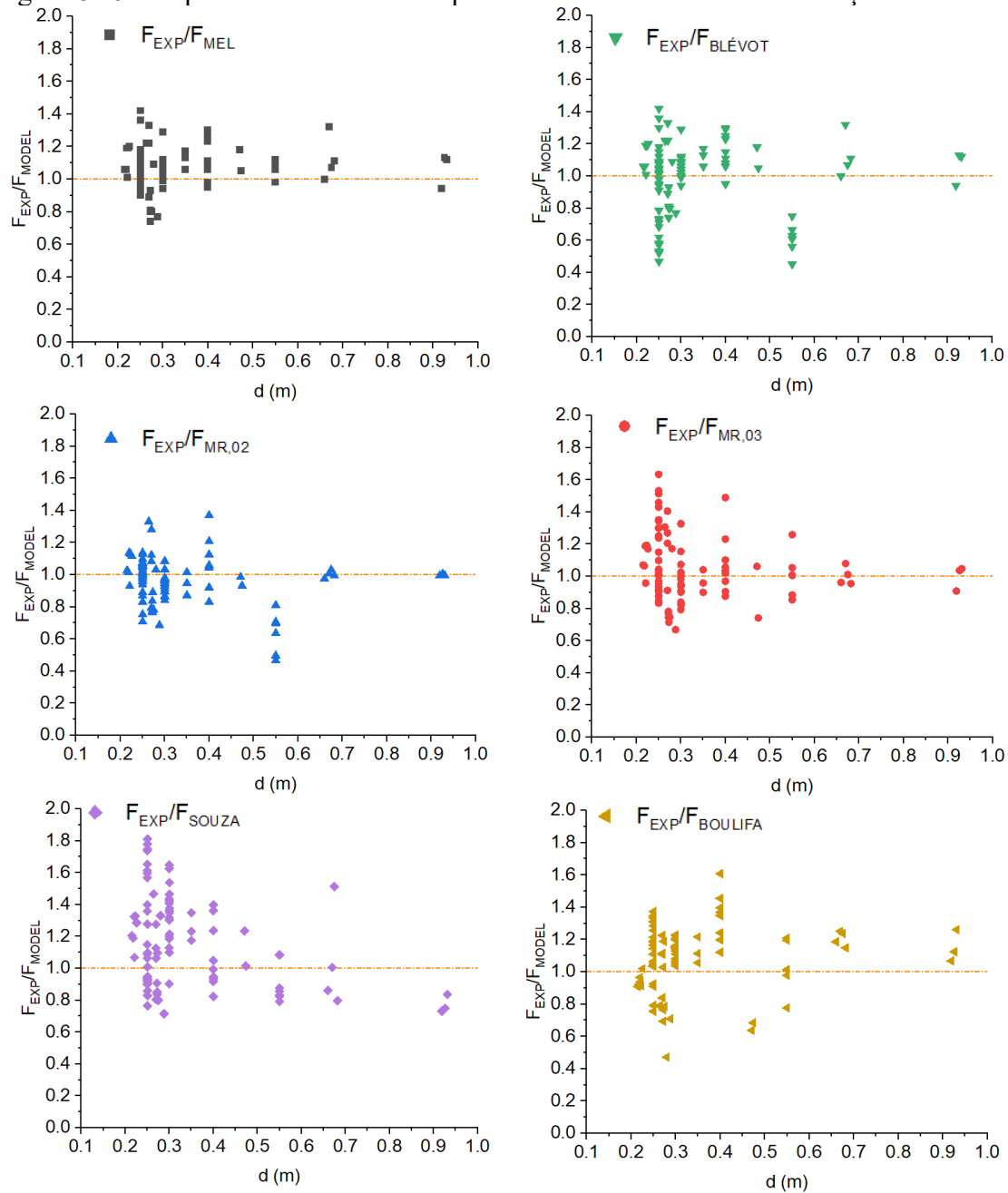
Figura 6-18 Dispersão das estimativas para os modelos analíticos em função de $A_{s,tie/de}$



Fonte: O autor (2026).

Não foi possível correlacionar as estimativas da capacidade resistente com os modelos em função da variação de $A_{s,tie/de}$. A dispersão das estimativas para os modelos analíticos avaliados neste trabalho em relação à altura útil (d) é ilustrada na Figura 6-19.

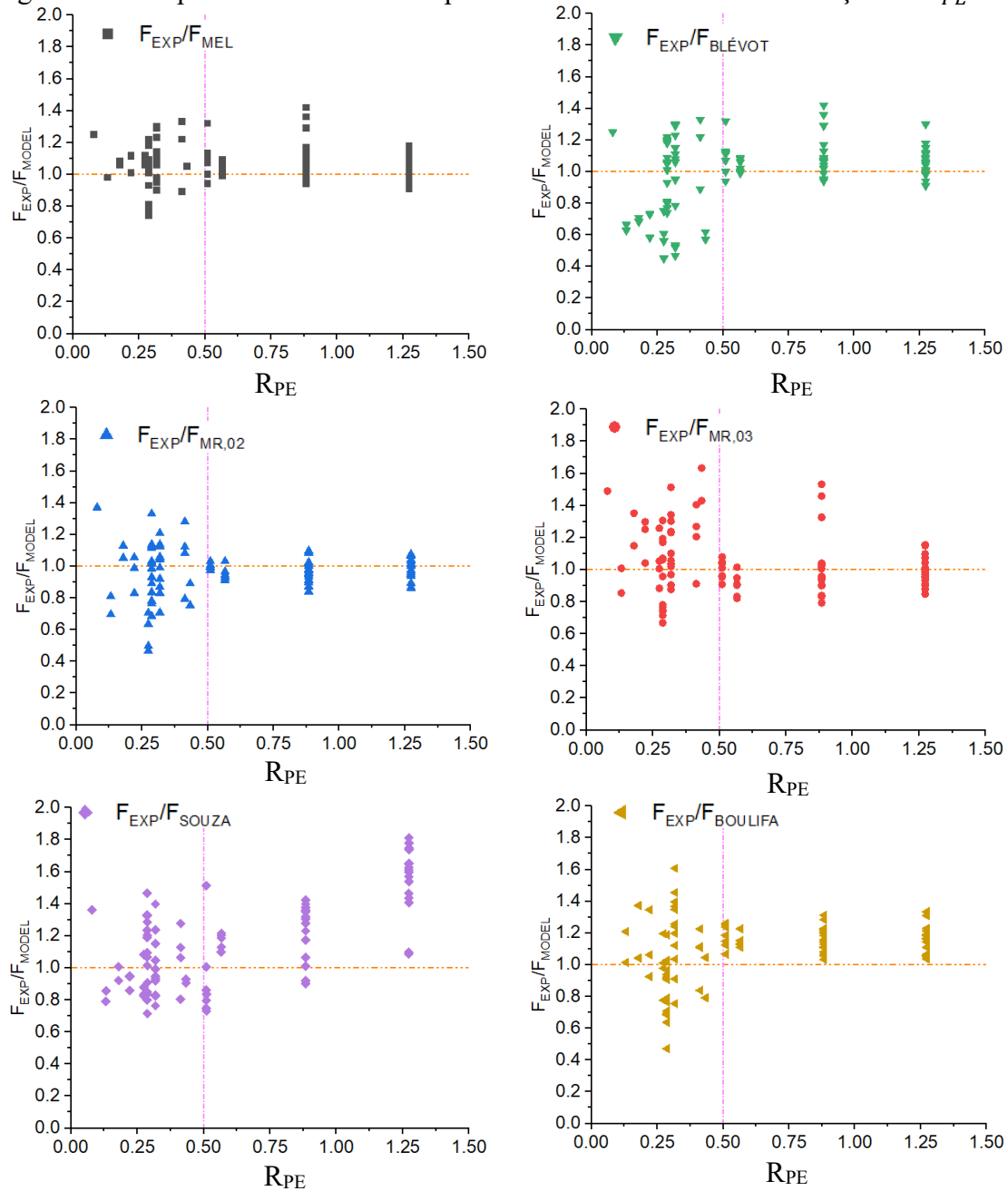
Figura 6-19. Dispersão das estimativas para os modelos analíticos em função de “d”



Fonte: O autor (2026).

Os modelos de Souza et al. (2009) e a equação $F_{MR,03}$ resultaram em uma tendência de razões da capacidade resistente menores que o valor experimental em blocos de menor altura útil. A dispersão das estimativas para os modelos analíticos em relação ao R_{PE} é ilustrada na Figura 6-20.

Figura 6-20 Dispersão das estimativas para os modelos analíticos em função de R_{PE} .



Fonte: O autor (2026).

Observou-se um comportamento característico em todas as estimativas quanto à razão entre as áreas de pilar e estacas, especificamente no limite de 0,50 (50%), ocorrendo maior variação para resultados superestimados (menor valores), o que pode estar relacionado a complexidade no comportamento mecânico em função da distribuição do fluxo de tensões de compressão na interface pilar vs. bloco, com investigações contidas no Capítulo 8.

6.8. Considerações finais

Com base na avaliação deste capítulo destacam-se as seguintes considerações:

- i. As investigações conduzidas neste capítulo comprovaram a metodologia proposta para o desenvolvimento dos modelos de regressão, resultando em equações com coeficientes de determinação R^2 superiores a 90%. A proximidade observada entre os valores de R^2 , R^2_{adjus} e R^2_{pred} indicou que o número de variáveis adotadas não comprometeu a capacidade de generalização das formulações, mostrando-se adequado para o problema físico analisado, dado os ajustes necessários. As equações $F_{MS,02}$ e $F_{MY,03}$ resultaram em uma diferença do R^2 para o R^2_{pred} superior a 5%, sugerindo maior dispersão em combinações de variáveis fora do domínio de calibração;
- ii. Os modelos lineares ($F_{MR,01}$, $F_{MS,01}$ e $F_{MY,01}$) resultaram nas maiores dispersões de estimativa quando confrontados com ensaios externos ao banco de dados original, definida no Capítulo 5, inviabilizando o seu emprego prático. Adicionalmente, as formulações com termos de interação $F_{MS,02}$ e quadrática $F_{MS,03}$ tiveram quedas acentuadas de precisão perante modelos de maior altura útil (d), o que caracterizou uma limitação frente a esta variável e motivou o descarte de ambos os modelos;
- iii. Em relação ao “R_{PE}”, observou-se que, tanto para as estimativas com as equações de regressão quanto para os modelos analíticos, a dispersão foi mais significativa quando esse valor foi inferior a 50%, indicando que esse intervalo pode ser considerado um domínio de maior variação das estimativas. Adicionalmente, apesar da calibração das equações ter ocorrido com grande parte dos ensaios contendo valores inferiores a 50%, a instabilidade das formulações pode ser atribuída também às variações do fluxo de tensões oriundas das condições de contorno dos ensaios, não ocorrendo situações com mesmo comportamento de fluxo de tensões entre os ensaios que compõem a base de dados, conforme já discutido em tópicos anteriores;
- iv. A análise comparativa global (Figura 6-15) revelou que as equações de regressão resultaram em variações significativas quando aplicadas aos registros externos do banco de dados original, definida no Capítulo 5. As dispersões mais acentuadas correlacionaram-se com o programa de Santos (2023), com maiores valores das estimativas da capacidade resistente, o que também foi verificado para os resultados de Souza et al. (2009). No caso do programa experimental de Sørensen et al. (2025), os resultados das equações de regressão foram menores que o a força de ruptura,

- provavelmente afetado pelo confinamento dos ganchos de ancoragem. Esse panorama de estimativas foi similar aos resultados dos modelos de Meléndez et al. (2019) e Boulifa et al. (2023), evidenciando que as condições de contorno e o detalhamento das armaduras exerceram influência no comportamento mecânico desses elementos;
- v. Para os casos em que a tensão da armadura atingiu o valor da tensão de escoamento da armadura, houve uma redução da capacidade resistência dos blocos em ~15% nos modelos numéricos, embora o colapso tenha ocorrido por fendilhamento da biela, sendo que esse comportamento influenciou as razões de estimativas dos modelos de regressão sobre a capacidade resistente do modelo numérico, com valores inferiores para os modelos processados com ruptura “Y+S”, sendo o modelo de Meléndez et al. (2019) que teve melhores aproximações para ambos os casos de ruptura;
 - vi. Constatou-se uma distribuição assimétrica de tensões de tração nas armaduras, com maiores solicitações no centro das barras mais próximas a face do bloco, divergindo dos modelos analíticos, que admitem que a tensão é constante em todas as barras do tirante. Tal fenômeno pode estar associado com a expansão do fluxo de compressão em quatro estacas, que demanda investigações futuras.

Por fim, a equação $F_{MY,03}$ foi descartada por resultar em dispersão significativa em alguns resultados avaliados, além de ignorar a dimensão do pilar. Já a $F_{MR,03}$ mostrou-se mais robusta e com menor variação em diferentes alturas úteis. Assim, selecionamos as equações $F_{MR,02}$ e $F_{MR,03}$ para a próxima etapa da pesquisa, mesmo com as limitações da $F_{MR,02}$ em blocos mais altos, sendo considerada esta equação para questões de avaliação. Cabe destacar que os modelos analíticos utilizados foram essenciais para essa avaliação, servindo como base de comparação com valores estatísticos. Além disso, parte das variações encontradas nas estimativas ocorre devido às limitações do banco de dados, como a falta de padronização nos ensaios experimentais e na observação exata dos modos de ruptura, conforme já discutido.

7. BLOCOS SOB PILARES DE SEÇÃO RETANGULAR

O presente capítulo contém os resultados da investigação sobre o comportamento mecânico de blocos de concreto sobre quatro estacas, com ênfase no incremento da capacidade resistente em função do alongamento da seção do pilar, conforme a metodologia descrita no tópico 3.4. Ressalta-se que, para as análises deste capítulo, optou-se pela aplicação das equações dos modelos regressão $F_{MR,02}$ e $F_{MR,03}$, além de equações analíticas.

7.1. Avaliação inicial dos modelos numéricos com pilares de seção quadrada

Os 21 modelos numéricos desta etapa, que utilizam pilares de seção transversal quadrada estão listados na Tabela 3-5 (pg. 81). As razões entre a capacidade resistente obtida numericamente (F_{CDP}) e as estimativas dos modelos analíticos de Blévo e Frémy (1967), Boulifa et al. (2023), Meléndez et al. (2019) e Souza et al. (2009) encontram-se na Tabela 7-1. O APÊNDICE (p. 230) contém os resultados detalhados das razões de todos os modelos numéricos processados. Os dados da tabela estão indicados no estudo de Spozito et al. (2025b), sendo inseridos os valores das estimativas dos modelos de regressão.

Tabela 7-1 - Resultados dos modelos numéricos de pilares com seção quadrada

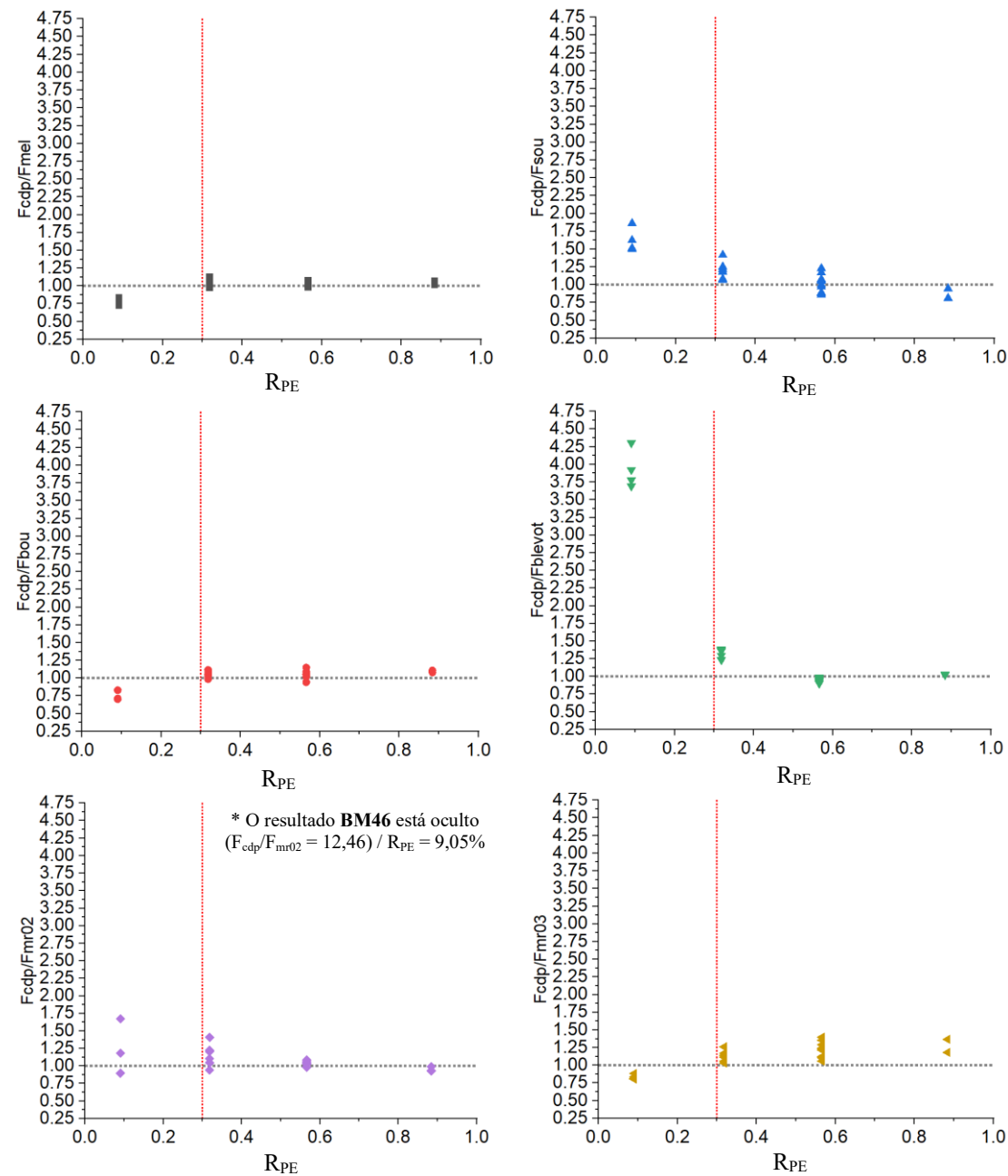
	$\frac{F_{CDP}}{F_{MEL}}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{SOU}}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{BOU}}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{BLÉVOT}}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MR.02}}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MR.03}}$
MÉDIA:	1.00	1.05	1.00	1.63	1.64	1.13
DP	0.10	0.16	0.14	1.16	2.52	0.17
CV (%):	10.30	14.99	13.97	70.91	152.53	15.29

Fonte: Adaptado de Spozito et al (2025b).

O modelo de Blévo e Frémy (1967) resultou em uma dispersão significativa, em consonância com as análises do tópico 6.7, associado aos valores de R_{PF} inferiores a 50%. No que tange às equações de regressão, o modelo $F_{MR,02}$ exibiu um erro acentuado na estimativa da capacidade resistente do BM46 (vide Tabela 3-5), com uma razão de 12,56. Ao desconsiderar o modelo BM46, os valores de Média, DP e CV do $F_{MR,02}$ ajustam-se para 1,09, 0,18 e 16,05%, respectivamente. Ressalta-se que o BM46 também teve estimativas com dispersão para todos os outros valores.

As Figura 7-1 e a Figura 7-2 ilustram as estimativas em função do ângulo de inclinação das bielas obtidos pelo modelo de Blévyot e Frémy (1967), bem como os valores de R_{PE} correspondentes aos 21 modelos que resultaram nos valores da Tabela 7-1.

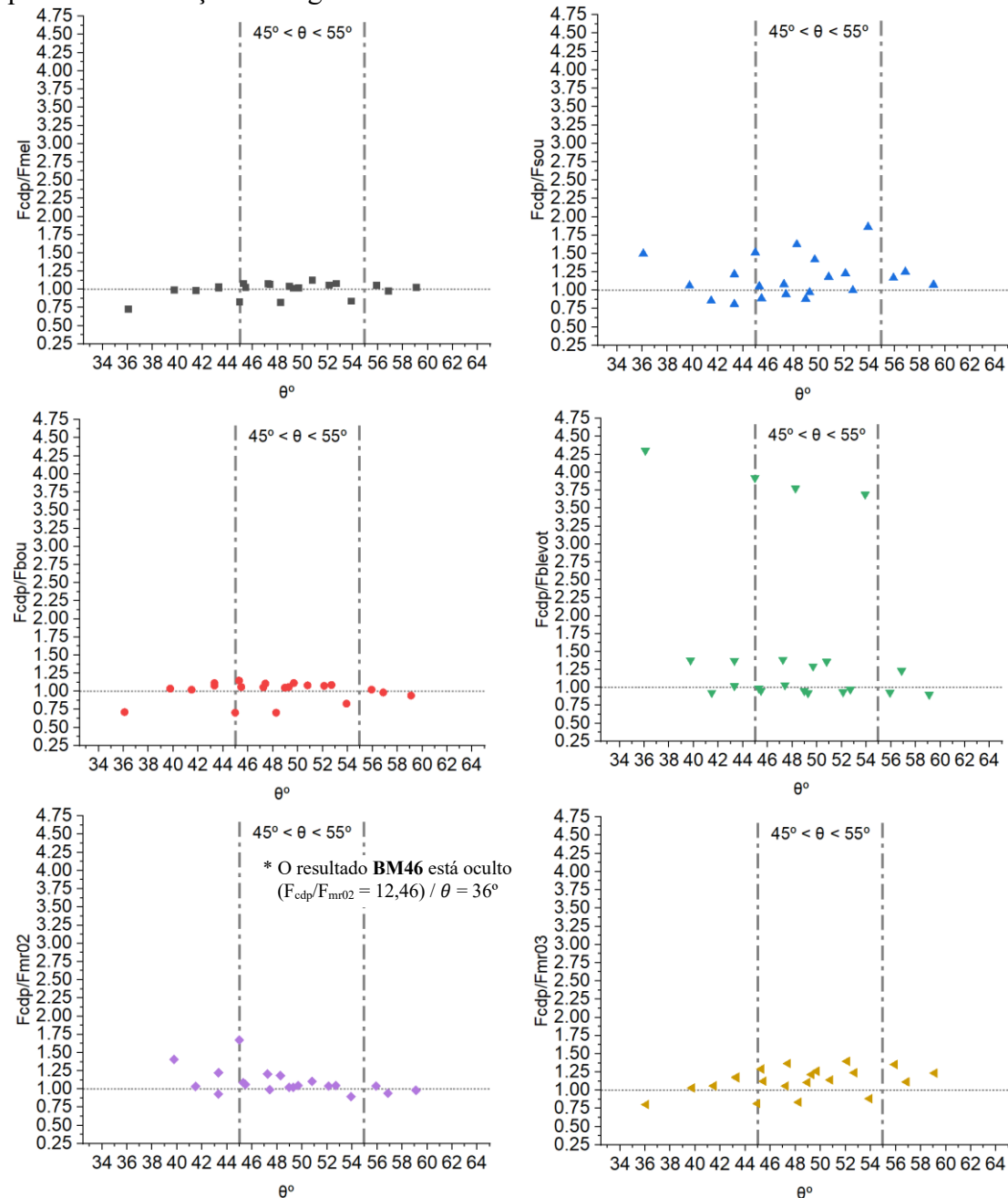
Figura 7-1 - Estimativas de força de ruptura dos modelos numéricos de seção quadrada em função da métrica R_{PE}



Fonte: O autor (2026).

Observou-se uma tendência de estabilização das estimativas para valores de R_{PE} superiores a 30%. Contudo, os resultados aqui avaliados possuem essa relação em patamares inferiores ao valor identificado anteriormente no tópico 6.7 de 50%.

Figura 7-2 - Estimativas de capacidade resistente dos modelos numéricos de seção quadrada em função do ângulo da biela setorizado



Fonte: O autor (2026).

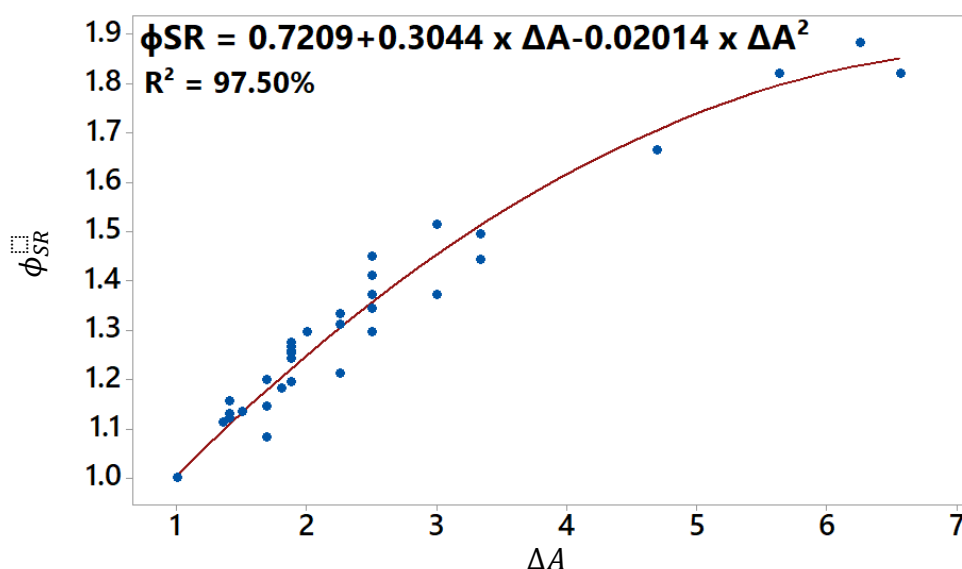
Na Figura 7-2, as estimativas em função do ângulo de inclinação da biela setorizada não evidenciaram uma influência nas estimativas, sendo esta observação clara nos resultados obtidos pelo modelo de Blévyot e Frémy (1967), os quais resultaram em

estimativas com desvios significativos, não sendo constatado esse comportamento em função dos valores do ângulo de inclinação da biela.

7.2. Definição do coeficiente ϕ_{SR}

Com base nos resultados de 53 modelos numéricos, indicados na Tabela I-1 (p. 230), os valores de ϕ_{SR} obtidos pela Equação (3-18), estão ilustrados na Figura 7-3 em função do incremento da área do pilar (ΔA), conforme Equação (3-19). Ressalta-se que seis modelos foram desconsiderados nesta etapa: BM09, BM17, BM24, BM29, BM37 e BM45 para verificações do cálculo do valor de ϕ_{SR} pela equação a ser proposta.

Figura 7-3 – Valores de ϕ_{SR} para os modelos de pilares de seção retangular



Fonte: Spozito et al. (2025b).

Com base na correlação da Figura 7-3, observou-se que o aumento da capacidade resistente dos modelos está associado ao incremento da área do pilar que ocorreu pelo aumento de uma dimensão da seção. A equação quadrática, ilustrada na Figura 7-3, resultou em um erro percentual médio absoluto (MAPE) de 2,02% e um desvio padrão de 2,00%.

7.3. Avaliação da estimativa da capacidade resistente para blocos com seção retangular

A Tabela I-1 (APÊNDICE , p.230) contém as razões de capacidade resistente pelas estimativas de todos os modelos, ilustradas da Figura 7-4 até a Figura 7-10. A organização sequencial destas figuras seguiu os resultados indicados da Tabela 7-2 com

ordem da esquerda para direita, com os valores de Média, DP e CV de todos os dados da referida Tabela I-1. Ressalta-se que os valores indicados na tabela para os modelos analíticos estão no estudo de Spozito et al. (2025b). Os valores de pilares de seção transversal quadrada estão indicados na Tabela 7-1 (p. Tabela 7-1).

Tabela 7-2 - Valores estatísticos das estimativas de forças de ruptura com a proposta de seção equivalente e uso do coeficiente ϕ_{SR}

	Souza et al. (2009)		Melendez et al. (2019)		Boulifa et al. (2023)		Blevót e Frémy (1967)			Modelos de regressão			
	$\frac{F_{CDP}}{F_{Souza}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Sou}^*}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Mel}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Mel}^*}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Bou}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Bou}^*}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Blev}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Blev}^2}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Blev}^*}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MR,02}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MR,02}^*}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MR,03}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MR,03}^*}$
TODOS OS MODELOS													
Média	1.04	1.13	1.07	1.01	1.01	1.01	1.30	1.31	1.49	1.27	1.50	1.30	1.16
DP	0.24	0.14	0.10	0.10	0.12	0.13	0.77	0.77	1.05	1.59	2.20	0.19	0.17
CV%	23.1	13.9	9.49	9.46	11.96	12.7	59.3	58.58	70.3	123.3	146.4	14.75	14.81
PILAR SEÇÃO RETANGULAR													
Média	0.98	1.17	1.09	0.99	1.01	1.00	1.10	1.13	1.40	1.02	1.41	1.40	1.15
DP	0.18	0.27	0.07	0.10	0.13	0.14	0.05	0.07	0.98	0.12	2.00	0.11	0.17
CV%	18.75	23.41	6.24	10.5	12.46	14.45	4.81	6.26	70.0	11.7	142.5	7.41	14.41

F_{CDP}/F_{MODEL}^1 : Razão de estimativas com uso de modelo de pilar de seção equivalente;

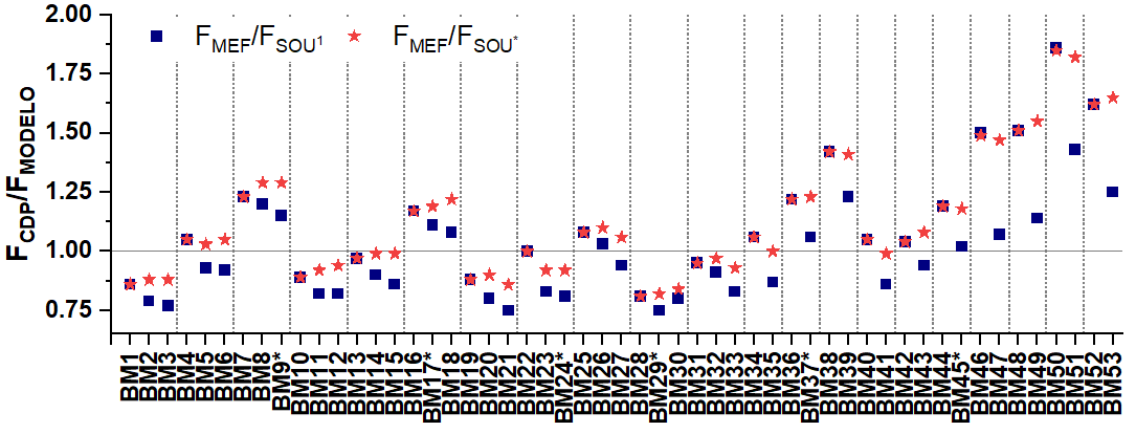
F_{CDP}/F_{MODEL}^2 : Razão de estimativas com uso de modelo de bielas setorizadas;

F_{CDP}/F_{MODEL}^* : Razão de estimativas com uso do coeficiente proposto ϕ_{SR} ;

Fonte: Adaptado de Spozito et al. (2025b).

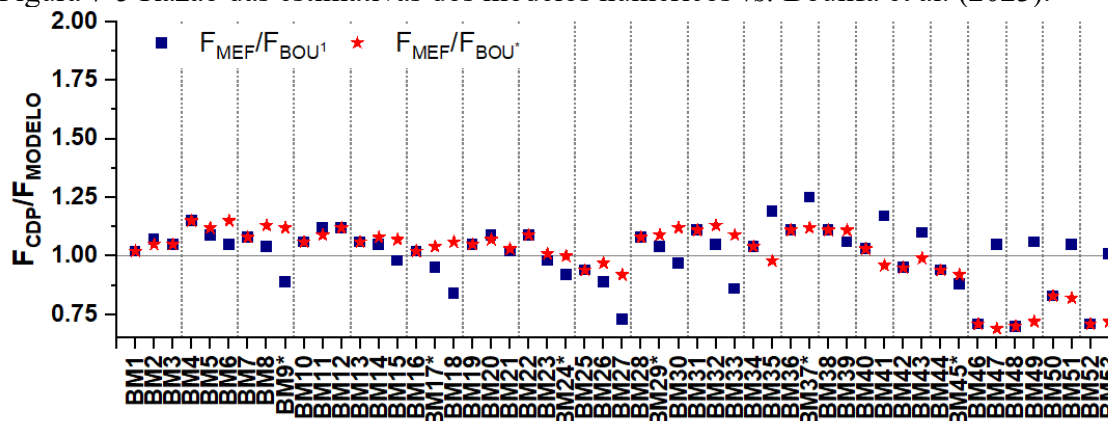
Ressalta-se que as figuras a seguir indicam alguns modelos com “*”, esses modelos possuem os valores calculados, mas não foram considerados na base de dados para a elaboração da proposta de correção deste capítulo.

Figura 7-4 - Razão das estimativas dos modelos numéricos vs. Souza et al. (2009)



Fonte: Adaptado de Spozito et al. (2025b).

Figura 7-5 Razão das estimativas dos modelos numéricos vs. Boulifa et al. (2023).

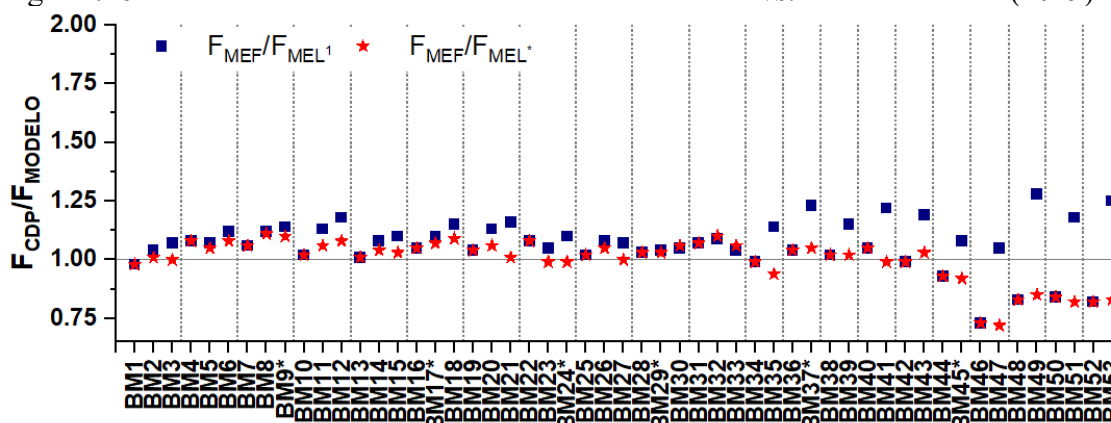


Fonte: Spozito et al. (2025b).

As estimativas de capacidade resistente de Souza et al. (2009) e Boulifa et al. (2023), considerando a seção do pilar quadrada fictícia, possuem similaridade com menores índices da razão dos valores obtidos numericamente e estimados pelos modelos. Em termos de dispersão, o modelo de Boulifa et al. (2023) exibiu menor CV comparado aos resultados de Souza et al. (2009), embora a utilização do coeficiente ϕ_{SR} tenha minimizado a dispersão dos dados em ambos os casos. No modelo de Boulifa et al. (2023), observou-se uma inversão nas estimativas a partir do modelo BM42, caracterizado por valores de R_{PE} inferiores a 30%.

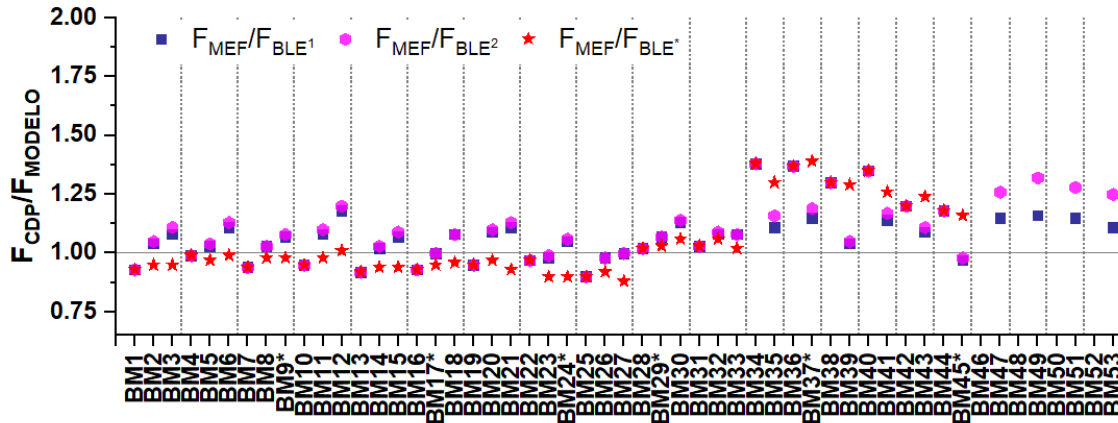
Os resultados da Figura 7-6 e Figura 7-7 ilustram o desempenho dos modelos de Meléndez et al. (2019) e Blévyot e Frémy (1967).

Figura 7-6 - Razão das estimativas dos modelos numéricos vs. Melendez et al. (2019)



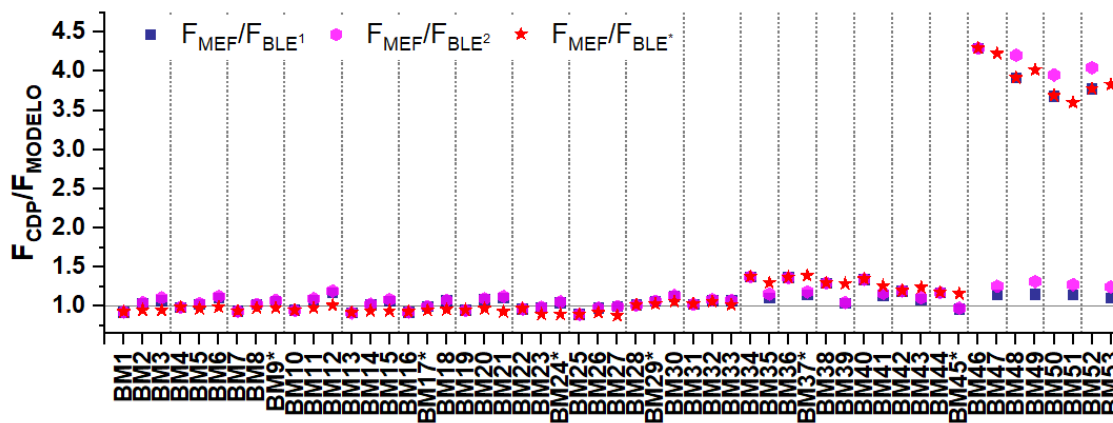
Fonte: Adaptado de Spozito et al. (2025b).

Figura 7-7 - Razão das estimativas dos modelos numéricos vs. Blévot e Frémy (1967) com intervalo de razão de 0 até 2



Fonte: Adaptado de Spozito et al. (2025b).

Figura 7-8 - Razão das estimativas dos modelos numéricos vs. Blévot e Frémy (1967) com intervalo de razão de 0 até 5

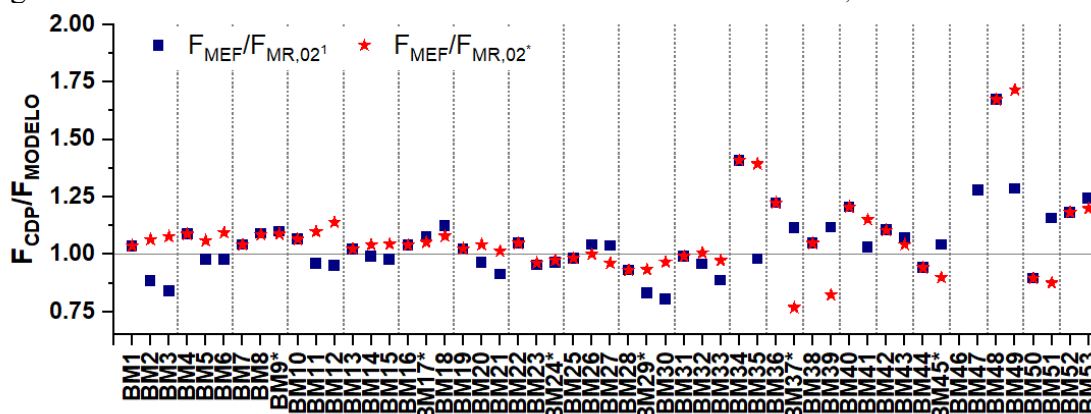


Fonte: Adaptado de Spozito et al. (2025b).

O modelo de Meléndez et al. (2019) possui resultados satisfatórios, indicando que a simplificação para uma seção quadrada fictícia forneceu estimativas adequadas. O emprego do coeficiente ϕ_{SR} demonstrou boa aderência aos resultados das simulações numéricas para pilares retangulares. Adicionalmente, o modelo de Blévot e Frémy (1967) exibiu comportamento análogo ao de Meléndez et al. (2019) até a configuração BM43, reforçando a influência da métrica R_{PE} no mecanismo de ruptura, conforme também foi observado no modelo de Boulifa et al. (2023), sendo que, a partir desse modelo na ordem de observação, verificou-se uma transição: a capacidade resistente passou a ser governada pela região nodal superior, diferindo das configurações anteriores, nas quais a falha predominava na região nodal inferior.

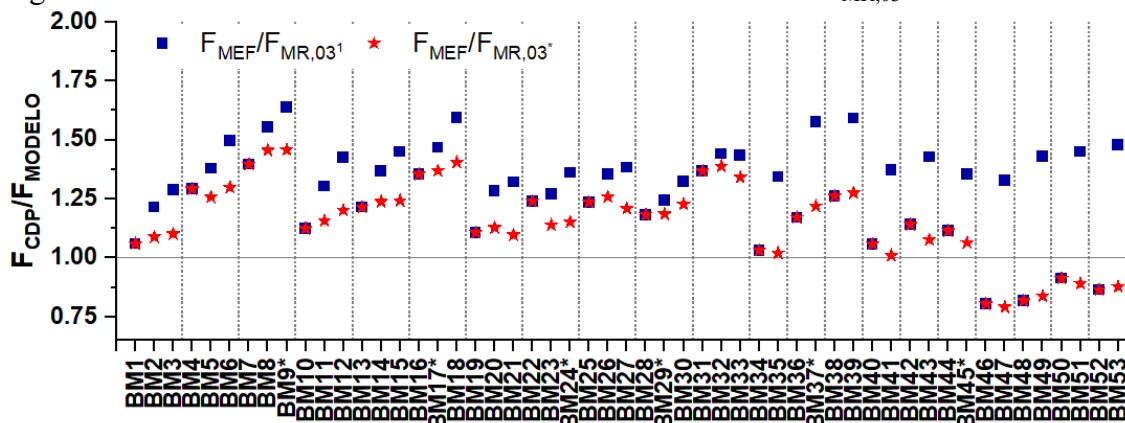
Subsequentemente, procedeu-se à avaliação dos modelos de regressão $F_{MR,02}$ e $F_{MR,03}$, com resultados ilustrados na Figura 7-9 e Figura 7-10.

Figura 7-9 – Razão das estimativas dos modelos numéricos vs. $F_{MR,02}$



Fonte: O autor (2026).

Figura 7-10 - Razão das estimativas dos modelos numéricos vs. $F_{MR,03}$



Fonte: O autor (2026).

O modelo $F_{MR,02}$ demonstrou uma convergência satisfatória frente aos resultados numéricos. O modelo $F_{MR,03}$ exibiu um caráter mais conservador; todavia, a aplicação do coeficiente “ ϕ_{SR} ” proporcionou estimativas com menor dispersão para ambos os modelos de regressão. Ao considerar os modelos de Meléndez et al. (2019), Boulifa et al. (2023) e $F_{MR,03}$ sob os valores obtidos pela metodologia proposta, observou-se uma redução generalizada no CV.

Tal comportamento ratifica a viabilidade técnica desta abordagem para os modelos numéricos analisados, com resultados igualmente satisfatórios para as estimativas de Blévyot e Frémy (1967), desde que respeitado o limite de $R_{PE} > 50\%$. Com base nesta análise, a Tabela 7-3 contém os valores estatísticos com limites de R_{PE} de 50%,

sendo este limite definido em função do comportamento obtido no Capítulo 6 e para aumentar a quantidade da amostra.

Tabela 7-3 -Valores estatísticos em função de R_{PE}

	Souza et al. (2009)		Melendez et al. (2019)		Boulifa et al. (2023)		Blevót e Frémy (1967)			Modelos de regressão			
	$\frac{F_{CDP}}{F_{Souza}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Sou}^*}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Mel}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Mel}^*}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Bou}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Bou}^*}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Blev}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Blev}^2}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Blev}^*}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MR,02}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MR,02}^*}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MR,03}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MR,03}^*}$
R_{PE} ≥ 50%													
Média	1.04	1.11	1.06	1.01	1.00	1.02	1.28	1.29	1.36	1.30	1.33	1.28	1.18
DP	0.25	0.26	0.09	0.09	0.11	0.11	0.76	0.75	0.94	1.78	1.78	0.19	0.16
CV%	24.23	23.65	8.87	8.49	10.88	10.98	58.96	58.49	69.20	137.04	134.09	14.59	13.33
R_{PE} < 50%													
Média	1.04	1.23	1.12	0.97	1.04	0.96	1.35	1.38	2.01	1.13	2.16	1.37	1.08
DP	0.20	0.23	0.12	0.12	0.16	0.18	0.85	0.85	1.32	0.21	3.39	0.20	0.21
CV%	18.95	18.92	11.06	12.44	15.61	18.48	63.36	61.37	65.92	18.93	157.09	14.80	19.27

F_{CDP}/F_{MODEL}^1 : Razão de estimativas com uso de modelo de pilar de seção equivalente;

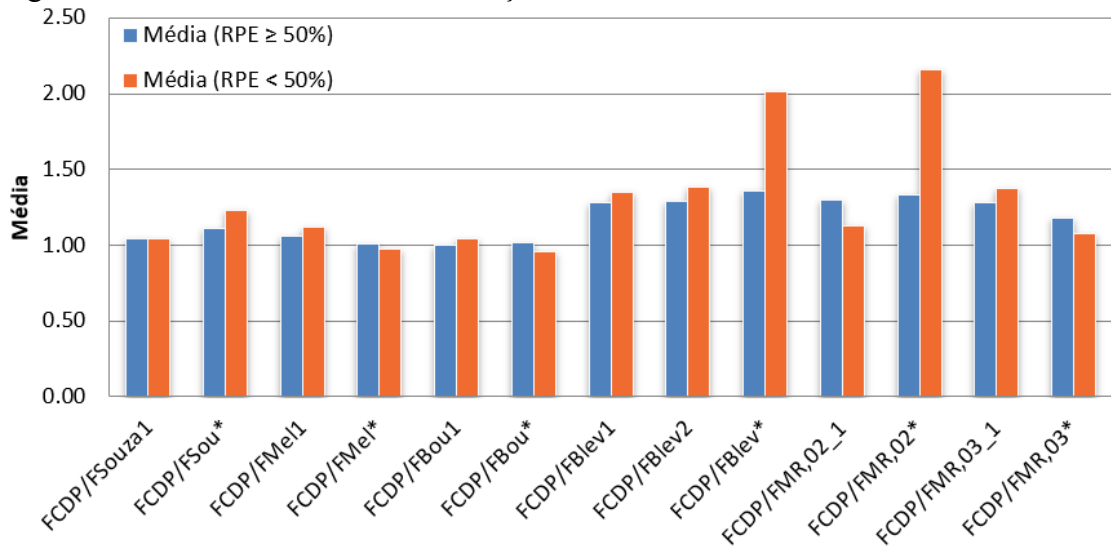
F_{CDP}/F_{MODEL}^2 : Razão de estimativas com uso de modelo de bielas setorizadas;

F_{CDP}/F_{MODEL}^* : Razão de estimativas com uso do coeficiente proposto ϕ_{SR} ;

Fonte: O autor (2026).

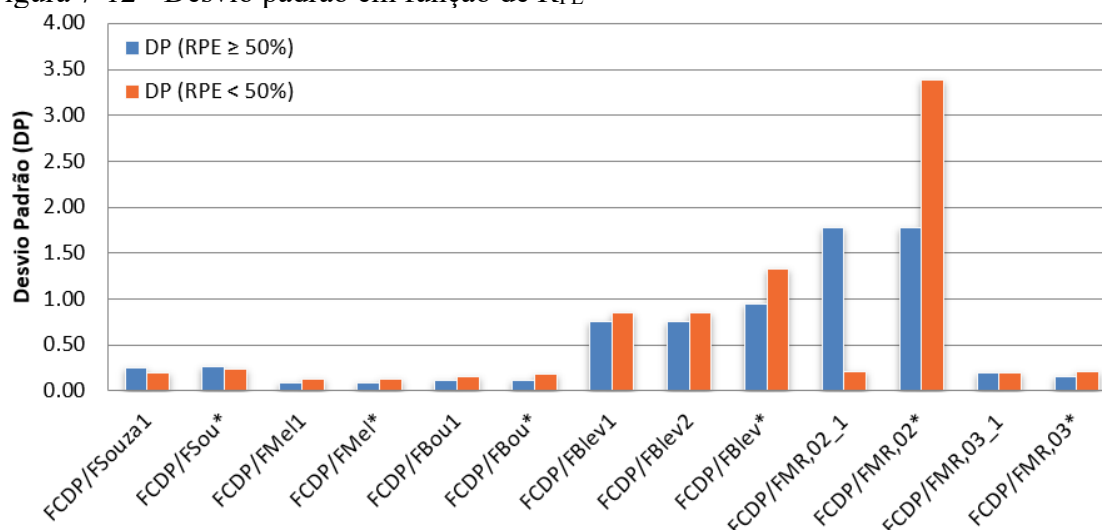
A partir dos resultados da Tabela 7-3, a Figura 7-11, Figura 7-12 e Figura 7-13 ilustram os resultados em função de R_{PE} para a Média, Desvio Padrão e Coeficiente de variação dos resultados obtidos.

Figura 7-11 - Valores de Média em função de RPE



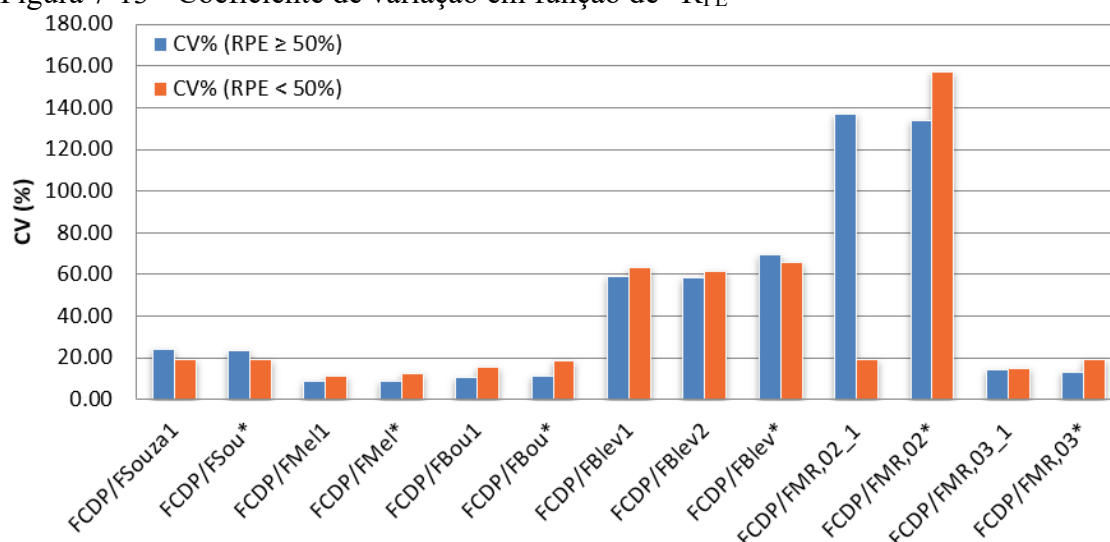
Fonte: O autor (2026).

Figura 7-12 - Desvio padrão em função de R_{PE}



Fonte: O autor (2026).

Figura 7-13 - Coeficiente de variação em função de “ R_{PE} ”



Fonte: O autor (2026).

A divisão dos resultados com base no R_{PE} permitiu identificar padrões sobre a precisão dos modelos avaliados. De modo geral, os modelos analíticos de Meléndez et al. (2019) e Boulifa et al. (2023) resultaram em valores próximos a 1,0. Para valores e R_{PE} maiores ou iguais a 50%, essas formulações geraram estimativas de capacidade resistente altamente precisas, com médias muito próximas à unidade (1,00) e baixos índices de dispersão, mantendo esses resultados com “ R_{PE} ” inferior a 50%.

Em contrapartida, o modelo clássico de Blévyot e Frémy (1967) demonstrou sensibilidade a esse parâmetro, com médias variando de 1,28 a 2,01, subestimando a

capacidade resistente dos modelos numéricos processados. Essa alta dispersão foi maior para blocos com “ R_{PE} ” < 50%.

A avaliação estatística também confirmou a superioridade da equação de regressão $F_{MR,03}$ em relação à $F_{MR,02}$, sendo que a segunda equação apresentou desvios padrões excessivos e coeficientes de variação acima de 130%, inviabilizando sua aplicação. Já a formulação $F_{MR,03}$ resultou valores com melhores índices estatísticos, apesar de subestimar a capacidade resistente de forma mais controlada que o modelo de Blévot e Frémy (1967).

Por fim, a introdução do coeficiente proposto nesta pesquisa (ϕ_{SR}) resultou em ganhos de acurácia, dependendo da formulação base. Na equação $F_{MR,03}$, a aplicação do coeficiente aproximou consideravelmente a média das estimativas do valor de referência em ambos os cenários geométricos (reduzindo a média de 1,37 para 1,08 com R_{PE} < 50%), melhorando a previsibilidade sem comprometer a segurança. Contudo, observou-se que para cenários de R_{PE} inferior a 50%, a inclusão do coeficiente em modelos analíticos como o de Boulifa et al. (2023) e Meléndez et al. (2019) gerou uma leve superestimativa (médias de 0,96 e 0,97) e aumentou sutilmente a variabilidade dos resultados. Esse comportamento fundamenta a ressalva de que a proposta do coeficiente deve ser adotada com cautela quando o pilar se torna excessivamente esbelto em relação à soma da área das estacas, condição que intensifica as instabilidades mecânicas na zona nodal.

7.3.1. Avaliação para modelos em larga escala

A Tabela 7-4 contém os índices da razão de capacidade resistente sobre os valores estimados, incluindo suas Médias, DP e CVs, obtidos dos modelos indicados na Tabela 3-6 (p. 85).

A partir dos resultados da Tabela 7-4, verificou-se que o modelo $F_{MR,02}$ resultou uma dispersão significativa decorrente do incremento da altura útil dos modelos. No que concerne a Blévot e Frémy (1967), a dispersão observada atribuiu-se à configuração de modelos com pilares de seção quadrada e dimensões reduzidas, o que interferiu na aplicabilidade do coeficiente proposto — comportamento este já verificado na avaliação anterior e que persistiu em blocos de maior altura útil. Em contrapartida, os modelos de Boulifa et al. (2023), Souza et al. (2004) e Meléndez et al. (2019) tiveram estimativas satisfatórias.

Tabela 7-4 - Valores previstos para modelos analíticos para blocos sobre 4 quatro estacas com pilares de seção retangulares em maior escala

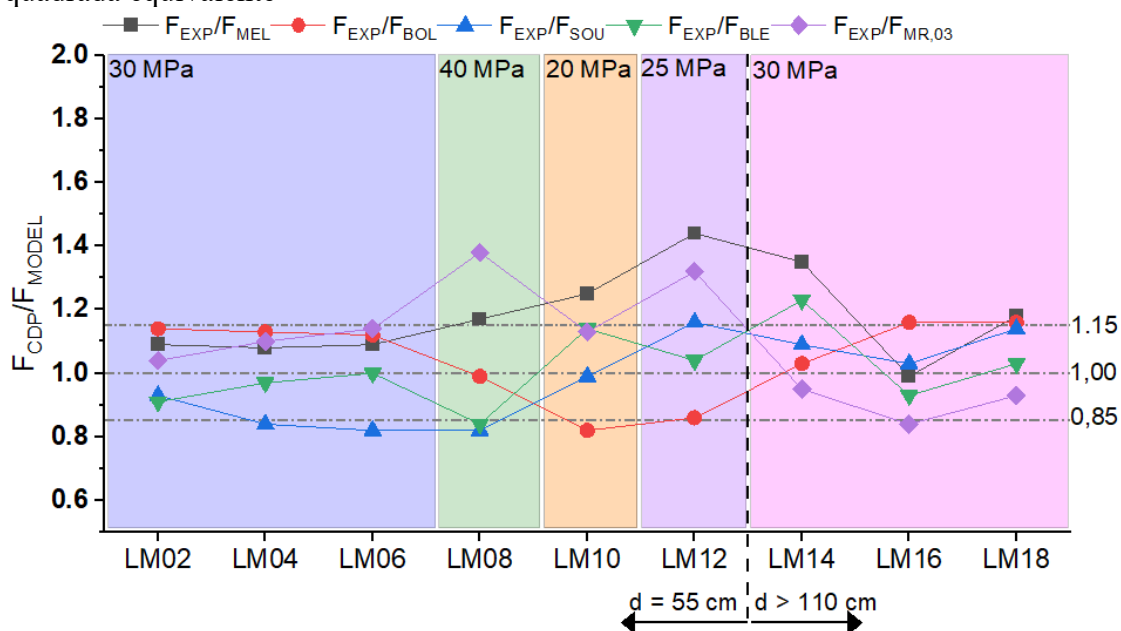
		F_{CDP} (kN)	$\frac{F_{CDP}}{F_{Souza}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Sou}^*}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Mel}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Mel}^*}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Bou}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Bou}^*}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Blev}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Blev}^2}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Blev}^*}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MR,02}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MR,02}^*}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MR,03}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MR,03}^*}$
GL1	LM01	2634	1,19	1,19	0,73	0,73	0,83	0,83	2,44	2,44	2,44	-3,56	-3,56	0,68	0,68
	LM02	4354	0,93	1,17	1,09	0,72	1,14	0,82	0,91	0,96	2,16	0,90	-3,50	1,04	0,67
GL2	LM03	3116	0,94	0,94	0,89	0,89	0,92	0,91	1,21	1,21	1,21	1,77	1,77	0,78	0,78
	LM04	4814	0,84	1,00	1,08	0,95	1,13	0,98	0,97	1,00	1,24	0,66	1,89	1,10	0,83
GL3	LM05	3448	0,89	0,89	0,94	0,93	0,97	0,97	0,95	0,95	0,95	1,15	1,15	0,85	0,85
	LM06	5084	0,82	0,96	1,09	1,01	1,12	1,05	1,00	1,03	1,01	0,61	1,23	1,14	0,92
GL4	LM07	3990	0,85	0,85	0,95	0,94	0,84	0,83	0,82	0,82	0,82	1,81	1,81	0,95	0,95
	LM08	6492	0,82	0,97	1,17	1,08	0,99	0,96	0,84	0,87	0,92	0,79	2,06	1,38	1,08
GL5	LM09	2882	0,98	0,97	0,95	0,95	0,68	0,67	1,19	1,19	1,19	0,76	0,76	0,74	0,74
	LM10	4944	0,99	1,18	1,25	1,15	0,82	0,81	1,14	1,17	1,39	0,50	0,91	1,13	0,89
GL6	LM11	2716	1,39	1,38	1,03	1,03	0,59	0,59	3,02	3,02	3,02	-1,11	-1,11	0,72	0,72
	LM12	5562	1,16	1,56	1,44	1,16	0,86	0,66	1,04	1,12	2,75	0,74	-1,25	1,32	0,81
GL7	LM13	9758	1,41	1,40	0,91	0,90	0,71	0,71	3,39	3,39	3,39	-0,37	-3,56	0,55	0,55
	LM14	17470	1,09	1,42	1,35	0,92	1,03	0,72	1,23	1,29	2,91	6,27	-3,50	0,95	0,56
GL8	LM15	9450	1,38	1,37	0,80	0,80	0,80	0,79	3,41	3,41	3,28	-0,60	1,77	0,51	0,51
	LM16	16300	1,03	1,34	0,99	0,78	1,16	0,78	0,93	1,17	2,72	1,84	1,89	0,85	0,50
GL9	LM17	10278	1,50	1,49	0,83	0,83	0,79	0,79	3,71	3,71	3,57	-0,47	1,15	0,55	0,55
	LM18	18138	1,14	1,49	1,18	0,83	1,16	0,79	1,03	1,10	3,02	3,03	1,23	0,93	0,55
Todos os modelos (valores consideram resultados de modelos com seção inicial quadrada e retangular)															
MÉDIA			1,07	1,19	1,04	0,92	0,92	0,81	1,62	1,69	2,20	0,79	-0,04	0,90	0,73
DP			0,22	0,22	0,19	0,13	0,18	0,12	1,04	1,00	0,95	1,87	1,67	0,25	0,17
CV%			20,57	18,78	18,30	14,20	19,42	15,00	63,87	58,79	43,26	238,2	-4299	28,29	23,43
MAPE%			15,60	18,46	25,56	14,65	22,79	25,81	26,55	27,40	44,62	104,71	155,08	30,57	72,96
Modelos com pilares de seção retangular com aplicação da metodologia de seção equivalente e ϕ_{SR}															
MÉDIA			0,98	1,23	1,18	0,95	1,05	0,84	1,01	1,13	2,01	1,70	-0,01	1,09	0,76
DP			0,14	0,23	0,14	0,16	0,13	0,13	0,12	0,13	0,87	1,90	1,76	0,18	0,20
CV%			13,87	18,71	12,23	16,72	12,50	15,13	11,76	11,92	43,32	111,17	-20706	16,14	26,17
MAPE%			12,12	17,84	14,52	15,36	11,64	22,55	8,65	10,36	44,80	53,62	154,36	13,34	75,54
F_{CDP}/F_{MODEL}^1 : Razão de estimativas com uso de modelo de pilar de seção equivalente; F_{CDP}/F_{MODEL}^2 : Razão de estimativas com uso de modelo de bielas setorizadas; F_{CDP}/F_{MODEL}^* : Razão de estimativas com uso do coeficiente proposto ϕ_{SR} ;															

Fonte: O autor (2026).

No que tange ao modelo $F_{MR,03}$, os resultados foram satisfatórios para dos modelos dos grupos GL3, GL4 e GL5 mediante o emprego do coeficiente ϕ_{SR} . No entanto, a metodologia com o uso de pilares de seção equivalente, com dimensão “ $a_{p,eq}$ ”, forneceu estimativas adequadas, ratificando a aplicabilidade desta metodologia também para as equações dos modelos de regressão. Esses valores também são constatados pelos MAPE das estimativas, indicando que o uso de pilar com seção equivalente resultou menor valor

para esta metodologia para todas as estimativas. Para ilustrar essa constatação, com foco na simplificação da seção equivalente, os índices das estimativas para os modelos LM02 a LM18, somente com pilares de seção transversal retangular são ilustradas na Figura 7-14.

Figura 7-14 - Estimativas para modelos de maior altura útil com método de seção quadrada equivalente



Fonte: O autor (2026).

A partir desses resultados, foi observado um comportamento distinto entre os modelos analíticos avaliados, com oscilações de valores inferiores e superiores a 1,0. Com base em tais dados, buscou-se identificar as características que exercem interferência no desempenho dos modelos, contudo, não foi possível isolar fatores determinantes para essa variabilidade. Uma exceção ocorreu no modelo $F_{MR,03}$, que resultou em índices menores que 1,0 com maiores valores da altura útil (d). Tal comportamento pode estar associado às limitações do banco de dados para elaboração da equação, cujos valores de altura útil concentraram-se no intervalo de até 50 cm, conforme discutido previamente no Capítulo 5.

7.4. Avaliação do comportamento mecânico

Entre os diversos fatores em debate na literatura, destacam-se as incertezas inerentes à definição dos limites das zonas nodais em modelos STM, no entanto, essas investigações pouco descreveram, de forma aprofundada, a concentração de tensões em

função da geometria dos elementos que ocorrem nas regiões nodais. Essas concentrações de tensão foram evidenciadas em estudos com modelos numéricos (Meléndez; Miguel, 2018; Oliveira; Barros; Giongo, 2014; Suzuki; Otsuki; Tsubata, 1998). Neste contexto, a os tópicos a seguir investigaram o fluxo de tensões para os blocos com pilares de seção transversal quadrada e retangular.

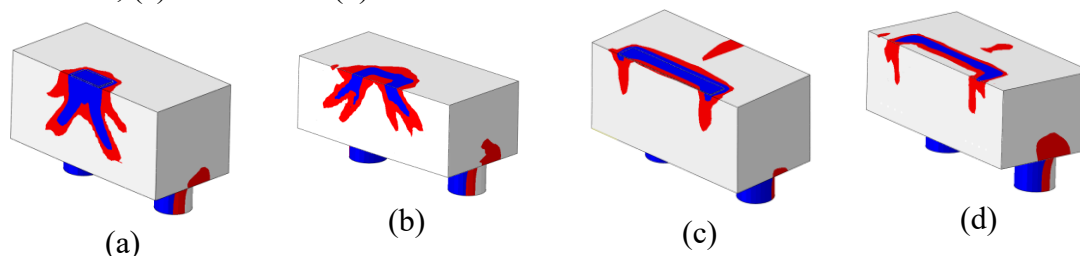
7.4.1. Fluxo das tensões de compressão

7.4.1.1. Tensão de compressão na região bloco x pilar

Fusco (1995, p. 341–348) definiu uma região de área expandida sob a seção do pilar, cuja extensão é dependente da taxa de armadura longitudinal,

Com base na proposta de Fusco (1995), avaliou-se as tensões de compressão nos modelos processados nas simulações numéricas. A Figura 7-15 ilustra, de forma simplificada, a distribuição de tensões obtida, abrangendo seções de pilares transversais quadrado e retangular. As dimensões dos modelos são detalhadas na Tabela 3-5 (p, 81),

Figura 7-15 - Tensão de compressão para tensão inferior ou igual a 15 MPa (vermelho) e superior de 15 MPa (azul) para modelos (a) com dimensão do pilar igual a 15×15 cm, (b) 25x25 cm, (c) 15x45 cm e (d) 25x45 cm



Fonte: Spozito et al. (2025b).

As simulações numéricas exibiram um comportamento que evidenciou a expansão do fluxo de tensões sob a seção transversal de 15x15 cm em todas as configurações (Figura 7-11,a), corroborando com a proposta de Fusco (1995). No entanto, observou-se que as tensões de compressão foram reduzidas na região central do pilar em modelos com seções transversais de maior dimensão quadrada ou de seção retangular e, quando comparados aos modelos iniciais, não possuem a expansão das tensões de compressão abaixo do pilar.

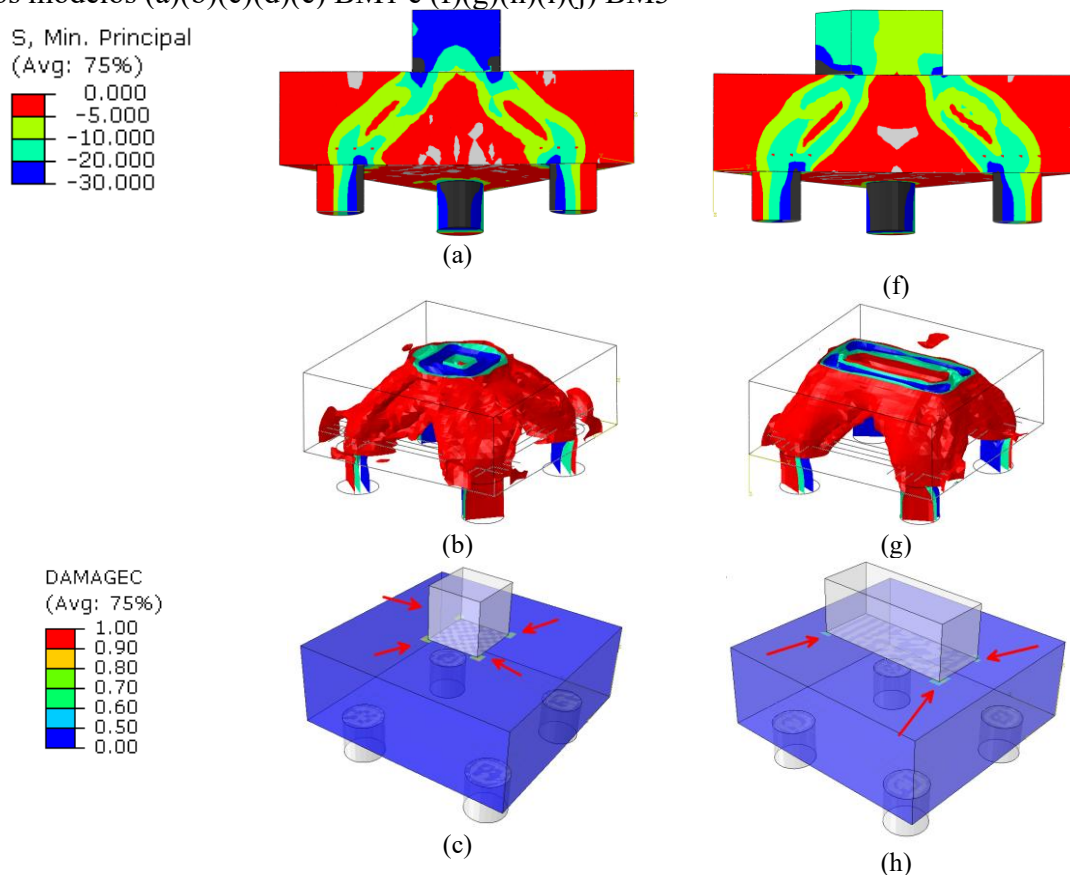
Neste contexto, observou-se que a divisão do fluxo de tensões não é uniforme, concentrando-se na região periférica em pilares de maior seção. Este fenômeno pode ser

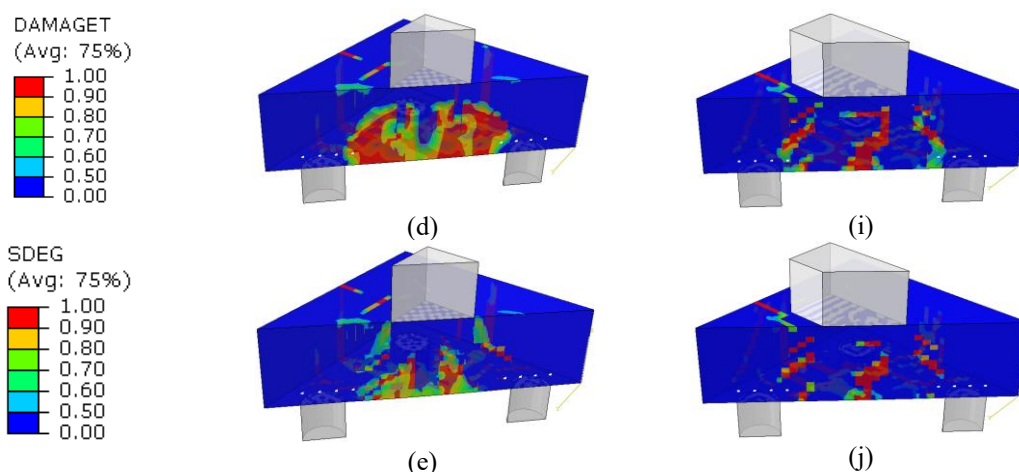
associado a um efeito de forma do pilar. Ressalta-se que esses modelos foram processados com armaduras nos pilares e armaduras complementares, razão pela qual deve ser realizada, em estudos futuros, a análise da interferência isolada desses elementos no fluxo de tensão de compressão.

7.4.1.2. Análise do fluxo de tensões de compressão na ruptura dos modelos numéricos

A Figura 7-16 ilustra, a partir de um corte realizado diagonalmente nos modelos numéricos, as variáveis DAMAGEC, DAMAGET e a SDEG geradas na simulação numérica no ABAQUS® na ruptura para os modelos BM1 (pilar de seção quadrada) e BM3 (pilar de seção retangular), respectivamente. Esse comportamento do fluxo de tensões foi similar com todos outros modelos processado, com as dimensões indicadas na Tabela 3-5 (p, 81).

Figura 7-16 - Fluxo de tensões de compressão (S, Min, Principal), DAMAGEC, DAMAGET e SDEG no estágio correspondente à força de ruptura para seções de corte dos modelos (a)(b)(c)(d)(e) BM1 e (f)(g)(h)(i)(j) BM3





Fonte: Spozito et al. (2025b).

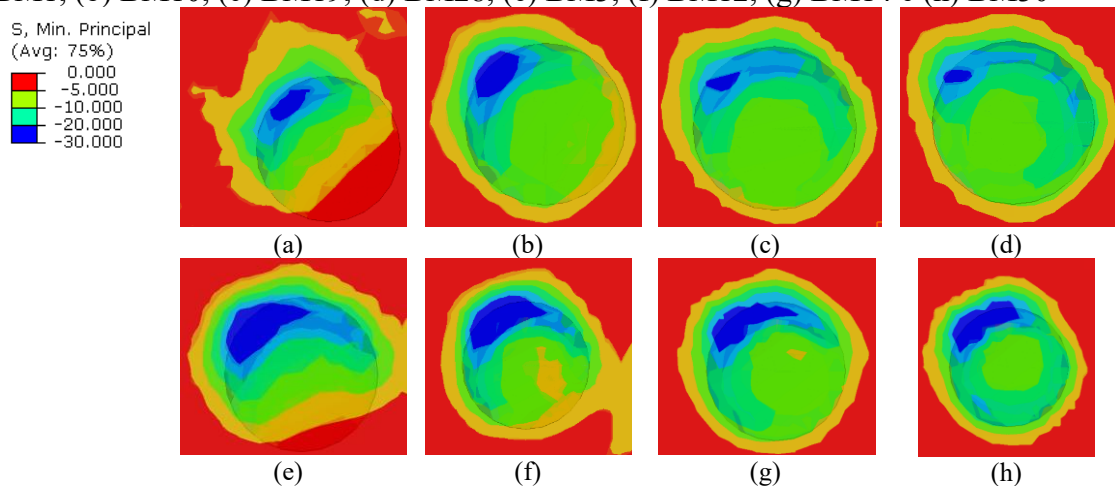
Os índices de DAMAGE foram insuficientes para caracterizar o esmagamento do concreto na região central da biela, tornando-se, contudo, pronunciados nos vértices do pilar junto a face superior do bloco. Em contrapartida, os valores de DAMAGE elevaram-se inicialmente no centro da biela, evidenciando a fissuração por tração transversal, fenômeno característico do fendilhamento do concreto.

Esse comportamento corrobora os estudos realizados para blocos de fundação sobre duas (Almeida; Buttignol, 2012; Delalibera; Giongo, 2008) e quatro estacas (Adebar; Kuchma; Collins, 1990; Jensen; Hoang, 2012). Diversas investigações sobre a ruptura das bielas em blocos sugerem que o ocorre o fendilhamento no concreto antes do esmagamento na região nodal superior (Adebar; Kuchma; Collins, 1990; Buttignol; Almeida, 2013; Delalibera; Giongo, 2009).

7.4.1.3. Concentração de tensões de compressão na região nodal inferior

Todos os modelos parametrizados exibiram um comportamento de distribuição de tensão similares na região nodal inferior em função da parametrização da altura útil, com valores obtidos no passo de capacidade resistente do modelo numérico. A Figura 7-17 ilustra esses campos de tensão na seção de topo da estaca, evidenciando que blocos com maiores alturas úteis (d) tiveram distribuição de tensões não uniforme em toda a superfície no topo da estaca. Destaca-se que os modelos BM1 e BM3 possuem parte desta seção sem tensões de compressão atuante. Os modelos BM1, BM10, BM19, BM28 possuem pilares de seção transversal quadrada.

Figura 7-17 - Distribuição da tensão de compressão sobre a estaca para os modelos (a) BM1, (b) BM10, (c) BM19, (d) BM28, (e) BM3, (f) BM12, (g) BM14 e (h) BM30



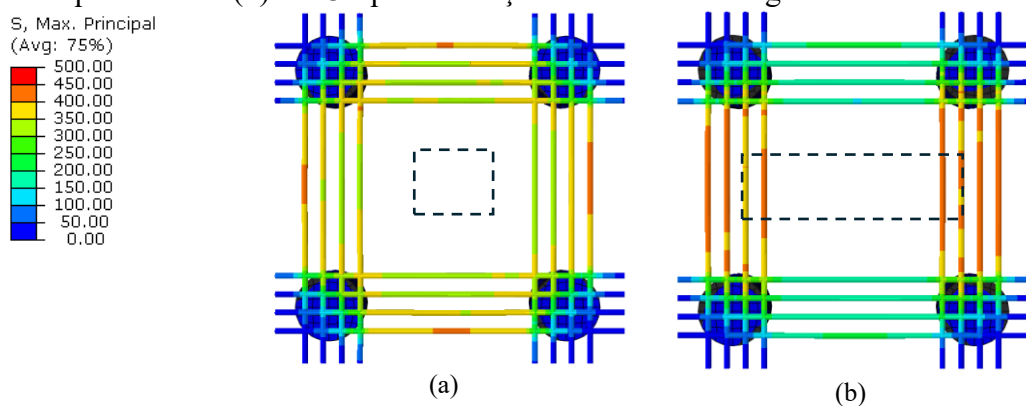
Fonte: Spozito et al. (2025b).

Com base nestes resultados, conclui-se que a geometria do pilar e a altura útil exerceram influência na distribuição de tensões nas estacas, de forma similar ao observado em modelos numéricos de blocos sobre duas estacas (Delalibera; Sousa, 2021, p. 16).

7.4.2. Tensões atuantes nos tirantes dos modelos com pilares de seção transversal quadrada e retangular

Os resultados são ilustrados na Figura 7-18, indicando com uma redução significativa na tensão nas armaduras após a região de compressão da biela sob o topo da estaca.

Figura 7-18 - Tensão de solicitação das armaduras dos modelos (a) BM1 – pilar de seção transversal quadrada - e (b) BM3 - pilar de seção transversal retangular



Fonte: Spozito et al. (2025b).

Nos blocos com pilares de seção transversal retangular verificou-se maior solicitação nos tirantes na direção perpendicular da maior dimensão do pilar.

Em relação as disposições construtivas da armadura de tirante, a ABNT NBR 6118 (2026) especifica o uso de ganchos nas armaduras tracionadas, assim como o comprimento de ancoragem mínimo para a transferência de esforços. A ACI-318 (2024) contém recomendações para ancoragem no caso do uso de STM, indicando ancoragem por dispositivos mecânicos, ganchos padrão ou desenvolvimento de barras retas. Apesar dessas recomendações, essas diretrizes não descrevem de forma clara a ancoragem com a idealização de treliças tridimensionais, caso de blocos sobre quatro estacas.

A literatura existente destacou que os ganchos de ancoragem nos tirantes não exerceram influência no comportamento mecânico de blocos sobre quatro estacas, por causa do confinamento proporcionado pelas tensões de compressão sobre o topo da estaca, tornando-se dispensável o uso de ganchos (Adebar; Kuchma; Collins, 1990; Buttignol; Almeida, 2013; Clarke, 1973). É válido ressaltar que essas análises foram realizadas com blocos que são classificados como rígidos, conforme a ABNT NBR 6118 (2026).

Delalibera & Giongo (2008) sugeriram que o comprimento de ancoragem para barras de armadura devem levar em conta a região comprimida da estaca, estendendo-se na direção do tirante, partindo da face interna da estaca sem a necessidade de ganchos. No entanto, blocos de concreto sobre duas estacas com pilares retangulares possuem deformações que não podem ser consideradas sem significância, sendo portanto, sugerido o complemento de ganchos na ancoragem para esses casos (MUNHOZ; GIONGO, 2017).

De acordo com essa pesquisa, em consonância com os resultados dos modelos numéricos de blocos sobre quatro estacas, a utilização de ganchos pode ser dispensada para casos de pilares de seções quadradas ou retangulares, em virtude da redução significativas de tensão observada na armadura após a região de compressão da biela, no entanto, esse critério deve ser bem avaliado de forma experimental, visto que a modelagem numérica considera uma adesão perfeita entre aço e concreto.

Complementarmente, a Tabela 7-5 contém os dados estatísticos das forças obtidas nos modelos numéricos (média dos valores medidos nas barras dos tirantes) em relação às estimativas de Blévy e Frémy (1967) e da EHE (2010). A totalidade dos resultados está na Tabela J-1, constante no APÊNDICE (p, 234). As direções dos tirantes estão ilustradas na Figura 3-14 (p. 80).

Tabela 7-5 - Média, desvio padrão e coeficiente de variação das forças nos tirantes obtidos pelos modelos numéricos sobre valores de estimativa dos modelos analíticos

	$\frac{F_{T1}^{MEF}}{F_{T1}^{BLE}}$	$\frac{F_{T2}^{MEF}}{F_{T2}^{BLE}}$	$\frac{F_{T1}^{MEF}}{F_{T1}^{EHE}}$	$\frac{F_{T2}^{MEF}}{F_{T2}^{EHE}}$
Média	0,98	1,15	1,16	1,36
DP	0,11	0,27	0,13	0,32
CV	11,22%	23,48%	11,20%	23,53%

T1: Tirantes na direção paralela a maior dimensão do pilar (a_p);
T2: Tirantes na direção perpendicular à maior dimensão do pilar (a_p).

Fonte: Traduzido de Spozito et al. (2025b).

Os resultados obtidos corroboraram a modelagem numérica, indicando precisão com o modelo de Blévy e Frémy (1967). Quanto à antiga norma espanhola EHE (2010), substituída pelo Código Estrutural (2021), as estimativas resultaram em valores inferiores aos obtidos nos modelos numéricos. Esse comportamento conservador, evidenciado pelos índices mais elevados, está em consonância com as observações de Munhoz (2004, p. 101). Essa análise permite afirmar que a modelagem numérica forneceu resultados válidos para os cenários analisados.

7.5. Análise das tensões nodais

A Tabela 7-6 (p. 175) contém os valores de áreas obtidas em razão da tensão de compressão atuante, conforme a metodologia adotada (vide Figura 3-17, p. 87). Tais valores permitiram o cálculo de “ C_{ca} ” (tópico 3.4.4) para a correção da área de tensão de compressão na zona nodal superior (UNZ) – Equação (3-20) (pg. 86).

Tabela 7-6 - Coeficientes de correção de áreas em função de $\sigma_c \geq 0,5 \cdot f_{ck}$

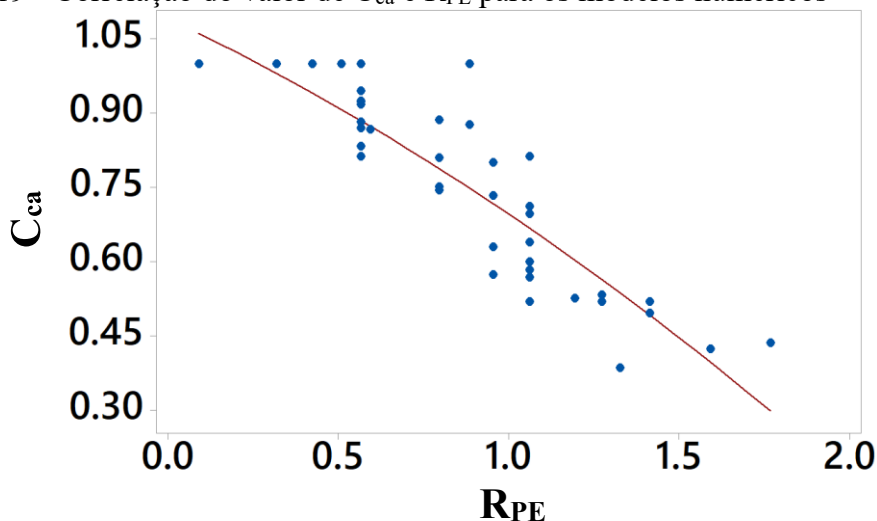
	Área total (cm ²)	< 15MPa	≥ 15 MPa	RPE (%)	Cca		Área (cm ²)	< 15MPa	≥ 15 MPa	RPE (%)	Cca
BM1	400	64	336,00	56,59	0,84	BM28	625	196	429,00	88,42	0,69
BM2	750	324	426,00	106,00	0,57	BM29	937	384	553,50	132,63	0,59
BM3	1000	480	520,00	141,00	0,52	BM30	1250	672	578,00	176,84	0,46
BM4	400	36	364,01	56,59	0,91	BM31	625	196	428,99	88,42	0,69
BM5	675	288	387,00	95,00	0,57	BM32	843	400	443,75	119,37	0,53
BM6	900	432	468,00	127,32	0,52	BM33	1125	648	477,00	159,15	0,42
BM7	400	64	336,01	56,59	0,84	BM34	225	0	225,00	31,83	1,00
BM8	562	144	418,50	80,00	0,74	BM35	750	228	522,00	106,10	0,70
BM9	750	300	450,00	106,00	0,60	BM36	225	0	225,00	31,83	1,00
BM10	400	16	384,00	56,59	0,96	BM37	675	135	540,00	95,49	0,80
BM11	750	360	390,00	106,00	0,52	BM38	225	0	225,00	31,83	1,00
BM12	1000	480	520,00	141,00	0,52	BM39	562	140	422,50	79,58	0,75
BM13	400	25	375,01	56,59	0,94	BM40	225	18	207,00	31,83	0,92
BM14	675	250	425,00	95,00	0,63	BM41	750	140	609,40	106,10	0,81
BM15	900	420	480,00	127,32	0,53	BM42	225	18	207,00	31,83	0,92
BM16	400	16	384,01	56,59	0,96	BM43	675	18	657,00	95,49	0,97
BM17	562	144	418,50	80,00	0,74	BM44	225	0	225,00	31,83	1,00
BM18	750	270	480,00	106,00	0,64	BM45	562	107	455,20	79,58	0,81
BM19	400	18	382,00	56,59	0,96	BM46	64	0	80,00	9,05	1,00
BM20	750	312	438,00	106,00	0,58	BM47	420	47	373,00	59,42	0,87

	Área total (cm²)	< 15MPa	≥ 15 MPa	R _{PE} (%)	C _{ca}		Área (cm²)	< 15MPa	≥ 15 MPa	R _{PE} (%)	C _{ca}
BM21	1000	504	496,00	141,00	0,50	BM48	64	0	64,00	9,05	1,00
BM22	400	16	384,01	56,59	0,96	BM49	400	0	400,00	56,59	1,00
BM23	675	250	425,00	95,00	0,63	BM50	64	0	64,00	9,05	1,00
BM24	900	420	480,00	127,32	0,53	BM52	300	0	300,00	42,44	1,00
BM25	400	12	388,01	56,59	0,97	BM52	64	0	64,00	9,05	1,00
BM26	562	64	498,50	80,00	0,89	BM53	360	0	360,00	50,93	1,00
BM27	750	216	534,00	106,00	0,71						

Fonte: Adaptado de Spozito et al, (2025b).

A Figura 7-19 - Regressão simples em função das variáveis “R_{PE}” e “C_{ca}”

Figura 7-19 - Correlação do valor de C_{ca} e R_{PE} para os modelos numéricos



Fonte: O autor (2026).

A Equação (7-1) indica a relação do valor de R_{PE} e C_{ca} dos modelos analisados, resultando em um valor de R² = 84,10%.

$$C_{ca} = 1,091 - 0,3246 \cdot R_{PE} - 0,06973 \cdot R_{PE}^2 \quad (7-1)$$

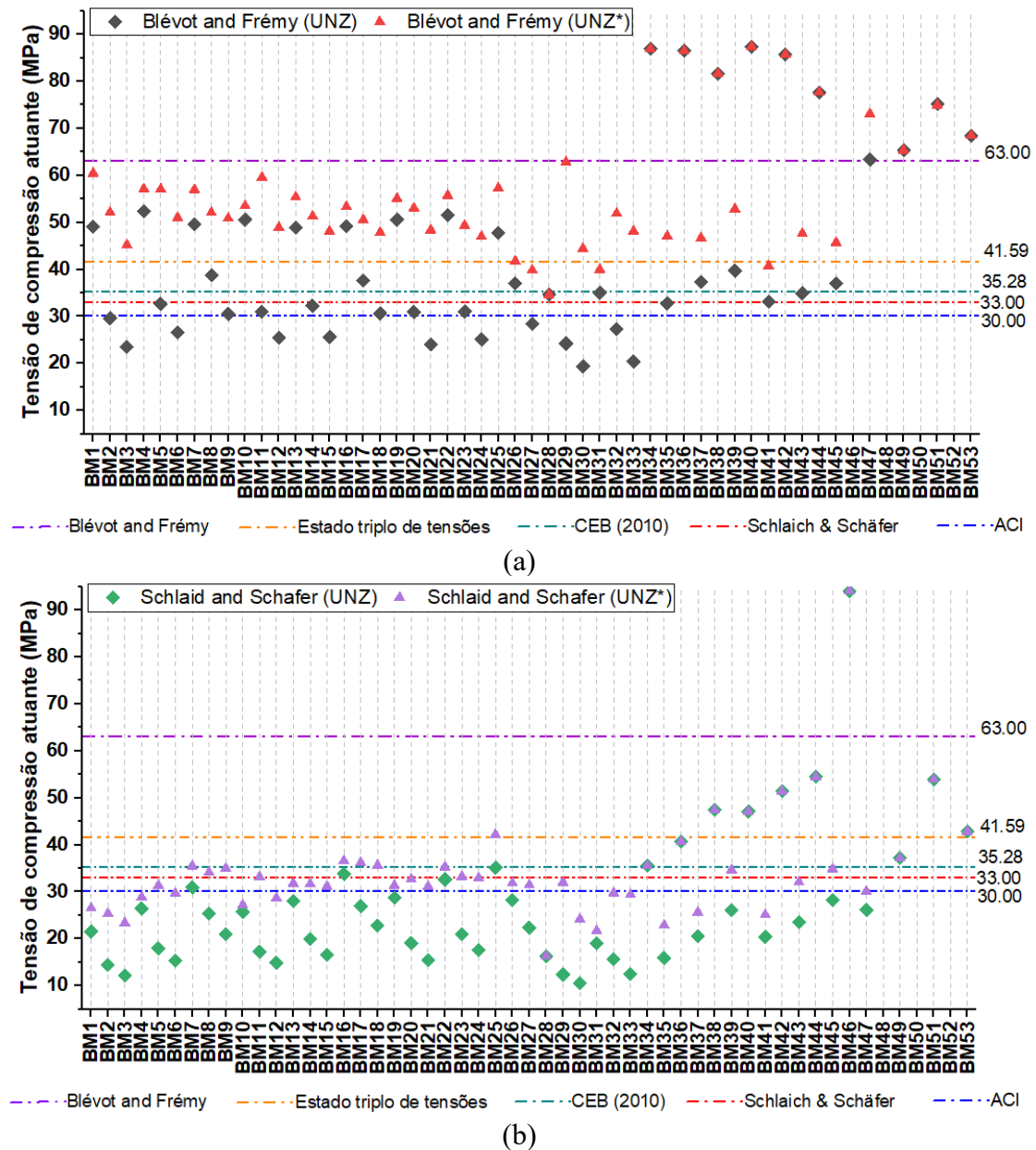
Sendo: C_{ca} coeficiente de correção da área nodal; R_{PE}: razão da área do pilar pela soma da área das estacas.

Apesar da equação resultar em valores com bom coeficiente de regressão, a literatura não possui resultados de modelos experimentais para validação da equação obtida. Com base nesses resultados optou-se pelo desenvolvimento da análise do Capítulo 8, o qual foi elaborado com regressão simbólica e avaliado com modelos experimentais de pilares com seção transversal quadrada.

Os gráficos das Figura 7-20 e Figura 7-21 ilustram os valores de compressão de tensão nodal da zona nodal superior (UNZ) e inferior (LNZ), representados graficamente por pontos discretos, e os limites de resistência nodal, demarcados por linhas horizontais

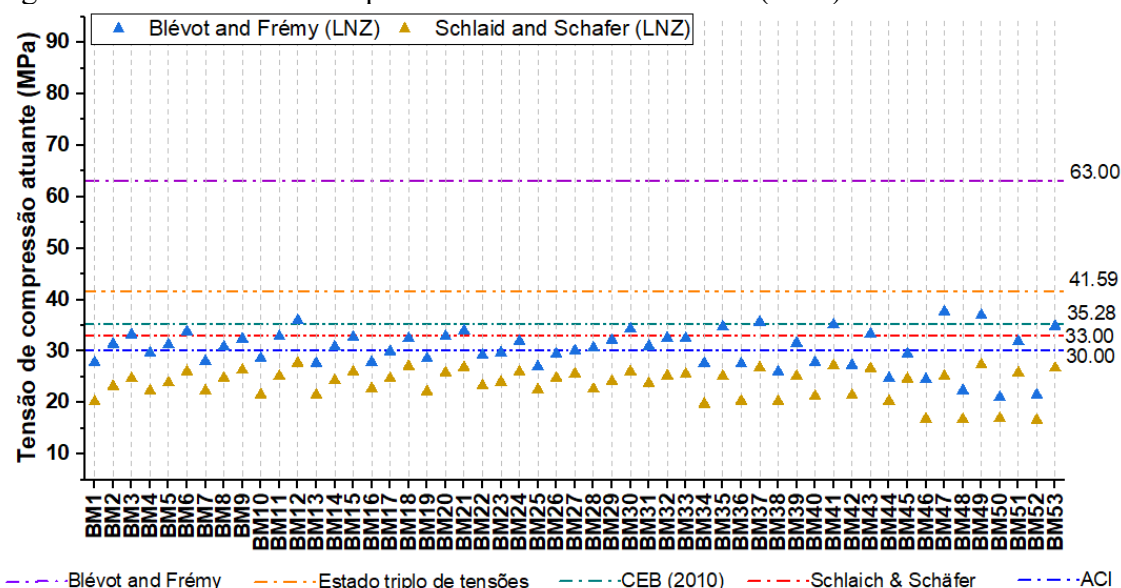
contínuas definidos conforme Tabela 3-7 (pg. 88). O valor da tensão atuante é ilustrado com a aplicação de “ C_{ca} ” incorporado aos modelos de cálculo de Blévyot e Frémy (1967) – Equação (3-21) – e Schlaich & Schäfer – Equação (3-22) –, cujos valores obtidos foram sinalizados pelo “*” na Figura 7-20.

Figura 7-20 - Tensão de compressão da zona nodal superior (UNZ)



Fonte: Adaptado de Spozito et al (2025b).

Figura 7-21 - Tensão de compressão da zona nodal inferior (LNZ)



Fonte: Adaptado de Spozito et al. (2025b).

Alguns pontos de que ilustram a tensão da zona nodal não foram ilustrados no gráfico por possuírem valores superiores aos limites do eixo da ordenada, podendo ser consultados seus valores no APÊNDICE (p. 230). Além disso, esses modelos possuem um $R_{PE} < 50\%$, resultando em valores de “ C_{ca} ” igual a 1,0. Essa representação corrobora com a complexidade do comportamento das tensões nestas situações, remetendo ao comportamento deste fluxo que se expande abaixo da seção do pilar, conforme ilustrado na Figura 7-15.a (p. 170).

Em consonância com os achados de Tomaz et al. (2018), as variações nos valores dentro da LNZ foram menores nos modelos quando comparados aos resultados da UNZ, para ambos modelos analíticos avaliados. Em relação ao benefício do uso com a aplicação de “ C_{ca} ”, ambos os modelos demonstraram melhora nas estimativas para ajuste da tensão atuante em função do limite de resistência nodal proposto pelos próprios autores.

A Tabela 7-7 contém os valores médios das tensões atuantes sobre as tensões estimadas para a zona nodal superior (UNZ) para ambas as situações de cálculo (com e sem o uso do “ C_{ca} ”) e da zona nodal superior (LNZ), obtidos pela razão da tensão limite de cada autor pela tensão atuante ($\sigma_{limite,Autor}/\sigma_{atuante}$).

A introdução do coeficiente “ C_{ca} ” para o ajuste da área do nó superior (UNZ*) promoveu uma aproximação da razão do limite da tensão proposta pelos autores pela tensão obtida no com o resultado da capacidade resistente dos modelos numéricos. Para o modelo de Blévoit e Frémy (1967), a razão média migrou para 1,11 (antes 1,60),

enquanto o desvio padrão e o coeficiente de variação foram reduzidos para 0,34 e 30,66% (antes 0,74 e 46,15%), respectivamente, resultado análogo na formulação de Schlaich & Schäfer (1991), onde a média convergiu para 0,99 (antes 1,42), associada a uma redução do CV para 32,21% (antes 47,32%).

Tabela 7-7 - Valores de Média, DP e CV das razões de tensão limite e atuante

	Blévy e Frémy (1967)			Schlaich & Schafer (1991)		
	UNZ	UNZ*	LNZ	UNZ	UNZ*	LNZ
Média	1,60	1,11	1,02	1,42	0,99	1,03
DP	0,74	0,34	0,18	0,67	0,32	0,15
CV	46,15%	30,66%	17,56%	47,31%	32,21%	14,24%

UNZ: Zona nodal superior (Upper nodal zone);

LNZ: Zona nodal Inferior (Lower nodal zone);

*: Resultados obtidos com redução de área de compressão por meio do “C_{ca}”.

Fonte: O autor (2026).

Sendo assim, é possível constatar que o coeficiente “C_{ca}” possui uma correlação direta com o valor de “R_{PE}”. Essa relação indica que a maior complexidade do fluxo de tensões na região nodal superior está associada a baixos valores de “R_{PE}”, o que, por consequência, resulta em menores valores de “C_{ca}”.

7.6. Considerações finais

A partir da avaliação de 71 modelos numéricos de blocos sobre quatro estacas com geometria parametrizada, investigou-se o comportamento mecânico desses elementos com pilares de seção transversal retangular. As principais conclusões foram:

Em relação ao coeficiente de correção de estimativa da capacidade resistente de blocos com pilares de seção transversal retangular, com estimativas iniciais de modelos com pilares de seção quadrada (ϕ_{SR}):

- i. A aplicação do coeficiente proposto (ϕ_{SR}) demonstrou eficácia na correção e aproximação das estimativas de capacidade resistente. Contudo, constatou-se que a sua acurácia está relacionada com limites de “R_{PE}”. Na análise com valores de limite igual a 50%, as estimativas são melhores com valor de “R_{PE}” maior que 50%. No entanto, para blocos com pilares mais esbeltos (“R_{PE}” < 50%), a introdução do coeficiente pode gerar uma leve superestimativa e aumentar sutilmente a variabilidade dos resultados, exigindo cautela em sua aplicação devido às instabilidades mecânicas acentuadas na zona nodal superior;
- ii. A avaliação das métricas estatísticas revelou que as formulações de Meléndez et al. (2019) e Boulifa et al. (2023) são as mais precisas e estáveis frente às variações do

R_{PE} , mantendo razões médias próximas à unidade (1,00) e baixos coeficientes de variação. Em contrapartida, o modelo clássico de Blévoit e Frémy (1967) subestimou a capacidade resistente de forma excessiva com alta dispersão, que se agravou drasticamente nos cenários com “ R_{PE} ” < 50%;

- iii. O modelo de regressão $F_{MR,03}$ obteve resultados mais confiáveis quando comparados a equação $F_{MR,02}$. O uso da equação $F_{MR,03}$ com o coeficiente proposto (ϕ_{SR}) teve resultados comparados as estimativas de Souza et al. (2009), com média igual a 1,15 e Coeficiente de Variação na ordem de 14%.

Em relação ao emprego da metodologia de pilar de seção quadrada equivalente:

- i. O modelo analítico clássico de Blévoit e Frémy (1967) forneceu estimativas favoráveis para a capacidade resistente de blocos com pilares de seção retangular quando utilizado o método de setorização da biela ou da seção quadrada fictícia. Para pilares de seção transversal quadrada de com valor de R_{PE} inferior a 50%, essa formulação resultou em dispersões superiores ($F_{CDP}/F_{Blévoit} > 4,5$ – Figura 7-8) às das demais metodologias da literatura. Esse comportamento pode ser em função da expansão do fluxo de tensões (Figura 7-15.a), visto que este modelo analítico estima a capacidade resistente em função das áreas da seção do pilar e das estacas, além da inclinação da biela;
- ii. Em contrapartida, os modelos de Meléndez et al. (2019), Boulifa et al. (2023) e Souza et al. (2009) exibiram melhores estimativas com valor de “ R_{PE} ” < 50%, destacando-se a formulação de Meléndez et al. (2019) como a de maior precisão na estimativa da capacidade resistente obtida nas simulações numéricas;
- iii. A equação de regressão “ $F_{MR,03}$ ” demonstrou resultados consistentes na estimativa da capacidade resistente para pilares de seção transversal retangular, ao adotar a metodologia de pilar de seção quadrada equivalente. Contudo, manifestou uma tendência de superestimar (em um valor máximo de 15% - relação $F_{CDP}/F_{MR,03*}$ - vide Tabela 7-4, p. 168) nos resultados obtidos pelos modelos numéricos nos blocos com “ d ” > 1,0 m, comportamento este que pode estar associado às limitações intrínsecas ao domínio de calibração do banco de dados original;

Em relação ao comportamento mecânico e detalhamento das armaduras:

- i. O alongamento de uma das dimensões do pilar influenciou na distribuição de tensões nos tirantes. Verificou-se valores menores de tensão na região central do tirante

posicionado paralelamente à direção do alongamento, promovendo um fluxo de forças mais uniforme. Por outro lado, as barras de armadura dispostas paralelamente à menor dimensão do pilar foram mais solicitadas com maiores valores de tensão de tração (Figura 7-18);

- ii. A metodologia proposta por Blévyot e Frémy (1967) demonstrou boa correlação para estimativa dos valores de tensão de tração nas armaduras;
- iii. Os resultados de tensão de tração obtidas nas armaduras corroboram com as propostas da literatura para a dispensa de ganchos na armadura, no entanto, recomenda-se a validação por meio de ensaios experimentais com foco no comprimento de ancoragem para blocos de quatro estacas com parametrização da seção transversal do pilar, visto que os modelos numéricos processados admitem aderência perfeita entre o aço e o concreto.

Em relação às tensões nas regiões nodais:

- i. O fluxo de tensões imediatamente abaixo do pilar sofreu influência em função do efeito de forma dos pilares, situação não é considerada pelos modelos analíticos avaliados;
- ii. As concentrações de tensões sobre o topo das estacas foram influenciadas por dois parâmetros geométricos: a altura útil do bloco (d) e o alongamento da seção transversal do pilar;
- iii. Os valores de tensão nodal exibiram convergência ao considerar a correção dada pelo valor de " C_{ca} ", evidenciando que a hipótese de consideração parcial da área do pilar é satisfatória para fins preditivos;
- iv. Em relação a correlação do valor de " C_{ca} " com " R_{PE} " (Figura 7-19), para valores de " R_{PE} " inferior a 50%, o valor de " C_{ca} " tende ser igual a 1,0. No caso de " R_{PE} " maior que 50%, o valor de " C_{ca} " é inferior a 1,0, no entanto, verificou-se também que estes resultados possuem variação no eixo das ordenadas (eixo vertical), indicando que o " C_{ca} " também possui correlação com outras variáveis;

Em síntese, os resultados deste capítulo permitiram avaliar o incremento da capacidade resistente decorrente do alongamento do pilar, que pode ser estimado pela metodologia da seção quadrada equivalente, inclusive em elementos de grande escala ($d > 1,0$ m). Identificou-se que o valor de " R_{PE} " influenciou nas estimativas dos modelos analíticos, interferindo na metodologia proposta pelo coeficiente " ϕ_{SR} ". Quanto aos

modelos de regressão, a equação “ $F_{MR,02}$ ” obteve estimativas com grande variação, resultando em alguns casos valores abaixo de zero da capacidade resistente (pilar tracionado), em modelos de altura útil maior que 55 cm, resultado similar com a avaliação do Capítulo 0.

A equação “ $F_{MR,03}$ ” resultou em valores de razão da capacidade resistente sobre a estimativa dos modelos ($F_{CDP}/F_{MR,03}$), no caso de modelos com altura útil até 50 cm, em um valor médio de 1,40 e, para modelos com altura útil igual a 110 cm, esse resultado passou a ser superestimado da ordem máxima de 15%, com valor mínimo de 0,85. Neste último caso, os valores foram comparáveis aos resultados de outros modelos analíticos. Tais achados indicam a viabilidade das propostas deste estudo, desde que respeitados os limites de contorno geométricos e mecânicos identificados, além de evidenciarem a necessidade de expansão do banco de dados para calibrações de maior altura útil.

8. ANÁLISE DA REGIÃO NODAL COM PILAR DE SEÇÃO QUADRADA

No meio técnico e acadêmico não há um consenso na idealização do fluxo de tensões de compressão no STM, sendo adotadas duas hipóteses: a primeira em que a biela inicia-se no centro geométrico do pilar para o centro geométrico da estaca (Adebar; Zhou, 1996; Dey; Karthik, 2019; Nogueira; Souza, 2006; Souza et al., 2009), e a segunda idealização diferencia-se em que a biela tem seu início no centro geométrico da porção resistente do pilar para o centro geométrico da estaca (Araújo, 2016; Blévyot; Frémy, 1967; Chetchotisak; Yindeesuk; Teerawong, 2017; Santos; Carvalho; Stucchi, 2019; Yun; Chae; Ramirez, 2019). Adicionalmente, existem propostas que consideram que a biela inicia-se em uma região comprimida abaixo do pilar (Fusco, 1995).

Nesse contexto, e com base na discussão do item 2.2.2, dadas as dificuldades inerentes à análise da concentração de tensões em modelos físicos, este estudo fez uma avaliação dos limites de tensão de compressão na zona nodal superior de blocos de quatro estacas considerando o uso de um fator de correção para a área comprimida (f_{ac}), conforme metodologia indicada no item 3.5 (p. 89).

8.1. Análise do fluxo de tensões na zona nodal superior

Com base na distribuição de tensões ilustrado no item 7.4.1.1, a Figura 8-1 ilustra o fluxo de tensões de compressão para valores superiores (em azul) e inferiores (em vermelho) a 50% da resistência à compressão do concreto.

Figura 8-1 - Fluxo de tensão de compressão para pilares com valores de “ R_{PE} ” (a) menor que 50% e (b) maior que 50%



Fonte: O autor (2026).⁴

⁴ Figura já ilustrada no Capítulo 7 (Figura 7-15, p. 118).

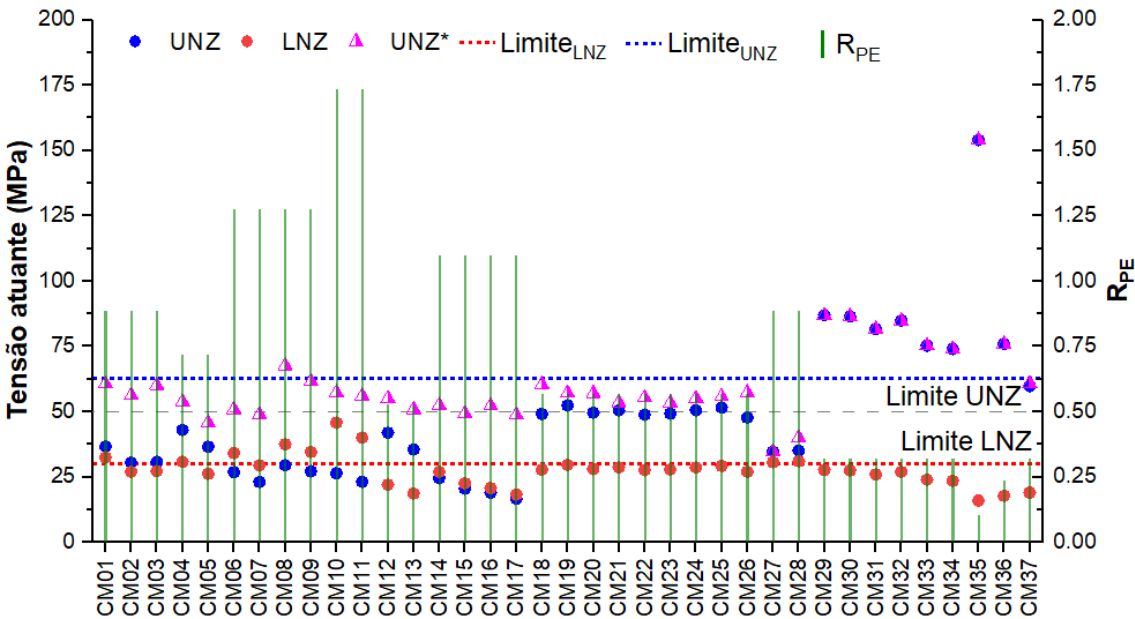
Vale destacar na Figura 8-1.a seção inteira do pilar está compreendida dentro da superfície azul, indicando que todo o concreto está submetido a tensões de compressão superiores a 50% da resistência à compressão do concreto. Já na Figura 8-1.b, a porção interna do pilar possui valores de tensão de compressão inferior a 50% da resistência à compressão do concreto, representado pela cor vermelha.

A partir dos modelos numéricos processados, e com o uso de *softwares* CAD, foram medidas as áreas na interface de contato do pilar em contato com o bloco, onde os valores de tensão ultrapassaram 50% da resistência à compressão do concreto. Os resultados dos coeficientes de redução de área estão na Tabela K-1 (p. 236) com a variável “ f_{ac}^* ”, em conformidade com a Equação (3-23) (p.91).

A partir dos resultados obtidos, verificou-se que os modelos numéricos sem o uso do coeficiente “ f_{ac}^* ”, resultaram em valores de tensão de compressão na zona nodal superior inferiores aos sugeridos pelo limite de Blévoit e Frémy (1967). No entanto, os resultados obtidos estão em conformidade com as considerações finais do Capítulo 7, onde os modelos que possuem valores de “ R_{PE} ” menor que 50%, não possuem áreas de compressão na interface pilar e bloco com valor menor que 50% da resistência à compressão do concreto, resultando em um valor de “ f_{ac}^* ” igual a 1,0.

Os valores de tensão de compressão das zonas nodais superior e inferior estão ilustrados na Figura 8-2, onde os resultados da tensão de compressão na zona nodal superior com (UNZ) e sem (UNZ*) o uso do coeficiente “ f_{ac}^* ”, e a zona nodal inferior é representado pela sigla LNZ. Para interpretação dos resultados em função dos valores de R_{PE} associados aos modelos parametrizados, um novo eixo das ordenadas foi inserido do lado direito do gráfico, com valores representados com a barra verde. A linha horizontal tracejada, na cor cinza, é apenas faz referência de valores de R_{PE} igual a 50%. Os resultados dos modelos numéricos estão indicados na Tabela K-1 (p. 236).

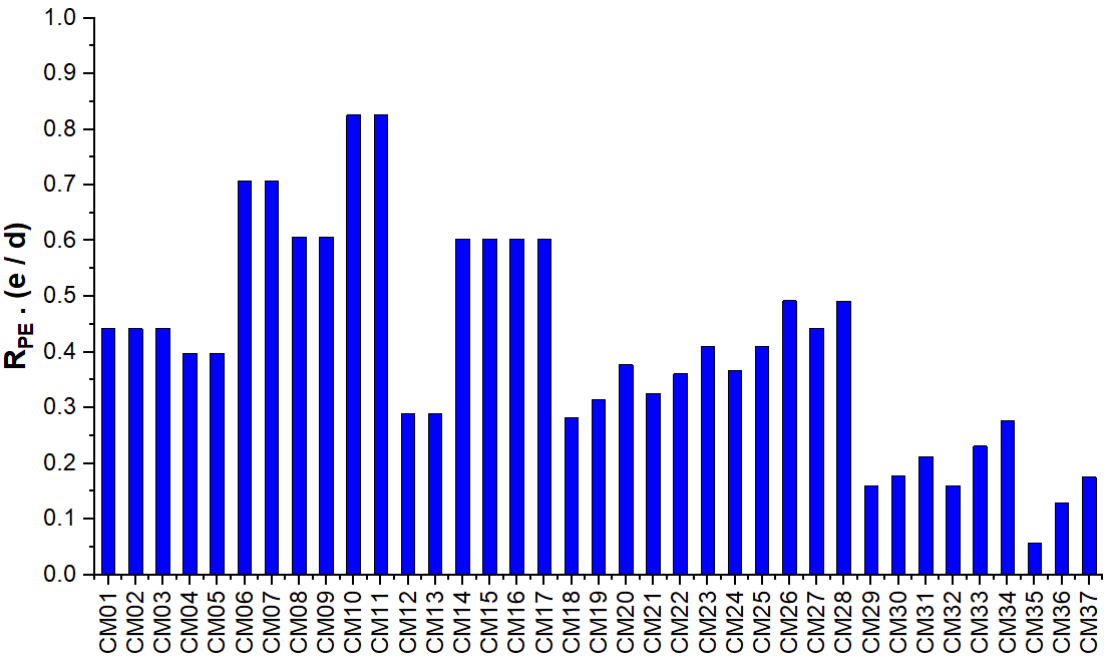
Figura 8-2 - Tensões atuantes nos modelos numéricos com e sem fator de correção de área nodal superior e respectivos valores de R_{PE}



Fonte: O autor (2026).

Com base nos resultados dos modelos numéricos, e para a avaliação do comportamento obtido para as tensões de compressão, a Figura 8-3 ilustra os valores obtidos pela razão de “ R_{PE} ” sobre “ d ”.

Figura 8-3 - Valores da razão de características geométricas " R_{PE} " e " d "



Fonte: O autor (2026).

De modo geral, observa-se que, para os modelos CM01 a CM28, os valores de tensão atuante mantêm-se inferiores aos limites estabelecidos. Por outro lado, modelos com “R_{PE}” inferior a 50% (condição ilustrada pela linha cinza tracejada) resultaram tensões de compressão acima do limite na zona nodal superior, como é o caso dos modelos CM29 a CM36. Ao analisar a razão entre o “R_{PE}” e a altura útil (d) (Figura 8-3), verificou-se que modelos com geometria similar (CM34 e CM35), possuem uma tendência de aproximação dos valores de limite e tensão, possivelmente influenciado pelo valor de “R_{PE}”.

Para valores de “R_{PE}” próximos a 50%, constatou-se que as tensões de compressão na zona nodal superior atuantes e as corrigidas, obtidas mediante a aplicação do coeficiente “C_{ca}”, resultaram em valores muito próximos, condição observada dos modelos CM18 até CM26.

8.2. Regressão simbólica e análise de resíduos

Com base nos resultados da Tabela K-1 (p. 236), obteve-se a Equação (8-1). O intervalo de aplicabilidade dessa equação foi definido com base nos parâmetros dimensionais dos modelos numéricos processados, e está detalhado na Equação (8-2).

$$f_{ac} = \left(\frac{b_p^4}{(d_e + e^2 \cdot (d - 0,49943015) + 0,26412818)^2} - 0,8084458 \right)^2 + 0,38172793 \quad (8-1)$$

$$f_{ac} \text{ com } b_p \in [0,15, 0,65], d \in [0,25, 0,55], e \in [0,375, 1,000] \text{ and } d_e [0,15, 0,35] \quad (8-2)$$

A Tabela 8-1 contém os valores estatísticos Equação (8-1) frente aos resultados da base de dados elaborada com os modelos numéricos processados. As métricas consideradas foram: o coeficiente de determinação (R²), o erro quadrático médio (MSE), a raiz do erro quadrático médio (RMSE), o desvio padrão (DP) e o erro percentual absoluto médio (MAPE). Destaca-se que esses resultados são obtidos a partir do processamento do algorítmico indicado na metodologia. Verifica-se que a variável de maior peso na influência dos resultados do valor de “f_{ac}” refere-se a dimensão do pilar (b_p).

Observou-se uma distribuição normal dos resíduos (Figura 8-4.a), com um *p-Value* superior a 5%, igual a 63,5% (Figura 8-4.b), o que representa um resultado favorável para a validação estatística.

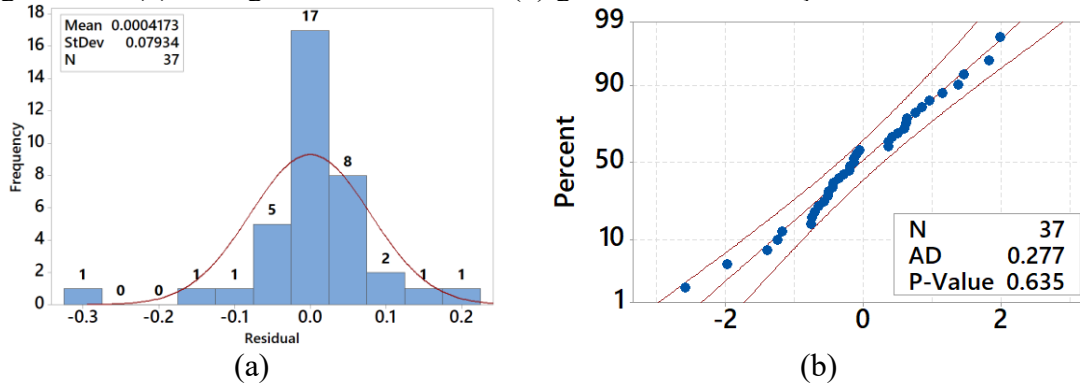
Tabela 8-1 - Métricas de desempenho da Equação (8-1) para cálculo do coeficiente

R^2	MSE	RMSE	DP	MAPE
88,82%	$5,991 \cdot 10^{-3}$	$7,70 \cdot 10^{-2}$	0,2183	7,09%

Fonte: O autor (2026).

A normalidade dos resíduos é ilustrada na Figura 8-4.

Figura 8-4 - (a) Histograma de resíduos e (b) gráfico de distribuição de resíduos



Fonte: O autor (2026).

8.3. Estimativas da tensão de compressão nodal superior com emprego do “ f_{ac} ”

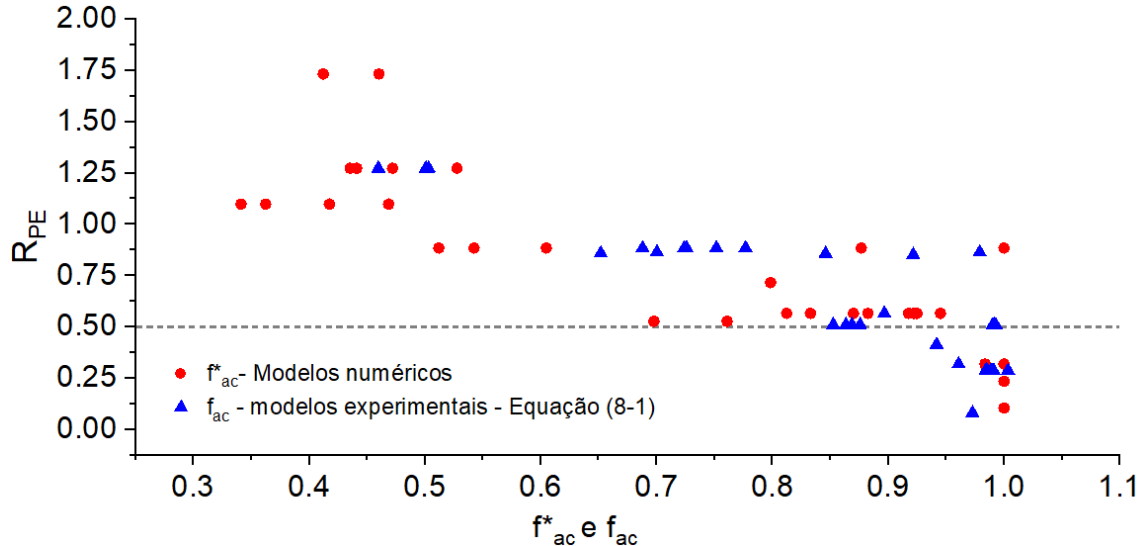
Foram utilizados 81 registros da base de dados dos programas experimentais (Tabela C-1, p. 81). Os critérios de seleção foram baseados para modelos com ângulo de inclinação da biela superior a 40° e na ocorrência de ruptura tipo “S” e “Y+S”. Para este último critério, também foram considerados os resultados do estudo de Meléndez et al. (2019) para evitar discrepâncias no modo de ruptura.

A Figura 8-5 ilustra a correlação entre “ R_{PE} ” dos registros selecionados com os valores obtidos de “ f_{ac}^* ” obtidos para os modelos numéricos no item 8.1, assim como os valores de “ f_{ac} ” para os 81 registros selecionados obtidos por meio da Equação (8-1).

Embora a sobreposição dos pontos no gráfico possa sugerir visualmente uma quantidade inferior à totalidade dos registros analisados (37 modelos numéricos e 81 experimentais), essa percepção decorre apenas da elevada proximidade entre os valores, que se aglomeram em regiões específicas. Outra característica observada refere-se ao limite de 50% considerado para o “ R_{PE} ”: valores abaixo desse limite resultam em “ f_{ac} ” próximos a 1,0, enquanto modelos com “ R_{PE} ” acima desse patamar exibem uma tendência decrescente para o “ f_{ac} ”. Esse padrão é verificado tanto nos resultados numéricos, com valores obtidos por meio da medição das áreas, quanto nos experimentais, derivados da Equação (8-1), indicando que os dados experimentais geram fatores com a mesma

tendência de comportamento idealizado da correção de área de compressão na região nodal superior, em função das características geométricas adotadas.

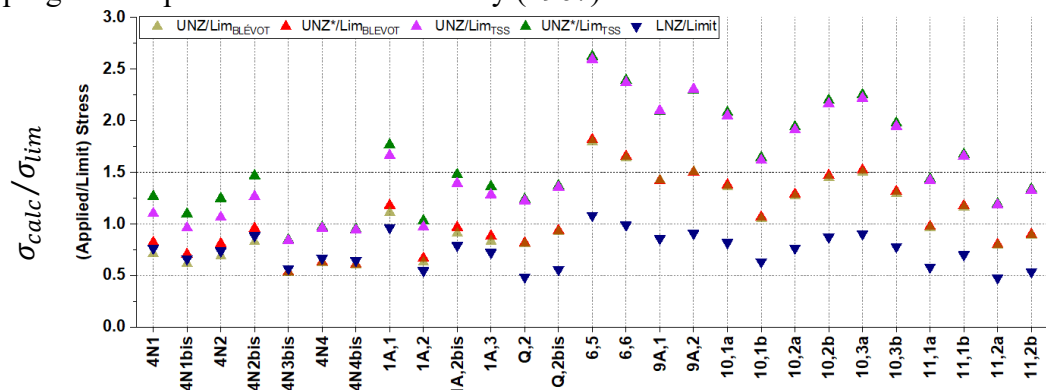
Figura 8-5 - Relação entre “ R_{PE} ” o coeficiente “ f_{ac}^* ” e “ f_{ac} ”



Fonte: O autor (2026).

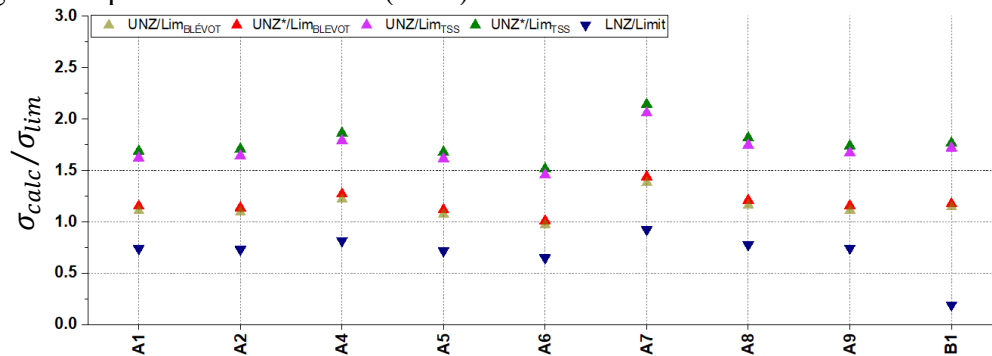
Os resultados das razões das tensões calculadas (σ_{calc}) com e sem o emprego do coeficiente “ f_{ac} ” sobre os limites da resistência nodal (σ_{lim}) para as regiões nodais superiores (UNZ) e região nodal inferior (LNZ), proposto por Blévot e Frémy (1967) e o estado triaxial das tensões (LIM_{TSS}), conforme a ABNT NBR 6118 (2026), estão ilustrados da Figura 8-6 até Figura 8-9, separados por programa experimental.

Figura 8-6 - Razões das estimativas tensão de compressão atuante e limites para o programa experimental Blevót e Frémy (1967)



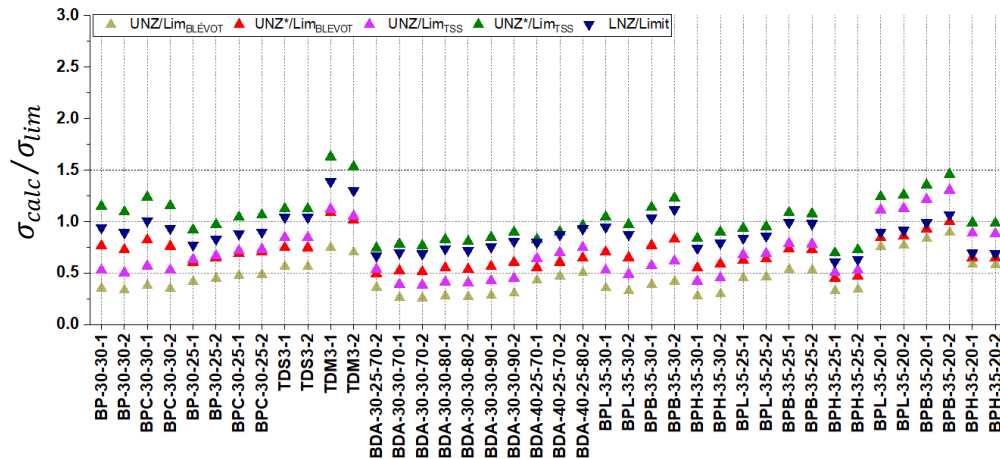
Fonte: O autor (2026).

Figura 8-7 - Razões das estimativas de tensão de compressão atuante e limites do programa experimental de Clarke (1973)



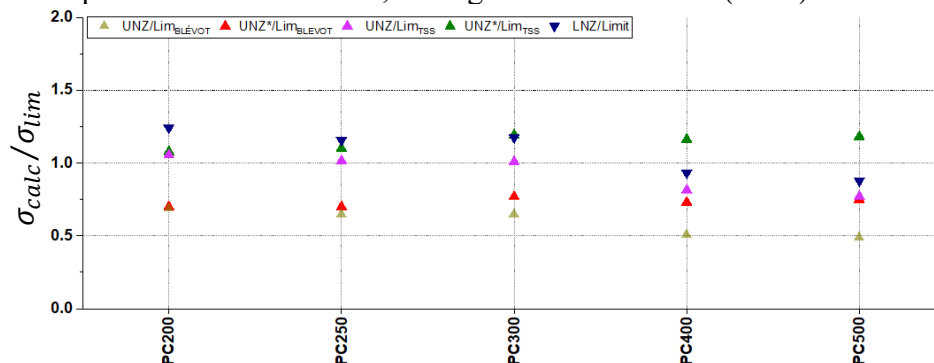
Fonte: O autor (2026).

Figura 8-8 - Razões das estimativas de tensão de compressão atuante e limites para o programa experimental de Suzuki et al. (1996, 1999, 2000, 2002)



Fonte: O autor (2026).

Figura 8-9 - Razões das estimativas de tensão de compressão atuante e limites para o programa experimental de Sørensen, Hoang e Fernández Ruiz (2025)



Fonte: O autor (2026).

A Tabela 8-2 contém os valores de Média, desvio padrão (DP) e o coeficiente de variação (CV) da estimativas de capacidade resistente para os programas experimentais.

Tabela 8-2 - Valores de Média, desvio padrão (DP) e coeficiente de variação (CV) referente aos limites de tensão nodal superior

Programa experimental		<i>UNZ</i>	<i>UNZ*</i>	<i>UNZ</i>	<i>UNZ*</i>	<i>LNZ</i>
		<i>Lim_{BLEVOT}</i>	<i>Lim_{BLEVOT}</i>	<i>Lim_{TSS}</i>	<i>Lim_{TSS}</i>	<i>Lim_{BLEVOT}</i>
Blévo e Frémy (1967)	Média	1,03	1,07	1,55	1,60	0,74
	DP	0,36	0,35	0,51	0,50	0,16
	CV	35%	33%	33%	31%	22%
Clarke (1976)	Média	1,14	1,18	1,70	1,77	0,70
	DP	0,11	0,12	0,16	0,17	0,20
	CV	10%	10%	10%	10%	29%
Suzuki et al. (1998; 1999; 2000; 2002)	Média	0,46	0,69	0,68	1,03	0,88
	DP	0,17	0,15	0,25	0,22	0,17
	CV	37%	22%	36%	21%	19%
Sørensen, Hoang e Fernández Ruiz (2025)	Média	0,60	0,73	0,93	1,14	1,08
	DP	0,09	0,03	0,13	0,05	0,16
	CV	15%	4%	14%	4%	15%

Fonte: O autor (2026).

A uso do coeficiente “ f_{ac} ” nos resultados experimentais dos programas experimentais de Suzuki et al. (1998; 1999; 2000; 2002) resultaram em melhores índices estatísticos com o limite estabelecido pelo estado triaxial, tais registros possuem valores de $R_{PE} \geq 50\%$.

Em contrapartida, os resultados reportados para os programas experimentais de Blévo e Frémy (1967) e Clarke (1976) não evidenciaram um aumento na precisão para as zonas nodais superiores com o emprego do coeficiente proposto, o que pode ser atribuída à ocorrência da compressão com de valores superior a 50% da resistência à compressão do concreto na interface de contato do pilar e do bloco, comportamento identificado para modelos numéricos com “ R_{PE} ” menor que 50%.

O programa experimental de Sørensen, Hoang e Fernández Ruiz (2025) caracteriza-se pelas relações geométricas quase idênticas em todos os modelos ensaiados, com um “ R_{PE} ” constante na ordem de 85%, isolando assim a altura útil como variável principal para a avaliação do efeito de escala. Os resultados com CV igual a 15% e DP de 0,09 na zona nodal superior, sem o emprego do “ f_{ac} ” e com limite definido por Blévo e Frémy (1967), já, no caso do emprego de “ f_{ac} ”, que teve resultados decrescentes com o aumento da altura útil, minimizou as variações causadas pela escala do modelo, resultando em uma melhora estatística, com um CV de 4% para ambos os limites avaliados. Esse comportamento comprova que a área de compressão sofre influência direta da escala estrutural, mesmo sob proporções geométricas similares.

8.4. Considerações finais

As principais conclusões deste Capítulo foram:

- i. A equação desenvolvida por meio da regressão simbólica para o cálculo de “ f_{ac} ”, demonstrou resultados satisfatórios, com um R^2 de 88,82% e MAPE de 7,09%, o que possibilitou obter valores com a mesma tendência em função da geometria do bloco, do pilar e da estaca para 81 modelos experimentais. Isso indica que a correção da área da zona nodal superior pode ser estimada com o uso da equação proposta, embora esta seja limitada a blocos sobre quatro estacas sob pilares de seção transversal quadrada;
- ii. A equação obtida, com base nas dimensões estabelecidas, indicou que a área da zona nodal comprimida superior sofre influência não somente das relações geométricas dos elementos estruturais (pilar, bloco e estaca), mas também da escala dos modelos. Esse efeito foi capturado pelos resultados da equação proposta com base nos resultados do programa de Sørensen, Hoang e Fernández Ruiz (2025); contudo, nota-se que o modelo ainda é passível de refinamento;
- iii. Os resultados para os ensaios de Blévot e Frémy (1967) e de Clarke (1976), que possuem características geométricas similares em relação ao “ R_{PE} ”, exibiram boa correlação com os limites de tensão de compressão da zona nodal superior propostos pelos primeiros autores. Neste caso, não foi possível relacionar o uso do “ f_{ac} ”, devido aos valores obtidos serem iguais a 1,0 (vide Tabela K-1, p. 236). Essa característica está associada à expansão do fluxo de tensões, que ocorre abaixo da seção do pilar para “ R_{PE} ” inferior a 50%, resultando na divisão da biela de compressão abaixo do pilar;
- iv. Os ensaios de Suzuki et al. (1998, 1999, 2000, 2002), caracterizados por “ R_{PE} ” > 50%, demonstraram correlação com o uso do “ f_{ac} ”, resultando em relações entre as tensões calculadas e os limites avaliados mais próximas de 1,0. Isso evidencia uma melhor convergência com o limite de resistência adotado pelo critério do estado triaxial de tensões, visto que, nestes casos, o fluxo de tensões de compressão se divide ainda no interior do pilar.

Em síntese, as análises indicaram que a capacidade resistente da zona nodal superior é influenciada simultaneamente por “ R_{PE} ”, pela altura útil do bloco, com resultados de “ f_{ac} ” que capturam essas condições. O valor de 50% para o “ R_{PE} ” revelou

ser um marco de transição no comportamento do fluxo de tensões, o que justifica a aplicação do “ f_{ac} ” para o ajuste das tensões em geometrias onde o “ R_{PE} ” $> 50\%$.

9. CONCLUSÃO

Em função da ausência de consenso normativo e das limitações da literatura experimental delineadas no início desta pesquisa, este trabalho investigou o uso de modelos de regressão para formular equações preditivas da capacidade resistente de blocos sobre quatro estacas sob pilares de seção quadrada e retangular. O objetivo central foi identificar, via simulações numéricas, os parâmetros mecânicos que influenciaram diretamente as estimativas de resistência pelas equações elaboradas. Essa avaliação abrangeu tanto as equações propostas quanto os modelos analíticos de Souza et al. (2009), Melendez et al. (2019) e Boulifa et al. (2023), selecionados por possuírem boa correlação com resultados experimentais.

Quanto ao comportamento mecânico, destaca-se o estudo da zona nodal superior em ambos os tipos de pilares. Exclusivamente para as seções quadradas, formulou-se uma correção da área de compressão, validada mediante dados experimentais da literatura, os quais se restringem a esse formato geométrico.

A partir de registros de ensaios da literatura, estruturou-se um banco de dados para calibrar as equações de regressão, sendo utilizados dois ensaios, com modos de ruptura diferentes, para calibrar a simulação numérica, possuindo melhor correlação com as estimativas da capacidade resistente obtido por modelos analíticos utilizando o solucionador estático. A modelagem numérica foi realizada para três séries de dados com o objetivo de: (i) avaliação paramétrica das equações obtidos pelas regressões, (ii) análise mecânica dos blocos sob pilares de seção transversal retangular e, (iii) estudo da zona nodal superior de blocos sob pilares de seção transversal quadrada. Constatou-se, ainda, que a falta de padronização experimental afetou o fluxo de tensões e as bielas, corroborada pelas análises realizada.

Foram elaboradas nove equações a partir de modelos de regressão para estimativa da capacidade resistente de blocos sob pilares de seção quadrada, agrupadas conforme o modo de ruptura observado na base de dados, sendo: (i) ruptura da biela com (F_{MY}) e sem (F_{MS}) tensões atuantes na armadura com nível de tensão de solicitação superior ao valor de tensão de escoamento, e um modelo global (F_{MR}), que abrangeu todos os registros da base de dados. Na avaliação dessas propostas, apesar de todas possuírem valores de R^2 acima de 90% frente aos resultados do banco de dados, somente as equações não lineares $F_{MR,02}$ e $F_{MR,03}$ obtiveram desempenho satisfatório na extrapolação geométrica dos

modelos numéricos, sendo as principais conclusões da análise de blocos sob pilares de seção quadrada foram:

- i. Foi percebido que a altura útil possui influência nas estimativas da equação $F_{MR,02}$, com boas estimativas para valores de até 50 cm, limite que compreende até 95% dos ensaios realizados que definiram a base de dados. Para alturas superiores a 50 cm, a aproximação não foi satisfatória, visto que acima deste valor, apenas sete ensaios foram realizados, em um único programa experimental, sendo, portanto, considerados insuficientes para a calibração da equação para essa condição. Assim, verifica-se a necessidade de ensaios experimentais com blocos sobre quatro estacas fora desse limite para a calibração desta equação;
- ii. Embora a formulação $F_{MR,03}$ tenha resultados de estimativas com valores menores da capacidade resistente frente aos modelos experimentais e numéricos avaliados, na ordem de 30% a 40%, acredita-se que essa característica é possivelmente influenciada pela adoção de modelos com ruptura “Y+S” para sua calibração, que resultaram em menores valores capacidade resistente para essa condição (vide Tabela 6-20, p.142). No entanto, ela demonstrou menor sensibilidade à variação da altura útil em comparação à $F_{MR,02}$. Para blocos com altura útil próxima a 1,00 m, a razão entre a capacidade obtida e a estimada tendeu a 1,0, o que também indica a necessidade de modelos com maior altura útil para calibração. Além disso, a equação $F_{MR,03}$ apresentou um CV na ordem de 16%, compatível com os modelos analíticos da literatura, enquanto a $F_{MR,02}$ superou os limites estatísticos aceitáveis.
- iii. Tanto os modelos analíticos quanto as equações de regressão sofreram influência quando o valor de “ R_{PE} ”, resultando maior variabilidade das estimativas quando menor que 50%;
- iv. No que tange aos limites de aplicabilidade das equações $F_{MR,02}$ e $F_{MR,03}$, as estimativas são diretamente influenciadas pela escassez de modelos experimentais de maior escala, sendo que isso também resulta em variações de comportamento na área de compressão da zona nodal superior. Essas divergências comportamentais são observadas em ensaios que possuem relações geométricas quase idênticas, mas com alturas úteis distintas (evidenciadas pela variação do valor de “ f_{ac} ”). Esse cenário corrobora a necessidade de realizar ensaios em modelos de maior escala para permitir o refinamento contínuo das equações de regressão.

Em relação as estimativas para blocos sob pilares de seção retangular, conclui-se que:

- i. A influência do comportamento mecânico nos cenários de “ R_{PE} ” < 50% com o pilar de seção quadrada definido pela menor dimensões do pilar retangular, prejudicaram a precisão do coeficiente “ ϕ_{SR} ”. Contudo, para valores superiores a esse patamar, o fator proposto mostrou-se consistente, com estimativas satisfatórias, tanto na aplicação da equação $F_{MR,03}$ quanto nos modelos analíticos da literatura;
- ii. A uso da metodologia de pilar de seção quadrada equivalente resultou estimativas satisfatórias para os modelos analíticos, inclusive para a equação $F_{MR,03}$. A razão média entre a capacidade resistente e a estimativa do modelo $F_{MR,03}$, resultou em 1,40 para alturas úteis (d) de até 55 cm, e 1,09 para “d” igual a 110 cm, retificando a influência da escala dos blocos sobre quatro estacas para as equações obtidos por modelo de regressão;
- iii. Ainda sobre o método de pilar com seção quadrada equivalente, o modelo que teve melhor aproximação foi o de Boulifa et al. (2023), com valores médios da razão da capacidade resistente de modelos numéricos pelos valores estimados próximos à 1,00 e CV na ordem de 10%;
- iv. O método de Blévoit e Frémy (1967), embora não tenha um bom ajuste com o coeficiente “ ϕ_{SR} ” quando o cálculo inicial foi realizado com valores de “ R_{PE} ” < 50%, porém, quando associado ao método de pilar de seção quadrada equivalente e ao método que define a origem das bielas no centro de gravidade (CG) da porção do pilar (definida pelo número de estacas), teve significativo aumento de sua precisão, indicando que existe um efeito de forma que influência as estimativas deste modelo analítico para blocos sobre quatro estacas;
- v. O modelo de Melendez et al. (2019) superestimou a capacidade resistente dos modelos numéricos em cerca de 20% para “ R_{PE} ” < 50% com pilares de seção transversal quadrada e, ao aplicar o coeficiente “ ϕ_{SR} ”, obteve resultados na mesma ordem de grandeza. Esse comportamento corrobora a premissa de que o ganho de resistência, resultante do alongamento de uma das dimensões do pilar, quando representado por uma função quadrática, possui boa correlação;

- vi. Ainda em relação ao modelo de Melendez et al. (2019), a razão média da capacidade resistente do numéricos e analíticos foi de 0,95, com um CV de 16,8%, sendo que a influência desse último valor se deu pelos modelos com “ R_{PE} ” inferior a 50%, o que justifica uma análise para essa situação.

Em relação ao comportamento mecânico das zonas nodais superior e inferior:

- i. O valor de “ R_{PE} ” pode ser correlacionado com os fatores de correção de área da zona nodal superior (“ C_{ca} ” e “ f_{ac} ”), no entanto, verificou-se que esse parâmetro não é único para essa influência, visto que foram obtidos resultados de variação do “ f_{ac} ”, fator proposto para a correção da área de compressão da zona nodal superior, com resultados experimentais de mesma razão geométrica, mas com escalas diferentes, efeito captura pela equação proposta.

Em síntese, a pesquisa atingiu o objetivo de avaliar a eficácia dos modelos de regressão na estimativa da capacidade portante de blocos sobre quatro estacas. Essa abordagem, aliada às simulações numéricas, permitiu identificar e analisar os parâmetros mecânicos que influenciam diretamente essas estimativas, evidenciando efeito de forma como um fator de influência. A análise da zona nodal superior, mensurada pelo fator “ f_{ac} ”, demonstrou que a área de compressão efetiva, na interface de pilar e bloco, deve ser ajustada em função da escala geométrica do modelo, o que corrobora a necessidade de calibrar equações empíricas, como a equação $F_{MR,03}$, para modelos com maior escala.

Como principais contribuições deste trabalho, destacam-se: (i) a proposição de uma metodologia para a elaboração de equações de regressão para estimativa da capacidade resistente para blocos sobre quatro estacas, podendo ser estendida a elementos com diferentes configurações para avaliação; (ii) a formulação de coeficientes para pilares de seção retangular (ϕ_{SR}), comprovando que o ganho de capacidade resistente pode ser expresso por uma função quadrática a partir do pilar quadrado definido pela menor dimensão do pilar retangular; (iii) a aplicação do fator “ f_{ac} ” para avaliar o comportamento da zona nodal frente ao efeito de escala; e, por fim, (iv) a metodologia avaliada para simulação numérica, capaz de simular o campo de tensões de compressão com boa representação para os dados experimentais e modelos analíticos da literatura.

9.1. Propostas para pesquisas futuras

Como propostas de trabalhos futuros, propõe-se:

- Ampliar a base de dados por meio de modelagens numéricas e modelos experimentais com parametrização geométrica, visando ao refinamento dos modelos de regressão;
- Identificaram-se lacunas quanto a armaduras complementares, tirantes e resistência à tração do concreto, verificando a necessidade de investigações futuras dessas variáveis para refinar os modelos analíticos e a equação proposta;
- Investigar novas configurações estruturais, como blocos com maior número de camadas de tirantes, pouco explorados na literatura, para aplicação dos modelos analíticos e de regressão para validar a aplicabilidade nestas condições;
- Avaliar as condições de ensaios experimentais e as interferências que a falta de padronização nos modelos experimentais pode inferir por meio da repetição de ensaios com variação das condições de contorno;
- Aprimorar a avaliação nodal, desenvolvendo equações de regressão para coeficientes de ajuste, dada a relevância da concentração de tensões nas regiões nodais;
- Propor modelos de regressão com relações entre variáveis geométricas com o objetivo de avaliar a precisão destas formulações considerando o efeito de escala dos modelos.

APÊNDICE A

Tabela A-1 - Síntese dos trabalhos da revisão bibliográfica

	Autor	País		Metodologia				Investigação
		Publicação	Estudo	(1)	(2)	(3)	(4)	
1	Hobbs e Stein (1957)	África do Sul	África do Sul	2	X		X	- Configuração das armaduras principais.
2	Blévot e Frémy (1967)	França	França	2/3/4	X		X	- Comportamento estrutural com disposições de armadura concentradas e distribuídas.
3	Mautoni (1972)	Brasil	Brasil	2	X			- Configuração da armadura principal do tirante no comportamento estrutural.
4	Clarke (1973)	Reino Unido	Reino Unido	4	X			- Influência da disposição das armaduras principais; e - Ganchos nas extremidades da armadura principal.
5	Taylor & Clarke (1976)	Reino Unido	Reino Unido	4	X			- Disposição das armaduras principais; e - Influência dos ganchos nas extremidades das armaduras principais.
6	Sabnis e Gogate (1984)	Estados Unidos	Estados Unidos	4	X			- Influência no comportamento mecânico das armaduras em função da taxa de armadura principal.
7	Adebar et al. (1990)	Estados Unidos	Canadá	4/6	X		X	- Análise do comportamento mecânico de blocos assimétricos; e - Influência da disposição das armaduras principais.
8	Iyer e Sam (1991)	Reino Unido	Índia	3		X		- Análise das tensões em modelos lineares elásticos.
9	Iyer e Sam (1995)	Reino Unido	Índia	4	X	X		- Análise do arranjo da armadura principal; e - Avaliação de modelos numéricos para simulação do comportamento dos blocos sobre quatro estacas.
10	Adebar o Zhou (1996)	Estados Unidos	Canadá	4			X	- Proposta de modelo STM,
11	Iyer e Sam (1996)	Reino Unido	Índia	4	X			- Análise fotoelástica da fissuração dos blocos de concreto em função da disposição de armaduras.
12	Suzuki e Otsuki (1996)	Japão	Japão	4	X	X	X	- Análise do arranjo das armaduras principais; e - Concentração de tensões na ligação bloco x pilar.
13	Suzuki, Otsuki e Tsubata (1998)	Japão	Japão	4	X	X	X	- Análise da distância de bordas da estaca e face externa do bloco; e - Influência do escoamento da armadura na resistência ao concreto.

	Autor	País		Metodologia				Investigação
		Publicação	Estudo	(1)	(2)	(3)	(4)	
14	Chan e Poh (2000)	Singapura	Singapura	4	X			- Avaliação do comportamento mecânico de blocos de concreto pré-moldados.
15	Suzuki, Otsuki e Tsuchiya (2000)	Japão	Japão	4	X			- Influência no comportamento mecânico de blocos de concreto com armadura distribuída em função da distância da estaca até a borda do bloco.
16	Suzuki e Otsuki (2002)	Japão	Japão	4	X			- Avaliação da ancoragem de blocos de concreto com armaduras principais distribuídas.
17	Souza et al. (2007)	Coreia do Sul	Brasil	4		X	X	- Avaliação de carregamento excêntricos em pilares de seção genérica; e - Avaliação da tensão de resistência à tração do concreto, - Proposta de modelo STM.
18	Delalibera e Giongo (2008)	Brasil	Brasil	2	X		X	- Avaliação da deformação das bielas de concreto.
19	Souza et al. (2009)	Estados Unidos	Brasil	4			X	- Proposta de modelo STM.
20	Delalibera e Giongo (2009)	Brasil	Brasil	2	X		X	-Variação da seção dos pilares; e - Excentricidade de carregamentos.
21	Bloodworth, Cao e XU (2012)	Estados Unidos	Reino Unido	4		X	X	- Avaliação do comportamento mecânico de modelos numéricos com a parametrização geométrica de modelo calibrado; - Proposição de coeficientes e formulação para previsão de capacidade de blocos e concreto com pilar parede.
22	Almeida e Buttignol (2012)	Brasil	Brasil	2		X		- Análise do comportamento mecânico de modelos numéricos para simulação de blocos de concreto sobre duas estacas; e - Análise da influência das condições de contorno da estaca e dimensão no comportamento mecânico.
23	Jensen e Hoang (2012)	Reino Unido	Dinamarca				X	- Proposta de modelo de cálculo.

	Autor	País		Metodologia				Investigação
		Publicação	Estudo	(1)	(2)	(3)	(4)	
24	Buttignol e Almeida (2013)	Brasil	Brasil	3		X		- Avaliação do comportamento mecânico em função da alteração da resistência à compressão do concreto,
25	Delalibera, da Silva e Giongo (2014)	Brasil	Brasil	2		X		- Análise do comportamento estrutural de blocos de concreto com cálice embutido so força horizontal,
26	Oliveira, Barros e Giongo (2014)	Brasil	Brasil	6		X		- Dimensionamento de blocos de concreto com uso de modelos de bielas e tirantes; - Influência da deformabilidade do solo; - Influência da variação da resistência a compressão do concreto; e - Influência da seção transversal do pilar (quadrada e retangular) de mesma área.
27	Araújo (2016)	Japão	Brasil	2/3/4			X	- Proposta de modelo STM.
28	Meléndez, Miguel e Pallarés (2016)	Reino Unido	Espanha	4		X		- Proposta de modelagem simplificada de modelos numéricos no FESCA 3D; - Avaliação de resultados em modelos numéricos em função da adoção da resistência à tração do concreto.
29	Munhoz e Giongo (2017)	Brasil	Brasil	2	X			- Seção retangular do pilar; e - Avaliação da taxa armadura pilar na influência da distribuição de tensões.
30	Chetchotisak, Yindeesuk e Teerawong (2017)	Coreia do Sul	Tailândia	4			X	- Proposta de modelo STM.
31	Tomaz et al. (2018)	Brasil	Brasil	2/3/4			X	- Análise das tensões nodais superior e inferior em blocos sobre estacas frente a resultados de diversos modelos de cálculo.
32	Meléndez e Miguel (2018)	Reino Unido	Espanha	4		X		- Avaliação do fluxo de tensões em função da rigidez das condições de contorno (pilar e estaca).
33	Guo (2018)	Estados Unidos	China	4/6	X			- Resistência mecânica com bielas reforçadas com perfis de aço.

	Autor	País		Metodologia				Investigação
		Publicação	Estudo	(1)	(2)	(3)	(4)	
34	Miguel-Tortola; Pallarés e Miguel (2018)	Reino Unido	Espanha	3	X			- Variação geométrica do bloco; e - Armaduras complementares.
35	Randi et al. (2018)	Brasil	Brasil	2		X		- Análise do comprimento de ancoragem da armadura de pilares no comportamento mecânico de blocos sobre duas estacas.
36	Miguel-Tortola; Miguel e Pallarés (2019)	Reino Unido	Espanha	4	X			- Influência de armaduras complementares frente aos modelos de dimensionamento de normas; e - Carregamento excêntrico.
37	Melendez et al. (2019)	Estados Unidos	Espanha	4			X	- Proposta de modelo STM.
38	Dey e Karthik (2019)	Reino Unido	Índia	4			X	- Proposta de modelo STM (Por meio da compatibilização de deslocamentos),
38	Yun, Chae e Ramirez (2018)	Estados Unidos	Coreia do Sul	4			X	- Proposta de um modelo STM com método iterativo com auxílio de modelos discretizados em elementos finitos,
40	Yun, Chae e Ramirez (2019)	Japão	Coreia do Sul	4		X	X	- Aplicação da proposta de um modelo STM com auxílio de modelos numéricos para definir os limites de resistências nodais baseadas em valores obtidos através dos resultados dos modelos numéricos.
41	Santos, Carvalho e Stucchi (2019)	Brasil	Brasil	4			X	- Dimensionamento de blocos sobre quatro com modelo de bielas e tirantes devido dúvidas no meio técnico pela nova diretriz da ABNT NBR 6118:2014 nos limites de tensão nodal.
42	Souza et al. (2020)	Brasil	Brasil	5/9		X		- Avaliação da simplificação da seção complexa dos pilares por seções quadradas equivalentes.
43	Gameleira et al. (2020)	Brasil	Brasil	4		X		- Avaliação da fissuração em modelos numéricos devido influência das RAA nas propriedades mecânicas do concreto.

	Autor	País		Metodologia				Investigação
		Publicação	Estudo	(1)	(2)	(3)	(4)	
44	Huang, Cui e Lu (2020)	Reino Unido	China	15		X	X	- Avaliação da distribuição de tensões em blocos de 15 estacas (3 linhas de 5 estacas) com blocos de transição, por meio de MEF, Proposta de modelo analítico validade com os modelos processados.
45	Delalibera e Sousa (2021)	Brasil	Brasil	2		X		- Análise do comportamento estrutural dos blocos de concreto em função do atrito lateral de estaca x solo e força transferida ao solo.
46	Garcia e Albuquerque (2021)	Brasil	Brasil	1 a 4		X		- Análise do comportamento de blocos de concreto com espaçamentos não usuais entre estacas.
47	Mogili e Hwang (2021)	Estados Unidos	Taiwan	4/6			X	- Proposta de modelo para geometria assimétrica de estacas.
48	Boulifa et al. (2021)	Estados Unidos	Argélia	4	X		X	- Relacionou o comportamento mecânico de corpos de prova de concreto confinados com blocos de concreto sobre quatro estacas.
49	Gonçalves, Delalibera e Oliveira Filho (2022)	Reino Unido	Brasil	2	X	X		- Comportamento mecânico de blocos de concreto sobre estacas metálicas; e - Influência de armaduras complementares construtivas sobre as estacas.
50	Luchesi et al. (2022)	Brasil	Brasil	2		X		- Análise numérica das condições de contorno para modelagem de blocos sobre duas estacas.
51	Basha et al. (2023)	Reino Unido	Egito	2	X	X		- Disposição de armaduras complementares.
52	Delalibera et al. (2023)	Brasil	Brasil	2/3/4			X	- Análise das tensões nodais superior e inferior em blocos sobre estacas frente a resultados de diversos modelos de cálculo.
53	França e Rodrigo (2023)	Alemanha	Brasil	4		X		- Análise da influência da geometria do bloco (planta) e espaçamento entre estacas na transferência de forças diretas ao solo pela base do bloco.
54	Boulifa et al. (2023)	Reino Unido	Argélia	4			X	- Modelo simplificado para cálculo da ruptura de blocos de concreto.
55	Laughery et al. (2024)	Estados Unidos	Estados Unidos	3	X			- Avaliação do efeito de escala na previsão de ruptura

	Autor	País		Metodologia				Investigação
		Publicação	Estudo	(1)	(2)	(3)	(4)	
								de blocos de concreto sobre três estacas.
56	Souza e Delalibera (2024)	Brasil	Brasil	12		X		- Avaliação da distribuição de carregamentos em blocos de 12 estacas com pilares associados ou individuais e parametrização da presença do solo.
57	Kim, Park e Yun	Estados Unidos	Coreia do Sul	4		X	X	- Proposta de modelos STM para carregamento centrado e excêntrico.

(1): Nº de estacas; (2): Experimental; (3): Numérica; (4): Analítica (proposta de modelo de cálculo),

LISTA DE TRABALHOS RELACIONADOS POR NÚMERO DE ESTACAS E METODOLOGIA

>>> BLOCO DE 1 ESTACAS <<<

- * Numérico (1 trabalhos):
- Garcia e Albuquerque (2021)

>>> BLOCO DE 2 ESTACAS <<<

- * Analítico (3 trabalhos):
- Araújo (2016)
- Tomaz et al, (2018),
- Delalibera et al, (2023)
- * Experimental (2 trabalhos):
- Mautoni (1972)
- Munhoz e Giongo (2017)
- * Experimental e Analítico (4 trabalhos):
- Hobbs e Stein (1957)
- Blévot e Frémy (1967)
- Delalibera e Giongo (2008)
- Delalibera e Giongo (2009)
- * Experimental e Numérico (2 trabalhos):
- Gonçalves, Delalibera e Oliveira Filho (2022)
- Basha et al, (2023)
- * Numérico (6 trabalhos):
- Almeida e Buttignol (2012)
- Delalibera, da Silva e Giongo (2014)
- Randi et al, (2018)
- Delalibera e Sousa (2021)
- Garcia e Albuquerque (2021)
- Luchesi et al, (2022)

>>> BLOCO DE 3 ESTACAS <<<

- * Analítico (3 trabalhos):
- Araújo (2016)
- Tomaz et al, (2018),
- Delalibera et al, (2023)
- * Experimental (2 trabalhos):
- Miguel-Tortola, Pallarés e Miguel (2018)
- Laughery et al, (2024)
- * Experimental e Analítico (1 trabalhos):
- Blévot e Frémy (1967)
- * Numérico (3 trabalhos):
- Iyer e Sam (1991)

- Buttignol e Almeida (2013)
- Garcia e Albuquerque (2021)

>>> BLOCO DE 4 ESTACAS <<<

- * Analítico (12 trabalhos):
 - Adebar o Zhou (1996)
 - Souza et al, (2009)
 - Araújo (2016)
 - Chetchotisak, Yindeesuk e Teerawong (2017)
 - Tomaz et al, (2018),
 - Melendez et al, (2019)
 - Dey e Karthik (2019)
 - Yun, Chae e Ramirez (2018)
 - Santos, Carvalho e Stucchi (2019)
 - Mogili e Hwang (2021)
 - Delalibera et al, (2023)
 - Boulifa et al, (2023)
- * Experimental (9 trabalhos):
 - Clarke (1973)
 - Taylor & Clarke (1976)
 - Sabnis e Gogate (1984)
 - Iyer e Sam (1996)
 - Chan e Poh (2000)
 - Suzuki, Otsuki e Tsuchiya (2000)
 - Suzuki e Otsuki (2002)
 - Guo (2015)
 - Miguel-Tortola, Miguel e Pallarés (2019)
- * Experimental e Analítico (3 trabalhos):
 - Blévot e Frémy (1967)
 - Adebar et al, (1990)
 - Boulifa et al, (2021)
- * Experimental e Numérico (1 trabalhos):
 - Iyer e Sam (1995)
- * Experimental, Numérico e Analítico (2 trabalhos):
 - Suzuki e Otsuki (1996)
 - Suzuki, Otsuki e Tsubata (1998)
- * Numérico (5 trabalhos):
 - Meléndez, Miguel e Pallarés (2016)
 - Meléndez e Miguel (2018)
 - Gameleira et al, (2020)
 - Garcia e Albuquerque (2021)
 - França e Rodrigo (2023)
- * Numérico e Analítico (3 trabalhos):
 - Souza et al, (2007)
 - Bloodworth, Cao e XU (2012)
 - Yun, Chae e Ramirez (2019)

>>> BLOCO DE 5 ESTACAS <<<

- * Numérico (1 trabalhos):
 - Souza et al, (2020)

>>> BLOCO DE 6 ESTACAS <<<

- * Analítico (1 trabalhos):
 - Mogili e Hwang (2021)
- * Experimental (1 trabalhos):
 - Guo (2018)
- * Experimental e Analítico (1 trabalhos):
 - Adebar et al, (1990)
- * Numérico (1 trabalhos):
 - Oliveira, Barros e Giongo (2014)

>>> BLOCO DE 9 ESTACAS <<<

* Numérico (1 trabalhos):

- Souza et al, (2020)

>>> BLOCO DE 12 ESTACAS <<<

* Numérico (1 trabalhos):

- Souza e Delalibera (2024)

>>> BLOCO DE 15 ESTACAS <<<

* Numérico e Analítico (1 trabalhos):

- Huang, Cui e Lu (2020)

APÊNDICE B

Tabela B-1 - Resumo das propostas com base em modelos analíticos da literatura para estimativa da força de ruptura

Estudo (Autor, Ano)	Tipo de Modelo Proposto	Parâmetros Avaliados / Inovação para o Cálculo da Rutura	Dificuldades / Limitações Descritas pelos Autores
Adebar & Zhou (1996)	STM (3D) clássico refinado	Tensão de esmagamento: Introduz restrições máximas dependendo do grau de confinamento do concreto e do fator de forma da biela.	As normas são excessivamente conservadoras para o corte em blocos rígidos. Indefinição do limite entre "esbelto" e "rígido".
Souza et al. (2009)	STM Adaptável (3D)	Cargas complexas: Avalia efeitos da flexão biaxial e excentricidades. Introduz um fator de calibração para bielas e tirantes.	STMs básicos não fornecem fatores de segurança uniformes e não conseguem prever com clareza o modo final de rutura.
Jensen & Hoang (2012)	Teoria da Plasticidade (Cinemático)	Fator de eficácia do concreto: Usa limite superior da plasticidade para mecanismos de colapso simultâneos.	STMs são conservadores e difíceis de aplicar em nós 3D. Difícil modelar ruturas apenas por punçoamento.
De Araújo (2016)	STM Iterativo	Profundidade nodal (x): Substitui verificação na base por um algoritmo iterativo que encontra a profundidade ideal da zona nodal.	Crítica a inconsistência dos STMs tradicionais que calculam o esmagamento logo na interface pilar/bloco.
Chetchotisak et al. (2017)	STM Interativo	Amolecimento (<i>softening</i>): Usa o critério de rutura biaxial de Kupfer & Gerstle para reduzir a resistência da biela (tensões transversais).	Os métodos na literatura são difíceis de implementar na prática e apresentam elevada incerteza na precisão do corte.
Broms (2018)	STM com Efeito de Escala	Teoria da Deformação Tangencial: Dimensiona as bielas por compatibilidade de deformação, punindo a resistência ao corte/punção.	Métodos STM comuns ignoram o "efeito de escala" nas ruturas frágeis, perigoso na avaliação de blocos de grande espessura.
Miguel-Tortola et al. (2019)	Avaliação Normativa	Carga Excêntrica: Avalia a influência da esbeltez e do impacto de armaduras secundárias sob carga excêntrica.	STMs subestimam drasticamente a carga de pico com excentricidade. Métodos seccionais erram o modo de rutura.
Dey & Karthik (2019)	C-STM (Compatibilidade)	Comportamento força-deformação: Adiciona parâmetros <i>tension stiffening</i> , confinamento e o <i>softening</i> do concreto.	STMs convencionais apenas satisfazem o equilíbrio estático, incapazes de prever fases não-lineares.
Yun et al. (2019)	STM 3D Hiperestático	Tirantes Diagonais: Modela capacidade de carga em tração e propõe novos limites baseados no estado triaxial de tensões.	Aplicação direta de provisões STM 2D a blocos de fundação 3D gera estimativas incorretas e pouco racionais.

Meléndez et al. (2019)	STM 3D Otimizado	Otimização Analítica do Ângulo: A inclinação da biela é calculada analiticamente maximizando a capacidade de carga da treliça.	O nível de conservadorismo deriva de simplificações geométricas grosseiras que ignoram variáveis como tamanho e forma do pilar.
Mogili & Hwang (2021)	Softened STM (SSTM)	Amolecimento do concreto (<i>softening</i>) e Caminhos não dominantes: Considera a interação entre corte e flexão e avalia a contribuição de caminhos de carga menos rígidos (arranjos assimétricos). PDF+ 1	Abordagens de dimensionamento atuais ignoram a contribuição de parâmetros chave e caminhos de carga não dominantes. PDF+ 2
Boulifa et al. (2023)	Abordagem Analítica Simplificada (Baseada em STM 2D)	Interação do concreto e armadura: Propõe uma equação única que combina as contribuições de resistência do concreto e das armaduras para modos de flexão e corte.	Modelos exigem calcular a ruptura por punção e flexão separadamente; a falta de interação concreto e armadura eleva o erro.
Kim et al. (2025)	STM 3D + Machine Learning (Regressão)	Equações de força de ruptura (nós e bielas): Usa algoritmos e regressão para derivar a resistência considerando a relação vão de corte/altura útil e a excentricidade.	STMs 3D diretos exigem análises numéricas não lineares iterativas muito complexas para definir as forças nodais.

Fonte: O autor (2026).

APÊNDICE C

Tabela C-1 - Base de dados dos resultados de ensaios em bloco sobre quatro estacas

	Modelo	<i>h</i> (m)	<i>d</i> (m)	<i>e</i> (m)	<i>b_p</i> (m)	<i>d_e</i> (m)	<i>f_c</i> (MPa)	<i>A_s</i> (cm ²)	<i>f_y</i> (MPa)	<i>f_u</i> (MPa)	<i>A_{s,diag}</i> (cm ²)	<i>f_y</i> (MPa)	<i>f_u</i> (MPa)	<i>A_{s,dist}</i> (cm ²)	<i>f_y</i> (MPa)	<i>f_u</i> (MPa)	<i>F_{ult}</i> (kN)	<i>Rup</i> (Obs)	<i>Rup</i> (Mel)	<i>Rup</i> (Bou)
Blévet e Frémy (1967)	4N1	0,75	0,675	1,20	0,50	0,35	37,30	32,17	276	401	-	-	-	14,07	279	401	7000	y+s	y+s	
	4N1bis	0,75	0,682	1,20	0,50	0,35	40,80	20,0	443	764	-	-	-	8,24	516	822	6700	s	y+s	
	4N2	0,75	0,660	1,20	0,50	0,35	37,10	24,13	278	407	9,92	300	431	-	-	-	6580	s	y+s	
	4N2bis	0,75	0,670	1,20	0,50	0,35	34,20	15,0	498	819	6,43	474	776	-	-	-	7390	s	s	
	4N3	1,00	0,930	1,20	0,50	0,35	34,20	25,90	256	387	-	-	-	9,05	293	397	6500	f	y+s	
	4N3bis	1,00	0,931	1,20	0,50	0,35	49,30	16,42	465	778	-	-	-	6,57	429	683	9000	y+s	y+s	
	4N4	1,00	0,919	1,20	0,50	0,35	35,35	19,53	291	413	9,82	291	413	-	-	-	7530	y+s	y+s	
	4N4bis	1,00	0,926	1,20	0,50	0,35	42,30	12,84	486	813	6,42	486	813	-	-	-	8750	s	s	
	2,2	0,30	0,277	0,42	0,15	0,14	32,80	-	-	-	2,26	355	42	-	-	-	810	f	f	
	2,3	0,30	0,259	0,42	0,15	0,14	31,60	1,57	290	335	1,13	334	420	-	-	-	740	y+s	f	
	3,1	0,20	0,180	0,42	0,15	0,14	32,10	2,01	469	643	-	-	-	-	-	-	475	y+s	f	
	3,2	0,20	0,177	0,42	0,15	0,14	37,20	-	-	-	1,57	447	589	-	-	-	540	f	f	
	3,3	0,20	0,177	0,42	0,15	0,14	30,90	1,01	432	595	0,80	453	585	-	-	-	510	y+s	f	
	1A,1	0,30	0,270	0,42	0,18	0,14	26,60	3,83	493	580	-	-	-	-	-	-	1150	s	s	
	1A,2	0,30	0,270	0,42	0,18	0,14	36,80	-	-	-	2,67	505	566	-	-	-	900	s	s	
	1A,2bis	0,30	0,270	0,42	0,18	0,14	33,25	-	-	-	2,67	505	566	-	-	-	1178	s	s	
	1A,3	0,30	0,270	0,42	0,18	0,14	36,60	1,93	523	595	,97	486	568	-	-	-	1185	s	s	
	3A,1	0,20	0,170	0,42	0,18	0,14	29,20	3,83	506	582	-	-	-	-	-	-	815	s	s	
	3A,2	0,20	0,170	0,42	0,18	0,14	39,20	3,82	505	582	-	-	-	-	-	-	900	s	f	
	3A,3	0,20	0,172	0,42	0,18	0,14	32,00	1,92	508	583	,96	515	577	-	-	-	665	y+s	f	

C	3A,3bis	0,20	0,172	0,42	0,18	0,14	46,10	1,92	499	572	,96	515	577	-	-	-	843	f	f	
	Q,1	0,20	0,170	0,42	0,15	0,14	33,90	-	-	-	-	-	-	4,03	460	608	408	f	f	
	Q,2	0,30	0,272	0,42	0,15	0,14	30,80	-	-	-	-	-	-	6,30	342	442	650	y+s	y+s	
	Q,2bis	0,30	0,273	0,42	0,15	0,14	21,00	-	-	-	-	-	-	4,03	325	464	510	y+s	s	
	6,1	0,14	0,107	0,42	0,15	0,14	13,20	3,14	498	592	-	-	-	-	-	-	250	s	s	
	6,2	0,14	0,106	0,42	0,15	0,14	13,20	6,16	461	535	-	-	-	-	-	-	290	s	s	
	6,3	0,20	0,180	0,42	0,15	0,14	22,10	3,14	512	593	-	-	-	-	-	-	650	f	f	
	6,4	0,20	0,171	0,42	0,15	0,14	30,60	6,16	476	558	-	-	-	-	-	-	850	s	s	
	6,5	0,30	0,264	0,42	0,15	0,14	18,40	4,52	519	617	-	-	-	-	-	-	842	s	s	
	6,6	0,30	0,280	0,42	0,15	0,14	18,40	8,04	468	555	-	-	-	-	-	-	810	s	s	
	9A,1	0,50	0,474	0,42	0,15	0,14	22,60	4,52	459	636	-	-	-	-	-	-	1200	s	s	
	9A,2	0,50	0,471	0,42	0,15	0,14	33,90	8,04	467	595	-	-	-	-	-	-	1900	s	s	
	10,1a	0,25	0,226	0,42	0,15	0,14	28,70	4,52	446	605	-	-	-	-	-	-	850	s	s	
	10,1b	0,25	0,221	0,42	0,15	0,14	35,80	2,26	455	616	1,54	480	568	-	-	-	800	s	s	
	10,2a	0,25	0,218	0,42	0,15	0,14	28,20	4,52	453	615	-	-	-	-	-	-	750	s	s	
	10,2b	0,25	0,220	0,42	0,15	0,14	26,10	2,26	462	615	1,54	480	568	-	-	-	800	s	s	
	10,3a	0,25	0,223	0,42	0,15	0,14	23,60	4,52	462	630	-	-	-	-	-	-	760	s	s	
	10,3b	0,25	0,215	0,42	0,15	0,14	27,70	2,26	463	631	1,54	480	568	-	-	-	740	s	s	
	11,1a	0,30	0,272	0,42	0,15	0,14	22,30	4,52	311	431	-	-	-	-	-	-	563	y+s	s	
	11,1b	0,30	0,272	0,42	0,15	0,14	16,20	4,52	311	431	-	-	-	-	-	-	493	y+s	s	
	11,2a	0,30	0,288	0,42	0,15	0,14	25,60	3,14	445	545	-	-	-	-	-	-	558	s	s	
	11,2b	0,30	0,275	0,42	0,15	0,14	24,90	3,14	441	546	-	-	-	-	-	-	585	y+s	s	
	12,1a	0,20	0,171	0,42	0,15	0,14	17,30	4,52	319	436	-	-	-	-	-	-	840	f	y+s	
	12,1b	0,20	0,171	0,42	0,15	0,14	18,20	4,52	319	436	-	-	-	-	-	-	693	f	f	
	12,2a	0,20	0,173	0,42	0,15	0,14	27,00	3,14	436	541	-	-	-	-	-	-	750	y+s	f	
	12,2b	0,20	0,170	0,42	0,15	0,14	21,70	3,14	432	543	-	-	-	-	-	-	640	y+s	f	
C	A1	0,45	0,400	0,60	0,20	0,20	21,30	-	-	-	-	-	-	7,85	410	590	1110	s	y+s	f

	A2	0,45	0,400	0,60	0,20	0,20	27,60	3,93	410	590	-	-	-	-	-	-	1420	s	y+s	f
	A3	0,45	0,400	0,60	0,20	0,20	30,80	-	-	-	2,75	410	590	-	-	-	1340	s	f	f
	A4	0,45	0,400	0,60	0,20	0,20	21,40	-	-	-	-	-	-	7,85	410	590	1230	s	y+s	f
	A5	0,45	0,400	0,60	0,20	0,20	27,70	3,93	410	590	-	-	-	-	-	-	1400	s	y+s	f
	A6	0,45	0,400	0,60	0,20	0,20	26,90	-	-	-	2,75	410	590	-	-	-	1230	s	y+s	f
	A7	0,45	0,400	0,60	0,20	0,20	25,20	-	-	-	-	-	-	7,85	410	590	1640	s	y+s	f
	A8	0,45	0,400	0,60	0,20	0,20	27,60	3,93	410	590	-	-	-	-	-	-	1510	s	y+s	f
	A9	0,45	0,400	0,60	0,20	0,20	27,70	-	-	-	-	-	-	7,85	410	590	1450	s	y+s	f
	A10	0,45	0,400	0,60	0,20	0,20	18,80	-	-	-	-	-	-	7,85	410	590	1520	f	y+s	s
	A11	0,45	0,400	0,60	0,20	0,20	18,00	-	-	-	-	-	-	7,85	410	590	1640	f	y+s	s
	A12	0,45	0,400	0,60	0,20	0,20	26,30	-	-	-	-	-	-	7,85	410	590	1640	f	y+s	f
	B1	0,45	0,400	0,40	0,20	0,20	27,80	-	-	-	-	-	-	6,28	410	590	2080	s	y+s	s
	B3	0,45	0,400	0,40	0,20	0,20	34,00	-	-	-	-	-	-	4,71	410	590	1770	f	f	s
Suzuki et al, (1998, 1999, 2000, 2002)	BP-20-1	0,20	0,150	0,54	0,30	0,15	21,30	-	-	-	-	-	-	5,70	413	606	519	y+s	y+s	s
	BP-20-2	0,20	0,150	0,54	0,30	0,15	20,40	-	-	-	-	-	-	5,70	413	606	480	y+s	y+s	s
	BPC-20-1	0,20	0,150	0,54	0,30	0,15	21,90	2,85	413	606	-	-	-	-	-	-	519	y+s	y+s	s
	BPC-20-2	0,20	0,150	0,54	0,30	0,15	19,90	2,85	413	606	-	-	-	-	-	-	529	y+s	y+s	s
	BP-25-1	0,25	0,200	0,54	0,30	0,15	22,60	-	-	-	-	-	-	7,13	413	606	735	s	y+s	s
	BP-25-2	0,25	0,200	0,54	0,30	0,15	21,50	-	-	-	-	-	-	7,13	413	606	755	s	y+s	s
	BPC-25-1	0,25	0,200	0,54	0,30	0,15	18,90	3,57	413	606	-	-	-	-	-	-	818	y+s	y+s	s
	BPC-25-2	0,25	0,200	0,54	0,30	0,15	22,00	3,57	413	606	-	-	-	-	-	-	813	y+s	y+s	s
	BP-20-30-1	0,20	0,150	0,50	0,30	0,15	29,10	-	-	-	-	-	-	4,28	405	592	485	y+s	f	s
	BP-20-30-2	0,20	0,150	0,50	0,30	0,15	29,80	-	-	-	-	-	-	4,28	405	592	480	y+s	f	s
	BPC-20-30-1	0,20	0,150	0,50	0,30	0,15	29,80	2,14	405	592	-	-	-	-	-	-	500	f	f	s
	BPC-20-30-2	0,20	0,150	0,50	0,30	0,15	29,80	2,14	405	592	-	-	-	-	-	-	495	f	f	s
	BP-30-30-1	0,30	0,250	0,50	0,30	0,15	27,30	-	-	-	-	-	-	5,70	405	592	916	s	y+s	s
	BP-30-30-2	0,30	0,250	0,50	0,30	0,15	28,50	-	-	-	-	-	-	5,70	405	592	907	y+s	y+s	s

	BPC-30-30-1	0,30	0,250	0,50	0,30	0,15	28,90	2,85	405	592	-	-	-	-	-	-	1039	y+s	y+s	s
	BPC-30-30-2	0,30	0,250	0,50	0,30	0,15	30,90	2,85	405	592	-	-	-	-	-	-	1029	y+s	y+s	s
	BP-30-25-1	0,30	0,250	0,50	0,25	0,15	30,90	-	-	-	-	-	-	5,70	405	592	794	y+s	y+s	s
	BP-30-25-2	0,30	0,250	0,50	0,25	0,15	26,30	-	-	-	-	-	-	5,70	405	592	725	s	y+s	s
	BPC-30-25-1	0,30	0,250	0,50	0,25	0,15	29,10	2,85	405	592	-	-	-	-	-	-	853	y+s	y+s	s
	BPC-30-25-2	0,30	0,250	0,50	0,25	0,15	29,20	2,85	405	592	-	-	-	-	-	-	872	y+s	y+s	s
	BDA-70x90-1	0,30	0,250	0,50	0,25	0,15	29,10	-	-	-	-	-	-	5,70	356	501	784	y+s	f	s
	BDA-70x90-2	0,30	0,250	0,50	0,25	0,15	30,20	-	-	-	-	-	-	5,70	356	501	755	y+s	f	s
	BDA-80x90-1	0,30	0,250	0,50	0,25	0,15	29,10	-	-	-	-	-	-	5,70	356	501	858	y+s	f	f
	BDA-80x90-2	0,30	0,250	0,50	0,25	0,15	29,30	-	-	-	-	-	-	5,70	356	501	853	y+s	f	f
	BDA-90x90-1	0,30	0,250	0,50	0,25	0,15	29,50	-	-	-	-	-	-	5,70	356	501	853	y+s	f	s
	BDA-90x90-2	0,30	0,250	0,50	0,25	0,15	31,50	-	-	-	-	-	-	5,70	356	501	921	y+s	f	f
	BDA-100x90-1	0,30	0,250	0,50	0,25	0,15	29,70	-	-	-	-	-	-	5,70	356	501	911	y+s	f	f
	BDA-100x90-2	0,30	0,250	0,50	0,25	0,15	31,30	-	-	-	-	-	-	5,70	356	501	931	y+s	f	f
	TDL1-1	0,35	0,300	0,60	0,25	0,15	30,90	1,43	356	501	-	-	-	-	-	-	392	f	f	f
	TDL1-2	0,35	0,300	0,60	0,25	0,15	28,20	1,43	356	501	-	-	-	-	-	-	392	f	f	f
	TDL2-1	0,35	0,300	0,60	0,25	0,15	28,60	2,14	356	501	-	-	-	-	-	-	519	f	f	f
	TDL2-2	0,35	0,300	0,60	0,25	0,15	28,80	2,14	356	501	-	-	-	-	-	-	472	f	f	f
	TDL3-1	0,35	0,300	0,60	0,25	0,15	29,60	2,85	356	501	-	-	-	-	-	-	608	f	y+s	f
	TDL3-2	0,35	0,300	0,60	0,25	0,15	29,30	2,85	356	501	-	-	-	-	-	-	627	f	y+s	f
	TDS1-1	0,35	0,300	0,45	0,25	0,15	25,60	2,14	356	501	-	-	-	-	-	-	921	f	y+s	f
	TDS1-2	0,35	0,300	0,45	0,25	0,15	27,00	2,14	356	501	-	-	-	-	-	-	833	f	y+s	f
	TDS2-1	0,35	0,300	0,45	0,25	0,15	27,20	2,85	356	501	-	-	-	-	-	-	1005	f	y+s	s
	TDS2-2	0,35	0,300	0,45	0,25	0,15	27,30	2,85	356	501	-	-	-	-	-	-	1054	f	y+s	s
	TDS3-1	0,35	0,300	0,45	0,25	0,15	28,00	3,92	356	501	-	-	-	-	-	-	1299	y+s	s	s
	TDS3-2	0,35	0,300	0,45	0,25	0,15	28,10	3,92	356	501	-	-	-	-	-	-	1303	y+s	s	s
	TDM1-1	0,35	0,250	0,50	0,25	0,15	27,50	1,43	383	522	-	-	-	-	-	-	490	f	f	f

	TDM1-2	0,35	0,250	0,50	0,25	0,15	26,30	1,43	383	522	-	-	-	-	-	-	461	f	f	f
	TDM2-1	0,35	0,250	0,50	0,25	0,15	29,60	2,14	383	522	-	-	-	-	-	-	657	f	f	f
	TDM2-2	0,35	0,250	0,50	0,25	0,15	27,60	2,14	383	522	-	-	-	-	-	-	657	f	f	f
	TDM3-1	0,35	0,250	0,50	0,25	0,15	27,00	6,35	383	522	-	-	-	-	-	-	1245	s	s	s
	TDM3-2	0,35	0,250	0,50	0,25	0,15	28,00	6,35	383	522	-	-	-	-	-	-	1210	s	s	s
	BDA-20-25-70-1	0,20	0,150	0,45	0,25	0,15	26,10	-	-	-	-	-	-	2,85	358	496	294	f	f	f
	BDA-20-25-70-2	0,20	0,150	0,45	0,25	0,15	26,10	-	-	-	-	-	-	2,85	358	496	304	f	f	f
	BDA-20-25-80-1	0,20	0,150	0,45	0,25	0,15	25,40	-	-	-	-	-	-	2,85	358	496	304	f	f	f
	BDA-20-25-80-2	0,20	0,150	0,45	0,25	0,15	25,40	-	-	-	-	-	-	2,85	358	496	304	f	f	f
	BDA-20-25-90-1	0,20	0,150	0,45	0,25	0,15	25,80	-	-	-	-	-	-	2,85	358	496	333	f	f	f
	BDA-20-25-90-2	0,20	0,150	0,45	0,25	0,15	25,80	-	-	-	-	-	-	2,85	358	496	333	f	f	f
	BDA-30-20-70-1	0,30	0,250	0,45	0,20	0,15	25,20	-	-	-	-	-	-	4,28	358	496	534	f	f	f
	BDA-30-20-70-2	0,30	0,250	0,45	0,20	0,15	24,60	-	-	-	-	-	-	4,28	358	496	549	y+s	f	s
	BDA-30-20-80-1	0,30	0,250	0,45	0,20	0,15	25,20	-	-	-	-	-	-	4,28	358	496	568	f	f	f
	BDA-30-20-80-2	0,30	0,250	0,45	0,20	0,15	26,60	-	-	-	-	-	-	4,28	358	496	564	f	f	f
	BDA-30-20-90-1	0,30	0,250	0,45	0,20	0,15	26,00	-	-	-	-	-	-	4,28	358	496	583	f	f	f
	BDA-30-20-90-2	0,30	0,250	0,45	0,20	0,15	26,10	-	-	-	-	-	-	4,28	358	496	588	f	f	f
	BDA-30-25-70-1	0,30	0,250	0,45	0,25	0,15	28,80	-	-	-	-	-	-	4,28	383	522	662	y+s	f	s
	BDA-30-25-70-2	0,30	0,250	0,45	0,25	0,15	26,50	-	-	-	-	-	-	4,28	383	522	676	y+s	y+s	s
	BDA-30-25-80-1	0,30	0,250	0,45	0,25	0,15	29,40	-	-	-	-	-	-	4,28	383	522	696	y+s	f	s
	BDA-30-25-80-2	0,30	0,250	0,45	0,25	0,15	27,80	-	-	-	-	-	-	4,28	383	522	725	y+s	f	s
	BDA-30-25-90-1	0,30	0,250	0,45	0,25	0,15	29,00	-	-	-	-	-	-	4,28	383	522	764	y+s	f	f
	BDA-30-25-90-2	0,30	0,250	0,45	0,25	0,15	26,80	-	-	-	-	-	-	4,28	383	522	764	f	y+s	s
	BDA-30-30-70-1	0,30	0,250	0,45	0,30	0,15	26,80	-	-	-	-	-	-	4,28	358	496	769	y+s	y+s	s
	BDA-30-30-70-2	0,30	0,250	0,45	0,30	0,15	25,90	-	-	-	-	-	-	4,28	358	496	730	y+s	y+s	s
	BDA-30-30-80-1	0,30	0,250	0,45	0,30	0,15	27,40	-	-	-	-	-	-	4,28	358	496	828	y+s	y+s	s
	BDA-30-30-80-2	0,30	0,250	0,45	0,30	0,15	27,40	-	-	-	-	-	-	4,28	358	496	809	y+s	y+s	s

	BDA-30-30-90-1	0,30	0,250	0,45	0,30	0,15	27,20	-	-	-	-	-	-	4,28	358	496	843	y+s	y+s	s
	BDA-30-30-90-2	0,30	0,250	0,45	0,30	0,15	24,50	-	-	-	-	-	-	4,28	358	496	813	y+s	y+s	s
	BDA-40-25-70-1	0,40	0,350	0,45	0,25	0,15	25,90	-	-	-	-	-	-	5,70	358	496	1019	s	y+s	s
	BDA-40-25-70-2	0,40	0,350	0,45	0,25	0,15	24,80	-	-	-	-	-	-	5,70	358	496	1068	y+s	y+s	s
	BDA-40-25-80-1	0,40	0,350	0,45	0,25	0,15	26,50	-	-	-	-	-	-	5,70	358	496	1117	f	y+s	s
	BDA-40-25-80-2	0,40	0,350	0,45	0,25	0,15	25,50	-	-	-	-	-	-	5,70	358	496	1171	y+s	y+s	s
	BDA-40-25-90-1	0,40	0,350	0,45	0,25	0,15	25,70	-	-	-	-	-	-	5,70	358	496	1176	f	y+s	s
	BDA-40-25-90-2	0,40	0,350	0,45	0,25	0,15	26,00	-	-	-	-	-	-	5,70	358	496	1181	f	y+s	s
	BPL-35-30-1	0,35	0,300	0,50	0,30	0,15	24,10	-	-	-	-	-	-	6,42	353	505	960	s	y+s	s
	BPL-35-30-2	0,35	0,300	0,50	0,30	0,15	25,60	-	-	-	-	-	-	6,42	353	505	941	s	y+s	s
	BPB-35-30-1	0,35	0,300	0,50	0,30	0,15	23,70	-	-	-	-	-	-	6,42	353	505	1029	y+s	y+s	s
	BPB-35-30-2	0,35	0,300	0,50	0,30	0,15	23,50	-	-	-	-	-	-	6,42	353	505	1103	y+s	y+s	s
	BPH-35-30-1	0,35	0,300	0,50	0,30	0,15	31,50	-	-	-	-	-	-	6,42	353	505	980	s	y+s	s
	BPH-35-30-2	0,35	0,300	0,50	0,30	0,15	32,70	-	-	-	-	-	-	6,42	353	505	1088	y+s	y+s	s
	BPL-35-25-1	0,35	0,300	0,50	0,25	0,15	27,10	-	-	-	-	-	-	6,42	353	505	902	y+s	y+s	s
	BPL-35-25-2	0,35	0,300	0,50	0,25	0,15	25,60	-	-	-	-	-	-	6,42	353	505	872	s	y+s	s
	BPB-35-25-1	0,35	0,300	0,50	0,25	0,15	23,20	-	-	-	-	-	-	6,42	353	505	911	y+s	y+s	s
	BPB-35-25-2	0,35	0,300	0,50	0,25	0,15	23,70	-	-	-	-	-	-	6,42	353	505	921	y+s	y+s	s
	BPH-35-25-1	0,35	0,300	0,50	0,25	0,15	36,60	-	-	-	-	-	-	6,42	353	505	882	s	y+s	s
	BPH-35-25-2	0,35	0,300	0,50	0,25	0,15	37,90	-	-	-	-	-	-	6,42	353	505	951	s	y+s	s
	BPL-35-20-1	0,35	0,300	0,50	0,20	0,15	22,50	-	-	-	-	-	-	6,42	353	505	755	s	y+s	s
	BPL-35-20-2	0,35	0,300	0,50	0,20	0,15	21,50	-	-	-	-	-	-	6,42	353	505	735	s	y+s	s
	BPB-35-20-1	0,35	0,300	0,50	0,20	0,15	20,40	-	-	-	-	-	-	6,42	353	505	755	y+s	y+s	s
	BPB-35-20-2	0,35	0,300	0,50	0,20	0,15	20,20	-	-	-	-	-	-	6,42	353	505	804	y+s	y+s	s
	BPH-35-20-1	0,35	0,300	0,50	0,20	0,15	31,40	-	-	-	-	-	-	6,42	353	505	813	s	y+s	s
	BPH-35-20-2	0,35	0,300	0,50	0,20	0,15	30,80	-	-	-	-	-	-	6,42	353	505	794	s	y+s	s
C ₁₁	A	0,40	0,325	0,60	0,20	0,15	31,76	-	-	-	-	-	-	6,28	481	601	1230	f		

	B	0,40	0,325	0,60	0,20	0,15	30,64	-	-	-	-	-	-	6,28	481	601	1250	f		
	C	0,3	0,225	0,6	0,2	0,15	30,80	-	-	-	-	-	-	9,42	481	601	870	y+s		
Miguel-Tortola, Lucia Miguel, P, F, Pallarès, Luis (2019)	4P-N-A1	0,25	0,190	1,05	0,35	0,25	27,70	5,25	550	650							614	py		
	4P-N-A2	0,25	0,190	1,05	0,35	0,25	29,50	5,25	550	650							822	py		
	4P-N-A3	0,25	0,190	1,05	0,35	0,25	30,00	5,25	550	650							982	pyw		
	4P-N-B1	0,35	0,300	1,05	0,35	0,25	26,10	3,75	554	642							756	py		
	4P-N-B2	0,35	0,300	1,05	0,35	0,25	25,30	3,75	550	650							873	py		
	4P-N-B3	0,35	0,300	1,05	0,35	0,25	29,90	3,75	550	650							1128	pyw		
	4P-N-C1	0,45	0,400	1,05	0,35	0,25	31,90	2,85	550	650	-	-	-				958	f		
	4P-N-C2	0,45	0,400	1,05	0,35	0,25	36,30	2,85	550	650							1174	py		
	4P-N-C3	0,45	0,400	1,05	0,35	0,25	34,00	2,85	550	650	-	-	-				1317	f		
Ahmad; Shah; Zaman (2009)	A	0,23	0,130	0,45	0,15	0,15	21,00	-	-	-	-	-	-	6,45	454	500	240	s		
	B	0,23	0,130	0,45	0,15	0,15	21,00	-	-	-	-	-	-	6,45	454	500	245	s		
	C	0,23	0,130	0,45	0,15	0,15	21,00	-	-	-	-	-	-	6,45	454	500	267	s		
	E	0,23	0,130	0,45	0,15	0,15	27,00	-	-	-	-	-	-	7,74	454	500	302	s		
	F	0,23	0,130	0,45	0,15	0,15	27,00	-	-	-	-	-	-	7,74	454	500	280	s		
	G	0,23	0,130	0,45	0,15	0,15	27,00	-	-	-	-	-	-	7,74	454	500	289	s		

Fonte: O autor (2026).

APÊNDICE D

O modelo CDP foi proposto por Lubliner et al, (1989) e estendido por Lee e Fenves (1998). Este modelo é matematicamente suave e contínuo e combina os princípios de plasticidade e dano. Os parâmetros de plasticidade neste modelo são o ângulo de dilatação (ψ), excentricidade (ϵ), a razão entre a resistência à compressão biaxial e uniaxial (σ_{b0}/σ_{c0}), superfície de falha no plano normal desviatório ao eixo hidrostático (K_c) e viscosidade (μ). Este modelo adota a função hiperbólica de Drucker-Prager mostrada na Equação (D-1), juntamente com as Equações (D-2) até (D-4).

$$F = \frac{1}{1 - \alpha} (q - 3 \alpha \bar{p} + \beta (\epsilon^{pl}) \langle \hat{\sigma}_{max} \rangle - \gamma \langle -\hat{\sigma}_{max} \rangle) - \bar{\sigma}_c (\epsilon_c^{pl}) = 0 \quad (D-1)$$

$$\alpha = \frac{(\sigma_{b0}/\sigma_{c0}) - 1}{2(\sigma_{b0}/\sigma_{c0}) - 1}; 0 \leq \alpha \leq 0,5 \quad (D-2)$$

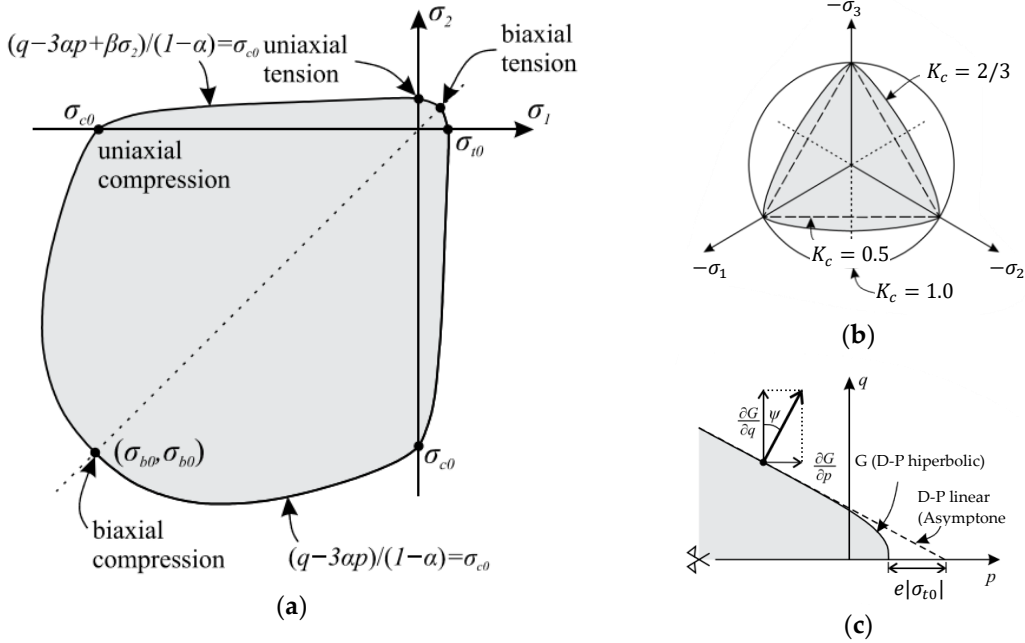
$$\beta = \frac{\bar{\sigma}_c (\epsilon_c^{pl})}{\bar{\sigma}_t (\epsilon_t^{pl})} (1 - \alpha) - (1 + \alpha) \quad (D-3)$$

$$\gamma = \frac{3 (1 - K_c)}{2 K_c - 1} \quad (D-4)$$

Sendo: $\bar{p}$ é a pressão hidrostática; $\bar{q}$ é a tensão equivalente de Mises; $\hat{\sigma}_{max}$ é a tensão principal máxima; $\bar{\sigma}_c$ and $\bar{\sigma}_t$ são as tensões de coesão para compressão e tração; $\langle x \rangle$ é o colchete de Macauley, que retorna zero se $x < 0$ (senão, x); (σ_{b0}/σ_{c0}) é a razão entre a resistência à compressão biaxial e uniaxial; e K_c define a superfície de falha no plano desviatório, que é normal ao eixo hidrostático.

O parâmetro ($\sigma_{b0} / \sigma_{c0}$) mostra que um estado de tensão biaxial dá origem a uma resistência maior quando comparado a uma tensão uniaxial (Figura D-1,a). Essa razão é sugerida com um valor igual a 1,16 (Systèmes, 2013) e é usada para determinar o valor de α na Equação (D-2). Ensaios experimentais de compressão fornecem uma razão precisa a ser adotada. Ren et al, (2015) determinaram essa razão usando um modelo numérico com um valor igual a 1,76, que é maior que 1,16.

Figura D-1 - Superfícies de escoamento (a) para tensões biaxiais segundo o modelo CDP e (b) para o plano desviatório; (c) ângulo hiperbólico, linear e de ângulo de dilatância no plano meridional



Fonte: Adaptado de Reginato et al, (2023).

A superfície de falha no plano desviatório K_c , que é perpendicular ao eixo hidrostático, é determinada conforme demonstrado na Figura D-1,b. Este valor varia de 0,5 (superfície Rankine) a 1 (superfície Von Mises).

Este parâmetro define a inclinação da função linear Drucker–Prager, que correlaciona o eixo de tensão hidrostática efetiva (p) (Equação (D-5)) ao eixo de tensão equivalente de Von Mises (q) (Equação (D-6)). Ambas as funções definem a regra de fluxo Drucker–Prager (G) (Equação (D-7)), Figura D-1,c.

$$\bar{p} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)}{3} \quad (D-5)$$

$$\bar{q} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]} \quad (D-6)$$

$$G = \sqrt{(\epsilon \sigma_{t0} \tan \psi)^2 + \bar{q} - \bar{p} \tan \psi} \quad (D-7)$$

Além dos parâmetros de plasticidade do concreto, é essencial especificar a evolução do dano na compressão e na tração, calculada usando as equações (D-7) e (D-8),

$$d_c = 1 - \frac{\sigma_c}{f_{cm}} \quad (D-8)$$

$$d_t = 1 - \frac{\sigma_t}{f_{ctm}} \quad (D-9)$$

Para superar problemas de convergência de soluções durante o processamento de modelos numéricos, a regularização viscoplástica (μ) do modelo constitutivo está disponível no Abaqus® como um parâmetro de CDP no modo estático (Abaqus®/Standard). O valor padrão do parâmetro de viscosidade é zero, o que significa que nenhum ajuste visco plástico é realizado. No caso de análise quase estática (Abaqus®/Explicit), este parâmetro não é considerado.

APÊNDICE E

Para gerar os resultados de teste de Tukey com o auxílio do Minitab® 18, inicialmente criou-se as planilhas com os intervalos definidos em função da variável a ser analisada e os valores de ruptura dos ensaios experimentais. Assim, procedeu-se para o acesso da ferramenta de análise pelo menu *Stat > ANOVA > One-Way*, indicando que a variável resposta está em uma coluna (*response data are in one Column for all factor levels*) e o fator (variável em análise) corresponde a variável independente em análise.

A Tabela E-1, Tabela E-2 e Tabela E-3 possuem os resultados do teste de Tukey para altura útil dos corpos de prova “d”.

Tabela E-1 - Análise da altura útil (d) pelo teste de Tukey (“S” e “Y+S”)

Grupo	d (m)	N	$\bar{X}$	95% CI		
1	0,90-0,94	3	8427	A		(8176; 8677)
2	0,65-0,69	4	6918	B		(6701; 7134)
3	0,45-0,49	2	1550	C		(1243; 1857)
4	0,40-0,44	10	1441	C		(1303,9; 1578,1)
5	0,35-0,39	3	1086	C	D	(835,7; 1336,3)
6	0,30-0,34	20	939,9		D	(843,0; 1036,8)
7	0,25-0,29	43	825,2		D	E (759,1; 891,3)
8	0,20-0,24	10	782,1		D	E F (645,0; 919,2)
9	0,15-0,19	14	615,5			E F (499,6; 731,4)
10	0,10-0,14	2	270			F (-36,6; 576,6)

Fonte: O autor (2025).

Tabela E-2 - Análise da altura útil (d) pelo teste de Tukey (“S”)

Grupo	d (m)	N	$\bar{X}$	95% CI		
1	0,90-0,94	1	8750	A		(8314; 9186)
2	0,65-0,69	3	6890	B		(6638; 7142)
3	0,45-0,49	2	1550	C		(1242; 1858)
4	0,40-0,44	10	1441,0	C		(1303,0; 1579,0)
5	0,35-0,39	1	1019	C	D	E (583; 1455)
6	0,25-0,29	11	974,5		D	(730,3; 1006,3)
7	0,30-0,34	10	868,3		D	(842,9; 1106,0)
8	0,15-0,19	3	855,0		D	E (619,5; 928,0)
9	0,20-0,24	8	773,8		D	E (603,1; 1106,9)
10	0,10-0,14	2	270,0			E (-38,5; 578,5)

Fonte: O autor (2025).

Tabela E-3 - Análise da altura útil da laje (d) pelo teste de Tukey (“Y + S”)

Grupo	d (m)	N	$\bar{X}$	95% CI		
1	0,90-0,94	2	8265	A		(7984; 8546)
2	0,65-0,69	1	7000	B		(6602; 7398)
3	0,35-0,39	2	1119,5	C	D	(838,2; 1400,8)
4	0,30-0,34	10	1011,5	C		(885,7; 1137,3)
5	0,20-0,24	2	815,50	C	D	E (703,6; 844,2)
6	0,25-0,29	32	773,9		D	(534,17; 1096,83)
7	0,15-0,19	11	550,2			E (430,2; 670,1)

Fonte: O autor (2025).

Foi verificado que os valores de altura útil no intervalo de 0,20 até 0,35m, para os modos de ruptura isolada, contém menor independência nas médias para os grupos. Os resultados indicam que a altura útil é uma variável que possui influência na média da força de ruptura em intervalos.

A Tabela E-4, Tabela E-5 e Tabela E-6 possuem o resultado do teste de Tukey para o espaçamento entre estacas (“e”).

Tabela E-4 - Análise do espaçamento entre estacas (“e”) pelo teste de Tukey (“S” e “Y+S”)

Grupo	e (m)	N	$\bar{X}$		95% CI
5	1,20-1,24	7	7564	A	(7294; 7835)
4	0,60-0,64	9	1370	B	(1131,3; 1608,7)
2	0,45-0,49	18	933,6	C	(764,8; 1102,4)
3	0,50-0,54	46	843,2	C	(737,6; 948,7)
1	0,40-0,44	32	818,4	C	(691,8; 945,0)

Fonte: O autor (2025).

Tabela E-5 - Análise do espaçamento entre estacas (“e”) pelo teste de Tukey (“S”)

Grupo	e (m)	N	$\bar{X}$		95% CI
5	1,20-1,24	4	7355	A	(6944; 7766)
2	0,45-0,49	2	1550	B	(1096,3; 1643,7)
4	0,60-0,64	9	1370,0	B	(969; 2130)
1	0,40-0,44	21	933,7	B	(686,6; 1097,1)
3	0,50-0,54	16	891,8	B	(754,6; 1112,9)

Fonte: O autor (2025).

Tabela E-6 - Análise do espaçamento entre estacas (“e”) pelo teste de Tukey (“Y + S”)

Grupo	e (m)	N	$\bar{X}$		95% CI
4	1,20-1,24	3	7843	A	(7534; 8153)
2	0,45-0,49	16	856,6	B	(722,6; 990,5)
3	0,50-0,54	30	817,2	B	(719,4; 915,0)
1	0,40-0,44	11	598,3	B	(436,8; 759,8)

Fonte: O autor (2025).

O espaçamento entre estacas tem maioria de resultados com médias estatisticamente equivalentes, independente do modo de ruptura, indicando que o espaçamento entre estacas não possui uma relação direta com a capacidade da força últimas dos ensaios realizados, reforçando a comportamento complexo de blocos de concreto sobre estacas e a dependência de outras variáveis para estimativa das forças de ruptura.

A Tabela E-7, Tabela E-8 e Tabela E-9 possui a análise de Tukey para a relação “e/d” de acordo com o modo de ruptura.

Tabela E-7 - Análise da relação “e/d” pelo teste de Tukey (“S” e “Y+S”)

Grupo	e/d	N	Mean	IC 95%	
1	1,20-1,39	6	4756	A	(3572; 5941)
2	1,00-1,19	1	2080	A B	(-821; 4981)
3	1,60-1,79	22	1728	B	(1110; 2347)
4	0,80-0,99	2	1550	A B	(-501; 3601)
5	1,80-1,99	19	1060	B	(395; 1726)
6	1,40-1,59	23	1059,0	B	(454,1; 1663,9)
7	2,00-2,19	18	914,2	B	(230,5; 1598,0)
8	2,60-2,79	4	780,3	B	(-670,2; 2230,7)
9	2,40-2,59	9	775,0	B	(-192,0; 1742,0)
10	3,60-3,79	4	511,8	B	(-938,7; 1962,2)
11	2,20-2,39	2	492,5	B	(-1558,8; 2543,8)
12	3,20-3,39	2	482,50	B	(-1568,80; 2533,80)
13	3,80-3,99	2	270,0	B	(-1781,3; 2321,3)

Fonte: O autor (2026).

Tabela E-8 - Análise da relação “e/d” pelo teste de Tukey (“S”)

Grupo	e/d	N	Mean	95% IC	
3	1,20-1,39	2	4885	A	(2460; 7309)
2	1,00-1,19	1	2080	A	(-1349; 5509)
5	1,60-1,79	12	1898	A	(908; 2887)
6	1,80-1,99	7	1611	A	(316; 2907)
1	0,80-0,99	2	1550	A	(-874; 3974)
4	1,40-1,59	16	1184,6	A	(327,4; 2041,7)
7	2,00-2,19	4	1024	A	(-690; 2738)
8	2,40-2,59	5	856,0	A	(-677,3; 2389,3)
9	2,60-2,79	2	745,0	A	(-1679,3; 3169,3)
10	3,80-3,99	2	270,0	A	(-2154,3; 2694,3)

Fonte: O autor (2026).

Tabela E-9 - Análise da relação “e/d” pelo teste de Tukey (“Y+S”)

Grupo	e/d	N	$\bar{X}$	95% IC	
1	1,20-1,39	4	4692	A	(3384; 6000)
3	1,60-1,79	10	1525	B	(698; 2352)
5	2,00-2,19	14	882,9	B	(183,8; 1581,9)
8	2,60-2,79	2	815,50	B	(-1034,02; 2665,02)
2	1,40-1,59	7	772	B	(-217; 1760)
4	1,80-1,99	12	738,7	B	(-16,4; 1493,7)
7	2,40-2,59	4	673,8	B	(-634,1; 1981,6)
10	3,60-3,79	4	511,8	B	(-796,1; 1819,6)
6	2,20-2,39	2	492,5	B	(-1357,0; 2342,0)
9	3,20-3,39	2	482,50	B	(-1367,02; 2332,02)

Fonte: O autor (2026).

Neste caso, não foi identificado para a relação “e/d” intervalos para definição da força de ruptura. As tabelas Tabela E-10, Tabela E-11 e Tabela E-12 contém as análises de Tukey para a dimensão do pilar (b_p).

Tabela E-10 - Análise da dimensão do pilar “ b_p ” pelo teste de Tukey (“S” e “Y+S”)

Grupo	b_p	N	$\bar{X}$	95% IC	
5	0,50-0,54	7	7564	A	(7300; 7828)
2	0,20-0,24	17	1153,8	B	(984,5; 1323,1)
3	0,25-0,29	30	912,9	B C	(785,4; 1040,4)
4	0,30-0,34	26	804,5	C	(667,6; 941,4)
1	0,15-0,19	31	777,7	C	(652,3; 903,1)

Fonte: O autor (2026).

Tabela E-11 - Análise da dimensão do pilar “ b_p ” pelo teste de Tukey (“S”)

Grupo	b_p	N	$\bar{X}$	95% IC	
5	0,50-0,54	4	7355	A	(6948; 7762)
2	0,20-0,24	14	1251	B	(1033; 1468)
3	0,25-0,29	7	986,3	B	(678,9; 1293,6)
4	0,30-0,34	6	881,2	B	(549,2; 1213,1)
1	0,15-0,19	20	876,4	B	(694,6; 1058,2)

Fonte: O autor (2026).

Tabela E-12 - Análise da dimensão do pilar “ b_p ” pelo teste de Tukey (“Y+S”)

Grupo	b_p	N	$\bar{X}$	95% IC	
5	0,50-0,54	3	7843	A	(7538; 8149)
3	0,25-0,29	23	890,6	B	(780,1; 1001,0)
4	0,30-0,34	20	781,5	B C	(663,1; 899,9)
2	0,20-0,24	3	702,7	B C	(396,9; 1008,4)
1	0,15-0,19	11	598,3	C	(438,6; 758,0)

Fonte: O autor (2026).

O teste de Tukey para variável b_p de todos os registros da tabela apresentou maior número de médias estatisticamente independentes, resultado influenciado pelo modo de ruptura Y+S. As tabelas Tabela E-13, Tabela E-14 e Tabela E-15 possuem as análises de Tukey para a resistência do concreto (f_c).

Tabela E-13 - Análise da resistência à compressão “ f_c ” pelo teste de Tukey (“S” e “Y+S”)

Grupo	f_c	N	$\bar{X}$	95% IC	
11	46,00-49,99	1	9000	A	(6157; 11843)
10	40,00-42,99	2	7725	A	(5715; 9735)
9	37,00-39,99	5	3343	B	(2072; 4614)
8	34,00-36,99	6	3115	B C	(1954; 4275)
7	31,00-33,99	20	2190	B C D	(1555; 2826)
5	25,00-27,99	27	1033,3	C D	(486,2; 1580,3)
6	28,00-30,99	28	855,9	D	(318,7; 1393,1)
4	22,00-24,99	15	851,0	C D	(117,1; 1584,9)
2	16,00-18,99	4	740,8	B C D	(-680,5; 2162,0)
3	19,00-21,99	12	715,5	D	(-105,1; 1536,1)
1	13,00-15,99	2	270,0	B C D	(-1740,0; 2280,0)

Fonte: O autor (2026).

Tabela E-14 - Análise da resistência à compressão “f_c” pelo teste de Tukey (“S”)

Grupo	f _c	N	$\bar{X}$	95% IC	
10	40,00-42,99	2	7725	A	(5502; 9948)
9	37,00-39,99	3	2810	B	(995; 4626)
8	34,00-36,99	5	2231	B	(825; 3637)
7	31,00-33,99	12	2038	B	(1131; 2946)
5	25,00-27,99	17	1158,6	B	(396,0; 1921,2)
3	19,00-21,99	4	958	B	(-615; 2530)
6	28,00-30,99	7	944,1	B	(-244,2; 2132,5)
4	22,00-24,99	5	882,0	B	(-524,1; 2288,1)
2	16,00-18,99	2	826,0	B	(-1397,2; 3049,2)
1	13,00-15,99	2	270,0	B	(-1953,2; 2493,2)

Fonte: O autor (2026).

Tabela E-15 - Análise da resistência à compressão “f_c” pelo teste de Tukey (“Y + S”)

Grupo	f _c	N	$\bar{X}$	95% IC	
9	46,00-49,99	1	9000	A	(6544; 11456)
8	34,00-36,99	1	7530	A B	(5074; 9986)
7	37,00-39,99	2	4142	B C	(2405; 5878)
6	31,00-33,99	8	2419	C D	(1550; 3287)
3	22,00-24,99	10	835,5	D	(58,7; 1612,3)
5	28,00-30,99	21	826,5	D	(290,5; 1362,6)
4	25,00-27,99	10	820,3	D	(43,5; 1597,1)
1	16,00-18,99	2	656	C D	(-1081; 2392)
2	19,00-21,99	8	594,5	D	(-274,0; 1463,0)

Fonte: O autor (2026).

Verificou-se que a distribuição dos intervalos no teste de Tukey se diferencia em relação ao modo de ruptura. Para o caso da Tabela E-15, o intervalo de 16 a 21,99 MPa não apresentou aumentos significativos. É possível também evidenciar que esses resultados da referida tabela indica a influência das médias para os resultados da Tabela E-13.

Tabela E-16 - Análise da resistência à compressão “A_{s,tie}/d_e” pelo teste de Tukey (“S” e “Y+S”)

Grupo	A _s /d _e	N	Mean	95% IC	
5	45,00-54,99	1	9000	A	(7582; 10418)
7	65,00-74,99	1	7390	A	(5972; 8808)
8	95,00-104,99	2	7265	A	(6263; 8267)
9	105,00-114,99	1	6580	A B	(5162; 7998)
6	55,00-64,99	4	4540	B	(3831; 5249)
2	15,00-24,99	23	927,6	C	(632,0; 1223,2)
3	25,00-34,99	17	902,5	C	(558,7; 1246,4)
4	35,00-44,99	4	899	C	(190; 1608)
1	5,00-14,99	57	849,0	C	(661,3; 1036,8)

Fonte: O autor (2026).

Tabela E-17 - Análise da resistência à compressão “ $A_{s,tie}/d_e$ ” pelo teste de Tukey (“S”)

Grupo	$A_{s,tie}/d_e$	N	Mean	95% IC
	65,00-74,99	1	7390	A (5294; 9486)
	105,00-114,99	1	6580	A (4484; 8676)
	55,00-64,99	4	4540	A (3492; 5588)
	15,00-24,99	9	1219	B (521; 1918)
	5,00-14,99	19	961,2	B (480,4; 1442,1)
	25,00-34,99	13	898,8	B (317,5; 1480,2)
	35,00-44,99	4	899	B (-149; 1947)

Fonte: O autor (2026).

Tabela E-18 - Análise da resistência à compressão “ $A_{s,tie}/d_e$ ” pelo teste de Tukey (“Y+S”)

Grupo	$A_{s,tie}/d_e$	N	Mean	95% IC
4	45,00-54,99	1	9000	A (8579; 9421)
5	95,00-104,99	2	7265	B (6967; 7563)
3	25,00-34,99	4	915	C (704; 1125)
1	5,00-14,99	38	792,9	C (724,7; 861,2)
2	15,00-24,99	14	740,1	C (627,7; 852,6)

Fonte: O autor (2026).

A Tabela E-18 contém os dados com médias mais independentes que os dados das Tabela E-16 e Tabela E-17. Essa relação indica uma melhor distribuição dos resultados para os modelos experimentais com escoamento da armadura, evidenciando a distribuição dos dados para essas situações.

Tabela E-19 Análise da resistência à compressão “ d_e ” pelo teste de Tukey (“S” e “Y+S”)

Grupo	de	N	Mean	95% IC
1	0,35	7	7564	A (7320; 7809)
2	0,20	10	1441	B (1236; 1645)
3	0,14	63	850	C (768; 930)
4	0,15	31	778	C (661; 893)

Fonte: O autor (2026).

Tabela E-20 - Análise da resistência à compressão “ d_e ” pelo teste de Tukey (“S”)

Grupo	de	N	Mean	95% IC
1	0,35	20	7355	A (6985; 7725)
2	0,20	17	1441	B (1207; 1674)
3	0,14	10	899	C (720; 1078)
4	0,15	4	876	C (711; 1041)

Fonte: O autor (2026).

Tabela E-21 - Análise da resistência à compressão “ d_e ” pelo teste de Tukey (“Y+S”)

Grupo	de	N	Mean	95% IC
1	0,35	3	7843	A (7536; 8150)
2	0,15	46	831	B (752; 909)
3	0,14	11	598	C (438; 759)

Fonte: O autor (2026).

APÊNDICE F

Tabela F-1 - Resultados das forças estimadas por meio das equações obtidas pelos modelos de regressão

Corpo de prova	F_{EXP}	$F_{MR,01}$	$F_{MR,02}$	$F_{MR,03}$	$F_{MS,01}$	$F_{MS,02}$	$F_{MS,03}$	$F_{MY,01}$	$F_{MY,02}$	$F_{MY,03}$	Failure
4N1	7000	6891	6786	6925				7050	6977	6967	Y + S
4N1bis	6700	6625	6740	7021	6743	6946	6754				S
4N2	6580	7331	6740	6841	7553	6805	6626				S
4N2bis	7390	6651	7339	6847	6653	6869	7167				S
4N3bis	9000	8091	9055	8592				8261	8996	9025	Y + S
4N4	7530	8379	7573	8290				8025	7550	7533	Y + S
4N4bis	8750	8167	8692	8447	7706	8816	8827				S
2,3	740	761	840	849				837	894	882	Y + S
3,1	475	454	591	722				437	582	558	Y + S
3,3	510	407	583	700				388	553	554	Y + S
1A,1	1150	709	897	818	758	1043	964				S
1A,2	900	1087	1132	987	977	1043	1105				S
1A,2bis	1178	955	1049	928	898	1043	1054				S
1A,3	1185	1058	1094	983	898	1043	1053				S
3A,1	815	462	772	688	423	833	678				S
3A,2	900	834	958	853	645	833	821				S
3A,3	665	547	765	736				464	618	741	Y + S
Q,2	650	581	834	872				812	862	787	Y + S
Q,2bis	510	243	572	713				429	627	632	Y + S
6,1	250	-237	177	239	-382	529	85				S
6,2	290	-101	280	230	84	528	225				S
6,4	850	560	894	690	728	614	809				S
6,5	842	349	633	645	566	807	695				S
6,6	810	573	785	691	1176	848	905				S
9A,1	1200	1511	1288	1620	1485	1545	1359				S
9A,2	1900	2072	1928	1790	2273	1532	1783				S
10,1a	850	584	761	727	647	718	834				S
10,1b	800	827	861	835	773	707	984				S
10,2a	750	537	739	705	604	701	801				S
10,2b	800	462	703	673	552	705	753				S
10,3a	760	383	673	637	521	711	707				S
10,3b	740	504	721	691	568	695	777				S
11,1a	563	528	735	732				636	784	783	Y + S
11,1b	493	301	590	631				420	701	611	Y + S
11,2a	558	660	813	835	607	870	863				S
11,2b	585	577	748	783				670	811	778	Y + S
12,2a	750	297	595	632				283	513	622	Y + S
12,2b	640	93	498	543				81	412	512	Y + S
A1	1110	1439	1335	1267	1425	1318	1349				S
A2	1420	1927	1341	1371	1708	1318	1375				S
A3	1340	2045	1360	1424	1775	1318	1403				S
A4	1230	1443	1336	1269	1427	1318	1350				S
A5	1400	1931	1342	1373	1710	1318	1376				S
A6	1230	1900	1338	1360	1688	1318	1370				S
A7	1640	1584	1357	1332	1512	1318	1381				S
A8	1510	1927	1341	1371	1708	1318	1375				S
A9	1450	1678	1371	1373	1568	1318	1402				S
B1	2080	1310	1518	1396	1045	1653	1263				S
BP-20-1	519	552	421	516				433	502	470	Y + S
BP-20-2	480	518	411	501				401	489	462	Y + S
BPC-20-1	519	820	604	526				516	593	625	Y + S
BPC-20-2	529	745	582	492				445	563	592	Y + S
BP-25-1	735	640	731	703	803	663	689				S

Corpo de prova	F_{EXP}	$F_{MR,01}$	$F_{MR,02}$	$F_{MR,03}$	$F_{MS,01}$	$F_{MS,02}$	$F_{MS,03}$	$F_{MY,01}$	$F_{MY,02}$	$F_{MY,03}$	Failure
BP-25-2	755	599	740	685	779	663	713				S
BPC-25-1	818	809	1002	642				671	751	791	Y + S
BPC-25-2	813	924	978	693				781	796	856	Y + S
BP-20-30-1	485	734	482	691				515	496	435	Y + S
BP-20-30-2	480	760	493	703				540	511	441	Y + S
BP-30-30-1	916	890	852	878	949	811	700				S
BP-30-30-2	907	935	852	897				967	857	845	Y + S
BPC-30-30-1	1039	1171	1026	904				1037	937	965	Y + S
BPC-30-30-2	1029	1246	1027	937				1108	979	999	Y + S
BP-30-25-1	794	925	723	877				1052	907	869	Y + S
BP-30-25-2	725	754	722	801	773	946	730				S
BPC-30-25-1	853	1079	850	848				1044	941	969	Y + S
BPC-30-25-2	872	1083	850	849				1047	943	970	Y + S
BDA-70x90-1	784	858	723	848				988	869	851	Y + S
BDA-70x90-2	755	899	723	866				1027	892	862	Y + S
BDA-80x90-1	858	858	723	848				988	869	851	Y + S
BDA-80x90-2	853	866	723	851				995	873	853	Y + S
BDA-90x90-1	853	873	723	854				1003	878	855	Y + S
BDA-90x90-2	921	948	723	887				1074	920	875	Y + S
BDA-100x90-1	911	881	723	857				1010	882	857	Y + S
BDA-100x90-2	931	940	723	884				1067	916	873	Y + S
TDS3-1	1299	1129	1199	980				1057	1004	1015	Y + S
TDS3-2	1303	1133	1201	982				1060	1006	1018	Y + S
TDM3-1	1245	1156	1242	813	1462	946	1400				S
TDM3-2	1210	1193	1242	829	1484	946	1393				S
BDA-30-20-70-2	549	478	603	731				588	654	666	Y + S
BDA-30-25-70-1	662	734	734	849				737	733	701	Y + S
BDA-30-25-70-2	676	648	705	811				655	688	681	Y + S
BDA-30-25-80-1	696	756	741	859				759	745	706	Y + S
BDA-30-25-80-2	725	696	721	833				702	713	692	Y + S
BDA-30-25-90-1	764	741	736	852				744	737	702	Y + S
BDA-30-30-70-1	769	758	788	876				666	694	684	Y + S
BDA-30-30-70-2	730	725	776	861				634	677	676	Y + S
BDA-30-30-80-1	828	781	795	886				687	705	689	Y + S
BDA-30-30-80-2	809	781	795	886				687	705	689	Y + S
BDA-30-30-90-1	843	773	793	882				680	701	687	Y + S
BDA-30-30-90-2	813	672	759	838				584	652	665	Y + S
BDA-40-25-70-1	1019	1048	1168	1132	1040	1358	1123				S
BDA-40-25-70-2	1068	1007	1128	1114				1071	997	997	Y + S
BDA-40-25-80-2	1171	1033	1153	1126				1096	1009	1005	Y + S
BPL-35-30-1	960	960	1072	965	1106	942	1089				S
BPL-35-30-2	941	1016	1085	990	1139	942	1056				S
BPB-35-30-1	1029	945	1069	959				1033	941	982	Y + S
BPB-35-30-2	1103	938	1067	955				1026	938	979	Y + S
BPH-35-30-1	980	1236	1135	1088	1271	942	926				S
BPH-35-30-2	1088	1281	1146	1107				1353	1119	1083	Y + S
BPL-35-25-1	902	973	968	955				1154	1002	1020	Y + S
BPL-35-25-2	872	917	955	930	985	1077	990				S
BPB-35-25-1	911	827	935	891				1015	933	976	Y + S
BPB-35-25-2	921	846	939	899				1033	941	982	Y + S
BPH-35-25-1	882	1327	1049	1112	1231	1077	915				S
BPH-35-25-2	951	1375	1060	1133	1260	1077	906				S
BPL-35-20-1	755	702	799	830	762	984	899				S
BPL-35-20-2	735	665	790	814	740	984	891				S
BPB-35-20-1	755	624	781	796				916	890	944	Y + S
BPB-35-20-2	804	616	779	792				909	887	942	Y + S
BPH-35-20-1	813	1034	875	977	961	984	973		6977		S
BPH-35-20-2	794	1012	870	967	948	984	968				S

Fonte: O autor (2026).

APÊNDICE G

Tabela G-1 - Resumo estatísticos dos modelos de regressão dos modelos da Série “A”

	Falha		$F_{MR,01}$	$F_{MR,02}$	$F_{MR,03}$	$F_{MS,01}$	$F_{MS,02}$	$F_{MS,03}$	$F_{MY,01}$	$F_{MY,02}$	$F_{MY,03}$
ENSAIOS LITERATURA	“S”	MED	0,97	1,01	1,05	1,04	1,00	1,01	0,97	0,95	1,01
		DP	0,27	0,14	0,19	0,30	0,16	0,18	0,32	0,24	0,24
		CV	27,45	13,82	17,83	28,57	16,28	17,75	33,27	25,13	24,14
		MAPE	22,03	9,79	13,65	19,83	12,00	15,52	29,35	19,17	18,91
	“Y+S”	MED	0,98	1,01	0,96	1,01	1,09	0,89	1,00	1,00	1,00
		DP	0,24	0,13	0,15	0,16	0,26	0,17	0,17	0,14	0,16
		CV	24,05	13,04	15,98	15,38	23,66	19,68	16,73	13,62	16,15
		MAPE	16,77	9,95	13,75	11,22	19,34	22,53	13,98	11,31	11,70
	GLOBAL	MED	0,96	1,01	1,00	1,02	1,05	0,94	0,99	0,97	1,01
		DP	0,22	0,13	0,18	0,23	0,22	0,19	0,25	0,16	0,20
		CV	22,77	13,34	17,52	22,62	21,17	19,70	25,26	16,46	20,09
		MAPE	18,86	9,87	13,70	15,28	15,94	19,93	20,94	14,59	14,94
MODELOS NUMÉRICOS	“S”	MED	0,97	0,81	1,30	0,87	0,74	0,67	1,08	1,05	1,23
		DP	0,14	0,18	0,21	0,14	0,20	2,06	0,20	0,18	0,29
		CV	14,49	21,55	15,83	16,43	26,92	307	18,40	17,22	23,70
		MAPE	12,50	29,72	21,00	20,88	45,57	51,85	14,21	12,90	20,18
	“Y+S”	MED	0,89	0,88	1,12	0,91	0,91	0,67	1,00	1,04	1,04
		DP	0,13	0,25	0,20	0,18	0,34	1,90	0,21	0,19	0,26
		CV	15,17	28,00	17,93	19,71	37,91	285	21,45	18,32	24,81
		MAPE	18,07	30,15	14,96	19,51	41,19	50,63	15,17	12,65	18,97
	GLOBAL	MED	0,93	0,85	1,21	0,88	0,82	0,68	1,04	1,04	1,13
		DP	0,14	0,20	0,21	0,15	0,28	1,88	0,20	0,17	0,27
		CV	14,86	24,00	17,52	17,35	33,94	273	19,03	16,73	24,40
		MAPE	15,29	29,93	17,98	20,19	43,38	51,24	14,69	12,78	19,58
SANTOS (2024)		MED	0,56	0,94	0,75	0,62	0,99	0,92	0,50	0,61	0,61
		DP	0,12	0,33	0,27	0,18	0,14	0,40	0,12	0,17	0,18
		CV	20,74	34,65	36,10	28,51	14,01	42,73	23,24	27,56	28,73
Sorens en (2025)		MED	1,37	1,02	1,13	9,21	1,13	1,27	1,55	1,10	1,01
		DP	0,97	0,36	0,31	18,21	0,32	0,62	1,37	0,10	0,13
		CV	70,71	35,56	27,73	197,7	28,74	48,89	88,29	9,06	13,19

Fonte: O autor (2026).

APÊNDICE H

Quadro H-1 - Resumo dos resultados das equações elaboradas com todos os registros da base de dados

Avaliação	$F_{MR,01}$	$F_{MR,02}$	$F_{MR,03}$
Base de dados	(-) Estimativas inconsistentes (exclusão para cálculo de médias), (-) Valor do MAPE superior entre os modelos (-) Estimativas inseguras para os modelos de Clarke (-) Maior coeficiente de variação para Clarke,	(+) Menor coeficiente de variação (+) Menor MAPE para avaliação de todos os registros, (+) Melhor estimativa para Blévo	(+) Melhor estimativa para o programa de Blévo
Modelos numéricos	(-) Médias das estimativas inseguras,	(-) Médias conservadoras das estimativas de ruptura,	(-) Não capturou comportamento de modelos de maior escala, (-) Médias das estimativas inseguras
Programa experimental recente	(-) Médias das estimativas inseguras,	(+) Médias das estimativas próximos a 1,0, (-) Desvio padrão elevado	(-) Desvio padrão elevado

Fonte: O autor (2026).

Quadro H-2 - Resumo dos resultados das equações elaboradas com registros para ruptura sem escoamento da armadura da base de dados

Avaliação	$F_{MS,01}$	$F_{MS,02}$	$F_{MS,03}$
Base de dados	(+) MAPE próximo a modelo com interação de variáveis, (-) Estimativas conservadores para Blévet e Frémy, (-) Maior coeficiente de variação para Clarke,	(+) Menor MAPE, (+) Melhores estimativas para Blévet, (-) Estimativas inconsistentes (exclusão para cálculo de médias),	(-) Maior MAPE, (+) Melhores estimativas para Blévet,
Modelos numéricos	(-) Médias das estimativas inseguras,	(-) Não capturou comportamento de modelos de maior escala,	(-) Não capturou comportamento de modelos de maior escala,
Programa experimental recente	(-) Médias das estimativas inseguras,	(-) Desvio padrão elevado (-) Médias das estimativas inseguras,	(+) Médias das estimativas próximos a 1,0,

Fonte: O autor (2026).

Quadro H-3 - Resumo dos resultados das equações elaboradas com registros de ruptura da biela posterior ao escoamento da armadura da base de dados

Avaliação	$F_{MY,01}$	$F_{MY,02}$	$F_{MY,03}$
Base de dados	(-) Estimativas conservadores para Blévet e Frémy,	(+) Melhores estimativas para de Blévet, (+) Menor MAPE,	(-) Estimativas inseguras para os modelos de Clarke, (+) Melhores estimativas para Blévet, (-) Estimativas inconsistentes (exclusão para cálculo de médias),
Modelos numéricos	(+) Médias das estimativas próximos a 1,0,	(+) Menor MAPE, (+) Menor coeficiente de variação,	(-) Apresentou estimativas inseguras em alguns registros,
Programa experimental recente	(+) Menor desvio padrão comparado a outros modelos (“S” e “S + Y”),	(+) Menor desvio padrão comparado a outros modelos (“S” e “S + Y”), (-) Médias das estimativas inseguras,	(+) Menor desvio padrão comparado a outros modelos (“S” e “S + Y”), (-) Médias das estimativas inseguras,

Fonte: O autor (2026).

APÊNDICE I

Tabela I-1 - Estimativas de forças de ruptura dos modelos analíticos e modelos de regressão com coeficiente de ajuste para pilares de seção retangular

					Souza et al, (2009)		Melendez et al, (2019)		Boulifa et al, (2023)		Blevót e Frémy (1967)			Modelos de Regressão			
		F_{CDP}	ϕ_{SR}	RPE	$\frac{F_{CDP}}{F_{Sou}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Sou}^*}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Mel}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Mel}^*}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Bol}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Bol}^*}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Ble}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Ble}^2}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Ble}^*}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MR,02}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MR,02}^*}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MR,03}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MR,03}^*}$
G1	BM1	862	1,00207	56,59	0,86	0,85	0,98	0,98	1,02	1,02	0,93	0,93	0,93	1,04	1,04	1,06	1,06
	BM2	1081	1,236	95,00	0,79	0,88	1,04	1,01	1,07	1,04	1,04	1,05	0,95	0,89	1,06	1,22	1,09
	BM3	1215	1,37176	127,32	0,77	0,89	1,07	1,00	1,05	1,05	1,08	1,11	0,96	0,84	1,08	1,29	1,10
G2	BM4	1059	1,00211	56,59	1,05	1,05	1,08	1,08	1,15	1,15	0,99	0,99	0,99	1,09	1,09	1,29	1,29
	BM5	1214	1,20362	80,00	0,93	1,03	1,07	1,05	1,09	1,09	1,03	1,04	0,96	0,98	1,06	1,38	1,26
	BM6	1389	1,31854	106,00	0,92	1,06	1,12	1,08	1,05	1,14	1,11	1,13	0,99	0,98	1,09	1,50	1,30
G3	BM7	1236	1,00219	56,59	1,23	1,22	1,06	1,06	1,08	1,08	0,94	0,94	0,94	1,04	1,04	1,40	1,40
	BM8	1429	1,11732	106,00	1,20	1,28	1,12	1,11	1,04	1,11	1,03	1,03	0,98	1,09	1,09	1,55	1,46
	BM9*	1575	1,2295	141,00	1,15	1,28	1,14	1,10	0,89	1,12	1,07	1,08	0,98	1,10	1,09	1,64	1,46
G4	BM10	1028	1,00207	56,59	0,89	0,89	1,02	1,02	1,06	1,06	0,95	0,95	0,95	1,07	1,07	1,12	1,12
	BM11	1293	1,236	95,00	0,82	0,92	1,13	1,06	1,12	1,08	1,08	1,10	0,98	0,96	1,10	1,30	1,16
	BM12	1491	1,37176	127,32	0,82	0,95	1,18	1,08	1,12	1,12	1,18	1,20	1,02	0,95	1,14	1,43	1,20
G5	BM13	1123	1,00211	56,59	0,97	0,97	1,01	1,01	1,06	1,06	0,92	0,92	0,92	1,02	1,02	1,22	1,22
	BM14	1346	1,20362	80,00	0,90	0,99	1,08	1,04	1,05	1,05	1,02	1,03	0,94	0,99	1,04	1,37	1,24
	BM15	1496	1,31854	106,00	0,86	0,99	1,10	1,03	0,98	1,07	1,07	1,09	0,94	0,98	1,04	1,45	1,24
G6	BM16	1351	1,00219	56,59	1,17	1,16	1,05	1,05	1,02	1,02	0,93	0,93	0,93	1,04	1,04	1,35	1,35

					Souza et al, (2009)		Melendez et al, (2019)		Boulifa et al, (2023)		Blevôt e Frémy (1967)			Modelos de Regressão			
F_{CDP} $\emptyset_{SR}$				R _{PE}	$\frac{F_{CDP}}{F^1_{Sou}}$	$\frac{F_{CDP}}{F^*_{Sou}}$	$\frac{F_{CDP}}{F^1_{Mel}}$	$\frac{F_{CDP}}{F^*_{Mel}}$	$\frac{F_{CDP}}{F^1_{Bol}}$	$\frac{F_{CDP}}{F^*_{Bol}}$	$\frac{F_{CDP}}{F^1_{Ble}}$	$\frac{F_{CDP}}{F^2_{Ble}}$	$\frac{F_{CDP}}{F^*_{Ble}}$	$\frac{F_{CDP}}{F^1_{MR,02}}$	$\frac{F_{CDP}}{F^*_{MR,02}}$	$\frac{F_{CDP}}{F^1_{MR,03}}$	$\frac{F_{CDP}}{F^*_{MR,03}}$
G7	BM17*	1515	1,11732	106,00	1,11	1,18	1,10	1,07	0,95	1,03	1,00	1,00	0,94	1,07	1,05	1,47	1,37
	BM18	1711	1,2295	141,00	1,08	1,21	1,15	1,09	0,84	1,05	1,08	1,08	0,96	1,12	1,08	1,59	1,40
	BM19	1151	1,00207	56,59	0,88	0,88	1,04	1,04	1,05	1,05	0,95	0,95	0,95	1,02	1,02	1,11	1,11
	BM20	1431	1,236	95,00	0,80	0,90	1,13	1,06	1,09	1,06	1,09	1,10	0,97	0,96	1,04	1,28	1,13
	BM21	1546	1,37176	127,32	0,75	0,87	1,16	1,01	1,02	1,03	1,11	1,13	0,94	0,91	1,01	1,32	1,10
G8	BM22	1306	1,00211	56,59	1,00	1,00	1,08	1,08	1,09	1,09	0,97	0,97	0,97	1,05	1,05	1,24	1,24
	BM23	1413	1,20362	80,00	0,83	0,92	1,05	0,99	0,98	0,98	0,98	0,99	0,89	0,95	0,96	1,27	1,14
	BM24*	1582	1,31854	106,00	0,81	0,93	1,10	0,99	0,92	1,00	1,05	1,06	0,90	0,96	0,97	1,36	1,15
G9	BM25	1406	1,00219	88,42	1,08	1,07	1,02	1,02	0,94	0,94	0,90	0,90	0,90	0,98	0,98	1,24	1,24
	BM26	1588	1,11732	132,63	1,03	1,10	1,08	1,05	0,89	0,95	0,98	0,98	0,92	1,04	1,00	1,35	1,26
	BM27	1682	1,2295	176,84	0,94	1,05	1,07	1,00	0,73	0,91	1,00	1,00	0,88	1,04	0,96	1,38	1,21
G10	BM28	1020	1,00387	88,42	0,81	0,81	1,03	1,02	1,08	1,08	1,02	1,02	1,02	0,93	0,93	1,18	1,18
	BM29*	1158	1,14725	119,37	0,75	0,81	1,04	1,03	1,04	1,07	1,07	1,07	1,02	0,83	0,93	1,24	1,19
	BM30	1322	1,26933	159,15	0,80	0,84	1,05	1,06	0,97	1,10	1,13	1,14	1,06	0,81	0,97	1,32	1,23
G11	BM31	1188	1,00402	31,83	0,95	0,94	1,07	1,07	1,11	1,11	1,03	1,03	1,03	0,99	0,99	1,37	1,37
	BM32	1321	1,10658	106,10	0,91	0,96	1,09	1,09	1,05	1,11	1,08	1,09	1,05	0,96	1,01	1,44	1,39
	BM33	1403	1,19118	31,83	0,83	0,93	1,04	1,05	0,86	1,10	1,08	1,08	1,01	0,89	0,97	1,44	1,34
G12	BM34	800	1,00111	95,49	1,06	1,06	0,99	0,99	1,04	1,04	1,38	1,38	1,38	1,41	1,41	1,03	1,03
	BM35	1196	1,51088	31,83	0,87	1,05	1,14	0,98	1,19	1,03	1,11	1,16	1,36	0,98	1,39	1,34	1,02
G13	BM36	916	1,00111	79,58	1,22	1,21	1,04	1,03	1,11	1,11	1,37	1,37	1,37	1,22	1,22	1,17	1,17
	BM37*	1386	1,45505	31,83	1,06	1,27	1,23	1,08	1,25	1,16	1,15	1,19	1,43	1,12	0,77	1,58	1,22

					Souza et al, (2009)		Melendez et al, (2019)		Boulifa et al, (2023)		Blevôt e Frémy (1967)			Modelos de Regressão			
		F_{CDP}	ϕ_{SR}	R _{PE}	$\frac{F_{CDP}}{F_{Sou}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Sou}^*}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Mel}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Mel}^*}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Bol}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Bol}^*}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Ble}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Ble}^2}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Ble}^*}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MR,02}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MR,02}^*}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MR,03}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MR,03}^*}$
G14	BM38	1068	1,0011	106,10	1,42	1,41	1,02	1,02	1,11	1,11	1,30	1,30	1,30	1,05	1,05	1,26	1,26
	BM39	1464	1,36279	31,83	1,23	1,43	1,15	1,04	1,06	1,12	1,04	1,05	1,31	1,12	0,82	1,59	1,28
G15	BM40	1030	1,00111	95,49	1,08	1,08	1,08	1,08	1,06	1,06	1,39	1,39	1,39	1,21	1,21	1,06	1,06
	BM41	1530	1,51088	31,83	0,86	1,03	1,22	1,03	1,17	1,01	1,14	1,17	1,32	1,03	1,15	1,37	1,01
G16	BM42	1018	1,00111	79,58	1,18	1,18	1,13	1,12	1,08	1,08	1,36	1,36	1,36	1,10	1,10	1,14	1,14
	BM43	1588	1,45505	9,05	0,94	1,12	1,19	1,07	1,10	1,02	1,09	1,11	1,28	1,07	1,04	1,43	1,08
G17	BM44	1168	1,0011	59,42	1,25	1,25	0,98	0,97	0,98	0,98	1,23	1,23	1,23	0,94	0,94	1,11	1,11
	BM45*	1582	1,36279	9,05	1,03	1,20	1,09	0,93	0,89	0,94	0,97	0,98	1,18	1,04	0,90	1,35	1,06
G18	BM46	602	1,00046	56,59	1,50	1,49	0,73	0,73	0,71	0,71	4,30	4,30	4,30	12,56	12,56	0,80	0,80
	BM47	1096	1,8701	9,05	1,07	1,47	1,05	0,72	1,05	0,69	1,15	1,26	4,23	1,28	12,35	1,33	0,79
G19	BM48	790	1,00046	42,44	1,51	1,51	0,83	0,83	0,70	0,70	3,92	3,92	3,92	1,67	1,67	0,82	0,82
	BM49	1488	1,84357	9,05	1,14	1,55	1,28	0,85	1,06	0,72	1,16	1,23	4,02	1,29	1,72	1,43	0,84
G20	BM50	972	1,00044	50,93	1,86	1,85	0,84	0,84	0,83	0,83	3,69	3,69	3,69	0,90	0,90	0,91	0,91
	BM51	1618	1,68592	56,59	1,43	1,82	1,18	0,82	1,05	0,82	1,15	1,19	3,60	1,16	0,88	1,45	0,89
G21	BM52	848	1,00045	95,00	1,62	1,62	0,82	0,82	0,71	0,71	3,78	3,78	3,78	1,18	1,18	0,87	0,87
	BM53	1544	1,78594	127,32	1,25	1,65	1,25	0,83	1,01	0,72	1,11	1,16	3,83	1,24	1,20	1,48	0,88
TODOS OS MODELOS																	
AVG					1,04	1,04	1,07	1,04	1,01	1,04	1,30	1,04	1,49	1,04	1,50	1,04	1,16
SD					0,24	0,15	0,10	0,15	0,12	0,15	0,77	0,15	1,05	0,15	2,20	0,15	0,17
CV					23,12%	14,83%	9,49%	14,83%	11,96%	14,83%	59,37%	14,83%	70,35%	14,83%	146,46%	14,83%	14,81%
PILAR SEÇÃO QUADRADA																	
AVG					1,17	1,17	1,00	0,99	1,00	1,00	1,63	1,63	1,63	1,64	1,64	1,13	1,13

			Souza et al, (2009)		Melendez et al, (2019)		Boulifa et al, (2023)		Blevót e Frémy (1967)			Modelos de Regressão			
F_{CDP}	ϕ_{SR}	R_{PE}	$\frac{F_{CDP}}{F_{Sou}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Sou}^*}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Mel}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Mel}^*}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Bol}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Bol}^*}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Ble}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Ble}^2}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{Ble}^*}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MR,02}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MR,02}^*}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MR,03}^1}$	$\frac{F_{CDP}}{F_{MR,03}^*}$
	SD		0,28	0,28	0,10	0,10	0,14	0,14	1,16	1,16	1,16	2,51	2,51	0,17	0,17
	CV		23,60%	23,60%	10,30%	10,38%	13,97%	13,97%	70,91%	70,91%	70,91%	152,53%	152,53%	15,29%	15,29%
PILAR SEÇÃO ETANGULAR															
	AVG		0,96	1,11	1,12	1,01	1,02	1,02	1,08	1,10	1,40	1,02	1,41	1,40	1,17
	SD		0,17	0,25	0,06	0,09	0,11	0,12	0,06	0,07	0,98	0,12	2,00	0,11	0,17
	CV		17,89%	22,40%	5,67%	8,90%	10,67%	12,04%	5,21%	6,68%	70,07%	11,76%	142,58%	7,61%	14,58%

Fonte: O autor (2026).

APÊNDICE J

Tabela J-1 - Tensão obtidas nos modelos numéricos com os índices de correlação com modelos analíticos

Model	Médias dos valores obtidos nos modelos numéricos (MPa)		Razão dos valores medidos pelos valores calculados			
	<i>T1</i>	<i>T2</i>	$F_{T1}^{MEF}/F_{T1}^{BLE}$	$F_{T2}^{MEF}/F_{T2}^{BLE}$	$F_{T1}^{MEF}/F_{T1}^{EHE}$	$F_{T2}^{MEF}/F_{T2}^{EHE}$
BM1	355,25	355,25	0,84	0,84	0,99	0,99
BM2	186,00	398,25	0,94	1,58	1,11	1,86
BM3	169,75	416,25	1,02	1,56	1,19	1,83
BM4	362,50	362,50	0,89	0,89	1,05	1,05
BM5	279,25	356,25	1,04	1,06	1,22	1,25
BM6	161,75	359,25	1,18	1,68	1,38	1,98
BM7	277,00	277,00	1,07	1,07	1,26	1,26
BM8	263,00	354,25	0,96	1,11	1,13	1,30
BM9	205,75	378,00	1,00	1,25	1,17	1,47
BM10	391,75	391,75	0,79	0,79	0,93	0,93
BM11	249,50	408,00	0,96	1,22	1,13	1,44
BM12	217,25	423,75	1,06	1,30	1,25	1,53
BM13	321,75	321,75	0,92	0,92	1,09	1,09
BM14	232,00	340,75	1,05	1,23	1,23	1,45
BM15	190,25	376,50	1,05	1,34	1,24	1,57
BM16	272,00	272,00	1,03	1,03	1,22	1,22
BM17	243,25	350,25	0,90	1,10	1,06	1,30
BM18	196,25	369,50	0,96	1,24	1,13	1,45
BM19	317,00	317,00	0,97	0,97	1,14	1,14
BM20	253,25	423,00	0,91	1,18	1,06	1,39
BM21	198,50	410,50	1,01	1,30	1,19	1,53
BM22	283,50	283,50	1,08	1,08	1,27	1,27
BM23	291,25	405,25	0,82	0,91	0,96	1,07
BM24	187,50	388,25	0,95	1,27	1,12	1,49
BM25	242,50	242,50	1,07	1,07	1,25	1,25
BM26	312,75	396,25	0,74	0,80	0,87	0,94
BM27	211,50	359,00	0,86	1,00	1,01	1,17
BM28	277,25	277,00	1,20	1,20	1,41	1,41

Médias dos valores obtidos nos modelos numéricos (MPa)			Razão dos valores medidos pelos valores calculados			
Model	$T1$	$T2$	$F_{T1}^{MEF} / F_{T1}^{BLE}$	$F_{T2}^{MEF} / F_{T2}^{BLE}$	$F_{T1}^{MEF} / F_{T1}^{EHE}$	$F_{T2}^{MEF} / F_{T2}^{EHE}$
BM29	263,00	354,25	1,07	1,20	1,25	1,41
BM30	205,75	378,00	1,14	1,40	1,34	1,64
BM31	374,75	374,75	0,90	0,90	1,05	1,05
BM32	296,75	369,00	1,01	1,09	1,19	1,28
BM33	165,00	341,00	1,16	1,66	1,37	1,96
BM34	364,25	364,25	0,81	0,81	0,95	0,95
BM35	128,50	396,25	1,12	2,02	1,31	2,38
BM36	360,50	360,50	0,83	0,83	0,97	0,97
BM37	282,00	440,25	1,03	0,96	1,21	1,13
BM38	316,25	316,25	0,88	0,88	1,04	1,04
BM39	225,00	400,00	0,95	1,06	1,12	1,25
BM40	254,00	254,00	1,19	1,19	1,40	1,40
BM41	153,50	385,25	1,13	1,67	1,33	1,96
BM42	302,00	302,00	0,96	0,96	1,13	1,13
BM43	206,50	399,00	1,00	1,16	1,17	1,36
BM44	292,00	292,00	0,84	0,84	0,99	0,99
BM45	156,00	313,50	1,02	1,28	1,20	1,50

Fonte: Traduzido de Spozito et al. (2025b).

APÊNDICE K

Tabela K-1 - Conjunto de modelos numéricos analisados para elaboração do coeficiente de correção de área de compressão

Modelo	d (m)	e (m)	b _p (m)	d _e (m)	θ	%AP	$R_{PE} = \frac{A_c}{4 \cdot A_p}$	F _{MEF}	$\frac{F_{MEF}}{F_{MEL}}$	*	f _{ac} ^{**}	f _{ac}
CM01	0,250	0,500	0,250	0,15	45,29	25,00%	0.88419	1079	1,12	s	0,60	0,688
CM02	0,250	0,500	0,250	0,15	43,31	25,00%	0.88419	898	1,01	y+s	0,54	0,688
CM03	0,250	0,500	0,250	0,15	43,31	25,00%	0.88419	905	1,11	s	0,51	0,688
CM04	0,250	0,450	0,225	0,15	43,31	25,00%	0.7162	1139	1,08	s	0,80	0,820
CM05	0,250	0,450	0,225	0,15	46,33	25,00%	0.7162	969	1,06	y+s	0,80	0,820
CM06	0,250	0,450	0,300	0,15	46,33	44,44%	1.27324	1405	1,14	s	0,53	0,501
CM07	0,250	0,450	0,300	0,15	49,68	44,44%	1.27324	1209	1,14	y+s	0,47	0,501
CM08	0,250	0,525	0,300	0,15	49,68	32,65%	1.27324	1248	0,90	s	0,44	0,439
CM09	0,250	0,525	0,300	0,15	43,31	32,65%	1.27324	1151	0,90	y+s	0,44	0,439
CM10	0,250	0,525	0,350	0,15	43,31	44,44%	1.73302	1634	1,05	s	0,46	0,442
CM11	0,250	0,525	0,350	0,15	45,29	44,44%	1.73302	1431	1,05	y+s	0,41	0,442
CM12	0,550	1,000	0,450	0,35	45,29	20,25%	0.52619	4260	0,98	s	0,76	0,740
CM13	0,550	1,000	0,450	0,35	45,10	20,25%	0.52619	3610	0,98	y+s	0,70	0,740
CM14	0,550	1,000	0,650	0,35	45,10	42,25%	1.09784	5920	1,12	s	0,47	0,393
CM15	0,550	1,000	0,650	0,35	49,05	42,25%	1.09784	4954	1,06	y+s	0,42	0,393
CM16	0,550	1,000	0,650	0,35	49,05	42,25%	1.09784	4564	1,07	s	0,36	0,393
CM17	0,550	1,000	0,650	0,35	49,05	42,25%	1.09784	4010	1,09	y+s	0,34	0,393
CM18	0,250	0,500	0,200	0,15	41,47	16,00%	0.56588	862	0,98	s	0,81	0,877
CM19	0,250	0,450	0,200	0,15	45,29	19,75%	0.56589	1059	1,08	s	0,92	0,896
CM20	0,250	0,375	0,200	0,15	52,12	28,44%	0.56589	1236	1,06	s	0,87	0,916
CM21	0,287	0,500	0,200	0,15	45,47	16,00%	0.56588	1028	1,02	s	0,95	0,892

Modelo	d (m)	e (m)	b _p (m)	d _e (m)	θ	%AP	$R_{PE} = \frac{A_c}{4 \cdot A_p}$	F _{MEF}	$\frac{F_{MEF}}{F_{MEL}}$	*	f _{ac} ^{**}	f _{ac}
CM22	0,287	0,450	0,200	0,15	49,28	19,75%	0.56589	1123	1,01	s	0,88	0,906
CM23	0,325	0,450	0,200	0,15	55,93	19,75%	0.56589	1306	1,08	s	0,92	0,922
CM24	0,325	0,500	0,200	0,15	48,97	16,00%	0.56588	1151	1,04	s	0,92	0,905
CM25	0,325	0,450	0,200	0,15	52,71	19,75%	0.56589	1306	1,08	s	0,93	0,916
CM26	0,325	0,375	0,200	0,15	59,11	28,44%	0.56589	1406	1,02	S	0,83	0,928
CM27	0,250	0,500	0,250	0,15	43,31	25,00%	0.88419	1020	1,03	s	1,00	0,688
CM28	0,250	0,450	0,250	0,15	47,41	30,86%	0.88419	1188	1,07	s	0,88	0,724
CM29	0,250	0,500	0,150	0,15	39,76	9,00%	0.31831	800	0,99	s	1,00	0,983
CM30	0,250	0,450	0,150	0,15	43,31	11,11%	0.31831	916	1,04	s	1,00	0,989
CM31	0,250	0,375	0,150	0,15	49,68	16,00%	0.31831	1068	1,02	s	1,00	0,996
CM32	0,250	0,500	0,150	0,15	47,24	9,00%	0.31831	1030	1,05	s	1,00	0,993
CM33	0,325	0,450	0,150	0,15	50,79	11,11%	0.31831	1018	0,99	s	1,00	0,996
CM34	0,325	0,375	0,150	0,15	56,87	16,00%	0.31831	1168	0,93	s	1,00	1,000
CM35	0,550	1,000	0,200	0,35	40,83	4,00%	0.10394	2634	0,84	s	1,00	1,022
CM36	0,550	1,000	0,300	0,35	44,63	9,00%	0.23386	3116	0,89	s	1,00	0,970
CM37	0,550	1,000	0,350	0,35	42,46	12,25%	0.31831	3448	0,99	s	0,98	0,917

Fonte: O autor (2026).

REFERÊNCIAS

ABDUSALAMOV, Rasul; HILLGÄRTNER, Markus; ITSKOV, Mikhail. Automatic generation of interpretable hyperelastic material models by symbolic regression. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 124, n. 9, p. 2093–2104, 2023.

ABNT. **NBR 6118 - Projeto de Estruturas de concreto - Procedimento**. Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2014.

ABNT. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto**. , 2026.

ACI. AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 318-19: Building code requirements for structural concrete. **ACI committee 318**, 2019.

ACI. AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318-25 : Building code requirements for structural concrete**. [S.l.: S.n.].

ADEBAR, Perry; KUCHMA, Daniel; COLLINS, Michael P. Strut-and-tie models for the design of pile caps: An experimental study. **ACI Structural Journal**, p. 191–199, 1990.

ADEBAR, Perry; ZHOU, Luke. Design of deep pile caps by strut-and-tie models. **ACI Structural Journal**, v. 93, n. 4, p. 437–448, 1996.

ADEBAR, Perry; ZHOU, Zongyu. Bearing strength of compressive struts confined by plain concrete. **ACI Structural Journal**, v. 90, n. 5, p. 534–541, 1993.

AHMAD, Saeed; SHAH, Attaullah; ZAMAN, Saeed. **Evaluation of the shear strength of four pile cap using strut and tie model (STM)**. **Journal of the Chinese Institute of Engineers, Transactions of the Chinese Institute of Engineers, Series A/Chung-kuo Kung Ch'eng Hsueh K'an**, 2009.

ALFARAH, B.; LÓPEZ-ALMANSA, F.; OLLER, S. New methodology for calculating damage variables evolution in Plastic Damage Model for RC structures. **Engineering Structures**, v. 132, p. 70–86, 2017.

ALI, Ahmer; KIM, Dookie; CHO, Sung Gook. Modeling of nonlinear cyclic load behavior of I-shaped composite steel-concrete shear walls of nuclear power plants. **Nuclear Engineering and Technology**, v. 45, n. 1, p. 89–98, 2013.

ALMEIDA, L. C.; BUTTIGNOL, T. E. T. Three-dimensional analysis of two-pile caps. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 5, n. 2, p. 252–267, 2012.

ANGELIS, Dimitrios; SOFOS, Filippos; KARAKASIDIS, Theodoros E. Artificial Intelligence in Physical Sciences: Symbolic Regression Trends and Perspectives. **Archives of Computational Methods in Engineering**, v. 30, n. 6, p. 3845–3865, 2023.

ARAÚJO, José Milton. Design of rigid pile caps through an iterative strut-and-tie

model. **Journal of Advanced Concrete Technology**, v. 14, n. 8, p. 397–407, 2016.

ARTHI, S.; JAYA, Kp. Seismic performance of precast shear wall-slab connection under cyclic loading: experimental test vs. numerical analysis. **Earthquake Engineering and Engineering Vibration**, v. 19, n. 3, p. 739–757, 2020.

AZIZ, Riyadh J.; IHSAN A, Saib; ABDUL-HAMEED, Safaa D. Shear Strength Prediction for Two-Piles Caps Using Empirical Equations. **Al-Nahrain journal for engineering sciences**, v. 19, n. 2, p. 213–227, 2016.

BASHA, Ali *et al.* Feasibility of improving shear performance of RC pile caps using various internal reinforcement configurations: Tests and finite element modelling. **Engineering Structures**, v. 289, n. February, p. 116340, 2023.

BLÉVOT, J.; FRÉMY, R. Annales de l'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics. 1967.

BLOODWORTH, Alan G.; CAO, Jing; XU, Ming. Numerical Modeling of Shear Behavior of Reinforced Concrete Pile Caps. **Journal of Structural Engineering**, v. 138, n. 6, p. 708–717, 2012.

BLOODWORTH, Alan G.; JACKSON, Paul A.; LEE, Marcus M. K. Strength of reinforced concrete pile caps. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Structures and Buildings**, v. 156, n. 4, p. 347–358, 2003.

BOULIFA, Ridha *et al.* Predicting strength capacity of three-dimensional concrete struts in pile caps. **ACI Structural Journal**, v. 118, n. 2, p. 111–126, 2021.

BOULIFA, Ridha; GOUDJIL, Kamel; SAMAI, Mohamed Laid. A new simplified approach for predicting the bearing capacity of rectangular concrete four-pile caps. **Engineering Structures**, v. 293, n. January, p. 116635, 2023.

BRITISH STANDARDS INSTITUTION. Eurocode 2 - Design of concrete structures: Part 1-1: General rules and rules for buildings, bridges and civil engineering structures. **Rue de la Science 23, B-1040 Brussels: Comite Europeen de Normalisation**, 2023.

BROMS, Carl Erik. Strut-and-tie model for punching failure of column footings and pile caps. **ACI Structural Journal**, v. 115, n. 3, p. 689–698, 2018.

BUTTIGNOL, T. E. T.; ALMEIDA, L. C. Concrete compressive characteristic strength analysis of pile caps with three piles. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 6, n. 1, p. 158–177, 2013.

CALFEE, Robert; PIONTKOWSKI, Dorothy. Design and analysis of experiments. In: **Handbook of Reading Research**. 8. ed. [S.l.: S.n.]. p. 63–90.

CAO, Jing. THE SHEAR BEHAVIOUR OF THE REINFORCED CONCRETE FOUR-PILE CAPS. p. 310, 2009.

CARREIRA, Domingo J.; KUANG-HAN CHU. Stress-Strain Relationship for Reinforced Concrete in Compression. **ACI Structural Journal**, n. November-December,

p. 797–804, 1985.

CARVALHO, Iran Souza. **Análise experimental de blocos sobre grupos de estacas escavadas de pequeno diâmetro.** [S.l.: S.n.].

CEB-FIP C. **Model Code 1990 for Concrete Structures, Comité Euro-International du Béton and Federation Internationale de la Précontrainte.** FIB bulletin London: Thomas Telford, , 1993.

CEB-FIP C. **Model Code 2010-Final draft: Volume 1: fib Federation internationale du béton;** [S.l.: S.n.].

CHAN, Toong Khuan; POH, Chee Keong. Behaviour of precast reinforced concrete pile caps. **Construction and Building Materials**, 2000.

CHEN, Hsuan-yu; CHEN, Chiachung. Importance of Using Modern Regression Analysis for Response Surface Models in Science and Technology. p. 1–38, 2025.

CHETCHOTISAK, Panatchai; TEERAWONG, Jaruek. Reliability-based Assessment of RC Pile Cap Design Methods and Proposals for their Strength Resistance Factors. **KSCE Journal of Civil Engineering**, v. 23, n. 8, p. 3372–3382, 2019.

CHETCHOTISAK, Panatchai; TEERAWONG, Jaruek; YINDEESUK, Sukit Yindeesuk. Multiple linear regression models for shear strength prediction and design of simply-supported deep beams subjected to symmetrical point loads. **Engineering and Applied Science Research**, v. 42, n. 3, p. 219–225, 2015.

CHETCHOTISAK, Panatchai; YINDEESUK, Sukit; TEERAWONG, Jaruek. Interactive strut-and-tie-model for shear strength prediction of RC pile caps. **Computers and Concrete**, v. 20, n. 3, p. 329–338, 2017.

CLARKE, J. L. Behaviour and design of pile caps with four piles. **London: Cement and Concrete Association**, v. Technical, p. 489, 1973.

COMISIÓN PERMANENTE DEL HORMIGÓN. EHE-08. **Instrucción de Hormigón Estructural**, 2010.

COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON. **Bulletin 65: Model Code 2010 - First Complete Draft Vol. 1.** [S.l.: S.n.].

COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION. Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1–1: General rules and rules for buildings; v. 1, n. 2005, 2004.

CRANMER, Miles. Interpretable Machine Learning for Science with PySR and SymbolicRegression.jl. 2023.

CUONG-LE, Thanh; MINH, Hoang Le; SANG-TO, Thanh. A nonlinear concrete damaged plasticity model for simulation reinforced concrete structures using ABAQUS. **Frattura ed Integrità Strutturale**, v. 16, n. 59, p. 232–242, 2021.

DAWOOD, Haitham; ELGAWADY, Mohamed; HEWES, Joshua. Behavior of Segmental Precast Posttensioned Bridge Piers under Lateral Loads. **Journal of Bridge**

Engineering, v. 17, n. 5, p. 735–746, 2012.

DE AZEVEDO PALHARES, Rodolfo *et al.* A numerical model capable of accurately simulating the punching shear behavior of a reinforced concrete slab. **Structural Concrete**, v. 23, n. 2, p. 1134–1150, 2022.

DE SOUZA, Rafael Alves *et al.* Nonlinear finite element analysis of four-pile caps supporting columns subjected to generic loading. **Computers and Concrete**, v. 4, n. 5, p. 363–376, 2007.

DELALIBERA, R. G. *et al.* Analysis of nodal stress on reinforced concrete two-pile caps supported on steel piles. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 13, n. 6, p. 1–16, 2020.

DELALIBERA, R. G. *et al.* Analysis of nodal stresses in blévoit and frémy tests. **HOLOS**, v. 7, p. 1–20, 2023.

DELALIBERA, R. G.; GIONGO, J. S. Deformations in the strut of two pile caps. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 1, n. 2, p. 121–157, 2008.

DELALIBERA, Rodrigo Gustavo. Numerical and experimental analysis of two-pile caps submitted to axial and eccentric load. **Tese de Doutorado**, 2006.

DELALIBERA, Rodrigo Gustavo; DA SILVA, Wellington Andrade; GIONGO, José Samuel. Análise numérica de blocos sobre duas estacas com cálice embutido submetido à ação de força horizontal. **Ciencia y Engenharia/ Science and Engineering Journal**, v. 23, n. 1, p. 83–91, 2014.

DELALIBERA, Rodrigo Gustavo; GIONGO, J. S. Influência das dimensões da seção transversal do pilar e da excentricidade da força de compressão no comportamento estrutural de blocos sobre duas estacas. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 2, n. 4, p. 306–325, 2009.

DELALIBERA, Rodrigo Gustavo; SOUSA, Gabriel Fernandes. Numerical analyses of two-pile caps considering lateral friction between the piles and soil. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 14, n. 6, p. 1–19, 2021.

DEY, Surajit; KARTHIK, Madhu M. Modelling four-pile cap behaviour using three-dimensional compatibility strut-and-tie method. **Engineering Structures**, v. 198, n. February, p. 109499, 2019.

DONG, Yao Rong *et al.* Seismic behavior and cross-scale refinement model of damage evolution for RC shear walls. **Engineering Structures**, v. 167, n. April, p. 13–25, 2018.

ESPAÑA. MINISTERIO DE LA PRESIDENCIA, Relaciones con las Cortes y Memoria Democrática. **Real Decreto 470/2021, de 29 de junio, por el que se aprueba el Código Estructural**. Boletín Oficial del Estado, , 2021. Disponível em: <<https://www.boe.es/eli/es/rd/2021/06/29/470>>

FRANÇA, Azevedo Gabriela; RODRIGO, Garcia Jean. Influence of Pile Cap–Ground Contact Geometry on the Behavior of Piled Foundations. **Arabian Journal for**

Science and Engineering, v. 48, n. 10, p. 14029–14041, 2023.

FUSCO, Péricles Brasiliense. **Técnicas de armar estruturas de concreto**. 1º ed. [S.l.: S.n.].

GAMELEIRA, Christiane Mylena Tavares de Menezes *et al.* Effects of alkali-silica reaction on mechanical behavior of four-pile caps. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 13, n. 4, p. 1–11, 2020.

GARCIA, Jean Rodrigo; ALBUQUERQUE, Paulo José Rocha de. Numerical analysis of the influence of block geometry on the behavior of piled foundations. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 14, n. 1, p. 1–15, 2021.

GENIKOMSOU, Aikaterini S.; POLAK, Maria Anna. Finite element analysis of punching shear of concrete slabs using damaged plasticity model in ABAQUS. **Engineering Structures**, v. 98, p. 38–48, 2015.

GONÇALVES, Vítor Freitas. Análise numérica e experimental de blocos sobre duas estacas metálicas. p. 4–7, 2020.

GONÇALVES, Vítor Freitas; DELALIBERA, Rodrigo Gustavo; DE OLIVEIRA FILHO, Márcio Alves. Analysis of the pile-to-cap connection of pile caps on two steel piles – An experimental and numerical study. **Engineering Structures**, v. 252, n. July 2021, 2022.

GONÇALVES, Vítor Freitas; DELALIBERA, Rodrigo Gustavo; OLIVEIRA FILHO, Márcio Alves. Analysis of the pile-to-cap connection of pile caps on two steel piles – An experimental and numerical study. **Engineering Structures**, v. 252, n. October 2021, 2022.

GUO, Honglei. Evaluation of Column Load for Generally Uniform Grid-Reinforced Pile Cap Failing in Punching. **ACI Structural Journal**, v. 112, n. 2, 2015.

GUO, Honglei. Investigation on punching behavior of pile cap under column reinforced by section steel truss. **ACI Structural Journal**, v. 115, n. 2, p. 379–390, 2018.

HENEDY, Sadiq N. *et al.* Development of Prediction Models for the Torsion Capacity of Reinforced Concrete Beams Using M5P and Nonlinear Regression Models. **Journal of Composites Science**, v. 6, n. 12, 2022.

HOBBS, NB; STEIN, P. **An Investigation Into the Stress Distribution in Pile Caps With Some Notes on Design**. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers**, 1957.

HOSSEINPOUR, Mahmoud; MOGHBELI, Adel; SHARIFI, Yasser. Evaluation of lateral-distortional buckling strength of castellated steel beams using regression models. **Innovative Infrastructure Solutions**, v. 6, n. 3, p. 1–13, 2021.

HU, Rui; FANG, Zhi; BENMOKRANE, Brahim. Nonlinear finite-element analysis for predicting the cyclic behavior of UHPC shear walls reinforced with FRP and steel bars. **Structures**, v. 53, n. March, p. 265–278, 2023.

HUANG, Hongmeng; CUI, Lu; LU, Wei. Mechanical Behavior and Calculation Method for RC Fifteen-Pile Cap of Mixed Passenger and Freight Railway Bridge. **Advances in Civil Engineering**, v. 2020, 2020.

HUSAIN, Mohamed; EISA, Ahmed S.; HEGAZY, Mohamed M. Strengthening of reinforced concrete shear walls with openings using carbon fiber-reinforced polymers. **International Journal of Advanced Structural Engineering**, v. 11, n. 2, p. 129–150, 2019.

IOANNOU, Anthos I. *et al.* New Predictive Models for the Computation of Reinforced Concrete Columns Shear Strength. **Computers**, v. 14, n. 1, p. 1–18, 2025.

IYER, P. KRISHNA; SAM, C. THREE-DIMENSIONAL ANALYSIS OF PILE CAPS. **Computers & Structures**, v. 42, n. 3, p. 395–411, 1992.

JENSEN, Uffe G.; HOANG, Linh C. Collapse mechanisms and strength prediction of reinforced concrete pile caps. **Engineering Structures**, v. 35, p. 203–214, 2012.

JHA, Somnath; ROSHAN, A. D.; BISHNOI, L. R. Floor response spectra for beyond design basis seismic demand. **Nuclear Engineering and Design**, v. 323, p. 259–268, 2017.

JIN, Ruoyu; CHEN, Qian; SOBOYEJO, Alfred B. O. Non-linear and mixed regression models in predicting sustainable concrete strength. **Construction and Building Materials**, v. 170, p. 142–152, 2018.

KAUSHIK, Snehal; DASGUPTA, Kaustubh. Seismic behavior of slab-structural wall junction of RC building. **Earthquake Engineering and Engineering Vibration**, v. 18, n. 2, p. 331–349, 2019.

KIM, Seung-hwan; PARK, Sung-hwan; YUN, Young-mook. Three-dimensional strut-and-tie models for reinforced concrete pile caps subjected to concentric and eccentric column loads. v. 0, n. 0, p. 1–14, 2025.

KIMURA, Alio Ernesto *et al.* **COLEÇÃO ESTRUTURAS DE CONCRETO - Estruturas de Concreto Armado**. 1. ed. São Paulo: IBRACON/ABECE, 2023.

LANINI, Tamiris Luiza Soares. Estimativa da Força de Ruptura à Punção em Ligações Laje-Pilar Interno sem Armadura de Cisalhamento de Estruturas em Concreto Armado Via Modelos de Regressão Múltipla. 2021.

LAUGHERY, Lucas *et al.* **Experimental Investigation of Size Effect on Shear Strength of Reinforced Concrete Pile Caps**. Electronic Structural Journal, , 2024.

LEE, Jeeho; FENVES, Gregory L. Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 124, n. 8, p. 892–900, 1998.

LI, Chao; HAO, Hong; BI, Kaiming. Numerical Study on the Seismic Performance of Precast Segmental Concrete Columns under Cyclic Loading. **Engineering Structures**, v. 148, p. 373–386, 2017.

LIU, Jingchen *et al.* Experimental investigation of special-shaped concrete-filled steel tubular column to steel beam connections under cyclic loading. **Engineering Structures**, v. 151, p. 68–84, 2017.

LUBLINER, J. *et al.* A plastic-damage model for concrete. **International Journal of Solids and Structures**, v. 25, n. 3, p. 299–326, 1989.

LUCHESI, Gustavo Leardini *et al.* Important aspects in experimental versus numerical comparative analysis in pile caps. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 15, n. 5, p. 1–16, 2022.

MADKOUR, Hany; MAHER, Marwa; ALI, Osama. Finite element analysis for interior slab-column connections reinforced with GFRP bars using damage plasticity model. **Journal of Building Engineering**, v. 48, n. January, p. 104013, 2022.

MAUTONI, M. **Blocos sobre dois apoios.** , 1972.

MEGAHED, Khaled. Prediction and reliability analysis of shear strength of RC deep beams. **Scientific Reports**, v. 14, n. 1, p. 1–15, 2024.

MELÉNDEZ, C. *et al.* Refined three-dimensional strut-and-tie model for analysis and design of four-pile caps. **ACI Structural Journal**, v. 116, n. 4, p. 15–29, 2019.

MELÉNDEZ, C.; MIGUEL, P. F. Modelling boundary conditions imposed by loads and supports in 3D D-regions. **Computational Modelling of Concrete Structures - Proceedings of the conference on Computational Modelling of Concrete and Concrete Structures, EURO-C 2018**, p. 679–688, 2018.

MELÉNDEZ, C.; MIGUEL, P. F.; PALLARÉS, Luis. A simplified approach for the ultimate limit state analysis of three-dimensional reinforced concrete elements. **Engineering Structures**, v. 123, p. 330–340, 2016.

MICHAŁ, Szczecina; ANDRZEJ, Winnicki. Analysis of “d” regions of RC structures based on example of frame corners. **AIP Conference Proceedings**, v. 1922, n. January, 2018.

MIGUEL-TORTOLA, Lucia; MIGUEL, P. F.; PALLARÉS, Luis. Strength of pile caps under eccentric loads: Experimental study and review of code provisions. **Engineering Structures**, v. 182, n. December 2018, p. 251–267, 2019.

MIGUEL-TORTOLA, Lucia; PALLARÉS, Luis; MIGUEL, P. F. Punching shear failure in three-pile caps: Influence of the shear span-depth ratio and secondary reinforcement. **Engineering Structures**, v. 155, n. October 2016, p. 127–143, 2018.

MILLIGAN, Graeme J.; POLAK, Maria Anna; ZURELL, Cory. Finite element analysis of punching shear behaviour of concrete slabs supported on rectangular columns. **Engineering Structures**, v. 224, n. October 2019, p. 111189, 2020.

MOGILI, Srinivas; HWANG, Shyh-Jiann. Softened Strut-and-Tie Model for Shear and Flexural Strengths of Reinforced Concrete Pile Caps. **Journal of Structural Engineering**, v. 147, n. 11, p. 04021169, 2021.

MONTGOMERY, D. .; PECK, E.; VINING, G. G. **Linear regressin analysis**. [S.l.: S.n.].

MUNHOZ, F. S.; GIONGO, J. S. Variation analysis effects of square and rectangular columns section with different longitudinal reinforcement rates in the main reinforcement two pile caps analysis. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 10, n. 3, p. 760–787, 2017.

MUNHOZ, Fabiana Stripari. **Analysis of reinforced concrete pile-caps behaviour subjected to center top surfaces loading**. [S.l.]: M.S. Thesis, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo., 2004.

NAJAFGHOLIPOUR, M. A. *et al.* Finite element analysis of reinforced concrete beam-column connections with governing joint shear failure mode. **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 14, n. 7, p. 1200–1225, 2017.

NAJAFGHOLIPOUR, M. A.; SARHADI, F. A finite element study on the ultimate lateral drift capacity of interior reinforced concrete flat slab-column connections. **Structures**, v. 46, n. October, p. 913–926, 2022.

NAJIM, Khalid B. Strength evaluation of concrete structures using ISONReb linear regression models: Laboratory and site (case studies) validation. **Construction and Building Materials**, v. 149, p. 639–647, 2017.

NANA, W. S. A. *et al.* Experimental and Numerical Modelling of Shear Behaviour of Full-scale RC Slabs Under Concentrated Loads. **Structures**, v. 10, p. 96–116, 2017.

NEUBERGER, Ygor Moriel *et al.* Numerical Analysis of Reinforced Concrete Corbels Using Concrete Damage Plasticity: Sensitivity to Material Parameters and Comparison with Analytical Models. **Buildings**, v. 13, n. 11, 2023.

NOGUEIRA, Tulio Bittencourt; SOUZA, Rafael Alves de. Análise, dimensionamento e verificação de elementos espaciais em concreto armado utilizando o método dos elementos finitos e o método das bielas. **Revista Internacional de Metodos Numericos Para Calculo y Diseno en Ingenieria**, v. 22, n. 1, p. 31–44, 2006.

OLIVEIRA, D. S.; BARROS, R.; GIONGO, J. S. Blocos de concreto armado sobre seis estacas: simulação numérica e dimensionamento pelo método de bielas e tirantes. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 7, n. 1, p. 1–23, 2014.

OLIVEIRA, Diôgo Silva de. Análise do comportamento estrutural de blocos de concreto armado sobre cinco e seis estacas. p. 234, 2013.

PARK, Jung Woong; KUCHMA, Daniel; SOUZA, Rafael. Strength predictions of pile caps by a strut-and-tie model approach. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 35, n. 12, p. 1399–1413, 2008.

PAVLOVIĆ, Marko *et al.* Bolted shear connectors vs. headed studs behaviour in push-out tests. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 88, p. 134–149, 2013.

PELLETIER, Kevin; LÉGER, Pierre. Nonlinear seismic modeling of reinforced

concrete cores including torsion. **Engineering Structures**, v. 136, p. 380–392, 2017.

RANDI, R. P.; ALMEIDA, L. C.; TRAUTWEIN, L. M.; MUNHOZ, F. S. Análise da influência do comprimento de ancoragem da armadura do pilar no bloco sobre duas estacas. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 11, n. 5, p. 1122–1150, 2018.

REGINATO, Luan *et al.* NLFEA of Reinforced Concrete Corbels: Proposed Framework, Sensibility Study, and Precision Level. **Buildings**, v. 13, n. 7, 2023.

REN, Wei *et al.* Numerical Simulation of Prestressed Precast Concrete Bridge Deck Panels Using Damage Plasticity Model. **International Journal of Concrete Structures and Materials**, v. 9, n. 1, p. 45–54, 2015.

SABNIS, Gajanan M.; GOGATE, Anand B. Investigation of Thick Slabs (Pile Caps). **ACI Structural Journal**, v. 81, n. 1, p. 35–39, 1984.

SAM, C.; IYER, P. Krishna. Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete four-pile caps. **Computers and Structures**, v. 57, n. 4, p. 605–622, 1995.

SANTOS, D. M. **Theoretical and experimental analysis of pile caps: an approach by strut-and-tie models.** [S.l.]: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2023.

SANTOS, D. M.; CARVALHO, M. L.; STUCCHI, F. R. Dimensionamento de blocos rígidos sobre estacas com auxílio de modelos de bielas e tirantes. v. 12, n. 4, p. 832–857, 2019.

SCAMARDO, Manuela *et al.* Seismic Vulnerability Evaluation of a Historical Masonry Tower: Comparison between Different Approaches. **Applied Sciences (Switzerland)**, v. 12, n. 21, 2022.

SCHLAICH, J.; SCHÄFER, K. Design and detailing of structural concrete using strut-and-tie models. v. 69, n. 6, p. 113–125, 1991.

SILVA, Guilherme dos Santos *et al.* Two-dimensional estimation of service load limit in CLT plates. **Engineering Structures**, v. 328, n. January, 2025.

SILVA, Leonardo Martins E.; CHRISTOFORO, André Luis; CARVALHO, Roberto Chust. Calibration of concrete damaged plasticity model parameters for shear walls. **Revista Materia**, v. 26, n. 1, 2021.

SØRENSEN, Jesper Harrild; HOANG, Linh Cao; FERNÁNDEZ RUIZ, Miguel. Shear failures in pile caps: Governing mechanisms and influence of size on the resistance. **Structural Concrete**, n. September 2024, p. 1–19, 2025.

SOUZA, Danielle Brandão de; DELALIBERA, Rodrigo Gustavo. Análise numérica de blocos sobre doze estacas: estudo de caso. **Revista Principia - Divulgação Científica e Tecnológica do IFPB**, p. 890–914, 2024.

SOUZA, Rafael Alves de *et al.* Análise de blocos de fundação destinados ao poio de pilares de geometria complexa. **Cadernos de Arquitetura e Urbanismo**, p. 0–2, 2020.

SOUZA, Rafael *et al.* Adaptable strut-and-tie model for design and verification of four-pile caps. **ACI Structural Journal**, v. 106, n. 2, p. 142–150, 2009.

SOUZA, Rafael Alves *et al.* Nonlinear Finite Element Analysis of Four-Pile Caps Supporting Columns Subjected To Generic Loading. **Computers and Concrete**, v. 4, n. 5, p. 363–367, 2007.

SPOZITO, Raphael Saverio *et al.* Numerical Modeling of Four-Pile Caps Using the Concrete Damaged Plasticity Model. **Buildings**, v. 14, n. 7, 2024.

SPOZITO, Raphael Saverio *et al.* Analysis of Empirical Models for Predicting the Rupture Force in Four-Pile Caps. **Computation**, v. 13, n. 1, 2025a.

SPOZITO, Raphael Saverio *et al.* Analysis of mechanical behavior of four-pile caps with geometric parameterization of column and cap using numerical models. **Structures**, v. 80, n. April, 2025b.

SÜMER, Yusuf; AKTAŞ, Muharrem. Defining parameters for concrete damage plasticity model. **Challenge Journal of Structural Mechanics**, v. 1, n. 3, p. 149–155, 2015.

SURUMI, R. S.; JAYA, K. P.; GREESHMA, S. Modelling and Assessment of Shear Wall–Flat Slab Joint Region in Tall Structures. **Arabian Journal for Science and Engineering**, v. 40, n. 8, p. 2201–2217, 2015.

SUZUKI, K. ..; OTSUKI, K. ..; TSUBATA, T. Influence of Bar Arrangement on Ultimate Strength of Four-Pile Caps. **Transactions of the Japan Concrete Institute**, v. 20, p. 195–202, 1998.

SUZUKI, Kuniyasu; OTSUKI, Kazuo. Experimental Study on bending ultimate strength of four pile caps. **Transactions of the Japan Concrete Institute**, n. 482, p. 93–102, 1996.

SUZUKI, Kuniyasu; OTSUKI, Kazuo. Experimental study on corner shear failure of pile caps. *In*: 2002.

SUZUKI, Kuniyasu; OTSUKI, Kazuo; TSUBATA, Takuya. Experimental study on four-pile caps with taper. **Transactions of the Japan Concrete Institute**, v. 21, p. 327–334, 1999.

SUZUKI, Kuniyasu; OTSUKI, Kazuo; TSUCHIYA, Tsutomu. Influence of edge distance on failure mechanism of pile caps. **Transactions of the Japan Concrete Institute**, v. 22, p. 361–368, 2000.

SYSTEMES, Dassault. **ABAQUS ANALYSYS USER's MANUAL**. , 2013.

SZCZECINA, Michał; WINNICKI, Andrzej. Relaxation Time in CDP Model Used for Analyses of RC Structures. **Procedia Engineering**, v. 193, p. 369–376, 2017.

TARIQ, Moiz *et al.* A regression model for predicting the shear strength of RC knee joint subjected to opening and closing moment. **Journal of Building Engineering**, v. 41, n. December 2020, p. 102727, 2021.

TAYLOR, H. P. J.; CLARKE, J. L. SOME DETAILING PROBLEMS IN CONCRETE FRAME STRUCTURES. **Structural Engineer**, v. 54, n. 1, p. 19–32, 1976.

TOMAZ, M. A. *et al.* Analysis of the nodal stresses in pile caps. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 11, n. 6, p. 1208–1257, 2018.

TQS. **Manual TQS - Blocos sobre estacas**. Disponível em: <<https://docs.tqs.com.br/Docs/Details?id=3870&search=blocos>> sobre estacas&language=pt-BR>. Acesso em: 23 out. 2023.

VOJDAN, Bahareh Mohammadi; AGHAYARI, Reza. Investigating the seismic behavior of RC shear walls with openings strengthened with FRP sheets using different schemes. **Scientia Iranica**, v. 24, n. 4, p. 1855–1865, 2017.

WANG, Meng Zheng *et al.* Sectional strength design of concrete-infilled double steel corrugated-plate walls with T-section. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 160, p. 23–44, 2019.

WEI, Mu Wang; RICHARD LIEW, J. Y.; FU, Xue Yi. Nonlinear Finite Element Modeling of Novel Partially Connected Buckling-Restrained Steel Plate Shear Walls. **International Journal of Steel Structures**, v. 19, n. 1, p. 28–43, 2019.

YUN, Young Mook *et al.* Verification of three-dimensional grid strut-And-Tie model approach in structural concrete. **ACI Structural Journal**, v. 115, n. 1, p. 27–40, 2018.

YUN, Young Mook *et al.* Effective strength of concrete struts for a three-dimensional four-pile cap strut-and-tie model. **Journal of the Korea Concrete Institute**, v. 31, n. 1, p. 49–59, 2019.

YUN, Young Mook; CHAE, Hyun Soo; RAMIREZ, Julio Alfonso. A three-dimensional strut-and-tie model for a four-pile reinforced concrete cap. **Journal of Advanced Concrete Technology**, v. 17, n. 7, p. 365–380, 2019.