

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**Nathan Gonzaga Saraiva**

**Projeto e caracterização de Molécula  
Fotônica com três anéis acoplados para  
aplicações em Sensoriamento**



**Nathan Gonzaga Saraiva**

**Projeto e caracterização de Molécula  
Fotônica com três anéis acoplados para  
aplicações em Sensoriamento**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Sistemas Elétricos e Eletrônicos

Orientador: Prof. Dr. Luís Alberto Mijam Barêa

Coorientador: Prof. Dr. Paulo Henrique Dias Ferreira

São Carlos - SP

2024







**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

---

**Folha de Aprovação**

---

Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Nathan Gonzaga Saraiva, realizada em 19/12/2024.

**Comissão Julgadora:**

Prof. Dr. Luís Alberto Mijam Barêa (UFSCar)

Prof. Dr. Giuseppe Antonio Cirino (UFSCar)

Prof. Dr. André Luís Moras Junior (UNICAMP)

O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.



*Este trabalho é dedicado aos que acreditam que o conhecimento é o caminho e que o mesmo deve ser compartilhado.*



---

# Agradecimentos

---

Agradecimentos à Deus por ter colocado em mim a capacidade de execução desse trabalho e a vida por me proporcionar momentos e pessoas incríveis que influenciaram na execução deste trabalho.

Agradeço a minha família que demonstrou apoio incondicional e fizeram de mim uma pessoa dedicada a atingir meus objetivos e conseguir realizar este trabalho.

Agradeço ao meu orientador, Luis Barêa, expressando minha gratidão por seu apoio incondicional e disponibilidade contínua, sua compreensão diante de prazos dilatados, o estímulo constante e os conselhos que foram essenciais para conclusão deste trabalho.

Agradeço ao meu coorientador, Paulo Ferreira, expressando minha gratidão pelo empenho, interesse e atenção a esse trabalho, além da solicitude, que tornaram possível a conclusão deste trabalho.

Agradeço aos colegas de pesquisa que me auxiliaram e contribuíram para elaboração dos complementos que surgiram a partir deste trabalho.

Agradeço ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica da UFSCar e todos seus professores que proporcionaram base e conhecimento para elaboração deste trabalho.

Agradeço ao Laboratório de Dispositivos da UNICAMP por disponibilizar seu equipamento e espaço para realização das simulações.



*“Só a dúvida ensina e eu preciso aprender onde o medo  
termina para que eu possa viver. O erro não determina quanto  
eu possa valer, cada erro é uma aula, cada aula é um prazer,  
só duvidando de tudo é que eu posso crescer.”*  
*(Zé Rodrix)*





---

# Resumo

---

Dispositivos fotônicos baseados em cavidades ressonantes na forma de anéis são capazes de confinar energia na forma de luz, gerando inúmeras aplicações, tais como sensores ópticos compactos e com alta sensibilidade. Essas cavidades podem ser acopladas formando uma arquitetura com dois ou mais anéis, chamada de Molécula Fotônica (*Photonic Molecule* (PM)), capaz de sintonizar as ressonâncias presentes na resposta espectral dos dispositivos compostos por essas PMs. Dessa forma, esses dispositivos não dependem mais das características de uma única cavidade, quebrando a dependência intrínseca entre os raios das cavidades, o espaçamento espectral livre e o fator de qualidade total, garantindo aos dispositivos redução de dimensões e robustez.

Alinhado com a necessidade imediata de gerar inovações científicas e tecnológicas para dispositivos capazes de garantir alta sensibilidade, com baixo consumo de energia e mais compactos, este trabalho visa demonstrar as propriedades únicas de PMs que empregam o acoplamento de três cavidades, sendo duas delas acopladas no interior de uma cavidade externa, que por sua vez está acoplada a um guia de onda. Essa PM será simulada, fabricada e caracterizada em uma plataforma de silício sobre isolante (*Silicon-on-insulator* (SOI)), empregando guias de onda de dimensões padrões (450nm x 220nm), um anel externo com raio 20 $\mu$ m e anéis internos com raios iguais de 9,4375 $\mu$ m. As distâncias de acoplamento entre os anéis internos e anel externo deverão ser iguais a 150nm e as distâncias de acoplamento entre o anel externo e os barramentos guia de onda iguais a 200nm. A proposta é provar que essa arquitetura garante a geração de um espectro que permite a luz viajar tanto no sentido horário quanto anti-horário dentro do chip, incrementando as possibilidades de controle espectral e sensoriamento em dispositivos fotônicos compactos. Por fim, com o objetivo de demonstrar aplicações dessa nova arquitetura, serão empregadas janelas de detecção abertas sobre algumas regiões específicas da PM para garantir deslocamentos de ressonâncias quando a luz interage com algum analito alvo posicionado nessas janelas.

**Palavras-chave:** Sensores ópticos; molécula fotônica; guia de onda; cavidades ressonantes.

---

# Abstract

---

Photonic devices based on resonant cavities in the form of rings are capable of confining energy in the form of light, generating numerous applications such as compact optical sensors with high sensitivity. These cavities can be coupled forming an architecture with two or more rings, called Photonic Molecule (PM), in order to tune the resonances of the spectral response that no longer depend on the characteristics of a single cavity, breaking the intrinsic dependence between cavity radius, free spectral range and total quality factor, allowing compact and robust devices.

In line with the immediate need to develop high sensitivity sensors and compact devices with low power consumption, this work aims to employ the unique properties of PMs and use a device with three coupled cavities, two of which are coupled inside an external cavity, which in turn is coupled to a waveguide. This PM will be simulated, fabricated and characterized on a silicon-on-insulator (SOI) platform, using standard-sized waveguides (450nm x 220nm), an outer ring with 20 $\mu$ m radius and inner rings with equal radius of 9.4375 $\mu$ m. The coupling distances between the inner rings and the outer ring must be equal to 150nm and the coupling distances between the outer ring and the waveguide buses must be equal to 200nm. This architecture will guarantee the generation of a spectrum that allows light to travel both clockwise and counterclockwise within the chip, increasing the possibilities of spectral control. As for application, detection windows opened over some specific regions of the PM will be used to guarantee displacements of resonances when light interacts with any target analyte positioned in these windows.

**Keywords:** Optical sensors; photonic molecule; waveguide; resonant cavities.



---

# Lista de ilustrações

---

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1 – Dispositivo passivo do tipo filtro simples. (a) Ilustração do dispositivo passivo tipo filtro, composto de uma cavidade anel (azul) de raio $R$ acoplada a um guia de onda de alimentação (violeta). As setas vermelhas indicam o sentido da luz que se propaga no guia. (b) Ilustração do espectro de transmissão do dispositivo. Nesse espectro, FWHM: <i>Full-Width at Half-Maximum</i> ; FSR: <i>Free Spectral Range</i> ; ER: <i>Extinction Ratio</i> ; $\lambda_m$ e $\lambda_{m+1}$ : Comprimentos de onda ressonantes. . . . .                    | 24 |
| Figura 2 – Dispositivo passivo com duas cavidades acopladas. (a) Ilustração do dispositivo passivo tipo filtro, composto de duas cavidades anel acopladas: uma interna de raio $r$ (vermelho) e outra externa de raio $R > r$ (azul). A cavidade externa está acoplada ao guia de alimentação (violeta). As setas vermelhas indicam o sentido da luz que se propaga no guia. (b) Ilustração do espectro de transmissão do dispositivo. Os vales ressonantes azuis e vermelhos correspondem às ressonâncias das cavidades externa e interna, respectivamente. . . . . | 26 |
| Figura 3 – Microscopia óptica de uma PM formada por três anéis acoplados entre si. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 27 |
| Figura 4 – Espectro de transmissão de uma PM com duas cavidades internas acopladas entre si. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 27 |
| Figura 5 – Espectro de transmissão do dispositivo proposto fabricado. Em destaque a região 1557,5 nm, no qual há uma formação de sextupletos de ressonâncias. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 28 |
| Figura 6 – Dispositivo fotônico proposto neste projeto, com detalhes da plataforma SOI empregada e suas dimensões. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 30 |
| Figura 7 – Esquema de um guia de onda dielétrico. O material do núcleo do guia, em vermelho, possui um índice de refração maior do que o material que envolve o guia, representado em azul. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 35 |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 8 – Comportamento de um raio de luz entre dois meios. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 36 |
| Figura 9 – Guia de onda planar. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 37 |
| Figura 10 – Propagação de luz no guia de onda planar. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 38 |
| Figura 11 – Guia de onda dielétrico retangular. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 40 |
| Figura 12 – Demonstração da aplicação do Método do Índice Efetivo em um guia<br>retangular. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 41 |
| Figura 13 – Cavidade ressonante circular. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 42 |
| Figura 14 – Espectro de transmissão de PMs em relação a sua arquitetura. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 45 |
| Figura 15 – Esquema geral de um guia de onda dielétrico acoplado a um anel. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 50 |
| Figura 16 – Esquema geral de um guia de onda dielétrico acoplado a um anel. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 51 |
| Figura 17 – Representação de dispositivo fotônico por grafos. Em (a) o diagrama<br>do dispositivo acoplado e em (b) seu respectivo grafo. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 52 |
| Figura 18 – Técnica de espelhamento de dispositivo com fluxo de luz nos dois sen-<br>tidos. (a) Dispositivo de exemplo contendo dois aneis acoplados em<br>um guia de onda e com acoplamento entre si. (b) Espelhamento para<br>representação na forma de grafo. . . . .                                                                                                                                                                                         | 54 |
| Figura 19 – Modelagem por grafo para dispositivo com fluxo de luz nos dois sentidos. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 54 |
| Figura 20 – Diagrama do dispositivo do trabalho com um guia de onda. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 55 |
| Figura 21 – Técnica de espelhamento aplicada ao dispositivo do trabalho com um<br>guia de onda. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 56 |
| Figura 22 – Modelagem por grafo para o dispositivo do trabalho com um guia de<br>onda. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 57 |
| Figura 23 – Análise da resposta espectral do dispositivo com um guia de onda simu-<br>lado com apoio da teoria de grafos: (a) Espectro transmissão simulado;<br>(b) Detalhe do Sextupletto de ressonâncias; (c) Detalhe do Quadupletto<br>de ressonâncias; (d) Detalhe da resposta espectral normalizada de re-<br>fexão do sextupletto de ressonâncias e do (e) quadupletto de ressonâncias. . . . .                                                            | 59 |
| Figura 24 – Diagrama do dispositivo do trabalho com 2 guias de onda. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 60 |
| Figura 25 – Técnica de espelhamento aplicada ao dispositivo do trabalho com 2<br>guias de onda. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 61 |
| Figura 26 – Modelagem por grafo para o dispositivo do trabalho com 2 guias de onda. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 61 |
| Figura 27 – Análise da resposta espectral do dispositivo com dois guias de onda,<br>simulado com apoio da teoria de grafos: (a) Espectro de transmissão<br>simulado; (b) Detalhe do sextupletto de ressonâncias; (c) Detalhe do<br>quadupletto de ressonâncias; (d) Detalhe da resposta espectral norma-<br>lizada de refexão, add e drop do sexdupletto de ressonâncias e do (e)<br>quadupletto de ressonâncias, em cada uma das portas do dispositivo. . . . . | 63 |
| Figura 28 – Guia de onda de silício envolto em didióxido de silício. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 66 |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 29 – Esquema de um Guia de onda de silício (retângulo vermelho), dióxido de silício (verde) e água com etilenoglicol (azul). A direita é possível observar o guia de onda aproximado (2D) após aplicação do método do índice efetivo. . . . .                                                                                    | 66 |
| Figura 30 – Dispositivo simulado com uma janela de detecção aberta sobre as cavidades internas. . . . .                                                                                                                                                                                                                                 | 72 |
| Figura 31 – <i>Fitting</i> utilizando o modelo de Matriz de Transferência com Grafos no resultado obtido pela simulação FDTD. . . . .                                                                                                                                                                                                   | 72 |
| Figura 32 – Espectros de transmissão gerados nas simulações FDTD com o FULLWave.                                                                                                                                                                                                                                                        | 73 |
| Figura 33 – Fabricação do dispositivo proposto. (a) Microscopia dos dispositivos fabricados. (b) Detalhes dos acopladores e do dispositivo do trabalho. .                                                                                                                                                                               | 77 |
| Figura 34 – Imagem microscópica da janela de detecção fabricada no dispositivo. .                                                                                                                                                                                                                                                       | 77 |
| Figura 35 – Bancada de caracterização do dispositivo: (a) <i>Setup</i> . (b) Esquema dos equipamentos utilizados. . . . .                                                                                                                                                                                                               | 78 |
| Figura 36 – Espectros de transmissão da PM em laboratório. (a) Espectro do dispositivo sem janela. (b) Espectro do dispositivo com janela aberta ao ar. . . . .                                                                                                                                                                         | 79 |
| Figura 37 – Caracterização óptica do dispositivo. (a) Caracterização. (b) FSR e Q.                                                                                                                                                                                                                                                      | 79 |
| Figura 38 – Medidas diferenciais entre as ressonâncias de detecção e uma das ressonâncias de referência para um analito alvo. . . . .                                                                                                                                                                                                   | 82 |
| Figura 39 – Cálculo de sensibilidade para o Modelo Matemático. (a) Espectros de transmissão e (b) Curvas de sensibilidade. . . . .                                                                                                                                                                                                      | 83 |
| Figura 40 – Curva da simulação 3D no RSoft do índice efetivo da água em relação ao comprimento de onda. . . . .                                                                                                                                                                                                                         | 83 |
| Figura 41 – Cálculo de sensibilidade para Simulação FDTD. (a) Espectros de transmissão e (b) Curvas de sensibilidade. . . . .                                                                                                                                                                                                           | 85 |
| Figura 42 – Cálculo de sensibilidade para o Caracterização Experimental. (a) Espectros de transmissão e (b) Curvas de sensibilidade. . . . .                                                                                                                                                                                            | 85 |
| Figura 43 – Esquemático da corrosão no dispositivo para janela de detecção. (a) Como deveria ser na condição do guia de onda das cavidades totalmente exposto ao analito alvo representado em azul; (b) Como supomos que o dispositivo está, contendo ainda uma camada de óxido (verde) remanescente envolvendo o guia de onda. . . . . | 86 |
| Figura 44 – Esquema do um Guia de onda de silício (retângulo vermelho), dióxido de silício (verde) e água com etilenoglicol (azul) para corrosão imperfeita. A direita é possível observar o guia de onda aproximado (2D) após aplicação do método do índice efetivo. . . . .                                                           | 86 |
| Figura 45 – Cálculo de sensibilidade para simulação com camada residual. (a) Espectros de transmissão e (b) Curvas de sensibilidade. . . . .                                                                                                                                                                                            | 87 |

|                                                                                                                                                                                                                               |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 46 – Deslocamento vertical da parte inferior da janela de detecção, reduzindo assimetricamente seu comprimento. (a) Janela normal. (b) Janela deslocada parcialmente. (c) Janela deslocada completamente. . . .        | 88 |
| Figura 47 – Deslocamento vertical da parte superior da janela de detecção, reduzindo assimetricamente seu comprimento. (a) Janela normal. (b) Janela deslocada parcialmente. (c) Janela deslocada completamente. . . .        | 89 |
| Figura 48 – Deslocamento vertical da parte inferior e superior da janela de detecção, reduzindo simetricamente seu comprimento. (a) Janela normal. (b) Janela deslocada parcialmente. (c) Janela deslocada completamente. . . | 90 |
| Figura 49 – Deslocamento horizontal da parte da janela de detecção. (a) Janela normal. (b) Janela deslocada completamente. . . . .                                                                                            | 90 |
| Figura 50 – Cálculo de sensibilidade para o deslocamento da janela de detecção por Modelo Matemático. (a) Espectros de transmissão e (b) Curvas de sensibilidade. . . . .                                                     | 91 |



---

## Lista de tabelas

---

|                                                                                                                                                        |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 1 – Índice de refração da luz nos respectivos materiais para 1550nm. . . . .                                                                    | 67 |
| Tabela 2 – Média geral do erro entre os valores de índice de refração na simulação 3D e na simulação 2D, obtido pelo método do índice efetivo. . . . . | 67 |
| Tabela 3 – Comparação para guia de onda de silício coberto por dióxido de silício.                                                                     | 68 |
| Tabela 4 – Comparação para guia de onda de silício coberto por água. . . . .                                                                           | 68 |
| Tabela 5 – Comparação para guia de onda de silício coberto por 5% etilenoglicol diluído em água. . . . .                                               | 69 |
| Tabela 6 – Comparação para guia de onda de silício coberto por 10% etilenoglicol diluído em água. . . . .                                              | 69 |
| Tabela 7 – Comparação para guia de onda de silício coberto por 15% etilenoglicol diluído em água. . . . .                                              | 70 |
| Tabela 8 – Comparação para guia de onda de silício coberto por 20% etilenoglicol diluído em água. . . . .                                              | 70 |
| Tabela 9 – Comparação para guia de onda de silício coberto por 25% etilenoglicol diluído em água. . . . .                                              | 71 |



---

# Lista de siglas

---

**CMOS** *Complementary Metal-Oxide-Semiconductor*

**ER** *Extinction Ratio*

**FSR** *Free Spectral Range*

**FWHM** *Full-Width at Half-Maximum*

**PM** *Photonic Molecule*

**Q** Fator de qualidade

**R** Raio da cavidade

**SOI** *Silicon-on-insulator*

**TE** Transversal elétrico

**TM** Transversal magnético



---

# Sumário

---

|            |                                                                                                           |           |
|------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b>   | <b>INTRODUÇÃO . . . . .</b>                                                                               | <b>23</b> |
| <b>1.1</b> | <b>Objetivo do trabalho . . . . .</b>                                                                     | <b>29</b> |
| <b>1.2</b> | <b>Relevância do trabalho e aderência à área de Engenharias IV .</b>                                      | <b>31</b> |
| <b>1.3</b> | <b>Impacto da pesquisa para a sociedade, desenvolvimento sustentável e inserção tecnológica . . . . .</b> | <b>31</b> |
| 1.3.1      | Impacto para a sociedade e aplicações tecnológicas . . . . .                                              | 31        |
| 1.3.2      | Contribuição para o desenvolvimento sustentável . . . . .                                                 | 32        |
| 1.3.3      | Inserção local, regional, nacional e internacional . . . . .                                              | 32        |
| <b>1.4</b> | <b>Estrutura do trabalho . . . . .</b>                                                                    | <b>32</b> |
| <b>2</b>   | <b>CONCEITOS . . . . .</b>                                                                                | <b>35</b> |
| <b>2.1</b> | <b>Guias de onda . . . . .</b>                                                                            | <b>35</b> |
| 2.1.1      | Método do índice efetivo . . . . .                                                                        | 40        |
| <b>2.2</b> | <b>Cavidades ressonantes . . . . .</b>                                                                    | <b>42</b> |
| <b>2.3</b> | <b>Moléculas fotônicas . . . . .</b>                                                                      | <b>44</b> |
| <b>3</b>   | <b>MODELAGEM MATEMÁTICA . . . . .</b>                                                                     | <b>49</b> |
| <b>3.1</b> | <b>Engenharia Espectral com o Método de Matriz Transferência .</b>                                        | <b>49</b> |
| <b>3.2</b> | <b>Engenharia Espectral com o Método por Teoria de Grafos . . .</b>                                       | <b>51</b> |
| <b>3.3</b> | <b>Aplicação do Método de Teoria de Grafos para modelar a PM proposta . . . . .</b>                       | <b>55</b> |
| 3.3.1      | Modelo matemático do dispositivo com um guia de onda - <i>All-pass</i> . . .                              | 55        |
| 3.3.2      | Modelo matemático do dispositivo com dois guias de onda - <i>Add-drop</i> .                               | 60        |
| <b>4</b>   | <b>SIMULAÇÕES . . . . .</b>                                                                               | <b>65</b> |
| <b>4.1</b> | <b>Validação do método do índice efetivo . . . . .</b>                                                    | <b>65</b> |
| <b>4.2</b> | <b>Simulação da resposta espectral do dispositivo . . . . .</b>                                           | <b>71</b> |

|     |                                                         |    |
|-----|---------------------------------------------------------|----|
| 5   | FABRICAÇÃO . . . . .                                    | 75 |
| 5.1 | Fabricação . . . . .                                    | 75 |
| 5.2 | Caracterização . . . . .                                | 76 |
| 6   | ESTUDOS . . . . .                                       | 81 |
| 6.1 | Estudo da Sensibilidade do Sensor . . . . .             | 81 |
| 6.2 | Impacto do deslocamento da janela de detecção . . . . . | 87 |
|     | CONCLUSÃO . . . . .                                     | 93 |
|     | REFERÊNCIAS . . . . .                                   | 95 |

---

# Capítulo 1

## Introdução

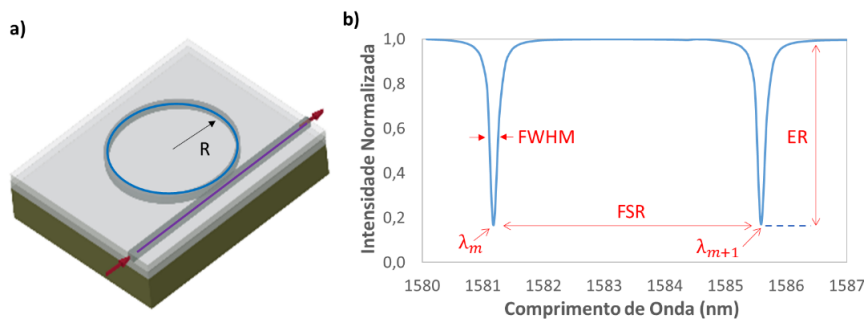
---

Os dispositivos fotônicos já estão presentes em diversas áreas, como por exemplo, telecomunicações (lasers integrados e filtros), medicina (sensores), computação (distribuição de *clocks*), dentre outras. Com o crescimento progressivo da necessidade de dispositivos de sensoriamento e comunicação compactos, rápidos e com baixo consumo de energia, os dispositivos fotônicos são uma alternativa eficaz para atender essa demanda global. Na área de sensoriamento, para reduzir o custo de fabricação, diminuir o erro de sensoriamento e aumentar a robustez, é fundamental aumentar a sensibilidade dos dispositivos atuais, reduzindo a dimensão e suas dependências com o meio externo, tal como a sensibilidade à variações de temperatura do ambiente.

De modo geral, em qualquer proposta de dispositivos fotônicos integrados, alguns elementos são fundamentais, tais como: guias de onda, acopladores ópticos e cavidades ópticas. Os dispositivos ativos são aqueles que seu funcionamento independe de qualquer tipo de fonte externa, uma vez que eles são capazes de emitir luz, já os dispositivos passivos são aqueles que dependem de uma fonte externa com bombeio eletrônico ou óptico (BORGES, 2004). Entre os dispositivos passivos, os guias de onda são responsáveis por confinar a luz por meio do conceito da reflexão entre dois ou mais meios para guiá-la de forma eficiente; os acopladores são responsáveis por acoplar a luz entre elementos dos dispositivos para transmitir sinais de um elemento a outro, tais como o acoplamento entre fibras ópticas (meio externo) e os guias de onda integrados (chip); e as cavidades ópticas são responsáveis por confinar fótons em regiões diminutas, proporcionando alta potência com baixo consumo de energia. Com esses elementos fundamentais é possível gerar vários tipos de dispositivos fotônicos, como por exemplo, o dispositivo passivo do tipo filtro simples, composto por um guia de onda com uma cavidade óptica em forma de anel acoplada a ele (BOGAERTS et al., 2012). Esse componente simples é capaz de

filtrar comprimentos de onda distintos dentro de um chip e garantir sua multiplexação ou demultiplexação. Um dispositivo passivo do tipo filtro simples pode ser visto na Figura 1(a), onde, segundo MORAS (2022) uma parcela do espectro eletromagnético da luz é acoplada na cavidade em anel e a outra parcela continua propagando no guia. Para alguns comprimentos de onda, a onda eletromagnética propagante no anel sofre interferência construtiva consigo mesma dentro da cavidade e destrutiva com relação a parcela propagante no guia, gerando mínimos de potência na saída do guia de onda, resultando em vales que podem ser observados no espectro de transmissão da saída do filtro. Esses vales são denominados ressonâncias da cavidade em anel. Sem as condições de ressonância exigidas, a onda eletromagnética não permanece confinada dentro do anel, sendo que a potência da luz transmitida nesses comprimentos de onda é máxima na saída do filtro. A Figura 1(b) mostra o espectro de transmissão do dispositivo, em que a intensidade normalizada é plotada em função do comprimento de onda, demonstrando a largura espectral *Full-Width at Half-Maximum* (FWHM), *Free Spectral Range* (FSR) e a razão de extinção *Extinction Ratio* (ER) do espectro.

Figura 1 – Dispositivo passivo do tipo filtro simples. (a) Ilustração do dispositivo passivo tipo filtro, composto de uma cavidade anel (azul) de raio  $R$  acoplada a um guia de onda de alimentação (violeta). As setas vermelhas indicam o sentido da luz que se propaga no guia. (b) Ilustração do espectro de transmissão do dispositivo. Nesse espectro, FWHM: *Full-Width at Half-Maximum*; FSR: *Free Spectral Range*; ER: *Extinction Ratio*;  $\lambda_m$  e  $\lambda_{m+1}$ : Comprimentos de onda ressonantes.



Fonte: MORAS (2022)

As cavidades ópticas em forma de anéis são elementos ressonantes capazes de confinar fótons a partir de uma alimentação que pode ser proveniente de um laser acoplado no guia de onda. BOGAERTS et. al (2012) trazem uma visão abrangente do campo de ressonadores baseados em anéis e YAO et. al (2018) fazem uma revisão completa sobre as tecnologias permitidas com a combinação de cavidades ressonantes. A combinação desses elementos, criando cadeias desses dispositivos baseados em cavidades ressonantes em forma de anéis, permite gerar vários tipos de sensores ópticos com alta sensibilidade. No entanto, há diversas maneiras de acoplar essas cavidades ao guia de onda. Elas podem



estar em paralelo ou em série, como demonstrado na referência (KATTI; PRINCE, 2018). No entanto, esses tipos de acoplamento aumentam a área exigida no chip, incrementando o custo de fabricação. Uma solução para minimizar a área exigida é acoplar esses elementos em um tipo de arquitetura única com duas ou mais cavidades utilizando a região interna de um anel acoplado em um guia de onda. Esse tipo de acoplamento resulta nas chamadas Molécula Fotônicas (Photonic Molecules, PMs), que serão exploradas nesse trabalho e discutidas com mais detalhes a frente.

Quando se trabalha com projetos voltados para a área de sensoriamento a partir de dispositivos com cavidades ressonantes, uma exigência necessária é garantir que os ressonadores tenham alto Fator de qualidade (Q), ressonâncias bem definidas e que ocupem uma área reduzida no chip. Essa necessidade está ligada a condição de que o Q, o FSR e o Raio da cavidade (R) sejam independentes. Porém pode-se observar que Q e FSR são dependentes de R a partir das equações 1 e 2. Logo, para se ter um alto Q é necessário um R grande e para se ter um grande FSR é necessário um R pequeno (BARÊA, 2014). Ao aumentar o raio de uma cavidade, sua curvatura diminui, ocasionando assim uma menor perda da luz na cavidade e obtendo um maior Q. Porém, ao mesmo tempo, aumentando o raio da cavidade há mais ressonâncias no espectro, reduzindo o FSR.

$$Q = \frac{2\pi n_g F R}{\lambda} \quad (1)$$

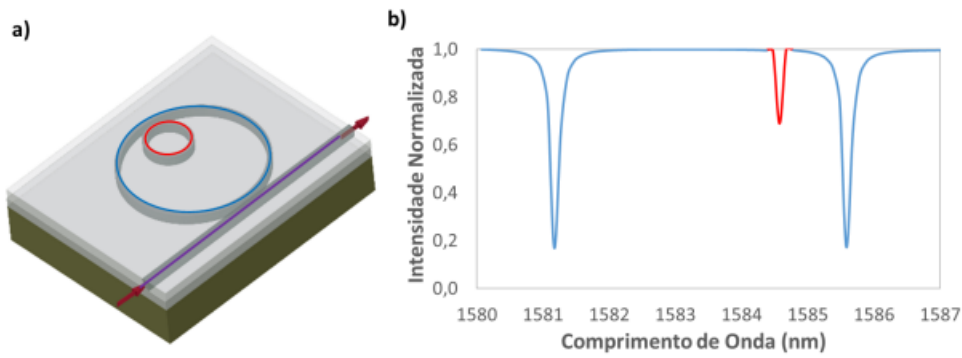
$$FSR = \frac{\lambda^2}{2\pi n_g R} \quad (2)$$

Nas equações 1 e 2,  $n_g$  é o índice de grupo, F é a finesse da cavidade (medida da eficiência com que a cavidade é capaz de armazenar e refletir luz dentro de si) e  $\lambda$  é o comprimento de onda da ressonância. Segundo as relações apresentadas nas equações 1 e 2 não é possível obter um dispositivo com alto valor de Q e também um grande FSR pois são inversamente proporcionais. No entanto, o acoplamento eletromagnético do tipo PM de diversas cavidades em forma de anel permitiu a quebra dessa dependência entre os parâmetros Q, FSR e R. O acoplamento de cavidades menores em uma cavidade maior, especialmente ao explorar a região interna de anéis ressonantes, pode reduzir as perdas na cavidade maior ao transferir parte da energia para as cavidades menores. Isso ocorre desde que as ressonâncias das cavidades menores não coincidam com as ressonâncias da cavidade maior. Isso permite obter um alto valor de Q sem comprometer o FSR. Além disso, esse arranjo proporciona maior robustez contra erros de fabricação (HALDAR et al., 2021). É com esse intuito que as PMs são interessantes e fonte de estudo deste trabalho, sendo também destaque em outros trabalhos na literatura, como em PASSARO et. al (2006) utilizou a alta sensibilidade proporcionada por uma PM para implementá-la em um sensor de campo elétrico.

Ao implementar mais uma cavidade acoplada dentro da cavidade externa que forma o dispositivo mostrado na Figura 1, adiciona-se mais um vale entre os vales da cavidade

maior na curva de espectro de transmissão do dispositivo, representando a ressonância da cavidade interna, como destacado em vermelho na Figura 2(a). A Figura 2(b) mostra o espectro na saída da PM, já com as ressonâncias da cavidade externa (azul) e da cavidade interna (vermelha).

Figura 2 – Dispositivo passivo com duas cavidades acopladas. (a) Ilustração do dispositivo passivo tipo filtro, composto de duas cavidades anel acopladas: uma interna de raio  $r$  (vermelho) e outra externa de raio  $R > r$  (azul). A cavidade externa está acoplada ao guia de alimentação (violeta). As setas vermelhas indicam o sentido da luz que se propaga no guia. (b) Ilustração do espectro de transmissão do dispositivo. Os vales ressonantes azuis e vermelhos correspondem às ressonâncias das cavidades externa e interna, respectivamente.



Fonte: MORAS (2022)

Para provar essas observações, BAREA et. al (2013) fabricaram e simularam uma PM baseada em três anéis ressonadores e controlaram os comprimentos de onda de ressonância e suas respectivas larguras de linha por meio da hibridização dos estados fotônicos quase ortogonais. Sendo assim demonstraram PMs com ressonâncias duplas e triplas com divisão espectral apenas alcançável com ordens de magnitude maiores, ou seja, com cavidades muito maiores para um único anel. No final chegaram a um aumento de até sete vezes no  $Q$  total na distribuição espacial dos estados híbridos. SOUZA et. al (2014), também a partir de um dispositivo de três cavidades ressonantes (vide Figura 3), do qual o dispositivo fotônico dessa dissertação é baseado, demonstraram um transmissor de quatro canais que funciona com potência de entrada de apenas 1mW e com espaçamento de canal de 40-60 GHz. No estudo de SOUZA et. al (2014) é possível ver a influência dessa arquitetura no espectro de transmissão do dispositivo, gerando quatro ressonâncias entre as ressonâncias relacionadas com a cavidade maior (vide Figura 4).

O dispositivo foco deste trabalho também foi analisado por REZENDE (2015), que explorou diversas PMs, fabricando-as e caracterizando-as. Ao simular e fabricar esse dispositivo, notou-se que a densidade das ressonâncias, ou seja, a distribuição e espaçamento dos modos de ressonância no espectro óptico da PM é maior em relação às PMs com

Figura 3 – Microscopia óptica de uma PM formada por três anéis acoplados entre si.

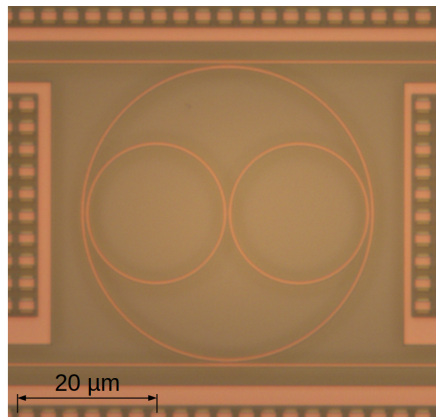
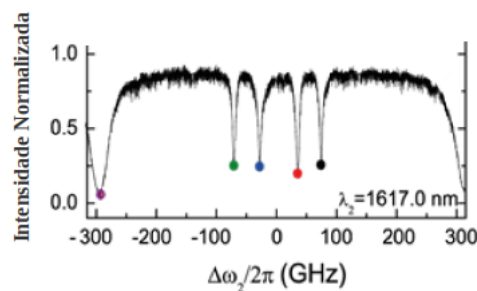


Figura 4 – Espectro de transmissão de uma PM com duas cavidades internas acopladas entre si.

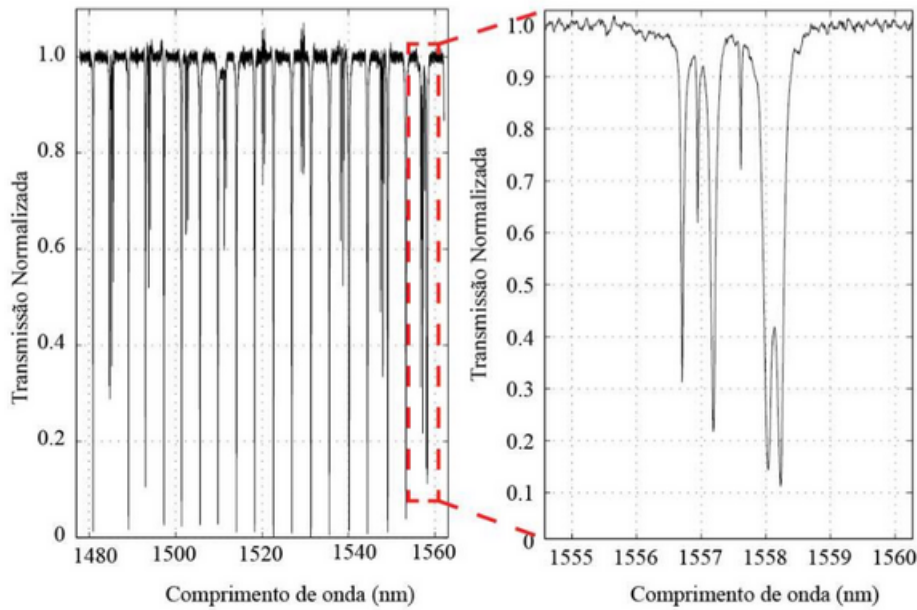


Fonte: Adaptado de SOUZA (2014)

anéis internos que não se tocam, principalmente quando os anéis estão degenerados, resultando em um sextupeto de ressonâncias (vide Figura 5). Como esse acoplamento gera sentidos opostos de propagação da luz, quebra-se a degenerescência que cada anel carrega no sentido de propagação da luz e espera-se que a mesma pode ser descrita por ondas estacionárias. SOUZA et. al (2015) demonstrou que o dispositivo estudado neste trabalho é promissor para o processamento de sinais ópticos e nanofotônica. O estudo explorou a excitação controlada de luz no sentido contrário nos ressonadores internos, o que resultou em uma divisão de modo reconfigurável.

Tratando de sensores, GUIDER et. al (2015) fazem um estudo da sensibilidade e limite de detecção de biossensores baseados em cavidades ressonantes a partir da composição e dimensão do guia de onda. No entanto, os sensores propostos em seu trabalho possuem apenas uma cavidade e sofrem muito com sua alta sensibilidade às variações ambientais, tais como a temperatura ambiente. Para vencer essas variações, novos trabalhos surgiram recentemente demonstrando que modificações estruturais nas cavidades desses sensores podem garantir avanços importantes para sua robustez. JUNIOR (2021), por exemplo, utilizou-se de sensores baseados em PMs para otimizar suas sensibilidades a

Figura 5 – Espectro de transmissão do dispositivo proposto fabricado. Em destaque a região 1557,5 nm, no qual há uma formação de sextupeto de ressonâncias.



Fonte: REZENDE (2015)

partir do estrangulamento de uma parcela do guia de onda que forma a cavidade em anel, aumentando assim a evanescência do modo propagante e garantindo um aumento da sensibilidade de 1,5 vezes. Além disso, MORAS (2022) também provou que utilizar medidas diferenciais entre duas cavidades acopladas que formam um sensor de PM permite reduzir drasticamente sua dependência com a temperatura ambiente, tornando esses sensores mais robustos.

Ainda para tentar mitigar a dependência dos sensores baseados em cavidades com variações de temperatura ambiente, GOEDGE et. al (2021) propôs um ressonador que incorpora uma grade de Bragg a um guia de onda. Essa configuração provoca a reflexão da luz e permite que ela percorra o ressonador em sentidos horário e anti-horário, oferecendo maior controle e estabilidade das ressonâncias mesmo com flutuações térmicas. Nesse trabalho, quanto maior o tamanho da grade, maior intensidade da luz é refletida no dispositivo. O dispositivo provou que a divisão de modo, causada pela presença da grade, pode ser utilizada para sensoriamento, uma vez que uma variação no tamanho da grade muda a sua refletividade. Como a refletividade da grade varia muito fracamente para perturbações ambientais, como variações de temperatura e índice de refração específico, o dispositivo pode ser usado como um sensor auto-referenciado que quase não responde a perturbações dielétricas do meio específico, enquanto fornece uma resposta às mudanças estruturais que afetam sua refletividade. De toda forma, essa proposta exige uma maior complexidade na fabricação desses sensores, uma vez que alta resolução de escrita por feixe

de elétrons é exigida a fim de garantir a integração das grades. Já o sensor investigado nesse trabalho e baseado em PMs não possui essa complexidade de fabricação e permite reflexividade da luz.

LIU et. al (2021) propôs um sensor de índice de refração altamente sensível baseado em um ressonador de anel de grade dupla compacto, esta estrutura combina um anel de slot duplo com uma rede de Bragg para alcançar um alto Q com efeitos semelhantes aos do Efeito Eletromagnético Induzido Transparente, que é um fenômeno quântico que ocorre quando a interação entre campos eletromagnéticos e matéria faz com que um meio, que normalmente seria opaco para uma determinada frequência de luz, se torne transparente, melhorando a sensibilidade devido à forte dependência do índice de refração. Ao eliminar a limitação do FSR, o sensor demonstra uma faixa de medição significativamente ampliada. A fabricação desse tipo de dispositivo é muito complexa, o que também favorece o sensor aqui estudado. LU et. al (2021) propôs um sensor de índice de refração baseado em uma estrutura que combina ressonadores Fabry-Pérot acoplados a ressonadores de microanel, resultando em espectros de transmissão que mostram características ressonantes sobrepostas a oscilações Fabry-Pérot. O dispositivo permite uma alta sensibilidade, porém o dispositivo aqui estudado possui um tamanho menor sem a necessidade dos ressonadores de Fabry-Pérot acoplados.

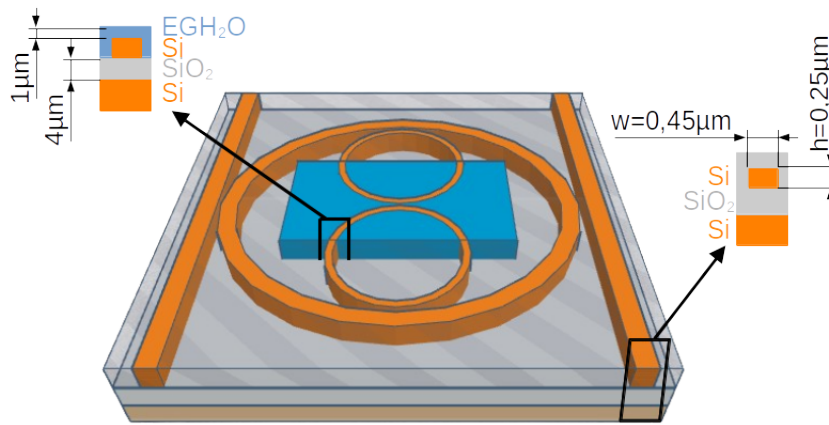
Em suma, essa rápida revisão bibliográfica de trabalhos que envolvem cavidades principalmente em aplicações de sensores mostra que as PMs possuem características relevantes para serem utilizadas em sensoriamento de variações de índice de refração, apresentando baixa dependência às mudanças de temperatura ambiente e alta sensibilidade. No entanto, apenas um tipo de PM já foi explorada na literatura para essa aplicação: PMs contendo apenas duas cavidades, sendo uma delas acoplada na região interna da cavidade maior. Dessa forma, a exploração de novas arquiteturas de PMs, principalmente aquelas que incrementam suas capacidades, tais como as que permitem luz propagante no sentido horário e anti-horário, deverá abrir um leque de novas aplicações, principalmente na área de monitoramento de variações de índice de refração.

## 1.1 Objetivo do trabalho

Alinhado com as discussões apresentadas até aqui, este trabalho visa empregar as propriedades únicas de PMs e investigar uma nova PM que emprega três cavidades acopladas entre si e acopladas tanto com um único guia de onda quanto com dois guias de onda, como mostra o esquema da Figura 6. Esse novo design, embora já discutido na literatura, é inovador para aplicações em sensoriamento. Dessa forma, essas PMs foram simuladas e fabricadas em uma plataforma de silício sobre isolante (*Silicon-on-insulator*, SOI), empregando guias de onda de dimensões padrões (450nm x 220nm), um anel externo com raio 20 $\mu$ m e anéis internos com raios iguais a 9,4375 $\mu$ m. As distâncias de acoplamento entre

os anéis internos e anel externo foram de 150nm e as distâncias de acoplamento entre o anel externo e os barramentos guia de onda foram iguais a 200nm. Caracterizações ópticas dessa PM também foram apresentadas e confrontadas com os resultados teóricos obtidos. Ao longo do projeto, demonstrou-se que essa arquitetura garante a geração de um espectro que permite a luz viajar tanto no sentido horário quanto anti-horário dentro do chip, incrementando as possibilidades de controle espectral e, conseqüentemente, de novas aplicações.

Figura 6 – Dispositivo fotônico proposto neste projeto, com detalhes da plataforma SOI empregada e suas dimensões.



Para provar que essas arquiteturas possuem aplicações relevantes, será demonstrado que na área de sensoriamento, empregando uma janela de detecção aberta sobre uma região específica da PM (Figura 6), é possível garantir deslocamentos de apenas algumas ressonâncias quando a luz interage com algum analito alvo posicionado nessas janelas. De acordo com CHROSTOWSKY et. al (2012), que estudaram vários tipos de cavidades ressonantes com analitos e identificaram que o índice de refração do analito muda a frequência da ressonância, esse efeito de variação das ressonâncias com a mudança do analito é observado também em nosso dispositivo proposto.

Assim, o objetivo do trabalho é empregar as propriedades únicas de uma PM compacta e baseada em três cavidades acopladas para garantir a geração de um espectro que permite a luz viajar tanto no sentido horário quanto anti-horário dentro do chip, incrementando as possibilidades de controle espectral, demonstrando aplicações inovadoras na área de sensores ópticos.

## 1.2 Relevância do trabalho e aderência à área de Engenharias IV

Esse trabalho se insere na área de Engenharias IV, abrangendo especialidades das subáreas de Engenharia Elétrica e Engenharia Biomédica, com foco no desenvolvimento de dispositivos fotônicos integrados para aplicações em sensoriamento óptico e controle espectral. A pesquisa está diretamente alinhada com a área de concentração do programa, Sistemas Elétricos e Eletrônicos, ao propor novas arquiteturas de PMs que possibilitam maior robustez e precisão na detecção em sensores que monitoram variações de índice de refração, alinhando-se com a linha de pesquisa nomeada Fotônica: Materiais e Dispositivos.

O campo da fotônica integrada tem se destacado como um dos pilares da Engenharia Elétrica moderna, possibilitando a criação de dispositivos mais compactos, eficientes e de baixo consumo energético. Neste contexto, as PMs surgem como uma abordagem inovadora para otimizar as propriedades espectrais de ressonadores ópticos, superando limitações de arquiteturas convencionais baseadas em uma única cavidade, incrementando a funcionalidade de chips fotônicos. O estudo desenvolvido nesta dissertação explora essas vantagens ao propor uma nova configuração de PM composta por três cavidades ressonantes acopladas, estruturada sobre uma plataforma SOI.

Além de seu caráter inovador, o trabalho demonstrará métodos de modelagem matemática, simulação numérica e caracterização experimental, que são ferramentas fundamentais na área de engenharia de dispositivos optoeletrônicos. A investigação do comportamento espectral desses dispositivos por meio da teoria de grafos e matriz de transferência contribuirá significativamente para a engenharia espectral e o design de sensores ópticos, reforçando a aderência da pesquisa às demandas da área.

## 1.3 Impacto da pesquisa para a sociedade, desenvolvimento sustentável e inserção tecnológica

A crescente demanda por sensores ópticos compactos e altamente sensíveis torna a pesquisa em PMs relevante tanto do ponto de vista científico quanto tecnológico. O desenvolvimento da arquitetura proposta tem potencial impacto na sociedade, no avanço da tecnologia sustentável e na expansão da fotônica integrada em nível local, nacional e internacional.

### 1.3.1 Impacto para a sociedade e aplicações tecnológicas

O aprimoramento de sensores baseados em PMs abre novas possibilidades para biossensoriamento, monitoramento ambiental e segurança, permitindo o desenvolvimento de

dispositivos com maior precisão e menor custo. Sensores ópticos dessa natureza podem ser empregados para detecção de biomarcadores, diagnósticos médicos menos invasivos e identificação de poluentes ambientais, beneficiando setores como saúde pública, biotecnologia e controle de qualidade industrial. Além disso, a capacidade de modular a propagação da luz em múltiplas direções dentro do chip pode viabilizar aplicações inovadoras em telecomunicações ópticas, computação fotônica e criptografia quântica, onde a engenharia espectral de cavidades ressonantes desempenha um papel fundamental.

### 1.3.2 Contribuição para o desenvolvimento sustentável

A tecnologia fotônica oferece vantagens significativas em relação aos sistemas eletrônicos convencionais, reduzindo o consumo de energia e aumentando a eficiência dos dispositivos. Os sensores desenvolvidos nesta pesquisa contribuem para a sustentabilidade ao: Reduzirem o consumo energético em comparação com sensores eletrônicos tradicionais; Possibilitarem monitoramento ambiental eficiente para controle de poluentes e qualidade da água; Utilizarem a plataforma SOI, que é compatível com processos industriais consolidados, minimizando desperdícios de material e reduzindo o impacto ambiental da fabricação.

### 1.3.3 Inserção local, regional, nacional e internacional

A pesquisa fortalece a área de fotônica no Brasil e contribui para a consolidação de tecnologias inovadoras em diferentes escalas:

1. Local e regional: Impulsionando a formação de recursos humanos qualificados na área de fotônica e semicondutores, promovendo a colaboração entre universidades e centros de pesquisa nacionais.
2. Nacional: Contribuindo para o avanço da indústria nacional de semicondutores e fotônica integrada, alinhando-se com iniciativas estratégicas para a autonomia tecnológica do Brasil.
3. Internacional: O estudo dialoga com tendências globais de pesquisa em fotônica integrada, possibilitando futuras colaborações internacionais e inserção da tecnologia brasileira em mercados de alta inovação.

## 1.4 Estrutura do trabalho

A estrutura deste trabalho é organizada em capítulos que seguem uma linha lógica e progressiva para apresentar de maneira detalhada o desenvolvimento e a análise do dispositivo fotônico estudado. Cada capítulo aborda uma etapa específica e a divisão dos



capítulos é feita da seguinte maneira: o Capítulo 2 traz a teoria necessária para compreensão do dispositivo proposto, com conceitos fundamentais sobre guias de onda, cavidades ressonantes em forma de anéis e PMs, assim podendo esclarecer o funcionamento e entendimento básico do dispositivo estudado. O Capítulo 3 traz a modelagem matemática, explorando uma nova forma de descrição dessas PMs por meio de um método de grafo, facilitando os cálculos da resposta espectral. Esse novo método permitirá demonstrar de forma eficiente o espectro na saída das portas de interesse do dispositivo, já considerando a relevância dos caminhos de propagação da luz dentro da PM. O Capítulo 4 apresenta as simulações do dispositivo proposto realizadas por meio de software, comparando os resultados obtidos com as previsões da modelagem matemática e validando a teoria por meio das simulações. Além disso, o capítulo confirma a eficácia do método do índice efetivo utilizado nas simulações. O Capítulo 5 traz a fabricação do dispositivo, junto com a sua caracterização, apresentando os métodos e instrumentos utilizados para validar os resultados teóricos e simulados. O Capítulo 6 traz os estudos realizados no dispositivos e são explorados os diferentes fatores que influenciam a sua sensibilidade. Os resultados da modelagem matemática, simulação e caracterização são comparados para determinar a precisão e eficácia do dispositivo, provando sua eficiência como um sensor fotônico.

Cada capítulo é estruturado de modo a contribuir para uma compreensão completa do dispositivo proposto, desde suas bases teóricas até os resultados práticos obtidos na pesquisa.



---

## Capítulo 2

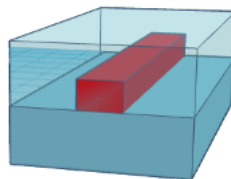
# Conceitos Básicos

---

### 2.1 Guias de onda

Os guias de onda são estruturas longitudinais capazes de guiar algum tipo de onda por um caminho desejado, levando assim informação. No contexto de dispositivos fotônicos, um guia de onda confina e conduz a luz graças ao conceito de reflexão entre dois ou mais meios, permitindo trabalhar com essa luz de forma eficiente. A física presente nos dispositivos que envolvem guias de onda é baseada no índice de refração dos materiais que constituem o guia, sendo geralmente construídos com materiais dielétricos, capazes de permitir a presença de onda evanescente. O material do guia de onda possui um índice de refração maior do que o material em seu revestimento, fazendo assim com que a luz seja guiada a partir da reflexão total dentro do guia.

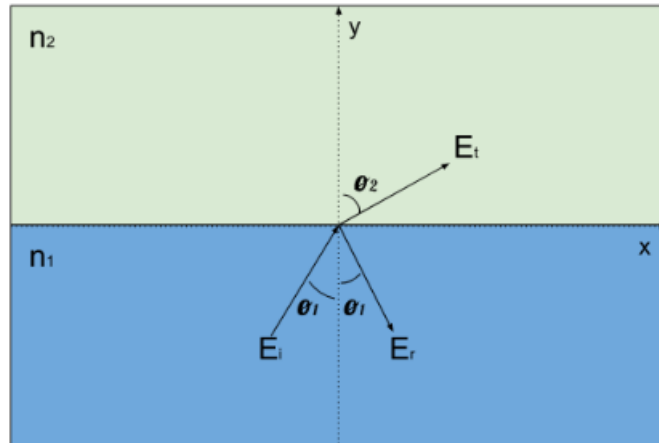
Figura 7 – Esquema de um guia de onda dielétrico. O material do núcleo do guia, em vermelho, possui um índice de refração maior do que o material que envolve o guia, representado em azul.



Dentro desse contexto a luz pode ser tratada como radiação eletromagnética e, assim sendo, ela possui componentes de campo elétrico e magnético oscilantes no tempo e espaço, de tal forma que se auto-sustentam ao se propagarem. A radiação eletromagné-

tica, dentro do contexto da teoria semi-clássica da interação da luz com a matéria, exibe uma dualidade onda-partícula. Nesse modelo, ela se propaga como uma onda através de guias de onda, mas interage com a matéria de forma semelhante a uma partícula, como descrito pela quantização de energia. Essa descrição é especialmente útil para entender o comportamento da luz em dispositivos fotônicos, como cavidades ressonantes e guias de onda, onde a propagação e a interação com a matéria são governadas por fenômenos tanto ondulatórios quanto corpusculares. A luz incidente que alcança um material é tanto refletida quanto absorvida e transmitida, podendo-se observar na Figura 8 uma descrição simples do comportamento de um raio de luz em uma estrutura planar (x,y) entre dois meios com índices de refração diferentes. O raio de luz incidente ( $E_i$ ) transita no meio  $n_1$  e ao encontrar o meio  $n_2$ , ele se divide no raio de luz refletido ( $E_r$ ), que se propaga no meio  $n_1$  e no raio de luz transmitido ( $E_t$ ) que se propaga no meio  $n_2$ . O raio de luz refletido ( $E_r$ ) possui seu ângulo de reflexão ( $\theta_1$ ) e o raio de luz transmitido ( $E_t$ ) possui seu ângulo de transmissão ( $\theta_2$ ).

Figura 8 – Comportamento de um raio de luz entre dois meios.



Pela Lei de Snell, pode-se calcular o desvio angular sofrido por um raio de luz ao passar de um meio para outro com índices de refração diferentes, ou seja, tem-se uma relação entre o ângulo de reflexão, que é o mesmo que o ângulo de incidência, com o ângulo de transmissão. A Lei de Snell é dada por:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (3)$$

Tendo-se que  $n_1 > n_2$  e que  $\theta_2 > \theta_1$ , ao aproximar o raio de incidência ( $E_i$ ) do eixo  $x$ , aumentando o ângulo de incidência  $\theta_1$  de forma que o ângulo de transmissão  $\theta_2$  chegue a aproximadamente  $90^\circ$ , temos que a Lei de Snell se torna:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \quad (4)$$

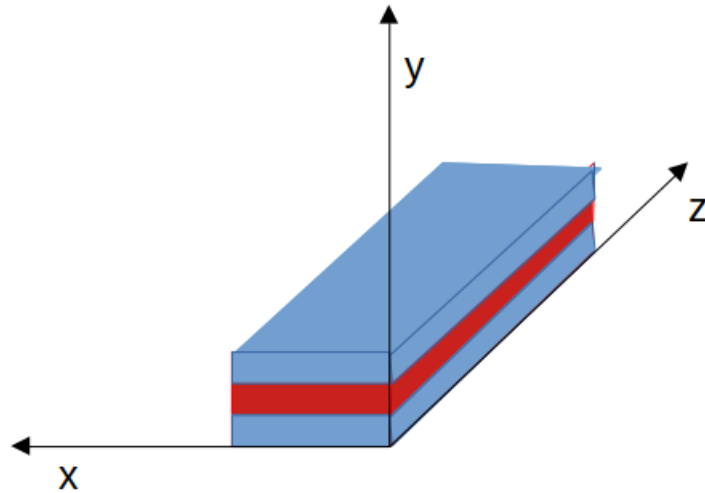
Têm-se então um ângulo crítico dado por  $\theta_c$ , do qual representa a máxima angulação possível para a presença de um raio de luz transmitida ( $E_t$ ) no sistema:

$$\theta_c = \arcsen(n_2/n_1) \quad (5)$$

Ao replicarmos esse conceito para o sistema do guia de onda feito com material de índice de refração maior que o índice do material ao seu entorno ( $n_1 > n_2$  na Figura 8), com as devidas condições de um ângulo crítico para o sistema, podemos confinar a luz dentro do guia a partir da reflexão total interna dos raios incidentes.

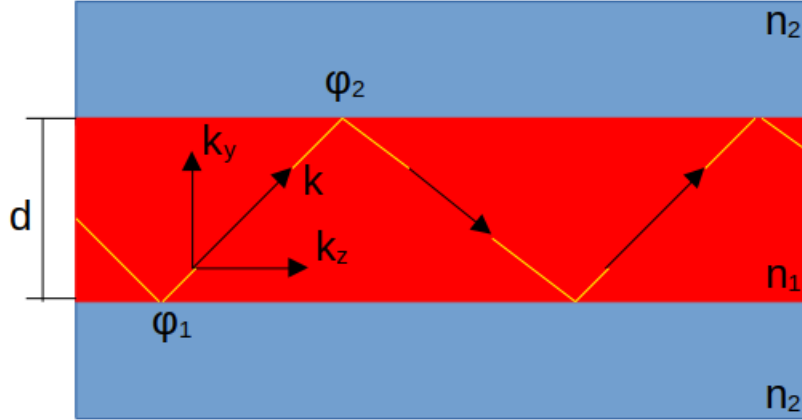
Para entender melhor o funcionamento desse dispositivo, vamos trabalhar com um guia de onda planar (Figura 9), do qual fornece confinamento em apenas uma direção. No caso da Figura 9, o confinamento é na direção  $y$  e as dimensões nas direções  $x$  e  $z$  são infinitas. Analisando geometricamente o movimento da luz que propaga-se dentro do guia de onda planar, podemos observar pela Figura 10 que a onda possui uma componente do seu vetor de onda no eixo  $z$  e uma componente no eixo  $y$ , para o caso de uma onda propagante na direção  $z$ . Logo, há um acúmulo de fase  $\varphi$  na direção  $y$  devido à componente  $k_y$ .

Figura 9 – Guia de onda planar.



Para que a onda se propague, é necessário que ocorra reflexão total interna, determinada pelo ângulo crítico. Além disso, é exigida uma correspondência de fase, ou seja, a luz que percorre o guia de onda deve interferir de forma construtiva consigo mesma ao retornar. Essa correspondência de fase garante que as ondas refletidas mantenham coerência ao longo do trajeto, permitindo uma propagação eficiente. Analisando a Figura 10 é fácil ver que essa exigência está relacionada com a componente  $k_y$  se interferindo construtivamente. Para que isso ocorra, a mudança de fase nesse trajeto deve ser múltiplo de  $2\pi$ . A fase acumulada nesse ciclo de propagação vertical de ida e volta é  $2k_y d$ , onde  $d$  é a espessura do núcleo do guia de onda planar, como mostrado na Figura 10. Fazendo  $\varphi_1$

Figura 10 – Propagação de luz no guia de onda planar.



e  $\varphi_2$  representarem as fases de reflexão para um ciclo de ida e volta, na parte superior e inferior respectivamente, têm-se que o requisito de interferência construtiva é dada pela equação:

$$2k_y d + \varphi_1 + \varphi_2 = m2\pi, \text{ com } m = 1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

Como a magnitude do vetor de onda depende do comprimento de onda, para cada comprimento de onda existirá apenas um número discreto de direções de transmissão permitidas e cada direção correspondente ao valor de  $k_y$  deverá satisfazer a equação 6 para um determinado valor de  $m$ .

Dado que a luz se propaga como uma onda eletromagnética, precisamos analisar os modos de propagação desse tipo de onda. Para um guia de onda existem dois tipos possíveis de modo de propagação: o Transversal elétrico (TE) e o Transversal magnético (TM). Para o guia de onda planar (Figura 10) sendo  $E_z$  o campo elétrico em  $z$  e  $H_z$  o campo magnético em  $z$ , temos a seguinte definição para as polarizações:

$$TE \rightarrow E_z = 0 \text{ e } H_z \neq 0 \quad (7)$$

$$TM \rightarrow E_z \neq 0 \text{ e } H_z = 0 \quad (8)$$

Considerando  $k_z$  na Figura 10 como  $\beta$  (constante de propagação) e sabendo que a dependência ao longo de  $z$  é conhecida, pode-se escrever o campo elétrico e magnético como:

$$\vec{E} = \vec{E}(x, y, z) = \vec{E}(x, y)e^{i(\beta z - \omega t)} \quad (9)$$

$$\vec{H} = \vec{H}(x, y, z) = \vec{H}(x, y)e^{i(\beta z - \omega t)} \quad (10)$$

Nessas equações,  $E$  e  $H$  são os campos elétricos e magnéticos, respectivamente, e  $\omega t$  traz a dependência dos campos com o tempo, onde  $\omega$  é a frequência de propagação da onda eletromagnética.

A partir da equação de Helmholtz, é possível descrever a propagação da onda eletromagnética nos meios  $n_1$  e  $n_2$  do guia de onda planar e então chegar a uma equação para cada modo de propagação, seguindo as devidas condições de contorno: As componentes do campo elétrico ( $E_z$ ) ou magnético ( $H_z$ ) devem ser contínuas. As componentes perpendiculares do campo de deslocamento elétrico  $D$  e a densidade de fluxo do campo magnético  $B$  também devem ser contínuas e, por fim, deve-se acrescentar a exigência de um campo vertical oscilante dentro do guia de onda (material de alto índice de refração) e decrescente fora dele, sendo esse último conhecido como onda evanescente.

Com essas considerações, é possível demonstrar a equação transcendental que é a solução do guia de onda planar. Essa análise será feita aqui apenas para o modo TE, mas os passos podem ser replicados para o modo TM. A equação de Helmholtz para o modo TE em  $n_1$  (dentro do guia) e  $n_2$  (fora do guia) é dada por:

$$\nabla^2 \vec{E} = -(n_1 k)^2 \vec{E} \quad (11)$$

$$\nabla^2 \vec{E} = -(n_2 k)^2 \vec{E} \quad (12)$$

Substituindo a equação 9 em 11 e 12, chega-se em:

$$\frac{d^2 E}{dy^2} + ((n_1 k)^2 - \beta^2) E = 0 \quad (13)$$

$$\frac{d^2 E}{dy^2} + ((n_2 k)^2 - \beta^2) E = 0 \quad (14)$$

Como a propagação da onda é constante no guia e está entre  $n_2 k$  e  $n_1 k$ , a solução para a equação 13 é uma função periódica do tipo  $A_1 \cos(\gamma_1 y)$  e a solução para a equação 14 é uma função exponencial do tipo  $A_2 e^{-\gamma_2 y}$ , onde  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$  são dados por:

$$\gamma_1 = \sqrt{(n_1 k)^2 - \beta^2} \quad (15)$$

$$\gamma_2 = \sqrt{\beta^2 - (n_2 k)^2} \quad (16)$$

Considerando a continuidade da amplitude do campo por todo o guia e derivando em  $y=d/2$ , encontra-se:

$$A_1 \cos(\gamma_1(d/2)) = A_2 e^{-\gamma_2(d/2)} \quad (17)$$

$$A_1 \gamma_1 \sin(\gamma_1(d/2)) = A_2 \gamma_2 e^{-\gamma_2(d/2)} \quad (18)$$

Sendo diferentes de zero,  $A_1$  e  $A_2$  existem somente nas seguintes condições:

$$\tan(\gamma_1(d/2)) = \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \quad (19)$$

Essa é a equação transcendental para o guia de onda planar em função de  $\beta$ , e ela pode ser solucionada graficamente plotando-se os lados direito e esquerdo dessa equação em função de  $\beta$ . O ponto onde as curvas se cruzam é uma solução dessa equação e ela permite encontrar a constante de propagação dos modos. No entanto, é fácil ver que o guia de onda pode suportar uma sequência discreta de modos, cujas constantes de propagação são derivadas da generalização dessa equação, chegando-se a:

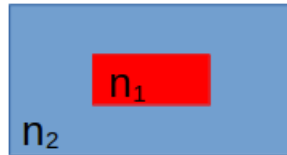
$$\tan(\gamma_1(d/2) - m(\pi/2)) = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}, \quad \text{com } m = 0, 1, \dots \quad (20)$$

A solução dessa equação para diferentes valores de  $m$  permite encontrar todos os modos permitidos no guia de onda planar. Embora a solução desse guia de onda planar é fácil de ser demonstrada, na prática, tais guias são pouco empregados em chips fotônicos integrados, uma vez que eles não permitem a evanescência na direção  $x$ , o que dificulta o acoplamento de luz em microcavidades, por exemplo, localizadas em seu mesmo plano horizontal. Dessa forma, na próxima seção apresentamos o guia de onda retangular e um método para simplificar tal guia de forma que sua solução seja facilmente encontrada utilizando softwares comerciais.

### 2.1.1 Método do índice efetivo

Como citado na seção anterior, os guias de onda planares não são comumente usados em chips fotônicos integrados, dado que confinam a luz em apenas uma direção. O ideal é confinar a luz em duas direções e transmiti-la em uma terceira direção. Para isso, é necessário usar os guias dielétricos retangulares, como mostrado na Figura 11. Os guias de onda retangulares possuem uma propagação de luz que não é simples de calcular, uma vez que possuem várias regiões distintas.

Figura 11 – Guia de onda dielétrico retangular.



O método do índice efetivo (MORAS et al., 2022) é uma técnica usada para calcular a propagação da luz através desses guias de onda, sendo especialmente útil para determinar os seus modos de propagação. O método vem para facilitar a análise dos guias de ondas dielétricos retangulares, logo que é preciso trabalhar com as condições de contorno de várias regiões distintas ao mesmo tempo, além das quinas entre essas regiões.

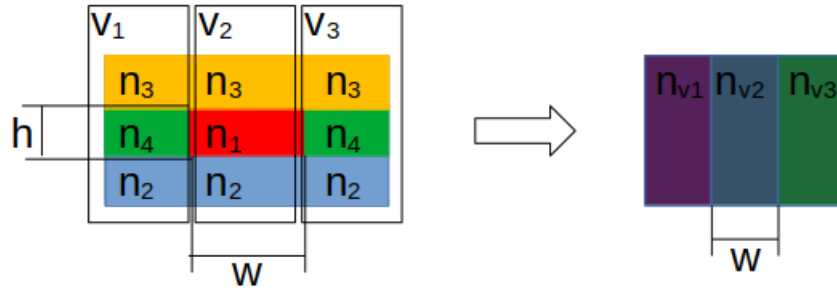


Como visto na seção anterior a constante de propagação ( $\beta$ ) é a componente de propagação na direção da transmissão de uma onda no guia de onda planar e a partir dela é possível calcular o índice de refração efetivo do guia, dado por LIU (2005):

$$N_{eff} = \frac{\beta}{k} \quad (21)$$

Para aplicar esse método é necessário dividir o guia de onda retangular em três guias de onda planares. Seguindo a Figura 12, primeiro calcula-se a constante de propagação  $\beta$  para a região  $V_1$ , em seguida para  $V_2$  e para  $V_3$ . A constante de propagação em cada uma dessas regiões pode ser obtida pela equação 19. Após calcular  $\beta$  para cada uma das três regiões, é possível, a partir da equação 21, encontrar o índice efetivo para cada uma delas. Para o caso particular do guia simétrico ilustrado na Figura 12, o índice efetivo  $N_{V_1} = N_{V_3}$ . Tendo-se o  $N_{eff}$  para cada região, eles são aplicados para o cálculo do  $N_{eff}$  total do guia de onda retangular pelo mesmo processo descrito anteriormente, uma vez que agora tem-se um guia de onda planar.

Figura 12 – Demonstração da aplicação do Método do Índice Efetivo em um guia retangular.



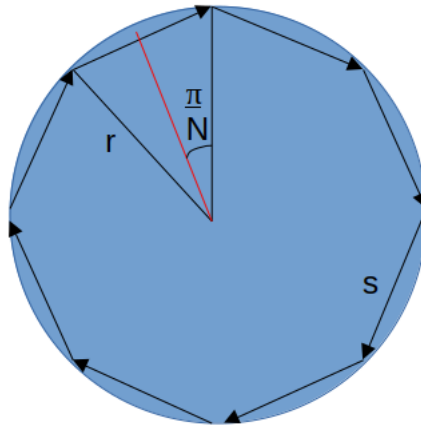
É importante destacar a importância de ser atencioso ao considerar a polarização nos cálculos. Se o campo elétrico for polarizado em TE, é necessário usar a equação de autovalor TE para resolver o guia de onda planar na direção y. Já para resolver o segundo passo, no guia de onda vertical, onde o campo estará polarizado na direção TM, é preciso utilizar a equação de autovalor TM.

Em uma simulação computacional, o método do índice efetivo pode reduzir o esforço computacional dado que ele transforma a análise numérica de um sistema retangular 3D para um sistema planar 2D. Em particular, nesse trabalho, as modelagens numéricas do dispositivo proposto foram realizadas empregando o método do índice efetivo para a redução do domínio computacional de 3D para 2D. Essas simulações foram realizadas no software comercial RSoft, empregando os módulos *BeamPROP* e *FullWAVE*. A eficácia desse método é discutida no Capítulo 4.

## 2.2 Cavidades ressonantes

As cavidades ressonantes são componentes fundamentais em circuitos fotônicos integrados (HEEBNER; GROVER; IBRAHIM, 2008). Elas são usadas para armazenar e filtrar sinais ópticos, melhorando a eficiência e a qualidade do sinal transmitido. A qualidade da ressonância é determinada por diversos fatores, incluindo o tamanho e a forma da cavidade, bem como o índice de refração dos materiais utilizados. O foco neste trabalho será as cavidades ressonantes em formato cilíndrico, como ilustrado na Figura 13.

Figura 13 – Cavidade ressonante circular.



A luz pode ser confinada em um ressonador circular bidimensional por reflexões repetidas na fronteira circular. Conforme ilustrado na Figura 13, um raio que se auto-reproduz após  $N$  reflexões percorre um caminho de ida e volta ( $Ns$ ), onde:

$$s = 2r \sin\left(\frac{\pi}{N}\right) \quad (22)$$

onde  $r$  é o raio da cavidade. Em um modo de onda viajante, as frequências de ressonância são determinadas igualando o comprimento do caminho de ida e volta a um número inteiro de comprimentos de onda:

$$Ns = m\lambda_m, \text{ com } m = 1, 2, 3... \quad (23)$$

sendo  $\lambda$  o comprimento de onda, ele depende do meio em que se propaga, logo:

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n_{eff}} = \frac{c}{fn_{eff}} \quad (24)$$

onde  $\lambda_0$  é o comprimento de onda no vácuo,  $c$  a velocidade da luz no vácuo,  $n_{eff}$  o índice de refração efetivo do material dielétrico e  $f$  a frequência da onda propagada. Ignorando a mudança de fase associada a cada reflexão, têm-se:

$$Ns = m\lambda_m = m \frac{c}{fn_{eff}} \quad (25)$$

Ou seja, para frequências ressonantes dadas por:

$$f_m = m \frac{c}{N d n_{eff}} \quad (26)$$

considerando um  $N$  tendendo ao infinito e  $m \gg 1$ , o espaçamento entre essas frequências é dada por:

$$FSR = \frac{c}{2\pi r n_{eff}} \quad (27)$$

Consequentemente, os comprimentos de onda ressonantes satisfazem a seguinte relação:

$$m\lambda_m = n_{eff} 2\pi r \quad (28)$$

Uma análise exata dos modos de ressonância de microrressonadores dielétricos requer a teoria eletromagnética completa. A equação de Helmholtz é resolvida em um sistema de coordenadas adequado para a geometria da estrutura, e condições de contorno apropriadas são aplicadas aos campos elétrico e magnético nos seus limites. A solução fornece as frequências de ressonância dos modos e suas distribuições espaciais, que podem ser usadas para determinar o volume modal para cada modo.

Levando em conta uma cavidade em forma de anel, que é explorada nesse trabalho, para satisfazer a equação de Helmholtz as suas soluções são combinações lineares das funções de Bessel e Neumann que representam soluções para casos particulares de equações diferenciais (JEFFREYS; JEFFREYS, 1999). Ao aplicar as condições de contorno nas interfaces interna e externa do anel e considerar que o campo se anula fora do anel, é possível obter as ressonâncias da cavidade (BARÊA et al., 2010).

O  $Q$  é uma medida importante na fotônica pois ele descreve a eficiência de um sistema em armazenar energia. Em um sistema de cavidade óptica, como um ressonador em anel, o  $Q$  é uma medida da eficiência com que a energia óptica é armazenada dentro da cavidade. O fator de qualidade é definido como a relação entre a energia armazenada na cavidade e a energia dissipada por ciclo. Quanto maior o valor de  $Q$ , mais eficiente é a cavidade em armazenar energia óptica. O fator de qualidade é então utilizado para quantificar a qualidade dessas ressonâncias e a eficiência do sistema em armazenar energia óptica, sendo definido matematicamente por:

$$Q = \omega_0 \frac{H_a}{H_d} \quad (29)$$

onde  $\omega_0$  é a frequência angular do modo ressonante,  $H_a$  é a energia óptica armazenada na cavidade e  $H_d$  é a energia óptica dissipada na cavidade. Ao considerar que a energia armazenada na cavidade é dissipada por meio de um processo de decaimento exponencial e a dependência da energia com o tempo implicará que as oscilações do campo elétrico na cavidade são amortecidas, têm-se que a energia é dada pela equação 30 e sua respectiva

solução dada pela equação 31, com  $H_0$  sendo uma constante e  $\Delta\omega$  sendo o desvio em relação à frequência de ressonância, na qual as oscilações amortecidas resultam de uma superposição de frequências dada por  $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$ .

$$H(t) = H_0 e^{\left(\frac{-\omega_0 t}{Q}\right)} \quad (30)$$

$$H(t) = H_0 e^{\left(\frac{-\omega_0 t}{2Q}\right)} e^{-i(\omega_0 + \Delta\omega)t} \quad (31)$$

Para entender o comportamento espectral, ao tirar a transformada de Fourier do campo  $H(t)$  (equação 32) e calcular o módulo ao quadrado do campo (equação 33), têm-se que a intensidade do campo resultante é proporcional à distribuição de Lorentz.

$$E(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{-\infty}^{\infty} E(t) e^{i\omega t} dt \quad (32)$$

$$|E(\omega)|^2 \propto \frac{1}{\left(\frac{\omega - \omega_0 - \Delta\omega}{\omega_0/2Q}\right)^2 + 1} \quad (33)$$

A partir da proporcionalidade entre o campo resultante e a distribuição de Lorentz (equação 33) é possível ter um desvio de ressonância  $\Delta\omega$  e uma largura de meia altura ( $\omega_0/Q$ ). Tomando que existam apenas frequências puras ( $\Delta\omega = 0$ ) e sabendo que  $\omega = 2\pi c/\lambda$ , o fator  $Q$  pode ser escrito da seguinte forma:

$$Q = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda} \quad (34)$$

Com  $\Delta\lambda$  sendo a largura a meia altura da Lorentziana traçada sobre uma ressonância  $\lambda_0$  do ressonador. Como conceito final para ressonadores, também é comum demonstrar a sua finesse ( $F$ ) que relaciona o FSR com o fator  $Q$  a partir da seguinte relação:

$$F = \frac{FSR}{\lambda_0} Q \quad (35)$$

## 2.3 Moléculas fotônicas

Na seção anterior pôde-se ver a relação que uma cavidade tem com o cálculo do FSR,  $Q$  e finesse do seu dispositivo. A partir das relações apresentadas pode-se notar a dependência que o FSR e  $Q$  têm em relação ao raio da cavidade, sendo que para obter um alto valor de FSR no seu projeto é necessário um raio pequeno para a cavidade ressonante e para obter um alto valor para  $Q$  é necessário um raio grande para a cavidade ressonante no seu projeto. Um dos requisitos necessários para os projetos voltados na área de sensoriamento e telecomunicações é garantir a alta qualidade e ressonâncias bem definidas, sempre atento para que a área ocupada do chip seja mínima. Logo, essas condições sempre exigem alto FSR e alto  $Q$ , utilizando cavidades com raios reduzidos

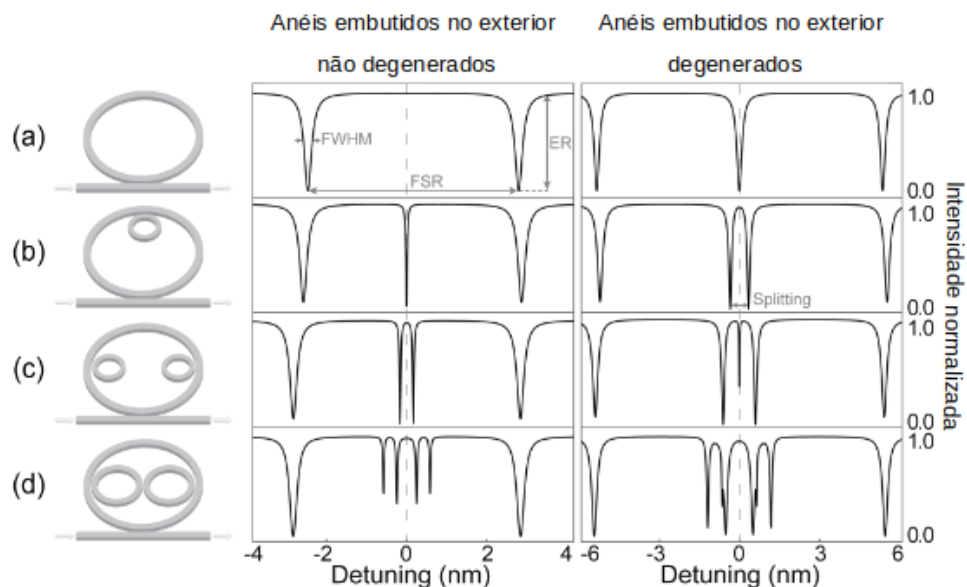
para atender a esses requisitos. Logo, em diversas situações se faz necessária a quebra da dependência entre FSR, Q e raio da cavidade.

A partir dessa necessidade, as moléculas fotônicas são introduzidas, pois são fundamentais para permitir a desassociação dessa dependência. Combinando os recursos de filtragem e ressonância de uma cavidade em forma de anel com a dinâmica complexa de sistemas acoplados, esses dispositivos se beneficiam de graus extras de liberdade para executar uma engenharia espectral sem comprometer a simplicidade e a compactação do dispositivo.

As moléculas fotônicas são formadas por meio do acoplamento eletromagnético entre vários ressonadores em forma de anéis, acoplados em uma geometria favorável e em conjunto com guias de onda retangulares utilizados para injetar e extrair luz delas. Quando vários ressonadores em forma de anel são acoplados para formar moléculas fotônicas, o FSR e o Q não dependem mais do raio do anel e sim da combinação geométrica elaborada e do número de anéis ressonantes.

A formação dos espectros ópticos de uma PM é dependente da complexidade da mesma. O espectro de transmissão resultante de uma molécula fotônica dependerá do número de ressonadores e da maneira como eles se acoplam. A Figura 14 mostra exemplos de moléculas fotônicas e como o espectro de transmissão é afetado a partir de sua arquitetura.

Figura 14 – Espectro de transmissão de PMs em relação a sua arquitetura.



Fonte: Adaptado BAREA et. al (2016)

A análise do espectro de transmissão de um único ressonador em forma de anel (conforme ilustrado na Figura 14(a)) permite observar uma série de ressonâncias, separadas

por um FSR. Esse FSR é inversamente proporcional ao comprimento do anel e é caracterizado por uma largura de linha FWHM, que é afetada pelas perdas globais do sistema. Além disso, ER é influenciada pelo equilíbrio entre as perdas intrínsecas (perdas inerentes às suas propriedades físicas devido à natureza da interação da luz com os materiais e estruturas ópticas) e o acoplamento entre o anel e o guia de onda.

Quando um segundo anel é acoplado ao primeiro (Figura 14(b)), dois cenários podem ocorrer: os anéis podem ter comprimentos de onda de ressonância diferentes (não degenerados) ou ressonar no mesmo comprimento de onda, quando chamamos essa situação de estado degenerado. No cenário não degenerado, as ressonâncias do anel externo permanecem inalteradas, enquanto uma nova ressonância surge associada ao anel acoplado. Quando os dois anéis são degenerados, o acoplamento mútuo induz a divisão do modo, surgindo duas ressonâncias (ou seja, um duplete de ressonâncias), cuja separação entre eles é proporcional à força do acoplamento entre os anéis ressonadores.

Se for introduzido um segundo anel idêntico ao primeiro (Figura 14(c)), a divisão do modo induzida pelo seu acoplamento resultará em um duplete se os anéis internos e externos não forem degenerados. Mas caso forem degenerados, uma ressonância central aparece entre eles. É importante notar que, embora os anéis internos não estejam acoplados diretamente, eles interagem através do anel externo e essa interação é forte o suficiente para induzir uma divisão de ressonância relevante.

Quando os dois anéis internos são acoplados diretamente (Figura 14(d)), a situação é um pouco diferente. O acoplamento na região central induz a excitação de modos contrapropagantes sempre que os anéis internos são ressonantes. Quando apenas eles são ressonantes, um quádruplo de ressonâncias aparece no espectro de transmissão devido ao acoplamento de quatro modos degenerados (dois modos de contrapropagação de cada microanel interno). Caso as ressonâncias dos anéis externos e internos sejam degeneradas, um total de seis modos acoplados aparecem no espectro.

Para descrever esses espectros existem algumas teorias que prevêm características como FSR, Q, ER, FWHM e F. As principais teorias envolvendo moléculas fotônicas são a teoria de modos acoplados e teoria de matriz de transferência.

A teoria de modos acoplados (YARIV, 1973) foi apresentada para descrever um grande número de fenômenos da óptica de ondas guiadas, que eram tratados com teorias distintas, unificando-as. A teoria de modos acoplados é usada para analisar a interação entre dois ou mais dispositivos ópticos acoplados. Como visto, quando dois ou mais anéis são acoplados, eles podem interferir um com o outro, causando mudanças na transmissão óptica do dispositivo. A técnica fornece uma série de equações diferenciais de primeira ordem que descrevem a mudança na amplitude dos campos ao longo do dispositivo quando há uma perturbação. Segundo essa teoria, é possível escrever a componente transversal do campo elétrico como uma superposição de modos ideais.

A teoria de matriz de transferência também foi apresentada para mostrar as intera-

ções realizadas no acoplamento entre os elementos do dispositivo analisado. Esta teoria mostra, por equações em forma de matriz, como cada acoplamento do dispositivo interage matematicamente e a partir destas interações chega-se ao seu espectro óptico. (YARIV, 1973) demonstrou como é descrita a interação para um dispositivo simples, com um guia de onda e um anel ressonador acoplado, e (BARÊA, 2014) demonstrou como é descrita a interação a partir da teoria de matriz de transferência para dispositivos com dois ou mais anéis acoplados internamente.

Para PMs complexas, como é o caso do dispositivo desse projeto, a utilização dos métodos tradicionais mencionados torna-se mais desafiadora. Nesse sentido, a teoria de grafos é uma maneira simples e simplificada que pode ser recorrida para facilitar o estudo desses casos. Por essa razão, o próximo capítulo irá abordar o método por teoria de grafos que desenvolvemos para obter analiticamente o espectro das PMs analisadas neste trabalho.





---

## Capítulo 3

# Modelagem Matemática da Resposta Espectral de Moléculas Fotônicas

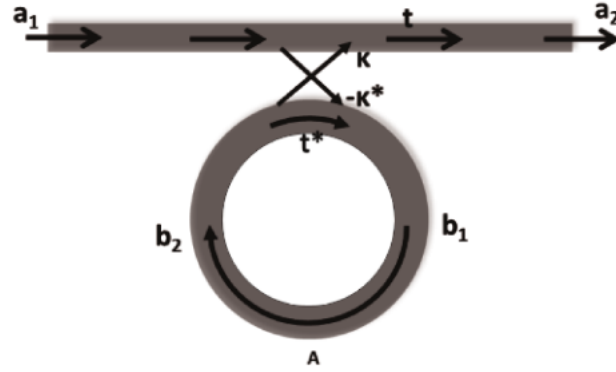
---

### 3.1 Engenharia Espectral com o Método de Matriz Transferência

O método de matriz de transferência é uma técnica amplamente utilizada para modelar o acoplamento entre cavidades ressonantes e guias de onda. Esse método permite derivar as características espectrais de dispositivos ópticos baseados em cavidades ressonantes, usando apenas dois parâmetros principais: o fator de atenuação ( $A$ ) e o coeficiente de transmissão ( $t$ ) ou de acoplamento ( $k$ ). Tomando como exemplo um dispositivo com uma única cavidade ressonante, ilustrado na Figura 15, o campo de entrada ( $a_1$ ) é parcialmente acoplado à cavidade através do coeficiente de acoplamento ( $k$ ), enquanto a parte restante do campo é transmitida diretamente para a saída por meio do coeficiente de transmissão ( $t$ ). Dentro da cavidade, a amplitude do campo que acopla ao anel ( $b_1$ ) é reduzida pelo fator de atenuação da cavidade ( $A$ ). Após uma volta completa na cavidade, o campo é ainda mais reduzido, resultando em uma nova amplitude ( $b_2$ ). Parte dessa amplitude restante ( $b_2$ ) é acoplada de volta ao guia, contribuindo para a amplitude de saída do dispositivo ( $a_2$ ), enquanto a outra parte é transmitida ao longo do anel.

Considerando que não há perdas de acoplamento entre a cavidade e o guia (ou seja,  $|k^2| + |t^2| = 1$ , com  $k$  e  $t$  como valores complexos) e que apenas um modo ressonante é excitado na cavidade, a relação entre os parâmetros apresentados na Figura 15 pode ser representada pela matriz da equação 36 e sua potência transmitida na saída do dispositivo dada pela equação 37. (BARÊA, 2014)

Figura 15 – Esquema geral de um guia de onda dielétrico acoplado a um anel.



Fonte: BAREA (2014)

$$\begin{pmatrix} a_2 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t & k \\ -k^* & t^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \quad (36)$$

$$P_t = \left| \frac{a_2}{a_1} \right|^2 = \frac{A^2 + |t|^2 - 2A|t|\cos\left(\left(\frac{2\pi Ln}{\lambda}\right) + \delta_t\right)}{1 + A^2|t|^2 - 2A|t|\cos\left(\left(\frac{2\pi Ln}{\lambda}\right) + \delta_t\right)} \quad (37)$$

Na equação 37 temos que  $\lambda$  é o comprimento de onda da luz transmitida,  $n$  o índice de refração efetivo do modo ressonante excitado na cavidade,  $L$  o comprimento do anel e considerou-se  $t = |t|e^{i\delta_t}$  com  $\delta_t$  sendo o desvio de fase durante a transmissão.

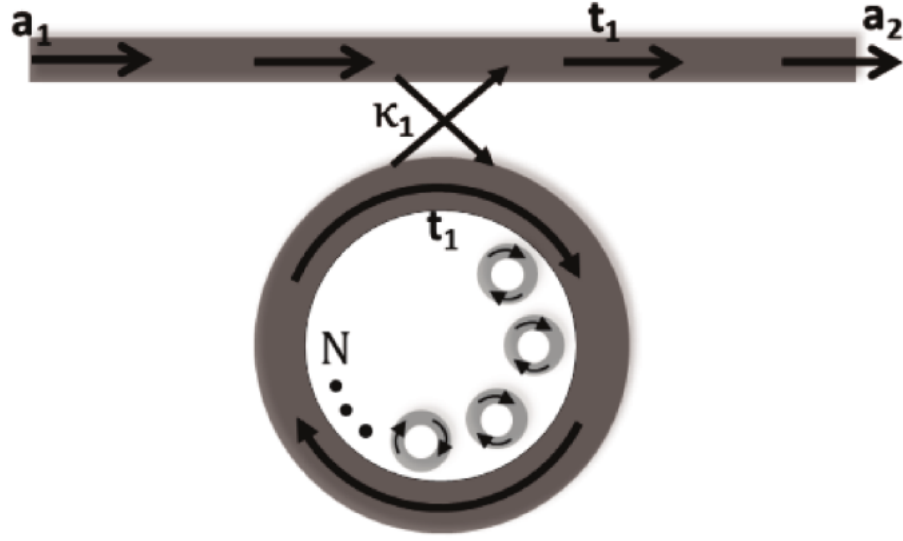
O método de matriz de transferência pode ser generalizado para múltiplas cavidades acopladas, ou seja, para uma PM. Porém é necessário considerar que as cavidades internas estão acopladas apenas à cavidade externa, sem acoplamento direto entre elas e os modos ressonantes nas cavidades propagam-se em uma única direção, sem modos contra-propagantes. Para ilustrar na Figura 16, aplicando o procedimento padrão do método de matriz transferência, temos um conjunto de  $N+1$  matrizes de acoplamento  $2 \times 2$ . Estas matrizes representam um acoplamento entre a cavidade externa e o guia de alimentação, e  $N$  acoplamentos individuais entre cada cavidade interna e a cavidade externa. Portanto, a potência transmitida na saída do dispositivo, é calculada como a interação dessas matrizes  $2 \times 2$ , que modelam o acoplamento entre as cavidades e permitem a determinação do espectro de transmissão. A equação 38 demonstra a generalização. (BARÊA, 2014)

$$P_t = \left| \frac{a_2}{a_1} \right|^2 = \left| \frac{t_1 - e^{i\gamma_1} A_1 \prod_{p=2}^N \chi_p}{1 - t_1 e^{i\gamma_1} A_1 \prod_{p=2}^N \chi_p} \right|^2 \quad (38)$$

onde

$$\chi_p = \left| \frac{t_j - e^{i\gamma_p} A_p}{1 - t_p e^{i\gamma_p} A_p} \right|^2 \quad (39)$$

Figura 16 – Esquema geral de um guia de onda dielétrico acoplado a um anel.



Fonte: Adaptado BAREA (2014)

e também

$$\gamma_p = \frac{2\pi L_p n}{\lambda_p} \quad (40)$$

### 3.2 Engenharia Espectral com o Método por Teoria de Grafos

A teoria dos grafos oferece uma abordagem matemática para analisar as interações entre os objetos de um conjunto, permitindo a modelagem dessas interações. No caso das PMs, apesar da geometria complexa e do forte acoplamento entre ressonadores, a linearidade do sistema ainda pode ser aproveitada. A transmitância pode ser tratada como a impedância de um circuito em regime permanente. Dessa forma, é possível utilizar a teoria dos grafos direcionais para modelar o dispositivo, de maneira semelhante ao que se faz em circuitos elétricos. REZENDE (2015) aplicou esse conceito para introduzir a modelagem de PMs por meio da teoria dos grafos.

Para PMs com várias cavidades, a modelagem matemática pelo método de matriz de transferência pode se tornar complexa e, em alguns casos, inviável. A teoria dos grafos direcionais oferece uma alternativa eficiente para a descrição matemática desses dispositivos. Nesse método, os campos eletromagnéticos em pontos estratégicos são representados por vértices, enquanto as interações entre eles são modeladas por arestas direcionais (REZENDE, 2015). A Figura 17 exemplifica essa abordagem para um guia de onda acoplado a um anel ressonador. Nessa figura,  $k$  e  $t$  são respectivamente o coeficiente de acoplamento

e o coeficiente de transmissão do acoplamento entre o guia de onda e o anel ressonador. A intensidade da luz na entrada do sistema é dada por  $a_1$  e na saída é dada por  $a_2$ . Já  $Y$  representa a mudança de fase e decaimento da onda de propagação no anel ressonador, dada por:

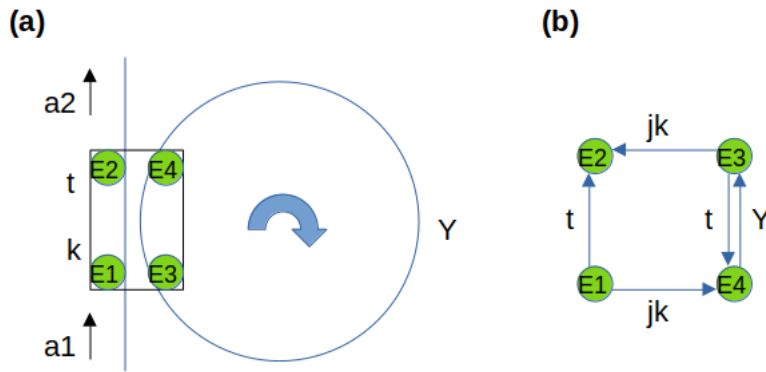
$$Y = Ae^{j\left(\frac{2\pi Ln}{\lambda}\right)} \quad (41)$$

onde  $A$  é a atenuação de transmissão, dada por:

$$A = e^{-\alpha L} \quad (42)$$

Nas equações 41 e 42,  $L$  representa o perímetro do anel ressonador,  $n$  o índice de refração do material,  $\lambda$  o comprimento de onda e  $\alpha$  as perdas espúrias sobre a intensidade ótica.

Figura 17 – Representação de dispositivo fotônico por grafos. Em (a) o diagrama do dispositivo acoplado e em (b) seu respectivo grafo.



Ao representar o dispositivo na forma de um grafo tanto as relações de acoplamento, quanto os termos de propagação estão incluídos na sua representação. Esta é uma vantagem significativa da representação do grafo, pois abrange todas as relações do sistema. Além disso, a partir do grafo, outra vantagem importante para a obtenção da função de transferência do dispositivo é a aplicação da regra de Mason (MASON; ZIMMERMANN, 1960). A regra de Mason é uma ferramenta comumente usada em sistemas de controle para simplificar diagramas de blocos e determinar a relação ou ganho equivalente entre quaisquer dois pontos arbitrários no diagrama.

A regra de Mason pode ser utilizada na forma matricial o que seria a maneira de maior desempenho prático para obter as relações entre cada ponto do seu grafo. Para aplicar a regra de Mason é necessário construir a matriz adjacência do nosso sistema de grafo. A matriz adjacência é quadrática, sendo o número de linhas e o número de colunas iguais ao número de pontos do seu grafo, ou seja, para o grafo da Figura 17 temos uma matriz adjacência (4x4). Cada linha e cada coluna da matriz representa um ponto do seu

grafo e o valor respectivo na matriz a interação representada por esses pontos. A matriz 43 ilustra a matriz adjacência da Figura 17, onde E1, E2, E3 e E4 são representados na matriz apenas para demonstração da dependência entre eles.

$$Z = \begin{matrix} & \begin{matrix} E1 & E2 & E3 & E4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} E1 \\ E2 \\ E3 \\ E4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & t & 0 & jk \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & jk & 0 & t \\ 0 & 0 & Y & 0 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (43)$$

Com a matriz de adjacência obtida, o próximo passo é obter a matriz de função de transferência. Para isso, é necessário calcular a matriz M dada pela equação 44, onde I é a matriz identidade e Z a matriz de adjacência. Na matriz de função de transferência, cada linha e coluna representa um ponto do seu grafo e o valor respectivo na matriz de função transferência é a função de transferência representada por esses pontos.

$$M = (I - Z)^{-1} \quad (44)$$

Assim sendo para matriz Z da equação 43 temos a seguinte matriz de função de transferência para o filtro:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & \frac{Yk^2 + Yt^2 - t}{Yt - 1} & \frac{-jYk}{Yt - 1} & \frac{-jk}{Yt - 1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-jk}{Yt - 1} & \frac{-1}{Yt - 1} & \frac{-t}{Yt - 1} \\ 0 & \frac{-jYk}{Yt - 1} & \frac{-Y}{Yt - 1} & \frac{-1}{Yt - 1} \end{pmatrix} \quad (45)$$

Para obter a resposta espectral na saída do dispositivo basta considerar os elementos que representam a entrada e saída na matriz M. Na modelagem por grafos na Figura 17 nossa entrada  $a_1$  é representada por E1 e nossa saída  $a_2$  por E2, assim a função transferência E2/E1 é o elemento M(1,2) da matriz de função transferência.

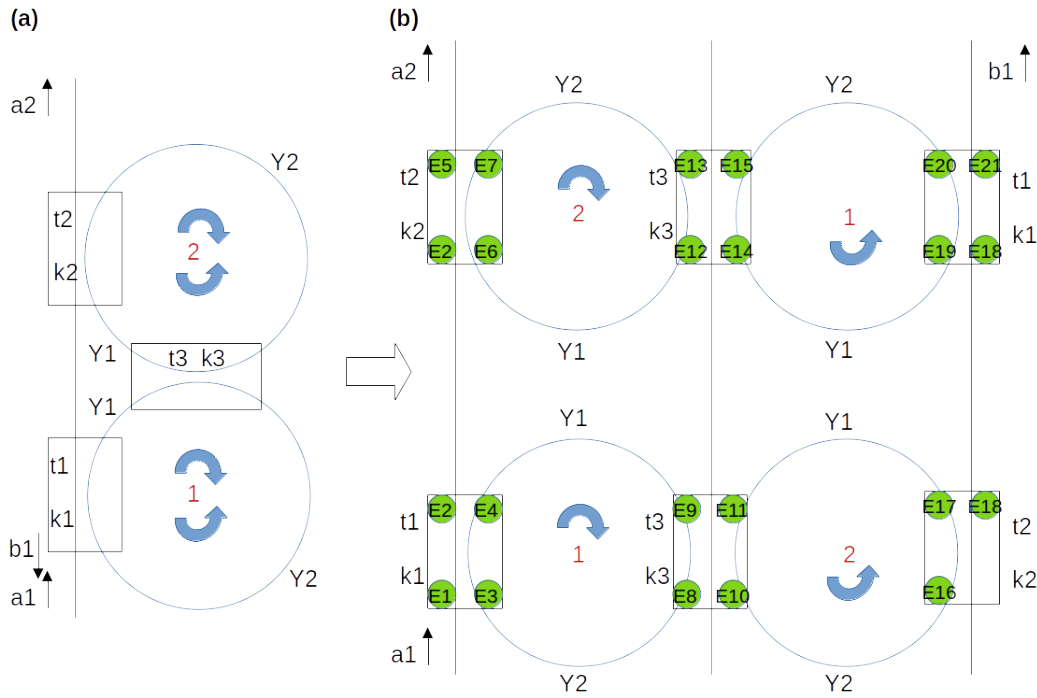
$$\frac{E2}{E1} = \frac{Yk^2 + Yt^2 - t}{Yt - 1} \quad (46)$$

Note que ao substituir o valor de Y pela equação 41, considerar  $k = \sqrt{1 - t^2}$  e  $t = |t|e^{i\delta t}$  na equação 46 é possível chegar na equação 37.

A teoria de grafos funciona muito bem para obter a função transferência de dispositivos fotônicos, porém algumas geometrias de PMs possuem fluxo de luz nos dois sentidos dos guias de onda e ressonadores, a exemplo do dispositivo estudado no trabalho. Essa condição torna a aplicação do método de matriz de transferência mais desafiadora, mas o método de grafos pode ajudar. Para esses dispositivos implementamos uma técnica de espelhamento a fim de obter corretamente a matriz de função de transferência do dispositivo. Esse espelhamento é possível a partir do processo de desdobramento que consiste em separar os componentes que causam o fluxo de luz nos dois sentidos e então,

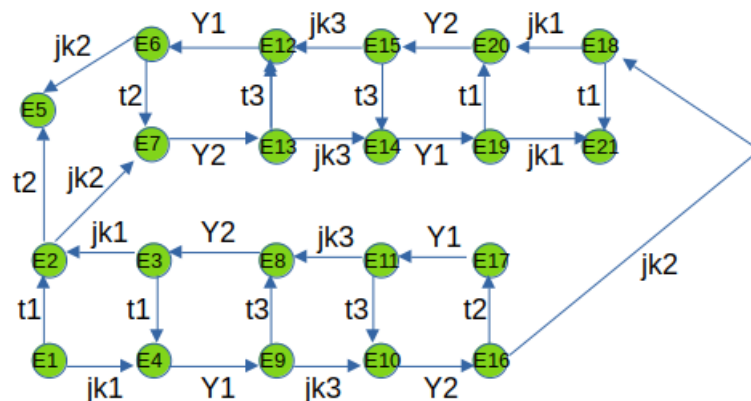
por fim, espelhá-los para montar o grafo. A Figura 18(a) mostra um dispositivo que possui fluxo de luz nos dois sentidos e a Figura 18(b) como é realizado o processo de espelhamento para a determinada arquitetura de molécula fotônica.

Figura 18 – Técnica de espelhamento de dispositivo com fluxo de luz nos dois sentidos. (a) Dispositivo de exemplo contendo dois anéis acoplados em um guia de onda e com acoplamento entre si. (b) Espelhamento para representação na forma de grafo.



A partir do exemplo da Figura 18 o seu respectivo modelo de grafo está representado na Figura 19. Na Figura 18,  $b_1$  representa a saída da luz pelo mesmo ponto da entrada, ou seja, ele representa a luz que retorna em fluxo contrário para o ponto de entrada.

Figura 19 – Modelagem por grafo para dispositivo com fluxo de luz nos dois sentidos.



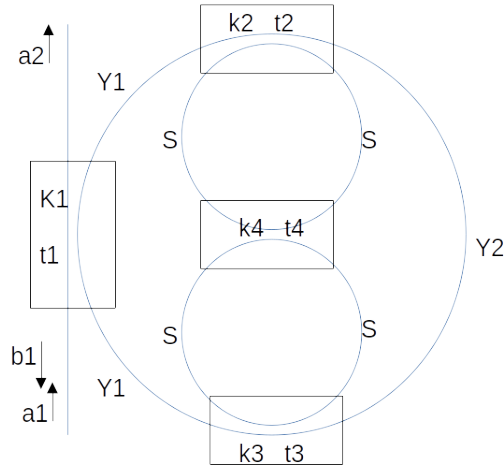
### 3.3 Aplicação do Método de Teoria de Grafos para modelar a PM proposta

Esta seção vai utilizar da modelagem e teoria de grafos abordada na seção anterior para descrever a equação do dispositivo fotônico deste trabalho. O dispositivo proposto nesse projeto é composto por um anel externo e dois anéis internos acoplados entre si. O método por matriz transferência acaba sendo trabalhoso para se calcular a função transferência deste dispositivo. Portanto, seguindo os passos do método por teoria de grafos, podemos descrever a função transferência e, de maneira vantajosa, visualizar as interações dos acoplamentos no nosso dispositivo, tanto para um arranjo do tipo *all-pass*, ou seja, com um único guia de onda, quanto do tipo *add-drop*, com dois guias de onda.

#### 3.3.1 Modelo matemático do dispositivo com um guia de onda - *All-pass*

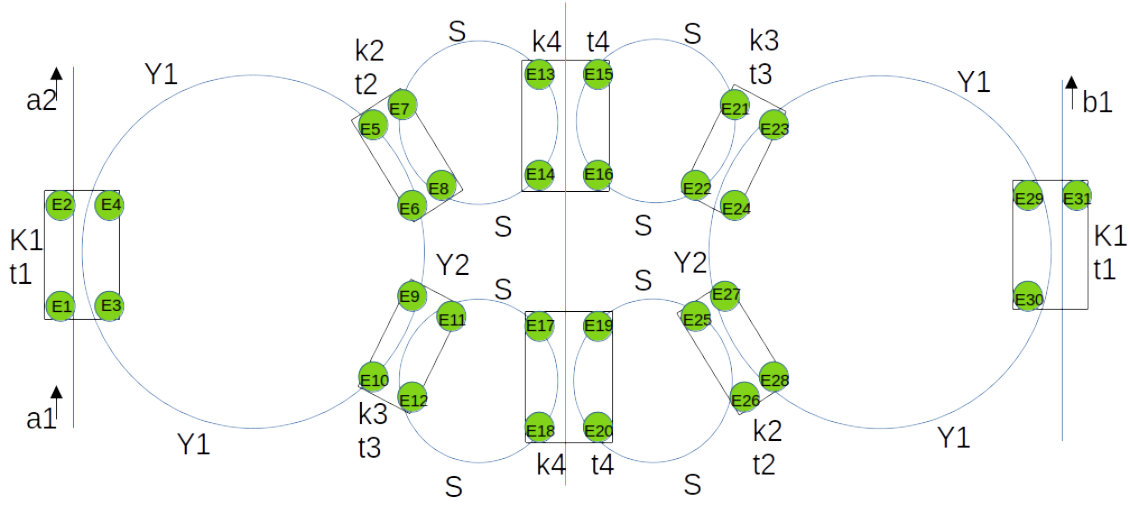
Para o dispositivo com um guia de onda, conhecido como do tipo *all-pass*, como primeiro passo é necessário fazer o seu espelhamento antes de gerar o grafo, matrizes de adjacência e matriz de função transferência. Assim, a partir da Figura 20, é feito o espelhamento como demonstrado na Figura 21.

Figura 20 – Diagrama do dispositivo do trabalho com um guia de onda.



Na Figura 20,  $a_1$  e  $a_2$  representam, respectivamente, a entrada e saída da luz no dispositivo e  $b_1$  representa a luz refletida que sai pela entrada do dispositivo. Os coeficientes de acoplamento ( $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  e  $k_4$ ) e os coeficientes de transmissão ( $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  e  $t_4$ ) estão relacionados ao acoplamento do anel externo com o guia de onda, dos anéis internos com o anel externo (índices 2 e 3) e com o acoplamento entre os anéis internos, respectivamente. Y1, Y2 e S representam a mudança de fase e o decaimento da onda de propagação no anel ressonador externo e internos, que pela equação 41 são definidos por:

Figura 21 – Técnica de espelhamento aplicada ao dispositivo do trabalho com um guia de onda.



$$Y1 = Ae^{j\left(\frac{2\pi(L/4)n}{\lambda}\right)}, \text{ com } L \text{ e } A \text{ da cavidade maior} \quad (47)$$

$$Y2 = Ae^{j\left(\frac{2\pi(L/2)n}{\lambda}\right)}, \text{ com } L \text{ e } A \text{ da cavidade maior} \quad (48)$$

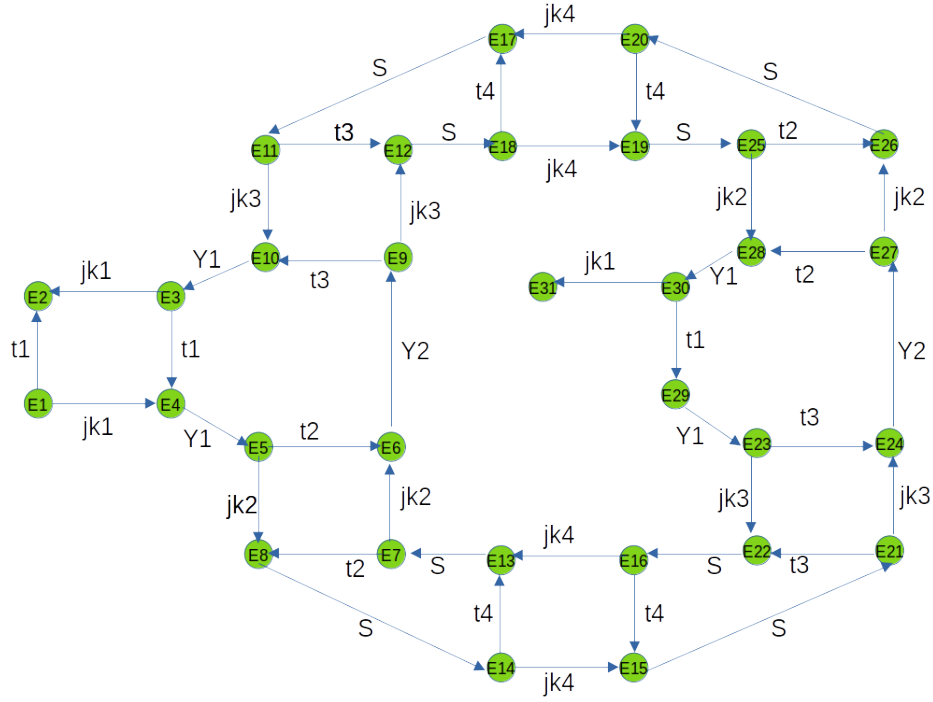
$$S = Ae^{j\left(\frac{2\pi(L/2)n}{\lambda}\right)}, \text{ com } L \text{ e } A \text{ da cavidade menor} \quad (49)$$

Com o espelhamento aplicado na Figura 21 é feito o grafo do dispositivo a partir das interações dos pontos demonstrados nos acoplamentos entre os elementos do dispositivo. O diagrama pode ser visualizado na Figura 22.

Para o próximo passo, com o grafo do dispositivo pronto é necessário primeiro gerar a matriz de adjacência, que é a matriz que correlaciona as interações entre os pontos do grafo, e partindo da matriz de adjacência pode ser gerada a matriz de função transferência, empregando a equação 44. A matriz de adjacência pode ser verificada na equação 50.



Figura 22 – Modelagem por grafo para o dispositivo do trabalho com um guia de onda.



|     | E1 | E2  | E3 | E4  | E5 | E6  | E7 | E8  | E9  | E10 | E11 | E12 | E13 | E14 | E15 | E16 | E17 | E18 | E19 | E20 | E21 | E22 | E23 | E24 | E25 | E26 | E27 | E28 | E29 | E30 | E31 |   |
|-----|----|-----|----|-----|----|-----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|---|
| E1  | 0  | t1  | 0  | jk1 | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |   |
| E2  | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |   |
| E3  | 0  | jk1 | 0  | t1  | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |   |
| E4  | 0  | 0   | 0  | 0   | Y1 | 0   | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |   |
| E5  | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | t2  | 0  | jk2 | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |   |
| E6  | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | Y2  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |   |
| E7  | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | jk2 | 0  | t2  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |   |
| E8  | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | S   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |   |
| E9  | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | t3  | 0   | jk3 | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |   |
| E10 | 0  | 0   | Y1 | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |   |
| E11 | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | jk3 | 0   | t3  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |   |
| E12 | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | S   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |   |
| E13 | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | S  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |   |
| E14 | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | t4  | 0   | jk4 | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |   |
| E15 | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | S   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |   |
| E16 | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | jk4 | 0   | t4  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |   |
| E17 | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | S   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |   |
| E18 | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | t4  | 0   | jk4 | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |   |
| E19 | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | S   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |   |
| E20 | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | jk4 | 0   | t4  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |   |
| E21 | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | t3  | 0   | jk3 | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |   |
| E22 | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | S   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |   |
| E23 | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | jk3 | 0   | t3  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |   |
| E24 | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | Y2  | 0   | 0   | 0   | 0   |   |
| E25 | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | t2  | 0   | jk2 | 0   | 0   | 0   |   |
| E26 | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | S   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |   |
| E27 | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | jk2 | 0   | t2  | 0   | 0   |   |
| E28 | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | Y1  | 0   |   |
| E29 | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | Y1  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |   |
| E30 | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | t1  | 0   | jk1 | 0   |   |
| E31 | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0 |

(50)

Observando o grafo do dispositivo na Figura 22, para obtermos a função transferência em relação a entrada e saída do mesmo temos que obter a relação  $E2/E1$  que é calculada no índice  $M(1,2)$ , sendo  $M$  a matriz de função transferência. O cálculo da matriz de função transferência foi gerado com a ajuda do software MatLab que utilizou-se da matriz de

adjacência retornando a função transferência E2/E1 como saída. A função transferência gerada pode ser vista na equação 51.

Para observar o comportamento do dispositivo a partir do método matemático trabalhado foi elaborado um código feito no MatLab presente no Apêndice A do qual gera o espectro de frequência para o dispositivo proposto no projeto. Para simular o dispositivo matematicamente foi utilizado os tamanhos reais propostos para esse dispositivo, consistindo em um anel externo com raio  $20\mu\text{m}$  e anéis internos com raios iguais de  $9,4375\mu\text{m}$ , com comprimento de onda variando no espectro infravermelho entre  $1,46\mu\text{m}$  e  $1,62\mu\text{m}$ . Foram utilizados os seguintes valores possíveis para os coeficientes de acoplamento:  $k_1=0,47$ ,  $k_2=0,345$ ,  $k_3=0,345$  e  $k_4=0,2$  e perdas espúrias sobre a intensidade ótica de  $\alpha_1 = 4,477\mu\text{m}^{-1}$ ,  $\alpha_2 = 0,36414\mu\text{m}^{-1}$  e  $\alpha_3 = 0,36414\mu\text{m}^{-1}$ .

A Figura 23(a) mostra o espectro gerado matematicamente, onde foi possível verificar a condição degenerada e não-degenerada do dispositivo. A condição não-degenerada ocorre quando o quadupletto está relacionado apenas com a degenerescência das ressonâncias dos anéis internos, como pode ser observado na Figura 23(c). Já a condição degenerada é quando ocorre um sextupletto relacionado aos três anéis do dispositivo, onde as ressonâncias dos anéis menores interferem com as ressonâncias do anel maior. Na simulação do dispositivo, o caso de condição degenerada ocorreu em torno do comprimento de onda  $1,49\mu\text{m}$  como pode ser observado na Figura 23(b).

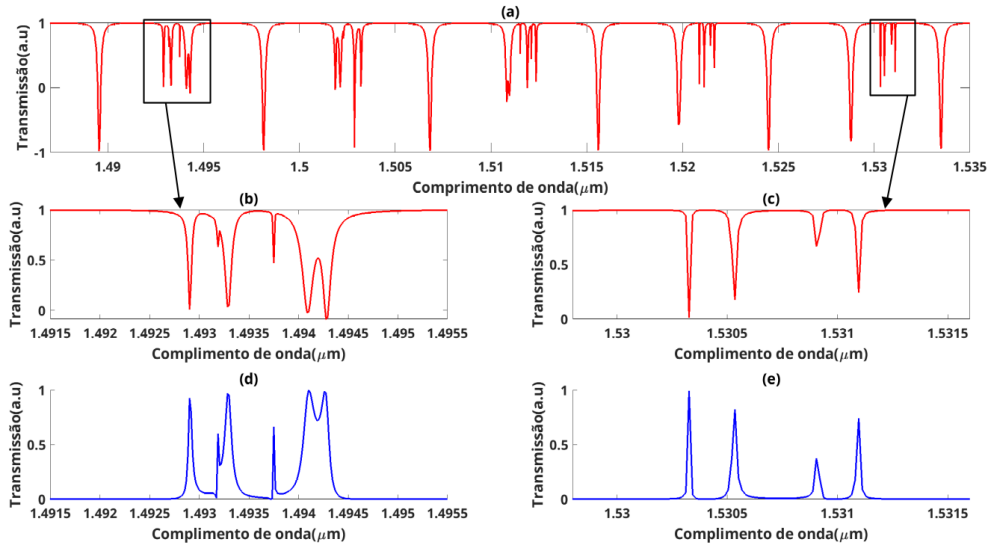
$$\begin{aligned}
E_2/E_1 = & t_1 - (jk_1^2 Y_1^2 Y_2 (jk_2^4 Y_1^2 Y_2 S^4 t_1 (jk_3^2 S^2 (-jk_4^2 + t_4^2) + t_3(t_4 + \\
& S^2 t_3(jk_4 - t_4)(jk_4 + t_4)))^2 + t_2(t_3 + jk_4^2 S^4 t_2(jk_3 - t_3)(jk_3 + t_3) + \\
& S^2(jk_3^2 - t_3(t_2 + t_3))t_4 + S^4 t_2(-jk_3^2 + t_3^2)t_4^2)(jk_3^2 Y_1^2 Y_2 S^2 t_1 t_2 \\
& (t_4 + S^2 t_2(jk_4 - t_4)(jk_4 + t_4)) - (-1 + Y_1^2 Y_2 t_1 t_2 t_3)(-1 + jk_4^2 \\
& S^4 t_2 t_3 + S^2 t_4(t_2 + t_3 - S^2 t_2 t_3 t_4))) - jk_2^2 S^2 (2jk_3^4 Y_1^2 Y_2 S^4 t_1 t_2(jk_4 - t_4)(jk_4 + t_4) \\
& (t_4 + S^2 t_2(jk_4 - t_4)(jk_4 + t_4)) + t_3(-1 + 2Y_1^2 Y_2 t_1 t_2 t_3)(t_4 + \\
& S^2 t_3(jk_4 - t_4)(jk_4 + t_4))(-1 + jk_4^2 S^4 t_2 t_3 + S^2 t_4(t_2 + t_3 - S^2 t_2 t_3 t_4)) + \\
& jk_3^2 S^2 (jk_4^4 S^4 t_2 t_3(1 - 4Y_1^2 Y_2 t_1 t_2 t_3) - (-1 + 4Y_1^2 Y_2 t_1 t_2 t_3) \\
& t_4^2(-1 + S^2 t_2 t_4)(-1 + S^2 t_3 t_4) + jk_4^2(1 + 2Y_1^2 Y_2 t_1 t_2 t_3 \\
& (-1 + 2S^2 t_2 t_4)(-1 + 2S^2 t_3 t_4) + S^2 t_4(t_2 + t_3 - 2S^2 t_2 t_3 t_4)))))))/ \\
& (jk_2^4 Y_1^4 Y_2^2 S^4 t_1^2 (jk_3^2 S^2 (-jk_4^2 + t_4^2) + t_3(t_4 + S^2 t_3(jk_4 - t_4)(jk_4 + t_4)))^2 + \\
& (jk_3^2 Y_1^2 Y_2 S^2 t_1 t_2(t_4 + S^2 t_2(jk_4 - t_4)(jk_4 + t_4)) - (-1 + Y_1^2 Y_2 t_1 t_2 t_3) \\
& (-1 + jk_4^2 S^4 t_2 t_3 + S^2 t_4(t_2 + t_3 - S^2 t_2 t_3 t_4)))^2 - 2jk_2^2 Y_1^2 Y_2 S^2 t_1 \\
& (jk_3^4 Y_1^2 Y_2 S^4 t_1 t_2(jk_4 - t_4)(jk_4 + t_4)(t_4 + S^2 t_2(jk_4 - t_4)(jk_4 + t_4)) + \\
& t_3(-1 + Y_1^2 Y_2 t_1 t_2 t_3)(t_4 + S^2 t_3(jk_4 - t_4)(jk_4 + t_4))(-1 + jk_4^2 S^4 t_2 t_3 + \\
& S^2 t_4(t_2 + t_3 - S^2 t_2 t_3 t_4)) + jk_3^2 S^2 (jk_4^4 S^4 t_2 t_3(1 - 2Y_1^2 Y_2 t_1 t_2 t_3) - (-1 + \\
& 2Y_1^2 Y_2 t_1 t_2 t_3)t_4^2(-1 + S^2 t_2 t_4)(-1 + S^2 t_3 t_4) + jk_4^2(1 + \\
& Y_1^2 Y_2 t_1 t_2 t_3(-1 + 2S^2 t_2 t_4)(-1 + 2S^2 t_3 t_4) + S^2 t_4(t_2 + t_3 - 2S^2 t_2 t_3 t_4))))))
\end{aligned} \tag{51}$$

Como o dispositivo analisado possui fluxo de luz nos dois sentidos, a luz é refletida de

volta na entrada do mesmo. A Figura 23(e) contém em azul o espectro normalizado da luz refletida pelo dispositivo para o caso não-degenerado. A Figura 23(d) contém em azul o espectro normalizado da luz refletida pelo dispositivo para o caso degenerado. A equação que define o espectro de luz refletida também pode ser obtida pela matriz transferência calculada, onde para esse caso seria a equação representada por M(1,31) que pode ser vista na equação 52.

$$\begin{aligned}
 E_{31}/E_1 = & (2jk_1^2jk_2jk_3jk_4Y_1^2Y_2S^2(t_2 - S^2t_2t_3t_4 + jk_2^2S^2(t_4 + \\
 & S^2t_3(jk_4 - t_4)(jk_4 + t_4)) - S^2t_2^2(t_4 + S^2t_3(jk_4 - t_4)(jk_4 + t_4))))/ \\
 & (jk_2^4Y_1^4Y_2^2S^4t_1^2(kk_3^2S^2(-jk_4^2 + t_4^2) + t_3(t_4 + S^2t_3(jk_4 - t_4)(jk_4 + t_4))))^2 + \\
 & (jk_3^2Y_1^2Y_2S^2t_1t_2(t_4 + S^2t_2(jk_4 - t_4)(jk_4 + t_4)) - \\
 & (-1 + Y_1^2Y_2t_1t_2t_3)(-1 + jk_4^2S^4t_2t_3 + S^2t_4(t_2 + t_3 - S^2t_2t_3t_4)))^2 - \\
 & 2jk_2^2Y_1^2Y_2S^2t_1(jk_3^4Y_1^2Y_2S^4t_1t_2(jk_4 - t_4)(jk_4 + t_4) \\
 & (t_4 + S^2t_2(jk_4 - t_4)(jk_4 + t_4)) + t_3(-1 + Y_1^2Y_2t_1t_2t_3) \\
 & (t_4 + S^2t_3(jk_4 - t_4)(jk_4 + t_4))(-1 + jk_4^2S^4t_2t_3 + S^2 \\
 & t_4(t_2 + t_3 - S^2t_2t_3t_4)) + jk_3^2S^2(jk_4^4S^4t_2t_3(1 - 2Y_1^2Y_2t_1t_2t_3) - \\
 & (-1 + 2Y_1^2Y_2t_1t_2t_3)t_4^2(-1 + S^2t_2t_4)(-1 + S^2t_3t_4) + \\
 & jk_4^2(1 + Y_1^2Y_2t_1t_2t_3(-1 + 2S^2t_2t_4)(-1 + 2S^2t_3t_4) + S^2t_4(t_2 + t_3 - 2S^2t_2t_3t_4))))))
 \end{aligned} \tag{52}$$

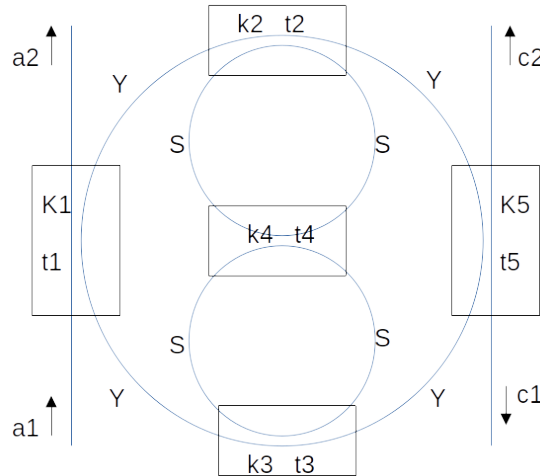
Figura 23 – Análise da resposta espectral do dispositivo com um guia de onda simulado com apoio da teoria de grafos: (a) Espectro transmissão simulado; (b) Detalhe do Sextupletto de ressonâncias; (c) Detalhe do Quadupletto de ressonâncias; (d) Detalhe da resposta espectral normalizada de refexão do sextupletto de ressonâncias e do (e) quadupletto de ressonâncias.



### 3.3.2 Modelo matemático do dispositivo com dois guias de onda - *Add-drop*

Para o dispositivo com 2 guias de onda, conhecido como do tipo add-drop, é aplicado os mesmos passos da subseção anterior para descrever a sua resposta espectral. A partir da Figura 24 é feito o espelhamento como demonstrado na Figura 25. Após o espelhamento é gerado o diagrama de grafo para o dispositivo que pode ser visualizado na Figura 26. Com o grafo é possível gerar a matriz de adjacência, que pode ser visualizada na equação 53, e a partir dessa matriz pode ser gerado a matriz de função transferência, dada pela equação 44.

Figura 24 – Diagrama do dispositivo do trabalho com 2 guias de onda.



Na Figura 24,  $a_1$  representa a entrada de luz no dispositivo e  $a_2$ ,  $c_1$  e  $c_2$  representam as saídas de luz no dispositivo. Os coeficientes de acoplamento ( $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $k_4$  e  $k_5$ ) e os coeficientes de transmissão ( $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$ ,  $t_4$  e  $t_5$ ) estão relacionados ao acoplamento das cavidades, como mostrado na Figura 24, bem como  $Y$  e  $S$  que são as mudanças de fase e decaimento da onda de propagação nos anéis, que pela equação 41 são definidos pelas equações 47 e 49.

Para obtermos a função transferência em relação a entrada e saída do dispositivo temos que obter a relação  $E_2/E_1$ , calculada no índice  $M(1,2)$ , sendo  $M$  a matriz de função transferência. A função transferência obtida corresponde à 54. Como o dispositivo analisado possui fluxo de luz nos dois sentidos, a luz é refletida de volta para entrada. Além do dispositivo possuir dois guias de onda acoplados, o que faz a luz escapar pelas saídas  $c_1$  e  $c_2$  da Figura 24. Essas saídas são conhecidas como *drop* e *add* nestes tipos de dispositivos, porém nestes casos é para realimentação de luz no dispositivo, onde há uma

Figura 25 – Técnica de espelhamento aplicada ao dispositivo do trabalho com 2 guias de onda.

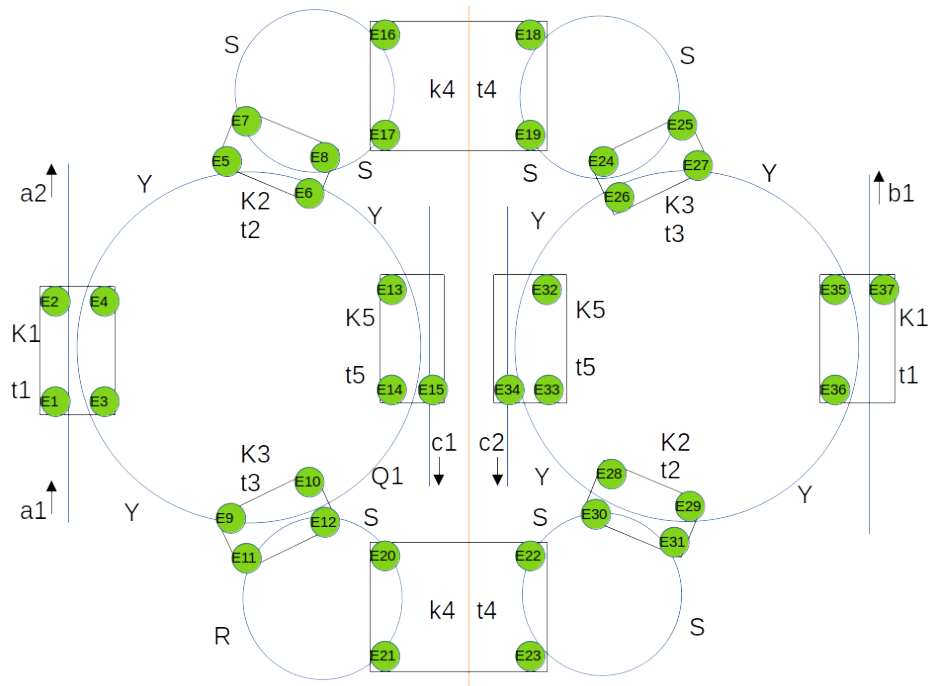
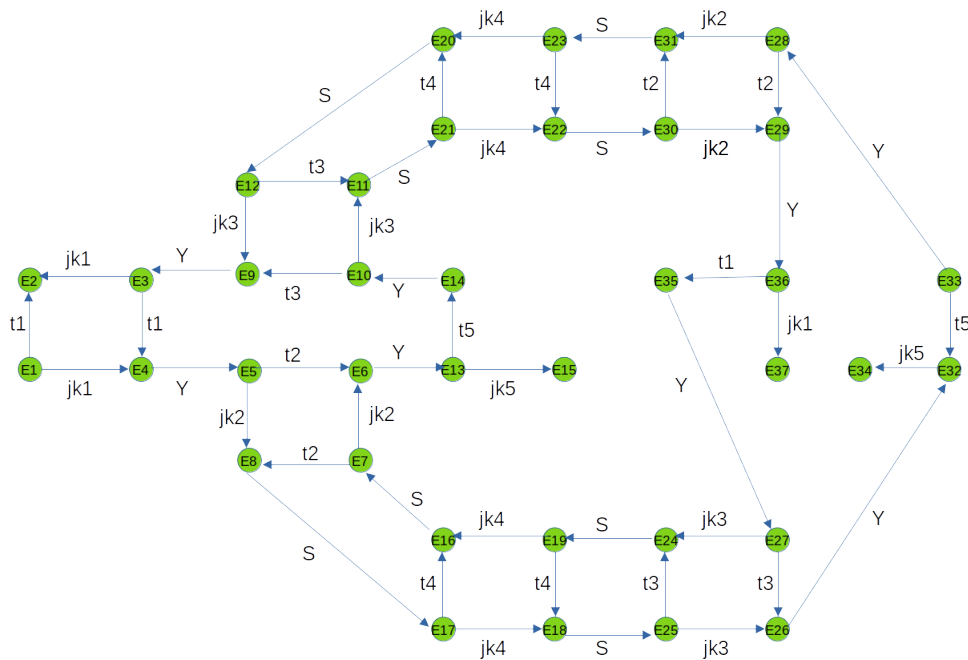


Figura 26 – Modelagem por grafo para o dispositivo do trabalho com 2 guias de onda.



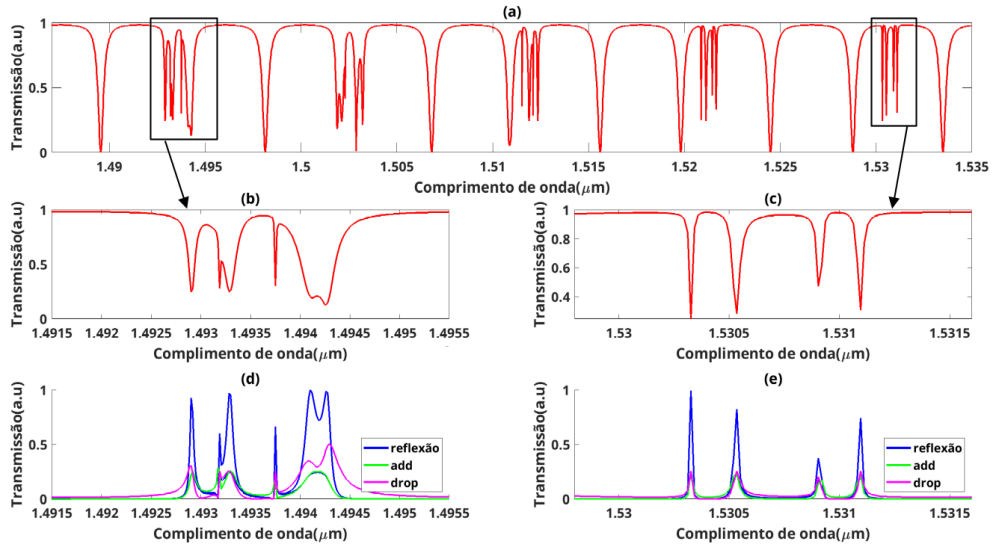
entrada de luz em *add* e uma saída de luz em *drop*. A fim de não causar confusões as saídas foram denominadas de c1 e c2. As equações que definem o espectro de luz refletida(a2), o espectro de luz em c2 e o espectro de luz em c1 podem ser obtidas pela matriz transferência calculada, onde para o caso calculado seriam as equações representadas por M(1,37),



$$\begin{aligned}
E34/E1 = & -((jk_1jk_2^2jk_4jk_5Y^2S^2(-(-1+S^2t_2t_4)^2 - Y^4t_1(t_2+S^2(jk_2-t_2)(jk_2+t_2)t_4)^2 \\
& t_5 + jk_4^2S^4(t_2^2 + Y^4t_1(jk_2^2 - t_2^2)t_5)))/(jk_4^4S^8(t_2^2 - Y^4t_1 \\
& (jk_2^2 - t_2^2)^2t_5)^2 + ((-1+S^2t_2t_4)^2 - Y^4t_1(t_2+S^2(jk_2-t_2)(jk_2+t_2)t_4)^2 \\
& t_4)^2t_5)^2 - 2jk_4^2S^4(jk_2^4Y^4t_1t_5 + (t_2 - S^2t_2^2t_4 + Y^4t_1(jk_2-t_2)(jk_2+t_2) \\
& (t_2 + S^2(jk_2-t_2)(jk_2+t_2)t_4)t_5)^2)))
\end{aligned} \tag{56}$$

$$\begin{aligned}
E15/E1 = & -((jk_1jk_5Y^2(-jk_2^2S^2t_4 + 2S^2t_2^2t_4 + S^4t_2^3(jk_4-t_4)(jk_4+t_4) + t_2 \\
& (-1 + jk_2^2S^4(-jk_4^2 + t_4^2))((-1+S^2t_2t_4)^2 - Y^4t_1(t_2+S^2(jk_2-t_2)(jk_2+t_2)t_4)^2 \\
& t_5 + jk_4^2S^4(-t_2^2 + Y^4t_1(jk_2^2 - t_2^2)t_5)))/(jk_4^4S^8(t_2^2 - Y^4t_1 \\
& (jk_2^2 - t_2^2)^2t_5)^2 + ((-1+S^2t_2t_4)^2 - Y^4t_1(t_2+S^2(jk_2-t_2)(jk_2+t_2)t_4)^2t_5)^2 - \\
& 2jk_4^2S^4(jk_2^4Y^4t_1t_5 + (t_2 - S^2t_2^2t_4 + Y^4t_1(jk_2-t_2)(jk_2+t_2) \\
& (t_2 + S^2(jk_2-t_2)(jk_2+t_2)t_4)t_5)^2)))
\end{aligned} \tag{57}$$

Figura 27 – Análise da resposta espectral do dispositivo com dois guias de onda, simulado com apoio da teoria de grafos: (a) Espectro de transmissão simulado; (b) Detalhe do sextupletto de ressonâncias; (c) Detalhe do quadupletto de ressonâncias; (d) Detalhe da resposta espectral normalizada de reflexão, add e drop do sextupletto de ressonâncias e do (e) quadupletto de ressonâncias, em cada uma das portas do dispositivo.



Assim como na seção anterior, para simular esse dispositivo matematicamente, foi utilizado os tamanhos reais propostos, sendo: anel externo com raio  $20\mu\text{m}$  e anéis internos com raios iguais de  $9,4375\mu\text{m}$ , com comprimento de onda variando no espectro infravermelho entre  $1,46\mu\text{m}$  e  $1,62\mu\text{m}$ . Foram utilizados os seguintes valores para os coeficientes de acoplamento:  $k_1=0,47$ ,  $k_2=0,345$ ,  $k_3=0,345$ ,  $k_4=0,2$  e  $k_5=0,47$  e perdas espúrias sobre a intensidade ótica  $\alpha_1 = 4,477\mu\text{m}^{-1}$ ,  $\alpha_2 = 0,36414\mu\text{m}^{-1}$  e  $\alpha_3 = 0,36414\mu\text{m}^{-1}$ .

A Figura 27(a) mostra o espectro gerado matematicamente, onde foi possível verificar a condição degenerada e não-degenerada do dispositivo. A condição degenerada pode ser observada na Figura 27(b). Já a condição não-degenerada ocorreu em torno do comprimento de onda  $1,49\mu\text{m}$  como pode ser observado na Figura 27(c). A Figura 27(d) contém em azul o espectro normalizado da luz refletida pelo dispositivo, em verde o espectro normalizado da luz na saída c2 e em violeta o espectro normalizado da luz na saída c1 para o caso degenerado. A Figura 27(e) contém em azul o espectro normalizado da luz refletida pelo dispositivo, em verde o espectro normalizado da luz na saída c2 e em violeta o espectro normalizado da luz na saída c1 para o caso não-degenerado.



---

## Capítulo 4

# Simulações Computacionais

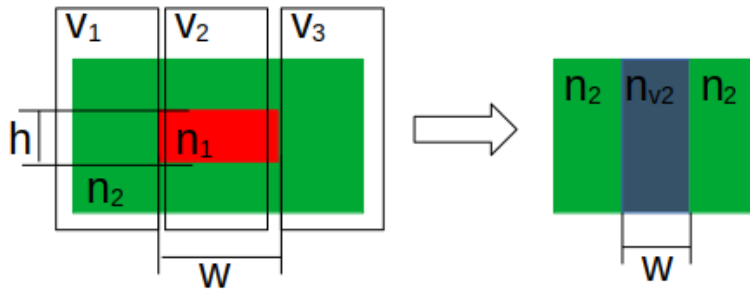
---

### 4.1 Validação do método do índice efetivo

Um dos métodos mais empregados na solução das equações de Maxwell em uma grade espacial e temporal discreta é o Método de Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD). As simulações FDTD tridimensionais (3D) em larga escala são frequentemente necessárias para simular computacionalmente o comportamento de dispositivos fotônicos, porém, elas podem ser demoradas e caras, uma vez que exigem equipamentos computacionalmente robustos. Nesse sentido, o método do índice efetivo é uma técnica usada para calcular a propagação da luz através de guias de onda, como é apresentado na seção 2.1.1 do capítulo 2, mas quando empregado junto com a técnica FDTD, esse método reduz o esforço computacional e permite simular dispositivos complexos como PMs. Essa redução ocorre graças a sua capacidade de transformar uma análise numérica de um sistema retangular 3D em um sistema planar bidimensional (2D). As modelagens numéricas do dispositivo desse trabalho foram feitas a partir do método do índice efetivo para a redução do domínio computacional de 3D para 2D e todas as simulações foram feitas no software comercial RSoft, onde a técnica FDTD é empregada no módulo FullWAVE. Esta seção vai provar que o método pode ser utilizado para fazer as simulações com diferença de menos de 0,2% entre o índice efetivo calculado em um dispositivo 2D e o índice obtido para o mesmo dispositivo 3D.

Para demonstrar o uso do método do índice efetivo, todas as validações foram feitas para o caso de um guia de onda com núcleo de silício com as dimensões padrões propostas no trabalho e comumente utilizadas na literatura (450 nm de largura x 220 nm de altura) e no entorno do guia têm-se dióxido de silício ( $SiO_2$ ), cujo índice de refração é menor que o do silício, garantindo o confinamento da luz (Figura 28). Também foram feitas

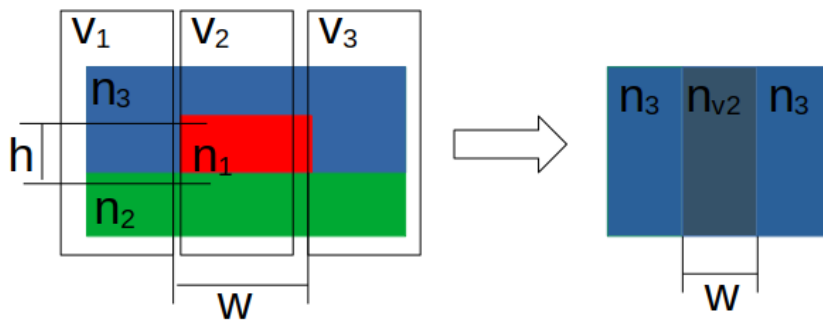
Figura 28 – Guia de onda de silício envolto em dióxido de silício.



$n_1$ : índice de refração do silício.  $n_2$ : índice de refração do dióxido de silício.

simulações, já pensando o caso de aplicação desse dispositivo como sensor óptico, para um guia de silício (450nm x 220nm), sobre uma camada de dióxido de silício e um analito alvo localizado sobre o guia de onda. Esse analito alvo foi variado desde água pura até soluções aquosas com determinadas porcentagens de etilenoglicol (Figura 29). A Tabela 1 mostra os valores dos índices de refração que foram utilizados para todos os materiais envolvidos, bem como os analitos alvos com diferentes concentrações. Foram utilizados os valores de índices de refração para o comprimento de onda de 1550nm presente em MORAS (2022).

Figura 29 – Esquema de um Guia de onda de silício (retângulo vermelho), dióxido de silício (verde) e água com etilenoglicol (azul). A direita é possível observar o guia de onda aproximado (2D) após aplicação do método do índice efetivo.



$n_1$  é o índice de refração do silício;  $n_2$  é o índice de refração do dióxido de silício e  $n_3$  é o índice de refração da água com determinada concentração de etilenoglicol

Para as simulações a partir do software RSoft, foi utilizada a luz no espectro infravermelho com o comprimento de onda variando entre  $1,46\mu\text{m}$  à  $1,62\mu\text{m}$ . Foram simulados os índices efetivos dos guias de onda 3D, seguido de simulações para os guias de onda 2D, realizadas a partir do método do índice efetivo. Com isso foi possível realizar a compa-

Tabela 1 – Índice de refração da luz nos respectivos materiais para 1550nm.

| Material      | n      |
|---------------|--------|
| $H_2O$        | 1,3166 |
| 5EG – $H_2O$  | 1,3217 |
| 10EG – $H_2O$ | 1,3270 |
| 15EG – $H_2O$ | 1,3319 |
| 20EG – $H_2O$ | 1,3379 |
| 25EG – $H_2O$ | 1,3431 |
| $SiO_2$       | 1,4430 |

ração entre os índices efetivos 3D e os obtidos com a aproximação. As porcentagens de etilenoglicol na água variaram de 0% à 25%. A média geral em porcentagem do erro entre os valores de índice efetivo obtidos na simulação 3D e os valores obtidos na simulação pelo método do índice efetivo 2D pode ser observada na tabela 2. Os valores de índice efetivo em função do comprimento de onda, simulados para cada caso de guia de onda recoberto com dióxido de silício, água ou concentrações de etilenoglicol, podem ser observados nas tabelas 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.

Tabela 2 – Média geral do erro entre os valores de índice de refração na simulação 3D e na simulação 2D, obtido pelo método do índice efetivo.

|               |       |
|---------------|-------|
| $SiO_2$       | 0,22% |
| $H_2O$        | 0,13% |
| 5%EG- $H_2O$  | 0,15% |
| 10%EG- $H_2O$ | 0,16% |
| 15%EG- $H_2O$ | 0,17% |
| 20%EG- $H_2O$ | 0,19% |
| 25%EG- $H_2O$ | 0,20% |
| MÉDIA GERAL   | 0,17% |

Tabela 3 – Comparação para guia de onda de silício coberto por dióxido de silício.

| $\lambda(\mu\text{m})$ | Método 2D    | Simulação 3D | Diferença    | Erro  |
|------------------------|--------------|--------------|--------------|-------|
| 1,46                   | 2,5492038360 | 2,5571151280 | 0,0079112920 | 0,31% |
| 1,47                   | 2,5385443220 | 2,5462019850 | 0,0076576630 | 0,30% |
| 1,48                   | 2,5278803270 | 2,5352791860 | 0,0073988590 | 0,29% |
| 1,49                   | 2,5172114340 | 2,5243477410 | 0,0071363070 | 0,28% |
| 1,50                   | 2,5065420630 | 2,5133163080 | 0,0067742450 | 0,27% |
| 1,51                   | 2,4959740380 | 2,5024285740 | 0,0064545360 | 0,26% |
| 1,52                   | 2,4854062420 | 2,4916044150 | 0,0061981730 | 0,25% |
| 1,53                   | 2,4748400110 | 2,4807259790 | 0,0058859680 | 0,24% |
| 1,54                   | 2,4642813900 | 2,4698689210 | 0,0055875310 | 0,23% |
| 1,55                   | 2,4537232060 | 2,4590094920 | 0,0052862860 | 0,21% |
| 1,56                   | 2,4431705640 | 2,4481488970 | 0,0049783330 | 0,20% |
| 1,57                   | 2,4326251570 | 2,4372882640 | 0,0046631070 | 0,19% |
| 1,58                   | 2,4220884620 | 2,4266040590 | 0,0045155970 | 0,19% |
| 1,59                   | 2,4115621940 | 2,4155716540 | 0,0040094600 | 0,17% |
| 1,60                   | 2,4010474830 | 2,4047181270 | 0,0036706440 | 0,15% |
| 1,61                   | 2,3905460710 | 2,3938693970 | 0,0033233260 | 0,14% |
| 1,62                   | 2,3800595400 | 2,3830267840 | 0,0029672440 | 0,12% |
| MÉDIA                  |              |              | 0,0055540336 | 0,22% |

Tabela 4 – Comparação para guia de onda de silício coberto por água.

| $\lambda(\mu\text{m})$ | Método 2D    | Simulação 3D | Diferença    | Erro  |
|------------------------|--------------|--------------|--------------|-------|
| 1,46                   | 2,5262925960 | 2,5231319820 | 0,0031606140 | 0,13% |
| 1,47                   | 2,5150650070 | 2,5118921540 | 0,0031728530 | 0,13% |
| 1,48                   | 2,5038215180 | 2,5006369220 | 0,0031845960 | 0,13% |
| 1,49                   | 2,4925633390 | 2,4893673460 | 0,0031959930 | 0,13% |
| 1,50                   | 2,4812915150 | 2,4780845080 | 0,0032070070 | 0,13% |
| 1,51                   | 2,4701124440 | 2,4668958880 | 0,0032165560 | 0,13% |
| 1,52                   | 2,4589219220 | 2,4556960190 | 0,0032259030 | 0,13% |
| 1,53                   | 2,4477212040 | 2,4444860370 | 0,0032351670 | 0,13% |
| 1,54                   | 2,4365115770 | 2,4332671030 | 0,0032444740 | 0,13% |
| 1,55                   | 2,4252943680 | 2,4220404070 | 0,0032539610 | 0,13% |
| 1,56                   | 2,4140728040 | 2,4108071610 | 0,0032656430 | 0,14% |
| 1,57                   | 2,4028447830 | 2,3995686030 | 0,0032761800 | 0,14% |
| 1,58                   | 2,3916072700 | 2,3883260010 | 0,0032812690 | 0,14% |
| 1,59                   | 2,3803733400 | 2,3770806460 | 0,0032926940 | 0,14% |
| 1,60                   | 2,3691389890 | 2,3658338550 | 0,0033051340 | 0,14% |
| 1,61                   | 2,3579057680 | 2,3545869730 | 0,0033187950 | 0,14% |
| 1,62                   | 2,3466848630 | 2,3433413720 | 0,0033434910 | 0,14% |
| MÉDIA                  |              |              | 0,0032459018 | 0,13% |

Tabela 5 – Comparação para guia de onda de silício coberto por 5% etilenoglicol diluído em água.

| $\lambda(\mu\text{m})$ | Método 2D    | Simulação 3D | Diferença    | Erro  |
|------------------------|--------------|--------------|--------------|-------|
| 1,46                   | 2,5271672060 | 2,5237763110 | 0,0033908950 | 0,13% |
| 1,47                   | 2,5159626370 | 2,5125504650 | 0,0034121720 | 0,14% |
| 1,48                   | 2,5047426870 | 2,5013094430 | 0,0034332440 | 0,14% |
| 1,49                   | 2,4935085050 | 2,4900543040 | 0,0034542010 | 0,14% |
| 1,50                   | 2,4822612740 | 2,4787861340 | 0,0034751400 | 0,14% |
| 1,51                   | 2,4711072800 | 2,4676123320 | 0,0034949480 | 0,14% |
| 1,52                   | 2,4599423130 | 2,4564275110 | 0,0035148020 | 0,14% |
| 1,53                   | 2,4487676970 | 2,4452328060 | 0,0035348910 | 0,14% |
| 1,54                   | 2,4375847290 | 2,4340293810 | 0,0035553480 | 0,15% |
| 1,55                   | 2,4263947400 | 2,4228184220 | 0,0035763180 | 0,15% |
| 1,56                   | 2,4152009770 | 2,4116011450 | 0,0035998320 | 0,15% |
| 1,57                   | 2,4040013180 | 2,4003787890 | 0,0036225290 | 0,15% |
| 1,58                   | 2,3927927150 | 2,3891526180 | 0,0036400970 | 0,15% |
| 1,59                   | 2,3815883100 | 2,3779239240 | 0,0036643860 | 0,15% |
| 1,60                   | 2,3703840740 | 2,3666940250 | 0,0036900490 | 0,16% |
| 1,61                   | 2,3591815600 | 2,3554642660 | 0,0037172940 | 0,16% |
| 1,62                   | 2,3479919970 | 2,3442360160 | 0,0037559810 | 0,16% |
| MÉDIA                  |              |              | 0,0035607134 | 0,15% |

Tabela 6 – Comparação para guia de onda de silício coberto por 10% etilenoglicol diluído em água.

| $\lambda(\mu\text{m})$ | Método 2D    | Simulação 3D | Diferença    | Erro  |
|------------------------|--------------|--------------|--------------|-------|
| 1,46                   | 2,5280743800 | 2,5244451450 | 0,0036292350 | 0,14% |
| 1,47                   | 2,5168936480 | 2,5132338030 | 0,0036598450 | 0,15% |
| 1,48                   | 2,5056980670 | 2,5020075200 | 0,0036905470 | 0,15% |
| 1,49                   | 2,4944887960 | 2,4907673580 | 0,0037214380 | 0,15% |
| 1,50                   | 2,4832670250 | 2,4795144010 | 0,0037526240 | 0,15% |
| 1,51                   | 2,4721388550 | 2,4683559730 | 0,0037828820 | 0,15% |
| 1,52                   | 2,4610003310 | 2,4571867610 | 0,0038135700 | 0,16% |
| 1,53                   | 2,4498527940 | 2,4460079010 | 0,0038448930 | 0,16% |
| 1,54                   | 2,4386974090 | 2,4348205590 | 0,0038768500 | 0,16% |
| 1,55                   | 2,4275355810 | 2,4236259230 | 0,0039096580 | 0,16% |
| 1,56                   | 2,4163705800 | 2,4124252070 | 0,0039453730 | 0,16% |
| 1,57                   | 2,4052002580 | 2,4012196510 | 0,0039806070 | 0,17% |
| 1,58                   | 2,3940215550 | 2,3900105190 | 0,0040110360 | 0,17% |
| 1,59                   | 2,3828476840 | 2,3787991040 | 0,0040485800 | 0,17% |
| 1,60                   | 2,3716745850 | 2,3675867220 | 0,0040878630 | 0,17% |
| 1,61                   | 2,3605038200 | 2,3563747150 | 0,0041291050 | 0,18% |
| 1,62                   | 2,3493466580 | 2,3451644560 | 0,0041822020 | 0,18% |
| MÉDIA                  |              |              | 0,0038862534 | 0,16% |

Tabela 7 – Comparação para guia de onda de silício coberto por 15% etilenoglicol diluído em água.

| $\lambda(\mu\text{m})$ | Método 2D    | Simulação 3D | Diferença    | Erro  |
|------------------------|--------------|--------------|--------------|-------|
| 1,46                   | 2,5289241540 | 2,5250721400 | 0,0038520140 | 0,15% |
| 1,47                   | 2,5177657120 | 2,5138743860 | 0,0038913260 | 0,15% |
| 1,48                   | 2,5065929170 | 2,5026619110 | 0,0039310060 | 0,16% |
| 1,49                   | 2,4954069380 | 2,4914357780 | 0,0039711600 | 0,16% |
| 1,50                   | 2,4842089700 | 2,4801970730 | 0,0040118970 | 0,16% |
| 1,51                   | 2,4731049990 | 2,4690530440 | 0,0040519550 | 0,16% |
| 1,52                   | 2,4619911960 | 2,4578984510 | 0,0040927450 | 0,17% |
| 1,53                   | 2,4508688350 | 2,4467344340 | 0,0041344010 | 0,17% |
| 1,54                   | 2,4397392240 | 2,4355621570 | 0,0041770670 | 0,17% |
| 1,55                   | 2,4286037770 | 2,4243828070 | 0,0042209700 | 0,17% |
| 1,56                   | 2,4174656450 | 2,4131976010 | 0,0042680440 | 0,18% |
| 1,57                   | 2,4063171200 | 2,4020077800 | 0,0043093400 | 0,18% |
| 1,58                   | 2,3951719570 | 2,3908146060 | 0,0043573510 | 0,18% |
| 1,59                   | 2,3840266030 | 2,3796193720 | 0,0044072310 | 0,19% |
| 1,60                   | 2,3728825840 | 2,3684233940 | 0,0044591900 | 0,19% |
| 1,61                   | 2,3617414640 | 2,3572280150 | 0,0045134490 | 0,19% |
| 1,62                   | 2,3506145530 | 2,3460346040 | 0,0045799490 | 0,20% |
| MÉDIA                  |              |              | 0,0041899468 | 0,17% |

Tabela 8 – Comparação para guia de onda de silício coberto por 20% etilenoglicol diluído em água.

| $\lambda(\mu\text{m})$ | Método 2D    | Simulação 3D | Diferença    | Erro  |
|------------------------|--------------|--------------|--------------|-------|
| 1,46                   | 2,5299718950 | 2,5258458410 | 0,0041260540 | 0,16% |
| 1,47                   | 2,5188408830 | 2,5146648430 | 0,0041760400 | 0,17% |
| 1,48                   | 2,5076961300 | 2,5034693940 | 0,0042267360 | 0,17% |
| 1,49                   | 2,4965388080 | 2,4922605590 | 0,0042782490 | 0,17% |
| 1,50                   | 2,4853701230 | 2,4810394260 | 0,0043306970 | 0,17% |
| 1,51                   | 2,4742959240 | 2,4699131500 | 0,0043827740 | 0,18% |
| 1,52                   | 2,4632125280 | 2,4587765810 | 0,0044359470 | 0,18% |
| 1,53                   | 2,4521212170 | 2,4476308620 | 0,0044903550 | 0,18% |
| 1,54                   | 2,4410233070 | 2,4364771570 | 0,0045461500 | 0,19% |
| 1,55                   | 2,4299218560 | 2,4253166550 | 0,0046052010 | 0,19% |
| 1,56                   | 2,4188150500 | 2,4141505720 | 0,0046644780 | 0,19% |
| 1,57                   | 2,4077001770 | 2,4029801470 | 0,0047200300 | 0,20% |
| 1,58                   | 2,3965894500 | 2,3918066450 | 0,0047828050 | 0,20% |
| 1,59                   | 2,3854791450 | 2,3806313570 | 0,0048477880 | 0,20% |
| 1,60                   | 2,3743708610 | 2,3694555990 | 0,0049152620 | 0,21% |
| 1,61                   | 2,3632750450 | 2,3582807140 | 0,0049943310 | 0,21% |
| 1,62                   | 2,3521766800 | 2,3471080690 | 0,0050686110 | 0,22% |
| MÉDIA                  |              |              | 0,0045642064 | 0,19% |

Tabela 9 – Comparação para guia de onda de silício coberto por 25% etilenoglicol diluído em água.

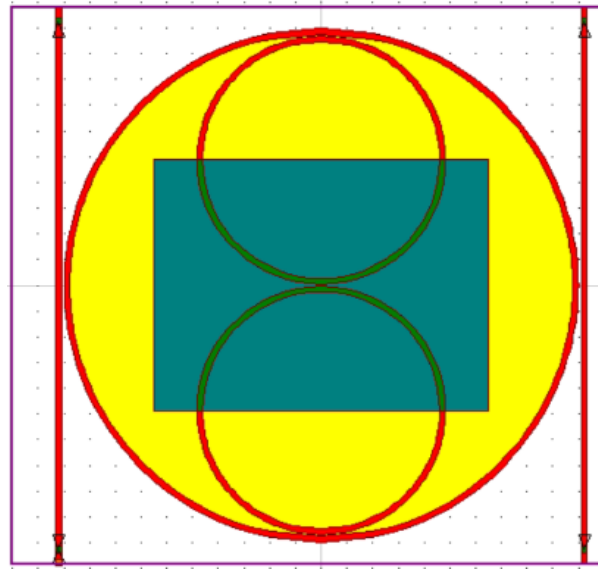
| $\lambda(\mu\text{m})$ | Método 2D    | Simulação 3D | Diferença    | Erro  |
|------------------------|--------------|--------------|--------------|-------|
| 1,46                   | 2,5308649030 | 2,5265058390 | 0,0043590640 | 0,17% |
| 1,47                   | 2,5197572270 | 2,5153391220 | 0,0044181050 | 0,18% |
| 1,48                   | 2,5086363260 | 2,5041581860 | 0,0044781400 | 0,18% |
| 1,49                   | 2,4975033780 | 2,4929640960 | 0,0045392820 | 0,18% |
| 1,50                   | 2,4863595980 | 2,4817579410 | 0,0046016570 | 0,19% |
| 1,51                   | 2,4753107150 | 2,4706467960 | 0,0046639190 | 0,19% |
| 1,52                   | 2,4642531730 | 2,4595255900 | 0,0047275830 | 0,19% |
| 1,53                   | 2,4531882590 | 2,4483954660 | 0,0047927930 | 0,20% |
| 1,54                   | 2,4421172950 | 2,4372575890 | 0,0048597060 | 0,20% |
| 1,55                   | 2,4310433610 | 2,4261131490 | 0,0049302120 | 0,20% |
| 1,56                   | 2,4199646200 | 2,4149633610 | 0,0050012590 | 0,21% |
| 1,57                   | 2,4088783460 | 2,4038094650 | 0,0050688810 | 0,21% |
| 1,58                   | 2,3977967490 | 2,3926527230 | 0,0051440260 | 0,21% |
| 1,59                   | 2,3867162170 | 2,3814944320 | 0,0052217850 | 0,22% |
| 1,60                   | 2,3756383570 | 2,3703359030 | 0,0053024540 | 0,22% |
| 1,61                   | 2,3645735180 | 2,3591784800 | 0,0053950380 | 0,23% |
| 1,62                   | 2,3535066790 | 2,3480235280 | 0,0054831510 | 0,23% |
| MÉDIA                  |              |              | 0,0048815915 | 0,20% |

## 4.2 Simulação da resposta espectral do dispositivo

As simulações para a análise da resposta espectral do dispositivo foram realizadas por meio do software RSoft, empregando o módulo FULLWave e foi utilizado o método do índice efetivo para garantir o menor esforço computacional possível. Para simular foram utilizados os tamanhos propostos: um anel externo com raio  $20\mu\text{m}$  e anéis internos com raios iguais a  $9,4375\mu\text{m}$ , guias de silício nas dimensões padrão ( $450\text{nm} \times 220\text{nm}$ ), com comprimento de onda variando no espectro infravermelho entre  $1,46\mu\text{m}$  e  $1,62\mu\text{m}$ . A fim de garantir o funcionamento do dispositivo proposto como um sensor de índice de refração, foi feita uma modificação no índice efetivo no acoplamento entre as cavidades menores do dispositivo, como mostrado na Figura 30. Para estudar a mudança do índice efetivo nessa região, foi simulado o dispositivo com uma janela na região de acoplamento das duas cavidades menores para que fosse possível a troca de materiais nesta janela, simulada por meio da modificação do índice efetivo nessa região. Os materiais utilizados como analito foram água e etilenoglicol diluído em água, com concentrações variando de 5% à 25% de diluição (Figura 30).

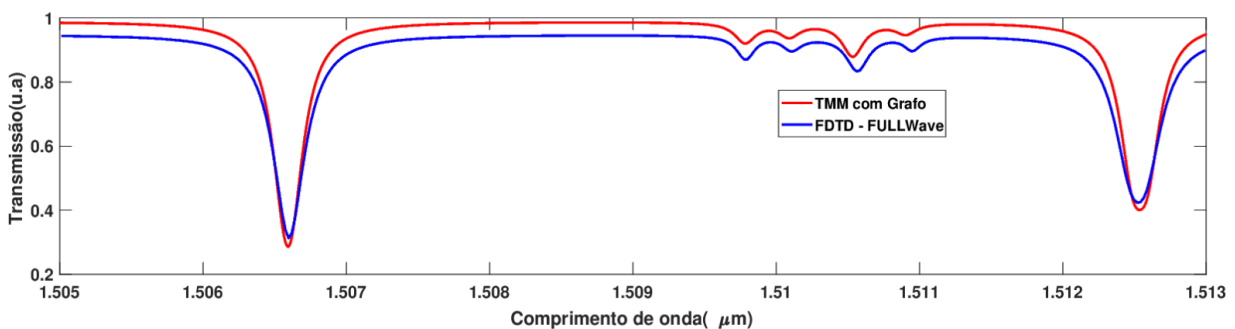
Para investigar a precisão do método matemático desenvolvido a partir da teoria de grafos, confrontamos esse resultado com os obtidos a partir da simulação realizada no

Figura 30 – Dispositivo simulado com uma janela de detecção aberta sobre as cavidades internas.



FULLWave. Com isso, foi feito um *fitting* no espectro de transmissão obtido por FDTD (Figura 31), a partir do *software* MatLab. Os valores dos parâmetros obtidos do *fitting* para os coeficientes de acoplamento são  $k_1=0,25$ ;  $k_2=0,4$ ;  $k_4=0,23$ ;  $k_3=0,4$  e  $k_5=0,25$ . Para o coeficiente de atenuação no anel maior o valor é 0,991 e nos anéis menores o valor é 0,989. A faixa de comprimento de onda utilizada no *fitting* foi de  $1,505 \mu\text{m}$  a  $1,513 \mu\text{m}$  e um desvio de fase foi adicionado ao índice efetivo das cavidades internas na janela de detecção com valor de  $\varphi=0,25$ .

Figura 31 – *Fitting* utilizando o modelo de Matriz de Transferência com Grafos no resultado obtido pela simulação FDTD.

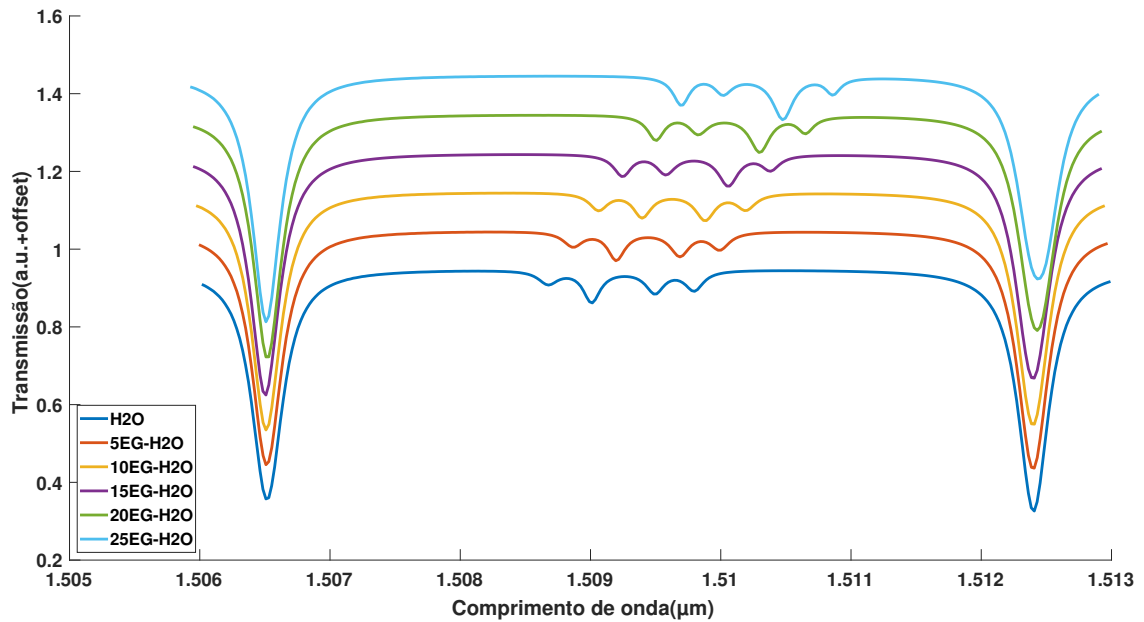


A Figura 32 demonstra os espectros de transmissão gerados a partir da simulação do dispositivo sem janela e dos dispositivos com janela, contendo diferentes concentrações de etilenoglicol. Para melhor visualização no gráfico, foi realizado um deslocamento dos espectros em relação ao eixo "Transmissão". A partir da Figura 32 pode-se notar o deslocamento das ressonâncias dos anéis menores a cada acréscimo na concentração de



etilenoglicol da solução. Esse deslocamento é para o vermelho, ou seja, a cada aumento na porcentagem de etilenoglicol da solução, a posição das ressonâncias das cavidades internas deslocam em média de aproximadamente  $0,2\mu\text{m}$  para comprimentos de onda maiores. Nota-se também que as ressonâncias da cavidade maior não mudam de posição, o que é esperado dado que a janela aberta no dispositivo não interage com a cavidade externa, responsável por essa ressonância. Dessa forma, essa ressonância passa a ser a ressonância de referência do sensor e deverá ser utilizada para medidas diferenciais, reduzindo a dependência da resposta do sensor com mudanças de temperatura. Essa discussão sobre o método de detecção e extração da sensibilidade será feita no Capítulo 6.

Figura 32 – Espectros de transmissão gerados nas simulações FDTD com o FULLWave.





---

## Capítulo 5

# Fabricação e Caracterização da Molécula Fotônica

---

### 5.1 Fabricação

A compatibilidade com os processos já estabelecidos na indústria eletrônica é um dos principais fatores para o desenvolvimento da fotônica de silício. A partir da indústria *Complementary Metal-Oxide-Semiconductor* (CMOS) à base de silício é possível fabricar dispositivos fotônicos como desejados em plataforma SOI, utilizando o processo tradicional CMOS oferecido em *foundries* ou processos desenvolvidos em laboratórios parceiros, onde os equipamentos de micro e nanofabricação estão disponíveis. Para esse trabalho, vamos demonstrar a fabricação do dispositivo proposto em uma *foundry* no exterior (IMEC Europractice).

A fotônica de silício fabricada em grande escala vem passando por um grande desenvolvimento e uma série de iniciativas que fornecem possibilidades de envio de designs para fabricação em plataformas SOI estão disponíveis em foundries no exterior. Há uma variedade de estruturas que podem ser realizadas no processo de fabricação desses dispositivos, sendo que o processo inicia-se com um *wafer* de SOI e todo o processamento utiliza-se da tecnologia de litografia no ultravioleta profundo (DUV) e processos CMOS para corrosão, deposição de metal e dielétrico, dopagem, *annealing* e crescimento seletivo de germânio para integração de fotodiodos, quando necessários.

A fabricação da PM proposta nesse projeto foi desenvolvida a partir desse processo enviando para *foundry* IMEC, localizada na Bélgica, uma máscara virtual criada contendo o dispositivo proposto. Na Figura 33(a) e (b) pode ser visto imagens de microscopia óptica do dispositivo já fabricado, bem como dos acopladores ópticos para inserção da luz vinda

de fibras óticas para dentro do guia de onda.

O processo de fabricação foi realizado em um *wafer* de SOI de 200 mm com um filme de 220 nm de espessura de *Si* sobre o topo de 2  $\mu\text{m}$  de *SiO<sub>2</sub>*. O processo de litografia utilizou a linha de 193 nm, garantindo resolução de 130 nm. As dimensões projetadas dos guias de onda de Si foram: 450 nm x 220 nm, o que garante propagação monomodo para operação na polarização quase-TE. Os anéis internos possuem raios de 9,625  $\mu\text{m}$  e o anel externo possui raio de 20  $\mu\text{m}$  e os gaps entre guias de onda foram variados de 150 nm a 250 nm, o dispositivo está presente na Figura 33(b). Na entrada e saída dos guias de onda foram dispostos acopladores estrangulados do tipo inversos (Figura 33(b)) que garantem 90% de acoplamento da luz vinda de uma fibra (ALMEIDA; PANEPUCCI; LIPSON, 2003). Após a fabricação e recebimento do chip, foi realizado uma etapa de pós-processamento onde foi realizada uma corrosão da janela de detecção para exposição de uma parcela das cavidades internas. Esta janela de detecção (Figura 34) foi definida por meio da técnica de litografia óptica seguida de corrosão seletiva. Em seguida o chip foi cortado e os acopladores foram posteriormente polidos com o feixe de íons focalizados (FIB), localizado no centro de componentes semicondutores e nanotecnologias (CCSnano) da Unicamp, utilizando uma corrente de corrosão de 9 nA. O polimento de cada acoplador levou cerca de 6 minutos para ser realizado.

## 5.2 Caracterização

A bancada de medidas utilizada para caracterização das PMs está localizada no Laboratório de Pesquisa em Dispositivos (LPD) da UNICAMP e é mostrada na Figura 35(a), com o esquema do aparato experimental em (b). Nesta configuração o *laser* sintonizável (Agilent – *Tunable Laser* 8163B) bombeia comprimentos de onda de 1,465 – 1,620  $\mu\text{m}$  com uma potência de até 12dBm. Este laser é acoplado a uma fibra ótica que atravessa um controlador de polarização e a luz guiada é focalizada por um sistema de micro-lentes para 1.55  $\mu\text{m}$ , com uma distância focal de 300  $\mu\text{m}$ . A perda total de acoplamento destas lentes é menor que 2 dB e elas são posicionadas utilizando um micro-posicionador XYZ piezo-elétrico. O chip com a PM é posicionado sobre uma base que possui orifícios onde é possível prender os dispositivos utilizando um bomba de vácuo sem óleo. Além disso, essa base possui um controle de temperatura feito por um ILX-*Lightwave* – LDT-5525– *Laser Diode Temperature Controller* associado a um resfriador peltier cooler CP1.0-63-08L da Melcor. Durante todas as medidas, a temperatura foi mantida a 20°C.

O sinal resultante na saída do dispositivo é novamente acoplado a uma micro-lente semelhante à primeira, que é alinhada na saída do guia utilizando um segundo micro-posicionador XYZ piezo-elétrico, que possui uma precisão em torno de dezenas de nanômetros. Este sinal acoplado pela micro-lente pode ser levado por fibras para diversos equipamentos. Todas as fibras óticas utilizadas na montagem são monomodo. Para

Figura 33 – Fabricação do dispositivo proposto. (a) Microscopia dos dispositivos fabricados. (b) Detalhes dos acopladores e do dispositivo do trabalho.

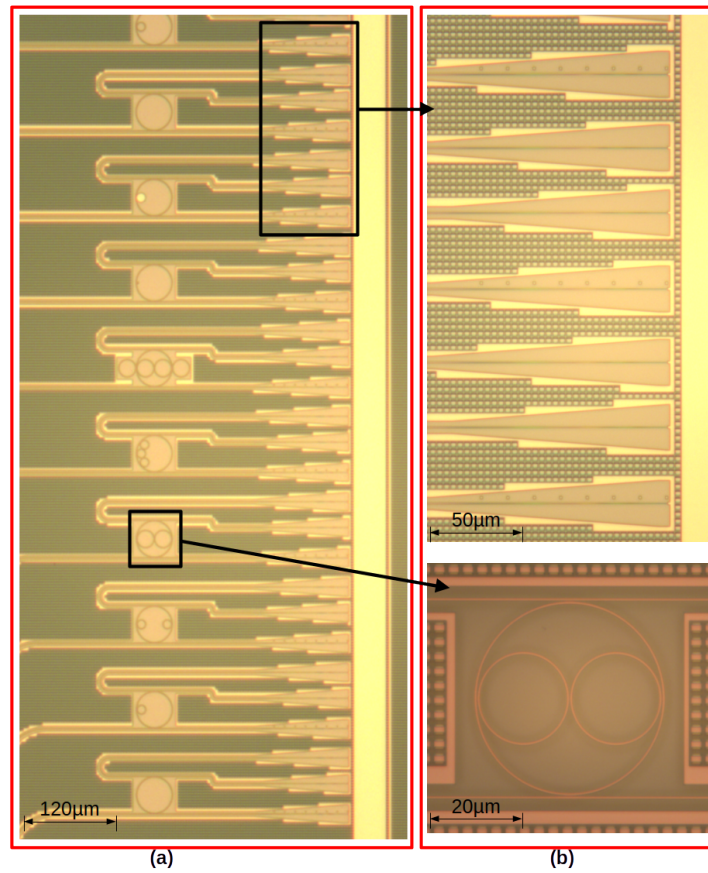
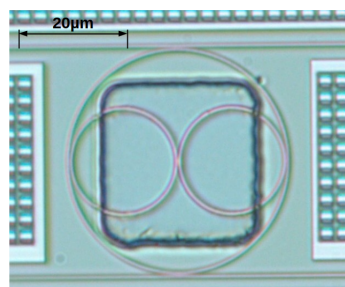
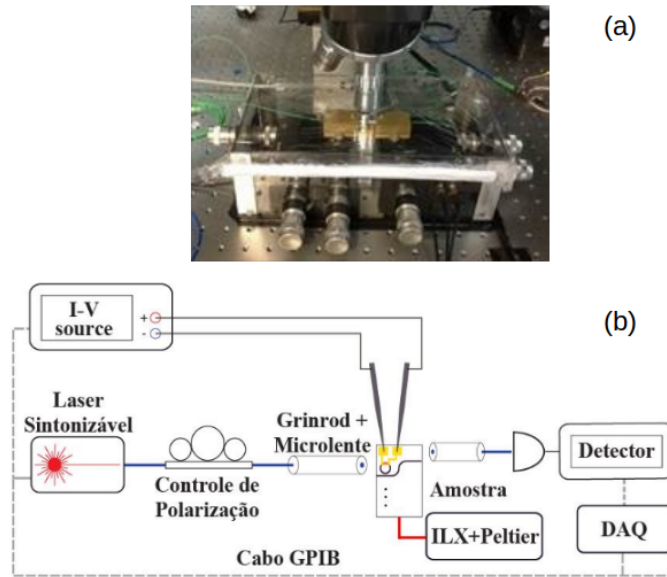


Figura 34 – Imagem microscópica da janela de detecção fabricada no dispositivo.



detecção do sinal na saída da fibra, foi utilizado um detector (*Lightwave Multimeter* da Agilent modelo 8163B), e a aquisição é feita utilizando uma DAQ (Sistema de Aquisição de Dados) com conexão GPIB para um computador. Tanto a aquisição quanto o controle do laser sintonizável foram feitos por meio de uma conexão GPIB com um computador. Para finalizar, toda esta montagem está posicionada abaixo de um microscópio óptico que possui uma câmera de infravermelho e uma câmera digital CCD (Dispositivo de Carga Acoplada) para o visível, que permite obter imagens do dispositivo durante o alinhamento e em funcionamento.

Figura 35 – Bancada de caracterização do dispositivo: (a) *Setup*. (b) Esquema dos equipamentos utilizados.



A Figura 36 apresenta os resultados obtidos na saída do dispositivo proposto neste projeto. Em (a) é mostrado o espectro para o dispositivo sem janela de detecção e em (b) o espectro para o dispositivo com janela de detecção, porém a janela encontra-se aberta apenas com ar. Pode-se notar que o quadupletto foi apresentado como previsto nos dois espectros, em (a) o quadupletto está bem aparente, porém nota-se a presença de ruído da caracterização no espectro óptico do dispositivo, já em (b) encontra-se de difícil visualização em meio a uma modulação no espectro óptico causada por algum tipo de interferência devido a janela aberta no dispositivo.

A Figura 37(a) traz o espectro de transmissão medido para o dispositivo sem janela no comprimento de onda de 1595 à 1620 nm do qual foi feita uma análise para extrair o FSR e Q das cavidades ressonantes da PM. O FSR foi calculado medindo as distâncias entre as ressonâncias relativas a cada cavidade e o Q foi calculado a partir da equação 34. Como as cavidades menores do nosso dispositivo possuem quatro ressonâncias, foram calculados o FSR e Q de cada ressonância. A Figura 37(b) demonstra a média dos valores calculados para o espectro presente em (a). O maior valor calculado para o Q foi de 70601, que se trata de um valor maior do que o encontrado para as ressonâncias da cavidade externa, o que prova que a presença das cavidades dentro de uma cavidade externa é importante para melhorar o Q e, conseqüentemente, a sensibilidade do sensor.

Figura 36 – Espectros de transmissão da PM em laboratório. (a) Espectro do dispositivo sem janela. (b) Espectro do dispositivo com janela aberta ao ar.

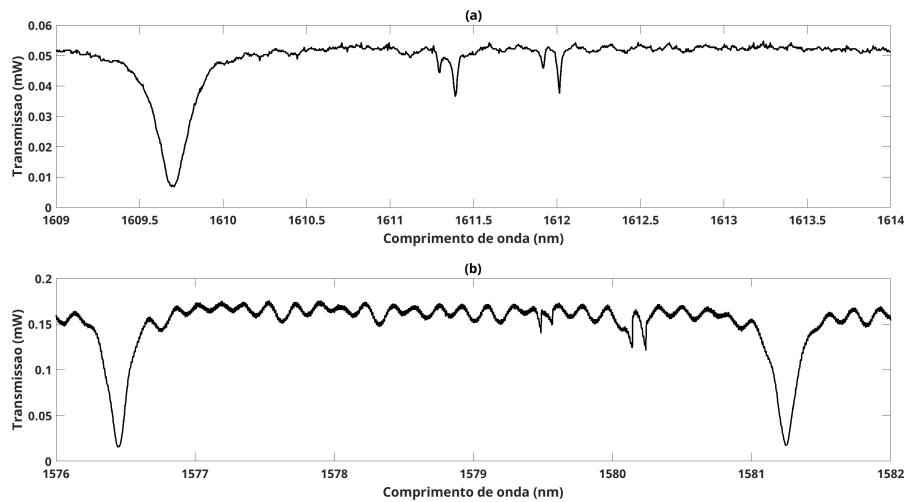
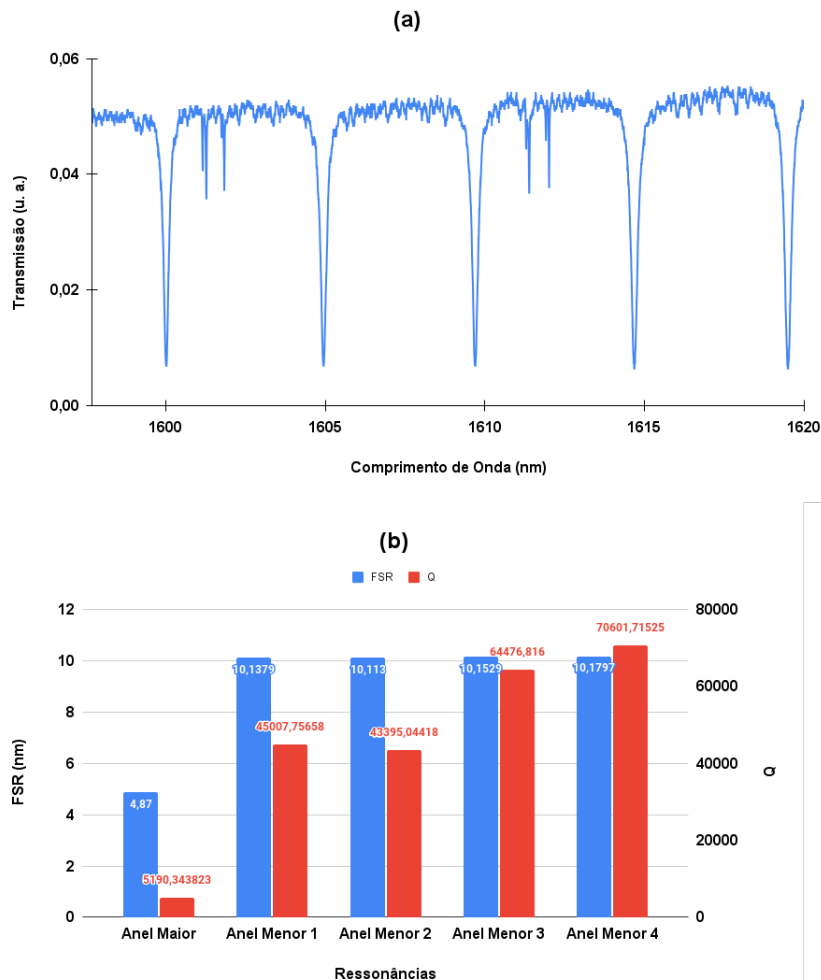


Figura 37 – Caracterização óptica do dispositivo. (a) Caracterização. (b) FSR e Q.







---

## Capítulo 6

# Aplicação da PM como Sensor de Índice de Refração

---

Neste capítulo, será abordado o desempenho e as características experimentais do dispositivo fotônico desenvolvido ao longo deste trabalho, aplicado como um sensor ótico para monitoramento da variação de índice de refração de analitos alvos. Após a introdução teórica, modelagem matemática pelo método da matriz de transferência com o suporte de grafos, simulação FDTD, fabricação e caracterização descritas nos capítulos anteriores, aqui serão demonstrados e analisados os resultados dos estudos do dispositivo funcionando como sensor, apresentando sua sensibilidade e o impacto da exposição ao analito dos guias de onda que formam as cavidades de detecção e do deslocamento da janela de detecção no espectro do sensor.

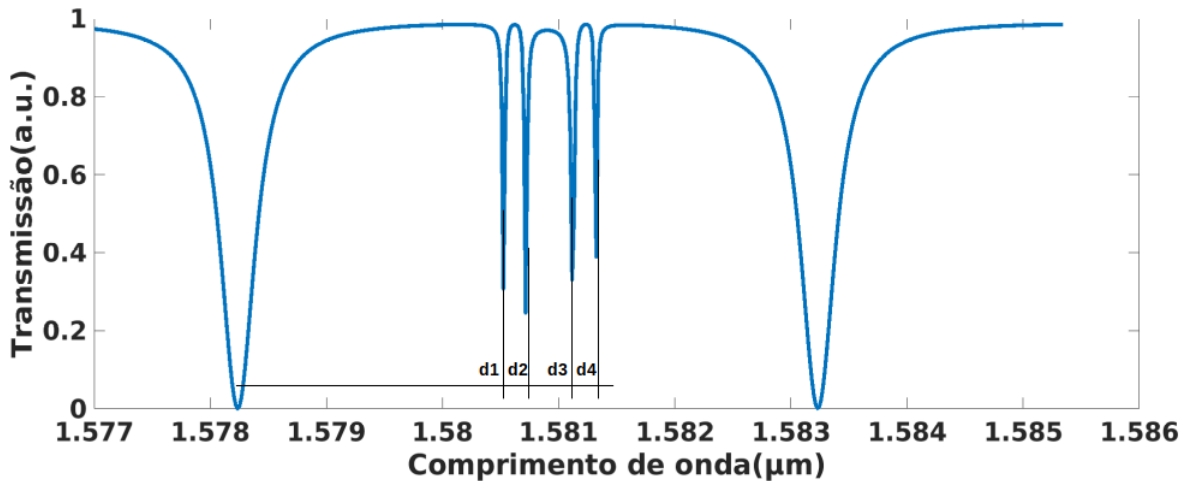
### 6.1 Estudo da Sensibilidade do Sensor

A sensibilidade é um dos parâmetros cruciais na avaliação de dispositivos fotônicos aplicados como sensores. Para a PM desse projeto, investigamos a sensibilidade do dispositivo em resposta a variações no índice de refração causados por um analito presente na janela de detecção sobre as cavidades internas da PM. O cálculo da sensibilidade pode ser avaliado por meio do modelo matemático desenvolvido aqui, por meio de simulações em software comercial e, como fabricamos o sensor, podemos avaliar por meio da sua caracterização experimental. Os valores obtidos em cada etapa foram comparados entre si, a fim de verificar a consistência dos resultados e demonstrar a validade dos mesmos.

O início do estudo se deu por meio da análise a partir do método convencional de cálculo de sensibilidade, do qual tem como referência a ressonância da cavidade maior.

O cálculo consiste em computar as distâncias das ressonâncias do quadrupeto gerado pelas cavidades de detecção (internas) em relação à ressonância da cavidade maior. Essas distâncias são computadas para cada concentração do analito na janela de detecção do dispositivo. Na Figura 38,  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$  e  $d_4$  exemplificam as distâncias usadas no cálculo da sensibilidade para um quadrupeto em que  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$  e  $d_4$  são as distâncias referentes aos 1º, 2º, 3º e 4º vales do quadrupeto, sempre em relação à ressonância de referência, ou seja, da cavidade externa. Para realizar essas medidas diferenciais foi considerado apenas uma parte do espectro onde as ressonâncias das cavidades menores não interferiam com a ressonância de referência (cavidade externa), ou seja, consideramos a condição não-degenerada entre as ressonâncias das cavidades internas e a cavidade externa.

Figura 38 – Medidas diferenciais entre as ressonâncias de detecção e uma das ressonâncias de referência para um analito alvo.



A partir dos desvios das ressonâncias calculados para cada analito alvo representado na Tabela 1, foi possível gerar as curvas de sensibilidade do sensor. Analisando as Figuras 39(a), 41(a) e 42(a) é fácil ver que a medida que o índice de refração do analito alvo aumenta, as ressonâncias do quadrupeto deslocam para o vermelho (red shift), ou seja, comprimentos de onda maiores. No entanto, as ressonâncias de referência não sofrem o impacto da mudança do índice de refração na janela de detecção, continuando na mesma posição espectral. Dessa forma, existe uma curva de sensibilidade para cada ressonância do quadrupeto. As curvas geradas nas Figuras 39(b), 41(b) e 42(b) são lineares possibilitando o cálculo da sensibilidade pela equação 58 definida em (CHROSTOWSKI et al., 2012), (SU et al., 2011), (BAREA et al., 2013) e (MORAS, 2022), que representa o coeficiente angular de cada curva. O  $d$  nessa equação representa a distância entre cada ressonância dos anéis de detecção em relação a ressonância do anel maior (de referência) e  $n$  representa o índice efetivo do analito. O  $\Delta d$  representa a diferença entre as distâncias calculadas para cada analito e o  $\Delta n$  representa a diferença entre cada índice de refração dos analitos.

$$S = \frac{\Delta d}{\Delta n} \quad (58)$$

Sabendo disso, os espectros de transmissão e as curvas de sensibilidade geradas estão representadas na Figura 39 (a) e (b), respectivamente, obtidas utilizando o método de matriz de transferência com o apoio da teoria de grafos, para determinar o índice efetivo na cavidade de detecção, foram utilizados os resultados das simulações em 3D realizadas nas tabelas 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, onde a partir dos dados gerou-se equações dos índices efetivos em relação ao comprimento de onda para cada analito. O gráfico na Figura 40 representa a curva encontrada do índice efetivo da água em relação ao comprimento de onda  $\lambda$ , a partir dessa curva gerou uma equação linear aproximada para o índice efetivo da água  $n_{H_2O}$  (equação 60). As equações utilizadas para  $n_{SiO_2}$ ,  $n_{5EG}$ ,  $n_{10EG}$ ,  $n_{15EG}$ ,  $n_{20EG}$  e  $n_{25EG}$  estão representadas em 59, 61, 62, 63, 64 e 65 respectivamente.

Figura 39 – Cálculo de sensibilidade para o Modelo Matemático. (a) Espectros de transmissão e (b) Curvas de sensibilidade.

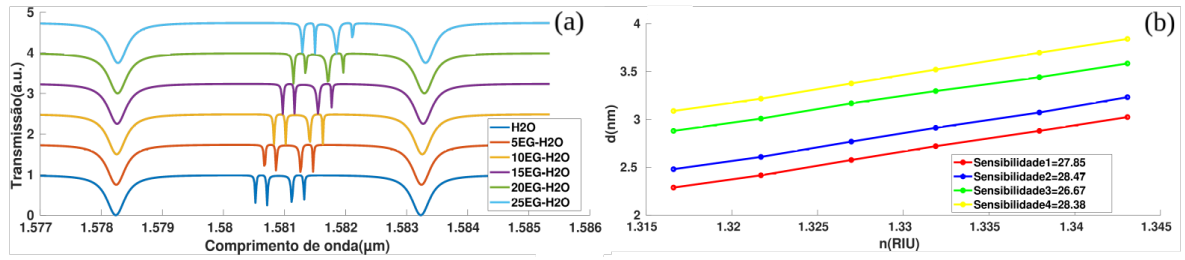
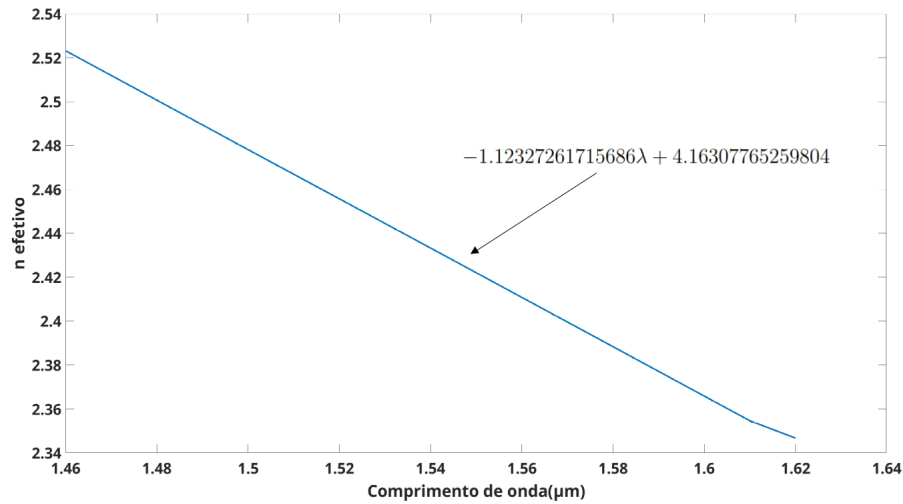


Figura 40 – Curva da simulação 3D no RSoft do índice efetivo da água em relação ao comprimento de onda.



$$n_{SiO_2} = -1,08754389852941\lambda + 4,14476612791176 \quad (59)$$

$$n_{H_2O} = -1,12327261715686\lambda + 4,16307765259804 \quad (60)$$

$$n_{5EG} = -1,12170881617647\lambda + 4,16143439408823 \quad (61)$$

$$n_{10EG} = -1,12008695245098\lambda + 4,15973071371568 \quad (62)$$

$$n_{15EG} = -1,11856789313725\lambda + 4,15813558796078 \quad (63)$$

$$n_{20EG} = -1,11669515122549\lambda + 4,15616980176961 \quad (64)$$

$$n_{25EG} = -1,11509917647059\lambda + 4,15449518270588 \quad (65)$$

A Figura 41 (a) e (b) traz o espectro de transmissão e a curva de sensibilidade, respectivamente, para as simulações via o módulo FULLWave FDTD do RSoft e a Figura 42 (a) e (b) traz os espectros de transmissão e as curvas de sensibilidade para a caracterização experimental do sensor. Na Figura 42 (a) é possível ver uma imagem de microscopia ótica realizada durante a medida, mostrando a presença do analito alvo sobre o chip. Além disso, nessa figura, também estão representadas as concentrações utilizadas para o analito alvo e, diferente das utilizadas nas simulações, empregou-se concentrações maiores de EG, para evitar os efeitos adversos da rápida evaporação da água e, conseqüentemente, modificação na concentração em análise.

O deslocamento para o vermelho (*red shift*) das ressonâncias do quadrupeto ocorre porque, à medida que o índice de refração do analito alvo aumenta, a velocidade da luz dentro do meio diminui, o que resulta em um aumento do comprimento de onda ressonante. Isso se deve ao fato de que as ressonâncias do quadrupeto estão diretamente relacionadas às propriedades ópticas da janela de detecção aberta entre as cavidades ressonantes menores. Por outro lado, as ressonâncias de referência permanecem na mesma posição espectral porque estas estão associadas a regiões ou elementos do dispositivo que não estão sujeitos às variações do índice de refração na janela de detecção. Assim, elas funcionam como um ponto fixo de comparação, permitindo identificar com precisão os deslocamentos causados exclusivamente pela interação com o analito alvo. Essa variação do analito foi realizada para obtenção da sensibilidade do sensor.

Analisando as sensibilidades obtidas para cada método, o maior valor para sensibilidade encontrado a partir do método de Matriz de Transferência foi de 28,47nm/RIU. Para as simulações FDTD com o RSoft, encontrou-se a maior sensibilidade de 39,77nm/RIU. Por fim, para as medidas com o sensor fabricado, obteve-se a sensibilidade experimental de 8,83nm/RIU.

Figura 41 – Cálculo de sensibilidade para Simulação FDTD. (a) Espectros de transmissão e (b) Curvas de sensibilidade.

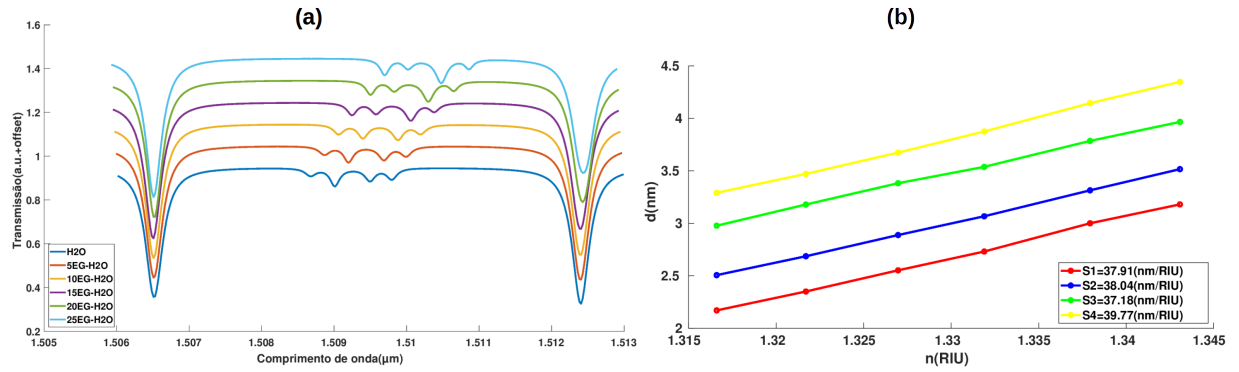
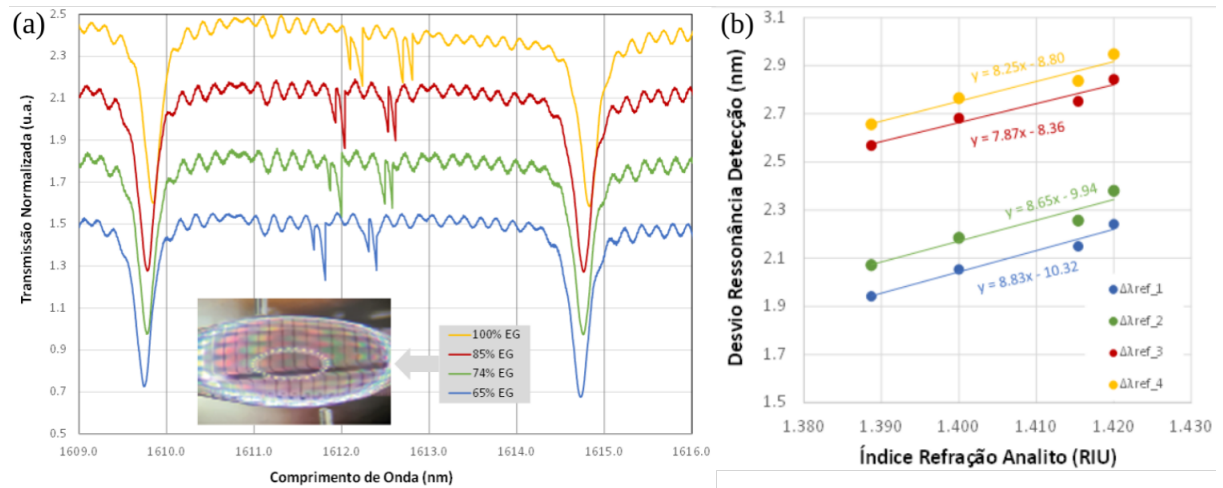


Figura 42 – Cálculo de sensibilidade para o Caracterização Experimental. (a) Espectros de transmissão e (b) Curvas de sensibilidade.



Os valores de sensibilidade encontrados nas diferentes etapas de análise – método de Matriz de Transferência com Grafos, simulação FDTD e caracterização experimental – apresentaram discrepâncias. Investigando mais a fundo as possíveis causas dessas diferenças, concluímos que entre os dois métodos teóricos, ela pode estar relacionada a imprecisão na identificação dos picos centrais das ressonâncias de detecção, uma vez que a quantidade de pontos gerados pela simulação pode não ter sido suficiente para descrição correta das ressonâncias. Com relação às discrepâncias dos resultados experimentais, supomos que o processo de corrosão para a abertura da janela de detecção não garantiu a total remoção da cobertura de  $\text{SiO}_2$ , resultando na presença de uma fina camada residual desse óxido sobre a superfície do dispositivo, principalmente nas suas paredes laterais. Como mostrado na Figura 43, essa camada interferiu na interação luz-analito esperada, afetando diretamente a sensibilidade e explicando a divergência observada nos resultados de confronto entre teoria e experimento. Para comprovar tal fato, foi realizada uma nova simulação

considerando o cenário da caracterização experimental, incluindo a presença da camada residual de  $SiO_2$ . Essa simulação levou em conta as condições reais do dispositivo após o processo de corrosão imperfeito, a Figura 44 demonstra como foi calculado o método do índice efetivo.

Figura 43 – Esquemático da corrosão no dispositivo para janela de detecção. (a) Como deveria ser na condição do guia de onda das cavidades totalmente exposto ao analito alvo representado em azul; (b) Como supomos que o dispositivo está, contendo ainda uma camada de óxido (verde) remanescente envolvendo o guia de onda.

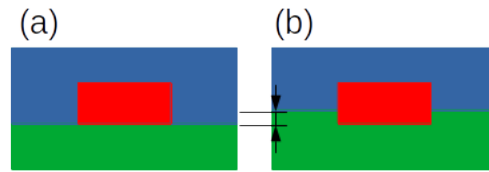
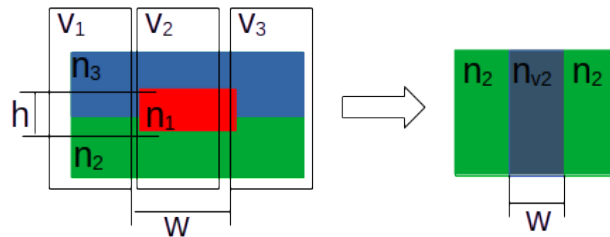


Figura 44 – Esquema do um Guia de onda de silício (retângulo vermelho), dióxido de silício (verde) e água com etilenoglicol (azul) para corrosão imperfeita. A direita é possível observar o guia de onda aproximado (2D) após aplicação do método do índice efetivo.

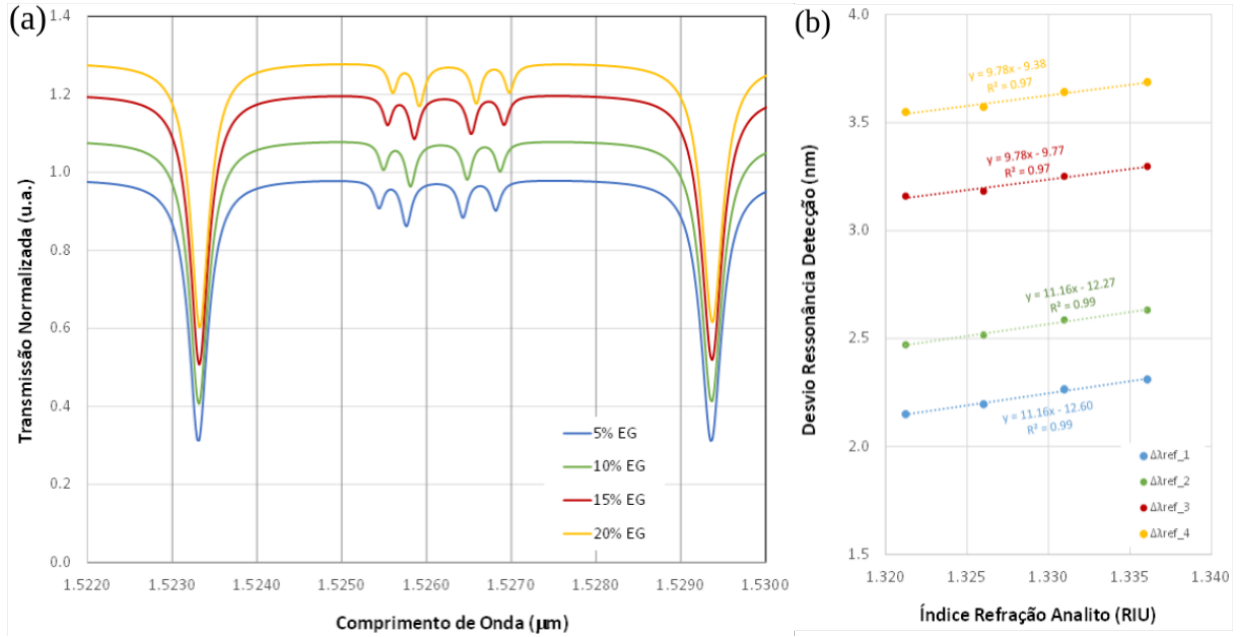


$n_1$  é o índice de refração do silício;  $n_2$  é o índice de refração do dióxido de silício e  $n_3$  é o índice de refração da água com determinada concentração de etilenoglicol

A Figura 45 (a) mostra o espectro do sensor para quatro diferentes concentrações de EG em água, suficiente para extrair as quatro curvas de sensibilidade, mostradas em (b). Os resultados dessa nova simulação FDTD no FULLWave considerou que a corrosão do óxido na janela de detecção foi realizada expondo apenas a superfície do guia de onda. Dessa forma, nota-se que os valores encontrados para sensibilidade reduziram de  $\sim 28\text{nm/RIU}$ , quando a corrosão foi feita expondo as três superfícies dos guias de onda que formam as cavidades de detecção dentro da janela de detecção, para  $\sim 10\text{nm/RIU}$  quando está exposto apenas a superfície do guia de onda. Esse valor está muito próximo do obtido na caracterização experimental ( $\sim 8\text{nm/RIU}$ ), provando que a presença dessa

camada alterou de fato o comportamento do dispositivo e reduziu sua sensibilidade em relação às previsões antes calculadas teoricamente e por simulação FDTD.

Figura 45 – Cálculo de sensibilidade para simulação com camada residual. (a) Espectros de transmissão e (b) Curvas de sensibilidade.



Esse estudo detalhado da sensibilidade do dispositivo fotônico revelou seu potencial como sensor ótico para detecção de mudanças no índice de refração de analitos alvos e, conseqüentemente, rastrear concentrações de determinadas substâncias. Ao longo da análise, foi possível observar que a sensibilidade do dispositivo varia de acordo com condições estruturais do guia de onda e a discrepância encontrada entre os resultados teóricos e experimentais, explicadas pela presença de uma camada residual de  $SiO_2$  no processo de fabricação, reforçam a necessidade de um controle rigoroso durante a fabricação e ajuste dos parâmetros de operação. Além disso, como identificamos essa dependência da sensibilidade com a corrosão do óxido e exposição do guia de onda ao analito, levantamos o questionamento se a posição da janela de detecção também não afeta a resposta espectral do sensor. Dessa forma, na próxima seção, utilizamos a teoria desenvolvida nesse trabalho para investigar o impacto do deslocamento dessa janela sobre as cavidades de detecção.

## 6.2 Impacto do deslocamento da janela de detecção

Nesta seção, será investigada a influência do deslocamento da janela de detecção no desempenho global do dispositivo fotônico, com ênfase na sua resposta espectral podendo mudar os valores da sensibilidade. A posição exata da janela de detecção desempenha um papel crucial na interação da luz com o analito, podendo alterar significativamente

o comportamento ótico e os resultados obtidos. O estudo visa compreender como variações na posição da janela afetam o espectro de transmissão. A análise desses resultados permitirá uma melhor compreensão do controle geométrico do dispositivo e seu impacto direto na eficiência de detecção e precisão do sensor fotônico.

O estudo foi realizado a partir da equação de transmissão do modelo matemático apresentado por meio do método de Matriz de Transferência com a ajuda de Grafos. Fora da janela de detecção, o dispositivo foi considerado enterrado sobre  $SiO_2$ , mantendo um índice de refração constante, o que garante a estabilidade das ressonâncias de referência no espectro. Já na janela de detecção, o índice de refração utilizado foi o da água, conforme os valores apresentados na Tabela 1. Essa abordagem permitiu analisar de forma precisa a interação do dispositivo com o analito alvo na região sensível, evidenciando os deslocamentos espectrais induzidos pelos deslocamentos da janela enquanto preservava a estabilidade das ressonâncias de referência fora da janela de detecção. Nas Figuras 46, 47, 48 e 49, as simulações foram realizadas para diferentes posições da janela de detecção, representadas graficamente à esquerda de cada figura. A janela foi deslocada em múltiplas direções e o comportamento espectral correspondente foi obtido, mostrando a potência na saída do dispositivo em função do comprimento de onda. O gráfico à direita de cada cenário mostra como o deslocamento da janela influencia a resposta espectral do dispositivo, com variações observáveis na posição dos picos de ressonância e nas profundidades das atenuações.

Figura 46 – Deslocamento vertical da parte inferior da janela de detecção, reduzindo assimetricamente seu comprimento. (a) Janela normal. (b) Janela deslocada parcialmente. (c) Janela deslocada completamente.

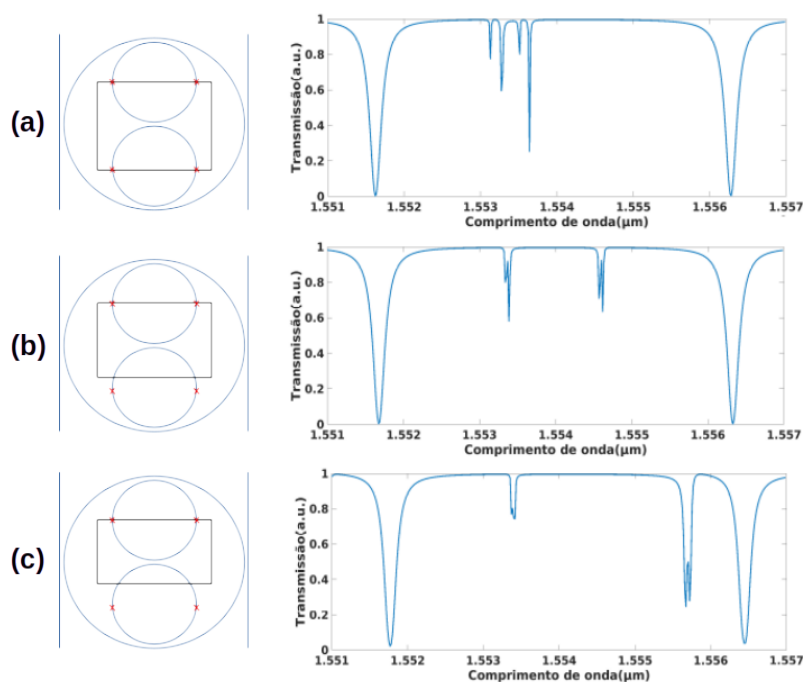
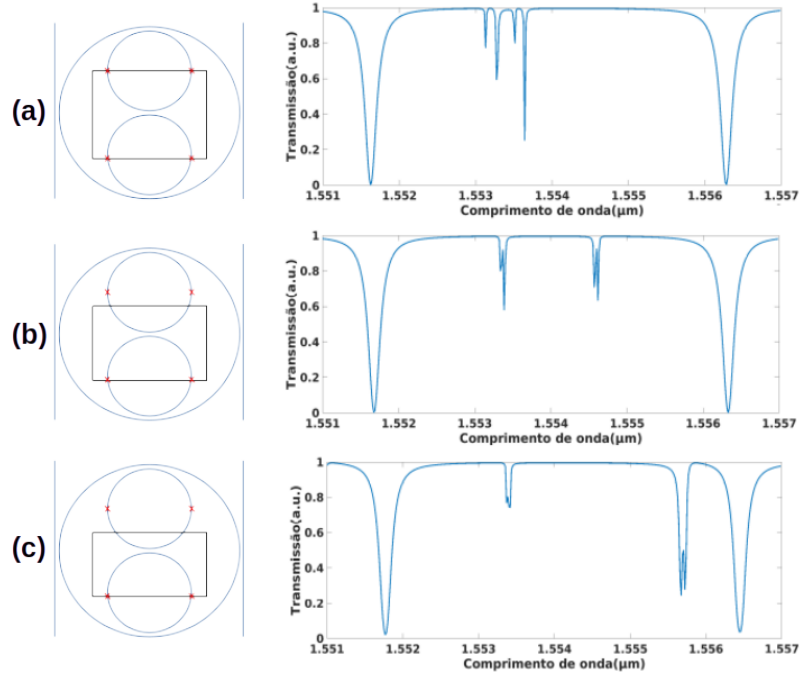




Figura 47 – Deslocamento vertical da parte superior da janela de detecção, reduzindo assimetricamente seu comprimento. (a) Janela normal. (b) Janela deslocada parcialmente. (c) Janela deslocada completamente.



A Figura 46(a) mostra a condição da janela de detecção em sua posição central simétrica em relação às cavidades internas da PM. O espectro correspondente mostra uma resposta típica com vários picos de ressonância definidos e bem distribuídos entre as duas ressonâncias da cavidade maior. Ao deslocar verticalmente apenas a parte de inferior da janela (Figura 46(b) e (c)) de detecção nota-se que o quadupletto vai se separando em dois dupletos. Em nosso estudo ficou claro que quanto maior o deslocamento da janela de detecção, de forma assimétrica, o quadupletto começa a se separar em dupletos e, quanto maior a variação na janela, maior a distância entre os dupletos. Além disso, a distância entre as ressonâncias de cada dupletto começa a se reduzir, a medida que a janela de detecção diminui. Isso é esperado devido ao desacoplamento entre as ressonâncias, graças à presença de diferentes índices de refração em cada parcela distinta das janelas. Trata-se de um efeito já conhecido pelo nosso grupo e explorado na referência (SOUZA et al., 2015) para controlar o splitting em PMs com aquecedores. O mesmo estudo foi feito na Figura 47 porém deslocando apenas a parte superior da janela de detecção e os resultados foram os mesmos. Já a Figura 48(b) e (c) demonstra o deslocamento vertical tanto da parte superior quanto inferior da janela de detecção em relação à (a), de forma simétrica, e pode-se observar que o quadupletto se desloca em conjunto, uma vez que não há desacoplamento entre as ressonâncias das cavidades internas.

Na Figura 49(b) explorou-se um deslocamento horizontal da janela de detecção em relação a (a), do qual resultou em uma atenuação em dois vales do quadupletto, como

Figura 48 – Deslocamento vertical da parte inferior e superior da janela de detecção, reduzindo simetricamente seu comprimento. (a) Janela normal. (b) Janela deslocada parcialmente. (c) Janela deslocada completamente.

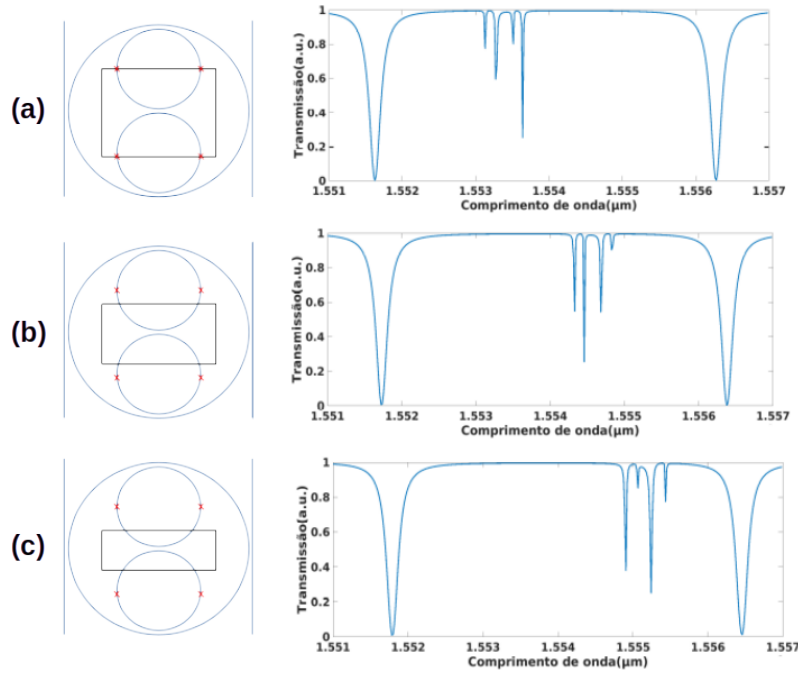
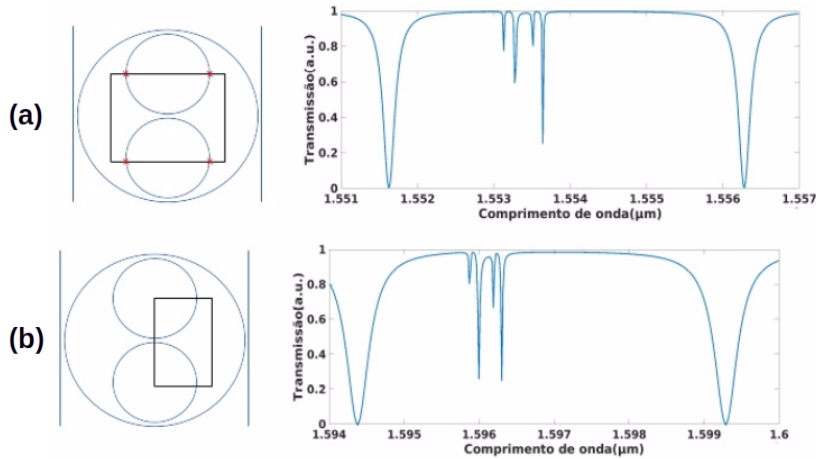


Figura 49 – Deslocamento horizontal da parte da janela de detecção. (a) Janela normal. (b) Janela deslocada completamente.

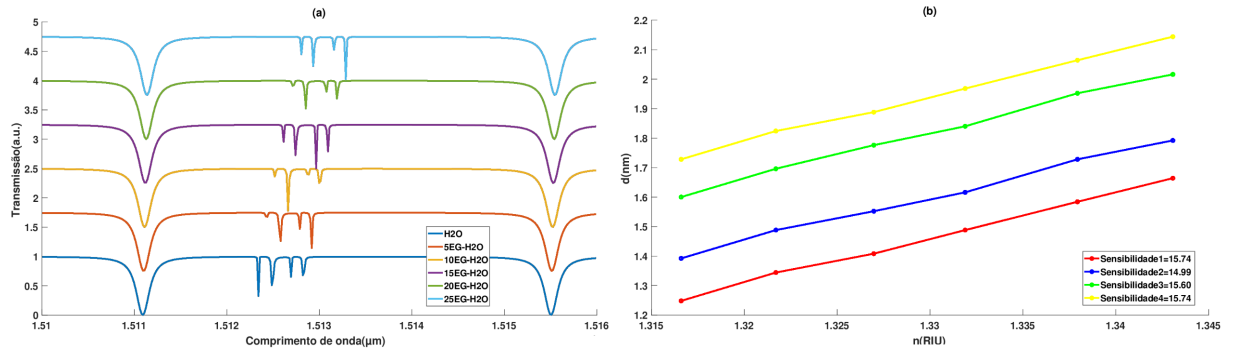


pode ser visto nos gráficos.

Para análise da influência do deslocamento da janela na sensibilidade foi utilizado 48(b) para os novos cálculos de sensibilidade. A partir dos desvios das ressonâncias calculados para cada analito alvo representado na Tabela 1, foi possível gerar as curvas de sensibilidade do sensor utilizando a equação 58 de sensibilidade. A Figura 50 (a) e (b) traz o espectro de transmissão e a curva de sensibilidade, respectivamente, para as simulações via método de Matriz de Transferência com Grafos. Ao comparar com a Figura 39 da qual

também foi simulada via método de Matriz de Transferência com Grafos porém com uma janela  $\frac{2}{3}$  maior. Nota-se que os valores de sensibilidade caíram, onde os maiores valores de sensibilidade calculados tanto para janela de detecção maior, quanto para janela de detecção menor, caiu de 28,47nm/RIU para 15,74nm/RIU. Essa queda pode ser explicada devido a menor interação do analito com os anéis menores da PM.

Figura 50 – Cálculo de sensibilidade para o deslocamento da janela de detecção por Modelo Matemático. (a) Espectros de transmissão e (b) Curvas de sensibilidade.



Em suma, esse estudo demonstrou que o deslocamento da janela de detecção afeta diretamente a resposta espectral e os cálculos de sensibilidade do dispositivo fotônico. Esses resultados sugerem que, para maximizar o desempenho do dispositivo, o posicionamento preciso da janela deve ser cuidadosamente considerado durante a fabricação e a caracterização do sistema, principalmente se o design exigir quadrupletos simétricos.



---

## Conclusão

---

Neste trabalho, foi proposta, modelada, fabricada e caracterizada uma nova arquitetura de PM composta por três cavidades ressonantes acopladas, visando aplicações em sensoriamento óptico. O estudo abordou desde a modelagem matemática e simulação numérica até a caracterização experimental, validando a viabilidade da estrutura proposta e demonstrando seu impacto na engenharia espectral de dispositivos fotônicos. A modelagem matemática, baseada na teoria de grafos e matriz de transferência, permitiu a previsão precisa da resposta espectral da PM, alinhando-se com os resultados obtidos por meio de simulações numéricas em software comercial. A análise experimental confirmou a formação de um espectro complexo, caracterizado por múltiplas ressonâncias originadas do acoplamento entre os modos das cavidades internas e externas. Esse comportamento evidencia o potencial da arquitetura para otimizar a distribuição espectral e o Q, superando as limitações de estruturas ressonantes convencionais.

Os estudos de sensibilidade demonstraram que a inclusão de janelas de detecção na PM possibilita a funcionalização do dispositivo para aplicações em sensoriamento óptico por detecção de variação de índice de refração. No entanto, observou-se que a presença de uma fina camada residual de  $SiO_2$ , resultante do processo de corrosão, pode afetar a eficiência da interação óptica entre a luz confinada e o analito alvo, reduzindo a sensibilidade do sensor. Esse efeito sugere que aprimoramentos nos processos de fabricação são necessários para maximizar a sensibilidade do sensor. Além disso, foi evidenciado que o deslocamento da janela de detecção altera a resposta espectral do dispositivo, abrindo novas possibilidades para o ajuste fino da sensibilidade por meio de variações geométricas controladas.

A robustez da arquitetura proposta também foi destacada pela mitigação da dependência direta entre o Q, o FSR e o R das cavidades, uma limitação inerente a ressonadores isolados. Esse resultado corrobora estudos anteriores sobre o acoplamento de múltiplas cavidades ressonantes e reforça o papel das PMs como uma solução promissora para dispositivos fotônicos compactos e altamente sensíveis.

Como perspectivas futuras, sugere-se a exploração de materiais alternativos, como nitrato de silício ( $Si_3N_4$ ) e polímeros, que podem oferecer maior controle sobre a dispersão e menor sensibilidade térmica, garantindo maior robustez aos sensores. Além disso, a incorporação de elementos ativos, como aquecedores resistivos integrados, permitiria a sintonia dinâmica das ressonâncias, aumentando ainda mais a versatilidade da PM. Finalmente, a aplicação de algoritmos de aprendizado de máquina para otimização do design estrutural e calibração espectral pode representar um avanço significativo na engenharia e evolução desses dispositivos.

Em síntese, a investigação desenvolvida nesta dissertação contribui para o avanço da fotônica integrada, ao demonstrar que PMs compostas por três cavidades acopladas oferecem um novo paradigma para o controle espectral e o sensoriamento óptico. A metodologia empregada e os resultados obtidos fornecem subsídios para o desenvolvimento de dispositivos fotônicos mais robustos, compactos e eficientes, com impacto direto em áreas como biossensoriamento, comunicações ópticas e processamento de sinais em chips fotônicos integrados.

---

## Referências

---

- ALMEIDA, V. R.; PANEPUCCI, R. R.; LIPSON, M. Nanotaper for compact mode conversion. **Opt. Lett.**, Optica Publishing Group, v. 28, n. 15, p. 1302–1304, Aug 2003.
- BAREA, L. et al. Tunable photonic molecules for spectral engineering in dense photonic integration. **Future Trends in Microelectronics: Journey into the Unknown**, Wiley Online Library, p. 337–348, 2016.
- BAREA, L. A. et al. Spectral engineering with cmos compatible soi photonic molecules. **IEEE Photonics Journal**, IEEE, v. 5, n. 6, p. 2202717–2202717, 2013.
- BARÊA, L. A. M. **Moléculas fotônicas para aplicações em engenharia espectral e processamento de sinais ópticos**. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual de Campinas, 2014.
- BARÊA, L. A. M. et al. **Desenvolvimento de estruturas monolíticas de guias de ondas acoplados a micro-cavidades**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas, 2010.
- BOGAERTS, W. et al. Silicon microring resonators. **Laser & Photonics Reviews**, Wiley Online Library, v. 6, n. 1, p. 47–73, 2012.
- BORGES, B.-H. V. Comunicações Ópticas. **Notas de Aula SEL 366 Comunicações Ópticas**, 2004.
- CHROSTOWSKI, L. et al. Silicon photonic resonator sensors and devices. In: SPIE. **Laser Resonators, Microresonators, and Beam Control XIV**. California, United States, 2012. v. 8236, p. 387–402.
- GOEDE, M. D. et al. Mode-splitting in a microring resonator for self-referenced biosensing. **Optics express**, Optica Publishing Group, v. 29, n. 1, p. 346–358, 2021.
- GUIDER, R. et al. Sensitivity and limit of detection of biosensors based on ring resonators. **Sensing and bio-sensing research**, Elsevier, v. 6, p. 99–102, 2015.
- HALDAR, R. et al. Nested nonconcentric microring resonators with high-q and large fabrication tolerance. **J. Opt. Soc. Am. B**, Optica Publishing Group, v. 38, n. 12, p. 3743–3753, Dec 2021.

HEEBNER, J.; GROVER, R.; IBRAHIM, T. Optical microresonator theory. In: \_\_\_\_\_. **Optical Microresonators: Theory, Fabrication, and Applications**. New York, NY: Springer New York, 2008. p. 71–103.

JEFFREYS, H.; JEFFREYS, B. **Methods of Mathematical Physics**. 3. ed. [S.l.]: Cambridge University Press, 1999. 574–606 p. (Cambridge Mathematical Library).

JUNIOR, V. C. d. S. **Otimização da sensibilidade de detecção de sensores óticos baseados em moléculas fotônicas**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de São Carlos, 2021.

KATTI, R.; PRINCE, S. Analysis of serial and parallel cascaded microring resonators: An fdtd approach. **Optik**, v. 152, p. 36–48, 2018. ISSN 0030-4026.

LIU, C. et al. Grating double-slot micro-ring resonator for sensing. **Optics Communications**, v. 499, p. 127280, 07 2021.

LIU, J.-m. **Photonic Devices**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2005. 73–118 p.

LU, C. et al. A compound optical microresonator design for self-referencing and multiplexed refractive index sensing. **Opt. Express**, Optica Publishing Group, v. 29, n. 25, p. 42215–42224, Dec 2021.

MASON, S. J.; ZIMMERMANN, H. J. Electronic circuits, signals, and systems. (**No Title**), 1960.

MORAS, A. L. **Estudo e desenvolvimento de biossensor óptico de alta sensibilidade e baixa dependência a variações de temperatura**. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual de Campinas, 2022.

MORAS, A. L. et al. Development of soi sensor using simulations based on the effective index method. In: **Frontiers in Optics + Laser Science 2022 (FIO, LS)**. [S.l.]: Optica Publishing Group, 2022. p. JTu5A.82.

PASSARO, V. M.; LEONARDIS, F. D. Modeling and design of a novel high-sensitivity electric field silicon-on-insulator sensor based on a whispering-gallery-mode resonator. **IEEE Journal of selected topics in quantum electronics**, IEEE, v. 12, n. 1, p. 124–133, 2006.

REZENDE, G. F. M. de. **Projeto, caracterização e análise de microrressonadores óticos acoplados em plataforma SOI**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas, 2015.

SOUZA, M. et al. Spectral engineering with coupled microcavities: active control of resonant mode-splitting. **Optics letters**, Optica Publishing Group, v. 40, n. 14, p. 3332–3335, 2015.

SOUZA, M. C. et al. Embedded coupled microrings with high-finesse and close-spaced resonances for optical signal processing. **Optics express**, Optica Publishing Group, v. 22, n. 9, p. 10430–10438, 2014.

SU, B. et al. Compact silicon-on-insulator dual-microring resonator optimized for sensing. **Journal of Lightwave Technology**, v. 29, n. 10, p. 1535–1541, 2011.



YAO, Z. et al. Integrated silicon photonic microresonators: emerging technologies. **IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics**, IEEE, v. 24, n. 6, p. 1–24, 2018.

YARIV, A. Coupled-mode theory for guided-wave optics. **IEEE Journal of Quantum Electronics**, IEEE, v. 9, n. 9, p. 919–933, 1973.